

دفترچه شماره ۱

آزمون

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۶/۲

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۳۰ دقیقه
۲	هندرسه	۱۲	۱۹	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سوفصل دهم	سوفصل نهم	سوفصل هشتم
حسابان	فصل ۵	فصل ۲ (درس‌های ۱ و ۲)	فصل ۱ (درس ۱)
هندرسه	فصل ۲	—	فصل ۱ (درس ۲) تا ابتدای دترمینان و کاربردهای آن (صفحه ۲۲ تا ۲۶)
گسسته	—	—	فصل ۱ (درس ۲)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



ریاضیات

-۱ اگر $f = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, x^2 + y^2 = 25\}$ باشد، با حذف حداقل چند عضو از آن، به تابع تبدیل می‌شود؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

-۲ اگر $y = g(x)$ به طوری که توابع $y = f(x)$ و $y = g(3-x)$ با هم برابر باشند، $a+b$ چه عددی است؟

۹ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

-۳ دامنه تعریف تابع $y = \sqrt{x} - \sqrt{12-x}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۸ (۴)

۹ (۳)

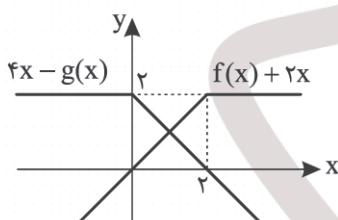
۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

-۴ برد تابع $f(x) = x\sqrt{\frac{k}{x}}$ شامل چند عدد صحیح غیرمنفی است. حدود کدام است؟

 $10 \leq k < 12$ (۲) $5 \leq k < 6$ (۱) $20 \leq k < 24$ (۴) $16 \leq k \leq 20$ (۳)

-۵ نمودار توابع $y = f(x) + 2x$ و $y = g(x)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار $(x, y) = (f+g)(x)$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ صفر

-۶ اگر $(c, d) \in fog$ و $(d, e) \in gof$ باشد، مقدار c, d, e مقدار

 $cf(c) + bg(b-1)$ چه عددی است؟

۱۱ (۴)

۷ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

-۷ اگر $y = fog(x)$ تابعی ثابت باشد، مقدار a کدام است؟

-۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

-۲۸ (۲)

۱۰۰ (۱)

-۸ نمودار $f(x) = [x] - x - \sin \frac{\pi[x]}{2}$ در بازه $(-1, 4)$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

-۹ با انبساط افقی و انقباض عمودی تابع $y = \frac{3}{4}f(\frac{3}{2}x)$ به کدام تابع می‌توانیم بررسیم؟

$$y = 4f(\frac{x}{6}) \quad (2)$$

$$y = 2f(3x) \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{2}f(\frac{x}{3}) \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{4}f(3x) \quad (3)$$

-۱۰ نمودار تابع $x = \sqrt{6 - f(x)}$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کرده و سپس آن را α واحد به چپ انتقال می‌دهیم شکل به دست آمده

نمودار f را در نقطه‌ای به طول $= -2$ قطع می‌کند. مقدار $f(-\alpha)$ چه عددی است؟

$$2\sqrt{3} \quad (4)$$

$$\sqrt{10} \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

-۱۱ نمودار $y = f(2 - \frac{x}{3})$ را ابتدا ۲ واحد به راست انتقال می‌دهیم. سپس طول نقاط آن را ۳ برابر می‌کنیم. به کدام ضابطه می‌رسیم؟

$$y = f(4 - x) \quad (2)$$

$$y = f(-x) \quad (1)$$

$$y = f(\frac{x-18}{9}) \quad (4)$$

$$y = f(\frac{24-x}{9}) \quad (3)$$

-۱۲ نقطه (x_0, y_0) روی نمودار $y = kx - x^3$ واقع شده است. نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کرده و k واحد به راست انتقال

می‌دهیم. مختصات جدید A کدام است؟

$$(x_0 - k, y_0) \quad (2)$$

$$(x_0, y_0) \quad (1)$$

$$(x_0 + k, y_0) \quad (4)$$

$$(k - x_0, y_0) \quad (3)$$

-۱۳ نمودار تابع $y = \frac{2x+k}{x-4}$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و طول نقاط تابع به دست آمده را نصف می‌کنیم. اگر نمودار به دست

آمده، تابع ابتدایی را در نقطه‌ای به طول -1 قطع کند، k کدام است؟

$$\frac{4}{17} \quad (2)$$

$$-\frac{16}{7} \quad (1)$$

$$-\frac{24}{7} \quad (4)$$

$$\frac{1}{17} \quad (3)$$

-۱۴ تابع $f(x) = \frac{1}{2-3x}$ را ۳ واحد به راست انتقال داده و طول نقاط را دو برابر می‌کنیم. تابع به دست آمده را g می‌نامیم. حال اگر ابتدا

طول نقاط را نصف کنیم و ۳ واحد به چپ انتقال دهیم و تابع به دست آمده را h بنامیم، مقدار $(-3)gh$ چه عددی است؟

$$\frac{2}{43} \quad (4)$$

$$\frac{4}{41} \quad (3)$$

$$\frac{4}{39} \quad (2)$$

$$\frac{2}{41} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

- ۱۵- نمودار سهمی $f(x) = x^3 - 2x + m$ را دو واحد به راست انتقال داده و سپس نسبت به محور x ها قرینه می کنیم. اگر رأس منحنی جدید بر نمودار تابع f واقع باشد، مقدار m کدام است؟

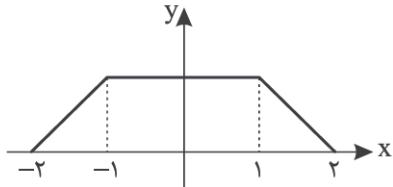
-۱) ۴

-۳) ۳

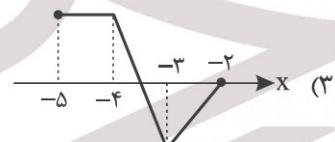
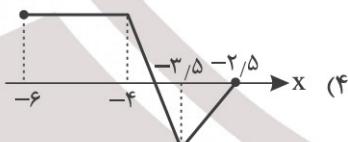
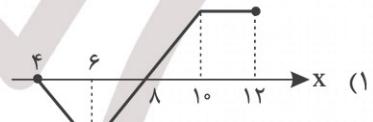
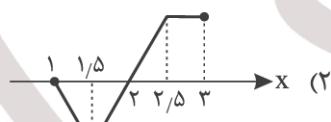
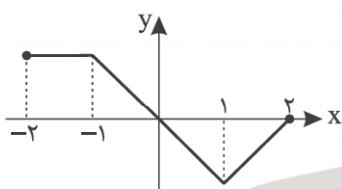
۱) ۲

۳) ۱

- ۱۶- شکل زیر، نمودار $y = f(x)$ است. $y = f(a-x)$ فقط از یک ناحیه محورهای مختصاتی عبور می کند. حدود a کدام است؟

 $|a| \leq 2$ (۱) $|a| \geq 2$ (۲) $|a| \geq 4$ (۳) $|a| \leq 4$ (۴)

- ۱۷- شکل زیر، نمودار $y = f(4-2x)$ است. نمودار $y = f(x)$ به کدام صورت می تواند باشد؟



- ۱۸- اگر $f(x) = 6x^3 - (ax+2)(b-2x) - b$ تابع ثابت باشد، مقدار a کدام است؟

۴) ۴

-۳) ۳

۳) ۲

-۴) ۱

- ۱۹- اگر $\frac{abc+abd}{b^2d}$ آنگاه حاصل $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 3$ چقدر است؟

۱۵) ۴

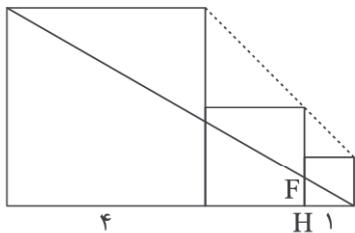
۱۲) ۳

۶) ۲

۳) ۱

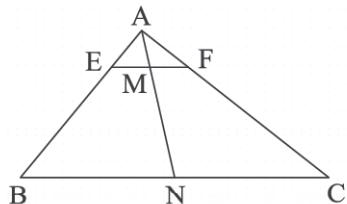
محل انجام محاسبات

-۲۰- در شکل زیر سه مربع در کنار هم قرار گرفته‌اند. طول پاره خط FH برابر کدام است؟



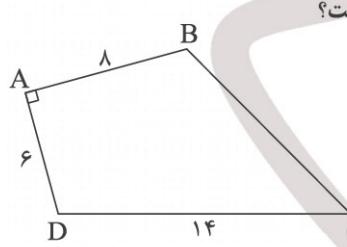
- $\frac{2}{5}$ (۱)
 $\frac{3}{5}$ (۲)
 $\frac{3}{7}$ (۳)
 $\frac{4}{7}$ (۴)

-۲۱- در شکل زیر اگر $\Delta AME \sim \Delta FMNC$ باشد، نسبت $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{4}$ ، $EF \parallel BC$ ، $EF = ?$



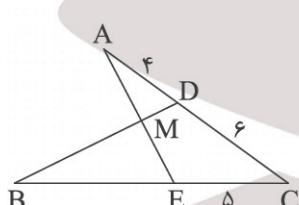
- کدام است؟
 $\frac{1}{25}$ (۱)
 $\frac{1}{20}$ (۲)
 $\frac{1}{15}$ (۳)

-۲۲- در چهارضلعی $ABCD$ از نقاط B و D دو پاره خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M درون چهارضلعی قطع کنند. اگر $B\hat{D}C = 2B\hat{D}M$ باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟



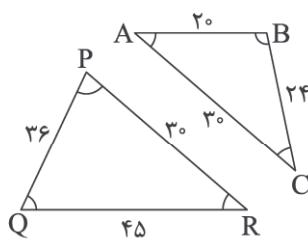
- $\frac{5}{3}$ (۱)
 $\frac{3}{2}$ (۲)
 2 (۳)
 3 (۴)

-۲۳- در شکل زیر اگر $\hat{B} = \hat{A}$ باشد، نسبت مساحت مثلث AMD به مساحت مثلث BME کدام است؟



- $\frac{16}{49}$ (۱)
 $\frac{25}{49}$ (۲)
 $\frac{36}{49}$ (۳)
 $\frac{49}{16}$ (۴)

محل انجام محاسبات

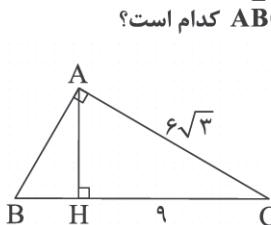


- ۲۴- دو مثلث $\triangle PQR$ و $\triangle ABC$ به شکل زیر مفروض‌اند. حاصل $\frac{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}}{\hat{P}+\hat{Q}+\hat{R}}$ کدام است؟

(۱) ۱

 $\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۳)

 $\frac{1}{3}$ (۴)

- ۲۵- در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ با $\hat{A}=90^\circ$ و $AC=6\sqrt{3}$ ، طول بزرگ‌ترین میانه مثلث $\triangle ABC$ کدام است؟

 $\sqrt{108}$ (۱)

۶ (۲)

 $\sqrt{63}$ (۳) $\sqrt{117}$ (۴)

- ۲۶- به ازای کدام مقدار m ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & m & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ وارون‌پذیر نیست؟

-1/75 (۱)

-1/6 (۲)

-1/5 (۳)

-1/25 (۴)

- ۲۷- اگر A ماتریس مربعی و $aA + 3A^{-1} = bI$ و ماتریس‌های $A + 2I$ و $A - I$ وارون‌هم باشند، مقدار $a + b$ کدام است؟

۲ (۱)

-1 (۲)

1 (۳)

صفر (۴)

- ۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $(A^3 + A^2 - A + I)^{-1}$ چقدر است؟

۰ (۱)

1 (۲)

 $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

- ۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ \frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$ و ماتریس X در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 2|A| & |A| \\ 1 & \frac{2}{|A|} \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ صدق کند، آنگاه مجموع درایه‌های قطر

۱۸ (۱)

-14 (۲)

-18 (۳)

14 (۴)

فرعی ماتریس X کدام است؟

محل انجام محاسبات

<p>-۳۰ - در حل دستگاه $\begin{cases} 2x + ay = 4 \\ 3x - by = 5 \end{cases}$، اگر $6a + 4b = 5$ باشد، مقدار y کدام است؟</p> <p>$-\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۱)</p>			
<p>-۳۱ - کدام گزینه درست است؟</p>			
$a, b, k \in \mathbb{Z} \quad a kb \Rightarrow a b$ (۲)		$a, b \in \mathbb{N} \quad a b \Rightarrow a \leq b $ (۱)	
$a b, c b \Rightarrow ac b$ (۴)		$a b+c \Rightarrow a b$ یا $a c$ (۳)	
<p>-۳۲ - اگر $a, b, c \in \mathbb{Z}$ و بدانیم $b^2 c^3$ و $a^3 b^3$ کدام گزینه درست نمی‌باشد؟ (۰)</p>			
$a^2 bc$ (۲)		$a^4 c^3$ (۱)	
$a c^2$ (۴)		$a^2 c^3$ (۳)	
<p>-۳۳ - روی منحنی $\frac{1}{y+1} = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1}$ چند نقطه با مختصات صحیح داریم؟</p>			
4 (۱) صفر		2 (۳)	
8 (۲)		4 (۱)	
<p>-۳۴ - مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سرقمی که می‌تواند به جای x در عبارت $-6x - 3x^3 + x^6$ قرار گیرد، به طوری که عبارت داده شده بر بخش‌پذیر باشد، کدام است؟</p>			
3 (۴)		5 (۳)	
4 (۲)		8 (۱)	
<p>-۳۵ - اگر b عدد فرد و $a b+2$، آنگاه باقیمانده تقسیم a^2+b^2 بر عدد ۸ کدام است؟</p>			
2 (۲)		3 (۱)	
6 (۴)		4 (۳)	
<p>-۳۶ - اگر a بزرگ‌ترین عدد طبیعی باشد که باقیمانده تقسیم آن بر ۱۲ از سه برابر مربع خارج قسمت، یک واحد کمتر است، مجموع مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد a کدام است؟</p>			
32 (۲)		24 (۱)	
12 (۴)		48 (۳)	
<p>-۳۷ - حاصل $[90, 1404]^{(312, 1404)}$ کدام است؟</p>			
4320 (۴)		3420 (۳)	
2430 (۲)		2340 (۱)	

محل انجام محاسبات

-۳۸- فرض کنید $d \neq 1$ در رابطه‌های زیر صدق کند. مقدار d کدام است؟

(الف) $d | 3n - 1$, $d | 5n^2 + 2n + 2$

(ب) $\forall m > 0$, $m | 3n - 1$, $m | 5n^2 + 2n + 2 \Rightarrow m \leq d$

۶۱ (۴)

۵۹ (۳)

۲۹ (۲)

۳۱ (۱)

-۳۹- اگر n عددی مربع کامل باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند بر ۷ بخش پذیر باشد؟ ($n \in \mathbb{N}$)

$n^2 - 3$ (۴)

$n^2 - 1$ (۳)

$n^2 - 4$ (۲)

$n^2 - 2$ (۱)

-۴۰- اگر باقیمانده تقسیم عدد صحیح a بر ۱۴ و ۳۳ به ترتیب ۵ و ۹ باشد، باقیمانده تقسیم a بر ۷۷ کدام است؟

۵۷ (۴)

۴۲ (۳)

۷۵ (۲)

۱۹ (۱)



محل انجام محاسبات



دفترچه شماره ۲۵

آزمون

۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۶/۲

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	۷۱	۲۵ دقیقه

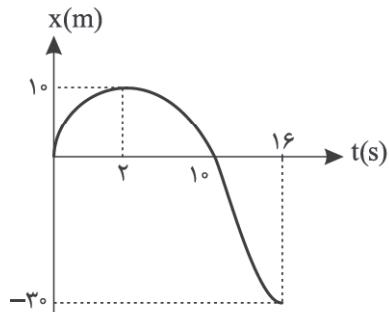
مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	فصل ۲	—	فصل ۱ (تا انتهای حرکت با شتاب ثابت و نمودار $t^2 - v$)
شیمی	فصل ۲	—	فصل ۱ (تا صفحه ۱۳)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



۴۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در بازه زمانی‌ای که علامت بردار مکان و بردار

سرعت متحرک مخالف هم هستند، تندی متوسط متحرک چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱/۲۵ (۱)

۲/۵ (۲)

۵ (۳)

۷/۵ (۴)

۴۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی روی محور x حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول



۲/۵ (۱)

۵ (۲)

۱۰ (۳)

۱۵ (۴)

۴۳- معادله مکان - زمان متحرکی روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 6/3t + 12/1$ است. جایه‌جایی این متحرک در سه ثانیه

دوم حرکت، چند برابر جایه‌جایی آن در ۲ ثانیه پنجم حرکت است؟

۲ (۴)

 $\frac{7}{3} (۳)$ $\frac{3}{2} (۲)$

۱ (۱)

۴۴- جسمی با سرعت ثابت بر روی محور x در حال حرکت است. اگر جسم در لحظه $t_1 = 3s$ در مکان $x_1 = 4m$ و در لحظه $t_2 = 7s$ در

مکان $x_2 = 16m$ باشد، بردار مکان آن در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه تغییر جهت داده است؟

 $\frac{3}{7} (۴)$ $\frac{3}{5} (۳)$ $\frac{5}{3} (۲)$ $\frac{7}{3} (۱)$

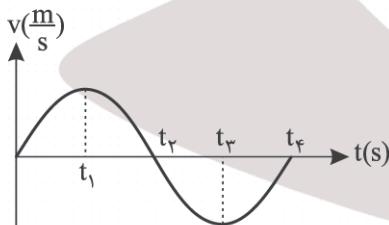
۴۵- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر قسمتی از یکتابع سینوسی است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) جایه‌جایی متحرک در بازه t_1 تا t_2 در خلاف جهت محور است.

۲) متحرک در لحظات t_1 و t_2 تغییر جهت داده است.

۳) شتاب متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 در خلاف جهت محور است.

۴) در بازه زمانی t_1 تا t_2 حرکت متحرک کندشونده و در جهت محور x است.



۴۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در مدتی که این متحرک حرکت

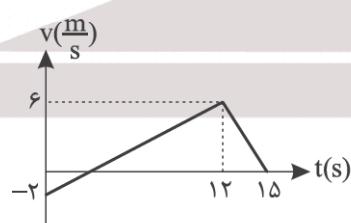
تندشونده دارد، مسافت چند متر را طی می‌کند؟

۳۶ (۱)

۳۰ (۲)

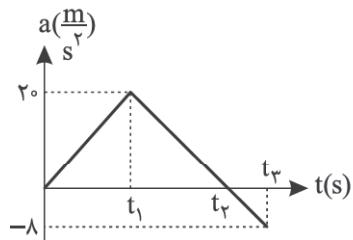
۲۷ (۳)

۲۴ (۴)



محل انجام محاسبات

۴۷- نمودار شتاب - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی t_2 تا t_1



چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

۱۴ (۱)

۱۲ (۲)

۱۰ (۳)

۴) باید t_2 معلوم باشد.

۴۸- در یک جاده مستقیم و افقی، در $t = 0$ ، کامیونی با تندی ثابت و غیرمجاز $108 \frac{km}{h}$ از کنار خودروی پلیسی که با تندی ثابت $72 \frac{km}{h}$ در حرکت است، عبور می‌کند. خودروی پلیس در همین لحظه با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2}$ ۵ تندی خود را افزایش می‌دهد و به دنبال کامیون

می‌رود. خودروی پلیس در لحظه ثانیه و با تندی کیلومتر بر ساعت به کامیون می‌رسد.

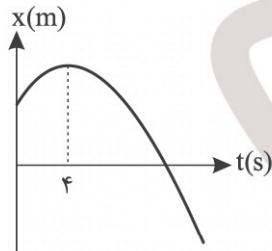
۱۰۸ - ۴ (۲)

۱۰۸ - ۲ (۱)

۱۴۴ - ۴ (۴)

۱۴۴ - ۲ (۳)

۴۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 6s$ چند برابر مسافت طی شده در این بازه است؟



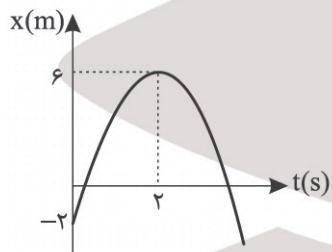
۰/۵ (۱)

۰/۶ (۲)

۰/۷ (۳)

۱ (۴)

۵۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متحرک در لحظه



چند $\frac{m}{s}$ است؟ $t = 5s$

-۱۲ (۱)

۱۲ (۲)

-۶ (۳)

۶ (۴)

۵۱- ذره‌ای از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و پس از مدت زمان t ثانیه سرعتش به 7 می‌رسد و سپس به مدت $2t$ ثانیه

با این سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد و در آخر با شتابی به بزرگی نصف شتاب اولیه از تندی خود می‌کاهد تا متوقف شود. اگر

سرعت متوسط در کل مسیر حرکت $28 \frac{m}{s}$ باشد، بیشینه سرعت ذره چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۴۰ (۴)

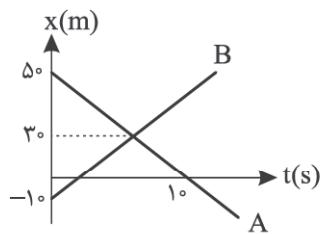
۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۵۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. تندی متحرک B چند متر بر ثانیه است؟

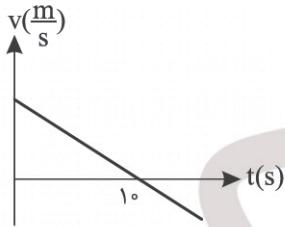


- ۱) ۵
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۵۳- گلوله‌ای با تندی افقی $13\frac{m}{s}$ به درختی به ضخامت L برخورد کرده و با تندی $5\frac{m}{s}$ و در همان راستای اولیه از طرف دیگر درخت خارج می‌شود. اگر حرکت گلوله در درخت با شتاب ثابت فرض شود و گلوله ۶cm آخر مسیر داخل درخت را در مدت زمان ۱ میلی ثانیه طی کرده باشد، ضخامت درخت (L) چند سانتی متر است؟

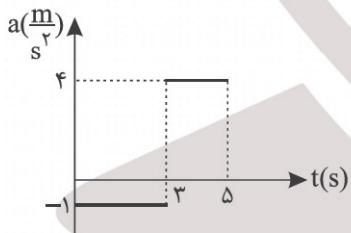
- ۱) ۱۸
۲) ۲۴
۳) ۳۰
۴) ۳۶

۵۴- نمودار سرعت - زمان ذره‌ای که بر روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل است. اگر مسافت طی شده در بازه زمانی ۶s تا ۱۶s برابر 104 متر باشد، سرعت اولیه جسم چند متر بر ثانیه است؟



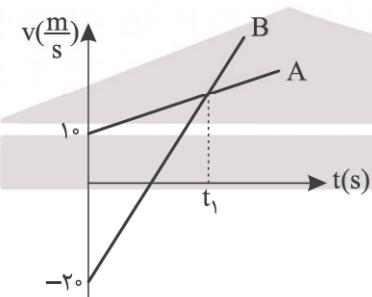
- ۱) ۲۵
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۵۰

۵۵- نمودار شتاب - زمان ذره‌ای که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر بردار سرعت ذره در لحظه $t = 0$ به صورت $\vec{v} = 2\hat{i}$ باشد، جایه‌جایی ذره در بازه $3s$ تا $5s$ چند متر است؟



- ۱) ۲۱
۲) ۴۲
۳) ۶۳
۴) ۸۴

۵۶- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در لحظه $t = 0$ از یک مکان می‌گذرند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب متحرک B، دو برابر شتاب متحرک A باشد، در t_1 ثانیه‌ی اول جایه‌جایی متحرک B، چند برابر جایه‌جایی متحرک A است؟



- ۱) $\frac{1}{5}$
۲) $\frac{2}{5}$
۳) $\frac{3}{5}$
۴) $\frac{4}{5}$

محل انجام محاسبات

- ۵۷ - معادله مکان - زمان ذره‌ای که بر روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $x = -2.5t^3 + vt$ است. این ذره در لحظات $t_1 = 2s$ و $t_2 = 10s$ از نقطه می‌گذرد. فاصله این نقطه از مبدأ مکان ($= 0$) چند متر است؟

- (۱) $12/5$ (۲) 25 (۳) 50 (۴) 60

- ۵۸ - راننده اتومبیلی که با تندي ثابت بر خط راست در حرکت است با دیدن یک مانع با شتاب ثابت اقدام به ترمز می‌کند. اگر مسافت طی شده در ثانية اول 6 متر و مجموع مسافت‌های طی شده در ثانية دوم و سوم نیز 6 متر باشد، تندي اتومبیل 2 ثانية پس از ترمز چند متر بر ثانية بوده است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

- ۵۹ - کدامیک از موارد زیر درست است؟

الف) نیروهای بین مولکولی منشأ الکتریکی دارند و کوتاهبرد هستند.

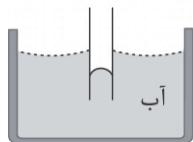
ب) قطره‌های کروی آب در حال سقوط ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است.

ج) در لوله‌های مویین شیشه‌ای که درون ظرف جیوه قرار می‌گیرند، سطح جیوه درون لوله پایین‌تر از سطح جیوه خارج لوله است و هر چه قطر لوله مویین کمتر باشد، جیوه در لوله بالاتر می‌رود.

د) با افزایش دما نیروی هم‌چسبی کاهش و نیروی دگرچسبی افزایش می‌باید.

- (۱) الف، ب و د (۲) ب و ج (۳) الف و د (۴) الف و ب

- ۶۰ - شکل زیر می‌تواند نشان‌دهنده لوله مویین شیشه‌ای باشد که داخل آن و در آب قرار دارد و در این حالت، نیروی دگرچسبی بین سطح داخلی لوله و آب از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است.



(۱) تمیز است - بیشتر

(۲) تمیز است - کمتر

(۳) چرب شده - بیشتر

(۴) چرب شده - کمتر

- ۶۱ - یک ظرف مکعب‌شکل از آب لبریز است. اگر آب این ظرف در ظرف مکعب‌شکل دیگر که ابعاد آن دو برابر ظرف است، بریزیم نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع و فشار آب در کف ظرف به ترتیب از راست به چه چند برابر می‌شود؟

- (۱) $1 - \frac{1}{4}$ (۲) $1 - \frac{1}{2}$ (۳) $1 - \frac{1}{3}$ (۴) $1 - \frac{1}{2}$

- ۶۲ - در لوله U شکل زیر که دو مایع مخلوط‌نشدنی در حالت تعادل‌اند، اختلاف فشار بین نقاط A و B، $(P_A - P_B)$ چند کیلوپاسکال است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{s}^2})$



محل انجام محاسبات

(۱) صفر

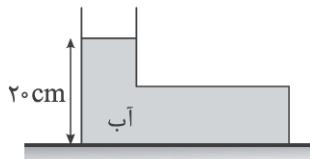
(۲) -2

(۳) -3

(۴) 3

- ۶۳ درون ظرفی مطابق شکل با مساحت قاعده 50 cm^2 ، به مقدار 800 گرم آب قرار دارد. بزرگی نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع، برابر نیوتون و بزرگی نیروی وارد بر سطح زیرین ظرف (سطح افقی)، برابر است. (وزن ظرف ناچیز است).

$$(\rho_{آب} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$



۸ - ۸ (۱)

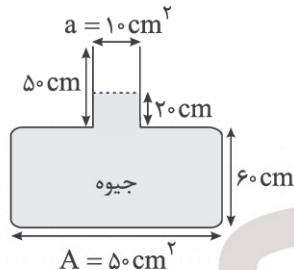
۱۰ - ۸ (۲)

۱۰ - ۱۰ (۳)

۸ - ۱۰ (۴)

- ۶۴ درون ظرفی مطابق شکل که مساحت مقطع کف ظرف 50 cm^2 و مساحت مقطع دهانه باریک ظرف 10 cm^2 است، جیوه قرار دارد. اگر

$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ مایع به چگالی $40\text{ cm}^3/\text{s}$ در ظرف بریزیم، افزایش نیروی وارد بر کف ظرف چند نیوتون خواهد شد؟



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{جیوه} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

۶/۸ (۱)

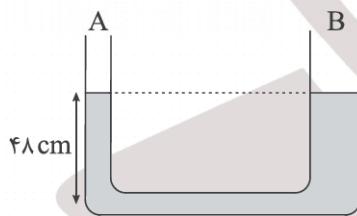
۱۳/۶ (۲)

۲۰/۴ (۳)

۲۷/۲ (۴)

- ۶۵ در شکل زیر قطر لوله شاخه **B**، دو برابر قطر لوله شاخه **A** است. اگر شاخه **A** را به مخزن گازی وصل کنیم، در شاخه **A**، مایع به اندازه

8 cmHg سانتی متر پایین می رود. فشار این گاز چند cmHg است؟ (چگالی مایع $13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، فشار هوای محیط 75 cmHg ، چگالی جیوه



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \text{ و } 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ است.})$$

۷۸ (۱)

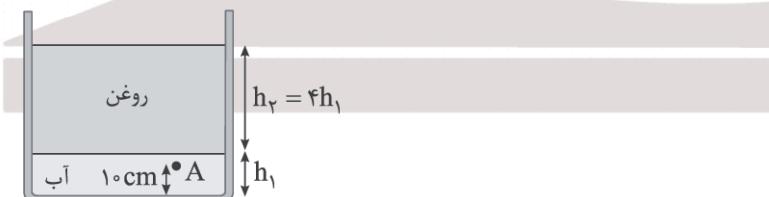
۷۹ (۲)

۸۰ (۳)

۸۱ (۴)

- ۶۶ در شکل زیر درون ظرف استوانه ای شکل، مقداری آب و روغن قرار دارد. فشار در نقطه **A** را P_A می نامیم. آب و روغن را به هم می زنیم تا مخلوط یکنواختی به دست آید. در این حالت فشار نقطه **A** را $P'_A - P_A$ بر حسب یکای SI کدام است؟ (چگالی آب و روغن

به ترتیب $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است و از تغییر حجم ناشی از مخلوط کردن آب و روغن چشم پوشی می شود و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ است.)



۸۰ (۱)

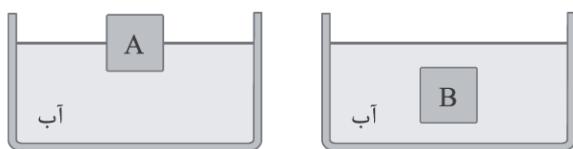
-۸۰ (۲)

۱۶۰ (۳)

-۱۶۰ (۴)

محل انجام محاسبات

- ۶۷- دو جسم توپر و هموزن A و B را مطابق شکل درون آب قرار می‌دهیم و اجسام در حال تعادل هستند. اگر نیروی شناوری وارد بر A و از طرف آب به ترتیب F_A و F_B و چگالی دو جسم ρ_A و ρ_B فرض شود، کدام گزینه درست است؟



$$\rho_B = \rho_A \text{ و } F_B > F_A \quad (1)$$

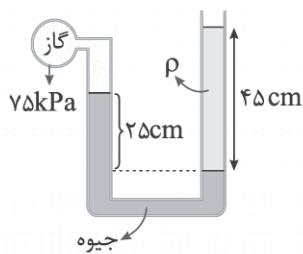
$$\rho_B < \rho_A \text{ و } F_B = F_A \quad (2)$$

$$\rho_B > \rho_A \text{ و } F_B > F_A \quad (3)$$

$$\rho_B > \rho_A \text{ و } F_A = F_B \quad (4)$$

- ۶۸- درون لوله U شکلی که به یک مخزن محتوی گاز با فشار 75kPa وصل شده است، جیوه و مایعی به چگالی نامعلوم ρ وجود دارد. اگر فشار

$$(p = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \text{ در SI} \quad \text{باشد، چگالی مایع در لوله سمت راست} \quad (\rho) \text{ در کدام است؟} \quad (p = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ جیوه})$$



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۱۰۰۰

۴) ۲۰۰۰

- ۶۹- در شکل زیر، در هر دقیقه 3lit آب به وسیله شیلنگ وارد ظرفی خالی به حجم 18lit می‌شود. در کف ظرف سوراخی به مساحت

$$5\text{cm}^2 \text{ وجود دارد و آب با تنیدی ثابت } \frac{\text{cm}}{\text{s}} \text{ از آن خارج می‌شود. پس از چند دقیقه، آب از بالای ظرف سرریز می‌شود؟}$$



۱) ۱۸

۲) ۱۲

۳) ۱۰

۴) ۶

- ۷۰- در شکل زیر، آب حجم لوله را پر کرده و به صورت پیوسته و پایدار به سمت راست در حرکت است. با عبور مایع از قسمت (۲) لوله،

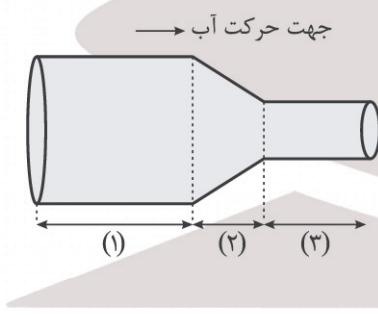
آهنگ شارش مایع و فشار مایع

۱) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد

۲) افزایش می‌یابد - کاهش می‌یابد

۳) ثابت می‌ماند - افزایش می‌یابد

۴) ثابت می‌ماند - کاهش می‌یابد



محل انجام محاسبات

- ۷۱ - چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- آ) در میان سیاره‌های سامانه خورشیدی، تنها زمین اتمسفری دارد که امکان زندگی را روی آن فراهم می‌کند.
- ب) در بسته‌بندی برخی مواد خوارکی از فراوان ترین گاز موجود در هوای استفاده می‌شود.
- پ) نیتروژن، اکسیژن و کربن دی‌اکسید از جمله گازهای دواتمی هواکره هستند که در زندگی روزانه نقش حیاتی دارند.
- ت) حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره، در نزدیک ترین لایه به زمین (تروپوسفر) قرار دارد.
- ث) بخش عمده هواکره را گازهای نیتروژن و اکسیژن تشکیل می‌دهند و فراوان ترین گاز نجیب در هواکره هلیم می‌باشد.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲ (۵) ۱

- ۷۲ - همه مطالب زیر درست‌اند. به جز.....

- (۱) رطوبت هوا متغیر بوده و میانگین بخار آب در هوا حدود یک درصد است.
- (۲) گاز آرگون در پتروشیمی شیراز از تقطری جزء‌به‌جزء هوا مایع با خلوص بسیار زیاد تهیه می‌شود.
- (۳) دما و فشار هواکره از جمله عوامل مهم در تعیین ویژگی‌های آن است و با افزایش ارتفاع از سطح زمین فشار هوا کاهش می‌یابد.
- (۴) در لایه‌های بالایی هواکره یون‌هایی مانند N_2^+ , O_2^+ , H_2^+ و He^+ را می‌توان یافت.

- ۷۳ - کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

- آ) از سبک‌ترین گاز نجیب برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.
- ب) فلزهایی مانند آهن، کروم و مس بیش از یک نوع اکسید تشکیل می‌دهند و فرمول شیمیایی مس (II) اکسید به صورت Cu_2O می‌باشد.
- پ) نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در کربن تترالکلرید برابر ۳ می‌باشد.
- ت) فلزهایی مانند طلا، پلاتین و آلومینیم به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند و نام شیمیایی SiO_2 , سیلیس می‌باشد.

(۱) آ و ت (۲) ب و ت (۳) آ و پ (۴) ب و پ (۵) آ و ت

- ۷۴ - نام چند ترکیب شیمیایی زیر درست است؟

- (آ) N_2O : دی‌نیتروژن اکسید
- (پ) Fe_2O_3 : آهن (III) اکسید
- (ث) PCl_5 : فسفر پنتاکلرید

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۲

- ۷۵ - هر کدام از مدل‌های فضاضرکن داده شده به یکی از مولکول‌های گوگرد تری‌اکسید، کربن دی‌اکسید و کربن مونوکسید مربوط است. با توجه به آن چند مورد از مطالب زیر درست است؟

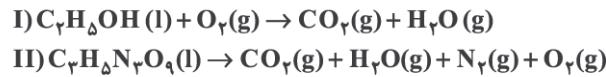
(I) (II) (III)

- آ) شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار لوویس مولکول‌های I و II با هم یکسان است.
- ب) مولکول III همانند مولکول نیتروژن دارای یک پیوند سه‌گانه می‌باشد.
- پ) مولکول‌های مربوط به مدل III، در دمای اتاق، گازی، بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی هستند.
- ت) در ساختار لوویس هر سه مولکول در مجموع، ۱۵ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- ث) از واکنش مولکول‌های I یا II با آب محلولی اسیدی با pH کمتر از ۷ تولید می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات

- ۷۶- پس از موازنۀ معادله‌های نمادی داده شده کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



آ) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در آنها، دو برابر ضریب CO_2 در واکنش (II) می‌باشد.

ب) مجموع ضرایب استوکیومتری ترکیب‌های شیمیایی یکسان در این دو واکنش برابر ۳۱ است.

پ) به ازای مصرف هر مول واکنش‌دهنده در واکنش (II) در مجموع، مقدار $5/5$ مول گاز گلخانه‌ای تولید می‌شود.

ت) در واکنش (I) همانند واکنش (II)، ضریب استوکیومتری هیچ دو ماده‌ای با هم یکسان نیست.

ث) برای سوختن کامل $2/0$ مول C_7H_8OH مقدار $13/44$ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP لازم است.

۴ آ، ب و ث ۳ ب، پ و ت ۲ ب، پ و ت ۱ آ، پ و ث

- ۷۷- کدام گزینه نادرست است؟

۱) سبک زندگی انسان، نوع وسایلی که در زندگی استفاده می‌کند و رفتارهایی که در شرایط مختلف محیطی انجام می‌دهد،

روی هواکره تأثیر می‌گذارد.

۲) برای آنکه مقدار CO_2 در هواکره از مقدار طبیعی آن فراتر نرود، باید مقدار اضافی آن به وسیله گیاهان یا دیگر پدیده‌های طبیعی مصرف شود.

۳) شواهد نشان می‌دهد در طول سده گذشته میانگین دمای کره زمین افزایش یافته و سبب شده است تا شرایط آب و هوایی در نقاط گوناگون زمین تغییر کند.

۴) بین مقدار میانگین کربن دی‌اکسید در هواکره و مساحت برف ذوب شده در نیمکره شمالی رابطه وارونه وجود دارد.

- ۷۸- در تولید مقدار یکسانی برق از کدام منبع تولید برق، ردپای CO_2 کمتر خواهد بود؟

۴ گرمای زمین ۳ انرژی خورشید ۲ باد ۱ زغال سنگ

- ۷۹- کدام مطلب نادرست است؟

۱) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده از خورشید را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد.

۲) اگر هواکره زمین وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین $18^{\circ}C$ کاهش می‌یابد.

۳) تنها بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هواکره جذب می‌شوند.

۴) سوخت سبز سوختی است که در ساختار خود افرون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد.

- ۸۰- کدام مطلب درست است؟

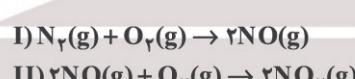
۱) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در ساختار لوویس مولکول‌های اکسیژن و اوزون متفاوت است.

۲) در شرایط یکسان، نقطه جوش اوزون از نقطه جوش اکسیژن، نیتروژن یا آرگون بالاتر است.

۳) با برخورد پرتو پرانرژی فروسرخ به مولکول اوزون، پیوند اشتراکی بین دو اتم اکسیژن آن شکسته و مولکول O_3 به یک اتم اکسیژن و یک مولکول اکسیژن تبدیل می‌شود.

۴) اصطلاح لایه اوزون به منطقه مشخصی از سومین لایه هواکره گفته می‌شود که بیشترین مقدار اوزون در آن محدوده قرار دارد.

- ۸۱- یکی از آلاینده‌ها در هوای شهرهای صنعتی و بزرگ گاز اوزون می‌باشد که طی سه واکنش زیر تولید می‌شود. با مصرف 3.0×10^{24} مولکول نیتروژن حداکثر چند لیتر گاز اوزون در شرایط STP تولید می‌شود؟



۱۱/۲ (۴)

۲۲/۴ (۳)

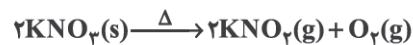
۱۱۲ (۲)

۲۲۴ (۱)

محل انجام محاسبات

- ۸۲- مقدار m گرم پتاسیم نیترات خالص را مطابق واکنش زیر حرارت داده‌ایم. اگر پس از مدت زمان معینی کاهش جرم مخلوط واکنش و جرم KNO_3 باقیمانده به ترتیب برابر ۶۴ و ۴۴ گرم باشد، نسبت عددی حجم گاز اکسیژن تولید شده در شرایط استاندارد به m کدام است؟

$$(N = 14, O = 16, K = 39 : g/mol^{-1})$$



۰/۰۵ (۴)

۰/۱ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

- ۸۳- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(آ) حفاری‌های باستانی شهر بابل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.

(ب) امید به زندگی شاخصی است که نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند.

(پ) آلاینده‌ها موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، نمونه ماده یا یک جسم وجود دارند و لکه‌های چربی و مواد غذایی روی لباس‌ها و پوست بدن نمونه‌هایی از انواع آنها هستند.

(ت) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسید (OH^-) دارند و هنگامی که عسل وارد آب می‌شود، مولکول‌های سازنده آن با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند.

۲) ب و پ

۴) آ و ت

۱) آ و ب

۳) پ و ت

- ۸۴- همه عبارت‌های زیر درست‌اند به جز.....

(۱) تفاوت جرم مولی اتیلن گلیکول و اوره با تفاوت جرم مولی اتان و اتن یکسان است.

(۲) چربی‌ها را می‌توان مخلوطی از پلی‌استرهای بلندزنگیر و اسیدهای چرب (با جرم مولی زیاد) دانست.

(۳) صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون یا چربی مانند روغن زیتون، نارگیل و پیه با سدیم هیدروکسید تهیه می‌کنند.

(۴) مخلوط‌ها نقش بسیار پُرنگی در زندگی ما دارند به طوری که اغلب موادی که در زندگی روزانه با آنها سروکار داریم، از مخلوط دو یا چند ماده تشکیل شده‌اند.

- ۸۵- با توجه به مخلوط‌های زیر کدام موارد از مطالب زیر درباره آنها درست است؟

مخلوط A: شربت معده مخلوط B: شیر مخلوط C: آب نمک

(آ) مخلوط C برخلاف مخلوط‌های A و B، نور را عبور می‌دهد.

(ب) مخلوط‌های B و C پایدار بوده و تنهشین نمی‌شوند.

(پ) اندازه ذرات سازنده در مخلوط B از مخلوط C بزرگ‌تر و از مخلوط A کوچک‌تر است.

(ت) با افزودن مقداری صابون به مخلوط آب و روغن مخلوطی به دست می‌آید که همانند مخلوط B همگن است.

(ث) مخلوط‌های A، B و C به ترتیب کلوبید، سوسپانسیون و محلول محسوب می‌شوند.

۴) آ، ب، ت و ث

۳) آ، ب و پ

۲) پ، ت و ث

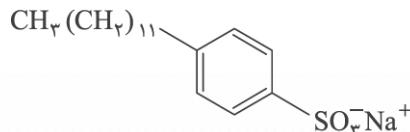
محل انجام محاسبات

- ۹۰ - کدام مطلب نادرست است؟

- ۱) صابون ماده‌ای است که هم در آب و هم در چربی حل می‌شود.
- ۲) شیر، ژله، سس مایونز، شربت معده و رنگ نمونه‌هایی از کلوئیدها هستند.

- ۳) پاک‌کننده‌ای با فرمول همگانی $\text{RC}_\text{H}_\text{f}\text{SO}_\text{v}^-\text{Na}^+$ از مواد پتروشیمیایی، طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شود.
- ۴) صابون طبیعی معروف به صابون مراغه با بیش از ۱۵۰ سال قدمت معروف‌ترین صابون سنتی ایران است.

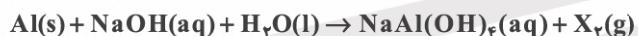
- ۹۱ - شمار اتم‌های H در فرمول شیمیایی صابون RCOO^-M^+ با شمار اتم‌های H در پاک‌کننده زیر یکسان است. اگر گروه R هر دو پاک‌کننده یکسان و تفاوت جرم مولی این دو نوع پاک‌کننده برابر ۱۱۷ گرم باشد، کاتیون M^+ با کدام گزینه مطابقت دارد؟



(H = 1, C = 12, N = 14, O = 16, Na = 23, K = 39, Li = 7, S = 32 : g.mol⁻¹)

Li⁺ (۴) K⁺ (۳) Na⁺ (۲) NH⁺ (۱)

- ۹۲ - کدام موارد از مطالب زیر درباره واکنش زیر درست است؟



- آ) این واکنش به چگونگی عملکرد یک پاک‌کننده غیرصابونی مربوط است.
- ب) گاز X_γ یکی از گازهای مورد نیاز برای تولید آمونیاک به روش هابر می‌باشد.
- پ) اگر در این واکنش از هیدروکلریک اسید استفاده شود، گاز X_γ گاز کلر خواهد بود.
- ت) این واکنش گرماده بوده و تولید گرما قدرت پاک‌کننده‌گی این مخلوط را افزایش می‌دهد.

۱) آ و پ ۲) ب و ت ۳) آ و ت ۴) پ و ت

- ۹۳ - در کدام گزینه هر دو مورد جزء پاک‌کننده‌های خورنده بوده و رنگ کاغذ H در محلول آنها به ترتیب از راست به چپ قرمز و آبی می‌باشد؟

۱) جوهر نمک - سدیم هیدروکسید

۲) جوهر نمک - صابون

۳) سدیم هیدروکسید - جوهر نمک

- ۹۴ - زنجیر هیدروکربنی R در پاک‌کننده‌ای با فرمول همگانی R--SO_v⁻Na⁺ سیرشده و دارای ۲۷ اتم هیدروژن می‌باشد.

تفاوت شمار اتم‌های کربن در فرمول شیمیایی این پاک‌کننده با شمار اتم‌های H در فرمول مولکولی نفتالن کدام است؟

۱) ۲۳ (۱) ۲) ۲۱ (۲) ۳) ۱۱ (۳) ۴) ۹ (۴)

- ۹۵ - همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز

۱) پاک‌کننده‌ای با فرمول همگانی $\text{RC}_\text{H}_\text{f}\text{SO}_\text{v}^-\text{Na}^+$ براساس برهمنش میان ذره‌ها عمل می‌کند.

۲) هرچه شوینده‌ای مواد شیمیایی بیشتری داشته باشد، احتمال ایجاد عوارض جانبی آن بیشتر خواهد بود.

۳) برای افزایش قدرت پاک‌کننده‌گی مواد شوینده به آنها نمک‌های فسفات می‌افزایند.

۴) به منظور افزایش خاصیت ضدغونی کننده‌گی و میکروب‌کشی صابون‌ها به آنها کلر اضافه می‌کنند.

محل انجام محاسبات



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۲
۱۴۰۳ شهریور



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	حسابان	ویراستاران	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)
۱	حسابات	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان		مهدی‌یار شریف - نیکا موسوی	
۲	هندسه	مهریار راشدی		نیما اشرف‌نیا - مهدی‌یار شریف	حسن محمدیگی - محمد شاه‌محمدی احمدرضا فلاح
۳	گستته	رضا توکلی		نیما اشرف‌نیا - مهدی‌یار شریف	رضا توکلی - سوگند روشنی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان		مهدی‌یار شریف - محمد رضا خادمی	علیرضا مهرداد - مرتضی میرخانی
۵	شیمی	مسعود جعفری		محمد داود‌آبادی - کارو محمدی	جواد پرتوی - محمد عظیمیان زواره

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیر علی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی‌زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کanal Telegram @taraaznet مراجعه نمایید.

مرکز آموزش مارس برتر



حسابات

۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$x = 0 \Rightarrow y = \pm 5 \Rightarrow (0, 5), (0, -5)$$

$$x = \pm 1 \Rightarrow y^2 = 24 \Rightarrow y \notin \mathbb{Z}$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow y^2 = 21 \Rightarrow y \notin \mathbb{Z}$$

$$x = \pm 3 \Rightarrow y = \pm 4$$

$$\Rightarrow (3, 4) (3, -4) (-3, 4) (-3, -4)$$

$$x = \pm 4 \Rightarrow y = \pm 3$$

$$\Rightarrow (4, 3) (4, -3) (-4, 3) (-4, -3)$$

$$x = \pm 5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (5, 0), (-5, 0)$$

پس اگر حداقل ۵ زوج مرتب حذف کنیم تابع خواهد شد.

۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$g(3-x) = \sqrt{\lambda-x} \quad 3-x=t \Rightarrow g(t) = \sqrt{\lambda-(3-t)}$$

$$\Rightarrow g(x) = \sqrt{\lambda+x}$$

$$f(x-a) = \sqrt{b+x} \quad \left. \begin{array}{l} \\ x-a=t \Rightarrow x=a+t \end{array} \right\} \Rightarrow f(t) = \sqrt{a+b+t}$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{x+a+b}$$

$$. a+b=5, f(x)=g(x) \text{ پس}$$

۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$I) 12-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 12$$

$$II) x-\sqrt{12-x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{12-x} \leq x$$

$$\frac{x \geq 0}{x \geq 4} \Rightarrow x^2 + x - 12 \geq 0 \Rightarrow (x+4)(x-3) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \leq -4 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$(I) \cap (II) : D_f = [3, 12] \Rightarrow 10 \text{ تعداد اعداد صحیح}$$

۴. گزینه ۴ صحیح است.

اولاً بیان شده برد شامل ۶ عدد صحیح غیرمنفی باشد، پس $0 < x <$. با توجه به آنکه عبارت زیر رادیکال باید مثبت باشد، داریم:

$$\frac{k}{x} \geq 4, x > 0 \Rightarrow k > 0.$$

$$f(x) = \sqrt{kx - 4x^2}, 0 < x \leq \frac{k}{4}$$

یعنی عبارت $kx - 4x^2$ به ازای $x = \frac{k}{4}$ بیشترین مقدار خواهد بود (نقطه وسط ۲ ریشه طول رأس سهمی است). بنابراین:

$$0 < x \leq \frac{k}{4} \Rightarrow f(\frac{k}{4}) = \sqrt{\frac{k^2}{4} - \frac{4k^2}{64}}$$

$$\Rightarrow f(\frac{k}{4}) = \sqrt{\frac{4k^2}{64}} = \frac{2k}{8} = \frac{k}{4}$$

دقت کنیم باید اعداد $5, 4, 3, 2, 1, 0$ اعداد صحیح داخل برد باشند. پس:

$$5 \leq \frac{k}{4} < 6 \Rightarrow 20 \leq k < 24$$

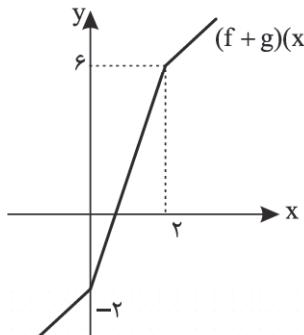
۵. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا ضابطه هر یک از نمودارها را به دست آورده و به کمک آن ضوابط f و g را به دست می‌آوریم:

$$f(x) + 2x = \begin{cases} x & x \leq 2 \\ 2 & x > 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -x & x \leq 2 \\ 2-2x & x > 2 \end{cases}$$

$$4x - g(x) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ 2-x & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} 4x-2 & x < 0 \\ 5x-2 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$(f+g)(x) = \begin{cases} 3x-2 & x < 0 \\ 4x-2 & 0 \leq x \leq 2 \\ 3x & x > 2 \end{cases}$$



۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$(0, -1) \in gof \Rightarrow gof(0) = -1 \Rightarrow 0 \in D_f \Rightarrow a = 0$$

$$gof(0) = g(0) = c \Rightarrow c = -1$$

$$(3, 3) \in fog \Rightarrow fog(3) = 3 \Rightarrow b = 3$$

$$f = \{(2, 3), (-1, 2), (0, 1)\}$$

$$g = \{(1, -1), (2, 3), (3, 2)\}$$

$$cf(c) + bg(b-1) = -f(-1) + 3g(2) = -2 + 3 \times 3 = 7$$

۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$g(x) = [x] + [-x] + 4 \Rightarrow g(x) = \begin{cases} 4 & x \in \mathbb{Z} \\ 3 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

برای آنکه $y = fog(x)$ تابعی ثابت باشد، باید (۴) پس:

$$\begin{cases} f(4) = 64 + 4a \\ f(3) = 36 + 3a \end{cases} \Rightarrow 64 + 4a = 36 + 3a \Rightarrow a = 36 - 64 = -28$$

۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$-1 < x < 0 \Rightarrow y = -1 - x + 1 = -x$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow y = 0 - x - 0 = -x$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow y = 1 - x - \sin \frac{\pi}{2} = -x$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow y = 2 - x - 0 = 2 - x$$

$$3 \leq x < 4 \Rightarrow y = 3 - x + 1 = 4 - x$$

در این بازه، نمودار تابع از ۳ پاره خط به موازات هم تشکیل شده است.

۹. گزینه ۴ صحیح است.

در انسیاست افقی باید x به $\frac{x}{k}$ که $1 < k < 0$ تبدیل شود و در انقباض

عمودی باید مقادیر تابع در k' که $1 < k' < 0$ ضرب شود. این اتفاق فقط در گزینه ۴ رخداده است.

۱۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{\text{قرینه به محور عرض ها}}{y = \sqrt{6+x}} \Rightarrow y = \sqrt{6+x} \Rightarrow y = \sqrt{6+x+\alpha}$$

$$\sqrt{6+x+\alpha} = \sqrt{6-x} \Rightarrow x = -2$$

$$4+\alpha=8 \Rightarrow \alpha=4 \Rightarrow f(-4)=\sqrt{6+4}=\sqrt{10}$$

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$y = f(2 - \frac{x-2}{3}) \quad \text{ابتدا ۲ واحد به راست انتقال می دهیم:}$$

$$y = f(2 - \frac{\frac{x}{3}-\frac{2}{3}}{3}) \quad \text{پس طول نقاط را ۳ برابر می کنیم:}$$

$$\Rightarrow y = f(2 - \frac{\frac{x}{9}-\frac{2}{9}}{9}) \Rightarrow y = f(\frac{24-x}{9})$$





نقطه A'' بر f واقع است، پس:

$$f(3) = 1 - m$$

$$9 - 6 + m = 1 - m \Rightarrow m = -1$$

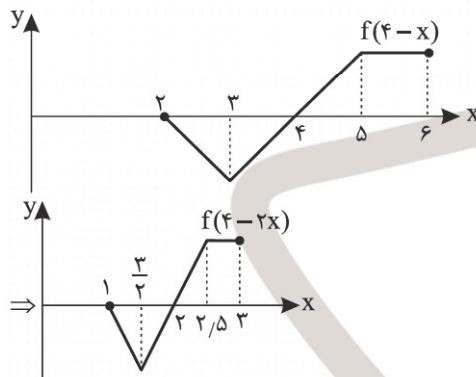
۱۶. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا نمودار با یک انتقال افقی را تماماً در یک ناحیه قرار می‌دهیم. سپس نسبت به محور عرض‌ها بازتاب می‌دهیم. $y = f(x+2)$ تماماً در ناحیه دوم است. لذا $f(-x+2)$ تماماً در ناحیه اول است. لذا در تابع $y = f(-x+a)$ با شرط $a \geq 2$ همین اتفاق می‌افتد.

$f(x-2)$ تماماً در ناحیه اول است. لذا $y = f(-x-2)$ تماماً در ناحیه دوم است. لذا اگر $|a| \geq 2$ نمودار تابع فقط در یک ناحیه قرار می‌گیرد.

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) \xrightarrow{x=2 \text{ خط}} f(4-x) \xrightarrow{\text{طول نقاط نصف}} f(4-2x)$$



۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = 6x^3 - (abx - 2ax^2 + 2b - 4x) - b$$

$$\Rightarrow f(x) = (6+2a)x^3 + (4-ab)x - 2b - b$$

$$\Rightarrow a = -3, 4+3b = 0 \Rightarrow b = -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = 4$$

هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

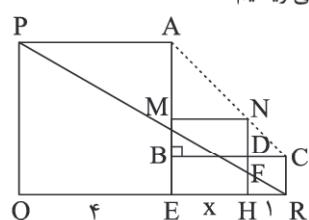
از تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 3$ نتیجه می‌گیریم $a = 3b$ و $c = 3d$. پس:

$$\frac{abc + abd}{b^3 d} = \frac{ac + ad}{bd} = \frac{(3b)(3d) + (3b)(d)}{bd} = \frac{12bd}{bd} = 12$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۰)

۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

طول ضلع مریع وسطی را x در نظر می‌گیریم. مطابق شکل ضلع مریع کوچکتر را امتداد می‌دهیم تا ضلع مریع متوسط را در B قطع کند. اکنون با استفاده از قضیه تالس می‌نویسیم:



$$\triangle ABC : MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تعیین تالس}} \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \quad (1)$$

۱۲. گزینه ۳ صحیح است.

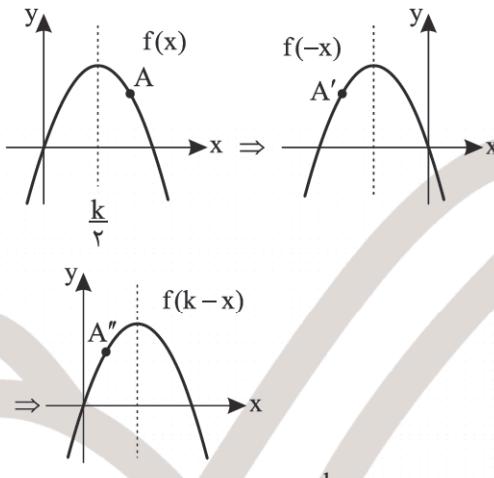
$$y = kx - x^2 \xrightarrow{\substack{\text{قرینه نسبت به} \\ \text{محور عرض‌ها}}} y = k(-x) - (-x)^2 = -kx - x^2$$

اگر نمودار را k واحد به راست انتقال دهیم، آنگاه:

$$y = -k(x-k) - (x-k)^2 = -kx + k^2 - x^2 - k^2 + 2kx$$

$$= kx - x^2 \xrightarrow{\text{نمودار بر خودش منطبق می‌شود. اما نقطه } A \text{ به نقطه } A'' \text{ مطابق}}$$

شکل انتقال پیدا می‌کند:



قرینه A نسبت به خط $x = \frac{k}{2}$ است. یعنی:

$$A'' = (k - x_0, y_0)$$

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

اگر نمودار تابع نسبت به مبدأ قرینه شود، هم‌زمان x و y قرینه می‌شوند و اگر طول نقاط نصف شود، x به $-2x$ تبدیل می‌شود:

$$\frac{\text{قرینه نسبت به} \quad \text{مبدأ محتملات}}{\text{خط}} \rightarrow y = -\frac{-2x+k}{-x-4} = \frac{k-2x}{x+4}$$

$$\xrightarrow{\text{طول نقاط نصف}} y = \frac{k-4x}{2x+4}$$

$$\begin{cases} y = \frac{2x+k}{x-4} & x=-1 \rightarrow -2+k = \frac{k+4}{-2+4} \\ y = \frac{k-4x}{2x+4} & \\ \Rightarrow \frac{k-2}{-5} = \frac{k+4}{2} \Rightarrow 2k-4 = -5k-20 \Rightarrow 7k = -16 \\ \Rightarrow k = -\frac{16}{7} \end{cases}$$

۱۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1}{2-3x} \xrightarrow{\substack{\text{سه واحد به راست} \\ \text{طول نقاط دو برابر}}} y = \frac{1}{2-3(x-3)} = \frac{1}{-3x+11}$$

$$\xrightarrow{\text{برای یافتن ضابطه } h \text{ داریم:}} g(x) = \frac{1}{-\frac{3}{2}x+11} = \frac{2}{22-3x}$$

$f(x) = \frac{1}{2-3x} \xrightarrow{\text{طول نقاط نصف}} y = \frac{1}{2-6x}$

$$\xrightarrow{\substack{\text{سه واحد به چه} \\ \text{خط}}} h(x) = \frac{1}{2-6(x+3)} = \frac{1}{-6x-16}$$

$$g(x) = \frac{2}{22-3x}, h(x) = \frac{1}{-6x-16} \Rightarrow h(-3) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow goh(-3) = g(\frac{1}{2}) = \frac{2}{22-3x} = \frac{4}{41}$$

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

f : $A(1, m-1)$ رأس سه‌می

۲ : $A'(3, m-1)$ واحد راست

۳ : $A''(3, 1-m)$ قرینه



$$\triangle ABD : BD^2 = AB^2 + AD^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow BD = 10.$$

$$\triangle BDE \Rightarrow BD = DE \xrightarrow{BD=10} DE = 10.$$

$$EC = DC - DE = 14 - 10 = 4$$

اگر N وسط BC باشد، سوال از مطالع MN را می‌خواهد.

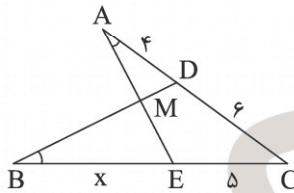
از طرف دیگر در مثلث متساوی الساقین BDE ارتفاع DM میانه هم است. پس $BM = ME = 6$ بنابراین:

$$\triangle BEC : \frac{BM}{ME} = \frac{BN}{NC} \xrightarrow{\text{عكس تالس}} MN \parallel EC$$

$$\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MN}{EC} = \frac{BM}{BE} \Rightarrow \frac{MN}{8} = \frac{6}{12} \Rightarrow MN = 4$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

۲۳. گزینه ۱ صحیح است.



مثلثهای $\triangle BCD$ و $\triangle AEC$ به حالت (z-z) متشابه‌اند. (\hat{C} مشترک و $\hat{A} = \hat{B}$). بنابراین:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{CE}{CD} \Rightarrow \frac{10}{x+5} = \frac{5}{6} \Rightarrow 60 = 5x + 25 \Rightarrow 35 = 5x \Rightarrow x = 7$$

از طرفی مثلثهای $\triangle BME$ و $\triangle AMD$ نیز به حالت (z-z) متشابه‌اند ($\hat{A} = \hat{B}$, $\hat{M} = \hat{M}$). بنابراین نسبت مساحت‌های آنها برابر با مربوط نسبت تشابه است.

$$\frac{S_{\triangle AMD}}{S_{\triangle BME}} = \left(\frac{AD}{BE} \right)^2 = \left(\frac{4}{7} \right)^2 = \frac{16}{49}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

دو مثلث $\triangle PQR$ و $\triangle ABC$ به حالت تناسب سه ضلع با هم متشابه‌اند.

$$(20^{\circ})^2 = \frac{24}{36} = \frac{2}{3} \quad \text{پس زوایای متناظر در هر دو مثلث با هم برابرند، یعنی:}$$

$$\hat{B} = \hat{P}, \hat{A} = \hat{R}, \hat{C} = \hat{Q}$$

بنابراین:

$$\hat{A} + \hat{C} + \hat{P} = \hat{A} + \hat{C} + \hat{B} = 180^{\circ} = 1$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۰)

۲۵. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا اندازه AB را می‌باییم.

به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AC^2 = BC \times CH \Rightarrow (6\sqrt{3})^2 = BC \times 9 \Rightarrow 36 \times 3 = 9BC$$

$$\Rightarrow BC = 12 \xrightarrow{CH=9} BH = 3$$

$$AB^2 = BC \times BH \Rightarrow AB^2 = 12 \times 3 = 36 \Rightarrow AB = 6$$

از طرف دیگر $CD = 1$, $BC = x + 1$ است پس $BD = x$ و $AM = AE - ME = 4 - x$ است. همچنین $AB = 3$ است. در نتیجه:

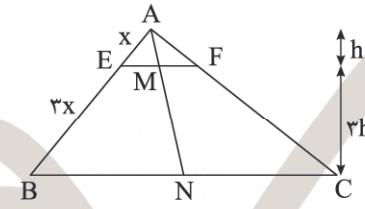
$$(1) \Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{4-x}{3} \Rightarrow 3x = 4x - x^2 + 4 - x \Rightarrow x^2 = 4 \\ \Rightarrow x = 2$$

بنابراین:

$$\triangle PQR : FH \parallel PQ \xrightarrow{\text{عمیم تالس}} \frac{FH}{PQ} = \frac{HR}{QR} \Rightarrow \frac{FH}{4} = \frac{1}{1+x+4} \\ \xrightarrow{x=2} FH = \frac{4}{7}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۵)

۲۱. گزینه ۳ صحیح است.



$$\frac{AE}{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} AE = x \\ EB = 3x \end{cases}$$

چون $EF \parallel BC$ است بنابر تالس ارتفاع مثلث AEF به ارتفاع مثلث ABC برابر ۱ به ۴ است.

از طرفی:

$$\frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} AF = y \\ FC = 3y \end{cases}$$

$$MF \parallel NC \Rightarrow \frac{MF}{NC} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} MF = k \\ NC = 4k \end{cases}$$

$$\frac{S_{\triangle AME}}{S_{\triangle FMNC}} = \frac{\frac{1}{2} \times EM \times k}{\frac{1}{2} \times MF + NC \times 3k} = \frac{1}{(k+4k) \times 3} = \frac{1}{15} \\ \Rightarrow 15k = 2t \Rightarrow k = \frac{2}{15} t$$

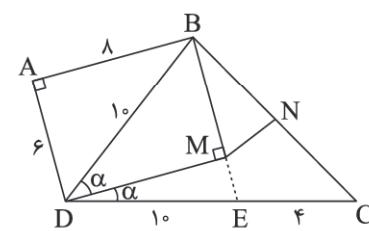
بنابراین:

$$\frac{MF}{BN} = \frac{k}{4t} = \frac{\frac{2}{15} t}{4t} = \frac{1}{30}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۵)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

بنابر فرض سؤال DM نیمساز زاویه \hat{BDE} است. پس در مثلث BDE پاره خط DM هم نیمساز و هم ارتفاع است. در نتیجه مثلث BDE متساوی الساقین است.





$$\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

اکنون طرفین رابطه (۱) را از چپ در وارون ماتریس ضرب
می کنیم.

$$\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -15 & 6 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه های قطر فرعی ماتریس X برابر -18 است.
(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۵)

$$\begin{aligned} A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 3 & -b \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-2b-3a} \begin{bmatrix} -b & -a \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -b & -a \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \\ = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -b & -a \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -b & -a \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} \end{bmatrix} \Rightarrow y = \frac{4}{5}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۵)

ریاضیات گستته

۳۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$2) 6|3 \times 8 \Rightarrow 6|8$$

$$3) 6|2+4 \Rightarrow 6|2, 6|4$$

$$4) 4 \times 6 / 12, 4 / 12, 6 / 12$$

(ریاضیات گستته، صفحه های ۹ و ۱۲)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

اگر $a \nmid c$ و $b \nmid c$ ، شرایط سؤال برقرار است. اما $c = 16$ و $b = 4$ و $a = 8$ اثبات بقیه موارد:

$$1) \begin{cases} a^2 | b^3 \\ b^2 | c \end{cases} \xrightarrow{\text{تولن}} a^4 | b^6 \Rightarrow a^4 | c^3$$

$$2) \begin{cases} a^2 | b^3 \\ b^2 | c \end{cases} \Rightarrow a^2 b^2 | b^3 c \xrightarrow[b \neq 0]{} a^2 | bc$$

$$3) a^2 | b^3 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} a^2 | b^4 \Rightarrow \begin{cases} a | b^2 \\ b^2 | c \end{cases} \Rightarrow a | c \Rightarrow a | c^3$$

(ریاضیات گستته، صفحه های ۹ و ۱۲)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{1}{y+1} = \frac{3x-1}{x^2-1} \Rightarrow y+1 = \frac{x^2-1}{3x-1} \xrightarrow{x, y \in \mathbb{Z}} 3x-1 | x^2-1$$

$$\Rightarrow 3x-1 | 3(x^2-1)-x(3x-1)$$

$$\Rightarrow 3x-1 | 3(x+3)-3x+1 \Rightarrow 3x-1 | 8$$

$$\Rightarrow 3x-1 = \pm 1 \text{ یا } 8 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ یا } \pm 2 \text{ یا } \pm 8$$

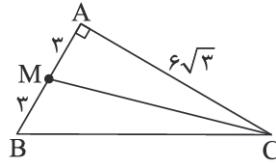
دامنه تابع $x = \pm 1, \pm 2, \pm 8$

$$B \left| \begin{array}{c} 3 \\ 0 \end{array} \right., \quad A \left| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right.$$

روی منحنی فوق هستند.

(ریاضیات گستته، صفحه ۱۲)

بزرگ ترین میانه، نظیر کوتاه ترین ضلع است.



$$\Delta AMC : CM^2 = (6\sqrt{3})^2 + 3^2 = 108 + 9 = 117 \Rightarrow CM = \sqrt{117}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۴)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

ماتریس A وارون پذیر نیست هرگاه $|A| = 0$ باشد.

$$\begin{aligned} A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & m & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} &\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ 2+m & m+1 \end{bmatrix} \\ \xrightarrow{|A|=0} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2+m & m+1 \end{vmatrix} &= 0 \Rightarrow 2m + 2 + 6 + 3m = 0 \\ \Rightarrow 5m = -8 &\Rightarrow m = -\frac{8}{5} = -1.6 \end{aligned}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۵)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$aA + 3A^{-1} = bI \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{3}(-aA + bI) \quad (1)$$

از طرفی ماتریس های $A - I$ و $A + 2I$ وارون یکدیگرند. پس:

$$(A - I)(A + 2I) = I \Rightarrow A^2 + 2A - A - 2I = I \Rightarrow A^2 + A = 3I$$

$$\Rightarrow A(A + I) = 3I \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{3}(A + I) \quad (2)$$

با مقایسه روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{1}{3}(-aA + bI) = \frac{1}{3}(A + I) \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 0$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۴)

۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می آوریم.

$$\begin{aligned} A^2 &= \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \\ \Rightarrow A^2 &= A^2 \times A = A \end{aligned}$$

پس:

$$(A^2 + A^2 - A + I)^{-1} = (A + I - A + I)^{-1} = (2I)^{-1}$$

$$= \frac{1}{2}I^{-1} = \frac{1}{2}I = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه های این ماتریس برابر ۱ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۴)

۲۹. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا $|A|$ را پیدا می کنیم.

$$|A| = \begin{vmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ \frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{vmatrix} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3$$

پس تساوی ماتریسی داده شده به صورت زیر درست آید.

$$\begin{bmatrix} 2|A| & |A| \\ 1 & \frac{2}{|A|} \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$a = 14q + 5 = 7(2q) + 5 \xrightarrow{x \neq 2} 11a = 77(2q) + 55$$

$\underline{x \neq 2}$

$$a = 33q' + 9 = 11(3q') + 9 \xrightarrow{x=3} 7a = 77(3q') + 63$$

$\underline{x=3}$

$$\begin{cases} 22a = 77(4q) + 11 \\ -21a = 77(-9q') - 189 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 77(\underbrace{4q - 9q'}_{q'}) - 79 + 2 \times 77 - 2 \times 77$$

$$\Rightarrow a = 77(q'' - 2) + 75 \Rightarrow r = 75$$

(ریاضیات گسته، صفحه های ۱۳ و ۱۶)

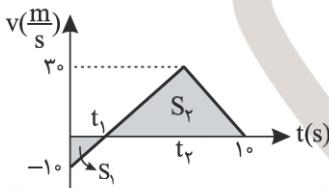
فیزیک

۴۱. گزینه ۱ صحیح است.

در بازه زمانی $t < t < 2s$ ، علامت سرعت منفی و مکان مثبت است
و باید تندی متوسط را در این بازه به دست آوریم.

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{1}{\lambda} = 1/25 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۸)



۴۲. گزینه ۲ صحیح است.

می دانیم مساحت سطح زیر
منحنی سرعت - زمان به ما
مسافت طی شده را می دهد.

$$S_1 = \frac{1 \cdot t_1}{2} = 5t_1$$

$$S_2 = \frac{(10 - t_1) \times 3}{2} = 15 - 15t_1$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow S_{av} = \frac{5t_1 + 15 - 15t_1}{10}$$

$$S_{av} = \frac{15 - 10t_1}{10} \Rightarrow S_{av} = 15 - t_1$$

$$S_{av} = 13 \frac{m}{s} \Rightarrow 15 - t_1 = 13 \Rightarrow t_1 = 2s$$

شیب خط اول شتاب حرکت تندشونده است. (دقت کنید در بازه زمانی t_1 تا t_2 حرکت تندشونده است).

$$a = \frac{1}{2} = 5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱)

۴۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta x (7s - 3s)}{\Delta x (1s - 8s)} = \frac{3v}{7v} = \frac{3}{7}$$

در حرکت با سرعت ثابت، جایه جایی متحرک در هر ثانیه برابر با سرعت
متحرک است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16 - 4}{7 - 3} = 3 \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{t=7s} 4 = 3 \times 3 + x_0 \Rightarrow x_0 = -5m$$

لحظه تغییر جهت بردار مکان: $x = vt + x_0 = 3t - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{3}s$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳)

۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$x^3 + x^2 - 6x = x(x^2 + x - 6) = x(x+3)(x-2)$$

$$x = 17k \xrightarrow{k=6} 102$$

یا

$$x+3 = 17k \Rightarrow x = 17k - 3 \xrightarrow{k=7} 116$$

یا

$$x-2 = 17k \Rightarrow x = 17k + 2 \xrightarrow{k=6} 104$$

(ریاضیات گسته، صفحه های ۹ تا ۱۱)

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

فرد و ۲ هم فرد است و چون $a | b+2$ پس a هم فرد می باشد.

$$\begin{cases} \text{فرد } a \Rightarrow a^2 = \lambda q + 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = \lambda(q + q') + 2 \\ \text{فرد } b \Rightarrow b^2 = \lambda q' + 1 \end{cases}$$

(ریاضیات گسته، صفحه ۱۶)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{array}{c|c} a & 12 \\ \hline & q \end{array}$$

$$3q^2 - 1$$

$$0 \leq 3q^2 - 1 < 12 \Rightarrow q_{\max} = 2 \Rightarrow a_{\max} = 12 \times 2 + 11 = 35$$

$$35 = \{1, 5, 7, 35\}$$

(ریاضیات گسته، صفحه ۱۶)

۴۸. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا $(312, 1404)$ را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} 312 = 13 \times 2^3 \times 3 \\ 1404 = 3^3 \times 2^3 \times 13 \end{cases} \Rightarrow (312, 1404) = 2^3 \times 3 \times 13 = 156$$

جواب مسئله $[90, 156]$ می باشد.

$$\begin{cases} 156 = 2^2 \times 3 \times 13 \\ 90 = 2^1 \times 3^2 \times 5 \end{cases} \Rightarrow [156, 90] = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 13 = 2340$$

(ریاضیات گسته، صفحه های ۱۳ و ۱۶)

۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

باید $(3n-1, 5n+2)$ را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} d | 3n-1 \xrightarrow{\times(-5n)} d | -15n^2 + 5n \\ d | 5n^2 + 2n + 2 \xrightarrow{\times 3} d | 15n^2 + 6n + 6 \end{cases} \Rightarrow d | 11n + 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d | 11n + 6 \xrightarrow{\times 3} d | 33n + 18 \\ d | 3n-1 \xrightarrow{\times(-11)} d | -33n + 11 \end{cases} \Rightarrow d | 29 \xrightarrow{d \neq 1} d = 29$$

(ریاضیات گسته، صفحه های ۹ و ۱۳)

۵۰. گزینه ۴ صحیح است.

اگر اعداد صحیح را با عدد ۷ افزایش کنیم، خواهیم داشت:

$$n = 7k \Rightarrow n^2 = 7k'$$

$$n = 7k \pm 1 \Rightarrow n^2 = 7k' + 1$$

$$n = 7k \pm 2 \Rightarrow n^2 = 7k' + 4$$

$$n = 7k \pm 3 \Rightarrow n^2 = 7k' + 2$$

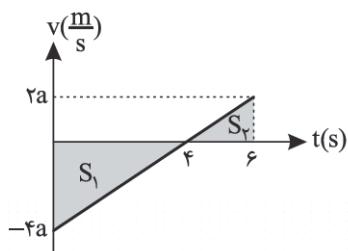
(ریاضیات گسته، صفحه ۱۵)



۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

در $t = 4s$ ، سرعت متحرك برابر صفر است. با رسم نمودار $v - t$ ، به محاسبه مسافت می‌پردازیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=4s} 0 = 4a + v_0 \Rightarrow v_0 = -4a \Rightarrow v = at - 4a \\ \Rightarrow v_f = 2a$$



$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{-4a \times 4}{2} + \frac{2a \times 2}{2} = -6a$$

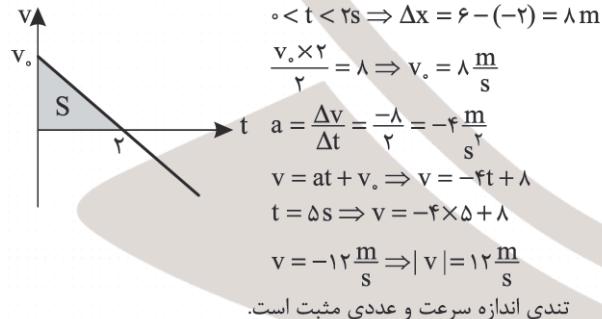
$$L = |S_1| + |S_2| = 8a + 2a = 10a$$

$$\frac{|\Delta x|}{L} = \frac{6a}{10a} = 0.6$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۷)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

چون نمودار مکان - زمان سهمی شکل است یعنی مکان تابع درجه دوم زمان است، سرعت حرکت تابع درجه اول زمان خواهد شد و نمودار آن خطی است. می‌دانیم مساحت سطح محصور بین منحنی سرعت - زمان و محور زمان برابر جایه‌جایی است، به این ترتیب داریم:

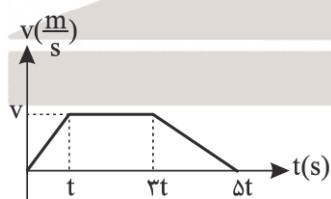


تندی اندازه سرعت و عددی مثبت است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۵۱. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا نمودار سرعت - زمان حرکت را رسم می‌کنیم:



بزرگی تغییر سرعت در مرحله اول و سوم حرکت یکسان است و بر طبق رابطه $\Delta v = a(\Delta t)$ چون بزرگی شتاب در مرحله سوم نصف بزرگی شتاب در مرحله اول است مدت زمان حرکت کندشونده در مرحله سوم دو برابر مدت زمان حرکت تندشونده در مرحله اول حرکت است.

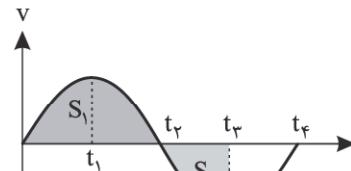
$$S_{v-t} = \Delta x \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{\Delta t + 2t}{2} \right) \times v = \frac{vt}{2}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 28 = \frac{vt}{2t} \Rightarrow 28 = \frac{v}{2} \Rightarrow v = 4.0 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

(۱)

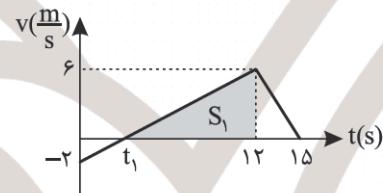


$$\begin{cases} \Delta x = S_1 - S_2 \\ ||S_1|| > ||S_2|| \end{cases} \Rightarrow \Delta x > 0$$

۲) متحرك در لحظه t_2 تغییر جهت داده است.۳) شتاب متحرك در بازه t_1 تا t_2 در جهت محور و در بازه t_2 تا t_3 خلاف جهت محور است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

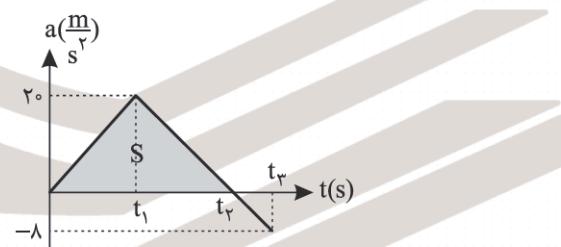
حرکت تندشونده این متحرك، از لحظه $t = 12s$ تا $t = 15s$ است.

$$\frac{t_1}{12-t_1} = \frac{2}{6} \Rightarrow t_1 = 3s$$

$$3s < t < 12s \Rightarrow L = S_1 = \frac{(12-3) \times 6}{2} = 27m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.



$$\Delta v = S = \frac{2 \times t_2}{2} = 1.0t_2$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1.0t_2}{t_2 - 0} = 1.0 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۵)

۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$1.0 \frac{km}{h} = 3.0 \frac{m}{s}, 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$$

کامیون: $x = vt + x_0 \Rightarrow x_1 = 3t$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}t^2 + 2t = 3t \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 = 1.0t$$

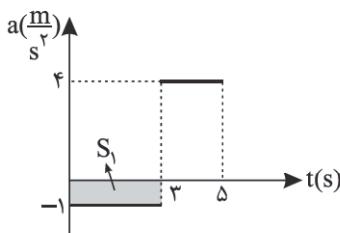
$$\Rightarrow t = 4s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 4 + 20 = 40 \frac{m}{s} = 144 \frac{km}{h}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱)

مرکز آموزش مارس برتر

پایه دوازدهم . آزمون ۲ . پاسخنامه ریاضی فیزیک



در بازه ۳ تا ۵ س حرکت با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2}$ انجام می‌شود.

$$\Delta x = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 + v_0 (\Delta t)$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times 2^2 + (-1 \times 2) = 8 - 2 = 6 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

اگر سرعت دو متحرک را در لحظه t_1 برابر با v فرض کنیم داریم:

$$v_B = v_A A \Rightarrow \frac{v+2}{t_1} = \frac{v-1}{t_1}$$

$$v+2 = 2v-2 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \left(\frac{v+v_0}{2} \right) t \Rightarrow \frac{\Delta x_B}{\Delta x_A} = \frac{\frac{(4+2)}{2} \times t_1}{\frac{(4+1)}{2} \times t_1} = \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$x = -2/5 t^2 + v_0 t$$

$$-2/5 t^2 + v_0 t - x' = 0$$

اگر متحرک در دو لحظه t_1 و t_2 از مکان x' بگذرد در معادله

$$t_1^2 - 2/5 t_1^2 + v_0 t_1 - x' = 0$$

با استفاده از رابطه ضرب ریشه‌ها در معادله درجه ۲،

$$at^2 + bt + c = 0$$

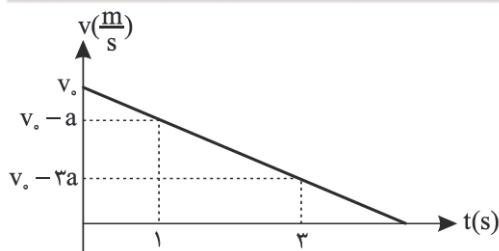
$$t_1 t_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 \times 10 = \frac{-x'}{-2/5} \Rightarrow x' = 50 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

اگر جهت حرکت اولیه را مثبت فرض کنیم، شتاب حرکت منفی خواهد

شد. اگر بزرگی شتاب را a فرض کنیم مطابق نمودار سرعت - زمان داریم:



$$S_{v-t} = \Delta x$$

$$\Delta x (0 < t < 1) = \Delta x (1 < t < 3)$$

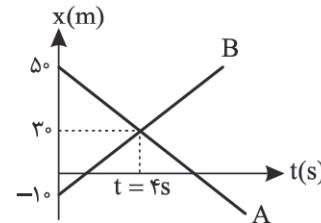
$$\frac{v_0 + (v_0 - a)}{2} \times 1 = \frac{(v_0 - a) + (v_0 - 3a)}{2} \times 2 = 6$$

$$v_0 - \frac{a}{2} = 2v_0 - 4a = 6$$

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$v_A = (v_{av})_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3-0}{1-0} = -3 \text{ m/s}$$

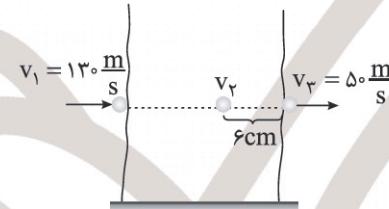
$$x_A = v_A t + x_0 \Rightarrow 3 = -3t + 0 \Rightarrow -2 = -3t \Rightarrow t = \frac{2}{3} \text{ s}$$



$$v_B = (v_{av})_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{0-(-1)}{4-0} = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ m/s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.



$$v = at + v_0 \Rightarrow v_2 = v_2 + at$$

$$\Rightarrow v_2 = 6 - a \times 10^{-3}$$

$$(1, 2) : \Delta x = \frac{v_2 + v_3}{2} \Delta t$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^{-3} = \frac{6 + (6 - a \times 10^{-3})}{2} \times 10^{-3} \Rightarrow a = -2 \times 10^4 \text{ m/s}^2$$

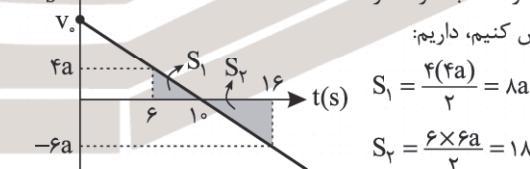
$$(1, 3) : v_3 - v_1 = 2a \Delta x \Rightarrow 6 - 12 = 2 \times (-2 \times 10^4) \times L$$

$$\Rightarrow -12 = -4 \times 10^4 L \Rightarrow L = 0.003 \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

اگر اندازه شتاب حرکت را a فرض کنیم، داریم:



$$L = S_1 + S_2 \Rightarrow L = 26a = 104 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v_0 = 10a = 40 \text{ m/s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم سطح زیر نمودار منحنی شتاب - زمان برابر با تغییر سرعت است. ابتدا سطح زیر منحنی را بین صفر تا ۳ ثانیه به دست می‌آوریم.

$$0 < t < 3s \Rightarrow \Delta v = S_1 = 3 \times (-1) = -3 \text{ m/s}$$

$$v_3 - v_0 = -3 \Rightarrow v_3 - 2 = -3 \Rightarrow v_3 = -1 \text{ m/s}$$





۶۴. گزینه ۲ صحیح است.

راه اول: براساس اصل پاسکال، فشار اضافی ناشی از مایع اضافه شده به طور یکسان به همه نقاط جیوه وارد می‌شود. اگر a و A مساحت سطح مقطع دهانه ظرف و سطح مقطع پایین ظرف باشند و m جرم مایع اضافه شده باشد، داریم:

$$\frac{mg}{A} = \frac{\Delta F}{A}$$

$$\Delta F = \frac{A}{a} \Rightarrow \frac{\Delta F}{mg} = \frac{a}{10} = 5$$

$$\Delta F = 5mg$$

$$\Delta F = 5\rho Vg$$

$$\Delta F = 5 \times 6 / 8 \times 10^3 \times 40 \times 10^{-9} \times 10 = 13/6 N$$

دقت کنید که مایع سرریز نمی‌شود.

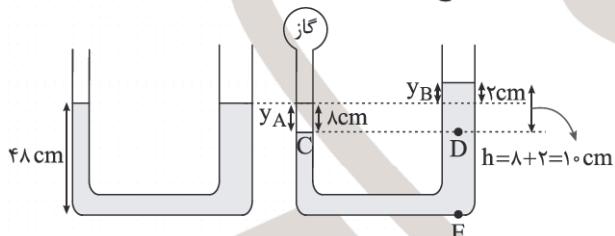
راه دوم: ابتدا افزایش ارتفاع آب در اثر اضافه کردن مایع را به دست می‌آوریم:

$$V = Ah \Rightarrow 40 = 10h \Rightarrow h = 4 cm$$

$$F = \rho ghA = 6800 \times 10 \times 4 \times 10^{-2} \times 50 \times 10^{-4} = 13/6 N$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.



$$\Delta V_A = \Delta V_B \Rightarrow y_A \cdot A_A = y_B \cdot A_B \Rightarrow \lambda \times A_A = y_B \times 4 A_A \Rightarrow y_B = 2 cm$$

پتانسیل فشار گاز مایع

$$D = \frac{(\rho_{\text{جیوه}} - \rho_{\text{مایع}})gh}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{6/8 \times 10}{13/6} = 5 \text{ cmHg}$$

$$P_C = 75 + 5 = 80 \text{ cmHg}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۳۴)

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

فشار کل در کف ظرف در ۲ حالت یکسان است. زیرا از رابطه

$$P = \frac{(m_1 + m_2)g}{A} + P_0$$

مایع ثابت است.

$$\rho_T = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{(1 \times Ah_1) + (0.8 \times A \times (4h_1))}{Ah_1 + A \times 4h_1} \Rightarrow \rho = \frac{4/2h_1}{5h_1} = 0.8 \text{ g/cm}^3$$

اگر P فشار کل در کف ظرف باشد، داریم:

$$P = P_A + \rho_1 gh$$

$$P = P'_A + \rho_T gh$$

$$P_A + \rho_1 gh = P'_A + \rho_T gh \Rightarrow P'_A - P_A = gh(\rho_1 - \rho_T)$$

$$P'_A - P_A = 10 \times 0.1 (1 - 0.8) \times 10^3 = 0.16 \times 10^3 = 160 \text{ Pa}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۳۴)

$$-2 \times \begin{cases} v_0 - \frac{a}{2} = 6 \\ 2v_0 - 4a = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2v_0 + a = -12 \\ 2v_0 - 4a = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \frac{m}{s} \\ v_0 = 7 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = -at + v_0 \Rightarrow v = (-2 \times 2) + 7 = 3 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

گزینه‌های (الف)، (ب) درست‌اند و موارد (ج) و (د) غلط است.
ج) در لوله‌های موبین که درون ظرف جیوه قرار می‌گیرند، سطح جیوه درون لوله پایین‌تر از سطح جیوه درون ظرف است و هر چه قطر لوله کمتر باشد، ارتفاع ستون جیوه در آن کمتر است.
د) با افزایش دما هر دو نیروی هم‌چسبی و دگرچسبی کاهش می‌یابد.

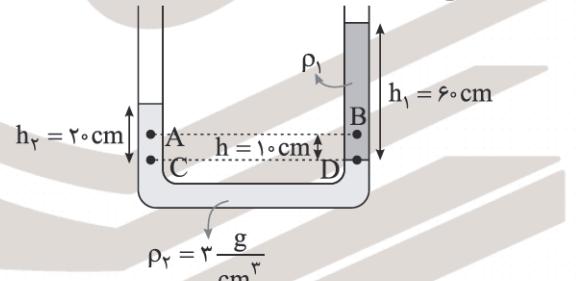
۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

اگر سطح داخل لوله موبینی که در آب قرار گیرد، چرب شود سطح آب در لوله پایین رفته و سطح آن به صورت محدب یا برآمده درمی‌آید.
(فیزیک دهم، صفحه ۲۱ تا ۲۴)

۶۹. گزینه ۱ صحیح است.

نیروی وارد بر کف ظرف همان وزن مایع است، پس نیروی وارد بر کف ثابت است. از رابطه $P = \rho gh$ چون در حالت دوم سطح مقطع ۴ برابر می‌شود و mg ثابت است، پس فشار در کف ظرف $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.
(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.



در لوله‌های U شکل که دو مایع مخلوط‌نشدنی در حالت تعادل قرار دارند، نقاط همتراز در یک مایع ساکن، هم‌فشارند و اگر نقاط همتراز درون دو مایع باشند، نقطه مربوط به مایع چگال‌تر، فشار کمتری دارد.

$$P_C = P_D \Rightarrow \rho_2 gh_2 + P_0 = \rho_1 gh_1 + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 \Rightarrow 3 \times 20 = \rho_1 \times 60 \Rightarrow \rho_1 = 1 \frac{g}{cm^3}$$

$$P_C = P_D \Rightarrow P_A + \rho_2 gh = P_B + \rho_1 gh$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = gh(\rho_1 - \rho_2)$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = 10 \times 0.1 (1 - 3) \times 10^3 = -2000 \text{ Pa} = -2 \text{ kPa}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۳۴)

۷۱. گزینه ۴ صحیح است.

نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع $F = \rho ghA$
 $= 1000 \times 10 \times 0.2 \times 50 \times 10^{-4} \Rightarrow F = 10 \text{ N}$
نیروی وارد بر سطح زیرین ظرف $F' = mg = 0.8 \times 10 = 8 \text{ N}$
(فیزیک دهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)



مرکز نخبه آموزش مارس برتر

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.
در حالت شناوری و غوطه‌وری نیروی شناوری برابر وزن است و چون

$$F_A = F_B = mg$$

هر دو جسم وزن یکسان دارند، پس:
چون A شناور و B غوطه‌ور شده است، پس:

$$\rho_A < \rho_{آب} \Rightarrow \rho_A < \rho_B$$

$\rho_B = \rho_{آب}$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

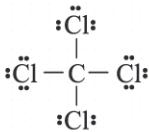
۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

آ) سبکترین گاز نجیب هلیم است و افزون بر این کاربرد، برای پرکردن

بالنهای هواشناسی، تفریحی و تبلیغاتی در جوشکاری و کپسول

غواصی نیز کاربرد دارد.

ب) فرمول شیمیایی مس (II) اکسید به صورت CuO می‌باشد.
پ) درست



ت) نادرست، آلومینیم در طبیعت به حالت ترکیب یافت می‌شود.
(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۱ و ۵۳)

۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

آ) نادرست، دی‌نیتروژن مونوکسید
ب) درست

پ) درست

ت) نادرست، منیزیم فلورورید
ث) درست

ج) نادرست، باریم نیترید

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

آ) نادرست، دی‌نیتروژن مونوکسید

ب) درست

پ) درست

ت) نادرست، منیزیم فلورورید

ث) درست

ج) نادرست، باریم نیترید

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

آ) درست

ب) درست

پ) درست، گربن مونوکسید (CO) گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی

است. چگالی این گاز کمتر از هوا و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار

زیاد است.

ت) نادرست، در مجموع ۱۴ جفت الکترون ناپیوندی دارند.

ث) درست، CO_2 و SO_3 اکسید اسیدی می‌باشند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۷۲. گزینه ۱ صحیح است.

I) $C_7H_6OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$

II) $4C_7H_6N_3O_9 \rightarrow 12CO_2 + 10H_2O + 6N_2 + O_2$

آ) درست، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله‌های I و II به ترتیب برابر ۹ و ۳۳ می‌باشد.

ب) نادرست، O_2 ترکیب محسوب نمی‌شودا مجموع ضرایب استوکیومتری CO_2 و H_2O در دو واکنش برابر ۲۷ می‌باشد.

پ) درست، $CO_2(g)$ و $H_2O(g)$ گاز گلخانه‌ای محسوب می‌شوند.

? mol(CO_2, H_2O) = ۱ mol $C_7H_6N_3O_9 \times \frac{۲۲\text{mol}(CO_2, H_2O)}{۴\text{mol}C_7H_6N_3O_9}$
= ۵/۵ mol(CO_2, H_2O)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

در حالت شناوری و غوطه‌وری نیروی شناوری برابر وزن است و چون

$$F_A = F_B = mg$$

هر دو جسم وزن یکسان دارند، پس:

چون A شناور و B غوطه‌ور شده است، پس:

$$\rho_A < \rho_{آب} \Rightarrow \rho_A < \rho_B$$

$$\rho_B = \rho_{آب}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.



$$P_A = P_B$$

$$75 \times 10^3 + 13600 \times 10 \times \frac{25}{100} = 10^5 + \rho \times 10 \times \frac{45}{100}$$

$$\rho = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۳۱)

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$3 \frac{\text{lit}}{\text{min}} \times \frac{1\text{min}}{60\text{s}} \times \frac{1000\text{cm}^3}{1\text{lit}} = 50 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$Av = 20 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = \text{آهنگ جریان شاره خروجی}$$

$$50 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} - 20 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 30 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 1/8 \frac{\text{lit}}{\text{min}}$$

$$1/8 \frac{\text{lit}}{\text{min}} = \frac{18 \text{lit}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 10 \text{ min}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۳۴)

۷۲. گزینه ۴ صحیح است.

آهنگ شارش شاره در تمام نقاط ثابت و یکسان است. با عبور شاره از

قسمت ۲، مساحت مقطع لوله کاهش یافته و تنیدی عبور شاره از آن

افزایش می‌یابد و طبق اصل برنولی، فشار داخلی شاره کاهش می‌یابد.

(فیزیک دهم، صفحه ۳۴)

شیمی

۷۳. گزینه ۳ صحیح است.

آ) درست

ب) درست، از نیتروژن برای این منظور استفاده می‌شود.

پ) نادرست، گربن دی‌اکسید (CO_2) گازی سه‌اتمی است!

ت) درست

ث) نادرست، فراوان‌ترین گاز نجیب در هوکر، آرگون (Ar) می‌باشد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۴۱، ۴۶ و ۴۹)

۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

H_2 در بین این یون‌ها وجود ندارد. این یون‌ها عبارتند از: N_4^+

He^+, H^+, O^+ و O_2^+

بررسی عبارت‌های درست:

۱) البته این مقدار از جایی به جای دیگر، از روزی به روز دیگر و حتی

از ساعتی به ساعت دیگر تغییر می‌کند.


پایه دوازدهم . آزمون ۲ . پاسخنامه ریاضی فیزیک

۸۲. گزینه ۳ صحیح است.
کاهش جرم مخلوط واکنش مربوط به جرم O_2 تولید شده می‌باشد.
بنابراین:

$$\text{?LO}_2 = 64\text{g O}_2 \times \frac{1\text{ mol O}_2}{32\text{g O}_2} \times \frac{22/4\text{L O}_2}{1\text{ mol O}_2} = 44/8\text{LO}_2$$

$$\text{?g KNO}_3 = 64\text{g O}_2 \times \frac{1\text{ mol O}_2}{32\text{g O}_2} \times \frac{2\text{ mol KNO}_3}{1\text{ mol O}_2}$$

$$\times \frac{101\text{g KNO}_3}{1\text{ mol KNO}_3} = 404\text{g KNO}_3$$

$$m = 404\text{g} + 44 = 448\text{g}$$

$$\frac{44/8}{448} = 0/1$$

(شیمی دهم، صفحه های ۱۰ و ۱۱)

۸۳. گزینه ۲ صحیح است.

آ) نادرست، انسان‌ها چند هزار سال پیش از میلاد، به همراه آب از موادی شبیه صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.

ب) درست

پ) درست

ت) نادرست، نام گروه عاملی OH^- - گروه هیدروکسیل می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴ و ۵)

۸۴. گزینه ۲ صحیح است.

چربی‌ها را می‌توان مخلوطی از استرهای بلندزنجر و اسیدهای چرب دانست.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱)

$$\left. \begin{array}{l} C_2H_6O_2 = 62: \text{g.mol}^{-1} \\ \text{CO(NH}_2)_2 = 60: \text{g.mol}^{-1} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} C_2H_6 = 30: \text{g.mol}^{-1} \\ C_2H_4 = 28: \text{g.mol}^{-1} \end{array} \right\}$$

(۳) فرمول کلی صابون جامد به صورت RCOO^-Na^+ می‌باشد.

صابون‌های مایع، نمک پتاویم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند.

(۴) نمونه‌هایی از این مخلوط‌ها: آب دریا، هو، نوشیدنی‌ها، انواع رنگ‌ها، سرامیک‌ها، چسب‌ها، شوینده‌ها، داروها و ...

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴ تا ۶)

۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

مخلوط‌های A، B و C به ترتیب: سوسپانسیون، کلرید و محلول محسوب می‌شوند.

آ) درست، محلول‌ها نور را عبور می‌دهند و کلرید و سوسپانسیون نور را پخش می‌کنند.

ب) درست، کلریدها و محلول‌ها پایدار بوده و تهنشین نمی‌شوند.

پ) درست

محلول > کلرید > سوسپانسیون: اندازه ذرات سازنده

ت) نادرست، کلریدها مخلوط‌هایی ناهمگن می‌باشند.

ث) نادرست

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۷ و ۸)

۸۶. گزینه ۴ صحیح است.

الگوهای (I) و (II) به ترتیب به اسید چرب و استر سنگین مربوط است. هر چند به دلیل وجود گروه کربوکسیل (-COOH) در اسیدهای چرب امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد. اما به دلیل غلبه بخش ناقطبی بر قطبی، اسیدهای چرب در آب نامحلول‌اند.

ت) نادرست، در واکنش (I) ضریب استوکیومتری O_2 و H_2O یکسان است.

ث) درست

$$\text{?LO}_2 = 0/2\text{mol C}_2\text{H}_5\text{OH} \times \frac{2\text{ mol O}_2}{1\text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{22/4\text{L O}_2}{1\text{ mol O}_2}$$

$$= 13/44\text{L O}_2$$

(شیمی دهم، صفحه های ۱۳، ۱۴، ۱۵ و ۱۶)

۷۷. گزینه ۴ صحیح است.

با افزایش مقدار میانگین کربن دی‌اکسید در هوایکره، میانگین دمای کره زمین، میانگین مساحت برف در نیمکره شمالی و میانگین جهانی آب‌های آزاد به ترتیب افزایش، کاهش و افزایش می‌یابد. بدیهی است مساحت برف ذوب شده در نیمکره شمالی افزایش می‌یابد.

(شیمی دهم، صفحه های ۶۷ و ۶۸)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

در تولید مقدار یکسانی برق از منابع زیر، مقایسه ردهای CO_2 تولید شده عبارت است از:

باد > گرمای زمین > انرژی خورشید > گاز طبیعی > نفت خام > زغالسنگ
(شیمی دهم، صفحه های ۵ و ۶)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

اگر هوایکره زمین وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به -18°C کاهش می‌یافتد. با کاهش دما از 14°C به -18°C مقدار کاهش دما برابر 32°C خواهد بود.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده می‌شود.

(۲) بخش عمده‌ای از این پرتوها به وسیله زمین جذب می‌شود.

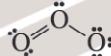
(۳) سوخت سبز سوتختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد و از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید. این مواد ریست‌تخریب پذیرند، از این رو به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تعزیز می‌شوند.

(شیمی دهم، صفحه های ۶۹ و ۷۰)

۸۰. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(۱) این نسبت در هر دو یکسان و برابر $\frac{1}{2}$ می‌باشد.



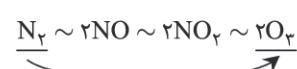
(۳) پرتو موردنظر، پرتو پرانرژی فرابنفش می‌باشد.

(۴) اصطلاح لایه اوزون به منطقه مشخصی از استراتوسفر (دومین لایه هوایکره) می‌گویند که بیشترین مقدار اوزون در آن محدوده قرار دارد.

(شیمی دهم، صفحه های ۷۳ و ۷۴)

۸۱. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به این سه واکنش، با مصرف هر مول N_2 حداقل ۲ مول O_3 تولید می‌شود. زیرا:



$$\text{?LO}_2 = 3/01 \times 10^{24} N_2 \times \frac{1\text{ mol N}_2}{6/02 \times 10^{23} N_2} \times \frac{2\text{ mol O}_3}{1\text{ mol N}_2}$$

$$\times \frac{22/4\text{L O}_3}{1\text{ mol O}_3} = 224\text{L O}_3$$

(شیمی دهم، صفحه های ۷۵، ۷۶ و ۷۷)



مرکز تخصصی آموزش مارس برتر

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

شربت معده یک سوسپانسیون محسوب می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷، ۸ و ۱۱)

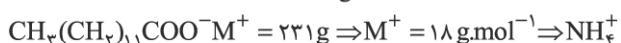
۹۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{RCOO}^-\text{M}^+ = ? \text{ g.mol}^{-1}$$



با توجه به یکسان بودن گروه R هر دو پاک‌کننده و تقاؤت جرم مولی آنها و بیشتر بودن جرم مولی پاک‌کننده غیرصابونی می‌توان نوشت:

$$\text{RCOO}^-\text{M}^+ = 348 - 117 = 231 : \text{g.mol}^{-1}$$



نکته: بدون محاسبه و با توجه به یکسان بودن شمار اتم‌های H در هر

دو پاک‌کننده، به سادگی NH_4^+ به دست می‌آید!!!

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۱)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

از مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم برای باز کردن مجاري مسدود شده در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود.

این پاک‌کننده به شکل پودر عرضه می‌شود و یک پاک‌کننده خورنده می‌باشد. این پودر برای باز کردن لوله‌ها و مسیرهایی استفاده می‌شود

که بر اثر ایجاد رسوب و تجمع چربی‌ها بسته شده‌اند.

آ) نادرست

ب) درست، گاز X_۲ گاز هیدروژن می‌باشد.

پ) نادرست، آلومینیم در واکنش با محلول اسیدها یا بازها گاز H_۲ تولید می‌کند.

ت) درست، گرما منجر به ذوب چربی‌هایی که باعث مسدود شدن لوله‌ها و مسیرها شده‌اند می‌شود و تولید گاز با ایجاد فشار مکانیکی باعث باز شدن لوله و مسیر می‌شود. افزون بر آن باعث ایجاد سوراخ‌های ریز در چربی‌ها و پاک کردن آسان‌تر می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۹۳. گزینه ۱ صحیح است.

جوهرنمک و سدیم هیدروکسید پاک‌کننده‌های خورنده محسوب می‌شوند و از نظر شیمیایی فعال‌اند و نباید با پوست تماس داشته باشند. رنگ کاغذ pH در محلول‌های جوهرنمک و سدیم هیدروکسید به ترتیب قرمز و آبی می‌باشد.

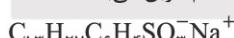
(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۳)

۹۴. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به آنکه فرمول عمومی بنیان آلکیل (R) به صورت C_nH_{2n+1} می‌باشد، فرمول شیمیایی R به صورت C₁₂H₂₇ خواهد بود:

$$2n+1 = 27 \Rightarrow n = 13$$

بنابراین این پاک‌کننده در مجموع دارای ۱۹ اتم کربن می‌باشد.



فرمول مولکولی نفتالن C₁₀H₈ می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۱)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

برای این منظور به صابون‌ها ترکیب‌های کلردار اضافه می‌کنند. بررسی عبارت‌های درست:

۱) زیرا این پاک‌کننده یک پاک‌کننده غیرصابونی است. پاک‌کننده‌های غیرصابونی و صابونی براساس برهمنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

۲) به همین دلیل مصرف زیاد شوینده‌ها و تنفس بخار آنها، عوارض پوستی و بیماری‌های تنفسی ایجاد می‌کند.

۳) این نمک‌ها با یون‌های کلسیم و مینیزیم موجود در آبهای سخت واکنش داده و از تشکیل رسوب و ایجاد لکه جلوگیری می‌کنند.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۳)

بررسی عبارت‌های درست:

۱) از واکنش اسیدهای چرب یا استر اسیدهای چرب با NaOH

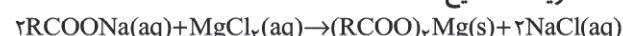
می‌توان صابون جامد (RCOO⁻Na⁺) تولید کرد.

۲) الگوی مربوط به مولکول روغن زیتون یا چربی کوهان شتر (C₅₇H₁₁₀O₆) همانند الگوی (II) می‌باشد.

۳) زیرا در مولکول استر سنگین و اسید چرب به ترتیب ۶ و ۲ اتم اکسیژن وجود داشته و هر اتم اکسیژن در ترکیب‌های آلی دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

۸۷. گزینه ۳ صحیح است.



$$59\text{ g} (\text{RCOO})_2\text{Mg} = \frac{1}{2} \text{ mol} (\text{RCOO})_2\text{Mg} \times \frac{1 \text{ mol} (\text{RCOO})_2\text{Mg}}{2 \text{ mol RCOONa}}$$

$$\times \frac{x \text{ g} (\text{RCOO})_2\text{Mg}}{1 \text{ mol} (\text{RCOO})_2\text{Mg}} \Rightarrow x = 59 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow (\text{RCOO})_2\text{Mg} = 59 \text{ g} \Rightarrow 2R + 88 + 24 = 59$$

$$\Rightarrow R = 239 : \text{g.mol}^{-1}$$

$$\text{RCOONa} = 239 + 12 + 32 + 23 = 306 : \text{g.mol}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷ و ۹)

۸۸. گزینه ۴ صحیح است.

چون این صابون مایع است، کاتیون M⁺ باید NH₄⁺ یا K⁺ باشد.

جرم مولی صابون‌های مایع K⁺ و RCOO⁻NH₄⁺ به RCOO⁻M⁺ ترتیب زوج و فرد می‌باشد:

$$240 \text{ g} \text{ RCOO}^-\text{M}^+ = 0.8 \text{ mol} \text{ RCOO}^-\text{M}^+$$

$$\times \frac{x \text{ g} \text{ RCOO}^-\text{M}^+}{1 \text{ mol} \text{ RCOO}^-\text{M}^+} \Rightarrow \text{RCOOM}^+ = 301 \text{ g}$$

بنابراین M⁺ در آن NH₄⁺ است.

۱) درست، عنصرهای سازنده آمیدها نیز C، H، N و O هستند.

۲) درست

$$\text{RCOO}^-\text{NH}_4^+ = 301 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow R + 12 + 32 + 14 + 4 = 301 \text{ g}$$

$$\Rightarrow R = 239 : \text{g.mol}^{-1}$$

$$\text{C}_n\text{H}_{2n+1} = 239 \Rightarrow n = 17 \Rightarrow \text{C}_{17}\text{H}_{35}$$

پس فرمول اسید چرب آن C₁₇H₃₅COOH، C₁₇H₃₅، خواهد بود و با توجه به

H₃ COO⁻NH₄⁺ فرمول شیمیایی این صابون ۳۹ اتم H وجود دارد.

۳) درست، C₁₈H₃₆O₂ یا C₁₇H₃₅COOH

۴) نادرست، زیرا کاتیون M⁺ در آن K⁺ نیست!

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

آ) نادرست، این گونه آب‌ها به «آب سخت» معروف هستند.

ب) نادرست، زیرا این ماده در آب نامحلول است و انجفال پذیری مواد

نامحلول در آب از ۰٪ گرم حل شونده در ۱۰۰ گرم آب کمتر است.

پ) درست

ت) درست، زیرا بخش ناقطبی در آنها، بر بخش قطبی غلبه دارد.

همگانی این نوع صابون‌ها که جامد هستند، RCOONa است که در

آن R یک زنجیر هیدروکربنی بلند است.

ث) درست، زیرا با افزودن صابون به مخلوط آب و روغن، یک کلوبید

ایجاد می‌شود و کلوبیدها ناهمگن و پایدار بوده و تهشیش نمی‌شوند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷ و ۹)