

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

مرحله سوم

پایه دوازدهم

تاریخ برگزاری: ۲۶ مرداد / ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

ویژه کنکورهای ۱۴۰۴

ویژگی‌های برنامه راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۱۴۰۳-۰۴

- ۱- دوره دروس پایه دهم
- ۲- دوره دروس پایه یازدهم
- ۳- مطالعه بخشی از دروس پایه دوازدهم
- ۴- امکان فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه / مرحله	اول ۱۳ تیر	دوم ۵ مرداد	سوم ۲۶ مرداد	چهارم ۱۶ شهریور	پنجم ۶ مهر
دهم	-	✓	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	-	✓	✓	-

با توجه به موارد فوق دفتر چه از آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۳ قسمت تشکیل شده است.

هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو یا سه قسمت (که قبلاً در پنل کاربری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.

آزمون مرحله دوم (که در تاریخ ۵ مرداد ۱۴۰۳ برگزار شد) به شروع پیشروی دهم و یازدهم اختصاص داشت؛ چنانچه نتوانستید در این آزمون شرکت کنید، امکان برگزاری این آزمون به صورت آنلاین فراهم است.

آزمون مرحله سوم (همین دفتر چه‌ای که در دست دارید) ادامه پیشروی پایه دهم و یازدهم و شروع پیشروی دوازدهم است.

در برنامه شروع مجدد دوازدهم از مهر، تمامی سرفصل‌های دوازدهم، مجدد از مهر، در برنامه راهبردی دیده شده است.

شروع مجدد دوازدهم از مهر



پایه دهم

چنانچه پایه دهم را در پند کاربری خود انتخاب کرده اید، به سوالات این دفتر چه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

بودجه بندی دروس

هندسه	حسابان و ریاضیات پایه
هندسه (۱) فصل ۲ (درس ۲، ۳ و ۴) صفحه ۳۴ تا ۵۱	ریاضی (۱) فصل ۵ صفحه ۹۴ تا ۱۱۷
شیمی	فیزیک
شیمی (۱) فصل ۱ (از ابتدای «آرایش الکترونی اتم» و فصل ۲ (تا ابتدای «چه بر سر هواکره می آوریم؟» صفحه ۳۰ تا ۶۴)	فیزیک (۱) فصل ۲ (از ابتدای «شماره در حرکت و اصل برنولی» و فصل ۳ صفحه ۴۳ تا ۸۲)

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۳۰ دقیقه	۱۵	۱	۱۵	ریاضی
۲۰ دقیقه	۲۵	۱۶	۱۰	هندسه
۳۰ دقیقه	۴۵	۲۶	۲۰	فیزیک
۲۰ دقیقه	۶۰	۴۶	۱۵	شیمی
۱۰۰ دقیقه		۶۰ سؤال		مجموع

ریاضی دهم

۱- به ازای چند مقدار m ، رابطه $f = \{(m, 3m+1), (2m, -1), (2, 7), (3, 7)\}$ تابع نیست؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۲- حداقل چند زوج مرتب از رابطه $f = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x|(|y|+2) = 6\}$ باید حذف شود تا به یک تابع برسیم؟

- ۲ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۳- اگر $f(x) = \begin{cases} a + b\sqrt{10+3x} & ; |x| \leq 2 \\ (a+4)x + b & ; |x| \geq 2 \end{cases}$ ضابطه یک تابع باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- ۲ (۱) -۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴)

۴- با فرض $A = \{a, b, c, d, e\}$ و $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ، چند تابع مانند f از A به B می توان تعریف کرد به طوری که

$$f(b) = 3, f(a) > 2 \text{ و برای } x \neq a, b, f(x) \leq 3 \text{ باشد؟}$$

- ۵۴ (۱) ۸۱ (۲) ۳۶ (۳) ۲۴ (۴)

۵- در یک مثلث قائم الزاویه، طول وتر برابر ۳ و طول ضلع کوچک تر برابر $3a$ است. اگر این مثلث را حول ضلع کوچک تر

دوران دهیم، حجم شکل حاصل تابعی از a است. ضابطه این تابع کدام است؟

$$V(a) = 9\pi(a - 3a^3) \quad (۲) \qquad V(a) = 9\pi(3a - a^3) \quad (۱)$$

$$V(a) = 27\pi(a - a^3) \quad (۴) \qquad V(a) = 9\pi(a - a^3) \quad (۳)$$

۶- تابع $f(x) = x^2 + kx$ مفروض است. اگر مجموع دو تابع $y = f(4-x)$ و $y = 8 - f(x)$ تابعی ثابت باشد، مقدار k

کدام است؟

- ۸ (۱) -۸ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴)

۷- اگر $f(x) = \frac{ax + a - 6}{a - 8x}$ در دامنه اش تابع ثابت $f(x) = c$ باشد، حداقل مقدار ac کدام است؟

- ۲ (۱) ۲ (۲) -۱۸ (۳) ۱۸ (۴)

۸- دامنه هر دو تابع $f(x) = 2x - a$ و $g(x) = a - x$ بازه $[-2, 1]$ است. اگر اشتراک برد دو تابع بازه $[0, 1]$ باشد، مقدار

مثبت a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴)

محل انجام محاسبات

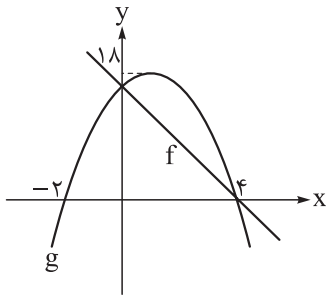
۹- تابع $f(x) = (ax+6)^2 - (3x+2a)^2$ به همراه تابع خطی g مفروضاند. اگر تابع $y = f(x) + g(x)$ همانی باشد، مقدار $g(a)$ کدام است؟

- (۱) ۲ یا -۳ (۲) ± 3 (۳) ۳ یا -۲ (۴) ± 2

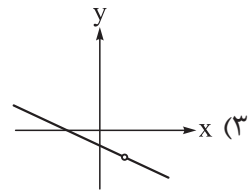
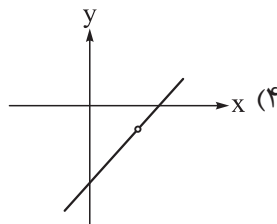
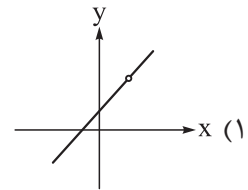
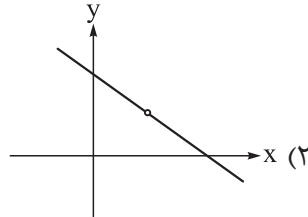
۱۰- دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{(m-1)x^2 - 12x + n}$ به صورت $\mathbb{R} - \{m\}$ است. حداقل مقدار ممکن برای mn کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۶ (۴) ۴۸

۱۱- نمودار تابع خطی f و تابع درجه دوم g در شکل مقابل رسم شده است.



نمودار تابع $y = \frac{g(x)}{f(x)}$ کدام است؟



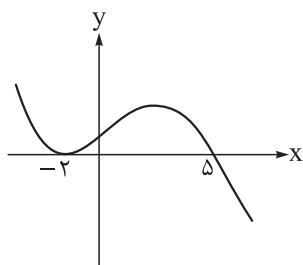
۱۲- اگر $f(x) = 3 + \sqrt{a-x}$ باشد، اشتراک دامنه و برد آن تک‌عضوی است. مقدار $f(2a-12)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۳- دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{\frac{4}{x+2}} - 1$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 2]$ (۲) $(-1, 2]$ (۳) $(-2, 2]$ (۴) $(-\infty, -2]$

محل انجام محاسبات



۱۴- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. به ازای کدام زوج مرتب (a, b) ،

دامنهٔ تابع $g(x) = \sqrt{(ax+b)f(x)}$ کل اعداد حقیقی است؟

(۲) $(-2, 10)$

(۱) $(-10, -2)$

(۴) $(20, 4)$

(۳) $(3, -15)$

۱۵- دامنهٔ تابع $f(x) = 2x + \sqrt{(a-1)x^2 + bx + a - 3}$ بازهٔ $[2, +\infty)$ است. دامنهٔ تابع $g(x) = x - \sqrt{b - 2ax}$

کدام است؟

(۴) $[2, +\infty)$

(۳) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

(۲) $(-\infty, \frac{1}{2}]$

(۱) $(-\infty, 2]$

محل انجام محاسبات

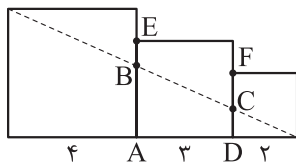
هندسه دهم

۱۶- اندازه دو زاویه از مثلثی به طول اضلاع a ، b و c برابر با ۶۱° و ۷۲° است. کوچک‌ترین زاویه مثلثی به طول اضلاع $\frac{1}{4}a$ ، $\frac{1}{4}b$ و $\frac{1}{4}c$ چند درجه است؟

- (۱) $۲۳/۵^\circ$ (۲) ۴۷° (۳) $۳۰/۵^\circ$ (۴) ۶۱°

۱۷- دو مثلث با محیط‌های ۱۵ و ۱۰ متشابه‌اند. اگر مساحت یکی از آن‌ها ۱۸ باشد، اختلاف مقادیر قابل قبول برای مساحت مثلث دیگر کدام است؟

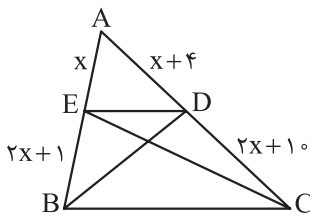
- (۱) ۱۵ (۲) $۳۲/۵$ (۳) ۲۷ (۴) ۴۰



۱۸- در شکل مقابل سه مربع در کنار هم قرار گرفته‌اند. حاصل $\frac{BE}{CF}$ کدام است؟

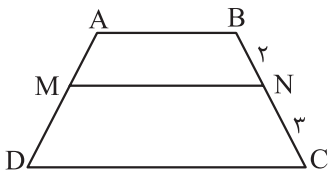
- (۱) $۰/۶$ (۲) $۰/۷$ (۳) $۰/۸$ (۴) $۰/۹$

۱۹- مطابق شکل اگر مساحت دو مثلث CDE و BED برابر باشد، آن‌گاه $\frac{DE}{BC}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{4}{13}$ (۴) $\frac{5}{13}$

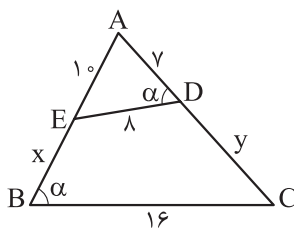
۲۰- مطابق شکل، در دوزنقه $ABCD$ طول قاعده بزرگ سه برابر طول قاعده کوچک است.



مساحت دوزنقه $MNCD$ چند برابر مساحت دوزنقه $ABNM$ است؟

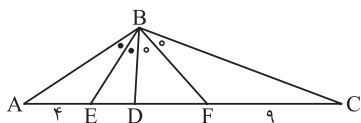
- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{16}{9}$ (۳) $\frac{16}{7}$ (۴) $\frac{18}{7}$

۲۱- با توجه به شکل، حاصل $\frac{y}{x}$ کدام است؟



- (۱) ۳ (۲) $۳/۵$ (۳) $۳/۲۵$ (۴) $۳/۷۵$

محل انجام محاسبات



۲۲- در مثلث ABC ، نقطه D روی ضلع AC چنان است که $\widehat{CBD} = 2\widehat{A}$ و $\widehat{ABD} = 2\widehat{C}$. اگر BE و BF به ترتیب نیمساز زاویه‌های \widehat{ABD} و \widehat{CBD} باشند، به طوری که $AE = 4$ و $CF = 9$ ، آن گاه طول پاره خط EF کدام است؟

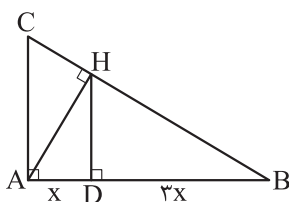
- ۵ (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۲۳- نسبت طول اضلاع زاویه قائمه یک مثلث قائم‌الزاویه $\frac{1}{4}$ است. نسبت طول وتر به طول ارتفاع وارد بر آن کدام است؟

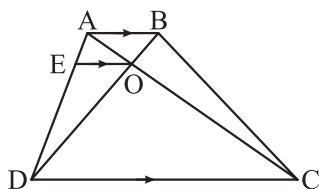
- ۲ (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

۲۴- اگر مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC برابر $8\sqrt{3}$ باشد، طول ضلع AC کدام است؟

- ۳ (۲) ۴ (۱) ۶ (۴) ۲ (۳)



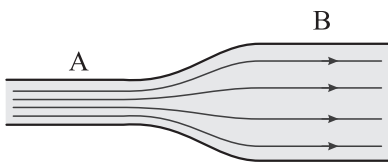
۲۵- در دوزنقه $ABCD$ ، مطابق شکل مساحت مثلث AOE نصف مساحت مثلث DOE است. مساحت مثلث AOB چه کسری از مساحت دوزنقه $ABCD$ است؟



- $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۱) $\frac{4}{27}$ (۴) $\frac{3}{16}$ (۳)

فیزیک دهم

۲۶- در شکل زیر، لوله‌ای که از دو بخش A و B تشکیل شده است توسط آب پُر شده و آب درون آن به صورت لایه‌ای در جریان است. اگر قطر مقطع لوله در بخش B، ۲۵ درصد بیشتر از قطر مقطع آن در بخش A باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟



(الف) تندی آب در بخش B، ۲۰ درصد کم‌تر از تندی آن در بخش A است.

(ب) تندی آب در بخش B، ۳۶ درصد کم‌تر از تندی آن در بخش A است.

(پ) فشار آب در بخش B، بیشتر از فشار آن در بخش A است.

(ت) فشار آب در بخش B، کم‌تر از فشار آن در بخش A است.

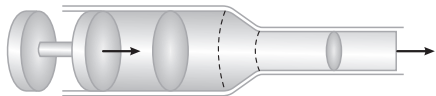
(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

۲۷- در شکل زیر، روغن به چگالی 0.85 g/cm^3 تمام حجم لوله افقی را پر کرده و قطر پیستون 20 cm و قطر دهانه خروجی لوله 2 cm است. اگر پیستون با تندی 4 cm/s به سمت راست حرکت کند، در هر دقیقه چند کیلوگرم روغن از لوله بیرون می‌ریزد؟



(۲) $81/6\pi$

(۱) $20/4\pi$

(۴) $8/16\pi$

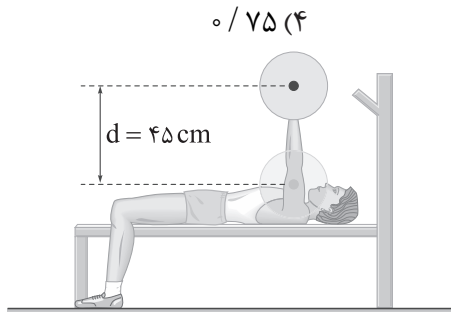
(۳) $2/0.4\pi$

۲۸- کدام یک از شکل‌های زیر درباره تندی و فشار هوا در بالا و پایین بال یک هواپیمای در حال پرواز، درست است؟



محل انجام محاسبات

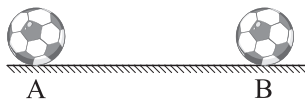
۲۹- شیر آبی در ارتفاع 80 سانتی متری سطح زمین قرار دارد. اگر سطح مقطع باریکه خروجی آب از شیر 1 cm^2 و تندی خروج آب از شیر 3 m/s باشد، سطح مقطع باریکه آب در لحظه برخورد به زمین چند سانتی متر مربع است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و اتلاف انرژی ناچیز است.)



۳۰- در شکل مقابل، ورزشکار وزنه‌ای به جرم 80 kg را، به اندازه 45 cm به طور یکنواخت پایین می‌آورد. کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام می‌دهد، چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

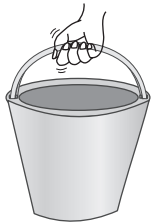
- (۱) $6/0$ (۲) $8/0$ (۳) $25/0$ (۴) $75/0$
- (۱) 36 (۲) -36 (۳) 360 (۴) -360

۳۱- در شکل زیر، توپی با تندی 12 m/s از نقطه A می‌گذرد. اگر نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک در سطح تماس توپ با زمین، 25 درصد از انرژی جنبشی اولیه توپ را تا رسیدن به نقطه B تلف کنند، تندی توپ در نقطه B به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟



- (۱) 3 (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) 9

۳۲- در شکل زیر، شخصی یک سطل در دست دارد و آن را در مسیری افقی جابه‌جا می‌کند. اگر در طی این مسیر، کاری که نیروی وزن سطل و شخص روی سطل انجام می‌دهند، به ترتیب W_1 و W_2 باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟ (از نیروهای مقاوم چشم‌پوشی کنید.)



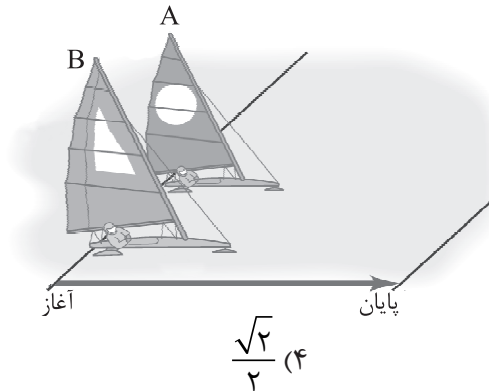
جابه‌جایی

(الف) W_1 همواره برابر صفر است.
(ب) W_2 همواره برابر صفر است.

(پ) W_1 فقط در صورتی برابر صفر است که سطل با تندی ثابت حرکت کند.
(ت) W_2 فقط در صورتی برابر صفر است که سطل با تندی ثابت حرکت کند.

(۴) پ و ت

(۱) الف و ب (۲) الف و ت (۳) ب و پ



۳۳- در شکل مقابل، دو قایق بادبانی A و B مخصوص حرکت روی سطح یخ‌زده، که جرم آن‌ها به ترتیب m و $2m$ است، روی دریاچه افقی و بدون اصطکاک قرار دارند. با وزیدن باد، به هر دو نیروی ثابت و یکسانی وارد می‌شود. دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و پس از جابه‌جایی یکسان، به ترتیب با تندی‌های v_A و v_B از خط پایان عبور می‌کنند. v_A چند برابر v_B است؟

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

- (۱) 2 (۲) 1 (۳) $\sqrt{2}$

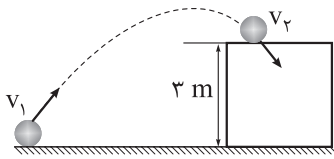
محل انجام محاسبات

۳۴- در شکل زیر، توپی به جرم 400 g از سطح زمین با تندی $v_1 = 10\text{ m/s}$ به طرف ساختمانی پرتاب شده و با تندی $v_2 = 6\text{ m/s}$ به بالای ساختمان برخورد می‌کند. چه تعداد از موارد زیر دربارهٔ این حرکت درست است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)

(الف) کار کل انجام شده روی توپ، $12/8\text{ J}$ است.

(ب) کار انجام شده روی توپ توسط نیروی وزن آن، 12 J است.

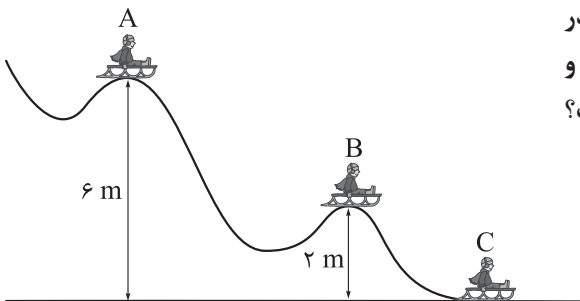
(پ) کار انجام شده روی توپ توسط نیروی مقاومت هوا، $0/8\text{ J}$ است.



- (۱) ۳
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) صفر

۳۵- از بالونی که در ارتفاع 50 m سطح زمین و با تندی 5 m/s رو به پایین در حرکت است، بسته‌ای به جرم 30 kg رها می‌شود و با تندی 25 m/s به زمین برخورد می‌کند. اندازهٔ متوسط نیروی مقاومت هوای وارد بر بسته، از لحظهٔ رهاشدن تا هنگام رسیدن به زمین، چند نیوتون است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)

- (۱) ۱۲۰
(۲) ۱۲۰۰
(۳) ۶۰۰
(۴) ۶۰۰۰



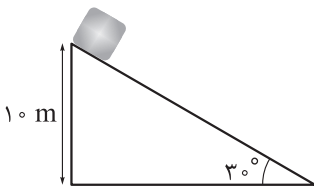
۳۶- در شکل مقابل، سورتهمه‌سواری روی سطح بدون اصطکاک در حال حرکت است. اگر اختلاف تندی سورتهمه‌سوار در دو نقطهٔ A و B برابر 8 m/s باشد، تندی آن در نقطهٔ C چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)

- (۱) ۱۱
(۲) ۱۹
(۳) $2\sqrt{30}$
(۴) $6\sqrt{10}$

۳۷- برای آن‌که تندی خودروی در حال حرکتی به جرم 1200 kg ، 18 km/h افزایش یابد، موتور خودرو باید 75 kJ کار انجام دهد. در ادامه برای آن‌که تندی خودرو باز هم 18 km/h افزایش یابد، موتور خودرو باید چند کیلوژول کار انجام دهد؟ (نیروهای مقاوم، ناچیز و حرکت روی سطح افقی است.)

- (۱) ۷۵
(۲) ۱۰۵
(۳) ۱۵۰
(۴) ۳۰۰

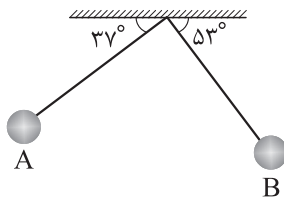
۳۸- در شکل زیر، جسمی به جرم 100 g از بالای سطح شیب‌داری با تندی 4 m/s از ارتفاع 10 m متری مماس بر سطح شیب‌دار پرتاب می‌شود و با تندی 10 m/s به پایین سطح شیب‌دار می‌رسد. اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند نیوتون است؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$) و اندازهٔ نیروی مقاومت هوا ناچیز است.)



- (۱) ۵۸
(۲) ۴۲
(۳) ۲۹
(۴) ۲۱

محل انجام محاسبات

۳۹- در شکل زیر، گلوله آونگ از نقطه A رها می‌شود. اگر اتلاف انرژی مکانیکی ناچیز باشد، تندی گلوله آونگ در نقطه B چند برابر تندی بیشینه آن است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)
 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳)

۴۰- گلوله‌ای از یک بلندی رها می‌شود. اگر در ارتفاع h_1 از سطح زمین، انرژی پتانسیل گرانشی گلوله ۲۰ درصد بیشتر از انرژی جنبشی آن و در ارتفاع h_2 از سطح زمین، انرژی پتانسیل گرانشی گلوله ۲۰ درصد کم‌تر از انرژی جنبشی آن باشد، $\frac{h_2}{h_1}$ برابر کدام است؟ (اتلاف انرژی مکانیکی، ناچیز و مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، سطح زمین است.)

$\frac{22}{27}$ (۱) $\frac{27}{22}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۴۱- گلوله‌ای از سطح زمین، با تندی 8 m/s در راستای قائم و به سمت بالا پرتاب می‌شود و با تندی 6 m/s به سطح زمین باز می‌گردد. گلوله ابتدا در لحظه t_1 و در ادامه در لحظه t_2 ، از ارتفاع ۲ متری سطح زمین عبور می‌کند. تندی گلوله در لحظه t_2 چند برابر تندی گلوله در لحظه t_1 است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله را در طی حرکت آن ثابت فرض کنید.)

$\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴)

۴۲- موتور یک هواپیما، پیشرانده‌ای به اندازه $3 \times 10^5 \text{ N}$ ایجاد می‌کند. اگر هواپیما با تندی 600 km/h در امتداد این نیرو حرکت کند، توان متوسط موتور هواپیما چند مگاوات است؟

5 (۱) 18 (۲) 50 (۳) 180 (۴)

۴۳- بازده یک نیروگاه برق آبی ۴۸ درصد است. در هر دقیقه چند متر مکعب آب از ارتفاع ۸۰ متری روی توربین این نیروگاه ریخته شود تا توان الکتریکی خروجی مولد نیروگاه به 160 MW برسد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی آب 1 g/cm^3 است.)

$1/6 \times 10^4$ (۱) $1/6 \times 10^7$ (۲) $2/5 \times 10^4$ (۳) $2/5 \times 10^7$ (۴)

۴۴- موتور یک آسانسور در مدت ۸s، اتاقک ساکن آن را به اندازه 7 m بالا برده و تندی آن را به 2 m/s می‌رساند. اگر مجموع جرم اتاقک آسانسور و سرنشینان آن 600 kg باشد، توان موتور آسانسور حداقل چند کیلووات است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

$5/25$ (۱) $5/4$ (۲) $52/5$ (۳) 54 (۴)

۴۵- بازده یک نیروگاه سوخت فسیلی برابر ۴۰ درصد، بازده خطوط انتقال توان الکتریکی از این نیروگاه تا یک لامپ 20 W برابر ۹۰ درصد و بازده این لامپ برابر ۵ درصد است. برای این‌که این لامپ به مدت یک شبانه‌روز روشن باشد، در نیروگاه چند لیتر سوخت مصرف می‌شود؟ (با مصرف هر لیتر سوخت در نیروگاه 30 MJ انرژی گرمایی تولید می‌شود.)

$0/16$ (۴) $1/6$ (۳) $0/08$ (۲) $0/8$ (۱)

محل انجام محاسبات

شیمی دهم

۴۶- کدام مطلب نادرست است؟

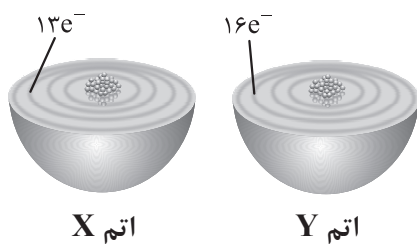
(۱) قاعده آفبا، آرایش الکترونی اتم اغلب عنصرها را به درستی پیش‌بینی می‌کند، اما برای اتم برخی عنصرهای جدول نارسایی دارد.

(۲) طبق قاعده آفبا، زیرلایه‌ها به ترتیب سطح انرژی، از الکترون اشغال می‌شوند؛ انرژی زیرلایه‌ها ابتدا به n و سپس به $n + 1$ وابسته است.

(۳) طبق داده‌های طیف‌سنجی، هر یک از اتم‌های کروم و مس در بیرونی‌ترین زیرلایه خود تنها یک الکترون دارند.

(۴) اهمیت آرایش الکترونی فشرده به دلیل نمایش آرایش الکترون‌ها در بیرونی‌ترین لایه به نام لایه ظرفیت اتم است.

۴۷- با توجه به شکل‌های زیر که ساختار لایه‌های اتم دو عنصر را نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟



(۱) تفاوت عدد اتمی این دو عنصر، می‌تواند برابر ۴ باشد.

(۲) اتم عنصر X به یقین دارای دو زیرلایه نیمه‌پر است.

(۳) نسبت شمار الکترون‌های لایه سوم به چهارم در Y، با این نسبت در

نخستین عنصر دوره چهارم جدول تناوبی، برابر است.

(۴) اتم X به یقین دارای ۵ الکترون با $l = 2$ است.

۴۸- اگر شمار الکترون‌های لایه ظرفیت چهارمین عنصر دسته d جدول تناوبی برابر a باشد و شمار الکترون‌های لایه سوم آن، برابر b و مجموع $n + l$ الکترون‌های ظرفیتی این عنصر برابر c باشد، حاصل عبارت $\frac{c}{2a+b}$ کدام است؟

(۲) ۱/۱۶

(۱) ۱/۱۵

(۴) ۱/۲۶

(۳) ۱/۲۵

۴۹- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

(۱) عدد اتمی نخستین عنصر دسته p که در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن، الکترون جفت‌شده وجود دارد، برابر ۷ است.

(۲) عدد اتمی عنصری از دسته p در دوره چهارم جدول تناوبی که در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن، الکترون جفت‌نشده بیشتری وجود دارد، برابر ۳۲ است.

(۳) آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصری که دارای ۱۱ الکترون با $l = 1$ است، به صورت \dot{X} می‌باشد.

(۴) اگر آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصری به صورت \dot{X} باشد، عدد کوانتومی فرعی بیرونی‌ترین زیرلایه آن، به یقین صفر است.

محل انجام محاسبات

۵۰- اگر تعداد الکترون‌های مبادله‌شده هنگام تشکیل ۲/۴ گرم از یک نمک کلسیم برابر 4×10^{22} باشد، کدام یک از نافلزهای زیر با کلسیم واکنش داده است؟ ($\text{Ca} = 40, \text{Cl} = 35.5, \text{S} = 32, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) نیتروژن (۲) اکسیژن (۳) گوگرد (۴) کلر

۵۱- کدام مطلب درست است؟

(۱) همه گازها نامرئی هستند به طوری که ما هوا را نمی‌توانیم ببینیم و به طور معمول وجود آن را در پیرامون خود حس نمی‌کنیم.

(۲) در لایه‌های بالای هواکره با برخورد پرتوهای الکترومغناطیسی، تنها کاتیون‌های تک‌اتمی مشاهده می‌شود.

(۳) بخار آب تنها در نزدیک‌ترین لایه به سطح زمین وجود دارد و به همین دلیل، تغییرات آب‌وهوا تنها در این لایه بررسی می‌شود.

(۴) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، روند تغییر دما و فشار، عکس یکدیگر عمل می‌کنند.

۵۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره، در نزدیک‌ترین لایه به زمین، یعنی لایه تروپوسفر، قرار دارد و پس از آن، هواکره رقیق و رقیق‌تر می‌شود.

• بیش از ۹۹ درصد از حجم هوای پاک و خشک، تنها از دو گاز تشکیل شده است.

• فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در هوا، چهارمین گاز نجیب جدول دوره‌ای عناصرها است.

• در فرایند کلی جداسازی اجزای هوا، سومین ماده جداسازی شده، به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری به کار می‌رود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۳- چند مورد از مطالب زیر، درباره هلیوم درست است؟

• سبک‌ترین و پس از آرگون، فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در هواکره است.

• بی‌بو، بی‌رنگ، غیرسمی و آتش‌گیر است که کاربردهای فراوانی در زندگی دارد.

• در کره زمین به مقدار خیلی کم یافت می‌شود و معنای واژه آن «تنبل» است.

• نقطه جوش آن ۴ کلوین است؛ از این‌رو، در هوای مایع با دمای 200°C ، یافت نمی‌شود.

• از لامپ آن، در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۵۴- کدام مطلب درست است؟

(۱) بوکسیت و سیلیس، دو نمونه از ترکیب‌های عناصرها با اکسیژن هستند که در طبیعت به طور خالص یافت می‌شوند.

(۲) سنگ معدن آهن، دارای دو نوع اکسید آهن است که نسبت آنیون به کاتیون در یکی از آن‌ها، ۱/۵ برابر دیگری است.

(۳) در فرمول شیمیایی ترکیب‌های دی‌کلر پنتااکسید، نیتروژن دی‌اکسید، اکسیژن دی‌فلوئورید و لیتیم اکسید، شمار اتم‌های اکسیژن از عنصر دیگر بیشتر است.

(۴) در مولکول NO_2Cl ، اتم نیتروژن اتم مرکزی بوده و دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است.

محل انجام محاسبات

۵۵- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- نسبت تعداد اتم‌ها به عنصرها در کربن تتراکلرید، با این نسبت در دی‌نیتروژن تری‌اکسید، برابر است.
- نسبت شمار آنیون به کاتیون در نیتروژن تری‌فلوئورید، برابر ۳ است.
- مجموع شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی کربن دی‌سولفید و فسفر تری‌کلرید، $\frac{3}{5}$ برابر مجموع شمار یون‌ها در هر واحد فرمولی از اکسید مس با بالاترین ظرفیت است.
- برای نام‌گذاری ترکیب حاصل از دو عنصر A و B، از پیشوندهای یونانی یا اعداد رومی استفاده نمی‌شود.
- مجموع شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی سیلیسیم تترابرمید، نصف مجموع شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی گوگرد هگزاfluorید است.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۵۶- نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول‌های زیر، برابر با نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در ترکیب مس (II) کلرید است؟

(۱) HCN (۲) گوگرد دی‌اکسید
(۳) دی‌نیتروژن مونوکسید (۴) SOCl_2

۵۷- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

- (الف) در اثر سوختن زغال‌سنگ در حضور اکسیژن، اکسیدهایی تولید می‌شود که نسبت تعداد اتم‌های اکسیژن به کل اتم‌ها در مولکول‌های آن‌ها، برابر است.
- (ب) اتصال محصول حاصل از سوختن کامل سوخت فسیلی به هموگلوبین، از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری کرده و باعث مسمومیت می‌شود.
- (پ) مرجان‌ها، گروهی از کیسه‌تنان با اسکلت آهکی هستند که در صورت افزایش مقدار کلسیم در آب، از بین می‌روند.
- (ت) از واکنش همهٔ اکسیدهای فلزی و نافلزی با آب، به ترتیب باز و اسید تولید می‌شود.

(۱) الف - ب (۲) پ - ت
(۳) الف - پ (۴) الف - ب - پ - ت

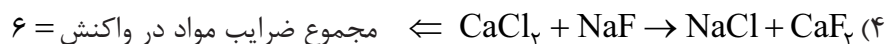
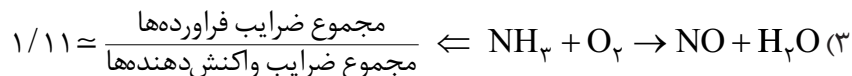
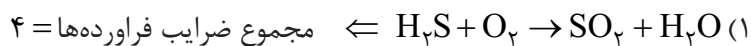
۵۸- چه تعداد از مطالب زیر، درست است؟

- طبق قانون بقای جرم، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها و مجموع جرم فراورده‌ها ثابت است.
- توجیه برخی از فرایندهای شیمیایی مانند زنگ‌زدن آهن در هوای مرطوب، با قانون پایستگی جرم امکان‌پذیر است.
- مطابق قانون پایستگی جرم، مولکولی از بین نمی‌رود و مولکولی هم به وجود نمی‌آید.
- شرط موازنه‌بودن یک معادله این است که مجموع شمار اتم‌ها در دو سمت معادله، برابر باشد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۵۹- کدام یک از اطلاعات داده شده برای معادله‌های موازنه نشده زیر پس از موازنه، نادرست است؟



۶۰- تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش‌های a و b، پس از موازنه معادله آن‌ها، کدام است؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پایه یازدهم

چنان چه پایه یازدهم را در پنل کاربری خود انتخاب کرده اید، به سؤالات این دفتر چه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

نود هجدهم دروس	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حسابان و ریاضیات پایه
	هندسه (۲) فصل ۱ (درس ۳) و فصل ۲ (درس ۱) (تا ابتدای تجانس) صفحه ۲۴ تا ۴۳	آمار و احتمال فصل ۲ (درس ۱، ۲ و ۳) صفحه ۳۵ تا ۶۲ ریاضی (۱) فصل ۷ (درس ۱) صفحه ۱۴۱ تا ۱۵۱	حسابان (۱) فصل ۲ و فصل ۳ صفحه ۳۷ تا ۹۰
	شیمی	فیزیک	
	شیمی (۲) فصل ۱ (از ابتدای «نفت، هدیه‌های شگفت‌انگیز») و فصل ۲ (تا ابتدای «آنتالپی، همان محتوای انرژی است») صفحه ۲۹ تا ۶۵	فیزیک (۲) فصل ۱ (از ابتدای «خازن») و فصل ۲ (تا ابتدای «ترکیب مقاومت‌ها») صفحه ۳۲ تا ۷۰	

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۲۵ دقیقه	۷۵	۶۱	۱۵	حسابان
۲۰ دقیقه	۸۵	۷۶	۱۰	آمار و احتمال
۲۰ دقیقه	۹۵	۸۶	۱۰	هندسه
۳۰ دقیقه	۱۱۵	۹۶	۲۰	فیزیک
۲۰ دقیقه	۱۳۰	۱۱۶	۱۵	شیمی
۱۱۵ دقیقه		۷۰ سؤال		مجموع

حسابان یازدهم

۶۱- تابع $f(x) = 2x + [x]$ مفروض است. اگر $f(mf(\frac{7}{p})) = 4$ باشد، حاصل $[\frac{1}{m}]$ کدام است؟

- ۴ (۴) ۵ (۳) ۶ (۲) ۷ (۱)

۶۲- دو تابع $f = \{(2, 2a), (4, 6), (6, 2-3a)\}$ و $y = f(b-x)$ مساوی‌اند. حاصل $a+b$ کدام است؟

- ۶/۸ (۴) ۴/۶ (۳) ۲/۷ (۲) ۸/۴ (۱)

۶۳- تابع $f(x-1) = x + 2\sqrt{x} + a$ مفروض است. اگر $f^{-1}(10) = 3$ باشد، مقدار $f^{-1}(2)$ کدام است؟

- ۴ (۴) صفر ۲ (۳) ۱ (۲) -۱ (۱)

۶۴- اگر $f = \{(1, 2), (2, -1), (3, 1), (4, 0)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, 3), (1, 4)\}$ باشد، برد تابع $f^{-1} \circ (f+g)$ کدام است؟

- {۲} (۴) {۴} (۳) {۰, ۴} (۲) {۲, ۳} (۱)

۶۵- توابع $f = \{(-3, -1), (-1, 2), (a, -2), (2, 1)\}$ و $g(x) = 5x - 3$ مفروض‌اند. اگر $(f \circ g^{-1})(2a) = -2$ باشد،

مقدار $f(-a)$ کدام است؟

- ۲ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) -۱ (۱)

۶۶- تابع $f(x) = \begin{cases} 3x-6 & ; x < 2 \\ 2k+|x-k| & ; x \geq 2 \end{cases}$ روی \mathbb{R} یک‌به‌یک است. مقدار k کدام نمی‌تواند باشد؟

- ۴ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) -۲ (۱)

۶۷- تابع $f(x) = \frac{x+2}{2x-3}$ مفروض است. اگر نمودار تابع $g(x) = 2f(x-1)$ محور طول‌ها را در α و نمودار تابع

$h(x) = 2f^{-1}(x-1)$ محور طول‌ها را در β قطع کند، حاصل $3\alpha\beta$ کدام است؟

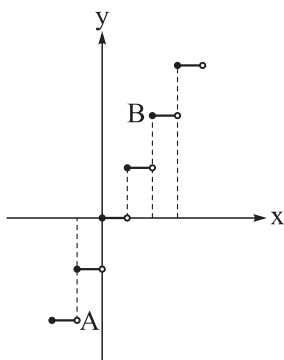
- ۳ (۴) -۳ (۳) ۱ (۲) -۱ (۱)

۶۸- قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{a}[2ax]$ به صورت مقابل است. شیب خط شامل پاره خط

AB کدام است؟

- $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۱)

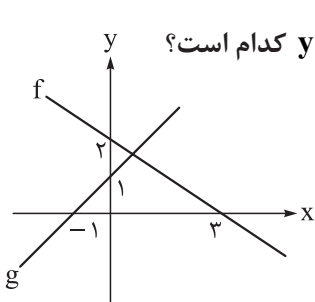
- $\frac{8}{3}$ (۴) ۳ (۳)



محل انجام محاسبات

۶۹- مجموع جواب‌های معادله $\left[\frac{x+2}{3}\right] = \frac{x+3}{2}$ کدام است؟

- (۱) -۱۷ (۲) -۱۶ (۳) -۱۲ (۴) -۲۱



۷۰- نمودار توابع خطی f و g در شکل مقابل رسم شده‌اند. ضابطه تابع وارون $y = \frac{f^{-1}(x)}{g^{-1}(x)}$ کدام است؟

(۱) $y = \frac{-3x+6}{3x+2}$ (۲) $y = \frac{2x+6}{2x+3}$

(۳) $y = \frac{6-2x}{3x-3}$ (۴) $y = \frac{2x-6}{2x-3}$

۷۱- ضابطه وارون تابع $y = x + 2\sqrt{1-x}$; $x < 0$ به صورت $y = x + a + b\sqrt{2-x}$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) -۴

۷۲- اگر $g(x) = f\left(\sqrt{1-\frac{3x}{2}}\right)$ و $D_f = [-2, 1]$ باشد، دامنه تابع g کدام است؟

- (۱) $[0, 1]$ (۲) $\left[0, \frac{2}{3}\right]$ (۳) $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$ (۴) $\left[-2, \frac{2}{3}\right]$

۷۳- اگر $f(x) = 1 - \sqrt{2-x}$ و $g(x) = \sqrt{-x^2 + 2x}$ باشد، مجموع اعداد صحیح عضو دامنه تابع $f^{-1} \circ g$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۴- اختلاف حداقل و حداکثر مقدار تابع $f(x) = (x + |x|)\sqrt{\frac{2-x}{x}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{5}{2}$

۷۵- با فرض $f(x) = 2x + 4$ ، رابطه $bf^{-1}\left(\frac{a}{x}\right) = f(x)$ برای هر $x \neq 0$ برقرار است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) -۸ (۳) -۶ (۴) -۴

آمار و احتمال یازدهم

۷۶- می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز رشته ریاضی و ۲ دانش‌آموز رشته تجربی یک تیم دونفره تنیس روی میز انتخاب کنیم. احتمال کدام پیشامد بیشتر از بقیه است؟

(۱) اعضای تیم، هم‌رشته باشند.

(۲) یک نفر خاص در تیم باشد.

(۳) از هر رشته یک نفر در تیم باشد.

(۴) از بین دو نفر خاص، حداقل یک نفر در تیم باشد.

۷۷- عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد عدد انتخابی نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۳؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۱) (۲) $\frac{2}{3}$ (۲) (۳) $\frac{3}{3}$ (۳) (۴) $\frac{4}{3}$ (۴)

۷۸- اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{a, b, c, d\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{7}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ ، مقدار $P(C')$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{5}$ (۱) (۲) $\frac{24}{35}$ (۲) (۳) $\frac{11}{35}$ (۳) (۴) $\frac{5}{7}$ (۴)

۷۹- خانم‌ها اکبری، برنا و چمنی نسخه‌خوان‌های یک مؤسسه انتشاراتی‌اند که به ترتیب، ۳۰، ۲۰ و ۵۰ درصد از کارهای نسخه‌خوانی را انجام می‌دهند. احتمال این که این سه نفر صفحه‌ای که به آن‌ها سپرده شده را بی‌غلط تصحیح کنند به ترتیب، $\frac{9}{10}$ ، $\frac{95}{100}$ و $\frac{99}{100}$ است. صفحه‌ای نسخه‌خوانی شده، ولی هنوز غلط دارد. احتمال این که مسئول خواندن آن صفحه خانم اکبری بوده باشد چه قدر است؟

(۱) $\frac{3}{5}$ (۱) (۲) $\frac{3}{10}$ (۲) (۳) $\frac{2}{3}$ (۳) (۴) $\frac{1}{3}$ (۴)

۸۰- تاسی را سه بار می‌ریزیم. احتمال آن که عدد رو شده در پرتاب دوم بزرگ‌تر از دو پرتاب دیگر یا کوچک‌تر از آن‌ها باشد، چه قدر است؟

(۱) $\frac{55}{108}$ (۱) (۲) $\frac{35}{108}$ (۲) (۳) $\frac{29}{54}$ (۳) (۴) $\frac{19}{54}$ (۴)

۸۱- دو جعبه داریم که در هر یک از آن‌ها شش کارت با شماره‌های ۱ تا ۶ وجود دارد. یک کارت به تصادف از جعبه اول برمی‌داریم و در جعبه دوم قرار می‌دهیم. حال از جعبه دوم به تصادف دو کارت پی‌درپی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم و یک عدد دورقمی می‌سازیم که کارت اول یکان و کارت دوم دهگان را مشخص می‌کند. چه قدر احتمال دارد که عدد دورقمی حاصل مضرب ۳ یا ۴ باشد؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۱) (۲) $\frac{7}{10}$ (۲) (۳) $\frac{23}{45}$ (۳) (۴) $\frac{47}{90}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۸۲- دو عدد پی در پی (تکرار در انتخاب مجاز است) به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰ انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی مجموع این دو عدد، عدد اول است؟

$$\frac{27}{100} \quad (1) \quad \frac{37}{100} \quad (2) \quad \frac{4}{15} \quad (3) \quad \frac{6}{15} \quad (4)$$

۸۳- A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $P(A) = 0/7$ ، $P(B|A) = 0/4$ و $P(B|A') = 0/4$ باشد، $P(A|B')$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (1) \quad \frac{5}{6} \quad (2) \quad \frac{7}{10} \quad (3) \quad \frac{8}{15} \quad (4)$$

۸۴- دو جعبه سیب در اختیار داریم که در اولی ۴۰ سیب و در دومی ۳۵ سیب وجود دارد. ۴ سیب از جعبه اول و ۵ سیب از جعبه دوم خراب شده‌اند. دو تاس را می‌ریزیم و با توجه به نتیجه آن‌ها یک سیب به تصادف از جعبه اول یا جعبه دوم انتخاب می‌کنیم. در کدام حالت احتمال آن که سیب سالم انتخاب کنیم بیشتر است؟

- (۱) اگر مجموع دو تاس عددی اول باشد، از جعبه اول و در غیر این صورت از جعبه دوم انتخاب می‌کنیم.
- (۲) اگر مجموع دو تاس بزرگ‌تر از ۷ باشد، از جعبه اول و در غیر این صورت از جعبه دوم انتخاب می‌کنیم.
- (۳) اگر عدد تاس اول بزرگ‌تر از عدد تاس دوم باشد، از جعبه اول و در غیر این صورت از جعبه دوم انتخاب می‌کنیم.
- (۴) اگر هیچ‌یک از دو تاس ۱ و ۶ نباشند، از جعبه اول و در غیر این صورت از جعبه دوم انتخاب می‌کنیم.

۸۵- عدد a را به تصادف از بین اعداد صحیح انتخاب می‌کنیم، به طوری که معادله $ax^2 - (a+3)x + a = 0$ دارای ریشه حقیقی باشد. چه قدر احتمال دارد مجموع ریشه‌های این معادله مثبت باشد؟

$$\frac{0}{5} \quad (1) \quad \frac{0}{6} \quad (2) \quad \frac{0}{7} \quad (3) \quad \frac{0}{8} \quad (4)$$

هندسه یازدهم

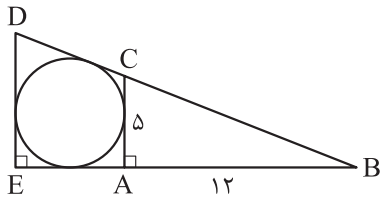
۸۶- مساحت دایره محیطی مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲ چند برابر π است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۸۷- محیط مثلثی برابر با ۳۲ است. اگر طول یکی از ضلع‌های این مثلث ۱۳ و اندازه زاویه روبه‌روی آن 60° باشد، شعاع دایره محاطی داخلی آن کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) ۳

۸۸- در شکل مقابل دایره محاطی داخلی مثلث قائم‌الزاویه BED رسم شده است. اگر AC مماس بر دایره و عمود بر BE رسم شود، آن‌گاه با فرض $AC = 5$ و $AB = 12$ اندازه DE کدام است؟



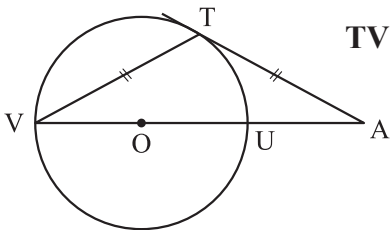
- (۱) $7/5$ (۲) ۸ (۳) $6/5$ (۴) ۷

۸۹- شعاع دایره‌های محاطی خارجی یک مثلث ۳، ۱۰ و ۱۵ و طول دو ارتفاع از این مثلث ۵ و ۱۲ است. طول ارتفاع سوم این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{30}{17}$ (۲) $\frac{60}{17}$ (۳) $\frac{30}{13}$ (۴) $\frac{60}{13}$

۹۰- اندازه دو زاویه داخلی مجاور در یک چهارضلعی محاطی 112° و 34° است. اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین زاویه داخلی این چهارضلعی چند درجه است؟

- (۱) ۷۸ (۲) ۹۰ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۱۲



۹۱- در شکل مقابل دایره‌ای به مرکز O رسم شده است. اگر طول مماس AT و وتر TV با هم برابر باشد، اندازه کمان TV چند برابر اندازه کمان TU است؟

- (۱) $1/75$ (۲) $1/5$ (۳) ۲ (۴) $2/25$

۹۲- شعاع دایره محاطی شش ضلعی منتظمی که طول قطر بزرگ آن ۴ واحد است، کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۹۳- مثلثی به اضلاع ۱۵، ۱۵ و ۱۸ را ابتدا نسبت به ضلع بزرگ آن بازتاب داده و سپس مثلث حاصل را حول نقطه همرسی میانه‌های آن 120° درجه دوران داده‌ایم. مساحت مثلث آخر کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۹۶ (۳) ۱۰۸ (۴) ۱۲۰

محل انجام محاسبات

۹۴- دو نقطه A و B در یک طرف خط d و به ترتیب به فاصله ۴ و a از این خط واقع اند. نقاط A' و B' بازتاب نقاط A و B نسبت به خط d هستند، به طوری که چهارضلعی $AA'B'B$ یک چهارضلعی محیطی است. اگر وسط‌های دو پاره خط AA' و BB' ، ۱۲ واحد از یکدیگر فاصله داشته باشند، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

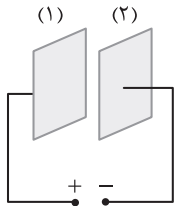
۹۵- مربع $ABCD$ را با انتقالی که \overline{DA} بردار آن است تصویر می‌کنیم. اگر بخواهیم مربع حاصل را با دوران به مرکز B روی مربع $ABCD$ تصویر کنیم، زاویه این دوران کدام است؟

- (۱) ۴۵° (۲) ۹۰° (۳) ۱۸۰° (۴) چنین دورانی وجود ندارد.

محل انجام محاسبات

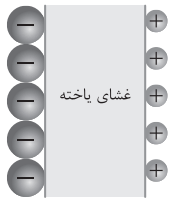
فیزیک یازدهم

۹۶- در شکل زیر، پتانسیل الکتریکی صفحه‌های (۱) و (۲) خازن به ترتیب برابر $+10V$ و $-10V$ و بار الکتریکی این صفحه‌ها به ترتیب $+40\mu C$ و $-40\mu C$ است. ظرفیت این خازن چند واحد SI است؟



- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) 4×10^{-6}
(۴) 2×10^{-6}

۹۷- در شکل زیر یک یاخته عصبی به صورت یک خازن تخت، مدل‌سازی شده است. غشای یاخته عصبی دارای ثابت دی‌الکتریک ۳، ضخامت 10nm و مساحت سطح 10^{-10}m^2 است. تعداد یون‌های لازم در یک سمت این غشا برای آن که در دو سر غشا، اختلاف پتانسیل الکتریکی 160mV ایجاد شود، کدام است؟ $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12}\text{F/m}$ ، $e = 1/6 \times 10^{-19}\text{C}$ و هر یون یک بار یونیده شده است.



- (۱) $2/7 \times 10^6$
(۲) $2/7 \times 10^5$
(۳) 9×10^6
(۴) 9×10^5

۹۸- ظرفیت خازن یک دستگاه دفیبریلاتور که با ولتاژ 6kV شارژ می‌شود، $12\mu\text{F}$ است. اگر تمام انرژی ذخیره‌شده در این خازن، از طریق کفشک‌های دستگاه در مدت 2ms به بدن بیمار تخلیه شود، توان متوسط تخلیه انرژی در بدن بیمار چند کیلووات است؟

- (۱) $10/8$
(۲) 108
(۳) $21/6$
(۴) 216

۹۹- اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی به ظرفیت $8\mu\text{F}$ را $10V$ افزایش می‌دهیم. اگر با این کار، انرژی ذخیره‌شده در خازن 2mJ تغییر کند، بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن چند برابر می‌شود؟

- (۱) $0/5$
(۲) $1/5$
(۳) ۲
(۴) $2/5$

۱۰۰- بین صفحه‌های یک خازن متصل به باتری، هوا قرار دارد. ابتدا فاصله بین صفحه‌های خازن را نصف می‌کنیم. سپس آن را از باتری جدا کرده و در ادامه، فضای بین دو صفحه خازن را با عایقی به ثابت دی‌الکتریک ۴ پر می‌کنیم. کدام یک از موارد زیر درباره این خازن درست است؟

الف) اندازه میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن ۲ برابر می‌شود.

ب) اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

پ) بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن ۲ برابر می‌شود.

ت) انرژی ذخیره‌شده در خازن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

- (۱) الف و ب
(۲) الف و پ
(۳) ب و ت
(۴) پ و ت

۱۰۱- روی یک باتری مقدار 800mAh نوشته شده است. اگر دو سر این باتری به دو سر رسانایی بسته شود، تا خالی شدن کامل باتری، چند الکترون از رسانا عبور می‌کند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}\text{C}$)

- (۱) $1/8 \times 10^{22}$
(۲) $1/8 \times 10^{19}$
(۳) 3×10^{22}
(۴) 3×10^{19}

محل انجام محاسبات

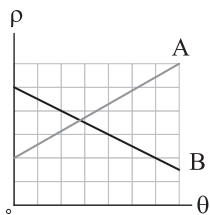
۱۰۲- المنت یک اجاق برقی، سیمی به طول 90cm و سطح مقطع 3mm^2 است. اگر در یک دمای معین مقاومت ویژه این سیم در SI برابر 6×10^{-5} باشد، مقاومت آن در این دما چند اهم است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱۸ (۳) 0.02 (۴) 0.18

۱۰۳- اگر جرم سیم مسی A، ۲ برابر جرم سیم مسی B و طول سیم A، ۴ برابر طول سیم B باشد، در دمای یکسان، مقاومت الکتریکی سیم A چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۱۰۴- نمودار مقاومت ویژه بر حسب دما برای دو ماده A و B به شکل زیر است. ضریب دمایی مقاومت ویژه ماده A چند برابر ضریب دمایی مقاومت ویژه ماده B است؟



- (۱) $\frac{8}{7}$ (۲) $\frac{20}{7}$ (۳) $-\frac{8}{7}$ (۴) $-\frac{20}{7}$

۱۰۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

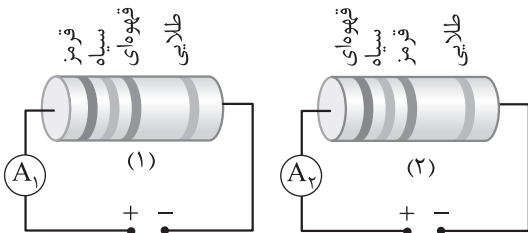
(الف) در نیمرساناها، با افزایش دما، تعداد برخوردهای کاتوره‌های حامل‌های بار با شبکه اتمی کاهش می‌یابد.
 (ب) در پدیده ابررسانایی، با افزایش دمای برخی ماده‌ها، مقاومت ویژه آن‌ها در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر آفت می‌کند.

(پ) با افزایش شدت نور تابیده به مقاومت‌های نوری، مقاومت الکتریکی آن‌ها افزایش می‌یابد.

(ت) رنگ نور گسیل‌شده از دیوهای نورگسیل، به جنس ماده نیمرسانای به کاررفته در آن‌ها وابسته است.

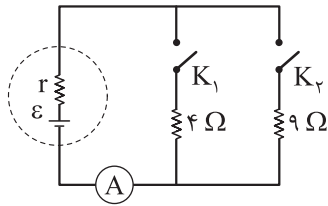
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۶- در شکل زیر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت‌های ترکیبی (۱) و (۲)، یکسان و برابر 20V است. اگر آمپرسنج آرمانی A_1 مقدار 0.1A را نشان دهد، آمپرسنج آرمانی A_2 چند میلی‌آمپر را نشان می‌دهد؟ (از تفرانس صرف نظر کنید.)

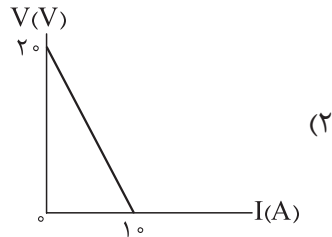


- (۱) ۲۰ (۲) ۲ (۳) ۱۰ (۴) ۱

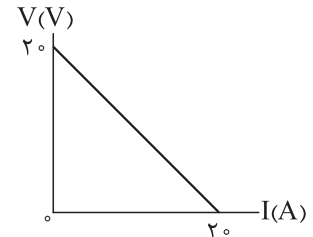
محل انجام محاسبات



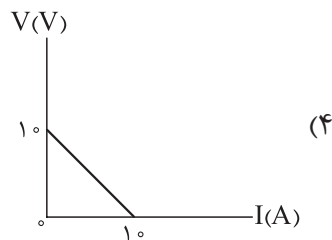
۱۰۷- در مدار شکل مقابل، وقتی فقط کلید K_1 بسته است، آمپرسنج آرمانی، $4A$ و وقتی فقط کلید K_2 بسته است، آمپرسنج آرمانی، $2A$ را نشان می‌دهد. نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری موجود در این مدار بر حسب جریان عبوری از آن، به صورت کدام گزینه است؟



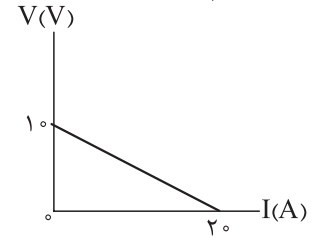
(۲)



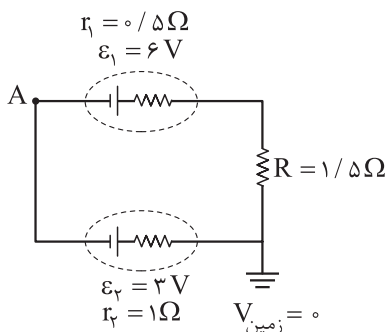
(۱)



(۴)



(۳)



۱۰۸- در مدار شکل روبه‌رو، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟

۲ (۱)

-۲ (۲)

۴ (۳)

-۴ (۴)

۱۰۹- وقتی دو سر یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل $220V$ وصل می‌کنیم، جریان الکتریکی $5A$ از آن می‌گذرد. اگر این بخاری برقی در هر شبانه‌روز به مدت $4h$ به اختلاف پتانسیل $220V$ وصل باشد، هزینه برق مصرفی آن در یک ماه (۳۰ شبانه‌روز) چند تومان است؟ (قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت 50 تومان است.)

۶۶۰۰ (۴)

۶۶۰ (۳)

۲۲۰۰ (۲)

۲۲۰ (۱)

۱۱۰- روی دو لامپ رشته‌ای A و B به ترتیب اعداد $(150V, 300W)$ و $(100V, 150W)$ نوشته شده است. این دو لامپ را به ترتیب به اختلاف پتانسیل‌های $60V$ و $50V$ وصل می‌کنیم. در این حالت، جریان الکتریکی عبوری از لامپ A، چند برابر جریان الکتریکی عبوری از لامپ B است؟ (از تأثیر دما بر مقاومت لامپ‌ها چشم‌پوشی کنید.)

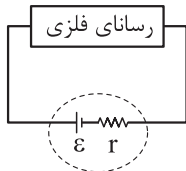
 $\frac{15}{16}$ (۴) $\frac{16}{15}$ (۳) $\frac{20}{9}$ (۲) $\frac{9}{20}$ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۱۱- اگر جریان الکتریکی عبوری از یک منبع نیروی محرکه از $3A$ به $4A$ برسد، توان خروجی آن از $6W$ به $6/4W$ می‌رسد. در حالتی که جریان الکتریکی عبوری از این منبع نیروی محرکه برابر $5A$ است، توان خروجی آن چند وات است؟

(۱) $5/6$ (۲) 6 (۳) $6/8$ (۴) $7/2$

۱۱۲- در مدار شکل زیر، دمای رسانای فلزی را افزایش می‌دهیم. کدام یک از موارد زیر الزاماً درست است؟



الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر رسانای فلزی افزایش می‌یابد.

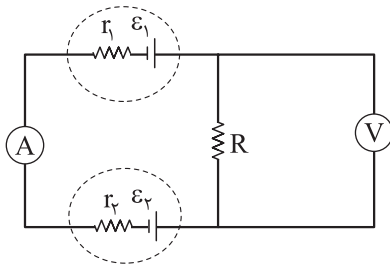
ب) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر رسانای فلزی کاهش می‌یابد.

پ) توان مصرفی رسانای فلزی افزایش می‌یابد.

ت) توان مصرفی رسانای فلزی کاهش می‌یابد.

(۱) الف و پ (۲) ب و ت (۳) الف (۴) ب

۱۱۳- در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری (۱) برابر $32W$ و توان ورودی باتری (۲) برابر $20W$ است. اگر مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر $6V$ باشد، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر چند آمپر است؟



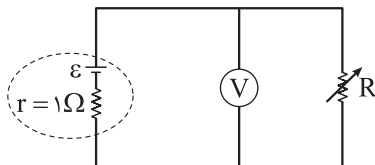
(۱) $0/5$

(۲) 1

(۳) 2

(۴) 4

۱۱۴- در مدار شکل زیر اگر مقاومت الکتریکی رئوستا $2/5\Omega$ تغییر کند، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد از $12V$ به $13V$ می‌رسد. در حالتی که مقاومت رئوستا برابر 2Ω است، توان مصرفی آن چند وات است؟



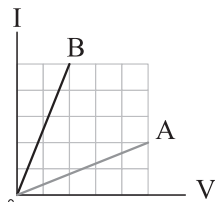
(۲) 20

(۴) 200

(۱) 5

(۳) 50

۱۱۵- نمودار جریان الکتریکی عبوری از دو رسانای A و B بر حسب اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آنها به شکل زیر است، در صورتی که توان مصرفی دو رسانا در حالتی که به طور جداگانه به یک باتری به مقاومت درونی 2Ω متصل‌اند، برابر باشد، مقاومت رسانای A چند اهم است؟



(۲) $0/8$

(۴) 5

(۱) $0/4$

(۳) $2/5$

محل انجام محاسبات

شیمی یازدهم

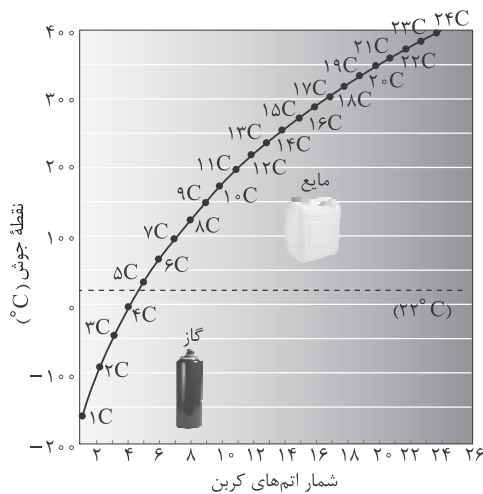
۱۱۶- کدام مطلب درست است؟

- (۱) حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود به عنوان سوخت استفاده می‌شود.
 (۲) در مدل گلوله و میله، برخلاف ساختار لوویس، چندگانگی پیوندها نمایش داده نمی‌شود.
 (۳) اتم‌های کربن می‌توانند با عنصرهای دیگر به روش‌های گوناگون متصل شده و دگرشکل‌های متفاوتی مانند گرافیت، الماس و ... ایجاد کنند.

(۴) اتم‌های کربن می‌توانند با پیوند اشتراکی به یکدیگر متصل شوند و زنجیرها و حلقه‌هایی در اندازه‌های گوناگون بسازند.

۱۱۷- نمودار زیر، ترتیب نقطه جوش آلکان‌های راست‌زنجیر را نشان می‌دهد. با توجه به آن، کدام مطلب نادرست است؟

$$(C = 12, H = 1: g.mol^{-1})$$



(۱) آلکان‌هایی که در نام آن‌ها، پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم

کند وجود ندارد، در دما و فشار اتاق به صورت گاز هستند.

(۲) تفاوت نقطه جوش تقریبی گریس و وازلین، برابر $100^{\circ}C$ است.

(۳) نقطه جوش آلکان راست‌زنجیر هم‌پار با «۳ - اتیل - ۳، ۴ - دی‌متیل هپتان» در حدود $200^{\circ}C$ است.

(۴) با افزایش جرم مولی آلکان‌های راست‌زنجیر به مقدار ۱۴ گرم بر مول، تغییرات نقطه جوش آن‌ها رفته‌رفته کاهش می‌یابد.

۱۱۸- در چه تعداد از هم‌پارهای هپتان، فقط دو شاخه فرعی متیل وجود دارد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۱۱۹- اگر در ساختار آلکانی، فقط شش گروه CH_3 ، دو گروه CH و یک گروه C وجود داشته باشد، چه تعداد از مطالب

زیر، در مورد آن درست است؟

• نقطه جوش آن به یقین کم‌تر از دکان راست‌زنجیر است.

• این ترکیب دارای چهار شاخه فرعی متیل بوده و فاقد شاخه فرعی اتیل است.

• شمار پیوندهای کربن - هیدروژن در ساختار آن، ۱۱ واحد بیشتر از شمار اتم‌های کربن است.

• نام این ترکیب به یقین «۲، ۳، ۳، ۴ - تترامتیل پنتان» است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۰- مخلوطی از دو آلکان به مقدار ۱ مول در اختیار داریم. اگر تفاوت جرم مولی آن‌ها برابر ۲۸ گرم بر مول بوده و در اثر سوختن

کامل آن‌ها، $33/6$ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید شود، چند درصد حجمی این مخلوط را آلکان سبک‌تر تشکیل

داده است؟ ($C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

- ۲۵ (۱) ۴۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۲۱- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) هرگاه در هیدروکربنی، دو اتم کربن به سه اتم دیگر متصل باشد، واکنش پذیری زیادی خواهد داشت.
- (۲) اتیلن از موز و گوجه‌فرنگی رسیده آزاد شده و یک عمل‌آورنده محسوب می‌شود.
- (۳) اتانول، الکی دوکربنی، بی‌رنگ و فزّار است که به هر نسبتی در آب حل شده و در بیمارستان‌ها به عنوان ضد عفونی کننده استفاده می‌شود.
- (۴) مولکول چربی سیرنشده موجود در گوشت، با بخار برم واکنش داده و ماده قرمز رنگی تولید می‌کند.
- ۱۲۲- در اثر انجام کامل واکنش‌های زیر، نسبت شمار پیوندها به اتم‌های کربن در محصولات واکنش‌های a, b و c، به ترتیب کدام است؟

a) آب + اتیلن →

b) برم + پروپن →

c) هیدروژن + استیلن →

$$3/5 - 3 - 3/5 (2)$$

$$3 - 3 - 3/5 (1)$$

$$3/5 - 3/3 - 4 (4)$$

$$3 - 3/3 - 4 (3)$$

- ۱۲۳- اگر از واکنش یک هیدروکربن با ۱۲ گرم برم، ۱۳/۵ گرم محصول سیرشده تولید شود، هیدروکربن مورد نظر، کدام یک از ترکیب‌های زیر می‌تواند باشد؟ ($\text{Br} = 80, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

(۴) بوتن

(۳) پروپین

(۲) استیلن

(۱) اتیلن

۱۲۴- کدام موارد زیر، درست است؟

- (الف) در جوشکاری کاربیدی، از سوختن گاز استیلن، دمای لازم برای جوش دادن قطعه‌های فلزی تأمین می‌شود.
- (ب) سیکلو (cyclo) پیشوندی به معنای حلقوی است که برای نام‌گذاری همه ترکیب‌های آلی حلقوی به کار می‌رود.
- (پ) نفتالن نوعی ترکیب آروماتیک بوده که نسبت شمار پیوندهای دوگانه کربن - کربن به شمار پیوندهای کربن - هیدروژن در آن، برابر ۷۵/۰ است.
- (ت) در پالایش نفت خام با استفاده از تقطیر جزء به جزء، هیدروکربن‌های نفت را به صورت مخلوط‌هایی با فرآریت نزدیک به هم جدا می‌کنند.

(۴) پ - ت

(۳) ب - پ

(۲) الف - ت

(۱) الف - ب

۱۲۵- کدام مطلب درست است؟

- (۱) خورشید تنها منبع حیات‌بخش انرژی بوده که انرژی گرمایی و نورانی آن به دلیل تبدیل انرژی به ماده است.
- (۲) یکی از راه‌های آزاد شدن انرژی مواد، سوزاندن آن‌ها است که انرژی آزاد شده به نوع ماده و جرم آن بستگی دارد.
- (۳) هر ماده‌ای جنبش‌های پیوسته دارد؛ از این‌رو، انرژی جنبشی تک‌تک ذره‌های سازنده یک ماده در دمای مشخص، متفاوت از هم نخواهد بود.
- (۴) دما همواره از جسمی با انرژی گرمایی بالاتر به جسمی با انرژی گرمایی پایین‌تر جاری می‌شود.

محل انجام محاسبات

۱۲۶- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها، متفاوت است؟

- (۱) روغن و چربی رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند، به طوری که واکنش‌پذیری روغن بیشتر است.
 (۲) ظرفیت گرمایی به چهار عامل دما، فشار، نوع ماده و مقدار آن بستگی دارد.
 (۳) گرما را می‌توان هم‌ارز با آن مقدار انرژی گرمایی دانست که به دلیل تفاوت در دما جاری می‌شود.
 (۴) هنگام نوشیدن شیر با دمای 6°C ، فرایند هم‌دماشدن آن با بدن، برخلاف فرایند هضم آن، یک واکنش گرماده است.
- ۱۲۷- یک ظرف دربسته فولادی با دمای 25°C و جرم ۳ کیلوگرم داریم. داخل این ظرف، $5/6$ گرم اتن به همراه اکسیژن کافی می‌سوزد. اگر ۷۰ درصد از گرمای حاصل از سوختن اتن توسط ظرف جذب شود، دمای ظرف به تقریب، به چند درجه سلسیوس می‌رسد؟ (گرمای ویژه فولاد را $5/0$ ژول بر گرم بر درجه سلسیوس در نظر بگیرید، $C = 12, H = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)
- $$\text{C}_7\text{H}_8(\text{g}) + 3\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{CO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{g}) + 1300 \text{ kJ}$$

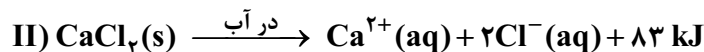
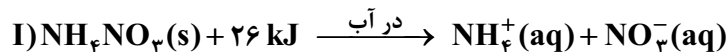
(۱) ۱۲۱ (۲) ۱۴۶ (۳) ۱۷۲ (۴) ۱۹۷

۱۲۸- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- یک ویژگی بنیادی در همه واکنش‌های شیمیایی، دادوستد گرما با محیط پیرامون است.
- اگر در یک واکنش شیمیایی گرماده دما ثابت نباشد، عمده گرما واکنش به دلیل تفاوت انرژی گرمایی بین مواد واکنش‌دهنده و فراورده است.
- با توجه به مقدار گرمای حاصل از سوختن گرافیت و الماس، می‌توانیم گرافیت را پایدارتر از الماس بدانیم.
- جذب گرما توسط آب در یخچال صحرایی باعث افت دما شده و فضای درون دستگاه همراه با محتویات آن را خنک می‌کند.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۲۹- اغلب ورزشکاران برای درمان آسیب‌دیدگی‌های خود از بسته‌هایی استفاده می‌کنند که به سرعت گرما را انتقال می‌دهند. اساس کار این بسته‌ها، انحلال برخی ترکیب‌های یونی در آب است. با توجه به معادله‌های ترموشیمیایی زیر، کدام فرایند انحلال برای سرد کردن محل آسیب‌دیدگی مناسب است و از انحلال کامل $2/22 \text{ g}$ کلسیم کلرید خشک در آب، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ ($\text{Ca} = 40, \text{Cl} = 35/5 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۱) I - ۸۳/۰ (۲) I - ۶۶/۱ (۳) II - ۸۳/۰ (۴) II - ۶۶/۱

۱۳۰- اگر از مصرف هر گرم آلومینیم در واکنش ترمیت، $15/24 \text{ kJ}$ گرما آزاد شود، این مقدار گرما، دمای صد گرم آب خالص را چند درجه سلسیوس افزایش می‌دهد و مقدار گرما در واکنش ترموشیمیایی موازنه‌شده آن به تقریب چند کیلوژول است؟ (گرمای ویژه آب را $4/2$ ژول بر گرم بر درجه سلسیوس در نظر بگیرید، $\text{Al} = 27 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) (معادله واکنش، موازنه‌نشده است.)

$$\text{Al}(\text{s}) + \text{Fe}_2\text{O}_3(\text{s}) \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3(\text{s}) + \text{Fe}(\text{l})$$

(۱) ۶/۳۳ - ۴۱۱ (۲) ۶/۳۳ - ۸۲۳ (۳) ۳/۳۶ - ۴۱۱ (۴) ۳/۳۶ - ۸۲۳

محل انجام محاسبات

پایه دوازدهم

چنان چه پایه دوازدهم ادر پنل کار بری خود انتخاب کرده اید، به سوالات این دفتر چه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

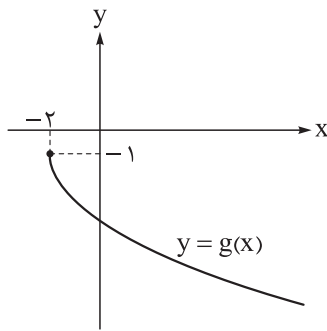
بودجه بندی دروس	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حسابان و ریاضیات پایه
	هندسه (۳) فصل ۱ (درس ۱) صفحه ۹ تا ۲۱	ریاضیات گسسته فصل ۱ (درس ۱ و ۲) صفحه ۱ تا ۱۷	حسابان (۲): فصل ۱ (درس ۱) صفحه ۱ تا ۱۲ پایه مرتب: حسابان (۱): فصل ۲ (درس ۱ و ۲) صفحه ۳۷ تا ۵۳ ریاضی (۱): فصل ۵ صفحه ۹۴ تا ۱۱۷
	شیمی	فیزیک	
	شیمی (۳) فصل ۱ (تا ابتدای «اسیدها و بازها») صفحه ۱ تا ۱۳	فیزیک (۳) فصل ۱ (تا ابتدای «حرکت با شتاب ثابت») صفحه ۱ تا ۱۵	

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۲۵ دقیقه	۱۴۵	۱۳۱	۱۵	حسابان و ریاضیات پایه
۲۰ دقیقه	۱۵۵	۱۴۶	۱۰	ریاضیات گسسته
۲۰ دقیقه	۱۶۵	۱۵۶	۱۰	هندسه
۳۰ دقیقه	۱۸۵	۱۶۶	۲۰	فیزیک
۲۰ دقیقه	۲۰۰	۱۸۶	۱۵	شیمی
۱۱۵ دقیقه		۷۰ سؤال		مجموع

حسابان دوازدهم

۱۳۱- قرینه نمودار تابع $f(x) = x^2 + 4x$ را نسبت به مبدأ مختصات ۳ واحد به چپ انتقال می‌دهیم. مجموع طول‌های نقاط تلاقی نمودار جدید با نمودار تابع f کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳



۱۳۲- نمودار تابع g ، فقط از انتقال نمودار تابع $f(x) = \sqrt{3-x}$ و قرینه‌یابی آن نسبت به محورهای مختصات به دست آمده است. مقدار $(g \circ f)(-4)$ کدام است؟

- (۱) -۶
(۲) -۳
(۳) -۴
(۴) -۵

۱۳۳- نقطه $A(2, a)$ واقع بر نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x-1}{3}\right)$ با نقطه $A'(b, 2)$ واقع بر نمودار تابع $y = 1 - 3f\left(\frac{x}{3}\right)$ متناظر است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

۱۳۴- نمودار تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 + mx - 2$ را نسبت به نیمساز ناحیه‌های اول و سوم قرینه می‌کنیم و سپس ۲ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع g به دست آید. اگر $g^{-1}(3) = 4$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۳۵- با کدام تبدیلات زیر می‌توان از نمودار تابع $y = 2f^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)$ به نمودار تابع وارون $y = 3f\left(\frac{x}{3}\right)$ رسید؟

- (۱) انقباض عمودی و انقباض افقی
(۲) انقباض عمودی و انبساط افقی
(۳) انقباض عمودی و انبساط افقی
(۴) انقباض عمودی و انقباض افقی

۱۳۶- نمودار تابع $y = 2f\left(1 - \frac{x}{3}\right)$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم. سپس نمودار حاصل را ۲ واحد به پایین انتقال می‌دهیم و طول نقاط آن را نصف می‌کنیم. اگر تابع f وارون‌پذیر باشد، در نهایت به نمودار کدام تابع می‌رسیم؟

- (۱) $y = -2f^{-1}(x)$
(۲) $y = 2f^{-1}(2x)$
(۳) $y = 2f^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)$
(۴) $y = -2f^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)$

محل انجام محاسبات

۱۳۷- تابع $f(x) = \frac{3x}{x+3}$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه و سپس نمودار وارون آن را رسم می‌کنیم تا به نمودار تابع g برسیم. نمودارهای توابع f و g نسبت به هم چگونه‌اند؟

(۱) در دو نقطه متمایز یکدیگر را قطع می‌کنند. (۲) بر یکدیگر مماس‌اند.

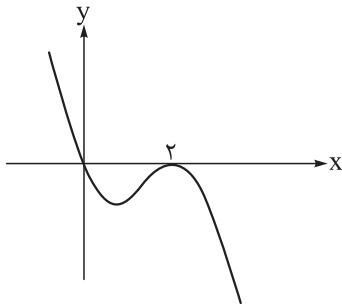
(۳) یکدیگر را قطع نمی‌کنند. (۴) بر هم منطبق هستند.

۱۳۸- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{4-2x}$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و سپس ۱ واحد به چپ و ۲ واحد به پایین انتقال می‌دهیم. اگر نمودار نهایی مربوط به تابع g باشد، حاصل $(g^{-1} \circ f)(-6)$ کدام است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۶

۱۳۹- وارون تابع $f(x) = (x-2)^2; x \leq 2$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و سپس ۴ واحد به راست انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = 2 - a\sqrt{16+bx}$ به دست آید. حاصل $a-b$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۳/۵ (۴) ۴/۵



۱۴۰- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{xf(x)}{f(2-x)}}$ کدام است؟

(۱) $(0, 2)$

(۲) $(-\infty, 0)$

(۳) $(-\infty, 2) - \{0\}$

(۴) $(2, +\infty)$

۱۴۱- اگر $f(x) = (x+3)(x^2+3)$ باشد، نمودار تابع $y = 2 + f^{-1}(x-k)$ از مبدأ مختصات می‌گذرد. مقدار k کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) -۷

۱۴۲- چندجمله‌ای $f(x)$ ، n ریشه دوه‌دو متمایز دارد، به طوری که مجموع آن‌ها برابر ۱۲ است. اگر مجموع ریشه‌های چندجمله‌ای $f(4-3x)$ برابر ۸ باشد، مقدار n کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

۱۴۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{1-2x}{3+x}$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و سپس ۱ واحد به چپ انتقال می‌دهیم. نمودار

حاصل، نمودار وارون تابع $y = \frac{1}{4}x + m$ را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع می‌کند. مقدار m کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات

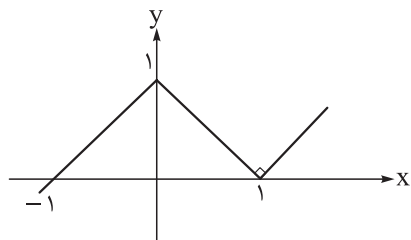
۱۴۴- نمودار تابع $f(x) = |x - 2|$ را نسبت به محورهای مختصات قرینه می‌کنیم و سپس آن را ۱۰ واحد به بالا انتقال می‌دهیم. مساحت بین نمودار نهایی و نمودار تابع f کدام است؟

۵۲ (۴)

۳۶ (۳)

۴۸ (۲)

۴۲ (۱)



۱۴۵- نمودار تابع f به صورت مقابل است. اگر نمودار تابع

$$y = -\frac{3}{2}x + a + f\left(\frac{2-3x}{2}\right)$$

فقط در بازه $[m, n]$ بر محور طول‌ها

منطبق باشد، حاصل $m + n + a$ کدام است؟

 $-\frac{2}{3}$ (۲)

 $\frac{2}{3}$ (۱)

 $-\frac{3}{2}$ (۴)

 $\frac{3}{2}$ (۳)

ریاضیات گسسته دوازدهم

۱۴۶- چند مورد از گزاره‌های زیر، مثال نقض ندارد؟

الف) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

ب) برای هر دو عدد حقیقی مثبت x و y داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

پ) برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.

ت) مجموع هر دو عدد گویا، عددی گویاست.

ث) اگر برای سه مجموعه A ، B و C داشته باشیم $A \cup B = A \cup C$ ، آن‌گاه $B = C$.

ج) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن‌گاه $4k+1$ مربع کامل است.

(۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۴۷- به ازای چند مقدار صحیح a ، اعداد $6m+6$ و $5m+6$ بر a بخش پذیر هستند؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۴۸- اگر باقی مانده تقسیم اعداد m و n بر ۱۷ به ترتیب ۵ و ۳ باشد، باقی مانده تقسیم عدد $(2m - 5n)$ بر ۱۷ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۵ (۴) صفر

۱۴۹- کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر ۸ و ۷ به ترتیب ۷ و ۵ باشد، باقی مانده تقسیم عدد a بر ۵۶ برابر ۱۲ است.

$$\forall m, n \in \mathbb{N}; a | b \Rightarrow a^m | b^n \quad (۲)$$

$$\forall n \in \mathbb{N}; 6 | n^2 - n \quad (۳)$$

$$5 | 4k+1 \Rightarrow 25 | 16k^2 + 28k + 7 \quad (۴)$$

۱۵۰- اگر $10 < n < 28$ ، به ازای چند مقدار طبیعی n ، عدد $(1+2+\dots+n)^2$ بر ۴ بخش پذیر است؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۵۱- در اثبات نامساوی $(a^2 + 1)(b^2 + 4) \geq 8ab$; $(a, b \in \mathbb{R})$ به روش بازگشتی، به کدام گزاره همواره درست می‌رسیم؟

$$(ab - 1)^2 + (b - 2a)^2 \geq 0 \quad (۱)$$

$$(ab - 2)^2 + (b - 2a)^2 \geq 0 \quad (۲)$$

$$(ab - 2)^2 + (a - 2b)^2 \geq 0 \quad (۳)$$

$$(ab - 1)^2 + (a - 2b)^2 \geq 0 \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات

۱۵۲- کوچکترین مضرب مشترک دو عدد، ۳۳ برابر بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک آنهاست. تفاضل این دو عدد چند مقدار دورقمی مثبت می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۱۵۳- مجموع مربع n عدد اول متوالی که از ۲ شروع شده باشند، بر عدد ۲۴ بخش پذیر است. n کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۸۵ (۲) ۹۹۷ (۳) ۹۹۷۵ (۴) ۹۹۹۹۷

۱۵۴- نقطه $A(\alpha, \beta)$ با مختصات صحیح، در ربع اول روی منحنی $y = \frac{5x+1}{x-2}$ قرار دارد. مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

۱۵۵- اگر $13 | a+1$ و $7 | a-5$ ، مجموع ارقام بزرگترین عدد سه‌رقمی a کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

محل انجام محاسبات

هندسه دوازدهم

۱۵۶- ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} j \\ i \end{bmatrix}_{m \times n}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 \\ j - i \end{bmatrix}_{m \times n}$ مفروض‌اند. اگر اولین درایه سطر آخر ماتریس A با آخرین درایه

سطر اول ماتریس B برابر باشد، حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۵۷- ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعریف $a_{ij} = \begin{cases} mi + j^2; i > j \\ i + j; i \leq j \end{cases}$ مفروض است. اگر مجموع درایه‌های قطر اصلی A با مجموع

درایه‌های قطر فرعی آن برابر باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۵

۱۵۸- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 5 \\ b & -4 & b \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، ماتریس $A + \frac{b}{a}I$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$

۱۵۹- اگر $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 6 & 7 \\ d & e & f \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{a+b+c}{d+e+f}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۶۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & a \end{bmatrix}$ و $A^2 = A + bI$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶۱- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و k باقی‌مانده تقسیم $i + j$ بر ۳ باشد، به طوری که $k = 1$ یا $k = 2$ ، $a_{ij} = \begin{cases} i - 2j, k = 0 \\ 2i + j, k = 1 \\ 2i - j, k = 2 \end{cases}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس A^2 کدام است؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۳۰ (۳) ۳۴ (۴) ۳۸

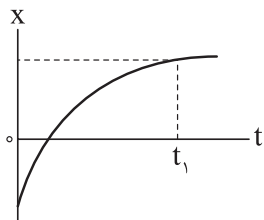
۱۶۲- A و B دو ماتریس تعویض‌پذیر هستند، به طوری که $A^2 = A$ و $B^2 = B$. حاصل $(A + B - AB)^2$ کدام است؟

- (۱) $A + B$ (۲) I (۳) $A + B - AB$ (۴) \bar{O}

محل انجام محاسبات

فیزیک دوازدهم

۱۶۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر درباره حرکت این متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 درست است؟



(الف) تندی متحرک در حال افزایش است.

(ب) تندی متحرک در حال کاهش است.

(پ) جهت حرکت متحرک یک مرتبه تغییر می کند.

(ت) جهت بردار مکان متحرک یک مرتبه تغییر می کند.

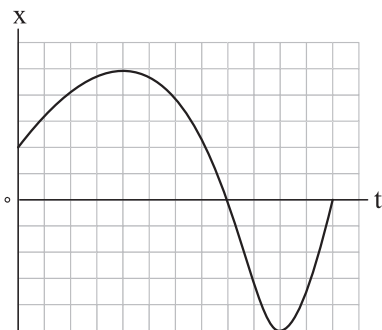
(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

۱۶۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در بازه ای که بردار مکان آن در خلاف جهت محور x است، چند برابر اندازه سرعت متوسط آن در بازه ای است که در خلاف جهت محور x حرکت می کند؟



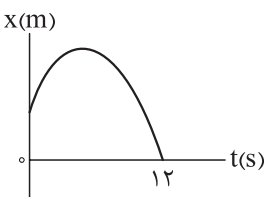
(۱) ۱

(۲) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{25}{6}$

۱۶۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 12s$ ، تندی متوسط متحرک $\frac{5}{s} m$ و اندازه سرعت متوسط آن $\frac{2}{s} m$ باشد، بیشینه فاصله متحرک از مبدأ مکان چند متر است؟



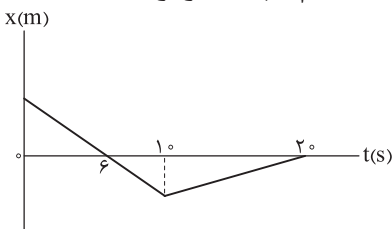
(۲) ۴۲

(۴) ۴۸

(۱) ۳۶

(۳) ۴۵

۱۶۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظه $t_1 = 2s$ برابر $\frac{3}{s} m$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا $t_2 = 12s$ چند متر بر ثانیه است؟



(۱) $\frac{2}{4}$

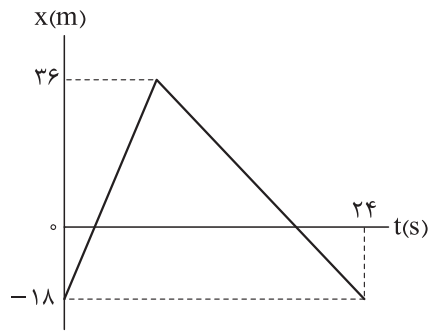
(۲) $\frac{2}{16}$

(۳) $\frac{0}{24}$

(۴) $\frac{0}{216}$

محل انجام محاسبات

۱۷۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. در این حرکت، بردار مکان متحرک چند ثانیه در جهت محور x است؟



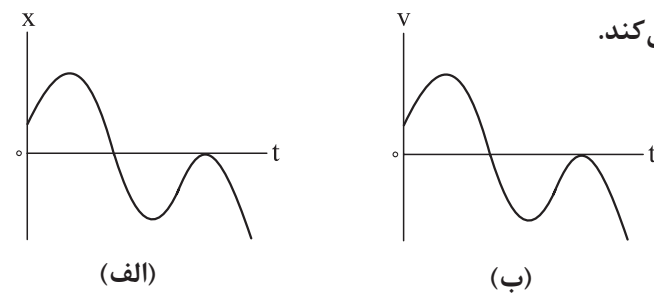
۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

۱۸ (۴)

۱۷۱- دو متحرک A و B در راستای محور x حرکت می کنند. نمودار مکان - زمان متحرک A، به شکل (الف) و نمودار سرعت - زمان متحرک B به شکل (ب) است. چه تعداد از عبارتهای زیر درباره حرکت این دو متحرک الزاماً درست است؟



(الف) جهت بردار مکان متحرک A، دو مرتبه تغییر می کند.

(ب) جهت حرکت متحرک A، سه مرتبه تغییر می کند.

(پ) جهت بردار مکان متحرک B، یک مرتبه تغییر می کند.

(ت) جهت حرکت متحرک B، سه مرتبه تغییر می کند.

(الف)

(ب)

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۷۲- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) اگر در طی حرکتی، شتاب متحرک پیوسته برابر صفر باشد، سرعت متحرک در این حرکت ثابت است.

(۲) اگر در طی حرکتی، شتاب متحرک پیوسته برابر صفر باشد، تندی متحرک در این حرکت ثابت است.

(۳) اگر در طی حرکتی، سرعت متحرکی ثابت باشد، شتاب آن در این حرکت پیوسته برابر صفر است.

(۴) اگر در طی حرکتی، تندی متحرک ثابت باشد، شتاب آن در این حرکت، پیوسته برابر صفر است.

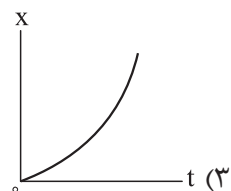
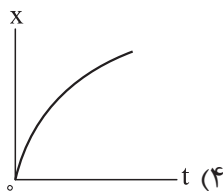
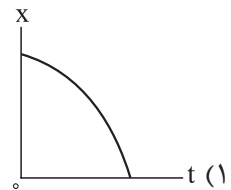
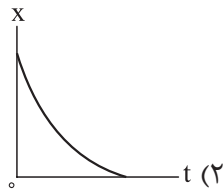
۱۷۳- در جدول زیر، مکان و سرعت متحرکی که روی محور x حرکت می کند، در دو لحظه مشخص شده است. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، سرعت متوسط متحرک $\vec{i} (2/4 \frac{m}{s})$ و شتاب متوسط آن $\vec{i} (-1/5 \frac{m}{s^2})$ باشد، \vec{v}_2 در SI کدام است؟

سرعت ($\frac{m}{s}$)	مکان (m)	زمان (s)
$5\vec{i}$	$-9\vec{i}$	t_1
\vec{v}_2	$15\vec{i}$	t_2

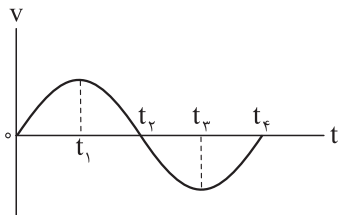
۱۰ \vec{i} (۱)-۱۰ \vec{i} (۲)۲۰ \vec{i} (۳)-۲۰ \vec{i} (۴)

محل انجام محاسبات

۱۷۴- در کدام یک از نمودارهای مکان - زمان زیر، سرعت متحرک در مبدأ زمان و شتاب آن در تمام لحظه‌ها، در خلاف جهت محور x است؟



۱۷۵- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. چه تعداد از عبارتهای زیر درباره حرکت این متحرک درست است؟



الف) در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، اندازه شتاب متحرک در حال کاهش است.

ب) در بازه زمانی t_2 تا t_3 ، تندی متحرک در حال افزایش است.

پ) در بازه زمانی صفر تا t_3 ، شتاب متوسط متحرک در خلاف جهت محور x است.

ت) در بازه زمانی t_2 تا t_4 ، تندی متوسط متحرک با اندازه سرعت متوسط آن برابر است.

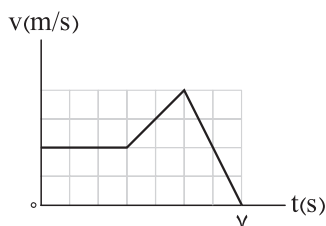
(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۱۷۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اندازه شتاب متحرک در لحظه $t_1 = 6s$ چند برابر اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 7s$ است؟



(۱) ۵

(۲) ۴

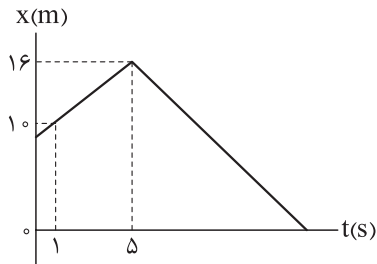
(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{5}$

محل انجام محاسبات

۱۷۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک

در بازه زمانی ۱s تا ۱۱s، برابر $\frac{m}{s}$ باشد، شتاب متوسط آن در این بازه زمانی، در SI، کدام است؟



(۱) $0.05 \vec{i}$

(۲) $0.35 \vec{i}$

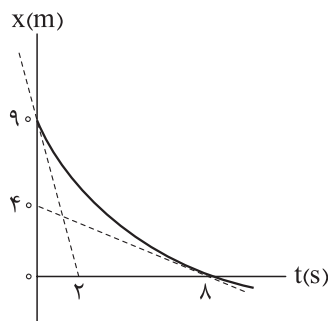
(۳) $-0.05 \vec{i}$

(۴) $-0.35 \vec{i}$

۱۷۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک

از مبدأ زمان تا لحظه ای که جهت بردار مکان آن تغییر می کند، در SI کدام است؟ (خط چین های رسم شده در دو لحظه

$t_1 = 0$ و $t_2 = 8$ s بر نمودار مماس هستند.)



(۱) $5 \vec{i}$

(۲) $-5 \vec{i}$

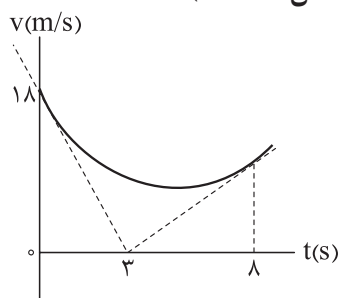
(۳) $6/25 \vec{i}$

(۴) $-6/25 \vec{i}$

۱۷۹- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر اندازه شتاب متحرک

در مبدأ زمان، ۳ برابر اندازه شتاب آن در لحظه $t = 8$ s باشد، شتاب متوسط متحرک در ۸ ثانیه اول، بر حسب متر بر

مربع ثانیه کدام است؟ (دو خط چین رسم شده در مبدأ زمان و لحظه $t = 8$ s بر نمودار مماس هستند.)



(۱) \vec{i}

(۲) $-\vec{i}$

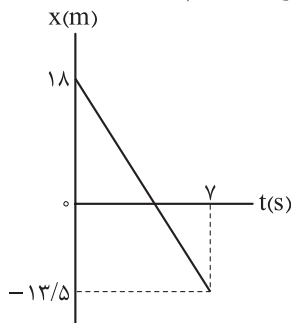
(۳) $0/25 \vec{i}$

(۴) $-0/25 \vec{i}$

محل انجام محاسبات

۱۸۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. بردار جابه جایی متحرک

در بازه زمانی $3s$ تا $5s$ و نیز بردار سرعت آن در لحظه $t = 2s$ به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟



(۱) $-9\vec{i}$ و $-4/5\vec{i}$

(۲) صفر و $-4/5\vec{i}$

(۳) صفر و $9\vec{i}$

(۴) $9\vec{i}$ و $-9\vec{i}$

۱۸۱- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = -4t + 12$ است. کدام یک از

عبارت های زیر درباره حرکت این متحرک درست است؟

(الف) متحرک در لحظه $t = 3s$ تغییر جهت می دهد.

(ب) متحرک همواره در یک جهت حرکت می کند و اندازه بردار مکان آن پیوسته در حال افزایش است.

(پ) فاصله متحرک تا مبدأ در لحظه های $t_1 = 0/5s$ و $t_2 = 3/5s$ یکسان است.

(ت) سرعت متوسط در 2 ثانیه سوم برابر سرعت متحرک در لحظه $t = 4s$ است.

(۲) الف و پ

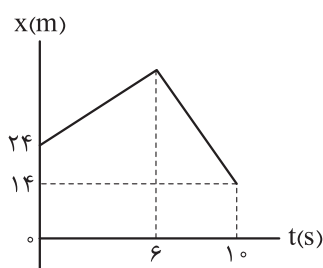
(۱) الف و پ و ت

(۴) ت

(۳) ب و ت

۱۸۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک در

لحظه $t_1 = 2s$ ، $5 \frac{m}{s}$ کم تر از تندی آن در لحظه $t_2 = 8s$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $3s$ تا $9s$



چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۲

(۲) $2/5$

(۳) ۴

(۴) $1/5$

محل انجام محاسبات

۱۸۳- دو جسم A و B با سرعت‌های ثابت بر روی محور x در حرکت‌اند و هر دو هم‌زمان در یک لحظه در مبدأ از کنار هم عبور می‌کنند. اگر معادله مکان - زمان A در SI، $x_A = 3t - 4$ باشد و متحرک B در لحظه $t_1 = 5$ s از مکان $x_1 = -22$ m عبور کند، معادله مکان - زمان متحرک B در SI کدام است؟

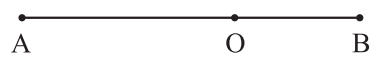
$$x_B = -9t + 23 \quad (2)$$

$$x_B = 9t - 23 \quad (1)$$

$$x_B = -6t + 8 \quad (4)$$

$$x_B = 6t - 8 \quad (3)$$

۱۸۴- در شکل زیر دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و B با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کند و در نقطه O از کنار هم می‌گذرند. در ادامه ۴ s طول می‌کشد تا متحرک اول از O به B و ۹ s طول می‌کشد تا دومی از O به A برسد. اگر تندی متحرک اول $12 \frac{m}{s}$ باشد، چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک دوم از B به A برسد؟



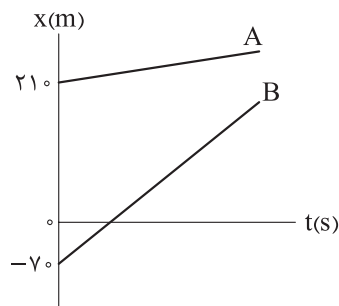
$$15 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

$$18 \quad (4)$$

$$16 \quad (3)$$

۱۸۵- شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. اگر تندی متحرک B، $14 \frac{m}{s}$ بیشتر از تندی متحرک A و فاصله دو متحرک از یکدیگر در لحظه تغییر جهت بردار مکان متحرک B، ۲۵۲ m باشد، در چه لحظه‌ای



برای بار دوم فاصله دو متحرک از هم ۲۵۲m می‌شود؟

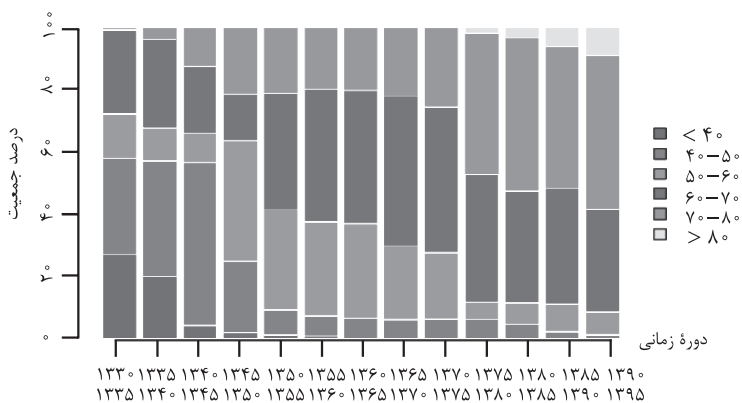
$$20 \quad (1)$$

$$22 \quad (2)$$

$$36 \quad (3)$$

$$38 \quad (4)$$

شیمی دوازدهم



۱۸۶- نمودار مقابل توزیع جمعیت جهان را براساس امید به زندگی آن‌ها در دوره‌های زمانی گوناگون نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) از سال ۱۳۶۰ تا ۱۳۸۰، درصد جمعیتی که امید به زندگی ۴۰ تا ۵۰ سال داشته‌اند، به تقریب ثابت بوده است.

(۲) اگر جمعیت جهان در سال ۱۳۹۳، ۸ میلیارد نفر بوده باشد، حدود ۴ میلیارد نفر از آن‌ها، امید به زندگی بین ۷۰ تا ۸۰ سال داشته‌اند.

(۳) از سال ۱۳۶۰، درصد جمعیتی که امید به زندگی زیر ۴۰ سال دارند، به صفر رسیده است و از حدود ۱۰ سال بعد، امید به زندگی بالای ۸۰ سال در جمعیت ظاهر شده است.

(۴) با گذشت زمان، میزان امید به زندگی در سطح جهان افزایش یافته است؛ چون استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت در جوامع رو به گسترش است.

۱۸۷- چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با دو ماده اتیلن گلیکول و اوره، درست است؟

- این دو ترکیب به خوبی در یکدیگر حل می‌شوند.
- مولکول‌های اتیلن گلیکول و اوره می‌توانند با یکدیگر پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.
- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول اوره، برابر همین نسبت در مولکول اتیلن گلیکول است.
- شمار گروه‌های عاملی در مولکول اوره و اتیلن گلیکول با یکدیگر برابر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۸۸- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) در فرایند انحلال، اگر ذره‌های سازنده حل‌شونده با مولکول‌های حلال جاذبه قوی برقرار نکنند، حل‌شونده در حلال پخش می‌شود.

(۲) حالت فیزیکی آلاینده، تأثیر بسزایی در انتخاب یک پاک‌کننده مناسب دارد.

(۳) حلالیت روغن زیتون در اوره به مراتب کم‌تر از حلالیت آن در هگزان است.

(۴) سدیم کلرید با تشکیل جاذبه‌های یون - دوقطبی در حلال قطبی آب حل شده، ولی نقره کلرید در حلال ناقطبی هگزان حل نمی‌شود.

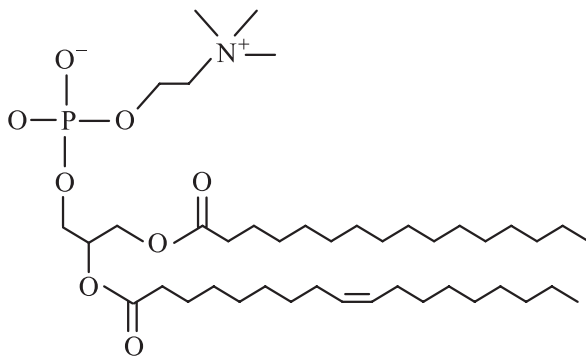
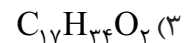
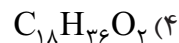
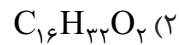
محل انجام محاسبات

۱۸۹- اگر یک اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، دارای ۱۴ گروه CH_2 باشد، کدام یک از عبارتهای زیر در مورد آن، نادرست است؟ ($\text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$)

(الف) از واکنش آن با پتاسیم هیدروکسید، یک پاک کننده با حالت فیزیکی مایع تولید می شود.
(ب) ۱۲/۵ درصد از جرم آن را عنصر اکسیژن تشکیل می دهد.

(پ) بخش ناقطبی آن بر بخش قطبی غلبه داشته و به همین دلیل به طور خودبه خودی می تواند در آب پخش شود.
(ت) محصول واکنش این ترکیب با سدیم هیدروکسید، هم در آب و هم در چربی حل می شود.
(۱) الف - پ (۲) ب - پ (۳) ب - ت (۴) فقط «پ»

۱۹۰- اگر شمار اتمهای کربن در یک استر سه عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، ۱/۵ برابر شمار اتمهای هیدروژن در یک اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده بوده و جرم اتمهای کربن در هر مول از این اسید چرب ۱۱۲ گرم بیشتر از جرم اتمهای هیدروژن در هر مول از این استر سه عاملی باشد، استر مورد نظر را از واکنش یک الکل سه عاملی با کدام یک از اسیدهای زیر می توان تهیه کرد؟ ($\text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$)



۱۹۱- شکل مقابل ساختار فسفاتیدیل کولین را نشان می دهد

که به عنوان فسفولیپید غالب در غشای بیشتر سلولهای پستانداران وجود دارد. با توجه به آن، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) زنجیرهای هیدروکربنی، بخش آب گریز و بخشهای شامل عنصرهای N، O، P، بخشهای آبدوست این ساختار را تشکیل می دهند.

(۲) نیروی بین مولکولی غالب در آن، همانند اسید چرب، از نوع وان دروالسی است.

(۳) فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $\text{C}_{۴۲}\text{H}_{۸۱}\text{NO}_۸\text{P}$ است.

(۴) الگوی کلی این فسفولیپیدها را می توان به صورت  نمایش داد.

۱۹۲- اگر ۸ گرم سدیم هیدروکسید ۹۰ درصد خالص با ۴۸/۳۶ گرم از یک استر سه عاملی با زنجیرهای هیدروکربنی سیرشده و یکسان، به طور کامل واکنش دهد، فرمول صابون تولید شده کدام است؟ ($\text{Na} = ۲۳, \text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$)

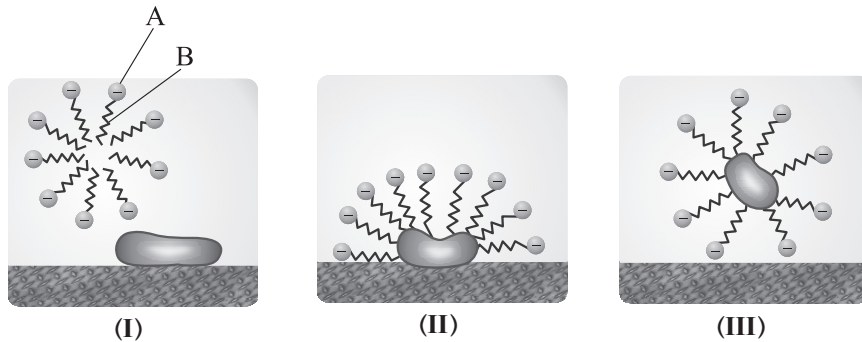


محل انجام محاسبات

۱۹۳- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) اگر مقداری صابون را به مخلوط آب و روغن اضافه کنیم و آن را به هم بزنیم، یک مخلوط پایدار ایجاد می‌شود که به ظاهر همگن است.
- (۲) رنگ پوششی، نمونه‌ای از یک کلوئید است که نور را از خود عبور می‌دهد.
- (۳) ذره‌های سازنده کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها، به ترتیب توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت و ذره‌های ریز ماده هستند.
- (۴) در بین محلول‌ها، کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها، ویژگی ته‌نشین شدن تنها مربوط به سوسپانسیون‌ها است.

۱۹۴- شکل‌های زیر، مراحل پاک‌شدن یک لکه روغن از روی پارچه با صابون را نشان می‌دهند. با توجه به آن، چه تعداد از مطالب زیر درست است؟



- بخش‌های A و B به ترتیب بخش‌های آبدوست و چربی‌دوست را در مولکول صابون نشان می‌دهند.
- مولکول‌های صابون پس از برقراری جاذبه با مولکول‌های روغن، به کمک بخش آبدوست خود در آب حل می‌شوند.
- مولکول‌های صابون مانند پلی بین مولکول‌های آب و روغن قرار گرفته و ذره‌های روغن را در آب پخش می‌کنند.
- شکل‌های (I) و (III)، به ترتیب حل‌شدن صابون در آب به کمک بخش قطبی آن و پخش شدن روغن در آب به کمک صابون را نشان می‌دهند.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۱۹۵- مقدار کافی صابون جامد با فرمول $C_{17}H_{35}COONa$ را در 150° میلی‌لیتر از محلول کلسیم کلرید با غلظت $0/2$ مولار ریخته و هم می‌زنیم. اگر بعد از 30 دقیقه، $4/04$ گرم رسوب جدا شود، با فرض ثابت بودن سرعت تولید و جدا شدن رسوب در طول انجام واکنش، چند دقیقه دیگر زمان لازم است تا همه کلسیم موجود در محلول به صورت کامل رسوب کند؟ ($Ca = 40, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

۸۵ (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۳۵ (۳) ۱۵۵ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۹۶- چه تعداد از موارد زیر درباره مدل فضاپرکن نشان داده شده، درست است؟

- فرمول شیمیایی این ترکیب را می توان به صورت $C_{18}H_{29}SO_3Na$ نمایش داد.
- این ماده را می توان از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی، طی واکنش های پیچیده تولید کرد.

• این ترکیب می تواند در محیط های گوناگون مانند سفرهای دریایی و صنایع وابسته به آب شور، پاسخ گوی نیاز انسان باشد.

• یک نوع پاک کننده صابونی بوده که بخش آنیونی آن شامل یک بخش ناقطبی بزرگ و یک بخش قطبی کوچک تر است.

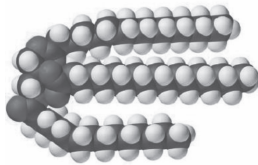
۱ (۴)

۲ (۳)

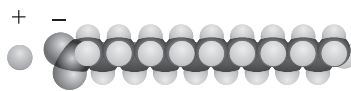
۳ (۲)

۴ (۱)

۱۹۷- با توجه به مدل فضاپرکن ترکیب های داده شده، کدام گزینه درست است؟



(a)



(b)



(c)

- (۱) با افزایش جمعیت جهان، برای تولید صابون در مقیاس انبوه، به مقدار زیادی از ترکیب b نیاز است.
- (۲) قدرت پاک کنندگی ترکیب c بیشتر از ترکیب b است، چون شمار جفت الکترون های ناپیوندی بیشتری در آن وجود دارد.
- (۳) این شکل ها مدل فضاپرکن سه پاک کننده را نشان می دهند که قدرت های پاک کنندگی متفاوتی دارند.
- (۴) با استفاده از ترکیب a و مواد لازم دیگر، می توان ترکیب b را تولید کرد که قدرت پاک کنندگی کمتری از ترکیب c دارد.

۱۹۸- کدام یک از توصیف های داده شده با ماده مورد نظر هم خوانی ندارد؟

- (الف) صابون گوگردار: ضد عفونی کننده و مناسب برای از بین بردن میکروب
- (ب) صابون مراغه: مناسب برای موهای چرب به دلیل داشتن خاصیت بازی مناسب
- (پ) صابون با ماده شیمیایی کلردار: مناسب برای از بین بردن جوش صورت و قارچ های پوستی
- (ت) مواد شوینده با نمک های فسفات: مناسب برای افزایش قدرت پاک کنندگی شوینده ها
- (۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) ب - ت (۴) پ - ت

۱۹۹- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) پاک کننده غیرصابونی با آلاینده ها تنها برهم کنش فیزیکی داشته، ولی پاک کننده خورنده، علاوه بر برهم کنش با آلاینده ها، با آن ها واکنش نیز می دهد.
- (۲) جوهر نمک، سود سوز آور و سفید کننده ها از نظر شیمیایی فعال اند و خاصیت خورندگی دارند.
- (۳) صابون و محلول جوهر نمک، دو پاک کننده هستند که خاصیت اسیدی داشته و باعث تغییر رنگ کاغذ pH می شوند.
- (۴) پاک کننده های خورنده، با انجام واکنش شیمیایی، لکه ها و رسوب ها را به موادی تبدیل می کنند که در آب حل یا پخش می شوند.

محل انجام محاسبات

۲۰۰- نوعی پاک کننده که برای باز کردن مجاری مسدود شده در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود، به شکل پودر عرضه شده و شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم است. کدام یک از موارد زیر، هنگام استفاده از این پاک کننده رخ می‌دهد؟

(الف) انجام واکنش شیمیایی بین سدیم هیدروکسید و چربی و تولید صابون

(ب) وارد شدن ضربه مکانیکی به رسوب‌ها به دلیل تولید گاز اکسیژن

(پ) ذوب شدن چربی‌ها به دلیل انجام واکنش گرماگیر

(ت) افزایش سرعت پاک‌کنندگی با استفاده از پاک‌کننده به صورت پودر

(۴) ب - ت

(۳) ب - پ

(۲) الف - ت

(۱) الف - پ

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

محل انجام محاسبات

پاسخ نامہ آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

مرحله سوم

پایه دوازدهم

تاریخ برگزاری: ۲۶/ مرداد/ ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

ویژگی‌های برنامہ راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۱۴۰۳-۰۴

- ۱- دورہ درس پایه دهم
- ۲- دورہ درس پایه یازدهم
- ۳- مطالعه بخشی از درس پایه دوازدهم
- ۴- امکان فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه	مرحله	اول ۱۳ تیر	دوم ۵ مرداد	سوم ۲۶ مرداد	چهارم ۱۶ شهریور	پنجم ۶ مهر
دهم	-	-	✓	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	-	-	✓	✓	-

با توجه به موارد فوق دفتر چه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۳ قسمت تشکیل شده است.

هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو یا سه قسمت (که قبلاً در پلن کار بری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.

آزمون مرحله دوم (که در تاریخ ۵ مرداد ۱۴۰۳ برگزار شد) به شروع پیشروی دهم و یازدهم اختصاص داشت؛ چنانچه نتوانستید در این آزمون شرکت کنید، امکان برگزاری این آزمون به صورت آنلاین فراهم است.

آزمون مرحله سوم (همین دفتر چه ای که در دست دارید) ادامه پیشروی پایه دهم و یازدهم و شروع پیشروی دوازدهم است.

در برنامہ شروع مجدد دوازدهم از مهر، تمامی سرفصل‌های دوازدهم، مجدد از مهر، در برنامہ راهبردی دیده شده است.



پایه دهم

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
هندسه (۱)	محمد رضا حسینی فرد - محمد طاهر شعاعی - حمید گلزاری - محسن محمد کریمی
فیزیک (۱)	علیرضا جباری - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی (۱)	مهدی براتی - عباس سرمایه - یاسر عبداللهی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	امیر حسین ابومحبوب	محمد گودرزی محمد سجاد نقیه سجاد داوطلب	شمیم پهلوان شریف مهدی خوش نویس شقایق راهبریان
هندسه (۱)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیر حسین ابومحبوب	مهدی خوش نویس ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
فیزیک (۱)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان علیرضا جباری محمد جواد سورچی	علیرضا جباری	مرضیه انتخابی فر زهرا صفری احسان محمدی امیر محمودی انزایی
شیمی (۱)	عباس سرمایه	عباس سرمایه	عباس سرمایه سروش عبادی یاسر عبداللهی وحید فارسیان	محمد مرادی سروش عبادی وحید فارسیان	سید علی حسین زاده مهسا خاکی هومن زندگی مهدی سلطانی سهامی علی طهانی علیرضا کرمانی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

ریاضی دهم

تست و پاسخ ۱

به ازای چند مقدار m ، رابطه $f = \{(m, 3m+1), (2m, -1), (2, 7), (3, 7)\}$ تابع نیست؟

۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره بحث تعریف تابع و سؤال‌های خیلی مقدماتی تابع اصلاً کنکوری نیست؛ اما فهم آن‌ها لازم است؛ غافل نشوید.

خودت حل کنی بهتره باید به کاری کنی حتماً مؤلفه‌های اول برابر داشته باشی.

درس نامه ••• تعریف تابع

رابطه‌ای بین ورودی و خروجی تابع است که به ازای هر ورودی مجزا، فقط و فقط یک خروجی داشته باشیم. در جدول زیر، فرم‌های مختلف تابع و نحوه تشخیص آن را می‌بینید:

مثال	چگونگی بررسی تابع بودن یا نبودن	نمایش تابع
تابع است. $f: \{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$ تابع نیست. $g: \{(1, 2), (3, 4), (1, 5)\}$	برای تابع بودن، هیچ دو زوج مرتبی نباید مؤلفه اول یکسان داشته باشند (اگر مؤلفه اول یکسان داشته باشند؛ باید مؤلفه دومشان هم برابر باشد).	زوج مرتبی
 تابع است.	 تابع نیست.	بیکانی
 تابع است.	 تابع نیست.	نموداری
تابع است. $f(x) = x^2$ تابع نیست. $x = 5$	به ازای هر x ورودی، فقط یک y در خروجی داشته باشیم.	ضابطه‌ای

پاسخ تشریحی رابطه f تابع نیست، پس حداقل دو زوج مرتب داریم که مؤلفه‌های اول برابر دارند، اما مؤلفه‌های دومشان برابر نیست. همه

حالت‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$m = 2m \Rightarrow m = 0 \Rightarrow (0, 1), (0, -1) \in f \quad \text{تابع نیست.}$$

$$m = 2 \Rightarrow (m, 3m+1) = (2, 7) \quad \text{تابع است.}$$

$$m = 3 \Rightarrow (3, 10), (3, 7) \in f \quad \text{تابع نیست.}$$

$$2m = 2 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow (2, -1), (2, 7) \in f \quad \text{تابع نیست.}$$

$$2m = 3 \Rightarrow m = \frac{3}{2} \Rightarrow (3, -1), (3, 7) \in f \quad \text{تابع نیست.}$$

در نتیجه به ازای چهار مقدار m ، رابطه f تابع نیست.

تست و پاسخ ۲

حداقل چند زوج مرتب از رابطه $f = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x|(|y|+2) = 6\}$ باید حذف شود تا به یک تابع برسیم؟

۵ (۴) ۴ (۳) ۶ (۲) ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره از هر n تا زوج مرتبی که مؤلفه اول یکسان دارن، باید $n-1$ تا حذف کنی.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا باید مجموعه f را تشکیل دهیم. $|x|$ و $|y|+2$ شماره‌های طبیعی (همان مقسوم‌علیه‌های طبیعی) ۶

$$|x|=1 \xrightarrow{|y|+2=6} |y|=4 \quad \text{هستند، با این شرط } |y|+2 \geq 2 \text{ است. داریم:}$$

$$|x|=2 \xrightarrow{|y|+2=3} |y|=1$$

$$|x|=3 \xrightarrow{|y|+2=2} |y|=0$$

گام دوم: حالا زوج‌های مرتب f را پیدا کرده‌ایم:

$$\left. \begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=-4, 4 \\ x=1 \Rightarrow y=-4, 4 \\ x=-2 \Rightarrow y=-1, 1 \\ x=2 \Rightarrow y=-1, 1 \\ x=-3 \Rightarrow y=0 \\ x=3 \Rightarrow y=0 \end{array} \right\} \Rightarrow f = \{(-1, -4), (-1, 4), (1, -4), (1, 4), (-2, -1), (-2, 1), (2, -1), (2, 1), (-3, 0), (3, 0)\}$$

گام سوم: کافی است از بین $(-1, -4)$ و $(-1, 4)$ حداقل یک زوج، از بین $(1, -4)$ و $(1, 4)$ حداقل یک زوج، از بین $(-2, -1)$ و $(-2, 1)$ حداقل یک زوج و از بین $(2, -1)$ و $(2, 1)$ نیز حداقل یک زوج حذف کنیم که در مجموع باید حداقل چهار زوج حذف کنیم تا رابطه داده‌شده تابع شود.

تست و پاسخ ۳

$$f(x) = \begin{cases} a+b\sqrt{10+3x} & ; |x| \leq 2 \\ (a+4)x+b & ; |x| \geq 2 \end{cases} \text{ اگر } f(x) \text{ ضابطه یک تابع باشد، حاصل } \frac{a}{b} \text{ کدام است؟}$$

x یکسان، $f(x)$ یکسان هم دارد.

$$-4 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره همون مسئله «پیدا کردن مؤلفه‌های اول یکسان» هستش که فقط ظاهرش فرق کرده. بین در دامنه ضابطه‌ها چه

عددی یکسانه؟

پاسخ تشریحی گام اول: $|x| \leq 2$ همان بازه $[-2, 2]$ و $|x| \geq 2$ همان مجموعه $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ است که $x = \pm 2$ در دو

مجموعه مشترک است.

گام دوم: مقدار ضابطه‌ها به ازای $x = -2$ و $x = 2$ باید برابر باشند:

$$x = -2: \underbrace{a+b\sqrt{10-6}}_{\text{ضابطه اول}} = \underbrace{(a+4)(-2)+b}_{\text{ضابطه دوم}} \Rightarrow a+2b = -2a+b-8 \Rightarrow 3a+b = -8 \quad (1)$$

$$x = 2: \underbrace{a+b\sqrt{10+6}}_{\text{ضابطه اول}} = \underbrace{(a+4)(2)+b}_{\text{ضابطه دوم}} \Rightarrow a+4b = 2a+8+b \Rightarrow a-3b = -8 \quad (2)$$

گام سوم: از حل دستگاه دو معادله - دو مجهول (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} 3a+b = -8 \\ a-3b = -8 \end{cases} \xrightarrow{\times 3} \begin{cases} 9a+3b = -24 \\ a-3b = -8 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 10a = -32 \Rightarrow a = -32/10 = -16/5$$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} -32/5 - 3b = -8 \Rightarrow 3b = 4/5 \Rightarrow b = 4/15 \Rightarrow \frac{a}{b} = -2$$

تست و پاسخ ۴

با فرض $A = \{a, b, c, d, e\}$ و $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ، چند تابع مانند f از A به B می‌توان تعریف کرد به طوری که $f(a) > 2$ ، $f(b) = 3$ و برای $f(x) \leq 3$ ، $x \neq a, b$ باشد؟

$$24 \quad (4)$$

$$36 \quad (3)$$

$$81 \quad (2)$$

$$54 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

مشاوره معمولاً سؤال‌های شمارش تعداد تابع سؤال‌های زیبا و پرچالشی هستند که نقطه هدف آن‌ها نه تعریف تابع، بلکه اصول جمع و ضرب هستند. کامل‌ترین آن‌ها را در گسسته در مبحث تابع‌های پوشا خواهید خواند.

خودت حل کنی بهتره برای هر عضو A ، بین چند عضو از اعضای B امکان پذیره؟

درس نامه •• شمارش تابع

تابع f از مجموعه $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ به مجموعه $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ تعریف می‌شود، اگر با شرایط مفروض برای هر a_i به تعداد k_i عضو از اعضای مجموعه B قابل قبول باشد (یعنی هر a_i بتواند به k_i عضو از B وصل شود)، تعداد کل تابع‌های قابل تعریف f طبق اصل ضرب برابر است با:

$$k_1 k_2 \dots k_n$$

که در حالت کلی تعداد تابع‌های f از A به B برابر است با m^n .

نکته تعداد تابع‌های f که دامنه آن‌ها زیرمجموعه A باشد، برابر است با $(m+1)^n$.

نکته تعداد تابع‌های یک‌به‌یک f از A به B برابر است با: $P(m, n)$ با شرط $m \geq n$.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به فرض سؤال، برای هر کدام از اعضای A تعداد عضوهای ممکن از B را مشخص می‌کنیم:

حالت ۲: $f(a) > 2 : a \Rightarrow \{3, 4\}$

حالت ۱: $f(b) = 3 : b \Rightarrow \{3\}$

$$f(c), f(d), f(e) \leq 3 : \begin{cases} c \Rightarrow \{1, 2, 3\} : \text{حالت ۳} \\ d \Rightarrow \{1, 2, 3\} : \text{حالت ۳} \\ e \Rightarrow \{1, 2, 3\} : \text{حالت ۳} \end{cases}$$

$$2 \times 1 \times 3^3 = 54$$

گام دوم: پس طبق اصل ضرب، تعداد تابع‌های f برابر است با:

تست و پاسخ ۵

در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول وتر برابر ۳ و طول ضلع کوچک‌تر برابر $3a$ است. اگر این مثلث را حول ضلع کوچک‌تر دوران دهیم، حجم شکل حاصل تابعی از a است. ضابطه این تابع کدام است؟

منظور، فرمول برحسب a است.

مخروط

$$V(a) = 9\pi(a - 3a^3) \quad (۲)$$

$$V(a) = 9\pi(3a - a^3) \quad (۱)$$

$$V(a) = 27\pi(a - a^3) \quad (۴)$$

$$V(a) = 9\pi(a - a^3) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳

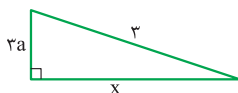
خودت حل کنی بهتره شکل مخروطه. رابطه حجم مخروط چی بود؟

درس نامه •• کمی یادآوری هندسه دوره اول

از دوران مثلث قائم‌الزاویه با طول ضلع قائم a و b و طول وتر c حول ضلع قائم a ، یک مخروط با حجم $V = \frac{1}{3}\pi ab^2$ حاصل می‌شود. اگر حول b دوران دهیم، حجم مخروط $V = \frac{1}{3}\pi a^2 b$ می‌شود.

نکته شکل حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول c ، یک دوک (دو مخروط که از قاعده به هم چسبیده‌اند) با حجم $V = \frac{\pi a^2 b^2}{3c}$ است.

پاسخ تشریحی گام اول: مثلث قائم‌الزاویه به صورت مقابل است:



ضلع کوچک‌تر برابر $3a$ و ضلع دیگر (x) طبق قضیه فیثاغورس برابر $x = 3\sqrt{1-a^2}$ است، زیرا:

$$(3a)^2 + x^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 = 9 - (3a)^2 = 9 - 9a^2 = 9(1-a^2)$$

$$\Rightarrow x = 3\sqrt{1-a^2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: از دوران این مثلث حول ضلع به طول $3a$ ، یک مخروط با ارتفاع $3a$ و شعاع قاعده $x = 3\sqrt{1-a^2}$ حاصل می‌شود. حجم این مخروط برابر است با:

$$V = \frac{1}{3} \pi (3\sqrt{1-a^2})^2 (3a) \Rightarrow V(a) = 9\pi(a-a^3)$$

تست و پاسخ ۶

تابع $f(x) = x^2 + kx$ مفروض است. اگر مجموع دو تابع $y = f(4-x)$ و $y = 8 - f(x)$ تابعی ثابت باشد، مقدار k کدام است؟

یک عدد باشد. ۸ (۱) -۸ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه •• تابع ثابت

تابعی که برد آن فقط یک عضو داشته باشد را تابع ثابت می‌نامند. ضابطه تابع ثابت $f(x) = k$ و نمودار آن یک خط افقی با عرض نقاط $y = k$ است.

هم‌چنین در نمایش پیکانی تابع ثابت، همه پیکان‌ها به یک عدد ثابت ختم می‌شوند و در نمایش زوج مرتبی آن، همه مؤلفه‌های دوم مقداری برابر دارند.

گام اول: ابتدا ضابطه‌های دو تابع $y = f(4-x)$ و $y = 8 - f(x)$ را می‌سازیم:

$$y = f(4-x) = (4-x)^2 + k(4-x) = x^2 - 8x + 16 - kx + 4k$$

$$= x^2 - (8+k)x + 4k + 16$$

$$y = 8 - f(x) = 8 - (x^2 + kx) = -x^2 - kx + 8$$

$$y = f(4-x) + 8 - f(x) = -(8+2k)x + 4k + 24$$

گام دوم: مجموع دو تابع را می‌نویسیم:

گام سوم: در تابع ثابت، هیچ x ی نداریم، پس $-(8+2k) = 0$ که همان ضریب x است، باید برابر صفر باشد: $2k = -8 \Rightarrow k = -4$

تست و پاسخ ۷

اگر $f(x) = \frac{ax+a-6}{a-8x}$ در دامنه‌اش تابع ثابت $f(x) = c$ باشد، حداقل مقدار ac کدام است؟

صورت c برابر مخرج است. ۱۸ (۴) -۱۸ (۳) ۲ (۲) -۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول: دامنه تابع $\mathbb{R} - \{\frac{a}{8}\}$ است و در این مجموعه، مقدار تابع برابر عدد ثابت c است، یعنی نسبت صورت به مخرج همواره برابر عدد c است.

$$\frac{ax+a-6}{a-8x} = c \Rightarrow ax+a-6 = ac-8cx$$

گام دوم: دو عبارت باید متحد باشند، یعنی عیناً یکسان باشند:

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -8c \\ a-6 = ac \end{cases} \xrightarrow{a=-8c} -8c-6 = (-8c)c = -8c^2$$

$$\Rightarrow 8c^2 - 8c - 6 = 0 \xrightarrow{\div 2} 4c^2 - 4c = 3 \xrightarrow{\text{مربع کامل}} (2c-1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow 2c-1 = \pm 2 \Rightarrow c = \frac{3}{2} \text{ یا } c = -\frac{1}{2}$$

به ازای $c = \frac{3}{2}$ مقدار a برابر -12 و به ازای $c = -\frac{1}{2}$ مقدار a برابر 4 است.

گام سوم: در نتیجه کم‌ترین مقدار ac برابر $(-\frac{3}{2})(-12) = 18$ است.

تست و پاسخ ۸

دامنه هر دو تابع $f(x) = 2x - a$ و $g(x) = a - x$ بازه $[-2, 1]$ است. اگر اشتراک برد دو تابع بازه $[0, 1]$ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۱/۲ (۳) ۵/۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خودت حل کنی بهتره $x = -2$ و $x = 1$ را در هر دو تابع جای گذاری کن. بعد از این، دانش اشتراک گیری بازه‌ها لازم می‌شه.

درس نامه •• تابع خطی

تابع چندجمله‌ای: هر تابع را که نمایش جبری آن، یک چندجمله‌ای جبری از یک متغیر باشد، تابع چندجمله‌ای می‌نامند.
 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$; $a_n \neq 0$
 هر تابع که بتوان ضابطه آن را به شکل $f(x) = ax + b$ یا $y = ax + b$ نوشت یک تابع خطی می‌نامند. a شیب خط و b عرض از مبدأ خط است. طول از مبدأ نیز برابر $-\frac{b}{a}$ است. معمولاً دامنه و برد تابع خطی \mathbb{R} است، اما اگر دامنه بازه $[x_1, x_2]$ باشد، یکی از بازه‌های $[f(x_1), f(x_2)]$ یا $[f(x_2), f(x_1)]$ است.

$[x_1, x_2]$		$[x_0, +\infty)$		$(-\infty, x_0]$		\mathbb{R}	دامنه
$a > 0$	$a < 0$	$a > 0$	$a < 0$	$a > 0$	$a < 0$		
$[f(x_1), f(x_2)]$	$[f(x_2), f(x_1)]$	$[f(x_0), +\infty)$	$(-\infty, f(x_0)]$	$(-\infty, f(x_0)]$	$[f(x_0), +\infty)$	\mathbb{R}	برد

نیازی به حفظ کردن هم نیست. کافی است سر و ته بازه دامنه را در ضابطه تابع خطی جای گذاری کنید، سپس برد را به صورت (بزرگ تر، کوچک تر) بنویسید.

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا برد هر تابع را طبق جدول درس نامه، بر حسب a می‌نویسیم: $f(1) = 2 - a$, $f(-2) = -4 - a$, $f(x) = 2x - a \Rightarrow$

شیب مثبت $\rightarrow R_f = [-4 - a, 2 - a]$

$g(x) = a - x \Rightarrow g(-2) = a + 2$, $g(1) = a - 1$

شیب منفی $\rightarrow R_g = [a - 1, a + 2]$

$R_f \cap R_g = [-a - 4, -a + 2] \cap [a - 1, a + 2] = [0, 1]$

گام دوم: حال طبق فرض سؤال باید قرار دهیم:

گام سوم: چون $a > 0$ است، $a - 1 < a - 4$ و $-a + 2 < a + 2$ است، داریم: $R_f \cap R_g = [a - 1, -a + 2] = [0, 1] \Rightarrow a = 1$

تست و پاسخ ۹

تابع $f(x) = (ax + 6)^2 - (3x + 2a)^2$ به همراه تابع خطی g مفروضه‌اند. اگر تابع $y = f(x) + g(x)$ همانی باشد، مقدار $g(a)$ کدام است؟

$y = x$

$g(x) = mx + h$

(۱) ۲ یا ۳

(۲) ۳

(۳) ۲ یا ۳

(۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره تعریف‌ها رو دنبال کن ... تابع خطی ضابطه‌اش چه جوریه؟ تابع همانی چه‌طور؟ همین تعریف‌های ساده کلید حل سؤاله.

درس نامه ••

تابع همانی: تابعی که هر ورودی را به عنوان خروجی تحویل می‌دهد، همانی است. مؤلفه‌های اول و دوم این تابع برابرند، دامنه و برد آن نیز برابر است و ضابطه آن $y = x$ است.

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا ضابطه f را ساده تر می‌نویسیم:

$f(x) = (ax + 6)^2 - (3x + 2a)^2 = a^2 x^2 + 12ax + 36 - 9x^2 - 12ax - 4a^2$

$= (a^2 - 9)x^2 + 36 - 4a^2$

$g(x) = mx + h$ در نظر می‌گیریم.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: تابع $y = f(x) + g(x)$ را می‌سازیم: $y = (a^2 - 9)x^2 + 36 - 4a^2 + mx + h = (a^2 - 9)x^2 + mx + 36 + h - 4a^2$
این تابع همانی است، پس ضرایب هر چیزی غیر از x صفر است و ضریب خود x برابر ۱ است.

$$(a^2 - 9)x^2 + mx + 36 + h - 4a^2 = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - 9 = 0 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \\ m = 1 \\ 36 + h - 4a^2 = 0 \xrightarrow{a^2=9} 36 + h - 36 = 0 \Rightarrow h = 0 \end{cases}$$

گام سوم: پس تابع g نیز همانی است؛ زیرا: $g(x) = mx + h \xrightarrow{m=1, h=0} g(x) = x$

$$\Rightarrow g(a) = g(\pm 3) = \pm 3$$

تست و پاسخ ۱۰

دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{(m-1)x^2 - 12x + n}$ به صورت $\mathbb{R} - \{m\}$ است. حداقل مقدار ممکن برای mn کدام است؟

تنها ریشهٔ مخرج ۴۸ (۴) ۶ (۳) ۲۴ (۲) ۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره مخرج فقط باید یک ریشه بده، حالت درجه یک رو فراموش نکنی.

درس نامه •• تابع گویا

هر تابع به شکل $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ که در آن $p(x)$ و $q(x)$ دو چندجمله‌ای اند و $q(x) \neq 0$ را یک تابع گویا می‌نامیم. توابع زیر گویا هستند:

$$y = \frac{1}{x}, y = \frac{2x-1}{x+1}, y = \frac{3x^{11}-3}{x^5+1}$$

نکتهٔ مهم تابع گویا دامنهٔ آن است: $\{\text{ریشه‌های مخرج کسر}\} - \mathbb{R} = \text{دامنهٔ تابع گویا}$

پاسخ تشریحی

گام اول: تا این جا فهمیده‌ایم که مخرج باید یک ریشه داشته باشد و این در دو حالت رخ می‌دهد. حالت اول این است که مخرج اصلاً درجه دو نباشد:

$$m-1=0 \Rightarrow m=1 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2-1}{-12x+n}$$

گام دوم: در این شرایط دامنهٔ تابع $\mathbb{R} - \{1\}$ است. یعنی $x=1$ ریشهٔ مخرج است:

$$\Rightarrow -12(1) + n = 0 \Rightarrow n = 12$$

در این حالت $mn = 12$ است.

گام سوم: حالت دیگر این است که عبارت مخرج چندجمله‌ای درجه دوم باشد و ریشهٔ مضاعف $x = m$ داشته باشد.

$$\Rightarrow (m-1)x^2 - 12x + n = (m-1)(x-m)^2 = (m-1)x^2 - 2m(m-1)x + (m-1)m^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -12 = -2m(m-1) \Rightarrow m(m-1) = 6 \\ n = (m-1)m^2 = (m(m-1)) \times m \xrightarrow{m(m-1)=6} n = 6m \end{cases}$$

گام چهارم: از تساوی اول داریم:

$$m(m-1) = 6 \Rightarrow m = -2 \text{ یا } m = 3$$

به ازای $m = -2$ و $m = 3$ ، مقادیر n به ترتیب برابر $n = -12$ و $n = 18$ می‌شود. در نتیجه مقادیر mn به ترتیب برابر 24 و 54 است.

گام پنجم: در نتیجه کم‌ترین مقدار mn برابر 12 است.



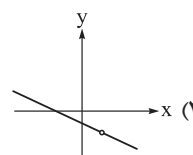
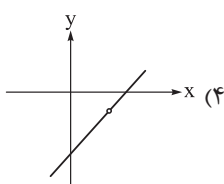
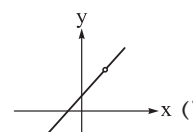
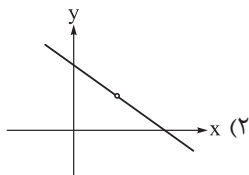
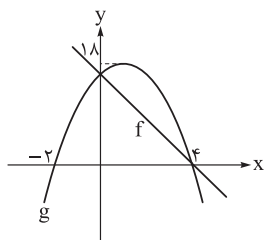
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۱

نمودار تابع خطی f و تابع درجه دوم g در شکل مقابل رسم شده است.

نمودار تابع $y = \frac{g(x)}{f(x)}$ کدام است؟



پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره خلاصه سؤال می شه این: پیدا کردن یک ضابطه سهمی و بعدش ساده کردن یک تابع گویا.

درس نامه •• معادله خط

روش های نوشتن معادله خط: در هر یک از حالت های زیر، می توان معادله خط را نوشت:

معلوم بودن طول از مبدأ و عرض از مبدأ	معلوم بودن دو نقطه از خط	معلوم بودن شیب و یک نقطه از خط
$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$	$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ یا } y = mx + h$

معادله سهمی

هر معادله به شکل $y = ax^2 + bx + c$ را که در آن a, b و c اعداد حقیقی و $a \neq 0$ است یک تابع درجه دو و نمودار آن را سهمی می نامیم. نقطه S در شکل های زیر را رأس سهمی یا نقطه ماکزیمم (مینیمم) تابع می نامیم. خط گذرنده از رأس و عمود بر محور x ها را محور تقارن سهمی می نامیم. این خط در نقطه رأس بر سهمی عمود است.

ضابطه یک سهمی را می توان به صورت $y = a(x - x_S)^2 + y_S$ نیز نمایش داد. به جدول زیر توجه کنید:

$a > 0$	$a < 0$
دهانه سهمی به بالا	دهانه سهمی به پایین
<p>مینیمم دار است.</p>	<p>ماکزیمم دار است.</p>

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



معادله	مختصات رأس	محور تقارن	ماکزیمم (مینیمم)
$y = a(x - x_S) + y_S$	$S(x_S, y_S)$	$x = x_S$	y_S
$y = ax^2 + bx + c$	$S\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$	$x = -\frac{b}{2a}$	$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$
$y = a(x - x_1)(x - x_2)$	$S\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\right)$	$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$	$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

در ردیف آخر، x_1 و x_2 صفرهای سهمی هستند. در حالت کلی ریشه‌های ضابطه تابع f یا طول نقاط برخورد با محور x ها را صفرهای تابع f می‌نامیم.

نکته اگر خط $y = k$ سهمی را در دو نقطه به طول‌های x_1 و x_2 قطع کند، طول رأس، وسط طول این دو نقطه یعنی $x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$ است که همان معادله محور تقارن تابع است. از طرفی اگر خط $y = k$ سهمی را در یک نقطه قطع کند، عرض نقطه ماکزیمم (مینیمم) برابر k است.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا معادله سهمی را پیدا می‌کنیم. طبق درس‌نامه داریم:

$$g(x) = a(x+2)(x-4) \xrightarrow[\substack{x_S = \frac{-2+4}{2} \\ g(x_S) = 18}]{\substack{x_S = \frac{-2+4}{2} \\ g(x_S) = 18}} g(x_S) = -9a = 18 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow g(x) = -2(x+2)(x-4)$$

گام دوم: عرض از مبدأ سهمی برابر $g(0) = 16$ است. حال ضابطه تابع f را پیدا می‌کنیم:

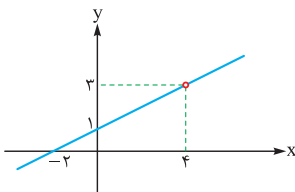
$$f: \frac{x}{4} + \frac{y}{16} = 1 \Rightarrow y = 16\left(1 - \frac{x}{4}\right) \Rightarrow f(x) = -4(x-4)$$

$$y = \frac{-2(x+2)(x-4)}{-4(x-4)} = \frac{x+2}{2} = \frac{1}{2}x + 1$$

گام سوم: تابع $y = \frac{g(x)}{f(x)}$ را می‌سازیم:

گام چهارم: حواسمان هست که دامنه تابع آخر $\mathbb{R} - \{4\}$ است. در این دامنه خط $y = \frac{1}{2}x + 1$

را رسم می‌کنیم:



تست و پاسخ ۱۲

اگر $f(x) = 3 + \sqrt{a-x}$ باشد، اشتراک دامنه و برد آن تک‌عضوی است. مقدار $f(2a-12)$ کدام است؟

وضعیت دو بازه این طوری است:

$$7 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره برد f که معلومه، به کاری کن ته دامنه بشه سر برد.

درس‌نامه •• دامنه و برد توابع رادیکالی

برای تعیین دامنه تابع رادیکالی $f(x) = \sqrt{ax+b}$ ، باید زیر رادیکال، نامنفی یا به عبارت دیگر بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد؛ بنابراین برای یافتن دامنه این تابع باید نامعادله $ax+b \geq 0$ را حل کنیم.

در حالت کلی برای تعیین دامنه $f(x) = \sqrt{g(x)}$ باید نامعادله $g(x) \geq 0$ را حل کرده و حدود تغییرات x را بیابیم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

نکته برد تابع $y = c + d\sqrt{ax + b}$ در حالت $d > 0$ بازه $[c, +\infty)$ و در حالت $d < 0$ بازه $(-\infty, c]$ است.

پاسخ تشریحی گام اول: دامنه تابع بازه $D_f = (-\infty, a]$ و برد آن $R_f = [3, +\infty)$ است.

$$[3, +\infty) \cap (-\infty, a] = \{3\} \Rightarrow a = 3$$

گام دوم: اشتراک این دو بازه باید تک‌عضوی باشد، که آن تک‌عضو هم باید ۳ باشد:

$$f(x) = 3 + \sqrt{3-x} \Rightarrow f(2a-12) = f(-6) = 3 + \sqrt{9} = 6$$

گام سوم: خواسته سؤال را پیدا می‌کنیم:

تست و پاسخ ۱۳

دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{\frac{4}{x+2}} - 1$ کدام است؟

نامنفی باشد.

(۴) $(-\infty, -2]$

(۳) $(-2, 2]$

(۲) $(-1, 2]$

(۱) $(-\infty, 2]$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره در گزینه‌ها بازه دیدی، سعی کن عددگذاری کنی.

پاسخ تشریحی

راه اول:

گام اول: ۱ و ۲ عدد ۳- را دارند، اما ۳ و ۴ ندارند؛ پس $x = -3$ را امتحان می‌کنیم:

$$x = -3: \sqrt{\frac{4}{-3+2}} - 1 = \sqrt{-4} - 1 = \sqrt{-5}$$

پس یکی از گزینه‌های ۲ و ۳ درست است.

گام دوم: فرق بین ۲ و ۳ عددی مثل $-1/5$ است. جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x = -1/5: \sqrt{\frac{4}{-1/5+2}} - 1 = \sqrt{8} - 1 = \sqrt{7}$$

پس ۳ که $-1/5$ را دارد، بازه درست است.

راه دوم:

$$\Rightarrow \frac{4 - (x+2)}{x+2} = \frac{2-x}{2+x} \geq 0$$

گام اول: باید نامعادله $\frac{4}{x+2} - 1 \geq 0$ را حل کنیم:

گام دوم: با در نظر گرفتن ریشه‌های مخرج که نمی‌توانند در مجموعه جواب‌ها قرار داشته باشند، در تعیین علامت، با تقسیم مثل حاصل ضرب رفتار می‌کنیم:

$$\frac{2-x}{2+x} \geq 0 \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} -2 < x \leq 2$$

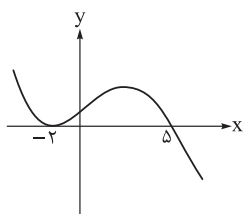
تست و پاسخ ۱۴

نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. به ازای کدام زوج مرتب (a, b) ، دامنه تابع

$$g(x) = \sqrt{(ax+b)f(x)}$$

کل اعداد حقیقی است؟

زیر رادیکال همیشه بزرگ‌تر مساوی صفر است.



(۲) $(-2, 10)$

(۱) $(-10, -2)$

(۴) $(20, 4)$

(۳) $(3, -15)$

پاسخ: گزینه ۲

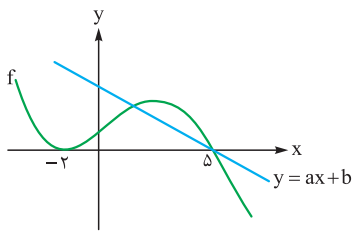
پاسخ تشریحی گام اول: طبق تعریف دامنه تابع g که \mathbb{R} است، همواره $(ax+b)f(x) \geq 0$ است: این یعنی $ax+b$ و $f(x)$ باید

هم‌علامت باشند.

گام دوم: پس خط $y = ax + b$ باید مطابق شکل زیر باشد:

یعنی این خط حتماً باید با شیب منفی از نقطه $(5, 0)$ عبور کند. دقت کنید که اگر خط از نقطه

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$(\delta, 0)$ نگذرد، قطعاً بازه‌ای تولید می‌شود که در آن $f(x)$ و $ax + b$ غیر هم‌علامت‌اند که در آن صورت دامنه تابع g دیگر \mathbb{R} نخواهد شد.

$$\Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta a + b = 0 \Rightarrow b = -\Delta a \end{cases}$$

این ویژگی‌ها فقط در زوج مرتب $\left(\frac{1}{2}\right)$ دیده می‌شود.

تست و پاسخ ۱۵

دامنه تابع $f(x) = 2x + \sqrt{(a-1)x^2 + bx + a - 3}$ بازه $[2, +\infty)$ است. دامنه تابع $g(x) = x - \sqrt{b - 2ax}$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, 2]$ (۲) $(-\infty, \frac{1}{2}]$ (۳) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۴) $[2, +\infty)$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره می‌شه تعیین علامت یک عبارت درجه دوم به صورت $[2, +\infty)$ بشه؟ اگر نمی‌شه، چه چیز دیگه‌ای باید بشه؟

پاسخ تشریحی گام اول: وضعیت یک سهمی با محور x ها یکی از حالت‌های زیر است:

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
نمودار محور x ها را در دو نقطه قطع می‌کند.	نمودار بر محور x ها مماس است.	نمودار محور x ها را قطع نمی‌کند.

که هیچ کدام از حالت‌ها، مجموعه جواب‌های نامعادله « ≥ 0 سهمی» بازه‌ای به شکل $[x_0, +\infty)$ نیست.

گام دوم: پس چاره این است که عبارت زیر رادیکال ضابطه f اصلاً درجه دو نبوده است، پس درجه یک بوده است:

ضریب x^2 صفر است. $\rightarrow a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = 2x + \sqrt{bx - 2}$

$2b - 2 = 0 \Rightarrow b = 1$

گام سوم: دامنه بازه $[2, +\infty)$ است، پس ریشه عبارت زیر رادیکال است:

$g(x) = x - \sqrt{1 - 2x}$

گام چهارم: ضابطه تابع g را تکمیل می‌کنیم:

$\Rightarrow D_g = (-\infty, \frac{1}{2}]$

دامنه این تابع مجموعه جواب‌های نامعادله $1 - 2x \geq 0$ است:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

هندسه دهم

تست و پاسخ ۱۶

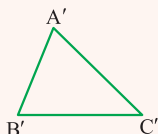
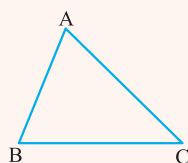
اندازه دو زاویه از مثلثی به طول اضلاع a ، b و c برابر با ۶۱° و ۷۲° است. کوچک ترین زاویه مثلثی به طول اضلاع $\frac{1}{4}a$ ، $\frac{1}{4}b$ و $\frac{1}{4}c$ چند درجه است؟

- (۱) $۲۳^\circ / ۵^\circ$ (۲) ۴۷° (۳) $۳۰^\circ / ۵^\circ$ (۴) ۶۱°

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ••• تشابه دو مثلث در حالت تناسب سه ضلع

هرگاه اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

در این جا نسبت تشابه که مشخص است، فقط باید بدانیم که پس از اثبات تشابه، زاویه‌های مثلث‌ها، نظیر به نظیر با هم برابر می‌شوند.

پاسخ تشریحی اضلاع دو مثلث متناسب‌اند، پس به حالت تناسب سه ضلع، دو مثلث متشابه‌اند و زاویه‌های هر دو با هم برابر است؛ پس زاویه

$$۱۸^\circ - (۶۱^\circ + ۷۲^\circ) = ۴۷^\circ$$

سوم را محاسبه می‌کنیم:

تست و پاسخ ۱۷

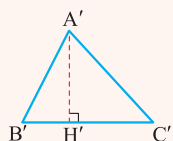
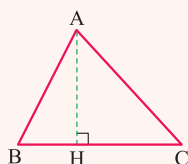
دو مثلث با محیط‌های ۱۵ و ۱۰ متشابه‌اند. اگر مساحت یکی از آن‌ها ۱۸ باشد، اختلاف مقادیر قابل قبول برای مساحت مثلث دیگر کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) $۳۲ / ۵$ (۳) ۲۷ (۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ••• نسبت محیط‌ها و مساحت‌های دو شکل متشابه

فرض کنید ABC و $A'B'C'$ با نسبت k متشابه باشند، داریم:



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \xrightarrow{\text{خواص تناسب}} \frac{AB + AC + BC}{A'B' + A'C' + B'C'} = k$$

یعنی نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه، برابر با نسبت تشابه آن‌هاست.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot AH}{\frac{1}{2}B'C' \cdot A'H'} = \left(\frac{BC}{B'C'}\right) \cdot \left(\frac{AH}{A'H'}\right) = k \cdot k = k^2$$

پس:

یعنی نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه آن‌هاست.

پاسخ تشریحی گام اول (به دست آوردن نسبت مساحت‌ها): می‌دانیم نسبت محیط‌ها همان نسبت تشابه است.

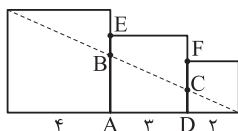
$$k = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \rightarrow \text{نسبت مساحت‌ها } k^2 = \frac{9}{4}$$

گام دوم (محاسبه مقادیر قابل قبول برای مساحت مثلث دیگر): یک بار مساحت ۱۸ را برای مثلث بزرگ‌تر و یک بار برای مثلث کوچک‌تر در نظر می‌گیریم.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S}{18} = \frac{9}{4} \Rightarrow S = \frac{81}{2} \\ \frac{18}{S} = \frac{9}{4} \rightarrow S = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{81}{2} - 8 = 40 / 2 - 8 = 32 / 2$$

تست و پاسخ ۱۸

در شکل مقابل سه مربع در کنار هم قرار گرفته‌اند. حاصل $\frac{BE}{CF}$ کدام است؟



(۱) $۰ / ۶$

(۲) $۰ / ۷$

(۳) $۰ / ۸$

(۴) $۰ / ۹$

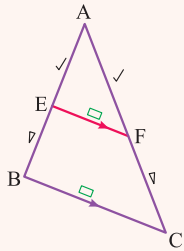
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره از قضیه تالس استفاده کنی.

درس نامه

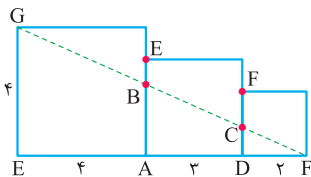


$$\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$$

قضیه تالس: در مثلث ABC اگر EF موازی BC باشد، داریم:

به این تساوی، تالس جزء به جزء می‌گوییم. اگر بخواهیم EF هم وارد بازی شود، تعمیم قضیه تالس را داریم که به آن تالس جزء به کل هم می‌گوییم و به این صورت است:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$



گام اول (محاسبه طول CF): $CD \parallel EG$ ، پس طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث EFG داریم:

$$\frac{DC}{EG} = \frac{DF}{EF} \Rightarrow \frac{DC}{4} = \frac{2}{9} \Rightarrow DC = \frac{8}{9} \Rightarrow CF = 2 - \frac{8}{9} = \frac{10}{9}$$

گام دوم (محاسبه طول BE): $AB \parallel GE$ ، پس طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث EFG داریم:

$$\frac{AB}{EG} = \frac{AF}{EF} \Rightarrow \frac{AB}{4} = \frac{5}{9} \Rightarrow AB = \frac{20}{9} \Rightarrow BE = 3 - \frac{20}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{BE}{CF} = \frac{\frac{7}{9}}{\frac{10}{9}} = \frac{7}{10} = 0.7$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): با معلوم بودن طول CF و BE، داریم:

تست و پاسخ ۱۹

مطابق شکل اگر مساحت دو مثلث CDE و BED برابر باشد، آن گاه $\frac{DE}{BC}$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{5}{13} \quad (4)$$

$$\frac{4}{13} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در برخی سؤال‌ها، تالس با مساحت مثلث ترکیب می‌شود. در این تیپ سؤال‌ها باید حواست به نسبت ارتفاع‌ها و قاعده‌ها باشد.

خودت حل کنی بهتره ارتفاع وارد بر DE را در دو مثلث CDE و BED رسم کن.

پاسخ تشریحی

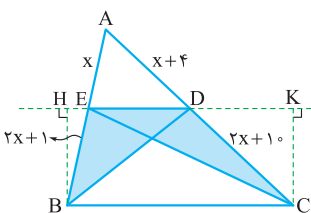
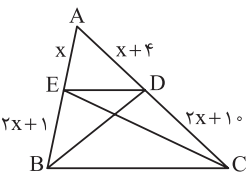
گام اول (پیدا کردن دو خط موازی در شکل): مساحت‌های دو مثلث BED و CDE با هم برابرند، پس ارتفاع‌های BH و CK را رسم می‌کنیم. چون قاعده DE در هر دو مثلث مشترک است، داریم:

$$S_{BED} = S_{CDE} \Rightarrow \frac{1}{2} BH \cdot DE = \frac{1}{2} CK \cdot DE \Rightarrow BH = CK$$

بنابراین چهارضلعی BCKH مستطیل است و $DE \parallel BC$.

گام دوم (استفاده از قضیه تالس در مثلث ABC):

$$BC \parallel ED \Rightarrow \begin{cases} \frac{AE}{BE} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow \frac{x}{2x+1} = \frac{x+4}{2x+10} \Rightarrow 2x^2 + 10x = 2x^2 + 9x + 4 \Rightarrow x = 4 \\ \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{x}{3x+1} = \frac{4}{13} \end{cases}$$

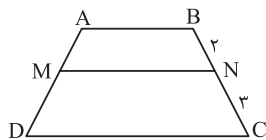




پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۲۰



مطابق شکل، در دوزنقه ABCD طول قاعده بزرگ سه برابر طول قاعده کوچک است. مساحت دوزنقه MNCD چند برابر مساحت دوزنقه ABNM است؟

$$\frac{18}{7} \quad (۴)$$

$$\frac{16}{7} \quad (۳)$$

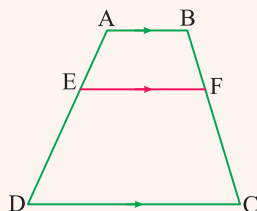
$$\frac{16}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{2} \quad (۱)$$

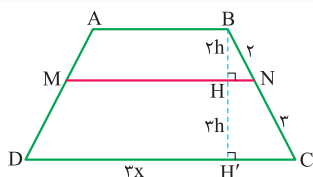
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤال‌های تالس دوزنقه از پرتکرارترین‌های این فصل هستند، پس رابطه‌های آن را خوب بلد باشید.

درس نامه



اگر مطابق شکل، EF با قاعده‌های دوزنقه موازی باشد، آن‌گاه $\frac{EF - AB}{CD - EF} = \frac{AE}{ED}$ (حواسمان هست که $\frac{BF}{FC}$ با $\frac{AE}{ED}$ برابر است.)



پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه MN بر حسب x): طبق رابطه درس نامه داریم:

$$\frac{MN - AB}{CD - MN} = \frac{BN}{CN} \Rightarrow \frac{MN - x}{3x - MN} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3MN - 3x = 6x - 2MN \Rightarrow 5MN = 9x \Rightarrow MN = \frac{9}{5}x$$

گام دوم (محاسبه نسبت ارتفاع‌ها در دو دوزنقه): با توجه به شکل و استفاده از قضیه تالس در مثلث BCH'، داریم:

$$MN \parallel CD \Rightarrow \frac{BH}{HH'} = \frac{BN}{NC} = \frac{2}{3} \Rightarrow BH = 2h, HH' = 3h$$

$$\frac{S_{MDCN}}{S_{AMNB}} = \frac{\frac{1}{2}(MN + CD) \cdot HH'}{\frac{1}{2}(AB + MN) \cdot BH} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{24}{5}x \times 3h}{\frac{1}{2} \times \frac{14}{5}x \times 2h} = \frac{24 \times 3}{14 \times 2} = \frac{18}{7}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):

تست و پاسخ ۲۱

با توجه به شکل، حاصل $\frac{y}{x}$ کدام است؟

$$3/5 \quad (۲)$$

$$3 \quad (۱)$$

$$3/75 \quad (۴)$$

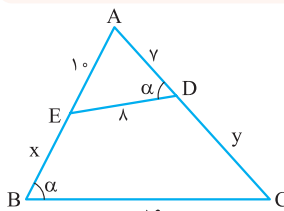
$$3/25 \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

اگر بدانیم که دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگری برابرند (که طبیعتاً زاویه‌های سوم هم برابر می‌شوند)، ثابت می‌شود که این دو مثلث با هم متشابه‌اند.

پاسخ تشریحی



$$\begin{cases} \hat{A}BC = \hat{A}DE = \alpha \\ \hat{B}AC = \hat{D}AE \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE$$

دو مثلث ABC و ADE متشابه‌اند، زیرا:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{y}{x+10} = \frac{10}{y+y} = \frac{8}{16}$$

نسبت‌های تشابه را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \frac{y}{x+10} = \frac{1}{2} \Rightarrow x+10=14 \Rightarrow x=4 \\ \frac{10}{y+y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y+y=20 \Rightarrow y=13 \end{cases}$$

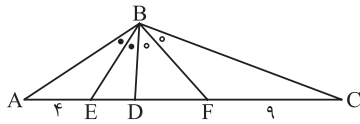
$$\frac{y}{x} = \frac{13}{4} = 3/25$$

بنابراین:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳۳



در مثلث ABC ، نقطه D روی ضلع AC چنان است که $\hat{C}BD = 2\hat{A}$ و $\hat{A}BD = 2\hat{C}$. اگر BE و BF به ترتیب نیمساز زاویه‌های $\hat{A}BD$ و $\hat{C}BD$ باشند، به طوری که $AE = 4$ و $CF = 9$ ، آن‌گاه طول پاره خط EF کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

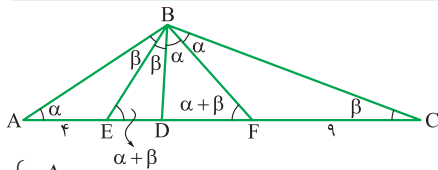
۷ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره با مشخص کردن زاویه‌های مفروض روی شکل، سعی کنید دو مثلث متشابه پیدا کنید.

پاسخ تشریحی با توجه به فرض سؤال شکل به صورت زیر است:



$$\begin{cases} \Delta BCF \text{ زاویه خارجی در } \hat{B}FE = \hat{F}BC + \hat{C} = \alpha + \beta & \xrightarrow{E\hat{B}F = \alpha + \beta} E\hat{B}F = \hat{B}FE = \hat{B}EF \\ \Delta ABE \text{ زاویه خارجی در } \hat{B}EF = \hat{A}BE + \hat{A} = \beta + \alpha \end{cases}$$

بنابراین مثلث BEF متساوی‌الاضلاع است. از طرفی چون $\hat{A} = \hat{F}BC$ و $\hat{A}BE = \hat{C}$ پس $\Delta ABE \sim \Delta BCF$ و در نتیجه:

$$\frac{BE}{CF} = \frac{AE}{BF} \xrightarrow{BE=BF=EF} \frac{EF}{9} = \frac{4}{EF} \Rightarrow EF^2 = 36 \Rightarrow EF = 6$$

تست و پاسخ ۳۴

نسبت طول اضلاع زاویه قائمه یک مثلث قائم الزاویه $\frac{1}{\sqrt{2}}$ است. نسبت طول وتر به طول ارتفاع وارد بر آن کدام است؟

۲√۲ (۴)

√۳ (۳)

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

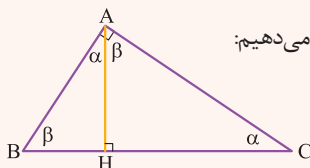
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره رابطه‌های طولی مثلث قائم الزاویه از مباحث پرتکرار کنکور هاست. از به یاد سپردن آن‌ها غافل نشوید.

درس نامه ••• رابطه‌های طولی در مثلث قائم الزاویه

(۱) رابطه اول با استفاده از مساحت به دست می‌آید. مساحت مثلث ABC را با دو روش نوشته و مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot AC \Rightarrow AH \cdot BC = AB \cdot AC$$



$$\frac{CH}{AH} = \frac{AH}{BH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH$$

(۲) رابطه دوم از تشابه مثلث‌های HAB و HCA به دست می‌آید:

در واقع می‌گویند طول ارتفاع وارد بر وتر، واسطه هندسی دو قطعه‌ای است که پای آن، روی وتر ایجاد می‌کند.

$$\frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC$$

(۳) رابطه بعدی از تشابه مثلث‌های ABC و HBA به دست می‌آید:

$$AC^2 = CH \cdot BC$$

به طریق مشابه، از تشابه دو مثلث ABC و HAC داریم:

در واقع می‌گویند هر ضلع قائمه، واسطه هندسی وتر و تصویر آن ضلع قائمه روی وتر است.

پاسخ تشریحی طبق فیثاغورس داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow x^2 + (2x)^2 = 5x^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{5}x$$

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

طبق رابطه‌های طولی داریم:

$$AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} \Rightarrow \frac{BC}{AH} = \frac{BC^2}{AB \cdot AC} = \frac{5x^2}{x \cdot 2x} = \frac{5}{2} = 2.5$$

بنابراین داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۲۴

اگر مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC برابر $8\sqrt{3}$ باشد، طول ضلع AC کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره گاهی روابط طولی مثلث قائم‌الزاویه با تالس ترکیب می‌شود.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با نوشتن رابطه تالس و پس از آن با استفاده از روابط طولی مثلث قائم‌الزاویه، طول AC را بر حسب X به دست بیاور

و در فرمول مساحت مثلث قرار بده.

پاسخ تشریحی گام اول (استفاده از قضیه تالس در مثلث ABC): ابتدا رابطه تالس جزء‌جزء را در مثلث ABC می‌نویسیم. چون در مرحله

بعدی می‌خواهیم از روابط طولی مثلث استفاده کنیم، احتمالاً این مدل از رابطه تالس که CH و BH هر دو هستند بیشتر به کارمان بیاید.

$$DH \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{CH}{BH} = \frac{1}{3}$$

گام دوم (استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC):

می‌خواهیم طول AC را بر حسب X به دست بیاوریم، پس از این رابطه‌ها استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} AC^2 = CH \cdot BC \\ AB^2 = BH \cdot BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{CH}{BH} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{AB=4x} AC = \frac{4x}{\sqrt{3}}$$

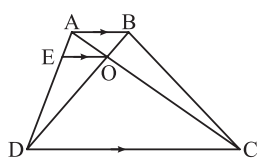
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 8\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{2} (4x) \left(\frac{4x}{\sqrt{3}} \right) = 8\sqrt{3} \Rightarrow x = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 4$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):

تست و پاسخ ۲۵

در دوزنقه ABCD، مطابق شکل مساحت مثلث AOE نصف مساحت مثلث DOE است. مساحت مثلث AOB

چه کسری از مساحت دوزنقه ABCD است؟

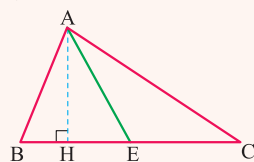


- (۱) $\frac{1}{9}$
(۲) $\frac{1}{8}$
(۳) $\frac{3}{16}$
(۴) $\frac{4}{27}$

پاسخ: گزینه ۱

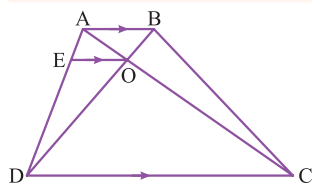
درس نامه •• نسبت مساحت‌های دو مثلث هم‌ارتفاع:

در شکل مقابل، E نقطه‌ای دلخواه روی BC است. با توجه به این که ارتفاع AH در مثلث‌های ABE، ACE و ABC مشترک است، داریم:



$$\frac{S_{ABE}}{S_{ACE}} = \frac{\cancel{AH} \times BE}{\cancel{AH} \times CE} = \frac{BE}{CE} \quad \text{یا} \quad \frac{S_{ABE}}{S_{ABC}} = \frac{BE}{BC} \quad \text{یا} \quad \frac{S_{AEC}}{S_{ABC}} = \frac{EC}{BC}$$

به طور کلی اگر ارتفاع‌های دو مثلث با هم برابر باشند، نسبت مساحت‌هایشان برابر است با نسبت قاعده‌هایشان.



پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه $\frac{S_{AOB}}{S_{ABD}}$): می‌دانیم برای دو مثلث هم‌ارتفاع، نسبت مساحت‌ها با

نسبت قاعده‌های نظیر ارتفاع یکسان در هر دو مثلث، برابر است، پس داریم:

$$\frac{S_{AOE}}{S_{DOE}} = \frac{AE}{ED} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} AE = x \\ DE = 2x \end{cases}$$

$$EO \parallel AB \Rightarrow \frac{DE}{DA} = \frac{DO}{DB} \Rightarrow \frac{2x}{3x} = \frac{DO}{DB} = \frac{2}{3}$$

طبق تعمیم قضیه تالس در $\triangle ABD$ داریم:

و چون دو مثلث AOB و ABD هم‌ارتفاع هستند، نسبت مساحت‌هایشان با نسبت قاعده‌ها برابر است و داریم:

$$\frac{S_{AOB}}{S_{ABD}} = \frac{OB}{DB} = \frac{1}{3} \quad (۱)$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم (محاسبه $\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}}$): به دلیل موازی بودن AB و CD، دو مثلث AOB و DOC متشابه‌اند و نسبت تشابه به صورت زیر است:

$$\frac{AB}{DC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AO}{OC} = \frac{1}{2}$$

و چون $\triangle ABD$ و $\triangle BDC$ هم‌ارتفاع هستند، داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ABD} + S_{BDC}} = \frac{S_{ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): طرفین معادله‌های (1) و (2) را در هم ضرب می‌کنیم:

$$\frac{S_{AOB}}{S_{ABD}} \times \frac{S_{ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{9}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

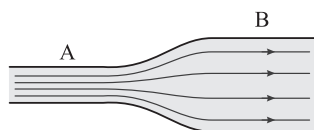
فیزیک

فیزیک دهم

تست و پاسخ ۲۶

در شکل زیر، لوله‌ای که از دو بخش A و B تشکیل شده است توسط آب پُر شده و آب درون آن به صورت لایه‌ای در جریان است. اگر قطر مقطع لوله در بخش B، ۲۵ درصد بیشتر از قطر مقطع آن در بخش A باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) تندی آب در بخش B، ۲۰ درصد کم‌تر از تندی آن در بخش A است.
 (ب) تندی آب در بخش B، ۳۶ درصد کم‌تر از تندی آن در بخش A است.
 (پ) فشار آب در بخش B، بیشتر از فشار آن در بخش A است.
 (ت) فشار آب در بخش B، کم‌تر از فشار آن در بخش A است.



(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک معادله پیوستگی ($A_1 v_1 = A_2 v_2$)، نسبت تندی آب در بخش B را به تندی آن در بخش A به دست آورید. سپس به کمک اصل برنولی (فشار با تندی شاره رابطه عکس دارد)، فشار بخش‌های A و B را با هم مقایسه کنید.

درس نامه

طبق معادله پیوستگی هنگامی که یک شاره تراکم‌ناپذیر، از دو سطح مقطع متفاوت لوله‌ای می‌گذرد، مقدار شاره‌ای که در مدت Δt از سطح مقطع دلخواه A_1 عبور می‌کند، با مقدار شاره‌ای که در همین مدت از سطح مقطع دلخواه دیگر مانند A_2 عبور می‌کند با هم برابر است. معادله پیوستگی به صورت زیر است:



$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

طبق اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک معادله پیوستگی ($A_A v_A = A_B v_B$)، تندی شاره در قسمت‌های A و B را با هم مقایسه می‌کنیم.

$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow \frac{\pi}{4} d_A^2 v_A = \frac{\pi}{4} d_B^2 v_B \Rightarrow d_A^2 v_A = d_B^2 v_B$$

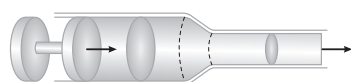
$$\xrightarrow{d_B = 1/25 d_A} d_A^2 \times v_A = (1/25 d_A)^2 \times v_B \Rightarrow \frac{d_A^2}{(1/25 d_A)^2} = \frac{v_B}{v_A} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{1}{(\frac{1}{25})^2} = \frac{1}{\frac{1}{625}} = \frac{625}{1} = 625$$

بنابراین تندی شاره در بخش B، ۳۶٪ کم‌تر از تندی آن در بخش A است. (گزاره «ب» درست است.)

گام دوم: طبق اصل برنولی، با کاهش تندی در یک جریان لایه‌ای پایا و افقی، فشار افزایش می‌یابد؛ بنابراین فشار در بخش B بیشتر از فشار در بخش A است. (گزاره «پ» درست است.)

تست و پاسخ ۲۷

در شکل زیر، روغن به چگالی 0.85 g/cm^3 تمام حجم لوله افقی را پر کرده و قطر پیستون 20 cm و قطر دهانه خروجی لوله 2 cm است. اگر پیستون با تندی 4 cm/s به سمت راست حرکت کند، در هر دقیقه چند کیلوگرم روغن از لوله بیرون می‌ریزد؟



$$81/6\pi (2)$$

$$20/4\pi (1)$$

$$8/16\pi (4)$$

$$2/04\pi (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره آهنگ شارش حجمی شاره را با استفاده از رابطه Av به دست آورید، سپس حجم خروجی شاره را در مدت‌زمان یک دقیقه محاسبه کنید و در نهایت به کمک رابطه $m = \rho V$ جرم مایع خارج‌شده را در مدت‌زمان یک دقیقه به دست آورید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ●●

آهنگ شارش حجمی شاره: برای شاره تراکم‌ناپذیر، اگر در مدت زمان Δt حجم معینی از شاره به اندازه ΔV و با تندی v از یک مقطع لوله به مساحت A عبور کند، داریم:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = Av$$

پاسخ تشریحی

گام اول: طبق معادله پیوستگی، آهنگ شارش حجمی شاره در کل مسیر ثابت است.

$$r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$A_1 v_1 = \pi (r_1)^2 \times v_1 = \pi (10)^2 \times 4 = 400\pi \text{ cm}^3 / \text{s}$$

توجه کنید که چون شعاع را بر حسب cm و تندی را بر حسب cm/s در رابطه قرار دادیم، آهنگ شارش حجمی بر حسب cm³/s به دست آمده است.

گام دوم: حجم خروجی شاره را در مدت زمان یک دقیقه به دست می‌آوریم:

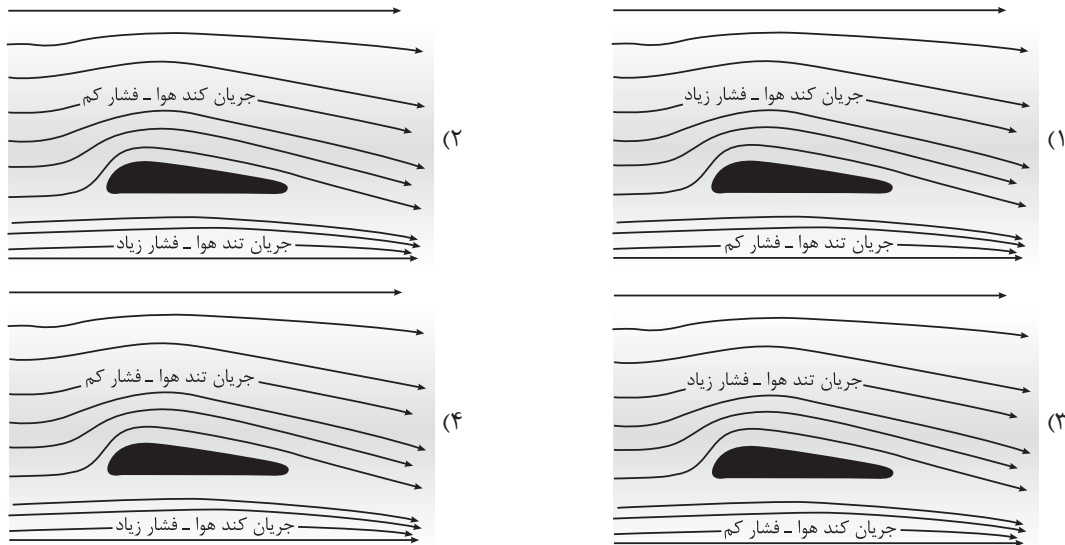
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = Av \Rightarrow \frac{\Delta V}{60} = 400\pi \Rightarrow \Delta V = 24\pi \times 10^3 \text{ cm}^3$$

گام سوم: جرم خارج شده از لوله را به کمک رابطه $m = \rho V$ محاسبه می‌کنیم:

$$m = \rho V = 0.85 \times 24\pi \times 10^3 \text{ g} = 20.4\pi \times 10^3 \text{ g} = 20.4\pi \text{ kg}$$

تست و پاسخ ۲۸

کدام یک از شکل‌های زیر درباره تندی و فشار هوا در بالا و پایین بال یک هواپیمای در حال پرواز، درست است؟



پاسخ: گزینه ۴

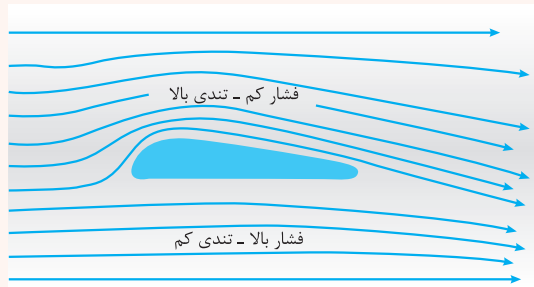
درس نامه ●●

طبق اصل برنولی، برای شاره‌ای که به طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره و با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

در مثال زیر یک کاربرد از اصل برنولی را بررسی می‌کنیم.

شکل مقابل، تصویری از بال هواپیما را نشان می‌دهد. جهت‌گیری بال متناسب با جریان هوا سبب افزایش تندی و کاهش فشار در بالای بال هواپیما می‌شود.

از آن‌جا که فشار هوای بالای بال، کم‌تر از فشار هوای زیر آن است، نیروی رو به بالای خالصی به بال هواپیما وارد می‌شود.



پاسخ تشریحی

گام اول: طبق اصل برنولی با افزایش تندی شاره، فشار کاهش می‌یابد و برعکس؛ بنابراین ۲ و ۳ نادرست هستند.

گام دوم: برای یک هواپیمای در حال پرواز، نیرو باید بالابر باشد؛ بنابراین فشار در قسمت پایین بال باید بیشتر از فشار در قسمت بالای بال باشد و در ۴ به درستی این وضعیت نمایش داده شده است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۲۹

شیر آبی در ارتفاع ۸۰ سانتی متری سطح زمین قرار دارد. اگر سطح مقطع باریکه خروجی آب از شیر 1 cm^2 و تندی خروج آب از شیر 3 m/s باشد، سطح مقطع باریکه آب در لحظه برخورد به زمین چند سانتی متر مربع است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و اتلاف انرژی ناچیز است).

- ۰/۶ (۱) ۰/۸ (۲) ۰/۲۵ (۳) ۰/۷۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره با استفاده از رابطه پایستگی انرژی، تندی آب را پس از 80 cm سقوط، به دست آورید. سپس به کمک معادله پیوستگی، سطح مقطع باریکه آب را هنگام برخورد به زمین محاسبه کنید.

درس نامه

پایستگی انرژی مکانیکی: در شرایطی که بتوان اثر ناشی از نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا را نادیده گرفت، مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جسم، در نقطه‌های مختلف مسیر حرکت، با هم برابر و پایسته می‌ماند.

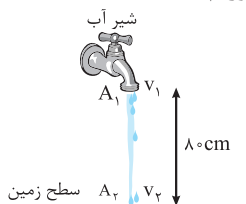
$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$E_1 = E_2 = \text{انرژی مکانیکی جسم در حالت‌های اول و دوم (J)}$$

$$K_1 = K_2 = \text{انرژی جنبشی جسم در حالت‌های اول و دوم (J)}$$

$$U_1 = U_2 = \text{انرژی پتانسیل جسم در حالت‌های اول و دوم (J)}$$

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از رابطه پایستگی انرژی، تندی آب را هنگام رسیدن به سطح زمین به دست می‌آوریم:



$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 + g h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g h_2 \quad \frac{h_1 = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}}{h_2 = 0, v_1 = 3 \text{ m/s}} \rightarrow \frac{1}{2} (3)^2 + 10 \times 0.8 = \frac{1}{2} v_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2} + 8 = \frac{1}{2} v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 25 \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$$

گام دوم: به کمک معادله پیوستگی، سطح مقطع باریکه آب در لحظه برخورد به سطح زمین را محاسبه می‌کنیم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \frac{A_1 = 1 \text{ cm}^2, v_1 = 3 \text{ m/s}}{v_2 = 5 \text{ m/s}} \rightarrow 1 \times 3 = A_2 \times 5 \Rightarrow A_2 = \frac{3}{5} = 0.6 \text{ cm}^2$$

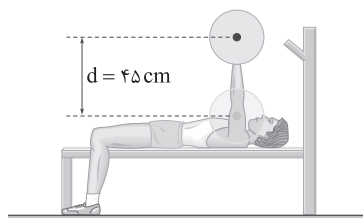
تست و پاسخ ۳۰

در شکل مقابل، ورزشکار وزنه‌ای به جرم 80 kg را، به اندازه 45 cm به طور یکنواخت پایین می‌آورد. کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام می‌دهد، چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۳۶ (۱) -۳۶ (۲)

۳۶۰ (۳) -۳۶۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴



خودت حل کنی بهتره قضیه کار - انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$) را در مسیر پایین آمدن وزنه به کار ببرید.

درس نامه

کار نیروی وزن از رابطه $W_{mg} = -mg\Delta h$ به دست می‌آید. در این رابطه بیانگر تغییر ارتفاع جسم در یک جابه‌جایی است.

اگر جسم رو به بالا جابه‌جا شود: $\Delta h > 0 \Rightarrow W_{mg} < 0$

اگر جسم رو به پایین جابه‌جا شود: $\Delta h < 0 \Rightarrow W_{mg} > 0$

اگر جسم به صورت افقی جابه‌جا شود: $\Delta h = 0 \Rightarrow W_{mg} = 0$

نکته کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و فقط، جابه‌جایی در راستای قائم مهم است.

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، جمع جبری کار کل نیروهای وارد بر جسم (W_t)، برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم (ΔK) است.

$$W_t = \Delta K$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی از قضیه کار - انرژی جنبشی هنگام پایین آمدن وزنه استفاده می کنیم. از آن جا که وزنه رو به پایین حرکت می کند، کار نیروی وزن در این جابه جایی مثبت است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{ورزشکار}} + W_{\text{mg}} = \Delta K$$

به صورت یکنواخت پایین می آید؛

بنابراین تندی ثابت است $\Delta K = 0$.

$$\Rightarrow W_{\text{ورزشکار}} + mg\Delta h = 0 \Rightarrow W_{\text{ورزشکار}} = -mg\Delta h = -80 \times 10 \times 0.45 = -360 \text{ J}$$

تست و پاسخ ۳۱

در شکل زیر، توپی با تندی 12 m/s از نقطه A می گذرد. اگر نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک در سطح تماس توپ با زمین، ۲۵ درصد از انرژی جنبشی اولیه توپ را تا رسیدن به نقطه B تلف کنند، تندی توپ در نقطه B به چند متر بر ثانیه می رسد؟



$$6\sqrt{3} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$9 \quad (4)$$

$$3\sqrt{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره از رابطه اتلافی $E_B - E_A = W_{\text{اتلافی}}$ که آن را به صورت اتلافی $\Delta U + \Delta K = W_{\text{اتلافی}}$ هم می توان نوشت، استفاده کنید.

درس نامه

اگر در طول مسیر حرکت یک جسم، انرژی مکانیکی آن به دلیل وجود نیروهای اتلافی (مانند مقاومت هوا و اصطکاک) تلف شود، رابطه زیر برقرار است:

$$E_2 - E_1 = W_{\text{اتلافی}} \rightarrow \text{کار نیروی اتلافی}$$

انرژی مکانیکی در نقطه اول انرژی مکانیکی در نقطه دوم

انرژی مکانیکی از مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل به دست می آید، بنابراین رابطه به صورت زیر نوشته می شود:

$$(U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = W_{\text{اتلافی}} \Rightarrow (U_2 - U_1) + (K_2 - K_1) = W_{\text{اتلافی}} \Rightarrow \Delta U + \Delta K = W_{\text{اتلافی}}$$

توجه کنید که کار نیروهای اتلافی منفی است.

پاسخ تشریحی با توجه به این که انرژی در طول مسیر تلف می شود، از رابطه اتلافی $E_B - E_A = W_{\text{اتلافی}}$ استفاده می کنیم.

کار نیروی اتلافی منفی است.

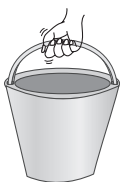
$$E_B - E_A = W_{\text{اتلافی}} = -0.25 K_A \rightarrow (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = -0.25 K_A$$

$$\underbrace{(U_B - U_A)}_{\text{صفر}} + K_B - K_A = -0.25 K_A \Rightarrow K_B = 0.75 K_A$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2} m v_A^2 \right) \Rightarrow v_B^2 = \frac{3}{2} v_A^2 \Rightarrow v_B = \frac{\sqrt{3}}{2} v_A = \frac{\sqrt{3}}{2} (12) = 6\sqrt{3} \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۳۲

در شکل زیر، شخصی یک سطل در دست دارد و آن را در مسیری افقی جابه جا می کند. اگر در طی این مسیر، کاری که نیروی وزن سطل و شخص روی سطل انجام می دهند، به ترتیب W_1 و W_2 باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟ (از نیروهای مقاوم چشم پوشی کنید.)



جابه جایی

الف) W_1 همواره برابر صفر است.

ب) W_2 همواره برابر صفر است.

پ) W_1 فقط در صورتی برابر صفر است که سطل با تندی ثابت حرکت کند.

ت) W_2 فقط در صورتی برابر صفر است که سطل با تندی ثابت حرکت کند.

پ و ت (۴)

ب و پ (۳)

الف و ت (۲)

الف و ب (۱)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

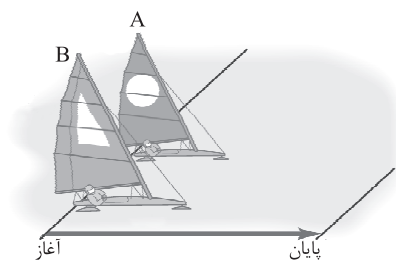
فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: سطل (جسم) در راستای افقی جابه‌جا می‌شود و نیروی وزن بر جابه‌جایی عمود است؛ به عبارت دیگر $\Delta h = 0$ بوده و با هر نوع حرکت افقی کار نیروی وزن صفر است. (درستی عبارت «الف» و نادرستی «ب»)
گام دوم: برای تشخیص کاری که شخص روی سطل انجام می‌دهد، از قضیه کار - انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم.

$$W_{mg} + W_{\text{شخص}} = \Delta K \xrightarrow{W_{mg}=0} W_{\text{شخص}} = \Delta K$$

در صورتی که سطل با تندی ثابت حرکت کند، $\Delta K = 0$ می‌شود و در این حالت $W_{\text{شخص}}$ برابر صفر خواهد شد. (گزاره «ت» درست است.)

تست و پاسخ ۳۳



در شکل مقابل، دو قایق بادبانی A و B مخصوص حرکت روی سطح یخ‌زده، که جرم آن‌ها به ترتیب m و 2m است، روی دریاچه افقی و بدون اصطکاکی قرار دارند. با وزیدن باد، به هر دو نیروی ثابت و یکسانی وارد می‌شود. دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و پس از جابه‌جایی یکسان، به ترتیب با تندی‌های v_A و v_B از خط پایان عبور می‌کنند. v_A چند برابر v_B است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره قضیه کار - انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$) را برای هر قایق به صورت جداگانه به کار ببری تا تندی آن‌ها را در پایان

مسیر، با هم مقایسه کنی.

پاسخ تشریحی گام اول: قضیه کار - انرژی جنبشی را برای قایق A به کار می‌بریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow Fd = \frac{1}{2} m_A (v_A^2 - 0^2) \Rightarrow \frac{2Fd}{m_A} = v_A^2$$

نکته تنها نیرویی که در این جابه‌جایی بر روی هر دو قایق، کار انجام می‌دهد نیروی حاصل از وزش باد (F) است.

گام دوم: با فرض این که جابه‌جایی هر یک از قایق‌ها d باشد، قضیه کار - انرژی جنبشی را برای قایق B به کار می‌بریم:

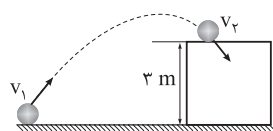
$$W_t = \Delta K \Rightarrow Fd = \frac{1}{2} m_B (v_B^2 - 0^2) \Rightarrow \frac{2Fd}{m_B} = v_B^2$$

$$\frac{v_A^2}{v_B^2} = \frac{\frac{2Fd}{m_A}}{\frac{2Fd}{m_B}} = \frac{m_B}{m_A} = \frac{2m}{m} = 2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{2}$$

گام سوم: نسبت تندی v_A به v_B را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ ۳۴

در شکل زیر، توپی به جرم 400g از سطح زمین با تندی $v_1 = 10 \text{ m/s}$ به طرف ساختمانی پرتاب شده و با تندی $v_2 = 6 \text{ m/s}$ به بالای ساختمان برخورد می‌کند. چه تعداد از موارد زیر درباره این حرکت درست است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



۴) صفر

۳) ۱

۲) ۲

۱) ۳

پاسخ: گزینه ۳

الف) کار کل انجام‌شده روی توپ، 12/8 J است.

ب) کار انجام‌شده روی توپ توسط نیروی وزن آن، 12 J است.

پ) کار انجام‌شده روی توپ توسط نیروی مقاومت هوا، 8/0- J است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ..

(۱) کار نیروی وزن بر روی یک جسم، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$W_{mg} = -mg \Delta h \rightarrow \begin{cases} \Delta h > 0 \rightarrow \text{رو به بالا} \\ \Delta h < 0 \rightarrow \text{رو به پایین} \end{cases}$$

جرم (kg) \uparrow تغییر ارتفاع (m) \leftarrow کار نیروی وزن (J) \leftarrow شتاب گرانش (m/s^2) \downarrow

کار کل وارد بر یک جسم برابر است با جمع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر آن جسم:

$$W_t = W_1 + W_2 + \dots$$

(۲) قضیه کار - انرژی جنبشی:

کار کل نیروهای وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی معین برابر است با تغییر انرژی جنبشی جسم. طبق رابطه زیر داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

تندی اولیه (m/s) \uparrow تندی ثانویه (m/s) \downarrow \leftarrow کار کل \leftarrow جرم (kg) \downarrow تغییر انرژی جنبشی (J) \downarrow

پاسخ تشریحی

نکته توی این سؤال سعی کن اول علامتو به دست بیاری تا باهش بتونی رد گزینه کنی و سریع تر به جواب برسی. مثلاً اگر این یا هواست به این نکته باشه که چون جسم بالا رفته کار نیروی وزن باید منفی باشه و چون تندی کم شده، کار کل منفیه، موارد «الف» و «ب» رو نادرست می‌گرفتی.

طبق درس نامه بالا به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[v_1=10\text{ m/s}, v_2=6\text{ m/s}]{m=400\text{ g}=0.4\text{ kg}} W_t = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (6^2 - 10^2) = 0.2 \times (-64) = -12.8\text{ J}$$

بنابراین مورد «الف» نادرست است؛ زیرا کار کل برابر -12.8 J است.

$$W_{mg} = -mg \Delta h \xrightarrow[m=0.4\text{ kg}, \Delta h=3\text{ m}]{m=0.4\text{ kg}, \Delta h=3\text{ m}} W_{mg} = -0.4 \times 10 \times 3 = -12\text{ J}$$

ب) طبق رابطه کار نیروی وزن داریم:

بنابراین مورد «ب» نادرست است؛ زیرا کار نیروی وزن برابر با -12 J است.

پ) با داشتن کار کل و کار نیروی وزن، کار نیروی مقاومت هوا را حساب می‌کنیم:

$$W_t = W_{mg} + W_{f_D} \xrightarrow[W_{mg}=-12\text{ J}]{W_t=-12.8\text{ J}} -12.8 = -12 + W_{f_D} \Rightarrow W_{f_D} = -0.8\text{ J}$$

بنابراین مورد «پ» درست است.

تست و پاسخ ۳۵

از بالونی که در ارتفاع 50 m سطح زمین و با تندی 5 m/s رو به پایین در حرکت است، بسته‌ای به جرم 30 kg رها می‌شود و با تندی 25 m/s به زمین برخورد می‌کند. اندازه متوسط نیروی مقاومت هوای وارد بر بسته، از لحظه رهاشدن تا هنگام رسیدن به زمین، چند نیوتون است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)

حواسه باشه تندی اولیه بسته 5 m/s است، نه صفر.

(۲) 1200
(۴) 6000

(۱) 120
(۳) 600

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره کار کل رو طبق قضیه کار - انرژی جنبشی حساب کن. بعد کار نیروی وزن رو به دست بیار. بعدش با داشتن کار کل، و کار نیروی وزن، کار نیروی مقاومت هوا رو پیدا کن. در نهایت با داشتن مسافت طی شده، اندازه متوسط نیروی مقاومت هوا رو حساب کن.

درس نامه ..

کار نیروی مقاومت هوا بر روی یک جسم از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$W_{f_D} = -f_D d$$

نیروی مقاومت هوا (N) \uparrow مسافت طی شده (m) \downarrow \leftarrow کار نیروی مقاومت هوا (J) \leftarrow



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: کار نیروی وزن بسته را حساب می‌کنیم:

$$W_{mg} = -mg\Delta h \xrightarrow{m=30\text{ kg}, \Delta h=-50\text{ m}} W_{mg} = -30 \times 10 \times (-50) = 15000\text{ J}$$

گام دوم: کار کل وارد بر بسته را حساب می‌کنیم. طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow{m=30\text{ kg}, v_i=5\text{ m/s}, v_f=25\text{ m/s}} W_t = \frac{1}{2} \times 30 \times (25^2 - 5^2) = \frac{1}{2} \times 30 \times 600 \Rightarrow W_t = 9000\text{ J}$$

گام سوم: کار نیروی مقاومت هوا را حساب می‌کنیم:

$$W_t = W_{mg} + W_{fD} \xrightarrow{W_t=9000\text{ J}, W_{mg}=15000\text{ J}} 9000 = 15000 + W_{fD} \Rightarrow W_{fD} = -6000\text{ J}$$

گام چهارم: اندازه متوسط نیروی مقاومت هوا را حساب می‌کنیم:

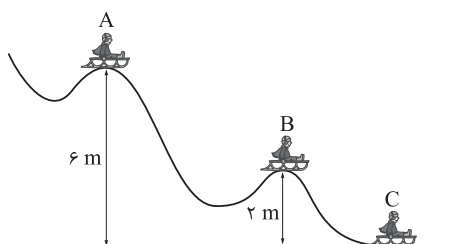
$$W_{fD} = -f_D d \xrightarrow{W_{fD}=-6000\text{ J}, d=50\text{ m}} -6000 = -f_D \times 50 \Rightarrow f_D = 120\text{ N}$$

تست و پاسخ ۳۶

در شکل مقابل، سورتمه‌سواری روی سطح بدون اصطکاک در حال حرکت است. اگر

اختلاف تندی سورتمه‌سوار در دو نقطه A و B برابر 8 m/s باشد، تندی آن در نقطه C

چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)



۱۹ (۲)

$6\sqrt{10}$ (۴)

۱۱ (۱)

$2\sqrt{30}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این پوری که اختلاف سرعت روداده باشه، ایده بپریدیه. سعی کن بعد از روشن مفهومی، روش تکنیکی این سوال رو هم یادگیری که خیلی به دردت می‌فوره.

درس نامه •• اصل پایستگی انرژی مکانیکی

در شرایطی که بتوان اثر ناشی از نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا را نادیده گرفت، انرژی مکانیکی جسم در تمام طول مسیر ثابت

$$E_1 = E_2 = E_3 = \dots \xrightarrow{E=K+U} \Delta K + \Delta U = 0$$

می‌ماند و می‌توانیم بنویسیم:

E: انرژی مکانیکی (J)

K: انرژی جنبشی (J)

U: انرژی پتانسیل (J)

پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول: با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

(مبدأ پتانسیل گرانشی سطح زمین است.)

$$AB \text{ مسیر: } \Delta K + \Delta U = 0 \xrightarrow{\Delta U = mg\Delta h} \Delta K + mg\Delta h = 0 \xrightarrow{\Delta h = 2-6 = -4\text{ m}} \Delta K + m \times 10 \times (-4) = 0 \Rightarrow \Delta K = 40\text{ m}$$

$$\xrightarrow{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)} \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = 40\text{ m} \Rightarrow \frac{1}{2}(v_B - v_A)(v_B + v_A) = 40$$

$$\xrightarrow{v_B = v_A + 8} \underbrace{(v_A + 8 - v_A)}_8 \underbrace{(v_A + 8 + v_A)}_{2v_A + 8} = 80 \Rightarrow 2v_A + 8 = 10 \Rightarrow v_A = 1\text{ m/s}$$

انرژی مکانیکی جسم را حساب می‌کنیم:

$$E = K_A + U_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A \xrightarrow{\frac{v_A=1\text{ m/s}}{h_A=6\text{ m}}} E = \left(\frac{1}{2}m(1)^2\right) + (m \times 10 \times 6) = 60 / 5\text{ m}$$

گام دوم: انرژی جنبشی در نقطه C را حساب می‌کنیم:

$$E_C = K_C + U_C \xrightarrow{U_C=0} E_C = K_C \xrightarrow{E_C=60/5\text{ m}} K_C = 60 / 5\text{ m}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: تندی جسم در نقطه C را حساب می‌کنیم:

$$K_C = \frac{1}{2}mv_C^2 \xrightarrow{K_C=60/\Delta m} 60/\Delta m = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow v_C^2 = 121 \Rightarrow v_C = 11 \text{ m/s}$$

روش دوم:

اگر انرژی مکانیکی پایسته باشد، هنگامی که یک جسم با سرعت اولیه v_1 به اندازه h پایین بیاید، بزرگی سرعت نهایی‌اش برابر با $v_2 = \sqrt{2gh + v_1^2}$ خواهد بود؛ بنابراین داریم:

$$\text{مسیر AB: } v_B = \sqrt{2gh_{AB} + v_A^2} \xrightarrow{\frac{v_B=v_A+\lambda}{h_{AB}=4\text{m}}} v_A + \lambda = \sqrt{2(10)(4) + v_A^2}$$

$$\Rightarrow v_A^2 + 16v_A + 64 = 80 + v_A^2 \Rightarrow 16v_A = 16 \Rightarrow v_A = 1 \text{ m/s}$$

$$\text{مسیر AC: } v_C = \sqrt{2gh_{AC} + v_A^2} = \sqrt{2(10)(6) + (1)^2} = \sqrt{121} = 11 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۳۷

برای آن‌که تندی خودروی در حال حرکتی به جرم 1200 kg ، 18 km/h افزایش یابد، موتور خودرو باید 75 kJ کار انجام دهد. در ادامه برای آن‌که تندی خودرو باز هم 18 km/h افزایش یابد، موتور خودرو باید چند کیلوژول کار انجام دهد؟ (نیروهای مقاوم، ناچیز و حرکت روی سطح افقی است.)

$$18 \text{ km/h} \times \frac{1 \text{ m/s}}{3.6 \text{ km/h}} = 5 \text{ m/s}$$

۱۰۵ (۲)

۷۵ (۱)

۳۰۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول: تندی خودرو در حالت اول و دوم را به دست می‌آوریم. طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{W_t=75\text{kJ}=75 \times 10^3 \text{ J}}{m=1200\text{kg}, v_2=v_1+18\text{km/h}=v_1+5\text{m/s}} \rightarrow 75 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times 1200 \cdot ((v_1+5)^2 - v_1^2) = 600 \cdot (10v_1 + 25)$$

$$\Rightarrow 75 \times 10^3 = 6 \times 10^3 v_1 + 15 \times 10^3 \Rightarrow 60 = 6v_1 \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s} \xrightarrow{v_2=v_1+5} v_2 = 10 + 5 = 15 \text{ m/s}$$

گام دوم: کار لازم برای این‌که تندی خودرو از v_1 به $v_2 = v_1 + 18 \text{ km/h}$ یعنی از 15 m/s به 20 m/s برسد را حساب می‌کنیم:

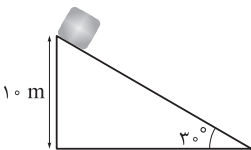
$$W_t' = \frac{1}{2}m(v_2'^2 - v_1'^2) \xrightarrow{\frac{m=1200\text{kg}, v_2'=15\text{m/s}}{v_1'=15+5=20\text{m/s}}} W_t' = \frac{1}{2} \times 1200 \cdot (20^2 - 15^2)$$

$$\Rightarrow W_t' = 600 \times \underbrace{(400 - 225)}_{175} = 105000 \text{ J} = 105 \text{ kJ}$$

حواستون باشه هر چه تندی خودرو بیشتر باشد برای یک افزایش تندی معین، کار بیشتری لازم است. پس مراقب باشید در دام (۱) نیفتید.

تست و پاسخ ۳۸

در شکل زیر، جسمی به جرم 100 g از بالای سطح شیب‌داری با تندی 4 m/s از ارتفاع 10 متری مماس بر سطح شیب‌دار پرتاب می‌شود و با تندی 10 m/s به پایین سطح شیب‌دار می‌رسد. اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$) و اندازه نیروی مقاومت هوا ناچیز است.)



۰ / ۴۲ (۲)

۰ / ۵۸ (۱)

۰ / ۲۱ (۴)

۰ / ۲۹ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره اول به کمک رابطه $\Delta K + \Delta U = W_f$ کار نیروی اصطکاک رو حساب کن. بعدش با داشتن ارتفاع و زاویه شیب، جابه‌جایی رو به دست بیار و در نهایت نیروی اصطکاک رو حساب کن.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

درس نامه •• کار و انرژی درونی

اگر در مسیر حرکت یک جسم، نیروهای اتلافی مانند مقاومت هوا و اصطکاک داشته باشیم، بخشی از انرژی مکانیکی جسم به انرژی درونی جسم و محیط تبدیل می‌شود که مقدار این انرژی درونی با اندازه کار نیروهای اتلافی برابر است.

$$E_2 - E_1 = W_f$$

یا

$$\Delta K + \Delta U = W_f$$

$$W_f = -fd \rightarrow (m) \text{ جابه‌جایی}$$



اندازه نیروی اصطکاک (N)

$$W_f < 0 : \text{ کار نیروی اتلافی (J)}$$

$$E : \text{ انرژی مکانیکی (J)}$$

$$\Delta K : \text{ تغییر انرژی جنبشی (J)}$$

$$\Delta U : \text{ تغییر انرژی پتانسیل (J)}$$

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta U_g = mg \Delta h \rightarrow \text{تغییر ارتفاع} \begin{cases} \Delta h > 0 : \text{رو به بالا} \\ \Delta h < 0 : \text{رو به پایین} \end{cases}$$

جرم (kg) ↑
شتاب گرانش (m/s²) ↓

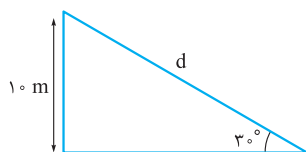
پاسخ تشریحی گام اول: کار نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U + \Delta K = W_f \xrightarrow{\Delta U = mg \Delta h} mg \Delta h + \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = W_f$$

$$\xrightarrow{\substack{m=100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}, \Delta h = -10 \text{ m} \\ v_1 = 4 \text{ m/s}, v_2 = 10 \text{ m/s}}} \left(\frac{1}{2} \times 0.1 \times (-10) \right) + \left(\frac{1}{2} \times 0.1 \times (10^2 - 4^2) \right) = W_f$$

$$\Rightarrow W_f = -10 + \left(\frac{1}{2} \times 0.1 \times 84 \right) = -10 + 4.2 = -5.8 \text{ J}$$

گام دوم: اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم را حساب می‌کنیم. برای این کار، لازم است که مطابق شکل زیر، جابه‌جایی جسم را به دست آوریم:

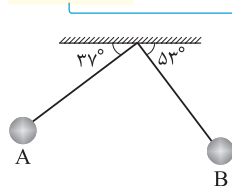


$$\sin 30^\circ = \frac{10}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{d} \Rightarrow d = 20 \text{ m}$$

$$W_f = -fd \xrightarrow{\substack{W_f = -5.8 \text{ J} \\ d = 20 \text{ m}}} -5.8 = -f \times 20 \Rightarrow f = 0.29 \text{ N}$$

تست و پاسخ ۳۹

در شکل زیر، گلوله آونگ از نقطه A رها می‌شود. اگر اتلاف انرژی مکانیکی ناچیز باشد، تندی گلوله آونگ در نقطه B چند برابر تندی بیشینه آن است؟ (sin ۳۷° ≈ ۰/۶)



تندی در پایین‌ترین نقطه مسیر

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۲)$$

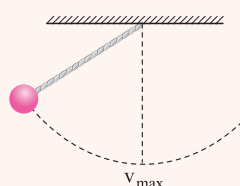
$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

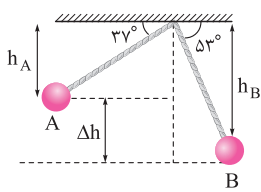
درس نامه •• در حرکت گلوله آونگ، بیشینه تندی گلوله در پایین‌ترین نقطه مسیر حرکت است. مطابق شکل زیر داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول: طول آونگ را L فرض می‌کنیم و مطابق شکل زیر، انرژی جنبشی گلوله را در نقطه B بر حسب جرم گلوله به دست می‌آوریم. طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$\sin 37^\circ = \frac{h_A}{L} \Rightarrow h_A = L \sin 37^\circ = \frac{3}{5}L$$

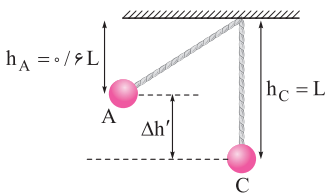
$$\sin 53^\circ = \frac{h_B}{L} \Rightarrow h_B = L \sin 53^\circ = \frac{4}{5}L$$

$$\text{مسیر } AB: E_A = E_B \Rightarrow \Delta U + \Delta K = 0$$

$$\Delta U = mg\Delta h, \Delta K = K_B - K_A = K_B \rightarrow mg\Delta h + K_B = 0$$

$$\Delta h = -(\frac{4}{5}L - \frac{3}{5}L) = -\frac{1}{5}L \rightarrow mg(-\frac{1}{5}L) + K_B = 0 \Rightarrow K_B = \frac{1}{5}mgL$$

گام دوم: انرژی جنبشی گلوله را در نقطه C (بیشینه تندی در مسیر) بر حسب جرم گلوله به دست می‌آوریم:



$$E_A = E_C \Rightarrow \Delta U + \Delta K = 0 \xrightarrow{\Delta U = mg\Delta h'} mg\Delta h' + K_C = 0$$

$$\Delta K = K_C - K_A = K_C$$

$$\Delta h' = -(L - \frac{3}{5}L) = -\frac{2}{5}L \rightarrow mg(-\frac{2}{5}L) + K_C = 0 \Rightarrow K_C = \frac{2}{5}mgL$$

گام سوم: با استفاده از نسبت $\frac{K_B}{K_C}$ ، نسبت $\frac{v_B}{v_C}$ را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{\text{ثابت } m} \frac{K_B}{K_C} = \left(\frac{v_B}{v_C}\right)^2 \xrightarrow{\frac{K_B = \frac{1}{5}mgL}{K_C = \frac{2}{5}mgL}} \frac{\frac{1}{5}mgL}{\frac{2}{5}mgL} = \left(\frac{v_B}{v_C}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{v_B}{v_C}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

تست و پاسخ ۴۰

گلوله‌ای از یک بلندی رها می‌شود. اگر در ارتفاع h_1 از سطح زمین، انرژی پتانسیل گرانشی گلوله ۲۰ درصد بیشتر از انرژی جنبشی آن و در ارتفاع h_2 از سطح زمین، انرژی پتانسیل گرانشی گلوله ۲۰ درصد کمتر از انرژی جنبشی آن باشد، $\frac{h_2}{h_1}$ برابر کدام است؟ (اتلاف انرژی مکانیکی، ناچیز و مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، سطح زمین است.)

$$U_1 = K_1 + \frac{20}{100}K_1 = \frac{12}{10}K_1$$

$$U_2 = K_2 - \frac{20}{100}K_2 = \frac{8}{10}K_2$$

$$\frac{27}{22} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{22}{27} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

اگر از نیروهای اتلافی مثل مقاومت هوا و اصطکاک صرف نظر شود، انرژی مکانیکی جسم پایسته می‌ماند و داریم:

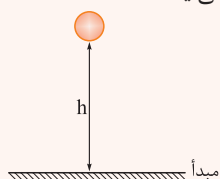
$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

E : انرژی مکانیکی (J)

K : انرژی جنبشی (J)

U : انرژی پتانسیل (J)

اگر جسمی در ارتفاع h نسبت به مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی باشد، انرژی پتانسیل گرانشی جسم از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$U = mgh \rightarrow \text{انرژی پتانسیل گرانشی (J)}$$

جرم (kg)

ارتفاع از مبدأ (m)

شتاب گرانش (m/s^2)



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$\frac{U_1 = K_1 + \frac{20}{100} K_1 = 1/2 K_1 \Rightarrow K_1 = \frac{2}{3} U_1}{U_2 = K_2 - \frac{20}{100} K_2 = 0/8 K_2 \Rightarrow K_2 = \frac{5}{4} U_2} \rightarrow \frac{5}{6} U_1 + U_1 = \frac{5}{4} U_2 + U_2 \Rightarrow \frac{11}{6} U_1 = \frac{9}{4} U_2$$

$$\frac{U_1 = mgh_1}{U_2 = mgh_2} \rightarrow \frac{11}{6} \times mgh_1 = \frac{9}{4} \times mgh_2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{11}{9} \times \frac{4}{6} = \frac{22}{27}$$

تست و پاسخ (۴۱)

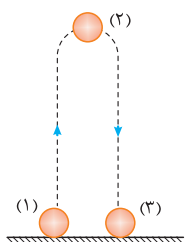
گلوله‌ای از سطح زمین، با تندی 8 m/s در راستای قائم و به سمت بالا پرتاب می‌شود و با تندی 6 m/s به سطح زمین باز می‌گردد. گلوله ابتدا در لحظه t_1 و در ادامه در لحظه t_2 ، از ارتفاع ۲ متری سطح زمین عبور می‌کند. تندی گلوله در لحظه t_2 چند برابر تندی گلوله را در لحظه t_1 است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (۴) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۳) \quad \frac{4}{3} \quad (۲) \quad \frac{3}{4} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره من مدرس می‌زنم اینو درست جواب نداده باشی. آگه با استدلال درست به جواب رسیدی که بهوت تبریک می‌گم قهرمان، ولی آگه جواب ندادی هم نگران نباش پاسخ نامه رو خوب بفون چون پاسخ سوال برات ریزریز کردم ...

طبق قانون پایستگی انرژی داریم:



$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow \Delta U + \Delta K = W_f \xrightarrow[\Delta K = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)]{\Delta U = 0} \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = W_f$$

$$\xrightarrow{v_1 = 8 \text{ m/s}, v_2 = 6 \text{ m/s}} W_f = \frac{1}{2} m(6^2 - 8^2) = -14 \text{ m}$$

گام دوم: بالاترین نقطه مسیر حرکت گلوله را حساب می‌کنیم. با توجه به این که کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر -14 m است، در می‌یابیم کار این نیرو در نیمه اول مسیر برابر -7 m است؛ بنابراین داریم:

$$E_2 - E_1 = W_f' \Rightarrow \Delta U' + \Delta K' = W_f' \xrightarrow[\Delta K' = \frac{1}{2} m(v_2'^2 - v_1'^2)]{\Delta U' = mg\Delta h, W_f' = -7 \text{ m}} (m \times 10 \times \Delta h) + \left(\frac{1}{2} m(v_2'^2 - v_1'^2)\right) = -7 \text{ m}$$

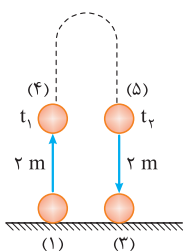
$$\xrightarrow{\Delta h = h, v_1' = 8 \text{ m/s}, v_2' = 0} (m \times 10 \times h) + \left(\frac{1}{2} m(0 - 8^2)\right) = -7 \text{ m} \Rightarrow 10h - 32 = -7 \Rightarrow 10h = 25 \Rightarrow h = 2/5 \text{ m}$$

گام سوم: کار نیروی مقاومت هوا را در 2 m اول حرکت و 2 m آخر حرکت حساب می‌کنیم. با توجه به ثابت بودن نیروی مقاومت هوا، در می‌یابیم کار نیروی مقاومت هوا با مسافت طی شده متناسب است؛ بنابراین داریم:

$$W_{f_1} = \frac{d_1}{d} W_f \xrightarrow{d_1 = 2 \text{ m}, d = 5 \text{ m}} W_{f_1} = \frac{2}{5} \times (-14 \text{ m}) = -5/6 \text{ m}$$

$$W_{f_2} = \frac{d_2}{d} W_f \xrightarrow{d_2 = 2 \text{ m}, d = 5 \text{ m}} W_{f_2} = \frac{2}{5} \times (-14 \text{ m}) = -5/6 \text{ m}$$

گام چهارم: تندی گلوله را در لحظه‌های t_1 و t_2 حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



$$\text{مسیر (۱) به (۴): } \Delta U_{14} + \Delta K_{14} = W_{f_1} \Rightarrow (m \times 10 \times 2) + \left(\frac{1}{2} m(v_4^2 - 8^2)\right) = -5/6 \text{ m}$$

$$\Rightarrow 20 - 32 + \frac{1}{2} v_4^2 = -5/6 \Rightarrow \frac{1}{2} v_4^2 = 6/4 \Rightarrow v_4^2 = 12/8$$

$$\text{مسیر (۴) به (۵): } \Delta U_{45} + \Delta K_{45} = W_{f_2} \Rightarrow (m \times 10 \times (-2)) + \left(\frac{1}{2} m(6^2 - v_5^2)\right) = -5/6 \text{ m}$$

$$\Rightarrow -20 + 18 - \frac{1}{2} v_5^2 = -5/6 \Rightarrow \frac{1}{2} v_5^2 = 3/6 \Rightarrow v_5^2 = 7/2$$

گام پنجم: نسبت تندی گلوله در لحظه t_2 (v_5) به تندی گلوله در لحظه t_1 (v_4) را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_5^2}{v_4^2} = \frac{7/2}{12/8} \Rightarrow \left(\frac{v_5}{v_4}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{v_5}{v_4} = \frac{3}{4}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۴۲

موتور یک هواپیما، پیشرانهای به اندازه $3 \times 10^5 \text{ N}$ ایجاد می‌کند. اگر هواپیما با تندی 600 km/h در امتداد این نیرو حرکت کند، توان متوسط موتور هواپیما چند مگاوات است؟

۱۸۰ (۴)

۵۰ (۳)

۱۸ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

توان متوسط موتور هواپیما یا اتومبیلی که با تندی ثابت حرکت می‌کند، از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$P_{av} = F \cdot v$$

نیروی پیشران (N) \uparrow
 توان متوسط (W) \leftarrow
 تندی (m/s) \downarrow

پاسخ تشریحی طبق درس نامه بالا، توان متوسط موتور هواپیما را حساب می‌کنیم:

$$P_{av} = F \cdot v \rightarrow P_{av} = 3 \times 10^5 \text{ N} \times \frac{600 \text{ km/h} \times \frac{1 \text{ m/s}}{3.6 \text{ km/h}}}{3} = 3 \times 10^5 \times \frac{500}{3} = 5 \times 10^7 \text{ W} = 50 \text{ MW}$$

تست و پاسخ ۴۳

بازده یک نیروگاه برق آبی ۴۸ درصد است. در هر دقیقه چند متر مکعب آب از ارتفاع ۸۰ متری روی توربین این نیروگاه ریخته شود تا توان الکتریکی خروجی مولد نیروگاه به 160 MW برسد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی آب 1 g/cm^3 است.)

۲/۵ × ۱۰^۷ (۴)۲/۵ × ۱۰^۴ (۳)۱/۶ × ۱۰^۷ (۲)۱/۶ × ۱۰^۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این تست یک سؤال ترکیبی خوب است که در آن بازده، توان، چگالی و کار نیروی وزن مرور می‌شوند.

درس نامه

توان: آهنگ انجام کار یا آهنگ مصرف انرژی را توان می‌گوییم و طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P = \frac{W}{t}$$

کار (J) $\rightarrow W$
 زمان (s) $\rightarrow t$
 توان (W) $\leftarrow P$

بازده برابر است با نسبت کار مفید به کار کل یا برابر است با نسبت توان خروجی به توان ورودی (مصرفی) و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{کل}}} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{مصرفی یا ورودی}}}$$

برای محاسبه بازده بر حسب درصد باید مقدار بازده را که عددی بین صفر و یک است، ضربدر ۱۰۰ کنیم.

پاسخ تشریحی

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \rightarrow Ra = \frac{48}{100}, P_{\text{خروجی}} = 160 \text{ MW} \rightarrow \frac{48}{100} = \frac{160}{P_{\text{ورودی}}}$$

$$P_{\text{ورودی}} = \frac{1000}{3} \text{ MW} = \frac{10^3}{3} \times 10^6 \text{ W} = \frac{1}{3} \times 10^9 \text{ W}$$

گام دوم: کاری را که آب بر روی توربین انجام می‌دهد، حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{W}{t} \rightarrow \frac{P = \frac{1}{3} \times 10^9 \text{ W}}{t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}} \rightarrow \frac{1}{3} \times 10^9 = \frac{W}{60} \Rightarrow W = 2 \times 10^{10} \text{ J}$$

گام سوم: جرم آبی که در مدت یک دقیقه روی توربین ریخته می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$W = mgh \rightarrow \frac{W = 2 \times 10^{10} \text{ J}}{h = 80 \text{ m}} \rightarrow 2 \times 10^{10} = m \times 10 \times 80 \Rightarrow m = 2/5 \times 10^7 \text{ kg}$$

گام چهارم: حجم آبی که در مدت یک دقیقه روی توربین ریخته می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{\rho = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3}{m = 2/5 \times 10^7 \text{ kg}} \rightarrow 10^3 = \frac{2/5 \times 10^7}{V} \Rightarrow V = 2/5 \times 10^4 \text{ m}^3$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۴۴

موتور یک آسانسور در مدت ۸s، اتا فک ساکن آن را به اندازه ۷m بالا برده و تندی آن را به ۲m/s می‌رساند. اگر مجموع جرم اتا فک آسانسور و سرنشینان آن ۶۰۰kg باشد، توان موتور آسانسور حداقل چند کیلووات است؟ (g = ۱۰N/kg)

- (۱) ۵/۲۵ (۲) ۵/۴ (۳) ۵۲/۵ (۴) ۵۴/۴
- با فرض این‌که بازده ۱۰۰٪ باشد.

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

مقدار کاری که یک پمپ، بالابر یا آسانسور انجام می‌دهد، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

تغییر انرژی جنبشی $\rightarrow W = \Delta U + \Delta K \leftarrow$ کار پمپ، بالابر یا آسانسور

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی

پاسخ تشریحی گام اول: کار آسانسور را حساب می‌کنیم:

$$W = \Delta U + \Delta K \quad \frac{\Delta U = mg\Delta h}{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)} \rightarrow W = mg\Delta h + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{m=600\text{ kg}, \Delta h=7\text{ m}}{v_1=0, v_2=2\text{ m/s}} \rightarrow W = (600 \times 10 \times 7) + \left(\frac{1}{2} \times 600 \times (2^2 - 0)\right) = 42000 + 1200 = 43200\text{ J}$$

گام دوم: حداقل توان موتور آسانسور مربوط به حالتی است که بازده آسانسور ۱۰۰ درصد باشد.

$$P = \frac{W}{t} \quad \frac{W=43200\text{ J}}{t=8\text{ s}} \rightarrow P = \frac{43200}{8} = 5400\text{ W} = 5/4\text{ kW}$$

بنابراین طبق رابطه توان داریم:

تست و پاسخ ۴۵

بازده یک نیروگاه سوخت فسیلی برابر ۴۰ درصد، بازده خطوط انتقال توان الکتریکی از این نیروگاه تا یک لامپ ۲۰ W برابر ۹۰ درصد و بازده این لامپ برابر ۵ درصد است. برای این‌که این لامپ به مدت یک شبانه‌روز روشن باشد، در نیروگاه چند لیتر سوخت مصرف می‌شود؟ (با مصرف هر لیتر سوخت در نیروگاه ۳۰ MJ انرژی گرمایی تولید می‌شود).

- (۱) ۰/۸ (۲) ۰/۰۸ (۳) ۱/۶ (۴) ۰/۱۶

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تست بر اساس یکی از فعالیت‌های کتاب درسی در فصل ۳ از کتاب فیزیک پایه دهم طرح شده است.

درس نامه

برای محاسبه بازده کل یک دستگاه که از چند جزء تشکیل شده است، باید بازده تک‌تک اجزا را در هم ضرب کنیم.

$$Ra_{\text{کل}} = Ra_1 \times Ra_2 \times \dots = \frac{\text{کار یا توان خروجی مجموعه}}{\text{کار یا توان ورودی مجموعه}}$$

پاسخ تشریحی گام اول: بازده مجموعه را تا رسیدن انرژی به لامپ، حساب می‌کنیم:

$$Ra_{\text{کل}} = Ra_1 \times Ra_2 = \frac{40}{100} \times \frac{90}{100} = \frac{36}{100}$$

گام دوم: توان ورودی (مصرفی) کل را حساب می‌کنیم:

$$Ra_{\text{کل}} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow \frac{36}{100} = \frac{20}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = \frac{1000}{18}\text{ W}$$

گام سوم: انرژی مصرفی کل را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{E_{\text{مصرفی}}}{t} \Rightarrow \frac{1000}{18} = \frac{E_{\text{مصرفی}}}{24 \times 60 \times 60} \Rightarrow E_{\text{مصرفی}} = \frac{24 \times 3600 \times 10^3}{18} = 48 \times 10^5\text{ J}$$

گام چهارم: حجم سوخت مصرفی را حساب می‌کنیم:

$$\text{سوخت } L = \frac{E_{\text{مصرفی}}}{30\text{ MJ}} = \frac{48 \times 10^5\text{ J}}{30 \times 10^6\text{ J}} = \frac{48}{300}\text{ L} = 0/16\text{ L}$$

حواستون باشه متن سؤال این‌گونه مطرح شده که چه قدر سوخت باید مصرف شود تا لامپ در مدت یک شبانه‌روز روشن بماند. حالا این‌که

چه مقدار از انرژی مصرفی لامپ به انرژی نورانی تبدیل شود بحث دیگری است. یعنی سؤال نگفته که چه قدر سوخت مصرف شود تا ۲۰ W انرژی نورانی تولید شود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



شیمی دهم

تست و پاسخ ۴۶

کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) قاعدهٔ آفبا، آرایش الکترونی اتم اغلب عناصرها را به درستی پیش‌بینی می‌کند، اما برای اتم برخی عنصرهای جدول نارسایی دارد.
- (۲) طبق قاعدهٔ آفبا، زیرلایه‌ها به ترتیب سطح انرژی، از الکترون اشغال می‌شوند؛ انرژی زیرلایه‌ها ابتدا به n و سپس به $n+1$ وابسته است.
- (۳) طبق داده‌های طیف‌سنجی، هر یک از اتم‌های کروم و مس در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود تنها یک الکترون دارند.
- (۴) اهمیت آرایش الکترونی فشرده به دلیل نمایش آرایش الکترون‌ها در بیرونی‌ترین لایه به نام لایهٔ ظرفیت اتم است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی

در قاعدهٔ آفبا الکترون‌ها تمایل دارند، ابتدا زیرلایه‌هایی را پر کنند که انرژی کم‌تری دارند. انرژی زیرلایه‌ها، به مجموع عدد کوانتومی اصلی و فرعی ($n+1$) وابسته است. بدین منظور در مرحلهٔ اول، مجموع عدد کوانتومی اصلی و فرعی ($n+1$) زیرلایه‌ها را مقایسه می‌کنیم؛ زیرلایه‌ای که مقدار ($n+1$) آن کوچک‌تر باشد، انرژی کم‌تری دارد و زودتر از الکترون پر می‌شود.

مثال: $4s$ زودتر از $3d$ الکترون می‌پذیرد؛ زیرا ($n+1$) برای آن کوچک‌تر است:

	n	l	$n+1$
$4s$	۴	۰	۴
$3d$	۳	۲	۵

اما در مرحلهٔ بعد، اگر مجموع ($n+1$) برای هر زیرلایه یکسان بود، می‌رویم سراغ n ؛ زیرلایه‌ای که n آن کوچک‌تر باشد، انرژی کم‌تری دارد و زودتر از الکترون پر می‌شود.

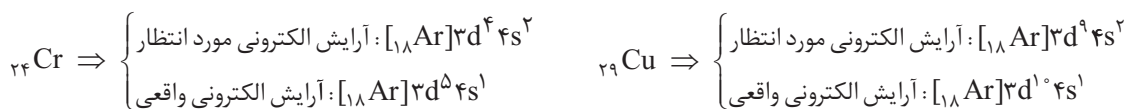
مثال: $4p$ زودتر از $3d$ الکترون می‌پذیرد. ($n+1$) برای هر دو زیرلایه برابر ۵ است، اما چون $4p$ ، n کم‌تری دارد، زودتر از الکترون اشغال می‌شود.

	n	l	$n+1$
$4p$	۴	۱	۵
$3d$	۳	۲	۵

بررسی سایر گزینه‌ها:

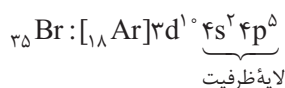
(۱) داده‌های طیف‌سنجی نشان می‌دهد که آرایش الکترونی برخی از اتم‌ها از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند. امروزه به کمک روش‌های طیف‌سنجی پیشرفته، آرایش الکترونی چنین اتم‌هایی مثل کروم ($24Cr$) و مس ($29Cu$) را با دقت تعیین می‌کنند.

(۲) در دورهٔ چهارم جدول تناوبی، اتم‌های کروم ($24Cr$) و مس ($29Cu$)، در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود تنها یک الکترون دارند:



(۳) کاملاً درسته! فقط مواستون باشه که:

(۱) در آرایش الکترونی فشرده، لزوماً هر چیزی که بعد از گاز نجیب نوشته شود، جزء لایهٔ ظرفیت نیست:



(۲) همواره بیرونی‌ترین لایهٔ اتم همهٔ عناصرها، لایهٔ ظرفیت اتم نیست. تنها در صورتی لایهٔ ظرفیت، بیرونی‌ترین لایهٔ الکترونی است که آخرین الکترون، وارد زیرلایهٔ s یا p شود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۴۷

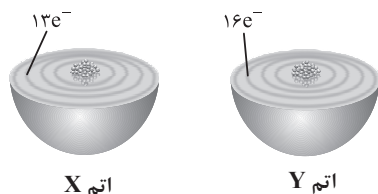
با توجه به شکل‌های زیر که ساختار لایه‌های اتم دو عنصر را نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) تفاوت عدد اتمی این دو عنصر، می‌تواند برابر ۴ باشد.

(۲) اتم عنصر X به یقین دارای دو زیرلایه نیمه‌پر است.

(۳) نسبت شمار الکترون‌های لایه سوم به چهارم در Y، با این نسبت در نخستین عنصر دوره چهارم جدول تناوبی، برابر است.

(۴) اتم X به یقین دارای ۵ الکترون با $l=2$ است.



زیرلایه d

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

بیاید اول ببینیم X و Y چه اتم‌هایی می‌توانند باشند.

اتم X در لایه سوم خود، ۱۳ الکترون دارد؛ یعنی در آرایش الکترونی آن، زیرلایه‌های $3s^2 3p^6 3d^5$ وجود دارند. زیرلایه بعد از $3d^5$ ، می‌تواند $4s^1$ یا $4s^2$ باشد:

$$X \begin{cases} [18Ar]3d^5 4s^1 \Rightarrow \text{عدد اتمی} = 18 + 5 + 1 = 24 \text{ (حالت I)} \\ [18Ar]3d^5 4s^2 \Rightarrow \text{عدد اتمی} = 18 + 5 + 2 = 25 \text{ (حالت II)} \end{cases}$$

اتم Y در لایه سوم خود، ۱۶ الکترون دارد؛ یعنی در آرایش الکترونی آن، زیرلایه‌های $3s^2 3p^6 3d^8$ وجود دارند؛ بعد از $3d^8$ ، قطعاً زیرلایه $4s^2$ وجود دارد:

$$Y = [18Ar]3d^8 4s^2 \Rightarrow \text{عدد اتمی} = 18 + 8 + 2 = 28$$

بریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

① اگر اتم X، حالت (I) باشد، تفاوت عدد اتمی دو عنصر X و Y برابر $28 - 24 = 4$ خواهد بود.

② زیرلایه نیمه پر یعنی زیرلایه‌ای که به اندازه نصف حداکثر گنجایش الکترونی‌اش، در آن الکترون قرار دارد. در حالت (II)، اتم عنصر X، فقط یک زیرلایه نیمه‌پر ($3d^5$) دارد نه دوتا!

③ عدد اتمی نخستین عنصر دوره چهارم، برابر ۱۹ است:

$$19Z: [18Ar]4s^1 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون‌های لایه سوم}}{\text{شمار الکترون‌های لایه چهارم}} = \frac{8}{1} = 8$$

$$28Y: [18Ar]3d^8 4s^2 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون‌های لایه سوم}}{\text{شمار الکترون‌های لایه چهارم}} = \frac{8+8}{2} = 8$$

④ در هر دو حالت، اتم X دارای ۵ الکترون با $l=2$ (زیرلایه d) است.

تست و پاسخ ۴۸

اگر شمار الکترون‌های لایه ظرفیت چهارمین عنصر دسته d جدول تناوبی برابر a باشد و شمار الکترون‌های لایه سوم آن، برابر b و

مجموع $n+l$ الکترون‌های ظرفیتی این عنصر برابر c باشد، حاصل عبارت $\frac{c}{2a+b}$ کدام است؟

$$1/16 \text{ (۲)}$$

$$1/15 \text{ (۱)}$$

$$1/26 \text{ (۴)}$$

$$1/25 \text{ (۳)}$$

$24Cr$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی عدد اتمی عنصرهای دسته d، از ۲۱ شروع می‌شود؛ بنابراین، عدد اتمی چهارمین عنصر دسته d، برابر ۲۴ خواهد بود:

$${}_{24}X: [18Ar] 3d^5 4s^1 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \text{ (تعداد الکترون‌های ظرفیتی)} \\ b = 8 + 5 = 13 \text{ (تعداد الکترون‌های لایه سوم)} \\ c = 5(3+2) + 1(4+0) = 29 \text{ (مجموع } n+1 \text{ الکترون‌های ظرفیتی)} \end{cases}$$

الکترون‌های ظرفیتی

بنابراین، خواهیم داشت:

$$\frac{c}{2a+b} = \frac{29}{12+13} = \frac{29}{25} \xrightarrow{\times \frac{4}{4}} \frac{116}{100} = 1/16$$

تست و پاسخ ۴۹

درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) عدد اتمی نخستین عنصر دسته p که در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن، الکترون جفت‌شده وجود دارد، برابر ۷ است.
 (۲) عدد اتمی عنصری از دسته p در دوره چهارم جدول تناوبی که در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن، الکترون جفت‌نشده بیشتری وجود دارد، برابر ۳۲ است.
 (۳) آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصری که دارای ۱۱ الکترون با $I=1$ است، به صورت $\cdot \dot{X} \cdot$ می‌باشد.
 (۴) اگر آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصری به صورت $\ddot{X} \cdot$ باشد، عدد کوانتومی فرعی بیرونی‌ترین زیرلایه آن، به یقین صفر است.

زیرلایه p

زیرلایه s

پاسخ: گزینه ۳

نکته آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصرهای دسته s و p جدول دوره‌ای، به صورت زیر است:

شماره گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	
								He	بقیه عنصرها
آرایش الکترون - نقطه‌ای	\dot{X}	$\dot{X} \cdot$	$\ddot{X} \cdot$	$\cdot \ddot{X} \cdot$	$\cdot \ddot{X} \cdot$	$\cdot \ddot{X} \cdot$	$\cdot \ddot{X} \cdot$	He:	$\cdot \ddot{X} \cdot$

توجه از آن‌جا که گاز نجیب هلیوم، تمایلی برای انجام واکنش ندارد، در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن، الکترون‌ها به صورت جفت نشان داده می‌شوند؛ یعنی آرایش هلیوم به صورت $(He:)$ درست است و نه $(\dot{He})!$

پاسخ تشریحی بیاید گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کنیم:

- (۱) به جز هلیوم که قبضش خاصه، اگر در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصری، الکترون جفت‌شده موجود باشد، این اتم باید حداقل ۵ الکترون ظرفیتی داشته باشد. اولین عنصری از جدول که ۵ الکترون ظرفیتی دارد، اولین عنصر گروه ۱۵ با عدد اتمی ۷ ($1s^2 2s^2 2p^3$) از دسته p است. ✓
 (۲) بیشترین تعداد الکترون‌های جفت‌نشده در بین عنصرهای دسته s و p جدول، متعلق به عنصرهای گروه ۱۴ ($\cdot \ddot{X} \cdot$) است. عدد اتمی عنصری از گروه ۱۴ و در دوره چهارم، ۴ واحد کم‌تر از گاز نجیب Kr ۳۶ و برابر ۳۲ است. ✓
 (۳) ۱۱ الکترون با $I=1$ ، یعنی داشتن ۱۱ الکترون در زیرلایه‌های p ($2p^6$ و $3p^5$):



بنابراین، این گزینه نادرسته. ✗

- (۴) عنصری با آرایش الکترون - نقطه‌ای $\dot{X} \cdot$ ، دارای دو الکترون ظرفیتی است و در گروه دوم جدول قرار دارد. بیرونی‌ترین زیرلایه عنصرهای گروه دوم، ns^2 با عدد کوانتومی فرعی برابر صفر ($l=0$) است. ✓



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

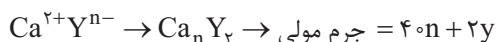
تست و پاسخ ۵۰

اگر تعداد الکترون‌های مبادله شده هنگام تشکیل ۲/۴ گرم از یک نمک کلسیم برابر 4×10^{22} باشد، کدام یک از نافلزهای زیر با کلسیم واکنش داده است؟ ($\text{Ca} = 40, \text{Cl} = 35.5, \text{S} = 32, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) نیتروژن (۲) اکسیژن (۳) گوگرد (۴) کلر

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: نماد آنیون را Y^{n-} و جرم مولی آن را y گرم بر مول در نظر می‌گیریم:



برای تشکیل هر واحد فرمولی از ترکیب مورد نظر $(\text{Ca}_n \text{Y}_y)$ ، $2n$ الکترون مبادله می‌شود:

$$2 \times n = 2n = \text{تعداد کاتیون} \times \text{بار کاتیون} = \text{شمار الکترون‌های مبادله شده}$$

$$\frac{2}{4} \text{gCa}_n \text{Y}_y \times \frac{1 \text{molCa}_n \text{Y}_y}{(40n + 2y) \text{gCa}_n \text{Y}_y} \times \frac{2n \text{mole}^-}{1 \text{molCa}_n \text{Y}_y} \times \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{e}^-}{1 \text{mole}^-} = 4 \times 10^{22} \text{e}^-$$

$$\Rightarrow 36/12 \times 2n = 40n + 2y$$

فب تا این جا، با دو تا مجهول سر و کار داریم و برای این که به جواب برسیم، می‌تونیم از گزینه‌ها کمک بگیریم. عنصرهای داده شده، هر کدام می‌توانند یون‌هایی با بار ۳ (N^{3-})، ۲ ($\text{S}^{2-}, \text{O}^{2-}$) و ۱ (Cl^-) تشکیل دهند؛ بنابراین، می‌تونیم به جای n در معادله بالا، بار هر کدام را قرار دهیم تا جرم مولی (y) عنصر مورد نظر به دست آید:

$$\text{N}^{3-} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow 36/12 \times 6 = 120 + 2y \Rightarrow y = 48 \Rightarrow \text{N نمی‌تواند باشد؛ زیرا جرم مولی آن ۱۴ است.}$$

$$\text{O}^{2-} \text{ یا } \text{S}^{2-} \Rightarrow n = 2 \Rightarrow 36/12 \times 4 = 80 + 2y \Rightarrow y = 32 \Rightarrow \text{S فقط می‌تواند باشد؛ زیرا جرم مولی آن ۳۲ است.}$$

$$\text{Cl}^- \Rightarrow n = 1 \Rightarrow 36/12 \times 2 = 40 + 2y \Rightarrow y = 16 \Rightarrow \text{Cl نمی‌تواند باشد؛ زیرا جرم مولی آن ۳۵/۵ است.}$$

تست و پاسخ ۵۱

کدام مطلب درست است؟

- (۱) همه گازها نامرئی هستند به طوری که ما هوا را نمی‌توانیم ببینیم و به طور معمول وجود آن را در پیرامون خود حس نمی‌کنیم.
- (۲) در لایه‌های بالای هواکره با برخورد پرتوهای الکترومغناطیسی، تنها کاتیون‌های تک‌اتمی مشاهده می‌شود.
- (۳) بخار آب تنها در نزدیک‌ترین لایه به سطح زمین وجود دارد و به همین دلیل، تغییرات آب‌وهوا تنها در این لایه بررسی می‌شود.
- (۴) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، روند تغییر دما و فشار، عکس یکدیگر عمل می‌کنند.

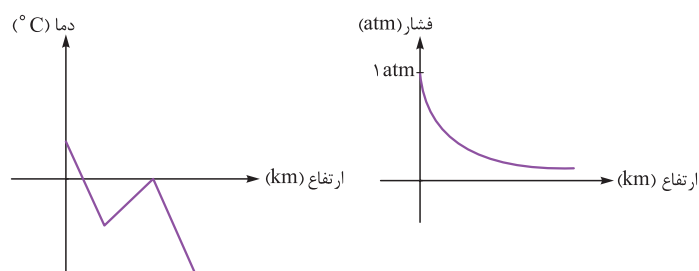
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) اغلب گازها نامرئی هستند، نه همه آنها! مثلاً NO_2 گازی قهوه‌ای‌رنگ و گاز کلر زردرنگ است.

۲) کاتیون‌های دواتمی O_2^+ و N_2^+ نیز مشاهده می‌شود!

۴) عکس هم نیستند! روند تغییر دما نامنظم بوده و روند تغییر فشار، به طور منظم کاهشی است. نمودارهای تقریبی زیر، این روندها را نشان می‌دهند:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

تست و پاسخ ۵۲

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره، در نزدیک‌ترین لایه به زمین، یعنی لایه تروپوسفر، قرار دارد و پس از آن، هواکره رقیق و رقیق‌تر می‌شود.
- بیش از ۹۹ درصد از حجم هوای پاک و خشک، تنها از دو گاز تشکیل شده است.
- فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در هوا، چهارمین گاز نجیب جدول دوره‌ای عنصرها است.
- در فرایند کلی جداسازی اجزای هوا، سومین ماده جداشده، به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری به کار می‌رود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی تنها عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

- حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره در تروپوسفر قرار دارد، نه ۷۵ درصد از حجم آن!
- مجموع درصد حجمی گازهای نیتروژن (۷۹/۰۷۸٪) و اکسیژن (۲۰/۹۵۲٪) در هوای پاک و خشک، بیش از ۹۹٪ (۳۱/۰۹۹٪) خواهد بود.
- فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره، گاز آرگون (Ar_{۱۸})، سومین گاز نجیب جدول تناوبی (در دوره سوم) است.
- در فرایند کلی جداسازی اجزای هوا، ترتیب جداشدن اجزاء به صورت ۱ (H₂O(s)) ۲ (CO₂(s)) ۳ (N₂(g)) ۴ (Ar(g)) ۵ (O₂(l)) است. دقت کنید که گاز آرگون (Ar) به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری به کار می‌رود.

تست و پاسخ ۵۳

چند مورد از مطالب زیر، درباره هلیوم درست است؟

- سبک‌ترین و پس از آرگون، فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در هواکره است.
- بی‌رنگ، غیرسمی و آتش‌گیر است که کاربردهای فراوانی در زندگی دارد.
- در کره زمین به مقدار خیلی کم یافت می‌شود و معنای واژه آن «تنبل» است.
- نقطه جوش آن ۴ کلوین است؛ از این رو، در هوای مایع با دمای 200°C ، یافت نمی‌شود.
- از لامپ آن، در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

فقط عبارت چهارم در مورد هلیوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

- هلیوم (He_۲) سبک‌ترین گاز نجیب است اما در میان گازهای نجیب هواکره، رتبه سوم را دارد. رتبه‌های اول و دوم، متعلق به آرگون و نئون!
- هلیوم که آتش نمی‌گیرد!
- معنای واژه آرگون یعنی تنبل، نه هلیوم!
- نقطه جوش هلیوم، 269°C یا 4K است و در هوای مایع با دمای 200°C وجود ندارد؛ زیرا 200°C بالاتر از نقطه جوش هلیوم بوده و هلیوم در این دما در حالت گازی است.
- در فصل ۱ خواندیم که از لامپ نئون (نه هلیوم!) در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۵۴

کدام مطلب درست است؟

- (۱) بوکسیت و سیلیس، دو نمونه از ترکیب‌های عنصرها با اکسیژن هستند که در طبیعت به طور خالص یافت می‌شوند.
- (۲) سنگ معدن آهن، دارای دو نوع اکسید آهن است که نسبت آنیون به کاتیون در یکی از آن‌ها، $1/5$ برابر دیگری است.
- (۳) در فرمول شیمیایی ترکیب‌های دی‌کلر پنتااکسید، نیتروژن دی‌اکسید، اکسیژن دی‌فلوئورید و لیتیم اکسید، شمار اتم‌های اکسیژن از عنصر دیگر بیشتر است.
- (۴) در مولکول NO_2Cl ، اتم نیتروژن اتم مرکزی بوده و دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی نسبت آنیون به کاتیون در Fe_2O_3 ، برابر $1/5 = \frac{3}{4}$ و این نسبت در FeO ، برابر ۱ است.

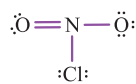
بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) بوکسیت همان Al_2O_3 به همراه ناخالصی است.

تذکر در فصل سوم شیمی دوازدهم خواهید خواند که سیلیس (SiO_2) به دو صورت خالص (کوارتز) و ناخالص (ماسه) وجود دارد.

۲) فرمول ترکیب‌های داده‌شده به صورت: Li_2O , OF_2 , NO_2 , Cl_2O_5 است. در دو ترکیب OF_2 و Li_2O ، شمار اتم‌های دیگر از اکسیژن بیشتر است.

۳) نیتروژن جفت‌الکترون ناپیوندی ندارد. ساختار لوویس NO_2Cl به صورت روبه‌رو است:



تست و پاسخ ۵۵

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- نسبت تعداد اتم‌ها به عنصرها در کربن تتراکلرید، با این نسبت در دی‌نیتروژن تری‌اکسید، برابر است.
- نسبت شمار آنیون به کاتیون در نیتروژن تری‌فلوئورید، برابر ۳ است.
- مجموع شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی کربن دی‌سولفید و فسفر تری‌کلرید، $3/5$ برابر مجموع شمار یون‌ها در هر واحد فرمولی از اکسید مس با بالاترین ظرفیت است.
- برای نام‌گذاری ترکیب حاصل از دو عنصر A، B و C، از پیشوندهای یونانی یا اعداد رومی استفاده نمی‌شود.
- مجموع شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی سیلیسیم تترابرمید، نصف مجموع شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی گوگرد هگزاfluorید است.

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

• کاملاً درسته:

$$\text{C}_2\text{Cl}_4 : \text{C}_2\text{F}_6 \Rightarrow \frac{\text{تعداد اتم‌ها}}{\text{تعداد عنصرها}} = \frac{5}{2} = 2/5$$

$$\text{N}_2\text{O}_3 : \text{N}_2\text{O}_5 \Rightarrow \frac{\text{تعداد اتم‌ها}}{\text{تعداد عنصرها}} = \frac{5}{2} = 2/5$$

• نیتروژن تری‌فلوئورید (NF_3) یک ترکیب مولکولی است و آنیون و کاتیون برایش معنی نراره!

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



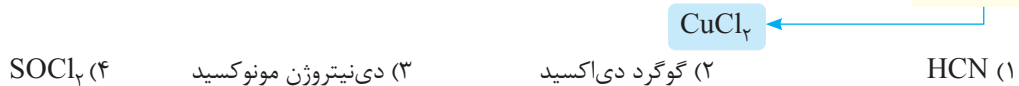
● مجموع شمار اتم‌ها در فرمول کربن دی‌سولفید (CS_2) و فسفر تری کلرید (PCl_3)، برابر با $3 + 4 = 7$ است. از طرفی، بالاترین ظرفیت مس $+2$ بوده و فرمول اکسید آن با این ظرفیت، به صورت CuO خواهد بود. در هر واحد فرمولی از این ترکیب، ۲ یون وجود دارد:

$$\frac{Y}{2} = \frac{3}{5}$$

● عنصرهای A، B و C، به ترتیب همان فلز روی (Zn) و نافلز فلوئور (F) هستند که با هم ترکیب ZnF_2 را می‌سازند که نام آن، روی فلوئورید است.
● فرمول شیمیایی سیلیسیم تترابرمید و گوگرد هگزا فلوئورید به ترتیب $SiBr_4$ و SF_6 که در آن‌ها ۵ و ۷ اتم وجود دارد. ۵ که نصف ۷ نیست!

تست و پاسخ ۵۶

نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در کدام یک از مولکول‌های زیر، برابر با نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در ترکیب مس (II) کلرید است؟

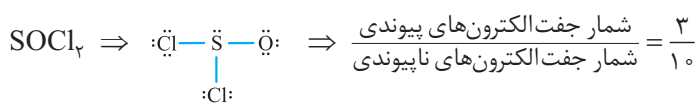
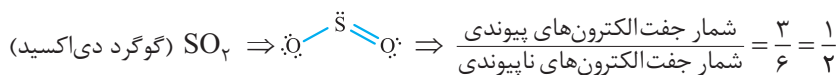
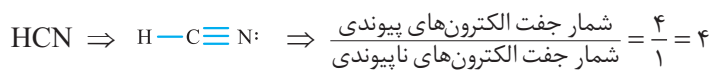


پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در مس (II) کلرید را حساب می‌کنیم:

$$CuCl_2 \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار آنیون‌ها}} = \frac{1}{2}$$

هالا، ساختار لوویس ۴ ترکیب داده‌شده را رسم کرده و نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی را حساب می‌کنیم:



تست و پاسخ ۵۷

کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

الف) در اثر سوختن زغال‌سنگ در حضور اکسیژن، اکسیدهایی تولید می‌شود که نسبت تعداد اتم‌های اکسیژن به کل اتم‌ها در مولکول‌های آن‌ها، برابر است.

ب) اتصال محصول حاصل از سوختن کامل سوخت فسیلی به هموگلوبین، از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری کرده و باعث مسمومیت می‌شود.

پ) مرجان‌ها، گروهی از کیسه‌تنان با اسکلت آهکی هستند که در صورت افزایش مقدار کلسیم در آب، از بین می‌روند.

ت) از واکنش همه اکسیدهای فلزی و نافلزی با آب، به ترتیب باز و اسید تولید می‌شود.

(۱) الف - ب

(۲) پ - ت

(۳) الف - پ

(۴) الف - ب - پ - ت

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی همه موارد نادرست هستند.

بررسی موارد:

الف) معادله واکنش سوختن زغال سنگ به صورت مقابل است:

$$\text{H}_2\text{O} \quad \text{SO}_2 \quad \text{CO}_2$$
 ↑ ↑ ↑
 نور و گرما + کربن دی اکسید + گوگرد دی اکسید + بخار آب ⇒ اکسیژن + زغال سنگ

نسبت تعداد اتم‌های اکسیژن به کل اتم‌ها در اکسیدهای SO_2 ، CO_2 و H_2O برابر نیست!

ب) کربن مونوکسید (CO) به هموگلوبین متصل می‌شود که حاصل سوختن ناقص سوخت فسیلی است، نه کامل!

پ) با افزایش کربن دی اکسید (CO_2) در آب، مرجان‌ها از بین می‌روند.

ت) از واکنش اغلب آن‌ها با آب، به ترتیب باز و اسید تولید می‌شود، نه همه آن‌ها!

تست و پاسخ ۵۸

چه تعداد از مطالب زیر، درست است؟

- طبق قانون بقای جرم، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها و مجموع جرم فراورده‌ها ثابت است.
- توجه برخی از فرایندهای شیمیایی مانند زنگ‌زدن آهن در هوای مرطوب، با قانون پایستگی جرم امکان پذیر است.
- مطابق قانون پایستگی جرم، مولکولی از بین نمی‌رود و مولکولی هم به وجود نمی‌آید.
- شرط موازنه بودن یک معادله این است که مجموع شمار اتم‌ها در دو سمت معادله، برابر باشد.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱) صفر

پاسخ: گزینه ۱

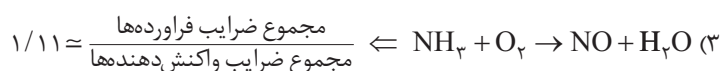
پاسخ تشریحی هیچ کدام از مطالب، درست نیستند.

بررسی عبارت‌ها:

- از جرم واکنش‌دهنده‌ها کم شده و به جرم فراورده‌ها اضافه می‌شود. در واقع مجموع این دو با هم برابر هستند، نه ثابت!
- میخ آهنی در هوای مرطوب زنگ می‌زند و به جرم آن اضافه می‌شود.
- اتمی از بین نمی‌رود و به وجود نمی‌آید، نه مولکولی! مثلاً در واکنش $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$ ، مولکول‌های H_2 و O_2 از بین رفته و مولکول H_2O به وجود می‌آید.
- شرط موازنه این است که تعداد اتم‌های هر عنصر در دو طرف معادله واکنش یکسان باشد، نه مجموع شمار اتم‌ها!
- مثلاً در معادله $\text{N}_2 + \text{H}_2 \rightarrow \text{NH}_3$ ، مجموع شمار اتم‌ها در دو سمت واکنش برابر با ۴ است، در حالی که معادله آن موازنه نشده و تعداد اتم‌های هر عنصر در دو سمت برابر نیست!

تست و پاسخ ۵۹

کدام یک از اطلاعات داده شده برای معادله‌های موازنه نشده زیر پس از موازنه، نادرست است؟

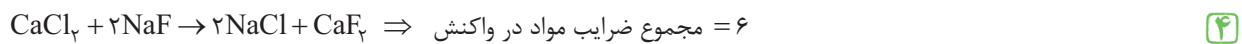
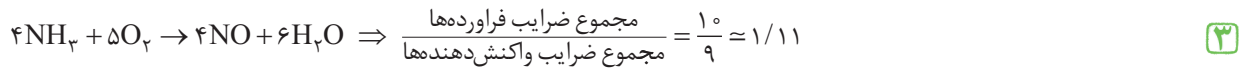
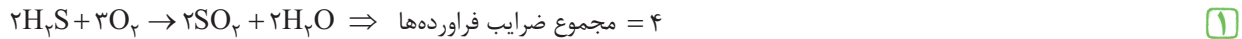


پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی: معادله موازنه شده هر واکنش به صورت زیر است:



همان‌طور که می‌بینید تنها اطلاعات داده شده برای 2 نادرست.

تست و پاسخ ۶۰

تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش‌های a و b، پس از موازنه معادله آن‌ها، کدام است؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: معادله‌های موازنه شده به صورت زیر هستند:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{a مجموع ضرایب مواد} = 4 + 1 + 6 + 4 + 12 = 27 \\ \text{b مجموع ضرایب مواد} = 1 + 6 + 6 + 2 + 1 + 3 + 6 = 25 \end{array} \right\} \Rightarrow 27 - 25 = 2$$

پایه یازدهم

پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه دوازدهم - مرحله سوم - ۲۶ مرداد ۱۴۰۳

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب - محمدرضا حسینی فرد - محمدطاهر شعاعی - حمید گلزاری - محسن محمدکریمی
آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موثینی
فیزیک (۲)	علیرضا جباری - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی (۲)	مهدی براتی - عباس سرمایه - یاسر عبداللهی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	امیرحسین ابومحبوب	محمد گودرزی محمدسجاد نقیه سجاد داوطلب	زهره جالبینوسی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
هندسه (۲)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	ماهان فنی فر مهدی خوش نویس ابوالفضل ناصری
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	مهدی خوش نویس ماهان فنی فر مریم نظری
فیزیک (۲)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان علیرضا جباری محمدجواد سورچی	علیرضا جباری	مرضیه انتخابی فر مهدی بابائی زهره صفری امیر محمودی انزایی
شیمی (۲)	عباس سرمایه	عباس سرمایه	عباس سرمایه سروش عبادی یاسر عبداللهی وحید فارسیان	محمد مرادی سروش عبادی وحید فارسیان	سید علی حسین زاده مهسا خاکی هومن زندی مهدی سلطانی سهامی علی طهانی علیرضا کرمانی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانیپور

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حسابان (۱)

تست و پاسخ ۶۱

تابع $f(x) = 2x + [x]$ مفروض است. اگر $f(mf(\frac{1}{p})) = 4$ باشد، حاصل $[\frac{1}{m}]$ کدام است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره از براکت نترسید و اون رو به چشم یک عدد ببینید، تو این سؤال هم کافیه دو بار از ضابطه f استفاده کنی، همین.

درس نامه... جزء صحیح (براکت)

جزء صحیح یک عدد: جزء صحیح یک عدد صحیح برابر خود آن عدد و جزء صحیح هر عدد غیر صحیح، برابر اولین عدد صحیح سمت چپ آن عدد بر روی محور اعداد است و برای عدد حقیقی a آن را با نماد $[a]$ نمایش می‌دهیم.

جزء صحیح یک عدد حقیقی را بزرگ‌ترین عدد صحیحی در نظر می‌گیریم که کوچک‌تر یا مساوی خود آن عدد است. هر عدد حقیقی بین دو عدد صحیح متوالی یا مساوی با یکی از آنهاست، پس برای هر عدد حقیقی x ، عدد صحیح n وجود دارد به طوری که:

$$n \leq x < n+1 \xrightarrow{n \in \mathbb{Z}} [x] = n$$

$$[1] = 1, [-3] = -3, [1/5] = 1, [\sqrt{5}] = 2, [-1/3] = -2, [-\pi] = -4$$

به طور مثال داریم:

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا $f(\frac{1}{p})$ را حساب می‌کنیم:

$$f(\frac{1}{p}) = 2(\frac{1}{p}) + [\frac{1}{p}] = \frac{2}{p} + 0 = \frac{2}{p}$$

$$f(mf(\frac{1}{p})) = f(1 \cdot m) = 4 \Rightarrow 2 \cdot m + [1 \cdot m] = 4$$

گام دوم: حال $f(\frac{1}{p})$ را جای گذاری می‌کنیم و داریم:

$$\Rightarrow 2t + [t] = 4$$

گام سوم: $1 \cdot m$ را متغیر جدید t می‌گیریم و معادله را با t بازنویسی می‌کنیم

گام چهارم: $2t$ عدد صحیح است، پس بخش اعشاری عدد t برابر صفر یا $\frac{1}{p}$ است: (یعنی یا t صحیح است یا مثلاً عددی مثل $2/5$ ، $3/5$ و... است.)

$$\Rightarrow \begin{cases} t = k \xrightarrow{\frac{[t]=k}{k \in \mathbb{Z}}} 2k + k = 4 \Rightarrow k = \frac{4}{3} \notin \mathbb{Z} \text{ غ.ق.} \\ t = k + \frac{1}{p} \xrightarrow{\frac{[t]=k}{k \in \mathbb{Z}}} 2k + 1 + k = 4 \Rightarrow k = 1 \end{cases}$$

پس $1 \cdot m = t = 1 \cdot m = \frac{3}{p}$ و در نتیجه $m = \frac{3}{p}$ است.

$$[\frac{1}{m}] = [\frac{p}{3}] = [6/\dots] = 6$$

گام پنجم: خواسته نهایی برابر است با:

تست و پاسخ ۶۲

زوج مرتب‌های یکسان دارند.

دو تابع $f = \{(2, 2a), (4, 6), (6, 2-3a)\}$ و $y = f(b-x)$ مساوی‌اند. حاصل $a+b$ کدام است؟

۶/۸ (۴)

۴/۶ (۳)

۲/۷ (۲)

۸/۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره همیشه در بحث تساوی دو تابع، اول برید سراغ دامنه‌ها. از تساوی دو دامنه خیلی چیزها معلوم میشه، الانم همین کار رو کنید.

درس نامه... تساوی دو تابع

دو تابع f و g مساوی هستند، اگر و فقط اگر اولاً دامنه‌هایشان مساوی باشند و دوماً در این دامنه ضابطه‌های $f(x)$ و $g(x)$ یکسان باشند. ممکن است $f(x)$ و $g(x)$ ظاهراً برابر نباشند، اما به سادگی به هم تبدیل شوند.

به عنوان مثال دو تابع $f(x) = \frac{x}{x}$ و $g(x) = 1$ مساوی نیستند؛ زیرا $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ و $D_g = \mathbb{R}$ است که طبیعتاً برابر نیستند.

اگر دو تابع به صورت نمایش زوج مرتبی نیز مساوی باشند، زوج مرتب‌ها در هر دو تابع باید عیناً یکسان باشند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا می‌رویم سراغ برابری دامنه‌ها. در تابع $y = f(b-x)$ ، ورودی f که همان $b-x$ است، باید برابر $2, 4, 6$ باشد، پس دامنه تابع که X ‌ها باشند، باید مجموعه $\{b-2, b-4, b-6\}$ باشد. این مجموعه باید مساوی مجموعه $\{2, 4, 6\}$ باشد و این زمانی امکان‌پذیر است که $b=8$ باشد.

$$f(8-2) = f(6)$$

$$y = f(b-x) = f(8-x) = \{(2, 2-3a), (4, 6), (6, 2a)\}$$

$$f(8-6) = f(2)$$

گام دوم: تابع $y = f(8-x)$ را تشکیل می‌دهیم:

گام سوم: با مقایسه این تابع با تابع زوج مرتبی صورت سؤال، مشخص می‌شود برای تساوی دو تابع، لازم است $f(6)$ و $f(2)$ برابر باشند:

$$\Rightarrow 2-3a = 2a \Rightarrow a = \frac{2}{5} = 0.4$$

گام چهارم: خواسته نهایی برابر $a+b = 8/4$ است.

تست و پاسخ ۶۳

تابع $f(x-1) = x + 2\sqrt{x} + a$ مفروض است. اگر $f^{-1}(10) = 3$ باشد، مقدار $f^{-1}(2)$ کدام است؟

۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (صفر)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در سؤال‌های تابع وارون، حتی‌الامکان از محاسبه ضابطه دوری کنید و سعی کنید از ویژگی «جابه‌جایی طول و عرض نقطه» استفاده کنید.

درس نامه ••• تابع وارون و ویژگی‌های آن

اگر در ضابطه تابع وارون‌پذیر $y = f(x)$ ، جای X و Y را عوض کنیم به ضابطه تابع $y = f^{-1}(x)$ می‌رسیم. همین تعریف ساده ویژگی‌هایی را نتیجه می‌دهد که بسیار مفیدند:

- اگر نقطه (α, β) روی نمودار تابع f باشد، نقطه (β, α) روی نمودار تابع f^{-1} است.
- دامنه تابع f برد تابع f^{-1} و برد تابع f دامنه تابع f^{-1} است.
- وارون جهت یکنوایی را عوض نمی‌کند، یعنی اگر f صعودی (نزولی) باشد، f^{-1} هم صعودی (نزولی) است.
- وارون وارون، خود تابع می‌شود: $(f^{-1})^{-1} = f$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا ضابطه $y = f(x)$ را به دست می‌آوریم. برای این کار به جای X در ضابطه $f(x-1)$ ، $x+1$ قرار می‌دهیم:

$$f(x) = x + 1 + 2\sqrt{x+1} + a$$

$$f^{-1}(10) = 3 \Rightarrow f(3) = 10$$

گام دوم: از ویژگی (۱) درس‌نامه استفاده می‌کنیم تا مقدار a به دست آید:

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری در } f(x)} 4 + 2\sqrt{4} + a = 10 + a = 10 \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = x + 2\sqrt{x+1} + 3$$

و ضابطه تابع f به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f^{-1}(2) = b \Rightarrow f(b) = 2$$

گام سوم: $f^{-1}(2)$ را b در نظر می‌گیریم و برای محاسبه آن مجدداً از ویژگی (۱) استفاده می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} b + 2\sqrt{b+1} + 3 = 2 \Rightarrow b + 1 + 2\sqrt{b+1} = 0 \Rightarrow \sqrt{b+1}(\sqrt{b+1} + 2) = 0$$

$$\xrightarrow{\sqrt{b+1} > 0} b + 1 = 0 \Rightarrow b = -1$$

تست و پاسخ ۶۴

اگر $f = \{(1, 2), (2, -1), (3, 1), (4, 0)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, 3), (1, 4)\}$ باشد، برد تابع $f^{-1} \circ (f+g)$ کدام است؟

۱) $\{2, 3\}$ ۲) $\{0, 4\}$ ۳) $\{4\}$ ۴) $\{2\}$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره تابع بیرونی چیه؟ f^{-1} . پس برد کل باید زیرمجموعه برد f^{-1} یا دامنه f باشه، این طوری \square خودبه خود حذف میشه.

درس نامه بررسی تابع $f + g$ به صورت زوج‌های مرتب

$$f = \{(1, 3), (0, 5), (-1, 2)\}$$

$$g = \{(0, -1), (4, 1), (1, 7)\}$$

می‌خواهیم تابع $f + g$ را بسازیم. اول از همه به D_f و D_g دقت می‌کنیم: $D_f = \{1, 0, -1\}$ و $D_g = \{0, 4, 1\}$. دامنه تابع $f + g$ همان

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{1, 0\}$$

$$f + g = \{(1, \text{cloud}), (0, \text{cloud})\}$$

پس $f + g$ به صورت مقابل می‌شود:

برای به دست آوردن مؤلفه‌های دوم کافی است y ها را جمع کنیم؛ یعنی:

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 3 + 7 = 10, (f + g)(0) = f(0) + g(0) = 5 + (-1) = 4$$

$$f + g = \{(1, 10), (0, 4)\}$$

پس تابع $f + g$ به صورت مقابل به دست می‌آید:

به زبان دیگر در X های مشترک، y ها را جمع می‌کنیم (تابع تفاضل و ضرب هم شبیه همین است).

مقدار تابع fog در نقطه x

برای به دست آوردن مقدار تابع fog در نقطه x ، ابتدا x وارد تابع g می‌شود و خروجی $g(x)$ به دست می‌آید. سپس $g(x)$ وارد تابع f

می‌شود و خروجی نهایی به دست می‌آید.

$$(fog)(x) = f(g(x))$$

$$x \rightarrow \boxed{g} \rightarrow g(x) \rightarrow \boxed{f} \rightarrow f(g(x))$$

به زبان ریاضی:

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{1, 2, 3\}$$

پاسخ تشریحی گام اول: باتوجه به درس‌نامه و مثال آن، ابتدا تابع $f + g$ را می‌سازیم:

$$\begin{array}{ccc} f(1) + g(1) & & f(2) + g(2) \\ \uparrow & & \uparrow \\ \Rightarrow f + g = \{(1, 6), (2, 0), (3, 4)\} \\ \downarrow & & \\ f(2) + g(2) & & \end{array}$$

گام دوم: تابع f^{-1} را می‌سازیم و برای این کار جای مؤلفه‌های اول و دوم (همان X و Y) زوج مرتب‌ها را عوض می‌کنیم:

$$f^{-1} = \{(-1, 2), (0, 4), (1, 3), (2, 1)\}$$

$$f^{-1} \circ (f + g) = \{(1, \underbrace{f^{-1}(6)}_{\text{نداریم}}), (2, \underbrace{f^{-1}(0)}_4), (3, \underbrace{f^{-1}(4)}_{\text{نداریم}})\}$$

گام سوم: تابع $f^{-1} \circ (f + g)$ را می‌سازیم:

$$\Rightarrow f^{-1} \circ (f + g) = \{(2, 4)\}$$

که برد آن مجموعه تک‌عضوی $\{4\}$ است.

تست و پاسخ ۶۵

توابع $f = \{(-3, -1), (-1, 2), (a, -2), (2, 1)\}$ و $g(x) = 5x - 3$ مفروض‌اند. اگر $(fog^{-1})(2a) = -2$ باشد، مقدار $f(-a)$ کدام است؟

$$-2 \quad (4) \qquad 2 \quad (3) \qquad 1 \quad (2) \qquad -1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره $(fog^{-1})(2a)$ رو مرحله به مرحله انجام بده:

$$2a \rightarrow \boxed{g^{-1}} \rightarrow \boxed{f} \rightarrow -2$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه

برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

(۱) به جای $f(x)$ قرار می‌دهیم y .

(۲) x را در یک طرف تساوی تنها می‌کنیم. (x بر حسب y)

(۳) جای y و x را عوض می‌کنیم.

نکته وارون تابع خطی $f(x) = ax + b$ ، تابع خطی $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$ است.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا ضابطه تابع g^{-1} را حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{طبق نکته}} g^{-1}(x) = \frac{x+3}{5}$$

$$f(g^{-1}(2a)) = f\left(\frac{2a+3}{5}\right) = -2$$

گام دوم: تساوی $(f \circ g^{-1})(2a) = -2$ را بررسی می‌کنیم:

گام سوم: تابع f در $x = a$ برابر -2 است، پس ورودی تابع f که $\frac{2a+3}{5}$ است، باید برابر a باشد:

$$\Rightarrow \frac{2a+3}{5} = a \Rightarrow 2a+3 = 5a \Rightarrow a = 1$$

$$f = \{(-3, -1), (-1, 2), (1, -2), (2, 1)\}$$

گام چهارم:

$$\Rightarrow f(-a) = f(-1) = 2$$

تست و پاسخ ۶۶

هر خط افقی نمودار آن را حداکثر یک بار قطع می‌کند.

تابع $f(x) = \begin{cases} 3x-6 & ; x < 2 \\ 2k+|x-k| & ; x \geq 2 \end{cases}$ روی \mathbb{R} یک به یک است. مقدار k کدام نمی‌تواند باشد؟

-۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۲ (۱)

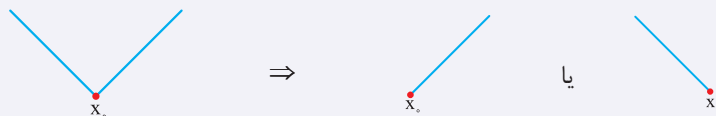
پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

تابع f یک به یک است، هر گاه هر x از دامنه به یک y منحصر به فرد از برد نظیر شود؛ به زبان دیگر هر خط افقی نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

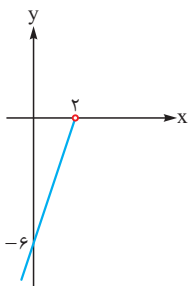
نکته ممکن است تابعی یک به یک نباشد (مثل سهمی با دامنه \mathbb{R})، اما با محدود کردن دامنه می‌توان تابع جدیدی تعریف کرد که یک به یک باشد.

نکته در توابع قدر مطلق $y = |x - x_0|$ اگر دامنه تابع را به $[x_0, +\infty)$ یا $(-\infty, x_0]$ محدود کنیم، تابع حاصل یک به یک می‌شود.



نکته یک تابع چندضابطه‌ای یک به یک است اگر اولاً هر ضابطه تابع به تنهایی یک به یک باشد و ثانیاً بردهای ضابطه‌ها اشتراکی نداشته باشند.

پاسخ تشریحی گام اول: نمودار ضابطه $x < 2$ را که معلوم است، رسم می‌کنیم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: ضابطه دوم خودش باید یک‌به‌یک باشد، پس طبق نکته درس‌نامه، ریشه داخل قدرمطلق که $x_0 = k$ است، نباید در بازه $(2, +\infty)$ باشد، در نتیجه داریم:

$$k \leq 2 \quad (I)$$

با این شرط $x - k \geq 0$ است و ضابطه دوم را می‌توانیم بدون قدرمطلق به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = 2k + x - k = x + k \quad ; \quad x \geq 2$$

گام سوم: طبق نکته درس‌نامه در مورد یک‌به‌یک بودن توابع چند ضابطه‌ای، برد ضابطه دوم بازه $[2 + k, +\infty)$ است که نباید با برد ضابطه اول که $(-\infty, 0)$ است، اشتراکی داشته باشد:

$$x \geq 2 \Rightarrow x + k \geq 2 + k \geq 0 \Rightarrow k \geq -2 \quad (II)$$

گام چهارم: از اشتراک شرط‌های (I) و (II) حدود k بازه $[-2, 2]$ به دست می‌آید که طبق (4) نمی‌تواند مقدار -4 را بپذیرد.

تست و پاسخ ۶۷

تابع $f(x) = \frac{x+2}{2x-3}$ مفروض است. اگر نمودار تابع $g(x) = 2f(x-1)$ محور طول‌ها را در α و نمودار تابع $h(x) = 2f^{-1}(x-1)$ محور طول‌ها را در β قطع کند، حاصل $3\alpha\beta$ کدام است؟

هموگرافیک

$g(\alpha) = 0$

$h(\beta) = 0$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره α و β رو توی ضابطه‌های g و h جای گذاری کن.

پاسخ تشریحی گام اول: $x = \alpha$ را در ضابطه تابع g قرار می‌دهیم:

$$g(\alpha) = 2f(\alpha-1) = 0 \Rightarrow f(\alpha-1) = \frac{\alpha-1+2}{2\alpha-2-3} = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = -1$$

$$h(\beta) = 2f^{-1}(\beta-1) = 0 \Rightarrow f^{-1}(\beta-1) = 0$$

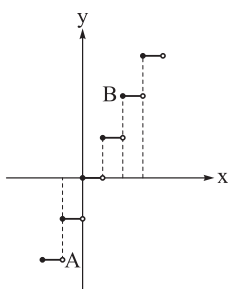
گام دوم: β را هم در ضابطه تابع h جای گذاری می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{ویزگی‌های وارون}} \beta - 1 = f(0) = -\frac{2}{3} \Rightarrow \beta = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

گام سوم: حاصل $3\alpha\beta$ برابر $-1 = 3(-1)(\frac{1}{3})$ است.

تست و پاسخ ۶۸

قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{a}[2ax]$ به صورت مقابل است. شیب خط شامل پاره خط AB کدام است؟



$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

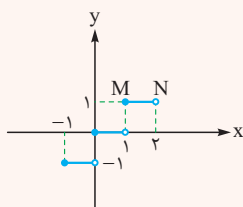
$$3 \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس‌نامه •• رسم نمودار $y = [x]$

تابع $y = [x]$ ساده‌ترین تابع براکتی است که قسمتی از نمودار آن به صورت زیر است:

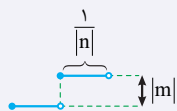


در این تابع طول هر پاره‌خط مانند MN برابر ۱ و ارتفاع هر پله نیز برابر ۱ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



نکته در نمودار تابع $y = m[nx]$ طول هر پاره خط $\frac{1}{|n|}$ و ارتفاع هر پله برابر $|m|$ است.

نکته برای رسم نمودار تابع $y = [\alpha x + \beta]$ ، عبارت داخل براکت را بین دو عدد صحیح متوالی (مثلاً k و $k+1$) قرار می‌دهیم داریم:

$$k \leq \alpha x + \beta < k+1 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \begin{cases} \frac{k+1-\beta}{\alpha} < x \leq \frac{k-\beta}{\alpha} & ; \alpha < 0 \\ \frac{k-\beta}{\alpha} \leq x < \frac{k+1-\beta}{\alpha} & ; \alpha > 0 \end{cases}$$

یعنی اگر $\alpha < 0$ ، نقطه انتهایی بازه توپر است و اگر $\alpha > 0$ ، نقطه ابتدایی بازه توپر است.

پاسخ تشریحی گام اول: نقطه ابتدای هر پاره خط توپر است، پس طبق نکته $a > 0$ است.

گام دوم: طبق نکته درس‌نامه، طول هر پاره خط $\frac{1}{2a}$ و ارتفاع هر پله $\frac{1}{a}$ است. پس فاصله افقی نقاط A و B سه برابر طول هر پاره خط یعنی $\frac{3}{2a}$ و فاصله عمودی آن‌ها چهار برابر ارتفاع هر پله یعنی $\frac{4}{a}$ است.

گام سوم: پس شیب پاره خط AB برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\frac{4}{a}}{\frac{3}{2a}} = \frac{8}{3}$$

تست و پاسخ ۶۹

مجموع جواب‌های معادله $[\frac{x+2}{3}] = \frac{x+3}{2}$ کدام است؟

-۲۱ (۴)

-۱۲ (۳)

-۱۶ (۲)

-۱۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در معادلات شامل عبارت جزء صحیح، رعایت دو نکته بسیار مهم است: ۱- خروجی براکت همواره عدد صحیح است. ۲-

عبارت داخل براکت بین دو عدد صحیح متوالی است. استفاده متوالی از این دو نکته راه‌گشای اغلب معادلات براکتی است.

درس‌نامه ••• ویژگی‌های جزء صحیح

تساوی‌های جزء صحیح	نامساوی‌های جزء صحیح
(۱) $[x] = k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq x < k+1$	(۱) $[x] \leq k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x < k+1$
(۲) $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow [x] = x$	(۲) $[x] \leq a \xrightarrow{a \notin \mathbb{Z}} x < [a]+1$
(۳) $[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$	(۳) $[x] \geq k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x \geq k$
(۴) $[x+k] = [x] + k, k \in \mathbb{Z}$	(۴) $[x] > a \xrightarrow{a \notin \mathbb{Z}} x \geq [a]+1$
(۵) $[kx] = \sum_{i=0}^{k-1} [x + \frac{i}{k}], k \in \mathbb{Z}$	(۵) $x-1 < [x] \leq x$
در حالت خاص: $[2x] = [x] + [x + \frac{1}{2}]$	(۶) $0 \leq x - [x] < 1$

پاسخ تشریحی گام اول: عبارت $\frac{x+3}{2}$ باید یک عدد صحیح باشد تا تساوی برقرار شود. ما این عدد را k در نظر می‌گیریم:

$$\frac{x+3}{2} = k \Rightarrow x = 2k - 3 ; k \in \mathbb{Z}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$\Rightarrow \left[\frac{2k-1}{3} \right] = k$$

$$k \leq \frac{2k-1}{3} < k+1$$

$$\begin{cases} k \leq \frac{2k-1}{3} \Rightarrow 3k \leq 2k-1 \Rightarrow k \leq -1 \\ \frac{2k-1}{3} < k+1 \Rightarrow 2k-1 < 3k+3 \Rightarrow k > -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -4 < k \leq -1$$

$$x = 2k - 3 \xrightarrow{k=-2, -1} x = -9, -7, -5$$

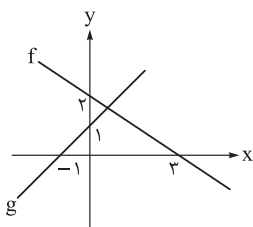
گام دوم: $x = 2k - 3$ را در معادله جای گذاری می کنیم:

گام سوم: حال طبق تعریف اصلی برکت داریم:

گام چهارم: دو نامساوی را حل می کنیم و بین آن ها اشتراک می گیریم:

گام پنجم: به ازای مقادیر صحیح k مقدار x را می یابیم:

گام ششم: مجموع این جواب ها برابر -21 است.



تست و پاسخ ۷۰ نمودار توابع خطی f و g در شکل مقابل رسم شده اند. ضابطه تابع وارون $y = \frac{f^{-1}(x)}{g^{-1}(x)}$ کدام است؟

$$y = \frac{2x+6}{2x+3} \quad (2)$$

$$y = \frac{2x-6}{2x-3} \quad (4)$$

$$y = \frac{-3x+6}{3x+2} \quad (1)$$

$$y = \frac{6-2x}{3x-3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره: به خرده طولانیه و گرنه خیلی سراسره. دو تا وارون تابع خطی و یک وارون هموگرافیک باید حساب کنی.

درس نامه •• محاسبه ضابطه وارون تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (1)$$

(۲) با طرفین وسطین داریم:

$$cxy + dy = ax + b \Rightarrow cxy - ax = -dy + b$$

$$\Rightarrow x(cy - a) = -dy + b \Rightarrow x = \frac{-dy + b}{cy - a}$$

$$y = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

(۳) جای y و x را عوض می کنیم:

پس به طور خلاصه داریم:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$f: y-2 = \frac{0-2}{3-0}(x-0) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x+2$$

$$g: y-1 = \frac{1-0}{0-(-1)}(x-0) \Rightarrow g(x) = x+1$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{3}{2}(x-2)$$

$$g^{-1}(x) = x-1$$

$$y = \frac{f^{-1}(x)}{g^{-1}(x)} = \frac{-\frac{3}{2}(x-2)}{x-1} = \frac{-3x+6}{2x-2}$$

$$\xrightarrow{\text{وارون}} y = \frac{2x+6}{2x+3}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا به ضابطه های f و g نیاز مندیم:

گام دوم: سپس به ضابطه های f^{-1} و g^{-1} نیاز داریم:

گام سوم: تابع $\frac{f^{-1}}{g^{-1}}$ را می سازیم:

گام چهارم: از نکته وارون تابع هموگرافیک استفاده می کنیم و داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۷۱

ضابطه وارون تابع $x < 0$; $y = x + 2\sqrt{1-x}$ به صورت $y = x + a + b\sqrt{2-x}$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) -۴

پاسخ: گزینه ۴

خود حل کنی بهتره در تابع وارون اگر مقدار y به ازای $x = 1$ رو حساب کنی، $a + b$ به راحتی به دست می آید.

پاسخ تشریحی راه اول:

گام اول: حاصل $a + b$ را می خواهیم، پس اگر در تابع وارون، عبارت $\sqrt{2-x}$ را برابر ۱ قرار دهیم، عبارت $a + b$ را ایجاد کرده ایم. در تابع وارون $x = 1$ را جای گذاری می کنیم:

$$y_0 = 1 + a + b(1) \Rightarrow a + b = y_0 - 1$$

گام دوم: برای پیدا کردن مقدار y_0 ، باید در تابع اصلی x_0 ای را پیدا کنیم که به ازای آن y برابر ۱ شود.

$$1 = x_0 + 2\sqrt{1-x_0} \Rightarrow 1-x_0 = 2\sqrt{1-x_0} \xrightarrow{\substack{1-x_0 \neq 0 \\ \div \sqrt{1-x_0}}} \sqrt{1-x_0} = 2 \Rightarrow 1-x_0 = 4 \\ \Rightarrow x_0 = -3$$

گام سوم: پس y_0 ما برابر -۳ و در نتیجه $a + b$ برابر -۴ است.

راه دوم:

باید مستقیماً ضابطه وارون تابع را به دست آوریم:

$$y = x + 2\sqrt{1-x} ; x < 0 \Rightarrow y = -(1-x) + 2\sqrt{1-x} + 1 ; x < 0$$

$$\Rightarrow y = -(\sqrt{1-x})^2 + 2\sqrt{1-x} + 1 ; x < 0$$

$$\Rightarrow y = -(\sqrt{1-x} - 1)^2 + 2 ; x < 0$$

دقت کنید که پس از تغییر متغیر $t = \sqrt{1-x}$ ، عبارت را به فرم مربع کامل نوشته ایم.

$$x = -(\sqrt{1-y} - 1)^2 + 2 ; y < 0$$

حال جای x و y را عوض می کنیم:

$$(\sqrt{1-y} - 1)^2 = 2 - x ; x < 2$$

و سپس y را بر حسب x به دست می آوریم:

دقت کنید که سمت چپ همواره مثبت است (یعنی محدوده آن $(0, +\infty)$ است) پس سمت راست هم باید همین باشد.

$$\Rightarrow \sqrt{1-y} - 1 = \pm \sqrt{2-x} \xrightarrow{\substack{y < 0 \\ \sqrt{1-y} - 1 > 0}} \sqrt{1-y} - 1 = \sqrt{2-x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1-y} = 1 + \sqrt{2-x}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 1-y = 1 + 2\sqrt{2-x} + 2-x \Rightarrow y = x - 2 - 2\sqrt{2-x} ; x < 2$$

با مقایسه با ضابطه صورت سؤال مشخص است که $a = b = -2$ و در نتیجه $a + b = -4$ است.

تست و پاسخ ۷۲

اگر $g(x) = f\left(\sqrt{1-\frac{3x}{4}}\right)$ و $D_f = [-2, 1]$ باشد، دامنه تابع g کدام است؟

ترکیب تابع f و تابع رادیکالی $y = \sqrt{1-\frac{3x}{4}}$

(۴) $[-2, \frac{2}{3}]$

(۳) $[\frac{2}{3}, 1]$

(۲) $[0, \frac{2}{3}]$

(۱) $[0, 1]$

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره این همون دامنه تابع مرکبه، ترکیب $y = \sqrt{1-\frac{3x}{4}}$ و f . دامنه f هم که داریم، تمام.

درس نامه •• تعیین دامنه تابع مرکب fog

(۱) D_f و D_g را به دست می آوریم.

(۲) تعریف $D_{fog} = \{x \in D_g \mid \underbrace{g(x)}_{(I)} \in \underbrace{D_f}_{(II)}\}$ را می نویسیم و D_f و D_g را جای گذاری می کنیم.

(۳) شرط (II) را حل کرده و جواب آن را با شرط (I) اشتراک می گیریم.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: اگر فرض کنیم $h(x) = \sqrt{1 - \frac{3x}{4}}$ باشد، تابع g همان تابع foh است. پس می‌نویسیم:

$$D_g = D_{foh} = \{x \in D_h \mid h(x) \in D_f\}$$

گام دوم: دامنه تابع h را که یک تابع رادیکالی است، می‌نویسیم:

$$h: 1 - \frac{3x}{4} \geq 0 \Rightarrow \frac{3x}{4} \leq 1 \Rightarrow x \leq \frac{4}{3}$$

و تعریف D_g را تکمیل می‌کنیم:

$$D_g = \left\{x \leq \frac{4}{3} \mid \sqrt{1 - \frac{3x}{4}} \in [-2, 1]\right\}$$

گام سوم: نامساوی $1 - \frac{3x}{4} \leq -2$ را حل می‌کنیم. بخش $\sqrt{1 - \frac{3x}{4}} \geq -2$ که بدیهی است، پس باید فقط نامساوی زیر را حل کنیم:

$$\sqrt{1 - \frac{3x}{4}} \leq 1 \Rightarrow 1 - \frac{3x}{4} \leq 1 \Rightarrow -\frac{3x}{4} \leq 0 \Rightarrow x \geq 0 \quad (II)$$

گام چهارم: رابطه D_g تکمیل شد و باید بین مجموعه‌های (I) و (II) اشتراک بگیریم:

$$D_g = \left\{x \leq \frac{4}{3} \mid x \geq 0\right\} = \left[0, \frac{4}{3}\right]$$

تست و پاسخ ۷۳

اگر $f(x) = 1 - \sqrt{2-x}$ و $g(x) = \sqrt{-x^2 + 2x}$ باشد، مجموع اعداد صحیح عضو دامنه تابع $f^{-1} \circ g$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره همان تعریف دامنه تابع مرکب رو بنویس. فقط این جا دامنه f^{-1} میشه برد تابع f ؛ همین.

پاسخ تشریحی گام اول: تعریف $D_{f^{-1} \circ g}$ را می‌نویسیم:

$$D_{f^{-1} \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_{f^{-1}}\}$$

$D_{f^{-1}}$ همان R_f است، پس بازنویسی می‌کنیم:

$$D_{f^{-1} \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in R_f\} \quad (*)$$

گام دوم: دامنه تابع g را حساب می‌کنیم:

$$D_g: -x^2 + 2x \geq 0 \Rightarrow x(x-2) \leq 0 \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} 0 \leq x \leq 2$$

گام سوم: برد تابع f را حساب می‌کنیم:

$$\sqrt{2-x} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{2-x} \leq 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{2-x} \leq 1 \Rightarrow R_f = (-\infty, 1]$$

گام چهارم: نامساوی $g(x) \in R_f$ را حل می‌کنیم:

همواره برقرار است:

$$\sqrt{-x^2 + 2x} \leq 1 \Rightarrow -x^2 + 2x \leq 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

گام پنجم: طبق رابطه (*) داریم:

$$D_{f^{-1} \circ g} = \{0 \leq x \leq 2 \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$\Rightarrow D_{f^{-1} \circ g} = [0, 2]$$

گام ششم: این بازه سه عدد صحیح صفر، ۱ و ۲ را دارد که مجموع آن‌ها برابر ۳ است.

تست و پاسخ ۷۴

اختلاف حداقل و حداکثر مقدار تابع $f(x) = (x + |x|) \sqrt{\frac{2-x}{x}}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{5}{2}$

برد تابع

$$\frac{5}{2}$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره شروع کن به بازبندی، براساس ریشه داخل قدرمطلق.

پاسخ تشریحی گام اول: دامنه تابع را به دست می‌آوریم:

$$D_f: \frac{2-x}{x} \geq 0 \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} 0 < x \leq 2$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

در این بازه $|x|$ همان x است، پس ضابطه تابع f به صورت زیر تکمیل می‌شود:

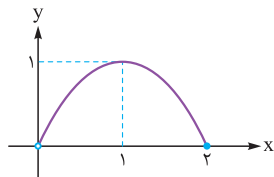
$$f(x) = 2x\sqrt{\frac{2-x}{x}} \quad ; \quad 0 < x \leq 2$$

$$2x\sqrt{\frac{2-x}{x}} = 2\sqrt{x^2 \times \frac{2-x}{x}} = 2\sqrt{x(2-x)}$$

گام دوم: ضابطه را تغییر می‌دهیم:

$$\Rightarrow f(x) = 2\sqrt{x(2-x)} \quad ; \quad 0 < x \leq 2$$

گام سوم: سهمی $y = x(2-x)$ را با دامنه $[0, 2]$ رسم می‌کنیم:



برد این تابع بازه $[0, 1]$ است.

گام چهارم: در نتیجه برد تابع f برابر است با: $[0, 2]$. این یعنی اختلاف بیشترین و کم‌ترین مقدار f برابر ۲ است.

تست و پاسخ ۷۵

با فرض $f(x) = 2x + 4$ ، رابطه $bx f^{-1}\left(\frac{a}{x}\right) = f(x)$ برای هر $x \neq 0$ برقرار است. حاصل $a + b$ کدام است؟

-۴ (۴)

-۶ (۳)

-۸ (۲)

-۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره وارون تابع خطی را که بلدیم، پس سمت چپ تساوی رو با جای‌گذاری بنویس و با $f(x)$ متحدش کن.

$$\xrightarrow{\text{خطی است } f} f^{-1}(x) = \frac{x-4}{2} = \frac{1}{2}x - 2$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا ضابطه f^{-1} را می‌نویسیم:

$$bx f^{-1}\left(\frac{a}{x}\right) = bx\left(\frac{1}{2}\left(\frac{a}{x}\right) - 2\right) = \frac{1}{2}ab - 2bx \Rightarrow bx f^{-1}\left(\frac{a}{x}\right) = -2bx + \frac{1}{2}ab$$

گام دوم: $bx f^{-1}\left(\frac{a}{x}\right)$ را می‌سازیم:

گام سوم: این ضابطه باید با $f(x) = 2x + 4$ متحد (یکسان) باشد:

$$\Rightarrow \begin{cases} -2b = 2 \Rightarrow b = -1 \\ \frac{1}{2}ab = 4 \xrightarrow{b=-1} a = -8 \end{cases}$$

$$a + b = -9$$

گام چهارم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

آمار یازدهم

تست و پاسخ ۷۶

می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز رشته ریاضی و ۲ دانش‌آموز رشته تجربی یک تیم دونفره تنیس روی میز انتخاب کنیم. احتمال کدام پیشامد بیشتر از بقیه است؟

- (۱) اعضای تیم، هم‌رشته باشند.
 (۲) یک نفر خاص در تیم باشد.
 (۳) از هر رشته یک نفر در تیم باشد.
 (۴) از بین دو نفر خاص، حداقل یک نفر در تیم باشد.

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سوال بارهادر کنکور مطرح شده. در این تیپ سوالات مهمه که بر ای رسیدن به حالت مطلوب، انتخاب‌ها را در چند مرحله انجام دهید.

درس نامه ...

(۱) انتخاب

تعداد انتخاب‌های r شیء از n شیء متمایز (ترکیب r شیء از n شیء):

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (0 \leq r \leq n)$$
 دقت کنید ترتیب بین اشیای انتخاب‌شده اهمیتی ندارد.

(۲) محاسبه ساده‌تر فرمول انتخاب

	فرمول	مثال
۱	$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$	$\binom{5}{0} = 1, \binom{7}{7} = 1$
۲	$\binom{n}{1} = n$	$\binom{10}{1} = 10$
۳	$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$	$\binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45, \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$
۴	$\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1}$	$\binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$
۵	$\binom{n}{4} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$	$\binom{8}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$
۶	$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$	$\binom{5}{3} = \binom{5}{5-3} = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$

(۳) احتمال رخ دادن پیشامد A در فضای نمونه هم‌شانس S برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد کل حالت‌ها}}$$

از خط اول مسئله به دست می‌آوریم.

پاسخ تشریحی هر گزینه را جداگانه بررسی کرده و احتمال آن را به دست می‌آوریم:

(۱) دو نفر انتخاب‌شده یا هر دو از رشته ریاضی هستند یا هر دو از تجربی؛ پس احتمال آن به این صورت است:

$$\frac{\binom{3}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{3 + 1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

از همه دانش‌آموزان



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

۲۲ یک نفر از قبل انتخاب شده است، پس ما فقط نفر دوم را انتخاب می‌کنیم.

$$\frac{\binom{4}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{4}{10}$$

۲۳ از هر گروه یک نفر را انتخاب می‌کنیم.

$$\frac{\binom{3}{1} \binom{2}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{6}{10}$$

۲۴ از بین دو نفر مشخص، فقط یکی از آن‌ها یا هر دوی آن‌ها در تیم هست، پس انتخاب آن به صورت زیر می‌شود.

هر دو نفر تیم یک نفر یک نفر
از دو نفر خاص از بقیه افراد از دو نفر خاص

$$\frac{\binom{2}{1} \binom{3}{1} + \binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{7}{10}$$

تست و پاسخ ۷۷

عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد عدد انتخابی نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۳؟

$\circ / ۳۴ (۴)$

$\circ / ۳۳ (۳)$

$\circ / ۳۲ (۲)$

$\circ / ۳۱ (۱)$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این تست مشابه کتاب درسی است؛ پس باید به خوبی بلدش باشید.

خودت حل کنی بهتره با استفاده از اصل متمم، حالتی که عدد بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد را به دست بیاور و سپس متمم آن را محاسبه کن.

پاسخ تشریحی گام اول: محاسبه مجموعه متمم

تعداد اعضای مجموعه متمم این مجموعه را به دست می‌آوریم، یعنی حالتی که عدد یا بر ۲ یا بر ۳ بخش پذیر باشد.

$$n(A \cup B) = \left[\frac{100}{2} \right] + \left[\frac{100}{3} \right] - \underline{n(A \cap B)} = 50 + 33 - \left[\frac{100}{6} \right] = 50 + 33 - 16 = 67$$



هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر است (یعنی بر ۶).

گام دوم: محاسبه تعداد اعضای مجموعه مطلوب:

$$100 - 67 = 33 \Rightarrow P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = \frac{33}{100}$$

تست و پاسخ ۷۸

اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{a, b, c, d\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{7}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ ، مقدار $P(C')$ کدام است؟

$\frac{5}{7} (۴)$

$\frac{11}{35} (۳)$

$\frac{24}{35} (۲)$

$\frac{2}{5} (۱)$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره از سؤالات کتاب درسی است و برای حل آن کافی است به جبر مجموعه‌ها مسلط باشید.

پاسخ تشریحی

$$P(C') = P(\{c, d\}) = P(B - A) = \frac{3}{5} - \frac{2}{7} = \frac{11}{35}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

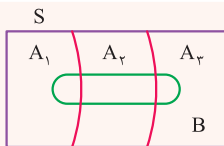
تست و پاسخ ۷۹

خانم‌ها اکبری، برنا و چمنی نسخه‌خوان‌های یک مؤسسه انتشاراتی‌اند که به ترتیب، ۳۰، ۲۰ و ۵۰ درصد از کارهای نسخه‌خوانی را انجام می‌دهند. احتمال این‌که این سه نفر صفحه‌ای که به آن‌ها سپرده شده را بی‌غلط تصحیح کنند به ترتیب، ۰/۹، ۰/۹۵ و ۰/۹۹ است. صفحه‌ای نسخه‌خوانی شده، ولی هنوز غلط دارد. احتمال این‌که مسئول خواندن آن صفحه خانم اکبری بوده باشد چه قدر است؟

$$\frac{3}{5} \quad (۱) \quad \frac{3}{10} \quad (۲) \quad \frac{2}{3} \quad (۳) \quad \frac{1}{3} \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره برای حل سؤالات مربوط به احتمال کلی و قانون بیز حتماً نمودار درختی رسم کنید.



درس نامه

شکل روبه‌رو را نگاه کنید:

فضای نمونه ای S از اجتماع چند پیشامد ساخته شده است.

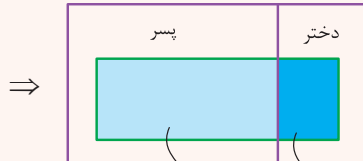
یک پیشامد دیگر مثل B داریم که در فضای نمونه‌ای پخش شده و در قسمت‌های مختلف فضا قرار دارد. اگر احتمال B را در هر یک از بخش‌های A_1 ، A_2 و A_3 بدانیم، می‌توانیم احتمال B در کل فضا را به دست بیاوریم. چه جوری؟ شانس B را در هر یک از قسمت‌ها حساب کرده و با هم جمع می‌کنیم.

$$P(B) = \underbrace{P(A_1)}_{\text{احتمال در قسمت اول}} \underbrace{P(B|A_1)}_{\text{احتمال B در قسمت اول}} + \underbrace{P(A_2)}_{\text{احتمال در قسمت دوم}} \underbrace{P(B|A_2)}_{\text{احتمال B در قسمت دوم}} + \dots$$

اگر A_1 ، A_2 و ... قسمت‌های S باشند، فرمول احتمال کل می‌گوید:

مثلاً فرض کنید در دانشگاهی ۶۰ درصد دانشجویان، پسر هستند، نصف پسرها و یک پنجم دخترها خوابگاهی‌اند احتمال خوابگاهی بودن در کل چقدر است؟

پسر ٪۶۰	دختر ٪۴۰
------------	-------------



$$\Rightarrow P(\text{خوابگاهی بودن}) = \frac{30}{100} + \frac{8}{100} = \frac{38}{100}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{60}{100} = \frac{30}{100} \quad \text{یعنی} \quad \frac{1}{5} \times \frac{40}{100} = \frac{8}{100}$$

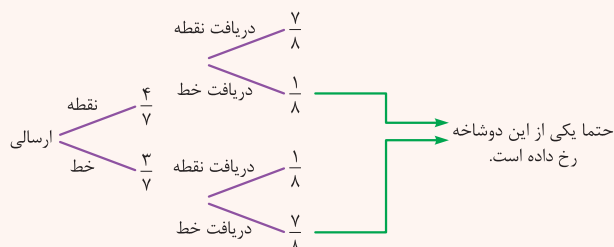
در یک مسئله احتمال کل (چند کیسه، چند کارخانه و ...) اگر بیان مسئله شبیه احتمال شرطی شود، یعنی می‌دانیم که یک اتفاقی رخ داده و احتمال دیگری را می‌خواهیم، از رابطهٔ مقابل استفاده می‌کنیم:

$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i)}{P(B)} \times P(B | A_i)$$

مثل فرمول احتمال کل که اصلاً در حل تست‌ها استفاده نمی‌شد و از نمودار درختی استفاده می‌کردیم، این فرمول هم خیلی به کارمان نمی‌آید و در مثال زیر مفهوم این فرمول را یاد می‌گیریم و خیلی راحت از پس تست‌ها برمی‌آییم، نگاه کنید

مثال: در یک ایستگاه مخابراتی به طور تجربی، فراوانی نقطه به خط به نسبت ۴ به ۳ است. اگر یک نقطه ارسال شود، احتمال اینکه خط دریافت شود $\frac{1}{8}$ و اگر خط ارسال شود، احتمال این‌که نقطه دریافت شود $\frac{1}{8}$ است. می‌دانیم در انتهای مسیر خط دریافت شده است. احتمال این‌که نقطه ارسال شده باشد، کدام است؟

پاسخ: استفاده از قانون بیز این جوری است که نمودار درختی را به طور کامل رسم کنید، مخرج کسر احتمال می‌شود شاخه‌هایی که می‌دانیم یکی از آن‌ها رخ داده و صورتش می‌شود شاخهٔ مورد نظر سؤال:



$$P(\text{دریافت خط و ارسال نقطه}) = \frac{P(\text{دریافت خط} | \text{ارسال نقطه})}{P(\text{دریافت خط})}$$

$$= \frac{\frac{4}{8} \times \frac{1}{8}}{\frac{4}{8} \times \frac{1}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{1}{8}} = \frac{4}{4+3} = \frac{4}{7} = 0/۱۶$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی احتمال غلط بودن صفحه را $P(W)$ و احتمال این که توسط خانم اکبری خوانده شده باشد را با $P(A)$ نشان می‌دهیم. خواسته صورت سؤال $P(A|W)$ است.

$$P(A|W) = \frac{P(A \cap W)}{P(W)} = \frac{P(A \cap W)}{P(A)} \times \frac{P(A)}{P(W)} = P(W|A) \times \frac{P(A)}{P(W)}$$

$$= \left(\frac{1}{100}\right) \times \left(\frac{\frac{30}{100}}{\left(\frac{30}{100}\right)\left(\frac{1}{100}\right) + \left(\frac{20}{100}\right)\left(\frac{5}{100}\right) + \left(\frac{50}{100}\right)\left(\frac{1}{100}\right)}\right) = \frac{2}{3}$$

اکبری ← ۳۰٪ ؛ غلط تصحیح کند ← ۱/۱۰

بزنا ← ۲۰٪ ← ۰/۰۵

چمنی ← ۵۰٪ ← ۰/۰۱

تست و پاسخ ۸۰

تاسی را سه بار می‌ریزیم. احتمال آن که عدد روشده در پرتاب دوم بزرگ‌تر از دو پرتاب دیگر یا کوچک‌تر از آن‌ها باشد، چه قدر است؟

$$\frac{19}{54} \quad (4)$$

$$\frac{29}{54} \quad (3)$$

$$\frac{35}{108} \quad (2)$$

$$\frac{55}{108} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در سال‌های اخیر مسئله پرتاب سه تاس جای پرتاب دو تاس را گرفته است. این سؤال را به خوبی تحلیل کنید.

پاسخ تشریحی

گام اول: فضای نمونه $n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$ حالت دارد.

گام دوم: برای به دست آوردن حالت‌های مطلوب، تقسیم‌بندی زیر را داریم:

$$1) \text{ تاس دوم ۱ بیاید: } \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = 25$$

$$2) \text{ تاس دوم ۲ بیاید: } \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{4}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{4}{6}\right) = 17$$

$$3) \text{ تاس دوم ۳ بیاید: } \left(\frac{2}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{3}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{6}\right) = 13$$

$$4) \text{ تاس دوم ۴ بیاید: } \left(\frac{3}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{6}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{6}\right) = 13$$

$$5) \text{ تاس دوم ۵ بیاید } \Rightarrow \text{ با حالت دوم برابر است. } \Rightarrow 17$$

$$6) \text{ تاس دوم ۶ بیاید } \Rightarrow \text{ با حالت اول برابر است. } \Rightarrow 25$$

گام سوم: تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$\Rightarrow n(A) = 2(25 + 17 + 13) = 110$$

گام چهارم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{110}{216} = \frac{55}{108}$$

تست و پاسخ ۸۱

دو جعبه داریم که در هر یک از آن‌ها شش کارت با شماره‌های ۱ تا ۶ وجود دارد. یک کارت به تصادف از جعبه اول برمی‌داریم و در جعبه دوم قرار می‌دهیم. حال از جعبه دوم به تصادف دو کارت پی‌درپی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم و یک عدد دورقمی می‌سازیم که کارت اول یکان و کارت دوم دهگان را مشخص می‌کند. چه قدر احتمال دارد که عدد دورقمی حاصل مضرب ۳ یا ۴ باشد؟

$$\frac{47}{90} \quad (4)$$

$$\frac{23}{45} \quad (3)$$

$$\frac{7}{10} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

مشاوره مشابه این سوال در کنکور آمده است و از آن سوالاتی هست که در آن باید تمام حالات ممکن را بشماریم.

پاسخ تشریحی

گام اول: به دست آوردن حالات مطلوب

جدولی می‌کشیم که در آن هر ردیف مربوط به عددی است که از جعبه اول برداشته‌ایم و فرض می‌کنیم هر ستون مربوط به یک عدد که نشان‌دهنده دهگان عدد دورقمی به دست آمده است، می‌باشد. حال حالت‌هایی که عدد دورقمی مضرب ۳ یا ۴ باشد را می‌نویسیم.

عدد انتخابی	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۱۲, ۱۵, ۱۶	۲۱, ۲۱, ۲۴	۳۲, ۳۶	۴۲, ۴۵	۵۱, ۵۱, ۵۲, ۵۴, ۵۶	۶۳, ۶۴
۲	۱۲, ۱۲, ۱۵, ۱۶	۲۱, ۲۴	۳۲, ۳۲, ۳۶	۴۲, ۴۲, ۴۵	۵۱, ۵۲, ۵۲, ۵۴, ۵۶	۶۳, ۶۴
۳	۱۲, ۱۵, ۱۶	۲۱, ۲۴	۳۲, ۳۳, ۳۶	۴۲, ۴۵	۵۱, ۵۲, ۵۴, ۵۶	۶۳, ۶۳, ۶۴
۴	۱۲, ۱۵, ۱۶	۲۱, ۲۴, ۲۴	۳۲, ۳۶	۴۲, ۴۴, ۴۵	۵۱, ۵۲, ۵۴, ۵۴, ۵۶	۶۳, ۶۴, ۶۴
۵	۱۲, ۱۵, ۱۵, ۱۶	۲۱, ۲۴	۳۲, ۳۶	۴۲, ۴۵, ۴۵	۵۱, ۵۲, ۵۴, ۵۶	۶۳, ۶۴
۶	۱۲, ۱۵, ۱۶, ۱۶	۲۱, ۲۴	۳۲, ۳۶, ۳۶	۴۲, ۴۵	۵۱, ۵۲, ۵۴, ۵۶, ۵۶	۶۳, ۶۴, ۶۶

→ کدام عدد در دهگان است.

↑ عدد برداشته شده از جعبه اول

گام دوم: محاسبه احتمال

اگر عددی که از جعبه اول برمی‌داریم مثلاً ۱ باشد، آن‌گاه در ۲۰ حالت (ردیف اول جدول) عدد دورقمی به دست آمده مضرب ۳ یا ۴ است؛ پس در این حالت احتمال $\frac{1}{6} \times \frac{20}{42}$ می‌شود. برای همه اعداد جعبه اول به همین صورت محاسبه کرده و با هم جمع می‌کنیم.

تعداد حالات ممکن برای عدد دورقمی ساخته شده جعبه دوم کارت دوم \times کارت اول

$$P = \frac{1}{6} \left(\frac{20}{42} + \frac{21}{42} + \frac{20}{42} + \frac{22}{42} + \frac{21}{42} + \frac{22}{42} \right) = \frac{126}{252} = \frac{1}{2}$$

↓ احتمال عدد برداشته شده از جعبه اول

تست و پاسخ ۸۲

دو عدد پی‌درپی (تکرار در انتخاب مجاز است) به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰ انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی مجموع این دو عدد، عدد اول است؟

$$\frac{6}{15} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{15} \quad (۳)$$

$$\frac{37}{100} \quad (۲)$$

$$\frac{27}{100} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره باز هم با یک سوال زمان‌گیر روبه‌رو هستیم و باید شروع به شمارش حالات مطلوب کنیم!



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی در جدول زیر در تقاطع هر ردیف و ستون مجموع آن دو عدد نوشته شده است و حاصل جمع دو عددی اگر اول شده باشد را رنگ کرده‌ایم.

→ عدد اول		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
		↑									
			عدد دوم								

دوازدهم ریاضی

آزمون مرحله سوم

تست و پاسخ ۸۳

A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $P(A) = 0/7$ ، $P(B|A) = 0/4$ و $P(B|A') = 0/4$ باشد، $P(A|B')$ کدام است؟

$$\frac{8}{15} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{10} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره قوانین احتمال از سؤالاتی است که در کنکورها پرتکرار است؛ پس سعی کنید به خوبی بلدشان باشید!

خودت حل کنی بهتره از فرمول احتمال شرطی استفاده کنید.

درس نامه

قوانین احتمال

B یا A رخ دادن $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (۱)

B رخ دادن و A رخ ندادن $P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ (۲)

A رخ ندهد. $P(A') = 1 - P(A)$ (۳)

A و B رخ بدهد. $P((A - B) \cup (B - A)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$ (۴)

A رخ بدهد و نه B. $P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$ (۵)

احتمال مشترک $P(X \cap Y) \rightarrow$ احتمال شرطی (دومی) $P(Y)$ احتمال X به شرط Y $P(X|Y) = \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)}$ فرمول احتمال شرطی (۶)



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow 0/4 = \frac{P(B \cap A)}{0/7} \Rightarrow P(B \cap A) = 0/28$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B-A)}{P(A')} \Rightarrow 0/4 = \frac{P(B-A)}{1-0/7} \Rightarrow P(B-A) = 0/12$$

$$P(B) = P(B-A) + P(B \cap A) = 0/12 + 0/28 = 0/40$$

$$\text{سؤال: } P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A-B)}{1-P(B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1-P(B)}$$

$$= \frac{0/7 - 0/28}{1 - 0/4} = \frac{0/42}{0/6} = 0/7$$

تست و پاسخ ۸۴

دو جعبه سیب در اختیار داریم که در اولی ۴۰ سیب و در دومی ۳۵ سیب وجود دارد. ۴ سیب از جعبه اول و ۵ سیب از جعبه دوم خراب شده‌اند. دو تاس را می‌ریزیم و با توجه به نتیجه آن‌ها یک سیب به تصادف از جعبه اول یا جعبه دوم انتخاب می‌کنیم. در کدام حالت احتمال آن که سیب سالم انتخاب کنیم بیشتر است؟

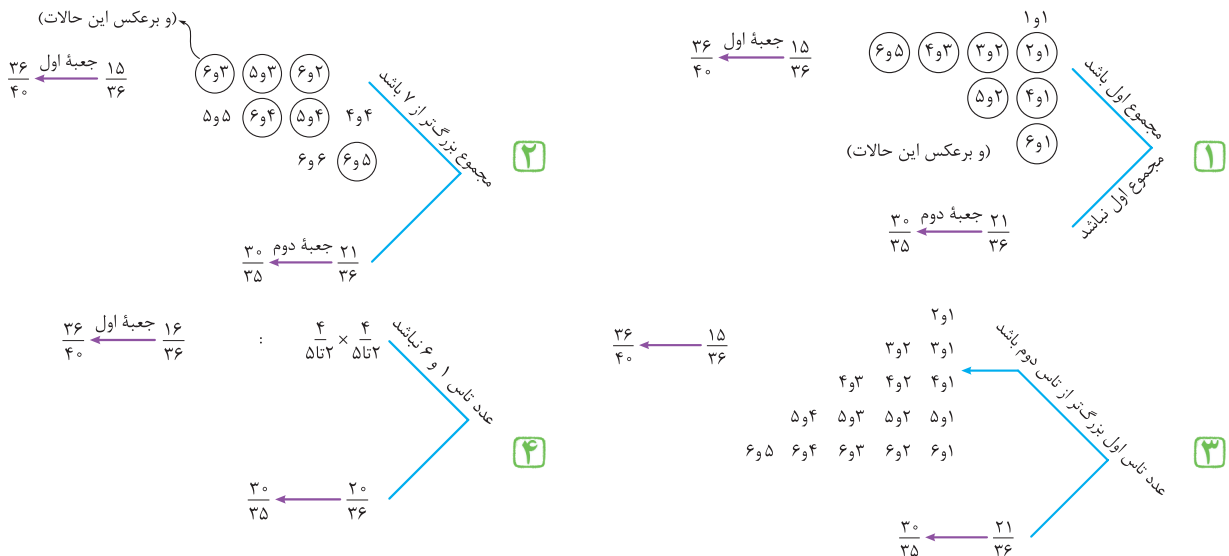
- (۱) اگر مجموع دو تاس عددی اول باشد، از جعبه اول و در غیر این صورت از جعبه دوم انتخاب می‌کنیم.
- (۲) اگر مجموع دو تاس بزرگ‌تر از ۷ باشد، از جعبه اول و در غیر این صورت از جعبه دوم انتخاب می‌کنیم.
- (۳) اگر عدد تاس اول بزرگ‌تر از عدد تاس دوم باشد، از جعبه اول و در غیر این صورت از جعبه دوم انتخاب می‌کنیم.
- (۴) اگر هیچ‌یک از دو تاس ۱ و ۶ نباشند، از جعبه اول و در غیر این صورت از جعبه دوم انتخاب می‌کنیم.

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

- قانون احتمال کل: برخی از مواقع برای به دست آوردن یک احتمال مجبوریم چند حالت در نظر بگیریم (نمودار شاخه‌ای). در هر شاخه احتمال‌ها را ضرب کرده و سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.
- قانون بیز: اگر در یک مسئله شاخه‌ای، احتمال شرطی را بخواهیم (یعنی احتمال کل رخ داده در یکی از شاخه‌ها را بخواهیم) از قانون بیز استفاده می‌کنیم. در این قانون سهم احتمال یک شاخه را بر مجموع شاخه‌ها (احتمال کل) تقسیم می‌کنیم.

پاسخ تشریحی در هر گزینه تعداد حالت‌های مطلوب برای برداشت سیب از جعبه اول را می‌شماریم:



در ۲) احتمال انتخاب از جعبه اول که به احتمال بالاتری سیب سالم دارد از بقیه گزینه‌ها بیشتر است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۸۵

عدد a را به تصادف از بین اعداد صحیح انتخاب می‌کنیم، به طوری که معادله $ax^2 - (a+3)x + a = 0$ دارای ریشه حقیقی باشد. چه قدر احتمال دارد مجموع ریشه‌های این معادله مثبت باشد؟

۰/۸ (۴)

۰/۷ (۳)

۰/۶ (۲)

۰/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال ترکیبی از حسابان و احتمال است؛ در کنکور این تیپ از سؤال‌ها بسیار دیده شده است.

خودت حل کنی بهتره روابط معادله درجه دو برای داشتن دو ریشه مجموع مثبت را بنویس و محدوده a را به دست بیاور.

پاسخ تشریحی گام اول: کاهش فضای نمونه \leftarrow برای این که معادله دو ریشه داشته باشد باید $\Delta \geq 0$ باشد؛ پس ابتدا محدوده a را در اعداد صحیح پیدا می‌کنیم.

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow (a+3)^2 - 4a^2 \geq 0 \Rightarrow -3a^2 + 6a + 9 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq a \leq 3$$

$$\Rightarrow n(S) = 5$$

گام دوم: تعداد حالت‌های مطلوب a در شرایطی که حاصل جمع ریشه‌ها عددی مثبت باشد.

$$\frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{a+3}{a} > 0 \Rightarrow a > 0 \text{ یا } a < -3 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 3 \quad n(A) = 3$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{3}{5}$$

تذکر اگر به ما می‌گفتند معادله حاصل درجه دو باشد، $a = 0$ از انتخاب‌ها حذف می‌شد و $n(S) = 4$ به دست می‌آمد.

اما این جا چنین چیزی گفته نشده، پس $a = 0$ هم در حالت‌های کل قابل قبول است و به ازای آن $x = 0$ به عنوان ریشه‌ای حقیقی برای معادله به دست می‌آید و از آن جایی که $x = 0$ مثبت نیست در $n(A)$ ، $a = 0$ را به حساب نمی‌آوریم.



هندسه یازدهم

تست و پاسخ ۸۶

مساحت دایره محیطی مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲ چند برابر π است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

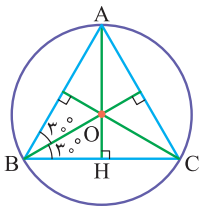
$$\frac{3}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره نقطه همرسی عمودمنصف‌های مثلث، مرکز دایره محیطی آن است.

پاسخ تشریحی



در مثلث متساوی الاضلاع ارتفاع‌ها، میانه و نیمساز هم هستند، پس در مثلث BOH داریم:

$$BH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$\cos 30^\circ = \frac{BH}{BO} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{R} \Rightarrow R = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\pi R^2 = \pi \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4}{3} \pi$$

پس مساحت دایره محیطی، برابر است با:

نکته در مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a ، شعاع دایره محیطی برابر است با $R = \frac{\sqrt{3}}{3} a$.

تست و پاسخ ۸۷

محیط مثلثی برابر با ۳۲ است. اگر طول یکی از ضلع‌های این مثلث ۱۳ و اندازه زاویه روبه‌روی آن 60° باشد، شعاع دایره محاطی داخلی آن

کدام است؟

$$3 \quad (۴)$$

$$\sqrt{6} \quad (۳)$$

$$\sqrt{3} \quad (۲)$$

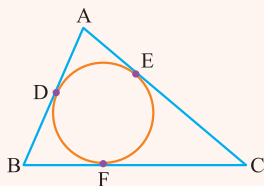
$$\sqrt{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

(۱) مرکز دایره محاطی داخلی هر مثلث، نقطه همرسی نیمسازهای داخلی آن است.

(۲) طول مماسی که از هر رأس مثلث بر دایره محاطی داخلی آن رسم می‌شود، برابر است با نصف محیط منهای اندازه ضلع مقابل آن رأس.

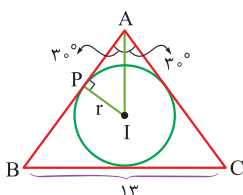


$$AD = AE = P - a$$

$$BD = BF = P - b \quad , \quad 2P = \text{محیط}$$

$$CE = CF = P - c$$

پاسخ تشریحی با توجه به فرمول درس نامه AP را به دست می‌آوریم:



$$AP = P - a = \frac{32}{2} - 13 = 3$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

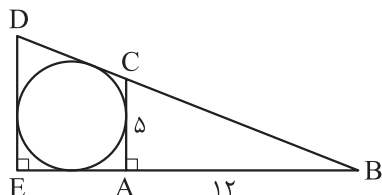
چون مرکز دایرهٔ محاطی، محل هم‌رسی نیمسازهای داخلی مثلث است، AI نیمساز زاویهٔ \hat{A} است. پس داریم:

$$\triangle API: \tan 30^\circ = \frac{r}{AP} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{r}{3} \Rightarrow r = \sqrt{3}$$

تست و پاسخ ۸۸

در شکل مقابل دایرهٔ محاطی داخلی مثلث قائم‌الزاویهٔ BED رسم شده است. اگر AC مماس بر دایره و عمود بر BE رسم شود، آن‌گاه با فرض

AB = ۱۲ و AC = ۵ اندازهٔ DE کدام است؟



۸ (۲)

۷ (۴)

۷ / ۵ (۱)

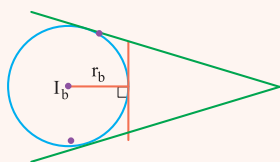
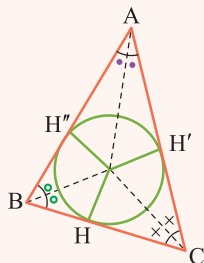
۶ / ۵ (۳)

پاسخ: گزینهٔ ۱

خودت حل کنی بهتره دایرهٔ محاطی داخلی مثلث DBE مطابق شکل، دایرهٔ محاطی خارجی مثلث ABC است.

درس نامه

هر مثلث مانند ABC، سه دایرهٔ محاطی خارجی دارد که شعاع‌های آن‌ها برابر است با (S) مساحت مثلث و P نصف محیط است.

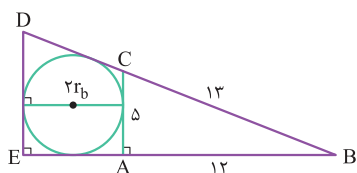


$$r_a = \frac{S}{P - a} \text{ دایره بر ضلع مثلث به طول } a \text{ و امتداد دو ضلع دیگر مماس است.}$$

$$r_b = \frac{S}{P - b} \text{ دایره بر ضلع مثلث به طول } b \text{ و امتداد دو ضلع دیگر مماس است.}$$

$$r_c = \frac{S}{P - c} \text{ دایره بر ضلع مثلث به طول } c \text{ و امتداد دو ضلع دیگر مماس است.}$$

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبهٔ شعاع دایره):



ابتدا طبق فیثاغورس در ABC داریم: $AB^2 + AC^2 = BC^2$. پس $BC = 13$ و $5^2 + 12^2 = BC^2$.

حالا طبق فرمول $r_b = \frac{S}{P - b}$ در مثلث ABC، طول شعاع دایرهٔ مماس بر ضلع AC و امتداد دو ضلع دیگر را به دست می‌آوریم:

$$r_b = \frac{S}{P - b} = \frac{5 \times 12}{15 - 5} = \frac{12}{4} = 3 \Rightarrow AE = 2r_b = 6$$

گام دوم (محاسبهٔ طول DE):

طبق تعمیم قضیهٔ تالس در $\triangle BED$ داریم:

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AC}{DE} \Rightarrow \frac{5}{12 + 6} = \frac{12}{DE} \Rightarrow DE = \frac{15}{2} = 7.5$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۸۹

شعاع دایره‌های محاطی خارجی یک مثلث ۳، ۱۰ و ۱۵ و طول دو ارتفاع از این مثلث ۵ و ۱۲ است. طول ارتفاع سوم این مثلث کدام است؟

$$\frac{60}{13} \quad (4)$$

$$\frac{30}{13} \quad (3)$$

$$\frac{60}{17} \quad (2)$$

$$\frac{30}{17} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه در مثلث ABC، اگر r_a, r_b, r_c شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی و h_a, h_b, h_c طول ارتفاع‌ها و شعاع دایره محاطی

داخلی r باشد، آن‌گاه رابطه‌های زیر همواره برقرار است:

$$\begin{cases} \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \\ \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \end{cases}$$

پاسخ تشریحی از برابر قرار دادن دو رابطه گفته شده در درس نامه داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{12} + \frac{1}{5} + \frac{1}{h_c}$$

$$\frac{10+3+2}{30} = \frac{5+12}{60} + \frac{1}{h_c} \Rightarrow \frac{1}{h_c} = \frac{1}{2} - \frac{17}{60} = \frac{13}{60} \Rightarrow h_c = \frac{60}{13}$$

تست و پاسخ ۹۰

اندازه دو زاویه داخلی مجاور در یک چهارضلعی محاطی 112° و 34° است. اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین زاویه داخلی این چهارضلعی

چند درجه است؟

$$112 \quad (4)$$

$$102 \quad (3)$$

$$90 \quad (2)$$

$$78 \quad (1)$$

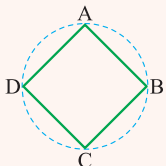
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سؤال با دانستن اصلی‌ترین ویژگی‌های چهارضلعی محاطی حل می‌شود.

درس نامه یک چهارضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر در آن زاویه‌های روبه‌رو مکمل باشند.

$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} \Leftrightarrow$ ABCD محاطی است

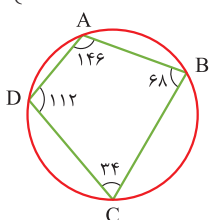
توجه کنید که شرط $\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D}$ را می‌توان به صورت $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$ یا $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ نیز بیان کرد.



پاسخ تشریحی بنا به درس نامه، می‌دانیم در هر چهارضلعی محاطی، دو زاویه مقابل مکمل‌اند. پس زاویه مقابل هر کدام از زاویه‌ها را به

دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ \\ 180^\circ - 34^\circ = 146^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{بزرگ‌ترین زاویه} = 146^\circ \\ \text{کوچک‌ترین زاویه} = 34^\circ \end{cases} \Rightarrow 146^\circ - 34^\circ = 112^\circ$$



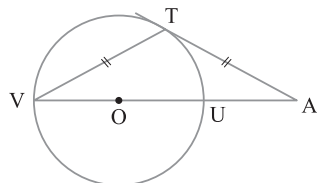


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۹۱

در شکل مقابل دایره‌ای به مرکز O رسم شده است. اگر طول مماس AT و وتر TV با هم برابر باشد، اندازه کمان TV چند برابر اندازه کمان TU است؟



$$1/5 (2)$$

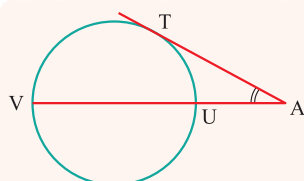
$$1/75 (1)$$

$$2/25 (4)$$

$$2 (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

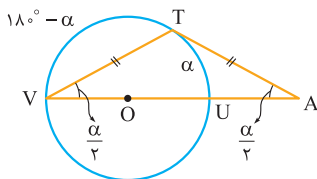
درس نامه



در شکل روبه‌رو، اندازه زاویه بین مماس AT و قاطع AUV برابر است با: $\hat{A} = \frac{1}{2}(\widehat{TV} - \widehat{TU})$

باید حواستان باشد که کمان UTV نیم‌دایره (یعنی 180°) است، پس

پاسخ تشریحی



$\widehat{TV} = 180^\circ - \alpha$. حالا فرمول زاویه بین مماس و امتداد وتر می‌گوید:

$$\hat{A} = \frac{1}{2}(\widehat{TV} - \widehat{TU})$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha - \alpha) \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

پس:

$$\Rightarrow \widehat{TV} = 120^\circ \Rightarrow \frac{\widehat{TV}}{\widehat{TU}} = \frac{120^\circ}{60^\circ} = 2$$

تست و پاسخ ۹۲

شعاع دایره محاطی شش ضلعی منتظمی که طول قطر بزرگ آن ۴ واحد است، کدام است؟

$$2 (4)$$

$$\sqrt{3} (3)$$

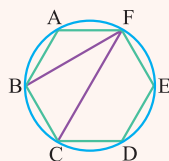
$$\frac{4\sqrt{3}}{3} (2)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

(۱) در شش ضلعی منتظم به طول ضلع a طول قطرهای کوچک برابر با $\sqrt{3}a$ و طول قطرهای بزرگ برابر با $2a$ است.



$$a = 2r \tan \frac{18^\circ}{n}$$

مثلاً در شکل روبه‌رو داریم طول قطر بزرگ: $CF = 2a$ طول قطر کوچک: $BF = \sqrt{3}a$

(۲) اگر n ضلعی منتظمی به طول ضلع a بر دایره‌ای به شعاع r محیط باشد، آن‌گاه:

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه طول شش ضلعی):

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

بنا به درس نامه اگر طول ضلع شش ضلعی را a در نظر بگیریم، داریم:

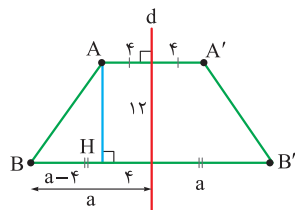
گام دوم (محاسبه خواسته سؤال):

$$a = 2r \tan \frac{18^\circ}{n} \xrightarrow{\frac{a=2}{n=6}} 2 = 2r \tan 3^\circ \Rightarrow 2 = 2r \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow r = \sqrt{3}$$



پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه AB): مطابق شکل، چهارضلعی $AA'B'B$ یک ذوزنقه متساوی الساقین محیطی است. با توجه به ویژگی‌های چهارضلعی محیطی داریم:



$$AB + A'B' = AA' + BB' \Rightarrow 2AB = 2(4 + a) \Rightarrow AB = 4 + a$$

گام دوم (محاسبه a): فاصله بین دو پاره‌خط موازی AA' و BB' ، 12 است، پس $AH = 12$. طبق فیثاغورس در $\triangle AHB$ داریم:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow (a + 4)^2 = (12)^2 + (a - 4)^2 \Rightarrow a^2 + 8a + 16 = 144 + a^2 - 8a + 16 \Rightarrow 16a = 144 \Rightarrow a = 9$$

تست و پاسخ ۹۵

مربع $ABCD$ را با انتقالی که \overline{DA} بردار آن است تصویر می‌کنیم. اگر بخواهیم مربع حاصل را با دوران به مرکز B روی مربع $ABCD$ تصویر کنیم، زاویه این دوران کدام است؟

(۴) چنین دورانی وجود ندارد.

(۳) 180°

(۲) 90°

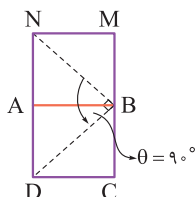
(۱) 45°

پاسخ: گزینه (۲)

مشاوره برای این تیپ از سؤال‌ها حتماً شکل آن را رسم کنید.

پاسخ تشریحی

مطابق شکل با دوران 90° پادساعتگرد به مرکز B می‌توان مربع $ABMN$ را روی مربع $ABCD$ تصویر کرد؛ زیرا اگر این دوران را R بنامیم، داریم:



$$A = R(M), B = R(B), C = R(A), D = R(N) \Rightarrow ABCD = R(MBAN)$$

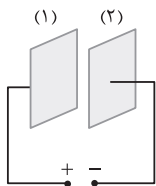
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



فیزیک یازدهم

تست و پاسخ ۹۶

در شکل زیر، پتانسیل الکتریکی صفحه‌های (۱) و (۲) خازن به ترتیب برابر $+10V$ و $-10V$ و بار الکتریکی این صفحه‌ها به ترتیب $+40\mu C$ و $-40\mu C$ است. ظرفیت این خازن چند واحد SI است؟



$$\begin{aligned} & 2 \quad (2) \\ & 2 \times 10^{-6} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 4 \quad (1) \\ & 4 \times 10^{-6} \quad (3) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تست یک آموزش خیلی قوی برای مفهوم بار و افتلاف پتانسیل (ولتاژ) خازن است.

درس نامه مطابق شکل مقابل، اگر قدر مطلق اختلاف پتانسیل ΔV بین صفحه‌های یک خازن برابر با V و مقدار بار هر صفحه خازن برابر با Q باشد، ظرفیت خازن (C) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = | +Q | = | -Q |$$

$$V = | V_+ - V_- |$$

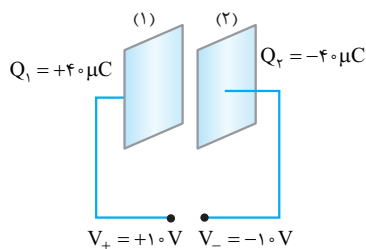
$$C = \frac{Q}{V}$$

ظرفیت خازن (F) ← اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V)

معمولاً قدر مطلق اختلاف پتانسیل ΔV بین دو صفحه خازن را با V نمایش می‌دهند.

پاسخ تشریحی

گام اول: بار ذخیره شده در خازن و اختلاف پتانسیل دو سر آن را حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



$$Q = |Q_1| = |Q_2| = 40\mu C = 40 \times 10^{-6} C$$

$$V = V_+ - V_- = \frac{V_+ = +10V}{V_- = -10V} \rightarrow V = 10 - (-10) = 20V$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q = 40 \times 10^{-6} C}{V = 20V} \rightarrow C = \frac{40 \times 10^{-6}}{20} = 2 \times 10^{-6} F$$

گام دوم: ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم:

تست و پاسخ ۹۷

در شکل زیر یک یاخته عصبی به صورت یک خازن تخت، مدل‌سازی شده است. غشای یاخته عصبی دارای ثابت دی‌الکتریک ۳، ضخامت $10nm$ و مساحت سطح $10^{-10} m^2$ است. تعداد یون‌های لازم در یک سمت این غشا برای آن که در دو سر غشا، اختلاف پتانسیل الکتریکی

$160mV$ ایجاد شود، کدام است؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} F/m$ ، $e = 1/6 \times 10^{-19} C$) (هر یون یک بار یونیده شده است).



$$2/7 \times 10^5 \quad (2)$$

$$2/7 \times 10^6 \quad (1)$$

$$9 \times 10^5 \quad (4)$$

$$9 \times 10^6 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

مشاوره می‌دونم وقتی این سوال رو دیدی احتمالاً تعجب کردی. این سوال از تمرین کتاب اومده. همون کتابی که میگی فیلی آسونه و تست ازش طرح نمیشه ...

درس نامه ●● بار الکتریکی، یک کمیت کوانتیده محسوب می‌شود؛ یعنی مضرب درستی از بار بنیادی $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$ است. طبق رابطهٔ مقابل داریم:

$$q = \pm ne$$

$n=1,2,3,\dots$

ظرفیت یک خازن، وابسته به ویژگی‌های ساختمانی آن است و برای خازن‌های تخت، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$C = \frac{K\epsilon_0 A}{d}$$

$C = \text{ظرفیت (F)}$

$K = \text{ثابت دی الکتریک}$

$\epsilon_0 = \text{ضریب گذردهی الکتریکی خلاء } \left(\frac{\text{F}}{\text{m}}\right)$

$A = \text{مساحت هر یک از صفحه‌های خازن (m}^2\text{)}$

$d = \text{فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن (m)}$

پاسخ تشریحی گام اول: ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم:

$$C = \frac{K\epsilon_0 A}{d} \xrightarrow[A=1 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2, d=1 \cdot 10^{-9} \text{ m}]{K=3, \epsilon_0=9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}} C = \frac{3 \times 9 \times 10^{-12} \times 10^{-1}}{10 \times 10^{-9}} = 2/7 \times 10^{-13} \text{ F}$$

گام دوم: بار ذخیره‌شده در خازن (مقدار بار هر یک از صفحه‌های خازن) را به دست می‌آوریم:

$$C = \frac{Q}{V} \xrightarrow[V=160 \text{ mV}=160 \times 10^{-3} \text{ V}]{C=2/7 \times 10^{-13} \text{ F}} 2/7 \times 10^{-13} = \frac{Q}{160 \times 10^{-3}} \Rightarrow Q = 2/7 \times 1/6 \times 10^{-14} \text{ C}$$

گام سوم: تعداد یون‌های یک بار یونیدهٔ هر صفحه (n) را حساب می‌کنیم ($q = 1e$):

$$Q = nq \xrightarrow[q=e=1/6 \times 10^{-19} \text{ C}]{Q=2/7 \times 1/6 \times 10^{-14} \text{ C}} 2/7 \times 1/6 \times 10^{-14} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 2/7 \times 10^5$$

تست و پاسخ ۹۸

ظرفیت خازن یک دستگاه دفیبریلاتور که با ولتاژ ۶kV شارژ می‌شود، ۱۲μF است. اگر تمام انرژی ذخیره‌شده در این خازن، از طریق کفشک‌های دستگاه در مدت ۲ms به بدن بیمار تخلیه شود، توان متوسط تخلیه انرژی در بدن بیمار چند کیلووات است؟

۲۱۶ (۴)

۲۱/۶ (۳)

۱۰۸ (۲)

۱۰/۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اول انرژی ذخیره‌شده در خازن رو حساب کن. بعدش توان متوسط انرژی تخلیه شده در بدن بیمار رو به دست بیار.

درس نامه ●● انرژی ذخیره‌شده در یک خازن، از روابط زیر به دست می‌آید:

۱) $U = \frac{1}{2} QV$ U : انرژی خازن (J)

۲) $U = \frac{1}{2} CV^2$ Q : بار خازن (C)

۳) $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ V : ولتاژ خازن (V)

C : ظرفیت خازن (F)

توان متوسط تخلیهٔ انرژی خازن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

انرژی ذخیره‌شده در خازن (J)

$$P_{av} = \frac{U}{t}$$

\leftarrow توان متوسط تخلیهٔ خازن (W)

مدت زمان تخلیهٔ خازن (s)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: انرژی ذخیره شده در خازن را حساب می‌کنیم. با داشتن ولتاژ و ظرفیت خازن می‌توانیم بنویسیم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{\substack{C=12\mu F=12 \times 10^{-6} F \\ V=6kV=6 \times 10^3 V}} U = \frac{1}{2} \times 12 \times 10^{-6} \times (6 \times 10^3)^2 = 6 \times 10^{-6} \times 36 \times 10^6 = 216 J$$

گام دوم: توان متوسط تخلیه انرژی خازن را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{U}{t} \xrightarrow{\substack{U=216 J \\ t=2ms=2 \times 10^{-3} s}} P = \frac{216}{2 \times 10^{-3}} = 108 \times 10^3 W = 108 kW$$

تست و پاسخ ۹۹

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی به ظرفیت $8 \mu F$ را $10V$ افزایش می‌دهیم. اگر با این کار، انرژی ذخیره شده در خازن $2mJ$ تغییر کند، بار الکتریکی ذخیره شده در آن چند برابر می‌شود؟

۲ / ۵ (۴)

۲ (۳)

۱ / ۵ (۲)

۰ / ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: ولتاژ اولیه و نهایی خازن را به دست می‌آوریم. برای این کار طبق رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ می‌توانیم بنویسیم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} CV_2^2 - \frac{1}{2} CV_1^2 = \frac{1}{2} C \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{(V_2 - V_1)(V_2 + V_1)}$$

ظرفیت خازن ثابت است؛ پس با افزایش ولتاژ دو سر آن، انرژی ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد ($U_2 > U_1$).

$$\xrightarrow{\substack{U_2 - U_1 = 2mJ = 2 \times 10^{-3} J \\ C = 8\mu F = 8 \times 10^{-6} F, V_2 = V_1 + 10V}} 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-6} (V_1 + 10 - V_1)(V_1 + 10 + V_1)$$

$$\Rightarrow 500 = 10(2V_1 + 10) \Rightarrow 2V_1 + 10 = 50 \Rightarrow V_1 = 20V, V_2 = 20 + 10 = 30V$$

گام دوم: نسبت $\frac{Q_2}{Q_1}$ را حساب می‌کنیم. می‌دانیم با تغییر ولتاژ خازن، ظرفیت آن ثابت می‌ماند؛ بنابراین داریم:

$$Q = CV \xrightarrow{C \text{ ثابت}} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{\substack{V_1 = 20V \\ V_2 = 30V}} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{30}{20} = 1/5$$

تست و پاسخ ۱۰۰

بین صفحه‌های یک خازن متصل به باتری، هوا قرار دارد. ابتدا فاصله بین صفحه‌های خازن را نصف می‌کنیم. سپس آن را از باتری جدا کرده و در ادامه، فضای بین دو صفحه خازن را با عایقی به ثابت دی‌الکتریک ۴ پر می‌کنیم. کدام یک از موارد زیر درباره این خازن درست است؟

الف) اندازه میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن ۲ برابر می‌شود.

ب) اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

پ) بار الکتریکی ذخیره شده در خازن ۲ برابر می‌شود.

ت) انرژی ذخیره شده در خازن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

۴) پ و ت

۳) ب و ت

۲) الف و پ

۱) الف و ب

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سؤال جنبه آموزشی دارد. پیشنهاد می‌کنم چه درست جواب دادی، چه غلط و چه اصلاً جواب ندادی، حتماً بررسی کن.

درس نامه

در خازن متصل به باتری اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن ثابت است؛ بنابراین داریم:

$$Q = CV \xrightarrow{V \text{ ثابت}} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

C: ظرفیت خازن

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{V \text{ ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

V: ولتاژ خازن

Q: بار خازن

U: انرژی خازن



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{V \text{ ثابت}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

E: اندازه میدان الکتریکی خازن

d: فاصله بین صفحه‌های خازن

A: مساحت صفحه‌های خازن

K: ثابت دی‌الکتریک

در خازن شارژ شده و سپس جدا شده از باتری، بار ذخیره شده ثابت می‌ماند؛ بنابراین داریم:

$$V = \frac{Q}{C} \xrightarrow{Q \text{ ثابت}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \xrightarrow{Q \text{ ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{\substack{V = \frac{Q}{C} \\ C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}}} E = \frac{Q}{k\epsilon_0 A} \xrightarrow{Q \text{ ثابت}} \begin{cases} \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} \\ \frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{A_1}{A_2} \end{cases}$$

پاسخ تشریحی اگر ظرفیت خازن در حالت اول، C_1 و پس از نصف کردن فاصله بین صفحه‌ها ضمن اتصال به باتری، C_2 و پس از جدا کردن

از باتری و افزودن دی‌الکتریک C_2 باشد، داریم:

الف) ابتدا نسبت E_2 به E_1 را به دست می‌آوریم:

$$\text{ثابت } V: \frac{E_2}{E_1} = \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{d_2 = \frac{1}{2}d_1} \frac{E_2}{E_1} = \frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1} = 2$$

$$\text{ثابت } Q: \frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{\substack{A_2 = A_1 \\ \kappa_2 = 1, \kappa_1 = 4}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$$

سپس نسبت E_2 به E_1 را به دست می‌آوریم:

در نهایت نسبت E_2 به E_1 را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \frac{E_2}{E_1} = 2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2}E_2 \\ \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow E_2 = \frac{1}{4}E_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{4}E_1}{\frac{1}{2}E_2} = \frac{1}{2}$$

بنابراین عبارت «الف» نادرست است.

ب) با توجه به این که خازن به باتری وصل است، $V_2 = V_1$ می‌باشد. اکنون نسبت V_2 به V_1 را حساب می‌کنیم:

$$\text{ثابت } Q: \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_2}{C_1} \xrightarrow{C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\substack{\kappa_2 = 1, \kappa_1 = 4 \\ A_2 = A_1, d_2 = d_1}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{4} \times 1 \times 1 = \frac{1}{4}$$

در نهایت نسبت V_2 به V_1 را حساب می‌کنیم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{4} \xrightarrow{V_1 = V_2} \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{4}$$

بنابراین عبارت «ب» نادرست است.

پ) ابتدا نسبت Q_2 به Q_1 را حساب می‌کنیم:

$$Q = CV \xrightarrow{V \text{ ثابت}} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \xrightarrow{C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{d_2 = \frac{1}{2}d_1} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1} = 2$$

سپس نسبت Q_2 به Q_1 را حساب می‌کنیم. با توجه به این که خازن شارژ شده را از باتری جدا کرده‌ایم، $Q_2 = Q_1$ است.

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q_2}{Q_1} = 2$$

در نهایت نسبت Q_2 به Q_1 را به دست می‌آوریم:

بنابراین عبارت «پ» درست است.

$$U = \frac{1}{2} QV \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{\substack{Q_2 = 2Q_1 \\ V_2 = \frac{1}{4}V_1}} \frac{U_2}{U_1} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

ت) با داشتن نسبت $\frac{V_2}{V_1}$ و $\frac{Q_2}{Q_1}$ از موارد «ب» و «پ» داریم:

بنابراین عبارت «ت» درست است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۰۱

روی یک باتری مقدار 800mAh نوشته شده است. اگر دو سر این باتری به دو سر رسانایی بسته شود، تا خالی شدن کامل باتری، چند الکترون از رسانا عبور می کند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}\text{C}$) ← بار ذخیره شده در باتری

- (۱) $1/8 \times 10^{22}$ (۲) $1/8 \times 10^{19}$
(۳) 3×10^{22} (۴) 3×10^{19}

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه: تبدیل یکای میلی آمپر - ساعت به کولن:

$$q = 1\text{mAh} \times \frac{10^{-3}\text{A}}{1\text{mA}} \times \frac{3600\text{s}}{1\text{h}} \times \frac{1\text{C}}{1\text{As}} = 3/6\text{C}$$

بنابراین هر 1mAh معادل $3/6\text{C}$ است.

پاسخ تشریحی گام اول: مقدار بار ذخیره شده در باتری را بر حسب کولن به دست می آوریم:

$$q = 800\text{mAh} \times \frac{3/6\text{C}}{1\text{mAh}} = 800 \times 3/6\text{C}$$

گام دوم: تعداد الکترون های عبوری از رسانا در اثر تخلیه کامل باتری را طبق اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی حساب می کنیم:

$$q = ne \Rightarrow 800 \times 3/6 = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 1/8 \times 10^{22}$$

تست و پاسخ ۱۰۲

المنت یک اجاق برقی، سیمی به طول 90cm و سطح مقطع 3mm^2 است. اگر در یک دمای معین مقاومت ویژه این سیم در SI برابر 6×10^{-5} باشد، مقاومت آن در این دما چند اهم است؟

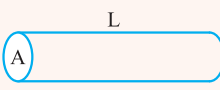
- (۱) ۲ (۲) ۱۸ (۳) ۰/۰۲ (۴) ۰/۱۸

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تست، سوال ساده ای محسوب میشه. چون فقط عددگذاری در یک فرمول پایه است.

درس نامه: اگر سطح مقطع یک جسم رسانا در تمام طول آن یکسان باشد، مقاومت الکتریکی آن در دمای ثابت از رابطه زیر به دست می آید:

طول (m) \uparrow
مقاومت ویژه ($\Omega \cdot \text{m}$) \swarrow
 $R = \rho \frac{L}{A}$ ← مقاومت (Ω)
مساحت سطح مقطع (m^2) \downarrow



پاسخ تشریحی طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ مقاومت رسانا را حساب می کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{\rho = 6 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}}{L = 90 \text{ cm} = 90 \times 10^{-2} \text{ m}, A = 3 \text{ mm}^2 = 3 \times 10^{-6} \text{ m}^2} \rightarrow R = \frac{6 \times 10^{-5} \times 90 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-6}} = 18 \Omega$$

تست و پاسخ ۱۰۳

اگر جرم سیم مسی A، ۲ برابر جرم سیم مسی B و طول سیم A، ۴ برابر طول سیم B باشد، در دمای یکسان، مقاومت الکتریکی سیم A چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۱/۲ (۴) ۱/۸

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره توصیه می کنم که فرمول های کمکی عوامل مؤثر بر مقاومت الکتریکی رو بنویسید. چون توی افزایش سرعت حل سوال خیلی کمک می کنه.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

درس نامه روابط کمکی برای محاسبه مقاومت الکتریکی یک رسانا به صورت زیر است:

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \begin{cases} ۱) A = \frac{V}{L} \Rightarrow R = \frac{\rho L^2}{V} \\ ۲) L = \frac{V}{A} \Rightarrow R = \frac{\rho V}{A^2} \end{cases} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho'}} \begin{cases} ۳) R = \frac{\rho L^2 \rho'}{m} \\ ۴) R = \frac{\rho m}{\rho' A^2} \end{cases}$$

R : مقاومت الکتریکی
 L : طول
 A : مساحت سطح مقطع
 ρ : مقاومت ویژه
 ρ' : چگالی
 V : حجم
 m : جرم

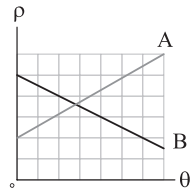
پاسخ تشریحی با توجه به جنس یکسان دو سیم، مقاومت ویژه و چگالی دو سیم A و B یکسان است؛ بنابراین طبق رابطه کمکی (۳) در

$$R = \frac{\rho L^2 \rho'}{m} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^2 \times \frac{\rho'_A}{\rho'_B} \times \frac{m_B}{m_A}$$

$$\xrightarrow{\rho_A = \rho_B, \rho'_A = \rho'_B, L_A = 4L_B, m_A = 2m_B} \frac{R_A}{R_B} = 1 \times (4)^2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 16 \times \frac{1}{2} = 8$$

تست و پاسخ ۱۰۴

نمودار مقاومت ویژه بر حسب دما برای دو ماده A و B به شکل زیر است. ضریب دمایی مقاومت ویژه ماده A چند برابر ضریب دمایی مقاومت ویژه ماده B است؟



$$\begin{aligned} & \frac{20}{7} \quad (۲) \\ & -\frac{20}{7} \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{7} \quad (۱) \\ & -\frac{1}{7} \quad (۳) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۲

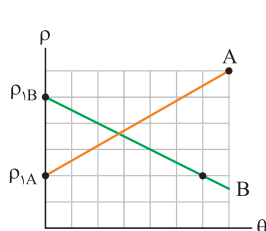
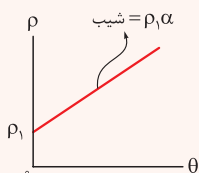
مشاوره این به تست مقایسه‌ای نسبتاً پدیده.

درس نامه رابطه مقاومت ویژه بر حسب دما به صورت زیر است:

$$\rho_T = \rho_1 \alpha \Delta\theta + \rho_1 \quad \left(\Delta\rho = \rho_T - \rho_1 \right)$$

مقاومت ویژه ثانویه \uparrow ρ_T
 ضریب دمایی $\left(\frac{1}{K} \text{ یا } \frac{1}{C}\right)$ \uparrow α
 تغییر دما (C یا K) \uparrow $\Delta\theta$
 تغییر مقاومت ویژه اولیه (Ω.m) \uparrow ρ_1
 تغییر مقاومت ویژه اولیه (Ω.m) \leftarrow $\Delta\rho$

طبق رابطه بالا، در می‌یابیم که نمودار مقاومت ویژه بر حسب دما، در یک محدوده معین به صورت خطی راست با شیب $(\rho_1 \alpha)$ و عرض از مبدأ ρ_1 است. به نمودار روبه‌رو دقت کنید:



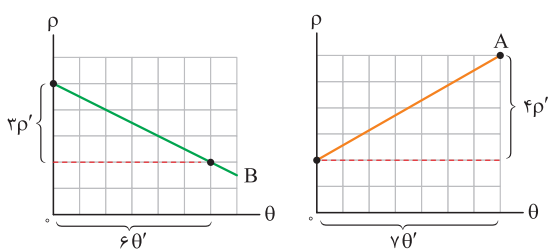
پاسخ تشریحی گام اول: هر یک از خانه‌های موجود در زمینه نمودار را به صورت $\rho' \square \theta'$ در نظر می‌گیریم. بر این اساس، مقاومت ویژه اولیه دو ماده A و B را با هم مقایسه می‌کنیم. طبق نمودار مقابل داریم:

$$\frac{\rho_{1A}}{\rho_{1B}} = \frac{2\rho'}{5\rho'} = \frac{2}{5}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: شیب نمودار $\rho - \theta$ را برای هر رسانا به دست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



$$\text{شیب خط B} = -\frac{3\rho'}{6\theta'} = -\frac{1\rho'}{2\theta'}$$

$$\text{شیب خط A} = \frac{4\rho'}{7\theta'}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{شیب A}}{\text{شیب B}} = \frac{\frac{4\rho'}{7\theta'}}{-\frac{1\rho'}{2\theta'}} = -\frac{8}{7}$$

گام سوم: نسبت ضریب دمایی مقاومت ویژه ماده A به ماده B را حساب می‌کنیم:

$$\text{شیب خط} = \rho_1 \alpha \Rightarrow \frac{\text{شیب خط A}}{\text{شیب خط B}} = \frac{\rho_{1A}}{\rho_{1B}} \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \Rightarrow -\frac{8}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = -\frac{20}{7}$$

تست و پاسخ ۱۰۵

چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) در نیمرساناها، با افزایش دما، تعداد برخوردهای کاتوره‌ای حامل‌های بار با شبکه اتمی کاهش می‌یابد.
 (ب) در پدیده ابررسانایی، با افزایش دمای برخی ماده‌ها، مقاومت ویژه آن‌ها در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند.
 (پ) با افزایش شدت نور تابیده به مقاومت‌های نوری، مقاومت الکتریکی آن‌ها افزایش می‌یابد.
 (ت) رنگ نور گسیل شده از دیودهای نورگسیل، به جنس ماده نیمرسانای به کاررفته در آن‌ها وابسته است.
- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره مطالب مفهفک‌کردنی در فصل (۲) کتاب یازدهم برای طراحان کنکور جایگاه ویژه‌ای دارد. *هواست بوش باشه.*

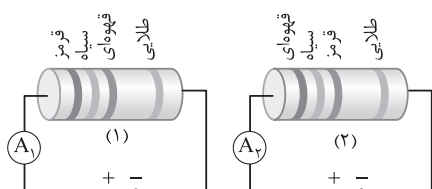
پاسخ تشریحی فقط عبارت «ت» درست است. هر یک از عبارتهای را بررسی می‌کنیم:

(الف) در نیمرساناها، با افزایش دما، تعداد برخوردهای کاتوره‌ای حامل‌های بار با شبکه اتمی افزایش می‌یابد، اما با وجود این، مقاومت الکتریکی کاهش می‌یابد. (چرا؟) زیرا با افزایش دما در نیمرساناها، تعداد حامل‌های بار افزایش می‌یابد و به رسانش الکتریکی کمک می‌کند. تأثیر افزایش تعداد حامل‌های بار در دمای بالا، بیشتر از اثر افزایش این برخوردهای کاتوره‌ای است. بنابراین عبارت «الف»، نادرست است.
 (ب) در پدیده ابررسانایی، با کاهش دمای برخی ماده‌ها، مقاومت ویژه آن‌ها در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند. بنابراین عبارت «ب» نادرست است.

(پ) با افزایش شدت نور تابیده به مقاومت‌های نوری، مقاومت الکتریکی آن‌ها کاهش می‌یابد. بنابراین عبارت «پ» نادرست است.
 (ت) رنگ نور گسیل شده از دیودهای نورگسیل، به جنس ماده نیمرسانای به کاررفته در آن‌ها بستگی دارد؛ بنابراین عبارت «ت» درست است.

تست و پاسخ ۱۰۶

در شکل زیر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت‌های ترکیبی (۱) و (۲)، یکسان و برابر ۲۰V است. اگر آمپرسنج آرمانی A_1 مقدار ۱۰/۱A را نشان دهد، آمپرسنج آرمانی A_2 چند میلی‌آمپر را نشان می‌دهد؟ (از تفرانس صرف نظر کنید.)



۲۰ (۱)

۲ (۲)

۱۰ (۳)

۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک



درس نامه می‌توانیم از روی رنگ‌های حلقه‌های مقاومت ترکیبی، مقدار مقاومت آن را حساب کنیم. مقاومت را طوری در مقابل خود می‌گیریم که حلقهٔ ترانس در سمت راست قرار گیرد.

$$R = \overline{ab} \times 10^n$$

تذکر: حلقهٔ چهارم، مقدار مجاز انحراف از مقدار دقیق مقاومت را نشان می‌دهد، به طوری که اگر این حلقه طلایی باشد، مقدار به دست آمده ۵ درصد خطا دارد، اگر نقره‌ای باشد، ۱۰ درصد و اگر بی‌رنگ باشد، ۲۰ درصد خطا دارد. حفظ کردن کدهای رنگی مقاومت‌های ترکیبی، لازم نیست. اگر در مواردی مانند این تست، کدهای رنگی مربوطه داده نشده باشند، می‌توان با استفاده از سایر اطلاعات سوال، کدهای مربوطه را به دست آورد.

قانون اهم:

$$R = \frac{V}{I}$$

ولتاژ (V) ↑
← مقاومت (Ω) R
↓
جریان الکتریکی (A)

در دمای ثابت، نسبت ولتاژ به جریان عبوری از یک رسانای اهمی برابر است با مقاومت آن رسانا، طبق رابطهٔ مقابل داریم:

$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow{\frac{V=20V}{I_1=0.1A}} R_1 = \frac{20}{0.1} = 200 \Omega$$

پاسخ تشریحی گام اول: مقدار مقاومت ترکیبی (۱) را حساب می‌کنیم:

گام دوم: کد مربوط به هر رنگ را حساب می‌کنیم (توجه کنید الزامی بر حفظ کدها نیست):

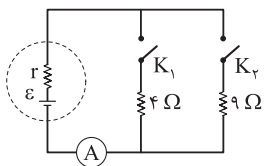
$$R_1 = \overline{ab} \times 10^n \xrightarrow{R_1=200=2 \times 10^2 \Omega} \begin{cases} a = \text{قرمز} = 2 \\ b = \text{سیاه} = 0 \\ n = \text{قهوه‌ای} = 1 \end{cases}$$

$$R_2 = \overline{a'b'} \times 10^{n'} \xrightarrow{\frac{a'=1, b'=0}{n'=2}} R_2 = 10 \times 10^2 = 1000 \Omega$$

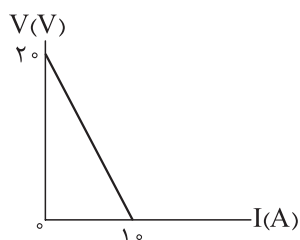
گام سوم: مقدار مقاومت ترکیبی (۲) را حساب می‌کنیم:

$$R_2 = \frac{V}{I_2} \xrightarrow{\frac{V=20V}{R_2=1000\Omega}} 1000 = \frac{20}{I_2} \Rightarrow I_2 = 20 \times 10^{-3} A = 20 \text{ mA}$$

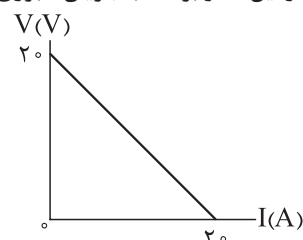
گام چهارم: عدد آمپرسنج A_2 را حساب می‌کنیم:



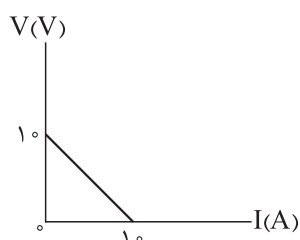
تست و پاسخ ۱۰۷
در مدار شکل مقابل، وقتی فقط کلید K_1 بسته است، آمپرسنج آرمانی، $4A$ و وقتی فقط کلید K_2 بسته است، آمپرسنج آرمانی، $2A$ را نشان می‌دهد. نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری موجود در این مدار بر حسب جریان عبوری از آن، به صورت کدام گزینه است؟



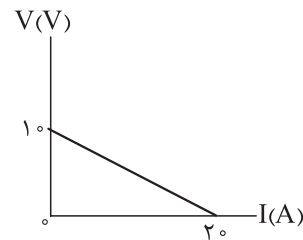
(۲)



(۱)



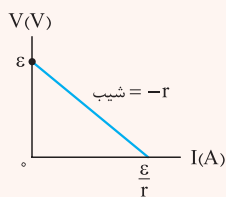
(۴)



(۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه •• نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری (V) برحسب جریان گذرنده از آن (I) در یک مدار تک‌باتری به صورت مقابل است:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$$

ε : نیروی محرکه الکتریکی (V)

r : مقاومت درونی (Ω)

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r}$$

رابطه جریان الکتریکی گذرنده از مولد (I) در یک مدار تک‌حلقه با یک مولد، به صورت مقابل است:

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه بین جریان الکتریکی گذرنده از مولد با نیروی محرکه و مقاومت درونی مولد را در دو حالت زیر می‌نویسیم:

حالت اول (کلید K_1 بسته)

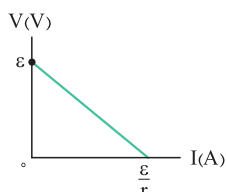
$$I_1 = \frac{\varepsilon}{4 + r}$$

حالت دوم (کلید K_2 بسته)

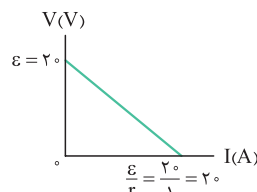
$$I_2 = \frac{\varepsilon}{9 + r}$$

$$\begin{cases} I_1 = 4A \Rightarrow \varepsilon = 4r + 16 \\ I_2 = 2A \Rightarrow \varepsilon = 2r + 18 \end{cases} \Rightarrow 4r + 16 = 2r + 18 \Rightarrow r = 1\Omega \Rightarrow \varepsilon = 20V$$

گام دوم: نمودار $V - I$ باتری را رسم می‌کنیم:

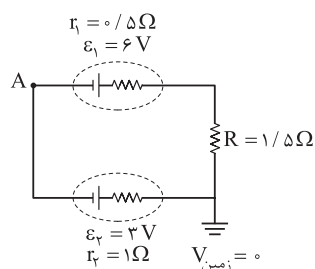


$$\frac{\varepsilon = 20V}{r = 1\Omega}$$



تست و پاسخ ۱۰۸

در مدار شکل روبه‌رو، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟



$$-2 \quad (2)$$

$$-4 \quad (4)$$

$$2 \quad (1)$$

$$4 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• برای محاسبه مقدار و جهت جریان در یک مدار با چند باتری، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

- جهت جریانی را که هر یک از باتری‌ها به تنهایی در مدار ایجاد می‌کند، مشخص می‌کنیم که ساعتگرد است یا پادساعتگرد. می‌دانیم جریان الکتریکی‌ای که هر یک از باتری‌ها به تنهایی در مدار ایجاد می‌کند، از قطب مثبت باتری خارج و به قطب منفی باتری وارد می‌شود.
- مجموع نیروهای محرکه باتری‌هایی که جریان ساعتگرد ایجاد می‌کنند و مجموع نیروهای محرکه باتری‌هایی که جریان پادساعتگرد ایجاد می‌کنند را حساب می‌کنیم. هر کدام بزرگ‌تر بود، جهت جریان مدار به آن سمت خواهد بود.

$$I = \frac{\varepsilon_t}{R_{\text{eq}} + r_t}$$

(۳) برای محاسبه مقدار جریان از رابطه مقابل استفاده می‌کنیم:

$$\varepsilon_t = |\varepsilon_{\text{ساعتگرد}} - \varepsilon_{\text{پادساعتگرد}}|$$

$$r_t = r_1 + r_2 + \dots$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

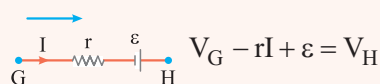
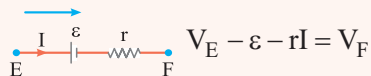
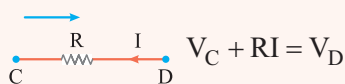
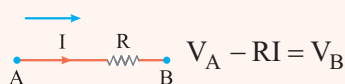
فیزیک

چگونه اختلاف پتانسیل دو نقطه از مدار را حساب کنیم؟

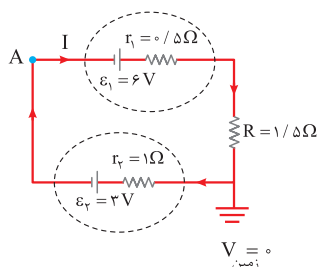
(۱) ابتدا جهت جریان اصلی مدار را تعیین کرده و مقدار آن را حساب می‌کنیم.

(۲) اگر در جهت جریان از یک مقاومت R عبور کنیم، پتانسیل الکتریکی به اندازه RI کاهش و اگر در خلاف جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، پتانسیل الکتریکی به اندازه RI افزایش می‌یابد.

(۳) اگر از قطب مثبت باتری خارج شویم، پتانسیل به اندازه \mathcal{E} افزایش و اگر از قطب منفی باتری خارج شویم، پتانسیل به اندازه \mathcal{E} کاهش می‌یابد. به مثال‌های زیر دقت کنید:



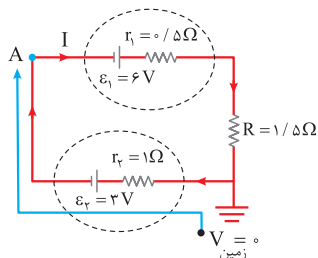
پاسخ تشریحی گام اول: مقدار و جهت جریان الکتریکی مدار را به دست می‌آوریم:



جریان مدار ساعتگرد $\left\{ \begin{array}{l} \text{جریان ساعتگرد: } \mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2 \\ \text{جریان پادساعتگرد: } \mathcal{E}_2 \end{array} \right.$

$$I = \frac{\mathcal{E}_t}{R_{eq} + r_t} = \frac{\mathcal{E}_t = 3V}{R_{eq} = 1/5 \Omega, r_t = r_1 + r_2 = 1/5 + 1 = 1/5 \Omega} \rightarrow I = \frac{3}{1/5 + 1/5} = 1A$$

گام دوم: به طور ذهنی از نقطه زمین و در جهت نشان داده شده به طرف نقطه A می‌رویم و پتانسیل الکتریکی نقطه A را حساب می‌کنیم:



$$V_{\text{زمین}} - r_2 I - \mathcal{E}_2 = V_A$$

$$\Rightarrow 0 - (1)(1) - 3 = V_A \Rightarrow V_A = -4V$$

تست و پاسخ ۱۰۹

وقتی دو سر یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل $220V$ وصل می‌کنیم، جریان الکتریکی $5A$ از آن می‌گذرد. اگر این بخاری برقی در هر شبانه‌روز به مدت $4h$ به اختلاف پتانسیل $220V$ وصل باشد، هزینه برق مصرفی آن در یک ماه (30 شبانه‌روز) چند تومان است؟ (قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت 50 تومان است.)

۶۶۰۰ (۴)

۶۶۰ (۳)

۲۲۰۰ (۲)

۲۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تست مشابه یکی از مثال‌های حل‌شده در کتاب درسی فیزیک ۲ (ریاضی و تجربی) و همچنین یکی از سؤال‌های کنکور تجربی در اردیبهشت ۱۴۰۳ است.

خودت حل کنی بهتره توان مصرفی بخاری را برحسب kW و انرژی مصرفی آن را در مدت یک ماه برحسب kWh محاسبه کنید. سپس هزینه برق مصرفی آن را به دست آورید.



درس نامه ●●

$$P = VI$$

$$U = Pt$$

توان و انرژی مصرفی در یک مقاومت خارجی R از رابطه‌های مقابل به دست می‌آیند:

P : توان مصرفی (W)

V : اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت (V)

I : جریان الکتریکی (A)

U : انرژی مصرفی (J)

t : مدت زمان (s)

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا توان مصرفی بخاری را برحسب کیلووات (kW) محاسبه می‌کنیم:

$$P = IV \xrightarrow{\substack{I=5A \\ V=220V}} P = 5 \times 220 = 1100 \text{ W} = 1/1 \text{ kW}$$

گام دوم: انرژی مصرفی بخاری در مدت یک ماه را به دست می‌آوریم و با استفاده از آن، هزینه برق مصرفی را حساب می‌کنیم. برای محاسبه هزینه برق مصرفی، توان را برحسب کیلووات (kW) و زمان را برحسب ساعت (h) در نظر می‌گیریم:

$$U = Pt \xrightarrow{\substack{P=1/1 \text{ kW} \\ t=(30 \times 24) \text{ h} = 720 \text{ h}}} U = 1/1 \times 720 = 720 \text{ kWh}$$

تومان $\left(\frac{\text{تومان}}{\text{kWh}} \right) = 6600 = (720 \text{ kWh}) \left(\frac{\text{تومان}}{\text{kWh}} \right)$ = هزینه برق مصرفی

تست و پاسخ ۱۱۰

روی دو لامپ رشته‌ای A و B به ترتیب اعداد (150V, 300W) و (100V, 150W) نوشته شده است. این دو لامپ را به ترتیب به اختلاف پتانسیل‌های 60V و 50V وصل می‌کنیم. در این حالت، جریان الکتریکی عبوری از لامپ A، چند برابر جریان الکتریکی عبوری از لامپ B است؟ (از تأثیر دما بر مقاومت لامپ‌ها چشم‌پوشی کنید.)

$$\frac{15}{16} (4)$$

$$\frac{16}{15} (3)$$

$$\frac{20}{9} (2)$$

$$\frac{9}{20} (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره تست‌های مربوط به توان و انرژی الکتریکی در اغلب کنکورها مطرح شده‌اند. آن‌ها را اجدی بگیرید.

خودت حل کنی بهتره ابتدا مقاومت الکتریکی هر لامپ را به دست آورید. سپس با استفاده از قانون اهم، جریان عبوری از هر یک را محاسبه و با هم مقایسه کنید.

درس نامه ●● (۱) قانون اهم: در دمای ثابت، نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانای اهمی به جریانی که از آن می‌گذرد، مقدار ثابتی است.

$$\frac{V}{I} = R$$

V : اختلاف پتانسیل (V)

I : جریان الکتریکی (A)

R : مقاومت الکتریکی (Ω)

$$P = \frac{V^2}{R}$$

(۲) توان مصرفی در یک مقاومت خارجی R از رابطه مقابل به دست می‌آید:

P : توان مصرفی (W)

V : اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R (V)

R : مقاومت الکتریکی (Ω)

پاسخ تشریحی گام اول: مقاومت الکتریکی هر یک از لامپ‌های A و B را به دست می‌آوریم:

$$P_A = \frac{V_A^2}{R_A} \xrightarrow{\substack{P_A=300 \text{ W} \\ V_A=150 \text{ V}}} 300 = \frac{(150)^2}{R_A} \Rightarrow R_A = \frac{150^2}{3} = 75 \Omega$$

$$P_B = \frac{V_B^2}{R_B} \xrightarrow{\substack{P_B=150 \text{ W} \\ V_B=100 \text{ V}}} 150 = \frac{(100)^2}{R_B} \Rightarrow R_B = \frac{100^2}{3} = \frac{200}{3} \Omega$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: با استفاده از قانون اهم، جریان الکتریکی عبوری از هر لامپ را محاسبه می‌کنیم:

$$I_A = \frac{V'_A}{R_A} \xrightarrow{\substack{V'_A=60V \\ R_A=75\Omega}} I_A = \frac{60}{75} = \frac{4}{5} A$$

$$I_B = \frac{V'_B}{R_B} \xrightarrow{\substack{V'_B=50V \\ R_B=\frac{200}{3}\Omega}} I_B = \frac{50}{\frac{200}{3}} = \frac{150}{200} = \frac{3}{4} A$$

گام سوم: نسبت جریان الکتریکی عبوری از لامپ A به جریان الکتریکی عبوری از لامپ B را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{4}} = \frac{16}{15}$$

تست و پاسخ (۱۱۱)

اگر جریان الکتریکی عبوری از یک منبع نیروی محرکه از ۳A به ۴A برسد، توان خروجی آن از ۶W به ۶/۴W می‌رسد. در حالتی که جریان الکتریکی عبوری از این منبع نیروی محرکه برابر ۵A است، توان خروجی آن چند وات است؟

۷/۲ (۴)

۶/۸ (۳)

۶ (۲)

۵/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره جریان و توان داده‌شده در هر حالت را در معادله توان خروجی مولد ($P = \varepsilon I - rI^2$) قرار دهید و دو معادله به دست آورید. با حل این دو معادله نیروی محرکه مولد و مقاومت درونی آن را حساب کنید؛ سپس توان خروجی را برحسب جریان ۵A به دست آورید.

درس نامه ••• توان و انرژی در یک باتری مولد:

یک مولد، توان εI را تولید می‌کند. بخشی از آن به اندازه rI^2 در مقاومت درونی مولد مصرف (تلف) می‌شود و بقیه آن به صورت توان خروجی (مفید) به مصرف‌کننده‌های مدار داده می‌شود.

$$P = \varepsilon I - rI^2$$

P : توان خروجی مولد (W)

ε : نیروی محرکه مولد (V)

I : جریان الکتریکی عبوری از مولد (A)

r : مقاومت درونی مولد (Ω)

پاسخ تشریحی

گام اول: مقادیر جریان و توان داده‌شده در هر حالت را در معادله توان خروجی مولد قرار می‌دهیم:

$$P_1 = \varepsilon I_1 - rI_1^2 \xrightarrow{\substack{P_1=6W \\ I_1=3A}} 6 = \varepsilon \times 3 - r \times 3^2 \xrightarrow{\div 3}$$

$$P_2 = \varepsilon I_2 - rI_2^2 \xrightarrow{\substack{P_2=6/4W \\ I_2=4A}} 6/4 = \varepsilon \times 4 - r \times 4^2 \xrightarrow{\div 4} \Rightarrow \begin{cases} 2 = \varepsilon - 3r \\ 1/6 = \varepsilon - 4r \end{cases}$$

گام دوم: دو رابطه به دست آمده را از هم کم می‌کنیم تا مقدار I و از آنجا مقدار ε را به دست آوریم:

$$2 - 1/6 = \varepsilon - 3r - \varepsilon + 4r \Rightarrow r = 0/4 \Omega$$

$$2 = \varepsilon - 3r \xrightarrow{r=0/4\Omega} 2 = \varepsilon - 3 \times 0/4 \Rightarrow \varepsilon = 3/2 V$$

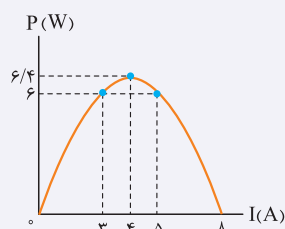
گام سوم: در حالتی که جریان الکتریکی عبوری از این منبع نیروی محرکه برابر ۵A است، توان خروجی آن را حساب می‌کنیم:

$$P = \varepsilon I - rI^2 \xrightarrow{\substack{\varepsilon=3/2V, I=5A \\ r=0/4\Omega}} P = 3/2 \times 5 - 0/4(5)^2$$

$$\Rightarrow P = 16 - 10 = 6 W$$

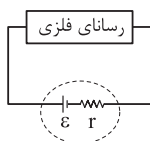


حواستون باشه نمودار توان خروجی یک مولد برحسب جریان عبوری از آن به صورت یک سهمی است که در این سؤال به صورت زیر است:



تست و پاسخ ۱۱۲

در مدار شکل مقابل، دمای رسانای فلزی را افزایش می‌دهیم. کدام یک از موارد زیر الزاماً درست است؟



الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر رسانای فلزی افزایش می‌یابد.

ب) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر رسانای فلزی کاهش می‌یابد.

پ) توان مصرفی رسانای فلزی افزایش می‌یابد.

ت) توان مصرفی رسانای فلزی کاهش می‌یابد.

ب (۴)

الف (۳)

ب و ت (۲)

الف و پ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره چگونگی تغییر مقاومت الکتریکی رسانای فلزی و از آنجا تغییر جریان مدار را بررسی کنید. سپس اختلاف پتانسیل دو سر مولد را تحلیل کنید تا تکلیف موارد «الف» و «ب» روشن شود. برای بررسی موارد «پ» و «ت» نیز از نمودار توان خروجی مدار برحسب مقاومت خارجی مدار استفاده کنید.

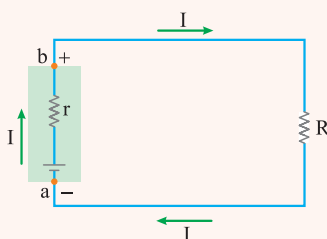
درس نامه

(۱) با افزایش دما، مقاومت الکتریکی رساناها افزایش می‌یابد.

(۲) محاسبه جریان الکتریکی و اختلاف پتانسیل دو سر مولد در یک مدار تک‌حلقه ساده:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

$$V = \varepsilon - Ir$$



I : جریان الکتریکی (A)

ε : نیروی محرکه مولد (V)

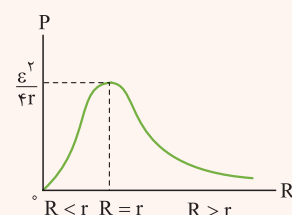
R : مقاومت خارجی مدار (Ω)

r : مقاومت درونی مولد (Ω)

V : اختلاف پتانسیل دو سر مولد (V)

(۳) توان الکتریکی مصرف‌شده در مقاومت خارجی مدار، به اندازه توان خروجی مولد است.

نمودار توان خروجی یک مولد برحسب مقاومت خارجی مدار، به شکل مقابل است:



پاسخ تشریحی گام اول: وقتی دمای رسانای فلزی را افزایش می‌دهیم، مقاومت الکتریکی آن که همان مقاومت خارجی مدار (R) است،

افزایش می‌یابد. با توجه به ثابت بودن مقادیر ε و r و با استفاده از رابطه زیر، معلوم می‌شود که جریان الکتریکی مدار کاهش می‌یابد:

$$\downarrow I = \frac{\varepsilon}{\uparrow R + r}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: با کاهش جریان الکتریکی مدار، اختلاف پتانسیل دو سر مولد افزایش پیدا می‌کند. از طرفی می‌دانیم اختلاف پتانسیل دو سر رسانای فلزی، همان اختلاف پتانسیل دو سر مولد است. بنابراین مورد «الف» درست و مورد «ب» نادرست است.

گام سوم: مقاومت R را افزایش داده‌ایم. اما معلوم نیست که این مقاومت در ابتدا از مقاومت درونی مولد (r) کم‌تر بوده یا بیشتر، با توجه به نکته «۳» درس‌نامه داریم:

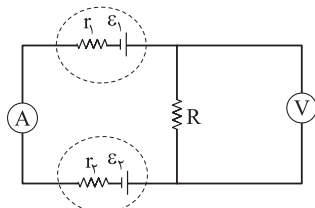
اگر در ابتدا $R > r$ بوده باشد، با افزایش R توان مصرفی رسانای فلزی کاهش می‌یابد.

اگر در ابتدا $R < r$ بوده باشد، با افزایش R ممکن است توان مصرفی رسانای فلزی افزایش یا کاهش یابد و حتی ممکن است بعد از افزایش و کاهش، دوباره به مقدار اولیه خود برسد.

بنابراین موارد «پ» و «ت» هیچ‌کدام الزاماً درست نیستند.

تست و پاسخ ۱۱۳

در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری (۱) برابر $۳۲W$ و توان ورودی باتری (۲) برابر $۲۰W$ است. اگر مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر $۶V$ باشد، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر چند آمپر است؟



۱) ۵/۰

۲) ۱

۴) ۴

۳) ۲

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره مدارهای الکتریکی از مهم‌ترین مطالب فیزیک پایه یازدهم هستند و در هر کنکور تجربی یا ریاضی، حداقل ۲ تست از مدارها مطرح می‌شود.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با تشخیص باتری‌های مولد و مصرف‌کننده، توان مصرفی مقاومت R را به دست آورید. سپس با معلوم بودن اختلاف پتانسیل دو سر آن، اندازه مقاومت R و جریان عبوری از آن را محاسبه کنید.

درس‌نامه ۱۱۳ آمپرسنج: وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری جریان الکتریکی در مدار که مقاومت الکتریکی بسیار کمی دارد و برای اندازه‌گیری جریان هر شاخه، به طور متوالی در آن شاخه قرار می‌گیرد. مقاومت الکتریکی یک آمپرسنج آرمانی صفر است.

۲) ولت‌سنج: وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل (ولتاژ) در مدار که مقاومت الکتریکی بسیار زیادی دارد و جریان عبوری از آن بسیار کم است. برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل هر قسمت از مدار، ولت‌سنج با آن قسمت به طور موازی بسته می‌شود. مقاومت الکتریکی یک ولت‌سنج آرمانی، بی‌نهایت است و جریانی از آن عبور نمی‌کند.

۳) تفاوت باتری‌های مولد و مصرف‌کننده:

باتری‌های مولد، توان خروجی دارند. این نوع باتری‌ها به مدار انرژی می‌دهند. اما باتری‌های مصرف‌کننده، توان ورودی دارند. این نوع باتری‌ها در مدار انرژی مصرف می‌کنند. مانند باتری یک گوشی تلفن همراه، وقتی در حال شارژ است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به متن سؤال، باتری (۱) به عنوان مولد و باتری (۲) به عنوان مصرف‌کننده در این مدار عمل می‌کنند.

$$P_1 = P_r + P_R$$

بنابراین با توجه به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

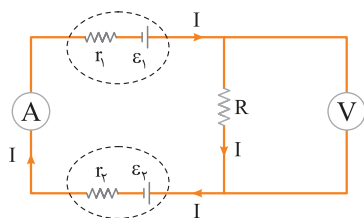
یعنی بخشی از توانی که باتری (۱) به مدار می‌دهد، در باتری (۲) و بقیه آن در مقاومت R مصرف می‌شود.

$$P_1 = P_r + P_R \xrightarrow{\substack{P_1=32W \\ P_r=20W}} 32 = 20 + P_R \Rightarrow P_R = 12W$$

گام دوم: با معلوم بودن اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R ، اندازه مقاومت R را به دست می‌آوریم:

$$P_R = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{\substack{P_R=12W \\ V=6V}} 12 = \frac{6^2}{R} \Rightarrow R = \frac{36}{12} = 3\Omega$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



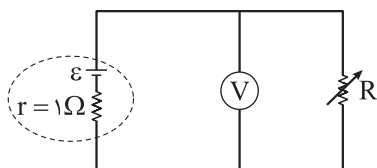
گام سوم: با استفاده از قانون اهم، جریان عبوری از مقاومت R را که همان جریان عبوری از آمپرسنج

آرمانی است، به دست می آوریم:

$$I = \frac{V}{R} \quad \frac{V=6V}{R=3\Omega} \rightarrow I = \frac{6}{3} = 2A$$

تست و پاسخ ۱۱۴

در مدار شکل زیر اگر مقاومت الکتریکی رئوستا $2/5\Omega$ تغییر کند، مقداری که ولتسنج آرمانی نشان می دهد از $12V$ به $13V$ می رسد. در حالتی که مقاومت رئوستا برابر 2Ω است، توان مصرفی آن چند وات است؟



۲۰۰ (۴)

۵۰ (۳)

۲۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره هنگام برگزاری آزمون، سؤال هایی را که دشوار هستند یا راه حل های نسبتاً طولانی دارند، در اولویت های بعدی پاسخگویی خود قرار دهید.

خودت حل کنی بهتره ابتدا مشخص کنید که مقاومت رئوستا افزایش یافته است یا کاهش. سپس رابطه مستقل از جریان را برای اختلاف پتانسیل دو سر مولد در دو حالت بنویسید و از تقسیم آن ها بر هم، مقدار R_1 و از آن جا نیروی محرکه مولد را پیدا کنید. در پایان نیز وقتی مقاومت رئوستا 2Ω است، جریان الکتریکی مدار و توان مصرفی مقاومت R را حساب کنید.

درس نامه ●● (۱) در یک مدار تک حلقه با یک مولد و یک مقاومت خارجی R رابطه مستقل از جریان، به صورت زیر به دست می آید:



$$P = RI^2$$

$$\begin{cases} V = IR \\ I = \frac{\varepsilon}{R+r} \end{cases} \Rightarrow V = \frac{\varepsilon}{R+r} \times R$$

(۲) توان مصرفی مقاومت خارجی از رابطه زیر به دست می آید:

P : توان مصرفی (W)

R : مقاومت الکتریکی (Ω)

I : جریان الکتریکی (A)

پاسخ تشریحی گام اول: با تغییر مقاومت R ، اختلاف پتانسیل دو سر مولد افزایش یافته است. بنابراین جریان الکتریکی کاهش پیدا کرده است. (مقادیر ε و r ثابت هستند)

$$\uparrow V = \varepsilon - rI \downarrow$$

گام دوم: با توجه به رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ و کاهش جریان، مقاومت R افزایش پیدا کرده است. پس می توان نوشت:

$$R_2 - R_1 = 2/5\Omega$$

گام سوم: رابطه مستقل از جریان را در دو حالت می نویسیم و آن ها را بر هم تقسیم می کنیم تا رابطه ای بین R_1 و R_2 به دست آید:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\varepsilon R_2}{R_2 + r} \cdot \frac{R_1 + r}{\varepsilon R_1} \xrightarrow[r=1\Omega]{V_2=13V, V_1=12V} \frac{13}{12} = \frac{R_2(R_1 + 1)}{R_1(R_2 + 1)}$$

$$\Rightarrow 13R_1R_2 + 13R_1 = 12R_1R_2 + 12R_2 \Rightarrow R_1R_2 = 12R_2 - 13R_1$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام چهارم: از ترکیب روابط به دست آمده در گام‌های دوم و سوم، مقاومت R_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$R_1(R_1 + 2/5) = 12(R_1 + 2/5) - 13R_1 \Rightarrow R_1^2 + 2/5R_1 = 12R_1 + 30 - 13R_1$$

$$\Rightarrow R_1^2 + 2/5R_1 - 30 = 0 \Rightarrow (R_1 - 4)(R_1 + 7/5) = 0 \Rightarrow R_1 = 4\Omega$$

گام پنجم: نیروی محرکه مولد را پیدا می‌کنیم:

$$V_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \times R_1 \xrightarrow{V_1=12V, R_1=4\Omega, r=1\Omega} 12 = \frac{\varepsilon}{4+1} \times 4 \Rightarrow \varepsilon = 15V$$

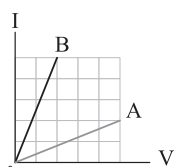
گام ششم: در حالتی که مقاومت رتوستا برابر 2Ω است، جریان الکتریکی و توان مصرفی آن را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \xrightarrow{\varepsilon=15V, R=2\Omega, r=1\Omega} I = \frac{15}{2+1} = 5A$$

$$P = RI^2 \xrightarrow{R=2\Omega, I=5A} P = 2(5)^2 = 50W$$

تست و پاسخ ۱۱۵

نمودار جریان الکتریکی عبوری از دو رسانای A و B بر حسب اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آنها به شکل زیر است. در صورتی که توان مصرفی دو رسانا در حالتی که به طور جداگانه به یک باتری به مقاومت درونی 2Ω متصل‌اند، برابر باشد، مقاومت رسانای A چند اهم است؟



۲ / ۸ (۱)

۱ / ۴ (۲)

۵ (۳)

۳ / ۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

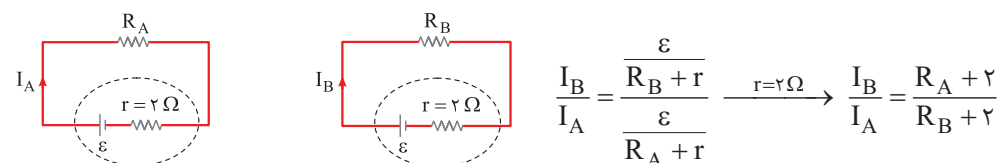
مشاوره مبحث توان و انرژی الکتریکی، این قابلیت را دارند که به راحتی با سایر مطالب در فصل جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، ترکیب شوند و این موضوع بارها در تست‌های کنکور دیده شده است.

پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به نمودار داده‌شده و با استفاده از قانون اهم، نسبت مقاومت الکتریکی رسانای A (R_A) به مقاومت الکتریکی رسانای B (R_B) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{25}{4}$$

گام دوم: دو رسانای A و B را جداگانه به یک باتری به مقاومت درونی 2Ω متصل می‌کنیم و نسبت جریان الکتریکی آنها را حساب می‌کنیم:



گام سوم: توان مصرفی دو رسانای A و B را با هم برابر قرار داده و مقاومت الکتریکی R_A را پیدا می‌کنیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow R_A I_A^2 = R_B I_B^2 \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{I_B}{I_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{25}{4} = \left(\frac{R_A + 2}{R_B + 2}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{5}{2} = \frac{R_A + 2}{R_B + 2}$$

$$\Rightarrow 2R_A + 4 = 5R_B + 10 \xrightarrow{R_B = \frac{4}{25}R_A} 2R_A = 5 \times \frac{4}{25}R_A + 6$$

$$\Rightarrow 2R_A - \frac{4}{5}R_A = 6 \Rightarrow \frac{6}{5}R_A = 6 \Rightarrow R_A = 5\Omega$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



شیمی یازدهم

تست و پاسخ ۱۱۶

کدام مطلب درست است؟

- (۱) حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود به عنوان سوخت استفاده می‌شود.
- (۲) در مدل گلوله و میله، برخلاف ساختار لوویس، چندگانگی پیوندها نمایش داده نمی‌شود.
- (۳) اتم‌های کربن می‌توانند با عنصرهای دیگر به روش‌های گوناگون متصل شده و دگرشکل‌های متفاوتی مانند گرافیت، الماس و ... ایجاد کنند.
- (۴) اتم‌های کربن می‌توانند با پیوند اشتراکی به یکدیگر متصل شوند و زنجیرها و حلقه‌هایی در اندازه‌های گوناگون بسازند.

پاسخ: گزینه ۴

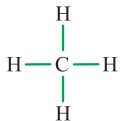
پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

(۱) حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت، بیرون کشیده می‌شود، به عنوان سوخت در وسایل نقلیه به کار می‌رود.

نکته امروزه نفت خام دو نقش اساسی دارد:

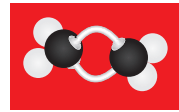
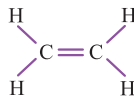
- (۱) منبع تأمین انرژی است. (حدود ۹۰ درصد)
 - (۲) ماده اولیه برای تهیه بسیاری از مواد مانند الیاف، پارچه و شوینده‌ها و ... است. (کمتر از ۱۰ درصد)
- ماده اولیه مواد و کالاهای > تأمین گرما و انرژی الکتریکی > سوخت وسایل نقلیه: میزان نفت خام مصرفی (کمتر از ۱۰٪) (حدود ۴۰٪) (حدود ۵۰٪)

(۲) در مدل گلوله و میله همانند ساختار لوویس، نوع پیوندهای اشتراکی (یگانه، دوگانه و سه‌گانه) نمایش داده می‌شود.



ساختار لوویس متان

مدل گلوله - میله متان

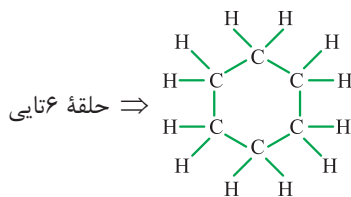
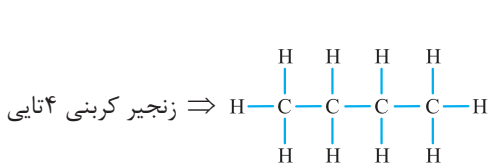


ساختار لوویس اتن

مدل گلوله - میله اتن

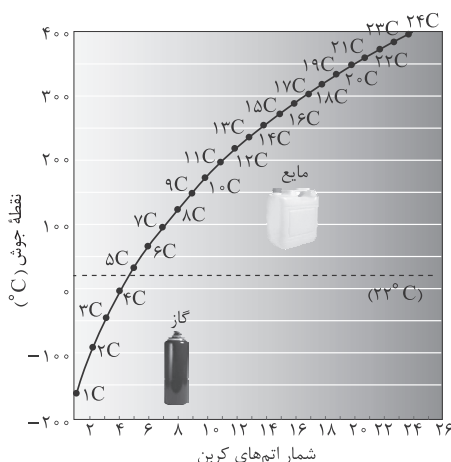
(۳) اتم‌های کربن می‌توانند با یکدیگر به روش‌های گوناگون متصل شده و دگرشکل (آلوتروپ)های متفاوتی مثل الماس، گرافیت و ... ایجاد کنند.

(۴) اتم‌های کربن، می‌توانند با خودشان پیوندهای اشتراکی تشکیل دهند و زنجیر و حلقه‌های کربنی در اندازه‌های گوناگون بسازند.



تست و پاسخ ۱۱۷

نمودار زیر، ترتیب نقطه جوش آلکان‌های راست‌زنجیر را نشان می‌دهد. با توجه به آن، کدام مطلب نادرست است؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۴ آلکان اول

(۱) آلکان‌هایی که در نام آن‌ها، پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند وجود ندارد، در دما و فشار اتاق به صورت گاز هستند.

با فرمول تقریبی $\text{C}_{18}\text{H}_{38}$

(۲) تفاوت نقطه جوش تقریبی گریس و وازلین، برابر 100°C است.

با فرمول تقریبی $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$

(۳) نقطه جوش آلکان راست‌زنجیر هم‌پار با «۳ - اتیل - ۳ - ۴» دی‌متیل هپتان» در حدود 200°C است.

آلکانی با ۱۱ کربن

(۴) با افزایش جرم مولی آلکان‌های راست‌زنجیر به مقدار ۱۴ گرم بر مول، تغییرات نقطه جوش آن‌ها رفته‌رفته کاهش می‌یابد.

تفاوت در یک گروه CH_2

پاسخ: گزینه ۲



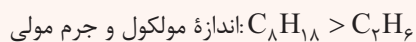
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

درس نامه ••• خواص فیزیکی آلکانها

شمار اتمهای کربن، نقش مهمی در رفتار هیدروکربن‌ها از جمله آلکان‌ها دارد؛ به طوری که با تغییر تعداد اتمهای کربن، اندازه و جرم مولکولی آلکان‌ها تغییر کرده و به دنبال آن، خواص فیزیکی آن‌ها تغییر می‌کند.

(۱) با افزایش تعداد اتمهای کربن، اندازه مولکول هیدروکربن بزرگ‌تر و جرم آن بیشتر می‌شود:

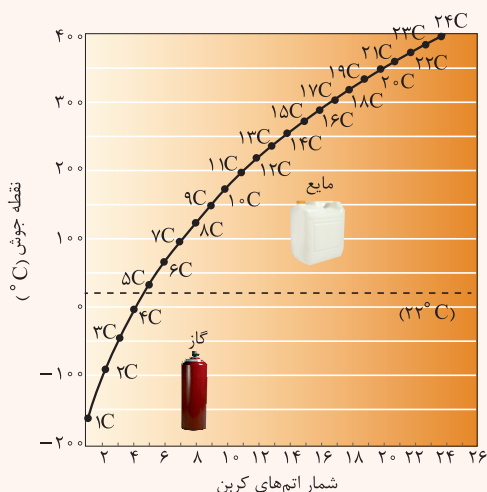


(۲) با افزایش تعداد اتمهای کربن، نقطه جوش آلکان‌ها افزایش می‌یابد:

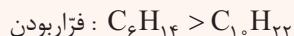


نکته گشتاور دوقطبی آلکان‌ها (و بقیه هیدروکربن‌ها) حدود صفر است؛ بنابراین جزء مواد ناقطبی بوده و نیروهای بین مولکولی در آن‌ها از نوع وان‌دروالسی است. با افزایش تعداد اتمهای کربن و بیشتر شدن جرم مولکول آلکان‌ها، نیروهای وان‌دروالسی قوی‌تر شده و نقطه جوش آن‌ها افزایش می‌یابد.

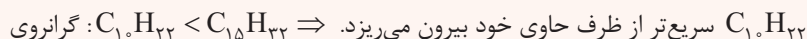
با توجه به نمودار روبه‌رو، نقطه جوش چهار آلکان نخست، یعنی متان (CH_4)، اتان (C_2H_6)، پروپان (C_3H_8) و بوتان (C_4H_{10})، کم‌تر از صفر درجه سلسیوس است؛ پس این چهار آلکان در دمای $22^\circ C$ گاز تشریف دارن!



(۳) با افزایش شمار اتمهای کربن، فشاریت (فشاربودن یا تمایل برای تبدیل شدن به حالت گاز) آلکان‌ها کاهش می‌یابد؛ به عبارت دیگر، هر چه جرم مولی آلکانی کم‌تر باشد، آن آلکان فشارتر است:



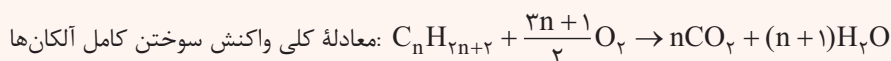
(۴) با افزایش تعداد اتمهای کربن، گرانیروی (مقاومت در برابر جاری شدن) آلکان‌ها افزایش می‌یابد؛ زیرا با افزایش تعداد اتمهای کربن، نیروهای وان‌دروالسی بین مولکول‌ها قوی‌تر شده، در نتیجه مقاومت آلکان‌های مایع در برابر جاری شدن بیشتر می‌شود؛ یعنی خیلی سخت‌تر از ظرف حاوی خود بیرون ریخته و جاری می‌شوند:



(۵) با افزایش تعداد اتمهای کربن در آلکان‌ها، چسبندگی آلکان بیشتر می‌شود؛ برای مثال وازلین (با فرمول تقریبی $C_{25}H_{52}$) از گریس (با فرمول تقریبی $C_{18}H_{38}$) چسبنده‌تر است.

خواص شیمیایی آلکان‌ها

• آلکان‌ها سیرشده هستند؛ یعنی تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند. یکی از معدود واکنش‌های آلکان‌ها، سوختن کامل آن‌ها است. از سوختن کامل آلکان‌ها (و بقیه هیدروکربن‌ها) CO_2 و H_2O تولید می‌شود:



مثال:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



● با توجه به این که آلکان‌ها تمایلی به انجام واکنش شیمیایی ندارند، میزان سمی بودن آن‌ها کم بوده و استنشاق آن‌ها بر شش‌ها و بدن تأثیر چندانی ندارد و تنها باعث کاهش مقدار اکسیژن در هوای دم می‌شود. البته *هواستون باشه!* هیچ‌گاه برای برداشتن بنزین از باک خودروها یا بشکه، از مکیدن شلنگ! استفاده نکنید؛ زیرا بخارهای بنزین وارد شش‌ها شده، از انتقال گازهای تنفسی در شش‌ها جلوگیری می‌کند و نفس کشیدن سخت می‌شود.

پاسخ تشریحی گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

۱) نام‌گذاری آلکان‌های راست‌زنجیر دارای ۱ تا ۴ اتم کربن (متان، اتان، پروپان و بوتان) با پیشوند یونانی بیان نمی‌شود و نام این آلکان‌ها براساس تاریخچه کشف آن‌ها انتخاب شده است. با توجه به نمودار، نقطه جوش این چهار آلکان کم‌تر از صفر درجه سلسیوس است و در دما و فشار اتاق به صورت گاز هستند.

حالت فیزیکی آلکان‌های راست‌زنجیر

- ← ۱ تا ۴ کربنی: گاز
- ← ۵ تا ۱۷ کربنی: مایع
- ← ۱۸ کربنی به بالا: جامد

۲) گریس ($C_{18}H_{38}$) و وازلین ($C_{25}H_{52}$) را می‌توان آلکان ۱۸ و ۲۵ کربنی در نظر گرفت. با توجه به نمودار، نقطه جوش گریس حدود $32^{\circ}C$ است، اما در رابطه با نقطه جوش وازلین با ۲۵ اتم کربن که بر روی نمودار مشخص نشده است، باید به این نکته توجه کرد که هر چه تعداد اتم‌های کربن آلکان‌های متوالی افزایش یابد، تفاوت نقطه جوش آن‌ها کم‌تر می‌شود. از این رو، با توجه به تفاوت نقطه جوش در آلکان‌های ۲۳ و ۲۴ کربنی که حدود $1^{\circ}C$ است، این تفاوت قطعاً برای آلکان‌های ۲۴ و ۲۵ کربنی کم‌تر از این مقدار بوده و نقطه جوش وازلین را می‌توان حدود $40.5^{\circ}C$ پیش‌بینی کرد؛ بنابراین تفاوت نقطه جوش گریس و وازلین کم‌تر از $10^{\circ}C$ است.

۳

نکته به موادی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، ایزومر یا هم‌پار می‌گویند.

۳- اتیل (۲ کربن)، ۳ و ۴-دی‌متیل (۲ کربن) هپتان (۷ کربن) دارای ۱۱ اتم کربن است. آلکان راست‌زنجیر با ۱۱ اتم کربن با توجه به نمودار، نقطه جوشی حدود $20^{\circ}C$ دارد.

۴) آلکان‌های راست‌زنجیر متوالی، به اندازه یک گروه CH_2 با یکدیگر اختلاف دارند (مثلاً $CH_4 - C_2H_6 = C_4H_{10}$) و افزایش جرم مولی آن‌ها، به اندازه ۱۴ گرم بر مول، یعنی به اندازه یک گروه CH_2 ($14 \text{ g.mol}^{-1} = 12 + 2(1)$) جرم مولی CH_2 است. طبق نمودار، با افزایش تعداد اتم‌های کربن بین دو آلکان راست‌زنجیر متوالی، یعنی به اندازه همون یک گروه CH_2 ، رفته‌رفته اختلاف نقطه جوش در آن‌ها کاهش می‌یابد.

تست و پاسخ ۱۱۸



در چه تعداد از هم‌پارهای هپتان، فقط دو شاخه فرعی متیل وجود دارد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲)
۵ (۳) ۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

نکته برای محاسبه تعداد ایزومر آلکان‌هایی با ۴ تا ۷ اتم کربن می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد که در آن n ، شمار اتم‌های کربن است.

$$2^{n-4} + 1 \quad (4 \leq n \leq 7)$$

تعداد ساختارهای متفاوت برای یک فرمول مولکولی (تعداد ایزومرها) در این آلکان‌ها



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

$$C_4H_{10}: n=4 \Rightarrow \text{تعداد ساختارها} = 2^{4-4} + 1 = 2^0 + 1 = 2$$

$$C_5H_{12}: n=5 \Rightarrow \text{تعداد ساختارها} = 2^{5-4} + 1 = 2^1 + 1 = 3$$

$$C_6H_{14}: n=6 \Rightarrow \text{تعداد ساختارها} = 2^{6-4} + 1 = 2^2 + 1 = 5$$

$$C_7H_{16}: n=7 \Rightarrow \text{تعداد ساختارها} = 2^{7-4} + 1 = 2^3 + 1 = 9$$

ابتدا تعداد ایزومرهای هپتان (C_7H_{16}) را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تعداد ایزومرها در هپتان} = 2^{7-4} + 1 = 2^3 + 1 = 9$$

هپتان دارای ۹ ایزومر می‌باشد. هالا باید همه این ساختارها را رسم کنیم تا ببینیم که در چند ساختار، فقط دو شاخه فرعی متیل وجود دارد.

Let's go!

(۱) $C-C-C-C-C-C-C$ هپتان	(۲) $C-C-C-C-C-C$ C ۲- متیل هگزان	(۳) $C-C-C-C-C-C$ C ۳- متیل هگزان
(۴) $C-C-C-C-C$ C C ۲، ۲- دی متیل پنتان	(۵) $C-C-C-C-C$ C C ۳، ۳- دی متیل پنتان	(۶) $C-C-C-C-C$ C C ۲، ۳- دی متیل پنتان
(۷) $C-C-C-C-C$ C C ۲، ۴- دی متیل پنتان	(۸) $C-C-C-C-C$ C C ۳- اتیل پنتان	(۹) $C-C-C-C-C$ C C ۲، ۲، ۳- تری متیل بوتان

در ایزومرهای (۴)، (۵)، (۶) و (۷)، فقط دو شاخه فرعی متیل وجود دارد.

تست و پاسخ ۱۱۹

اگر در ساختار آلکانی، فقط شش گروه CH_3 ، دو گروه CH و یک گروه C وجود داشته باشد، چه تعداد از مطالب زیر در مورد آن درست است؟



• نقطه جوش آن به یقین کم‌تر از دکان راست‌زنجیر است.

• این ترکیب دارای چهار شاخه فرعی متیل بوده و فاقد شاخه فرعی اتیل است.

• شمار پیوندهای کربن - هیدروژن در ساختار آن، ۱۱ واحد بیشتر از شمار اتم‌های کربن است.

• نام این ترکیب به یقین «۲، ۳، ۳، ۴- تترامتیل پنتان» است.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

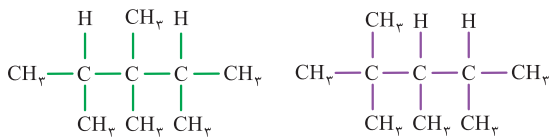
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی

عبارت‌های اول، دوم و سوم درست هستند.

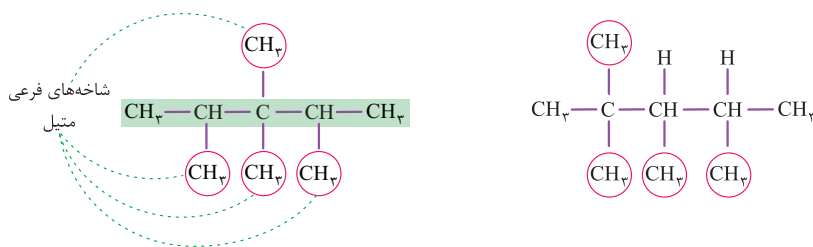
ابتدا با توجه به اطلاعات داده‌شده، ساختار آلکان مورد نظر را رسم می‌کنیم. این آلکان می‌تواند یکی از ساختارهای زیر را داشته باشد:



بررسی عبارت‌ها:

• ترکیب مورد نظر یک آلکان با ۹ اتم کربن است؛ بنابراین، نقطه جوش آن به یقین کمتر از دکان (آلکانی با ۱۰ اتم کربن) است.

• این ترکیب در هر دو حالت، شاخه فرعی اتیل ندارد و چهار شاخه فرعی متیل دارد:

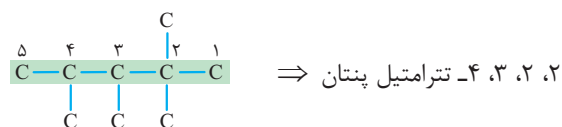
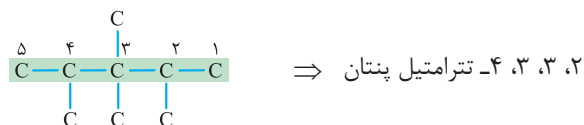


• فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر در هر دو حالت C_9H_{20} است. در هیدروکربن‌ها، به تعداد اتم‌های هیدروژن، پیوند «C—H» وجود دارد؛

بنابراین در این ترکیب ۲۰ پیوند «C—H» موجود است که تعداد آن، ۱۱ واحد بیشتر از تعداد اتم‌های کربن (۹) می‌باشد.

• نام این ترکیب در یک حالت می‌تواند ۲، ۳، ۴- تترامتیل پنتان و در حالت دیگر می‌تواند ۲، ۳، ۴- تترامتیل پنتان باشد؛ پس نمی‌توانیم

بگوییم این عبارت به یقین درست است.



تست و پاسخ ۱۲۰

تفاوت در دو گروه CH_3

مخلوطی از دو آلکان به مقدار ۱ مول در اختیار داریم. اگر تفاوت جرم مولی آن‌ها برابر ۲۸ گرم بر مول بوده و در اثر سوختن کامل آن‌ها، $33/6$ لیتر گاز

کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید شود، چند درصد حجمی این مخلوط را آلکان سبک‌تر تشکیل داده است؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

۴۰ (۲)

۲۵ (۱)

۷۵ (۴)

۶۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

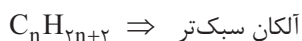


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

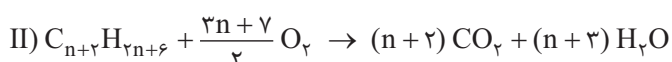
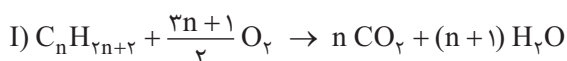
پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به این که اختلاف جرم مولی دو آلکان مورد نظر ۲۸ گرم بر مول است، یعنی به اندازه دو کربن با هم فاصله دارند (یعنی دوتا CH_2)، بنابراین فرمول مولکولی یکی را $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ و دیگری را $\text{C}_{n+2}\text{H}_{2n+6}$ در نظر می‌گیریم:



گام دوم: اگر شمار مول‌های آلکان سبک‌تر را x در نظر بگیریم، بنابراین شمار مول‌های آلکان سنگین‌تر برابر $1-x$ خواهد بود.

گام سوم: حالا واکنش سوختن هر کدام را به طور جداگانه می‌نویسیم:



گام چهارم: تعداد مول CO_2 را با توجه به هر کدام از واکنش‌های (I) و (II) محاسبه می‌کنیم:

$$\text{I) } x \text{ mol } \text{C}_n\text{H}_{2n+2} \times \frac{n \text{ mol } \text{CO}_2}{1 \text{ mol } \text{C}_n\text{H}_{2n+2}} = nx \text{ mol } \text{CO}_2$$

$$\text{II) } (1-x) \text{ mol } \text{C}_{n+2}\text{H}_{2n+6} \times \frac{(n+2) \text{ mol } \text{CO}_2}{1 \text{ mol } \text{C}_{n+2}\text{H}_{2n+6}} = (1-x)(n+2) = n - nx - 2x + 2 \text{ mol } \text{CO}_2$$

بنابراین مجموع مول‌های CO_2 تولیدی برابر خواهد بود با $n - 2x + 2$.

گام پنجم: تعداد مول‌های CO_2 را با توجه به حجم آن در شرایط STP محاسبه کرده و با مرحله قبل برابر قرار می‌دهیم:

$$33/6 \text{ L } \text{CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol } \text{CO}_2}{22/4 \text{ L } \text{CO}_2} = 1/5 \text{ mol } \text{CO}_2$$

$$n - 2x + 2 = 1/5 \Rightarrow n + 2 - 1/5 = 2x \Rightarrow x = \frac{n + 9/5}{2}$$

گام ششم: حالت‌های ممکن را بررسی می‌کنیم. می‌بینیم که فقط در حالتی شرایط صورت سؤال ممکن است که n برابر با عدد ۱ باشد.

$$n=1 \Rightarrow x = \frac{n + 9/5}{2} = \frac{1 + 9/5}{2} = 1/2 \Rightarrow \begin{cases} \text{C}_1\text{H}_{2n+2} : 1/2 \text{ mol} \quad \checkmark \\ \text{C}_{n+2}\text{H}_{2n+6} : 1/2 \text{ mol} \quad \checkmark \end{cases}$$

$$n=2 \Rightarrow x = \frac{n + 9/5}{2} = \frac{2 + 9/5}{2} = 17/20 \Rightarrow \begin{cases} \text{C}_2\text{H}_{2n+2} : 17/20 \text{ mol} \\ \text{C}_{n+2}\text{H}_{2n+6} : 3/20 \text{ mol} \quad \times \end{cases}$$

:

بنابراین، تنها حالت ممکن این است که n برابر ۱ و آلکان‌های مورد نظر CH_4 و C_3H_8 باشند. تعداد مول آن‌ها هم به ترتیب برابر $1/2$ و $1/2$ مول C_3H_8 است.

گام هفتم: از آنجا که درصد حجمی در گازها برابر با درصد مولی آن‌ها است، کافی است درصد مولی CH_4 را حساب کنیم:

$$\text{درصد حجمی } \text{CH}_4 = \frac{\text{مول } \text{CH}_4}{\text{مجموع مول } \text{C}_3\text{H}_8 \text{ و } \text{CH}_4} = \frac{1/2}{1} \times 100 = 50\%$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۲۱

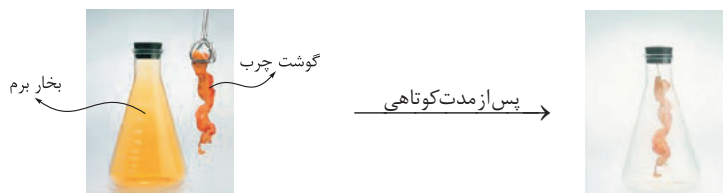
کدام مطلب نادرست است؟

- ۱) هرگاه در هیدروکربنی، دو اتم کربن به سه اتم دیگر متصل باشد، واکنش پذیری زیادی خواهد داشت.
- ۲) اتیلن از موز و گوجه‌فرنگی رسیده آزاد شده و یک عمل‌آورنده محسوب می‌شود.
- ۳) اتانول، الکلی دوکربنی، بی‌رنگ و فزّار است که به هر نسبتی در آب حل شده و در بیمارستان‌ها به عنوان ضدعفونی‌کننده استفاده می‌شود.
- ۴) مولکول چربی سیرنشده موجود در گوشت، با بخار برم واکنش داده و مادهٔ قرمزنگی تولید می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ تشریحی

اگر تکه‌ای گوشت چرب را در ظرف حاوی بخار قرمزنگ برم، وارد کنیم، پس از مدت کوتاهی ظرف حاوی آن، بی‌رنگ می‌شود. به عبارت دیگر، چربی موجود در گوشت، دارای پیوند دوگانهٔ $(C=C)$ بوده و سیرنشده محسوب می‌شود. در واقع واکنش‌دهندهٔ قرمزنگ (برم) در این واکنش مصرف می‌شود.



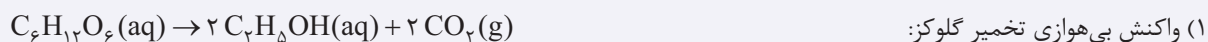
بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) در ساختار آلکن‌ها دو اتم کربن به سه اتم دیگر متصل بوده، بنابراین این مولکول‌ها سیرنشده هستند و واکنش‌پذیری زیادی دارند.
- ۲) در گذشته گاز اتن (C_2H_2) را با نام گاز اتیلن می‌خواندند.

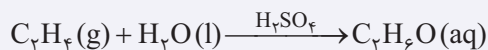
- ← نخستین عضو خانوادهٔ آلکن‌هاست.
- ← در بیشتر گیاهان وجود دارد.
- ← اتن (اتیلن)
- ← موز و گوجه‌فرنگی رسیده آن را آزاد می‌کنند.
- ← در کشاورزی به عنوان عمل‌آورنده استفاده می‌شود.
- ← سنگ بنای صنایع پتروشیمی است.

۳) اتانول (C_2H_5OH) یا (C_2H_5O) الکلی دوکربنی، بی‌رنگ و فزّار است که به هر نسبتی در آب حل می‌شود. این الکل یکی از مهم‌ترین حلال‌های صنعتی است که در تهیهٔ مواد دارویی، بهداشتی و آرایشی به کار می‌رود. از اتانول در بیمارستان‌ها به عنوان ضدعفونی‌کننده استفاده می‌شود.

نکته در محدودهٔ کتاب درسی، اتانول را می‌توان به دو روش تهیه کرد:



۲) وارد کردن گاز اتن در مخلوط آب و اسید:



تست و پاسخ ۱۲۲

در اثر انجام کامل واکنش‌های زیر، نسبت شمار پیوندها به اتم‌های کربن در محصولات واکنش‌های a، b و c، به ترتیب کدام است؟

a) آب + اتیلن →

b) برم + پروپن →

c) هیدروژن + استیلن →

۳/۵ - ۳/۳ - ۴/۴

۳ - ۳/۳ - ۴/۳

۳/۵ - ۳ - ۳/۵ (۲)

۳ - ۳ - ۳/۵ (۱)

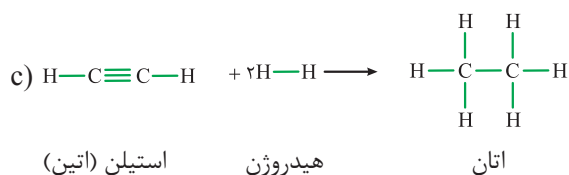
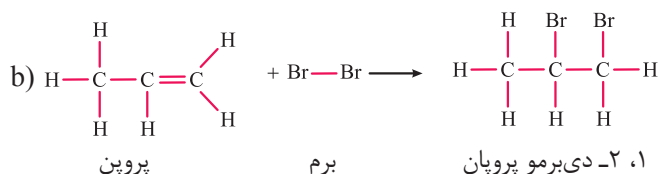
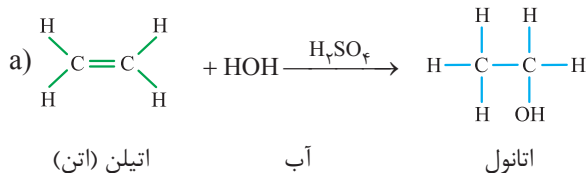
پاسخ: گزینهٔ ۴



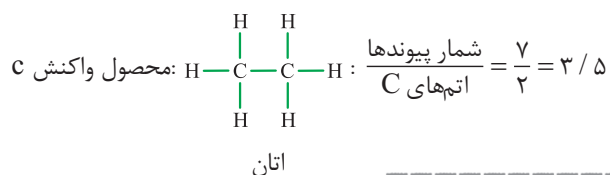
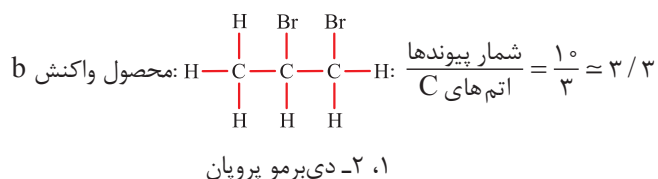
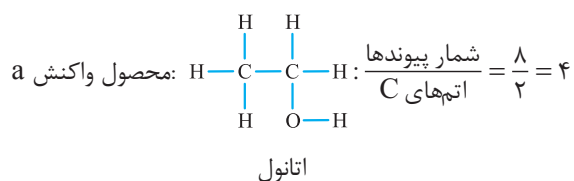
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

ابتدا معادله واکنش کامل هر یک را می‌نویسیم:



علاوه‌براین، نسبت شمار پیوندها به اتم‌های کربن در محصولات را حساب کنیم:



تست و پاسخ ۱۳۳

اگر از واکنش یک هیدروکربن با ۱۲ گرم برم، ۱۳/۵ گرم محصول سیر شده تولید شود، هیدروکربن مورد نظر، کدام یک از ترکیب‌های زیر می‌تواند باشد؟ ($\text{Br} = 80, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) اتیلن (۲) استیلن (۳) پروپین (۴) بوتن

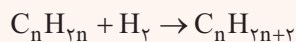
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره همون طور که می‌دونید، آلکن‌ها و آلکین‌ها سیر نشده هستند و در نتیجه واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به آلکان‌ها دارند و در واکنش‌های بیشتری شرکت می‌کنند، به طوری که این واکنش‌ها و مسائل مربوط به آن‌ها، به تازگی بیشتر مورد علاقه طراحان کنکور قرار گرفته‌اند و شده‌اند پای ثابت سؤال‌های کنکور! حال، یکی از انواع این واکنش‌های مهم، واکنش آلکن‌ها و آلکین‌ها با هالوژن‌ها یا گاز هیدروژن است که در س‌نامه صفحه بعد به طور کامل آن را برایتان بررسی می‌کنیم.

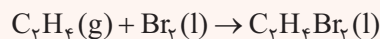
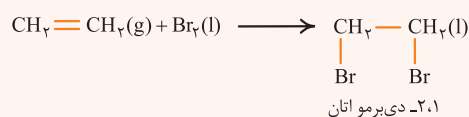
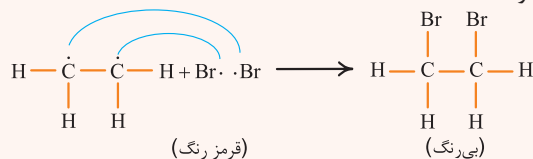
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

درس نامه •• واکنش آلکن‌ها با هالوژن‌ها یا گاز هیدروژن (X_2 یا H_2)

در این واکنش، پیوند یگانه بین دو اتم هالوژن در مولکول دواتمی هالوژن (یا پیوند یگانه بین دو اتم هیدروژن در مولکول هیدروژن) $X-X$ و همچنین یکی از پیوندها در پیوند دوگانه کربن - کربن شکسته شده و دو اتم هالوژن (یا دو اتم هیدروژن) با پیوند یگانه به اتم‌های کربن وصل می‌شوند.

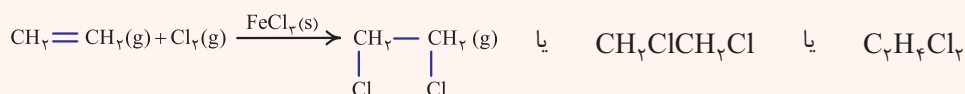


مثال: در اثر واکنش برم مایع با گاز اتن، ترکیب سیرشده ۲،۱- دی‌برمو اتان به دست می‌آید. برم مایع، قرمز رنگ است و در اثر انجام این واکنش و مصرف آن، رنگ قرمز از بین می‌رود و فرآورده‌ای بی‌رنگ تولید می‌شود.

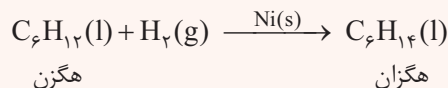


نکته از آنجا که همه آلکن‌ها در واکنش افزایشی با برم شرکت می‌کنند و بر اثر انجام این واکنش، رنگ قرمز برم از بین می‌رود، این واکنش، یعنی بی‌رنگ شدن برم در حضور آلکن‌ها، نشان‌دهنده حضور پیوند دوگانه $C=C$ در ترکیب بوده و یکی از روش‌های شناسایی آلکن‌ها از هیدروکربن‌های سیرشده می‌باشد.

کتاب درسی در «تمرین‌های دوره‌ای» صفحه ۱۲۳، به واکنش افزایشی گاز کلر با گاز اتن در حضور کاتالیزگر $FeCl_3$ نیز اشاره کرده است.



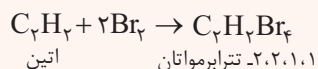
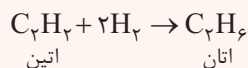
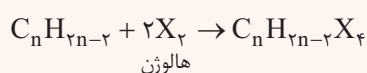
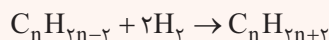
در «تمرین‌های دوره‌ای» صفحه ۵۰ کتاب درسی، اشاره‌ای ریز به واکنش افزایشی آلکن‌ها با گاز هیدروژن (H_2) در حضور کاتالیزگر نیکل (Ni) شده است:



در این جا هم، پیوند یگانه بین دو اتم هیدروژن و همچنین یکی از پیوندها در پیوند دوگانه کربن - کربن شکسته شده و دو اتم هیدروژن با پیوند یگانه به اتم‌های کربن وصل می‌شوند؛ یعنی آلکن به آلکان تبدیل می‌شود.

واکنش آلکین‌ها با هالوژن‌ها یا گاز هیدروژن (X_2 یا H_2)

با توجه به این که آلکین‌ها (C_nH_{2n-2}) نسبت به آلکان هم‌کربن خود (C_nH_{2n+2})، ۴ اتم هیدروژن کم‌تر دارند، برای تبدیل هر مول از آن‌ها به یک ترکیب سیرشده، به دو مول گاز هیدروژن یا هالوژن نیاز است:



مثال:

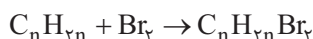


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی با توجه به این که فراورده واکنش مورد نظر، سیر شده و همچنین با توجه به گزینه‌ها، هیدروکربن مورد نظر، جزء خانواده آلکن‌ها یا آلکین‌هاست، معادله کلی واکنش‌های سیرشدن کامل آلکن‌ها و آلکین‌ها با برم (Br_2) را نوشته و با برقراری تناسب، هیدروکربن مورد نظر را تشخیص می‌دهیم:

حالت اول: هیدروکربن مورد نظر آلکن (C_nH_{2n}) باشد:

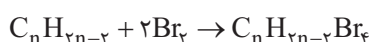


$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{12}{1 \times 160} = \frac{13/5}{1 \times (14n + 160)} \Rightarrow 14n + 160 = \frac{160 \times 13/5}{12} = 180$$

$$\Rightarrow 14n = 20 \Rightarrow n = \frac{20}{14} \times$$

بنابراین در اعضای خانواده آلکن‌ها، رابطه گفته شده صدق نمی‌کند؛ پس (۱) و (۲) پرا!

حالت دوم: هیدروکربن مورد نظر آلکین ($\text{C}_n\text{H}_{2n-2}$) باشد.



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{12}{2 \times 160} = \frac{13/5}{1 \times (14n - 2 + 320)} \Rightarrow 14n + 318 = \frac{2 \times 160 \times 13/5}{12} = 360$$

$$\Rightarrow 14n = 42 \Rightarrow n = \frac{42}{14} = 3 \checkmark$$

بنابراین در خانواده آلکین‌ها، هیدروکربن مورد نظر می‌تواند پروپین (C_3H_4) باشد. (۳)؛ (۲) هم که واضع که مغف و صدق نمی‌کنه!

تست و پاسخ ۱۲۴

کدام موارد زیر، درست است؟

- (الف) در جوشکاری کاربیدی، از سوختن گاز استیلن، دمای لازم برای جوش دادن قطعه‌های فلزی تأمین می‌شود.
 (ب) سیکلو (cyclo) پیشوندی به معنای حلقوی است که برای نام‌گذاری همه ترکیب‌های آلی حلقوی به کار می‌رود.
 (پ) نفتالن نوعی ترکیب آروماتیک بوده که نسبت شمار پیوندهای دوگانه کربن - کربن به شمار پیوندهای کربن - هیدروژن در آن، برابر ۷۵ / ۰ است.
 (ت) در پالایش نفت خام با استفاده از تقطیر جزء به جزء، هیدروکربن‌های نفت را به صورت مخلوط‌هایی با فرآریت نزدیک به هم جدا می‌کنند.

(۲) الف - ت

(۱) الف - ب

(۴) پ - ت

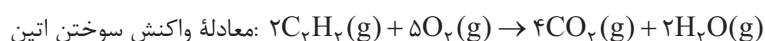
(۳) ب - پ

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف» و «ت»، درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) یکی از کاربردهای معروف اتین (استیلن)، مربوط به واکنش سوختن آن است که برای جوشکاری و برشکاری فلزها استفاده می‌شود. در جوش کاربیدی با سوختن گاز اتین، دمای لازم برای جوش دادن قطعه‌های فلزی تأمین می‌شود:



(ب) سیکلو (cyclo) پیشوندی به معنای حلقوی است که برای نام‌گذاری برخی ترکیب‌های حلقوی به کار می‌رود؛ نه همه آن‌ها! به عنوان مثال بنزن، به عنوان سرگروه هیدروکربن‌های آروماتیک، هیدروکربنی سیرنشده و حلقوی است، اما در نام‌گذاری آن پیشوند (سیکلو) به کار نرفته است!

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

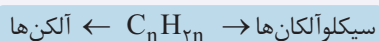


نکته سیکلوآلکان‌ها

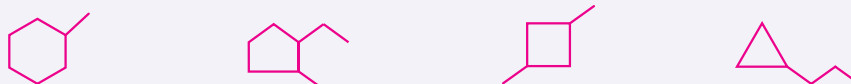
- (۱) دسته‌ای از هیدروکربن‌های سیرشده هستند که مانند آلکان‌ها همه پیوندها در آن‌ها از نوع یگانه است، با این تفاوت که ساختاری حلقوی دارند.
- (۲) فرمول کلی سیکلوآلکان‌ها به صورت C_nH_{2n} است ($n \geq 3$). از آن‌جا که برای ایجاد یک حلقه، حداقل باید ۳ اتم کربن وجود داشته باشد، ساده‌ترین سیکلوآلکان، سیکلوپروپان با فرمول مولکولی C_3H_6 است.
- (۳) بر شما واجب است! که سیکلوآلکان‌ها تا ۶ اتم کربن را بلد باشید:

تعداد اتم کربن در سیکلوآلکان	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
فرمول مولکولی (C_nH_{2n})	C_3H_6	C_4H_8	C_5H_{10}	C_6H_{12}
نام	سیکلوپروپان	سیکلوبوتان	سیکلوپنتان	سیکلوهگزان
ساختار گسترده				
ساختار پیوند-خط				

- (۴) فرمول مولکولی سیکلوآلکان‌ها و آلکن‌های هم‌کربن مشابه است (C_nH_{2n})، ولی این دو دسته از هیدروکربن‌ها، ساختار متفاوتی دارند؛ بنابراین آلکن‌ها با سیکلوآلکان‌های هم‌کربن، ایزومر هستند.



- (۵) همه هیدروکربن‌هایی که در ساختار خود دارای حلقه‌ای هستند که در آن هر اتم کربن با چهار پیوند اشتراکی به چهار اتم دیگر متصل شده، جزء سیکلوآلکان‌ها می‌باشند. برای نمونه، همه ترکیب‌های زیر سیکلوآلکان هستند:



- (۶) سیکلوآلکان‌ها مانند آلکان‌ها، هیدروکربن‌هایی سیرشده هستند؛ بنابراین در واکنش‌های افزایشی، مانند واکنش با H_2 ، Br_2 و ... شرکت نمی‌کنند.
- (۷) برای شناسایی سیکلوآلکان‌ها از آلکن‌ها، می‌توان از محلول برم استفاده نمود. بدین ترتیب که آلکن‌ها، محلول برم را از قرمز به بی‌رنگ تبدیل می‌کنند، در حالی که سیکلوآلکان‌ها بر محلول برم بی‌اثرند.

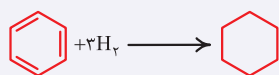


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

نکته: مقایسه سیکلوهگزان و بنزن:

بنزن	سیکلوهگزان
C_6H_6	C_6H_{12}
هیدروکربن حلقوی سیر نشده (آروماتیک)	هیدروکربن حلقوی سیر شده
واکنش پذیر (ناپایدار)	واکنش ناپذیر (پایدار) (به جز واکنش سوختن)
تعداد پیوند اشتراکی: ۱۵	تعداد پیوند اشتراکی: ۱۸ (همه از نوع یگانه)
هر اتم کربن با ۴ پیوند اشتراکی به ۳ اتم دیگر متصل است.	هر اتم کربن با ۴ پیوند اشتراکی به ۴ اتم دیگر متصل است.



توجه: برای تبدیل هر مول بنزن به سیکلوهگزان، به سه مول گاز هیدروژن (H_2) نیاز است.

(پ)

نکته: نفتالن ($C_{10}H_8$):

- از جمله هیدروکربن‌های آروماتیک است.
- در ساختار آن، ۵ پیوند دوگانه وجود دارد و هر مول از آن با ۵ مول گاز هیدروژن به طور کامل سیر می‌شود.
- مدت‌ها به عنوان ضدبید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است.
- ناقطبی بوده و گشتاور دوقطبی آن برابر با صفر ($\mu = 0$) است.

فرمول مولکولی	فرمول ساختاری	فرمول نقطه - خط
$C_{10}H_8$		

در ساختار نفتالن، ۵ پیوند دوگانه $C=C$ وجود دارد؛ همچنین شمار پیوندهای $C-H$ در آن، برابر شمار اتم‌های H یعنی ۸ است؛ در نتیجه داریم:

$$\text{نفتالن: } \frac{\text{شمار پیوندهای } C=C}{\text{شمار پیوندهای } C-H} = \frac{5}{8} = 0.625$$

(ت) با توجه به این که نفت خامی که از زیر زمین استخراج می‌شود حاوی نمک‌ها، اسیدها و آب است، ابتدا این مواد را از نفت خام جدا می‌کنند و پس از جدا کردن این ناخالصی‌ها، هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را با روش تقطیر جزء به جزء پالایش می‌کنند. با استفاده از این روش، هیدروکربن‌های موجود در نفت خام به صورت مخلوط‌هایی با نقطه جوش و در نتیجه فشاریت نزدیک به هم، جدا می‌شوند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۲۵

کدام مطلب درست است؟

- (۱) خورشید تنها منبع حیات‌بخش انرژی بوده که انرژی گرمایی و نورانی آن به دلیل تبدیل انرژی به ماده است.
- (۲) یکی از راه‌های آزادشدن انرژی مواد، سوزاندن آن‌ها است که انرژی آزادشده به نوع ماده و جرم آن بستگی دارد.
- (۳) هر ماده‌ای جنبش‌های پیوسته دارد؛ از این‌رو، انرژی جنبشی تک‌تک ذره‌های سازنده یک ماده در دمای مشخص، متفاوت از هم نخواهد بود.
- (۴) دما همواره از جسمی با انرژی گرمایی بالاتر به جسمی با انرژی گرمایی پایین‌تر جاری می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی سوزاندن مواد، یکی از راه‌های آزادشدن انرژی آن‌هاست؛ در واقع هر ماده غذایی انرژی دارد و میزان انرژی آن به جرمی بستگی دارد که می‌سوزد! **فیلی واژه** که انرژی ذخیره‌شده در هر ماده، به نوع و مقدار آن وابسته است. بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) یافته‌های تجربی نشان می‌دهند که انرژی از راه‌های گوناگون با ماده ارتباط دارد؛ آن‌چنان‌که کاهش جرم خورشید به عنوان تنها منبع حیات‌بخش انرژی، تبدیل ماده به انرژی را تأیید می‌کند!
- (۳) دمای یک ماده را می‌توان معیاری برای توصیف میانگین انرژی جنبشی و میانگین تندی ذره‌های سازنده آن دانست. اما **هواستون باشه** که! یک نمونه ماده دارای تعداد بی‌شماری ذره است و این ذرات (اتم‌ها، مولکول‌ها یا یون‌ها) همواره و به طور نامنظم در حال جنب‌وجوش هستند؛ در نتیجه نمی‌توان در یک دمای مشخص، انرژی جنبشی تک‌تک ذرات سازنده را یکسان دانست.

نکته

هر چه دمای یک ماده بالاتر باشد ← میانگین تندی (سرعت) ذره‌های سازنده آن بیشتر است.
 ← میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن بیشتر است.
 ← جنبش‌های نامنظم ذره‌های سازنده آن شدیدتر است.
 ← میزان گرمی آن بیشتر است.
 ← اطلاعات داده‌شده برای مقایسه مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن و یا مقایسه انرژی گرمایی آن با سایر مواد کافی نیست.

- (۴) دمای مواد، جهت جاری‌شدن انرژی گرمایی آن‌ها را مشخص می‌کند، نه انرژی گرمایی آن‌ها! به عبارت دیگر، جهت جاری‌شدن انرژی گرمایی، همواره از ماده‌ای با دمای بالاتر به ماده‌ای با دمای پایین‌تر است نه لزوماً از ماده‌ای با انرژی گرمایی بیشتر به ماده‌ای با انرژی گرمایی کم‌تر!

تست و پاسخ ۱۲۶

درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها، متفاوت است؟

- (۱) روغن و چربی رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند، به طوری که واکنش‌پذیری روغن بیشتر است.
- (۲) ظرفیت گرمایی به چهار عامل دما، فشار، نوع ماده و مقدار آن بستگی دارد.
- (۳) گرما را می‌توان هم‌ارز با آن مقدار انرژی گرمایی دانست که به دلیل تفاوت در دما جاری می‌شود.
- (۴) هنگام نوشیدن شیر با دمای 6°C ، فرایند هم‌دماشدن آن با بدن، برخلاف فرایند هضم آن، یک واکنش گرماده است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

(۴) برخلاف سایر گزینه‌ها، نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

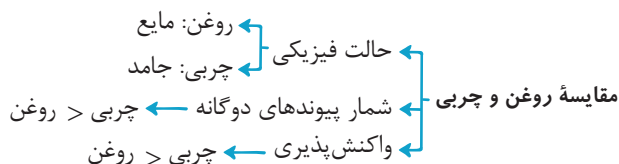
- (۱) روغن و چربی از جمله ترکیب‌های آلی هستند که به دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند، به طوری که روغن دارای حالت فیزیکی مایع بوده، اما چربی جامد است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

از دیدگاه شیمیایی، در ساختار مولکول‌های روغن نسبت به چربی، پیوندهای دوگانه بیشتری وجود دارد و می‌توان نتیجه گرفت که روغن واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به چربی دارد. ✓



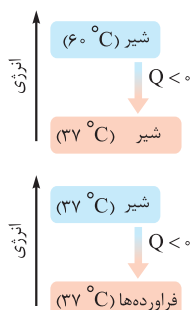
ظرفیت گرمایی به چهار عامل دما، فشار، نوع ماده، مقدار ماده و ظرفیت گرمایی ویژه به سه عامل دما، فشار، نوع ماده وابسته است. ✓

۳

نکته تفاوت‌های دما، گرما و انرژی گرمایی:

دما		
۱) کمیتی که میزان گرمی و سردی مواد را نشان می‌دهد.	۲) معیاری برای توصیف میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده یک ماده است.	۳) مستقل از جرم ماده است.
۴) قابل اندازه‌گیری است.	۵) یکای رایج آن درجه سلسیوس ($^{\circ}\text{C}$) و یکای آن در «SI»، کلوین (K) است.	۶) نماد آن برحسب سلسیوس « θ » و برحسب کلوین «T» است.
۷) از ویژگی‌های یک نمونه از ماده است.	۸) صورتی از انرژی نیست.	—
انرژی گرمایی		
۱) مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده است.	۲) به جرم و دمای ماده وابسته است.	۳) قابل اندازه‌گیری نیست.
۴) از ویژگی‌های یک نمونه ماده است.	۵) صورتی از انرژی است.	—
گرما		
۱) شکلی از انرژی است و به مقدار ماده وابسته است.	۲) هم‌ارز با آن مقدار انرژی گرمایی است که به دلیل تفاوت در دما، میان دو جسم جاری می‌شود.	۳) تغییر دمای یک سامانه ($\Delta\theta$ یا ΔT) و گرما (Q) برای توصیف یک فرایند به کار می‌روند.
۴) از ویژگی‌های یک نمونه ماده نیست و اشاره به گرمای یک نمونه ماده از نظر علمی نادرست است.	۵) گرما را با نماد «Q» نشان می‌دهند و یکای اندازه‌گیری آن در «SI» ژول (J) است. $(1\text{ J} = 1\text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2})$	۶) برای بیان مقدار گرما می‌توان از یکاهای دیگری مانند کالری (cal) استفاده نمود. $(1\text{ cal} = 4/18\text{ J})$

پس گرما، هم‌ارز با انرژی گرمایی‌ای است که به علت تفاوت در دما، جاری می‌شود. ✓



۴) با مصرف یک لیوان شیر با دمای 6°C ، پس از ورود شیر به بدن، ابتدا شیر مقداری انرژی به شکل گرما از دست می‌دهد تا با بدن هم‌دما شود. در این فرایند با جاری شدن انرژی از شیر به بدن که دمای آن 37°C است، دمای شیر به 37°C کاهش ($\Delta\theta < 0$) می‌یابد و $Q < 0$ می‌شود و در نتیجه فرایند گرماده است. در مرحله بعد، بخش عمده انرژی موجود در شیر هنگام فرایند گوارش و سوخت و ساز به بدن می‌رسد. فرایندهایی که با انجام واکنش‌های شیمیایی گوناگونی همراه هستند و منجر به تولید انرژی و مواد اولیه مورد نیاز سوخت و ساز یاخته‌های بدن خواهند شد. فرایند گوارش و سوخت و ساز مواد غذایی از جمله شیر در بدن، با آزادسازی انرژی همراه است؛ پس این فرایندها همواره گرماده هستند. ✘

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



توجه در مورد خوردن بستنی *هواستون باشه* که فرایند همدماشدن آن در بدن گرماگیر است، در حالی که گوارش و سوخت و ساز آن گرماده می باشد.

تست و پاسخ ۱۲۷

یک ظرف دربسته فولادی با دمای 25°C و جرم ۳ کیلوگرم داریم. داخل این ظرف، $5/6$ گرم اتن به همراه اکسیژن کافی می سوزد. اگر 70% از گرمای حاصل از سوختن اتن توسط ظرف جذب شود، دمای ظرف به تقریب، به چند درجه سلسیوس می رسد؟ (گرمای ویژه فولاد را 0.5 ژول بر گرم بر درجه سلسیوس در نظر بگیرید، $C = 12, H = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۱۹۷ (۴)

۱۷۲ (۳)

۱۴۶ (۲)

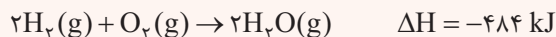
۱۲۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا با توجه به معادله گرماشیمیایی داده شده، گرمای حاصل از سوختن کامل $5/6$ گرم اتن رو محاسبه کن، سپس با استفاده از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، میزان افزایش دمای ظرف فولادی و در نهایت دمای پایانی ظرف رو به دست بیار! فقط *هواست باشه* که 70% درصد انرژی آزاد شده از سوختن کامل اتن توسط ظرف جذب می شود.

درس نامه •• قبلاً گفتیم که مقدار گرمای مبادله شده در یک واکنش، به مقدار واکنش دهنده ها بستگی دارد. حالا در این کادر شما را با مسائل استوکیومتری ΔH می آشنا مییم!

با یک مثال ساده شروع می کنیم. واکنش زیر را در نظر بگیرید:



ΔH این واکنش به ما می گوید بر اثر واکنش ۲ مول H_2 با ۱ مول O_2 که باعث تولید ۲ مول H_2O می شود، 484 kJ گرما آزاد می شود (یادتونه که! منفی بودن ΔH ، نشانه گرماده بودن واکنش است).

به نظر شما اگر ۱ گرم H_2 با مقدار کافی O_2 واکنش دهد، چه مقدار گرما آزاد می شود؟

جواب: اول از همه، باید ببینیم ۱ گرم H_2 معادل چند مول H_2 است:

$$1 \text{ g H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} = 0.5 \text{ mol H}_2$$

چون به ازای هر ۲ مول H_2 ، 484 kJ گرما آزاد می شود؛ بنابراین مقدار گرمای آزاد شده به ازای 0.5 مول H_2 برابر است با:

$$0.5 \text{ mol H}_2 \times \frac{484 \text{ kJ}}{2 \text{ mol H}_2} = 121 \text{ kJ}$$

نتیجه همیشه پای مول در میان است! در مسائل ΔH ، ابتدا باید مقدار داده شده از ماده مورد نظر (حالا می تواند بر حسب جرم یا حجم باشد!) را به تعداد مول آن تبدیل کنیم، سپس با توجه به معادله واکنش داده شده و ضریب استوکیومتری آن ماده، مقدار گرمای مبادله شده را حساب کنیم. به طور مثال در این جا می توان یهو! نوشت:

$$1 \text{ g H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} \times \frac{484 \text{ kJ}}{2 \text{ mol H}_2} = 121 \text{ kJ}$$

فب! حالا اگر مثلاً از شما بپرسند بر اثر سوختن $4/48$ لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد، چه مقدار گرما آزاد می شود، باید بنویسید:

$$4/48 \text{ L H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{22/4 \text{ L H}_2} \times \frac{484 \text{ kJ}}{2 \text{ mol H}_2} = 48/4 \text{ kJ}$$

توجه دبافتگان روش کسر تناسب اصلاً فودشون رو ناراحت نکنن! این گونه مسائل را با استفاده از این روش هم می توان حل کرد. به کسرهای قبلی که بلد بودیم، کسر $\frac{Q}{|\Delta H|}$ هم اضافه می شود. Q گرمای مبادله شده در واکنش (به ازای مقداری که در مسئله داده شده) و $|\Delta H|$ ، قدر مطلق ΔH واکنش (گرمای مبادله شده طبق ضریب استوکیومتری مواد در معادله موازنه شده) است.

$$\frac{\text{مول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \dots = \frac{Q}{|\Delta H|}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

به طور مثال، در مورد گرمای آزاد شده به ازای سوختن یک گرم H_2 باید بنویسیم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{1}{2 \times 2} = \frac{Q}{484} \Rightarrow Q = \frac{484}{4} = 121 \text{ kJ}$$

به همین ترتیب در مورد گرمای آزاد شده به ازای سوختن $4/48$ لیتر گاز H_2 در شرایط استاندارد، چون با حجم سروکار داریم، می توان نوشت:

$$\frac{\text{حجم (L)}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{4/48}{2 \times 22/4} = \frac{Q}{484} \Rightarrow Q = \frac{4/48 \times 484}{2 \times 22/4} = 48/4 \text{ kJ}$$

پاسخ تشریحی گام اول: مقدار گرمای حاصل از سوختن کامل $5/6$ گرم گاز اتن را محاسبه می کنیم:

$$5/6 \text{ g } C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{28 \text{ g } C_2H_6} \times \frac{1300 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_2H_6} \times \frac{10^3 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} = 260 \times 10^3 \text{ J}$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{5/6}{1 \times 28} = \frac{Q}{1300} \Rightarrow Q = \frac{5/6 \times 1300}{28} = 260 \text{ kJ} = 260 \times 10^3 \text{ J}$$

گام دوم: 70% از گرمای حاصل از سوختن کامل اتن، صرف افزایش دمای ظرف فولادی شده است؛ بنابراین، مقدار این گرما برابر است با:

$$260 \times 10^3 \times \frac{70}{100} = 182 \times 10^3 \text{ J}$$

گام سوم: مقدار افزایش دمای ظرف فولادی ($\Delta\theta$) را طبق رابطه $Q = mc\Delta\theta$ به دست می آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 182 \times 10^3 = 3 \times 10^3 \times 0.5 \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{182 \times 10^3}{3 \times 10^3 \times 0.5} \approx 121$$

گام چهارم: با توجه به دمای اولیه (θ_1) و مقدار افزایش دمای ظرف فولادی ($\Delta\theta$)، دمای نهایی آن را حساب می کنیم:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \rightarrow \theta_2 = 121 + 25 = 146^\circ \text{C}$$

تست و پاسخ ۱۲۸

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- یک ویژگی بنیادی در همه واکنش های شیمیایی، دادوستد گرما با محیط پیرامون است.
- اگر در یک واکنش شیمیایی گرماده دما ثابت نباشد، عمده گرماي واکنش به دلیل تفاوت انرژی گرمایی بین مواد واکنش دهنده و فراورده است.
- با توجه به مقدار گرمای حاصل از سوختن گرافیت و الماس، می توانیم گرافیت را پایدارتر از الماس بدانیم.
- جذب گرما توسط آب در یخچال صحرایی باعث افت دما شده و فضای درون دستگاه همراه با محتویات آن را خنک می کند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت های اول، سوم و چهارم درست اند.

بررسی عبارت ها:

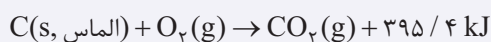
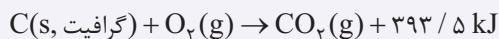
- هر واکنش شیمیایی ممکن است با تغییر رنگ، تولید رسوب، آزاد شدن گاز و ایجاد نور و صدا همراه باشد، اما یک ویژگی بنیادی در همه آن ها، دادوستد گرما با محیط پیرامون است.
- **مواستون باش!** که گرمای جذب یا آزاد شده در واکنش شیمیایی به طور عمده وابسته به تفاوت انرژی پتانسیل مواد واکنش دهنده و فراورده است؛ نه تفاوت انرژی گرمایی آن ها!
- کاملاً درسته!

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



نکته الماس و گرافیت

● الماس و گرافیت دو نمونه از آلوتروپ (دگرشکل) های عنصر کربن هستند و تفاوت آن‌ها به علت تفاوت در شیوه اتصال اتم‌های کربن به یکدیگر است. به معادله سوختن این دو آلوتروپ توجه کنید:



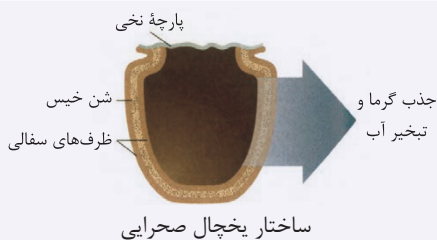
● با توجه به واکنش‌های بالا می‌توان نتیجه گرفت که سطح انرژی الماس از گرافیت بالاتر است؛ زیرا فرآورده هر دو واکنش یکسان است، ولی از سوختن یک مول الماس، گرمای بیشتری نسبت به سوختن یک مول گرافیت آزاد می‌شود که ناشی از تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌های دو واکنش است. این تفاوت نشان می‌دهد که سطح انرژی یک مول الماس، $1/9 \text{ kJ}$ از سطح انرژی یک مول گرافیت بالاتر است.

توجه سطح انرژی یک ماده با پایداری آن رابطه عکس دارد؛ پس خواهیم داشت:

الماس > گرافیت: پایداری \Rightarrow گرافیت > الماس: مقایسه سطح انرژی

● تبخیر آب از سطح بیرونی ظرف سفالی طبق معادله $H_2O(l) + 44 / 1 \text{ kJ} \rightarrow H_2O(g)$ ، باعث جذب گرما و کاهش دمای محفظه درون ظرف شده و به این ترتیب، غذای درون آن را خنک می‌کند.

نکته با یخچال صحرایی، اختراع یک معلم اهل نیجریه، بهتر آشنا شویم:



ساختار یخچال صحرایی

یخچال صحرایی اجزا

- دو ظرف سفالی (ساخته شده از خاک رس)
- پارچه نخی (درپوش یخچال)
- آب
- شن (در فضای میان دو ظرف سفالی)
- عملکرد: نفوذ آب در بدنه سفالی ظرف بیرونی و تبخیر آن و در نتیجه خنک شدن مواد موجود در درون ظرف سفالی کوچک‌تر

تست و پاسخ ۱۲۹

اغلب ورزشکاران برای درمان آسیب دیدگی‌های خود از بسته‌هایی استفاده می‌کنند که به سرعت گرما را انتقال می‌دهند. اساس کار این بسته‌ها، انحلال برخی ترکیب‌های یونی در آب است. با توجه به معادله‌های ترموشیمیایی زیر، کدام فرایند انحلال برای سرد کردن محل آسیب دیدگی مناسب است و از انحلال کامل $2/22 \text{ g}$ کلسیم کلرید خشک در آب، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ ($Ca = 40, Cl = 35.5 : \text{g.mol}^{-1}$)



$$1/66 - \text{I} (2)$$

$$1/66 - \text{II} (4)$$

$$0/83 - \text{I} (1)$$

$$0/83 - \text{II} (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی انحلال آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) در آب گرماگیر است؛ به طوری که برای انحلال ۱ مول از این ترکیب در آب، ۲۶ کیلوژول گرما باید جذب شود؛ در نتیجه بر اثر انحلال این نمک در آب، دمای محلول کاهش می‌یابد. به همین خاطر از آمونیوم نیترات در بسته‌های سرمازا استفاده می‌شود:

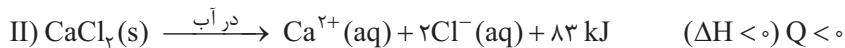




پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

انحلال کلسیم کلرید (CaCl_2) در آب گرماده است؛ به طوری که بر اثر انحلال ۱ مول از این ترکیب در آب، ۸۳ کیلوژول گرما آزاد می‌شود؛ در نتیجه بر اثر انحلال این نمک در آب، دمای محلول افزایش می‌یابد و گرما به سرعت به بدن ورزشکار منتقل می‌شود:



جمع‌بندی:

انحلال کلسیم کلرید در آب ← گرماده ← دمای بسته بالا می‌رود. ← بسته‌های گرمازا
انحلال آمونیوم نیترات در آب ← گرماگیر ← دمای بسته کاهش می‌یابد. ← بسته‌های سرمازا
بنابراین فرایند واکنش (I) برای سرد کردن محل آسیب‌دیدگی مناسب است.

قسمت دوم:

$$2/22 \text{ g CaCl}_2 \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{111 \text{ g CaCl}_2} \times \frac{83 \text{ kJ}}{1 \text{ mol CaCl}_2} = \frac{222 \times 83}{100 \times 111} = \frac{166}{100} = 1/66 \text{ kJ}$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{2/22}{1 \times 111} = \frac{Q}{83} \Rightarrow Q = \frac{2/22 \times 83}{111} = \frac{222 \times 83}{100 \times 111} = \frac{166}{100} = 1/66 \text{ kJ}$$

تست و پاسخ ۱۳۰

اگر از مصرف هر گرم آلومینیم در واکنش ترمیت، $15/24 \text{ kJ}$ گرما آزاد شود، این مقدار گرما، دمای صد گرم آب خالص را چند درجه سلسیوس افزایش می‌دهد و مقدار گرما در واکنش ترموشیمیایی موازنه‌شده آن به تقریب چند کیلوژول است؟ (گرمای ویژه آب را $4/2$ ژول بر گرم بر درجه سلسیوس در نظر بگیرید، $\text{Al} = 27 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) (معادله واکنش، موازنه‌شده است).



$$823 - 36/3 (4)$$

$$411 - 36/3 (3)$$

$$823 - 33/6 (2)$$

$$411 - 33/6 (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا مقدار گرمای آزادشده از مصرف یک گرم Al در واکنش ترمیت ($15/24 \text{ kJ}$) را در رابطه $Q = mc \Delta\theta$ قرار بده و افزایش دمای آب ($\Delta\theta$) رو حساب کن. در مورد قسمت دوم هم، معادله واکنش رو باید موازنه کنی و در واقع $Q (\Delta H)$ این واکنش رو به دست آوری!

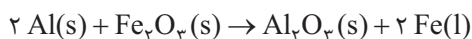
پاسخ تشریحی نخست باید محاسبه کنیم که $15/24$ کیلوژول گرما، دمای 100 گرم آب را چه قدر بالا می‌برد:

$$Q = mc \Delta\theta \Rightarrow 15/24 \times 10^3 \text{ J} = 100 \times 4/2 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{15240}{420} \approx 36/3^\circ \text{C}$$

تکنیک

$$\frac{15240}{420} = \frac{1524}{42} = \frac{762}{21} = \frac{630 + 126 + 6}{21} = \frac{630}{21} + \frac{126}{21} + \frac{6}{21} = 30 + 6 + \frac{6}{21} = 36/3$$

معادله واکنش انجام‌شده (واکنش ترمیت) را موازنه می‌کنیم:

در نهایت باید $Q (\Delta H)$ این واکنش را حساب کنیم:

$$|Q_{\text{واکنش ترمیت}}| = 2 \text{ mol Al} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} \times \frac{15/24 \text{ kJ}}{1 \text{ g Al}} = 823 \text{ kJ}$$

توجه حواستان باشد که مقدار گرما در این واکنش به طور تقریبی برابر 823 کیلوژول است و چون واکنش ترمیت، گرماده ($Q < 0$ یا $\Delta H < 0$) است؛ در نتیجه $Q (\Delta H)$ این واکنش برابر -823 kJ خواهد بود.

ولی از آن‌جا که در صورت تست مقدار گرما خواسته شده است، 823 صحیح است.

پایه دوازدهم

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۲)	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب - نادر حاجی زاده - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن میراسلامی
فیزیک (۳)	علیرضا جباری - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی (۲)	مهدی براتی - عباس سرمایه - یاسر عبداللهی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۲)	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	امیرحسین ابومحبوب	محمد گودرزی محمدسجاد نقیه سجاد داوطلب	شمیم پهلوان شریف ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
ریاضیات گسسته	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	محمد حمیدی ماهان فنی فر مریم نظری
هندسه (۲)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک (۳)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان علیرضا جباری محمدجواد سورچی	علیرضا جباری	مهدی بابائی نرجس تیمناک زهرا صفری امیر محمودی انزابی
شیمی (۲)	عباس سرمایه	عباس سرمایه	عباس سرمایه سروش عبادی یاسر عبداللهی وحید فارسیان	محمد مرادی سروش عبادی وحید فارسیان	سید علی حسین زاده مهسا خاکی هومن زندگی مهدی سلطانی سهامی علی طهانی علیرضا کرمانی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

حسابان دوازدهم

تست و پاسخ ۱۳۱

قرینه نمودار تابع $f(x) = x^2 + 4x$ را نسبت به مبدأ مختصات ۳ واحد به چپ انتقال می‌دهیم. مجموع طول‌های نقاط تلاقی نمودار جدید با نمودار تابع f کدام است؟

$$x \rightarrow x + 3$$

$$-f(-x)$$

$$-3 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ••• تبدیل نمودار

• تابع $f(x)$ را داریم ($k > 0$):

عملیات	به جای x قرار دهیم $x - k$	به جای x قرار دهیم $x + k$	کل تابع را با k جمع کنیم.	کل تابع را منهای k کنیم.
ضابطه	$y = f(x - k)$	$y = f(x + k)$	$y = f(x) + k$	$y = f(x) - k$
نمودار	نمودار f را k واحد به راست می‌بریم.	نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم.	نمودار f را k واحد بالا می‌بریم.	نمودار f را k واحد پایین می‌بریم.

• انعکاس نسبت به محور x ها و y ها:

عملیات	(۱) قراردادن $-x$ به جای x در تابع	(۲) کل تابع قرینه شود.	انجام هر دو عملیات (۱) و (۲)
ضابطه	$f(-x)$	$-f(x)$	$-f(-x)$
نمودار	نمودار f نسبت به محور y ها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به محور x ها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به مبدأ قرینه می‌شود.

• رسم تابع $f(-x + k)$ یا $y = f(k - x)$ با شرط ($k > 0$):

(۱) نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم (به زبان دیگر $f(x + k)$ را رسم می‌کنیم).

(۲) نمودار به دست آمده را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم (اگر به جای x قرار دهیم $-x$ ، تابع $f(-x + k)$ یا $f(k - x)$ به دست می‌آید).

• رسم تابع $y = f(-x - k)$ ($k > 0$):

(۱) نمودار f را k واحد به راست می‌بریم (در واقع تابع $y = f(x - k)$ را رسم می‌کنیم).

(۲) نمودار f را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم (در واقع x را به $-x$ تبدیل می‌کنیم تا تابع $f(-x - k)$ به دست آید).

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا ضابطه تابع مربوط به نمودار جدید که آن را g می‌نامیم، به دست می‌آوریم:

$$f(x) = x^2 + 4x \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} y = -f(-x) = -((-x)^2 + 4(-x)) = -x^2 + 4x$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{۳ واحد به چپ} \\ x \rightarrow (x+3)}} g(x) = -(x+3)^2 + 4(x+3) = -x^2 - 2x + 3$$

گام دوم: نمودار تابع جدید (g) را با تابع اولیه (f) قطع می‌دهیم؛ پس باید معادله $f(x) = g(x)$ را حل کنیم:

$$\xrightarrow{f(x)=g(x)} x^2 + 4x = -x^2 - 2x + 3 \Rightarrow 2x^2 + 6x - 3 = 0$$

گام سوم: مجموع جواب‌های معادله بالا که همان مجموع طول‌های نقاط تلاقی نمودارهای f و g است، برابر است با:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{6}{2} = -3$$

تست و پاسخ ۱۳۲

نمودار تابع g ، فقط از انتقال نمودار تابع $f(x) = \sqrt{3-x}$ و قرینه‌یابی آن نسبت به محورهای مختصات به

دست آمده است. مقدار $(g \circ f)(-46)$ کدام است؟

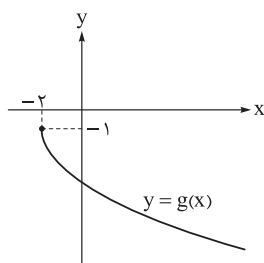
$$-3 \quad (2)$$

$$-6 \quad (1)$$

$$-5 \quad (4)$$

$$-4 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

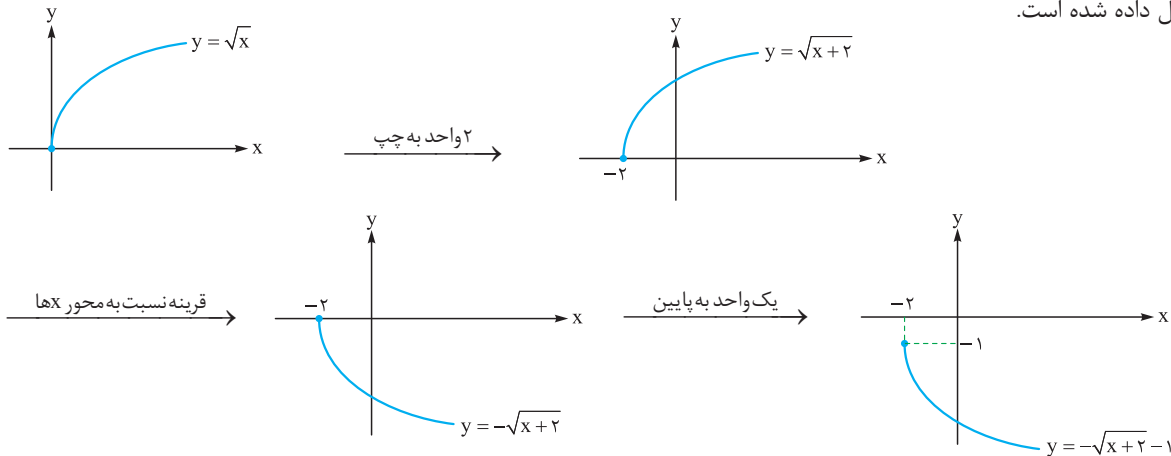


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره کاری به ضابطه f نداشته باش، ضابطه g رو مستقیم (البته بدون ضریب پشت رادیکال) بنویس.

پاسخ تشریحی **گام اول:** ما به خود ضابطه f کاری نداریم، بلکه فقط شکل کلی آن را نیاز داریم. برای رسم نمودار تابع g نمودار تابع f را انبساط عمودی یا افقی نداده‌ایم، پس در تابع رادیکالی g نیز، قدرمطلق ضریب x و هم‌چنین رادیکال برابر ۱ است؛ پس بدون نیاز به ضابطه f ، ضابطه تابع g را مستقیماً می‌توانیم بنویسیم:
تابع g همان تابع $y = \sqrt{x}$ است که پس از انتقال آن به اندازه ۲ واحد به چپ، نسبت به محور x ها انعکاس یافته و در انتها یک واحد به پایین انتقال داده شده است.



$$(g \circ f)(-46) = g(f(-46)) = g(7) = -\sqrt{9} - 1 = -4$$

$$\sqrt{3 - (-46)} = 7$$

گام دوم: حالا خواسته مسئله را حساب می‌کنیم:

تست و پاسخ ۱۳۳

نقطه $A(2, a)$ واقع بر نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x-1}{3}\right)$ با نقطه $A'(b, 2)$ واقع بر نمودار تابع $y = 1 - 3f\left(\frac{x}{3}\right)$ متناظر است. حاصل $a + b$ کدام است؟

یک نقطه واحد روی $y = f(x)$ هستند.

-۴ (۴)

x برابر b و y برابر ۲ است.

-۲ (۳)

x برابر ۲ و y برابر a است.

۴ (۲)

۱) صفر

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره ورودی‌های f و هم‌چنین خروجی‌های اون به ازای هر دو نقطه باید برابر باشن.

درس نامه به دست آوردن نقطه متناظر در تابع تبدیل یافته

فرض کنیم نقطه $A(x_0, y_0)$ روی نمودار تابع f باشد، یعنی $f(x_0) = y_0$. می‌خواهیم ببینیم این نقطه روی نمودار تابع $y = af(bx + c) + d$ به کدام نقطه متناظر (A') تبدیل می‌شود. برای این منظور به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$(1) \quad bx + c = x_0 \quad \text{قرار می‌دهیم؛ پس} \quad x = \frac{x_0 - c}{b} \quad \text{می‌شود.}$$

$$y = af(x_0) + d = ay_0 + d$$

(۲) با قراردادن x در تابع تبدیل یافته داریم:

یعنی نقطه A به نقطه $A'\left(\frac{x_0 - c}{b}, ay_0 + d\right)$ تبدیل می‌شود. مثلاً برای این‌که ببینیم $(2, -1)$ روی نمودار تابع f به کدام نقطه روی

نمودار تابع $y = -2f(1 - 2x) + 3$ تبدیل می‌شود، داریم:

$$\left. \begin{aligned} 1 - 2x = 2 &\Rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ y = -2f(2) + 3 = -2(-1) + 3 = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A'\left(-\frac{1}{2}, 5\right)$$

برای انجام عملیات برعکس، اگر نقطه (x_0, y_0) روی تابع $y = af(bx + c) + d$ باشد (مثل این سؤال)، با جای‌گذاری به رابطه $f(x'_0) = y'_0$ می‌رسیم؛ پس نقطه (x'_0, y'_0) روی f قرار دارد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$a = 2f\left(\frac{2-1}{3}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{a}{2}$$

گام اول: مختصات نقطه A را در ضابطه $y = 2f\left(\frac{x-1}{3}\right)$ قرار می‌دهیم:

$$2 = 1 - 2f\left(\frac{b}{2}\right) \Rightarrow f\left(\frac{b}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

گام دوم: مختصات نقطه A' را نیز در ضابطه $y = 1 - 2f\left(\frac{x}{2}\right)$ قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} = \frac{b}{2} \Rightarrow b = \frac{2}{3} \\ \frac{a}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -1 \end{cases}$$

گام سوم: نقاط A و A' متناظر هستند؛ پس تساوی‌های گام‌های اول و دوم باید یکسان باشند:

گام چهارم: مجموع a و b برابر صفر است.

تست و پاسخ ۱۳۴

نمودار تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 + mx - 2$ را نسبت به نیمساز ناحیه‌های اول و سوم قرینه می‌کنیم و سپس ۲ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع g به دست آید. اگر $g^{-1}(3) = 4$ باشد، مقدار m کدام است؟

نمودار f^{-1} را رسم می‌کنیم.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

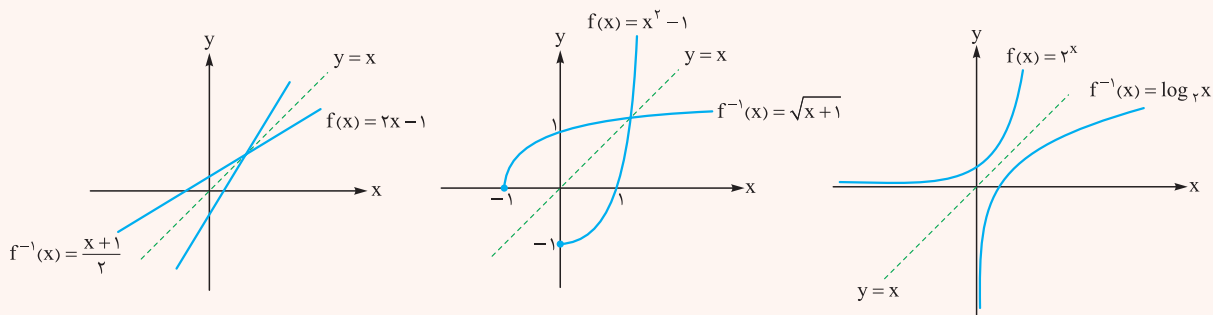
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره هیچ‌گاه در سوالات تبدیل نمودار، از طولانی‌بودن صورت سؤال نترسید و فقط کافی است با همان ترتیب خواسته‌شده مراحل انتقال، انبساط یا انعکاس را انجام دهید تا ضابطه نهایی به دست آید.

خودت حل کنی بهتره g همون $2 + f^{-1}$ هستش، کاری نداره.

درس نامه •• رسم نمودار وارون تابع

وارون یک تابع از جابجایی X و Y به دست می‌آید، یعنی جای طول و عرض نقاط آن را عوض می‌کنیم؛ مثلاً نقطه $(1, 0)$ به نقطه $(0, 1)$ تبدیل می‌شود. در حالت کلی نقاط $A(x_0, y_0)$ و $A'(y_0, x_0)$ نسبت به خط $y = x$ متقارن‌اند؛ در نتیجه برای رسم نمودار وارون یک تابع، کافی است قرینه نمودار آن را نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع‌های اول و سوم) رسم کنیم:



گام اول: مراحل تبدیل را به ترتیب انجام می‌دهیم تا ضابطه تابع g را به دست آوریم. این را هم از سال گذشته به یاد داریم

که اگر نمودار تابعی را نسبت به خط $y = x$ قرینه کنیم، در اصل نمودار وارون آن تابع را رسم کرده‌ایم، داریم:

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط } y=x} y = f^{-1}(x) \xrightarrow{\text{۲ واحد به بالا}} g(x) = f^{-1}(x) + 2$$

گام دوم: $g^{-1}(3) = 4$ برابر ۴ است؛ پس طبق ویژگی‌های وارون توابع، $g(4) = 3$ است.

$$\Rightarrow g(4) = f^{-1}(4) + 2 = 3 \Rightarrow f^{-1}(4) = 1 \xrightarrow{\text{ویژگی‌های وارون}} f(1) = 4$$

$$f(1) = 1 + 2 + m - 2 = 4 \Rightarrow m = 3$$

گام سوم: تساوی $f(1) = 4$ را در ضابطه تابع صدق می‌دهیم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۳۵

با کدام تبدیلات زیر می‌توان از نمودار تابع $y = 2f^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)$ به نمودار تابع وارون $y = 3f\left(\frac{x}{3}\right)$ رسید؟

- (۱) انبساط عمودی و انقباض افقی
 (۲) انبساط عمودی و انبساط افقی
 (۳) انقباض عمودی و انبساط افقی
 (۴) انقباض عمودی و انقباض افقی

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره کافیه تو دومی جای x و y رو عوض کنی یا همون وارون رو به دست بیاری.

درس نامه ••• انبساط و انقباض افقی و عمودی. رسم نمودار تابع $y = af(bx)$

برای رسم تابع $y = af(bx)$ از روی تابع f ، کافی است طول نقاط را بر b تقسیم و عرض نقاط را در a ضرب کنیم.

شرایط	عملیات	مثال نموداری $y = f(x)$	تابع تبدیل یافته
$a > 1$	انبساط عمودی		 $y = 2f(x)$ (عرض نقاط دو برابر)
$0 < a < 1$	انقباض عمودی		 $y = \frac{1}{2}f(x)$ (عرض نقاط نصف)
$b > 1$	انقباض افقی		 $y = f(2x)$ (طول نقاط نصف)
$0 < b < 1$	انبساط افقی		 $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$ (طول نقاط بر $\frac{1}{2}$ تقسیم یا در ۲ ضرب)

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا وارون تابع $y = 3f\left(\frac{x}{3}\right)$ را به دست می‌آوریم:

$$y = 3f\left(\frac{x}{3}\right) \xrightarrow{\text{تعویض جای } x \text{ و } y} x = 3f\left(\frac{y}{3}\right) \Rightarrow \frac{x}{3} = f\left(\frac{y}{3}\right) \xrightarrow{\text{ویژگی وارون و } y \text{ را تنها می‌کنیم}} \frac{y}{3} = f^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) \Rightarrow y = 3f^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: حال باید نمودار تابع $y = 2f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)$ را به نمودار تابع $y = 3f^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)$ تبدیل کنیم. برای این کار، به جای x باید $\frac{2}{3}x$ قرار دهیم، یعنی طول نقاط را بر $\frac{2}{3}$ تقسیم کنیم یا به بیان دیگر آن‌ها را در $\frac{3}{2}$ ضرب کنیم که می‌شود انبساط افقی؛ هم‌چنین کل ضابطه را باید در $\frac{3}{2}$ ضرب کنیم که به معنای انبساط عمودی است.

تست و پاسخ ۱۳۶

وارون می‌کنیم.

نمودار تابع $y = 2f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم. سپس نمودار حاصل را ۲ واحد به پایین انتقال می‌دهیم و طول نقاط آن را نصف می‌کنیم. اگر تابع f وارون‌پذیر باشد، در نهایت به نمودار کدام تابع می‌رسیم؟

انقباض افقی می‌دهیم ($x \rightarrow 2x$)

$$y = 2f^{-1}(2x) \quad (2)$$

$$y = -2f^{-1}(x) \quad (1)$$

$$y = -2f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) \quad (4)$$

$$y = 2f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره ترتیب تبدیلات رو دنبال کن.

پاسخ تشریحی تبدیلات گفته شده را به ترتیب انجام می‌دهیم:

گام اول: نمودار $y = 2f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم، یعنی آن را وارون می‌کنیم:

$$y = 2f\left(1 - \frac{x}{2}\right) \xrightarrow{\text{وارون}} 1 - \frac{y}{2} = f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow y = 2 - 2f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{کل ضابطه } (-2)} y = -2f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)$$

گام دوم: نمودار حاصل را ۲ واحد به پایین انتقال می‌دهیم:

$$\Rightarrow y = -2f^{-1}(x)$$

گام سوم: در نهایت طول نقاط را بر ۲ تقسیم می‌کنیم؛ یعنی باید به جای x ، $2x$ قرار دهیم:

تست و پاسخ ۱۳۷

تابع $f(x) = \frac{3x}{x+2}$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه و سپس نمودار وارون آن را رسم می‌کنیم تا به نمودار تابع g برسیم. نمودارهای توابع f و g نسبت به هم چگونه‌اند؟

$-f(-x)$

(۲) بر یکدیگر مماس‌اند.

(۱) در دو نقطه متمایز یکدیگر را قطع می‌کنند.

(۴) بر هم منطبق هستند.

(۳) یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ●● برای به دست آوردن ضابطه وارون، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

(۱) به جای $f(x)$ قرار می‌دهیم y .

(۲) x را در یک طرف تساوی تنها می‌کنیم (x بر حسب y).

(۳) جای x و y را عوض می‌کنیم.

● محاسبه وارون تابع همگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (1)$$

(۲) با طرفین وسطین داریم:

$$cxy + dy = ax + b \Rightarrow cxy - ax = -dy + b$$

$$\Rightarrow x(cy - a) = -dy + b \Rightarrow x = \frac{-dy + b}{cy - a}$$

$$y = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

(۳) جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

به طور خلاصه داریم:

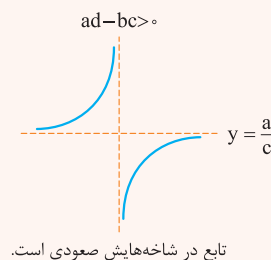
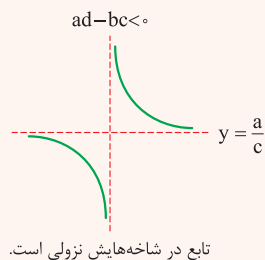
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



(به زبان فارسی جای d و a را عوض کرده و آن‌ها را قرینه می‌کنیم، ولی کاری به b و c نداریم.)

• بررسی نمودار تابع‌های هموگرافیک $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0$ و $ad - bc \neq 0$)

نمودار تابع هموگرافیک دو حالت ممکن است داشته باشد، اول $ad - bc$ را حساب می‌کنیم.



پاسخ تشریحی گام اول: مراحل تبدیل را به ترتیب انجام می‌دهیم. پس ابتدا نمودار تابع f را نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم، یعنی

$$\Rightarrow y = -\frac{3(-x)}{(-x)+3} = \frac{-3x}{x-3}$$

ضابطه $y = -f(-x)$ را حساب می‌کنیم:

گام دوم: وارون تابع y را به دست می‌آوریم. طبق درس‌نامه، ضابطه آن به صورت زیر است:

$$\xrightarrow{\text{وارون}} g(x) = \frac{3x}{x+3}$$

گام سوم: مشخص است که این همان ضابطه تابع f است؛ پس نمودارهای دو تابع f و g بر هم منطبق هستند.

تست و پاسخ ۱۳۸

نمودار تابع $f(x) = \sqrt{4-2x}$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و سپس ۱ واحد به چپ و ۲ واحد به پایین انتقال می‌دهیم. اگر نمودار نهایی مربوط به تابع g باشد، حاصل $(g^{-1} \circ f)(-6)$ کدام است؟

۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: به ترتیب تبدیل‌ها را طبق صورت سؤال انجام می‌دهیم تا ضابطه تابع g را به دست آوریم:

$$f(x) = \sqrt{4-2x} \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور عرض‌ها}]{x \rightarrow -x} y = \sqrt{4+2x} \xrightarrow[\text{۱ واحد به چپ}]{x \rightarrow x+1} y = \sqrt{6+2x}$$

$$\xrightarrow[\text{۲ واحد به پایین}]{y \rightarrow y+2} y+2 = \sqrt{6+2x} \Rightarrow y = g(x) = \sqrt{2x+6} - 2$$

گام دوم: خواسته سؤال را حساب می‌کنیم:

$$(g^{-1} \circ f)(-6) = g^{-1}(f(-6)) = g^{-1}(\sqrt{16}) = g^{-1}(4)$$

گام سوم: $g^{-1}(4)$ را مساوی a قرار می‌دهیم و معادله $g(a) = 4$ را حل می‌کنیم:

$$g(a) = \sqrt{2a+6} - 2 = 4 \Rightarrow \sqrt{2a+6} = 6 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2a+6 = 36 \Rightarrow a = 15$$

این یعنی $(g^{-1} \circ f)(-6)$ برابر ۱۵ است.

تست و پاسخ ۱۳۹

وارون تابع $f(x) = (x-2)^2$; $x \leq 2$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و سپس ۴ واحد به راست انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع

 $f^{-1}(x)$ $f^{-1}(-x)$

$y = 2 - a\sqrt{16+bx}$ به دست آید. حاصل $a-b$ کدام است؟

۴/۵ (۴)

۳/۵ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

مشاوره در بحث انتقال افقی، به جای همه x ها عبارت $x - k$ قرار می‌دهیم و برای این کار حواستان به ضریب x باشد، یعنی اگر $y = f(-x)$ را یک واحد به راست ببریم، نمودار تابع $y = f(-(x-1)) = f(-x+1)$ حاصل می‌شود، نه $y = f(-x-1)$. این را در سؤال قبل هم دیده بودیم.

۱) $y = f(x) = (x-2)^2$; $x \leq 2 \Rightarrow y \geq 0$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا وارون تابع f را به دست می‌آوریم:

۲) $x = (y-2)^2$

۳) $y-2 = \pm\sqrt{x} \Rightarrow y = 2 \pm \sqrt{x} \xrightarrow{x \geq 0, y \leq 2} (-)$ علامت $(-)$ درست است.

$\Rightarrow f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x}$; $x \geq 0$

گام دوم: تبدیل‌های گفته شده را به ترتیب روی نمودار تابع f^{-1} انجام می‌دهیم:

$f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} y = 2 - \sqrt{-x}$

$\xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = 2 - \sqrt{-(x-4)} = 2 - \sqrt{4-x}$

گام سوم: ضابطه به دست آمده را با ضابطه $y = 2 - a\sqrt{16+bx}$ متحد قرار می‌دهیم:

$y = 2 - \sqrt{4-x} = 2 - \sqrt{\frac{16-4x}{4}} = 2 - \frac{1}{2}\sqrt{16-4x} \equiv 2 - a\sqrt{16+bx}$

این یعنی $a = \frac{1}{2}$ و $b = -4$ و در نتیجه $a - b = \frac{5}{2}$ است.

تست و پاسخ (۱۴۰)

اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{xf(x)}{f(2-x)}}$ کدام است؟

≥ 0 زیر رادیکال

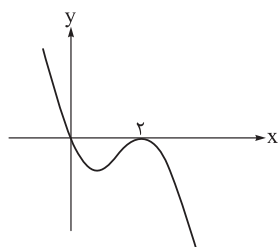
(۱) $(0, 2)$

(۲) $(-\infty, 0)$

(۳) $(-\infty, 2) - \{0\}$

(۴) $(2, +\infty)$

پاسخ: گزینه ۳



مشاوره غالباً در سؤال‌هایی که خواسته سؤال بازه است، عددگذاری یکی از راه‌های کوتاه حل سؤال است.

پاسخ تشریحی روش اول: عددگذاری می‌کنیم:

گام اول: در ۲ و ۳ اعداد منفی هستند، اما در ۱ و ۴ نیستند؛ پس یک عدد منفی دلخواه را امتحان می‌کنیم، مثلاً $x = -1$:

$x = -1 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{-f(-1)}{f(3)}} = \sqrt{\text{مثبت}}$

مثبت
منفی

پس اعداد منفی قابل قبول اند و ۱ و ۴ را رد می‌کنیم.

گام دوم: فرق بین ۲ و ۳ در اعداد مثبت است. یک عدد مثبت دلخواه عضو بازه $(0, 2)$ مثل $x = 1$ را امتحان می‌کنیم:

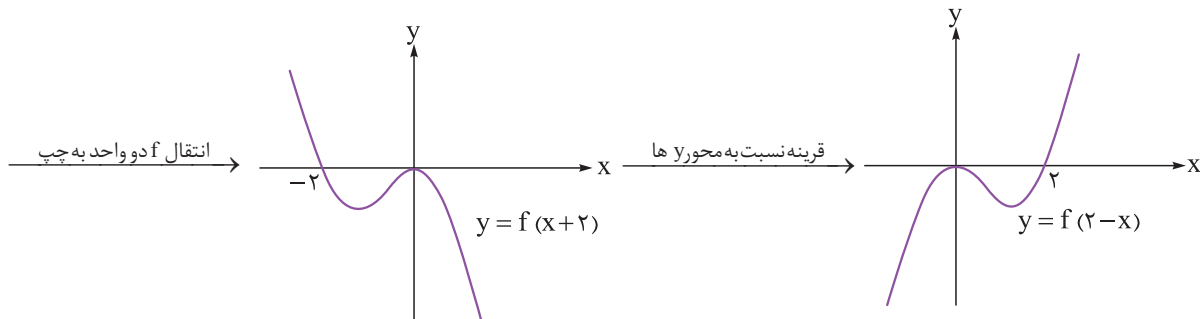
$x = 1 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{f(1)}{f(1)}} = \sqrt{1} = 1$

پس بعضی از اعداد مثبت هم قابل قبول اند و در نتیجه ۳ پاسخ درست است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

روش دوم:

گام اول: لازم است نمودار تابع $y = f(2-x)$ را رسم کنیم تا علامت آن را در بازه‌های مشخص تعیین کنیم. برای رسم آن، نمودار تابع f را ۲ واحد به چپ می‌بریم و سپس نسبت به محور y قرینه می‌کنیم:



گام دوم: جدول تعیین علامت عبارت زیر رادیکال را تشکیل می‌دهیم:

		۰	۲	
x	-	۰	+	+
f(x)	+	۰	-	-
f(2-x)	-	۰	-	+
$\frac{xf(x)}{f(2-x)}$	+	ت	+	-

البته بدون رسم نمودار هم می‌توانستیم علامت $f(2-x)$ را در بازه‌های مختلف به دست آوریم:

$$f(2-x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2-x \leq 0 \Rightarrow x \geq 2 \\ 2-x = 2 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$f(2-x) < 0 \Rightarrow \begin{cases} 2-x > 0 \Rightarrow x < 2 \\ 2-x \neq 2 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases}$$

گام سوم: دامنه تابع، مجموعه $\{0\} - (-\infty, 2)$ یا $(0, 2) \cup (-\infty, 0)$ است.

تست و پاسخ ۱۴۱

اگر $f(x) = (x+3)(x^2+3)$ باشد، نمودار تابع $y = 2 + f^{-1}(x-k)$ از مبدأ مختصات می‌گذرد. مقدار k کدام است؟

مختصات نقطه $(0,0)$ در آن صدق می‌کند.	-7 (۴)	8 (۳)	9 (۲)	12 (۱)
---------------------------------------	----------	---------	---------	----------

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره! مختصات مبدأ رو جای گذاری کن، می‌بینی اصلاً به تبدیل نمودار هم نیازی نداری.

پاسخ تشریحی گام اول: نمودار $y = 2 + f^{-1}(x-k)$ از مبدأ مختصات می‌گذرد؛ پس مختصات $(0,0)$ در آن صدق می‌کند.

$$\Rightarrow 0 = 2 + f^{-1}(0-k) \Rightarrow f^{-1}(-k) = -2 \Rightarrow -k = f(-2)$$

$$k = -f(-2) = -(1)(7) = -7$$

گام دوم: $x = -2$ را در ضابطه f جای گذاری می‌کنیم:

تست و پاسخ ۱۴۲

چند جمله‌ای $f(x)$ ، n ریشه دوه‌دو متمایز دارد، به طوری که مجموع آن‌ها برابر ۱۲ است. اگر مجموع ریشه‌های چند جمله‌ای $f(4-3x)$ برابر ۸ باشد، مقدار n کدام است؟

24 (۴)	12 (۳)	9 (۲)	8 (۱)
----------	----------	---------	---------

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خود حل کنی بهتره این سؤال از همون مبحث نقطه متناظره. ببین نقطه $(\alpha, 0)$ در تابع f به چه نقطه‌ای در تابع $y = f(4 - 3x)$ نظیر می‌شه؟

نظیر می‌شه؟

پاسخ تشریحی گام اول: ریشه‌های چندجمله‌ای $f(x)$ یا صفرهای تابع $y = f(x)$ را α_i در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 12$$

گام دوم: صفرهای تابع $y = f(4 - 3x)$ را بر حسب α_i ها به دست می‌آوریم. این صفرها را x_i می‌نامیم.

$$4 - 3x_i = \alpha_i \Rightarrow x_i = \frac{4 - \alpha_i}{3}$$

گام سوم: مجموع x_i ها را برابر ۸ قرار می‌دهیم:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = \frac{4 - \alpha_1}{3} + \frac{4 - \alpha_2}{3} + \dots + \frac{4 - \alpha_n}{3} = \frac{\overbrace{(4 + 4 + \dots + 4)}^{n \text{ تا}} - \overbrace{(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)}^{\text{برابر ۱۲ است}}}{3} = \frac{4n - 12}{3} = 8$$

$$\Rightarrow n = \frac{24 + 12}{4} = 9$$

تست و پاسخ ۱۴۳

نمودار تابع $f(x) = \frac{1-2x}{3+x}$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و سپس ۱ واحد به چپ انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل، نمودار وارون تابع

$y = \frac{1}{4}x + m$ را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع می‌کند. مقدار m کدام است؟

$$f(-x) \quad \leftarrow \quad \frac{4}{3} \quad (3) \quad \frac{3}{4} \quad (2) \quad -\frac{1}{4} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این مدل سؤال چند باری در کنکورهای ۹۸ تا ۱۴۰۰ تکرار شده است و منطق آن هم این است که اگر نمودار f^{-1} ، نمودار g را در نقطه (α, β) قطع کند، نمودار f نمودار g^{-1} را در (β, α) قطع می‌کند، همین! این شکلی حل معادله راحت‌تر می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا تبدیل یافته نمودار تابع f را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{1-2x}{3+x} \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ها}]{x \rightarrow -x} y = \frac{2x+1}{-x+3} \xrightarrow[\text{۱ واحد به چپ}]{y \rightarrow y+1} y = \frac{2(x+1)+1}{-(x+1)+3} = \frac{2x+3}{-x+2}$$

تابع حاصل را g می‌نامیم؛ پس $g(x) = \frac{2x+3}{-x+2}$ است.

گام دوم: اگر نمودار تابع g وارون خط $y = \frac{1}{4}x + m$ را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع کند، وارون تابع g یعنی g^{-1} ، خود خط را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند؛ پس وارون g را می‌یابیم:

$$\xrightarrow[\text{وارون هموگرافیک}]{g^{-1}(x) = \frac{-2x+3}{-x-2} = \frac{2x-3}{x+2}}$$

گام سوم: طول نقطه برخورد g^{-1} و خط، $x = 2$ است: $g^{-1}(2) = \frac{1}{4} \Rightarrow (2, \frac{1}{4}) \in \text{خط} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(2) + m \Rightarrow m = -\frac{3}{4}$

توجه البته می‌توانستیم معادله $g(x) = 2$ را حل کنیم که $x = \frac{1}{4}$ را به دست می‌دهد، سپس نقطه $(2, \frac{1}{4})$ را در خط صدق دهیم تا به مقدار m برسیم.

تست و پاسخ ۱۴۴

نمودار تابع $f(x) = |x-2|$ را نسبت به محورهای مختصات قرینه می‌کنیم و سپس آن را ۱۰ واحد به بالا انتقال می‌دهیم. مساحت بین نمودار

نهایی و نمودار تابع f کدام است؟

قرینه نسبت به مبدأ: $-f(-x)$

$$52 \quad (4)$$

$$36 \quad (3)$$

$$48 \quad (2)$$

$$42 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره مساحت سطح بین دو نمودار قدر مطلق، تیپ خیلی پر تکراری است، حتماً به آن توجه کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

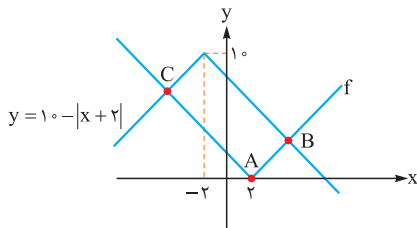


خودت حل کنی بهتره رسم نمودار قدرمطلق که آسونه، رسم کن و مساحت یه مستطیل رو حساب کن، یه خرده هندسه تحلیلی هم نیاز داری.

پاسخ تشریحی گام اول: باید ضابطه تابع جدید را طبق ترتیب تبدیل‌های گفته شده به دست آوریم:

$$f(x) = |x - 2| \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} y = -f(-x) = -|-x - 2| = -|x + 2| \xrightarrow{1^\circ \text{ واحد به بالا}} y = 1 - |x + 2|$$

گام دوم: نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



گام سوم: سطح بین دو نمودار یک مستطیل است و برای مساحت آن کافی است طول اضلاع AB و AC را حساب کنیم که لازم است مختصات نقاط B و C را به دست آوریم:

$$B \begin{cases} y = x - 2 \\ y = -x + 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} x_B - 2 = -x_B + 8 \Rightarrow x_B = 5 \Rightarrow y_B = 3$$

$$C \begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x + 12 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} -x_C + 2 = x_C + 12 \Rightarrow x_C = -5 \Rightarrow y_C = 7$$

پس مختصات نقاط B و C به صورت $B(5, 3)$ و $C(-5, 7)$ است.

گام چهارم: طول اضلاع AB و AC و سپس مساحت مستطیل را حساب می‌کنیم:

$$AB = \sqrt{(5-2)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(-5-2)^2 + (7-0)^2} = \sqrt{2(7)^2} = 7\sqrt{2}$$

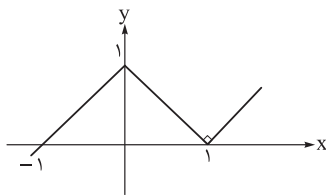
$$(3\sqrt{2})(7\sqrt{2}) = 42$$

پس مساحت برابر است با:

تست و پاسخ ۱۴۵

نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر نمودار تابع $y = -\frac{3}{4}x + a + f(\frac{2-3x}{4})$ فقط در بازه $[m, n]$ بر محور طول‌ها منطبق باشد، حاصل $m + n + a$ کدام است؟

در این بازه $y = 0$ است.



$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: نمودار تابع $y = -\frac{3}{4}x + a + f(\frac{2-3x}{4})$ در بازه $[m, n]$ بر محور x ها منطبق است، یعنی در این بازه عرض همه نقاط برابر صفر است:

$$\xrightarrow{y=0} 0 = -\frac{3}{4}x + a + f(\frac{2-3x}{4}) \Rightarrow f(1 - \frac{3}{4}x) = \frac{3}{4}x - a$$

گام دوم: این یعنی در این بازه، دو تابع $y = f(1 - \frac{3}{4}x)$ و $y = \frac{3}{4}x - a = -(1 - \frac{3}{4}x) + 1 - a$ مساوی هستند. به ضابطه‌های تابع f دقت کنید:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & ; \quad x \leq 0 \\ -x + 1 & ; \quad 0 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & ; \quad x \geq 1 \end{cases}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

دقت کنید که معادله خط $y = \frac{3}{2}x - a$ را بر حسب ورودی تابع $y = f(1 - \frac{3}{2}x)$ ، یعنی $1 - \frac{3}{2}x$ نوشته‌ایم. با توجه به ضریب -1 ، مشخص است که در بازه‌ای که ضابطه تابع $-x + 1$ است، تساوی امکان‌پذیر است؛ پس داریم:

$$0 \leq \text{☁} \leq 1 \Rightarrow f(\text{☁}) = -\text{☁} + 1 \xrightarrow{f(1 - \frac{3}{2}x) = (1 - \frac{3}{2}x) + 1 - a} 1 - a = 1 \Rightarrow a = 0$$

گام سوم: عبارت $1 - \frac{3}{2}x$ باید در محدوده دامنه این ضابطه باشد:

$$\Rightarrow 0 \leq 1 - \frac{3}{2}x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\frac{3}{2}x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{2}{3}$$

$$n = \frac{2}{3} \text{ و } m = 0$$

این همان بازه $[m, n]$ است؛ پس:

$$m + n + a = 0 + \frac{2}{3} + 0 = \frac{2}{3}$$

در نهایت داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

ریاضیات گسسته دوازدهم

تست و پاسخ ۱۴۶

چند مورد از گزاره‌های زیر، مثال نقض ندارد؟

(الف) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

(ب) برای هر دو عدد حقیقی مثبت x و y داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

(پ) برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.

(ت) مجموع هر دو عدد گویا، عددی گویاست.

(ث) اگر برای سه مجموعه A ، B و C داشته باشیم $A \cup B = A \cup C$ ، آن‌گاه $B = C$.

(ج) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن‌گاه $4k + 1$ مربع کامل است.

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره گزاره‌های این سؤال همگی از کتاب درسی هستند، پس باید به خوبی به آن‌ها مسلط شده باشی.

پاسخ تشریحی گزاره‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم.

(الف) از قدیم این را می‌دانستیم که مجموع دو عدد فرد همواره عددی زوج است.

$$(2n+1) + (2n+3) = 4n+4 = 2(2n+2)$$

(ب) این تساوی قطعاً همیشه برقرار نیست، مثلاً به ازای $x=16$ و $y=9$ حکم برقرار نیست.

$$\sqrt{x+y} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 7$$

(پ) باز هم مثال نقض می‌آوریم، به ازای $n=4$ ، $2^n - 1 = 15$ که عدد اول نیست!

(ت) این گزاره صحیح است. دو عدد گویا را $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ در نظر می‌گیریم که a, b, c, d, p, q همگی عضو \mathbb{Z} هستند. بنابراین:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd} = \frac{p}{q} \Rightarrow \text{عدد گویا}$$

(ث) برای این گزاره نیز مثال نقض می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} A &= \{1, 2\} \\ B &= \{2, 3\} \\ C &= \{1, 3\} \end{aligned} \right\} A \cup B = A \cup C = \{1, 2, 3\}, \quad B \neq C$$

(ج) درستی این گزاره را اثبات می‌کنیم:

$$k = n(n+1) = n^2 + n$$

$$4k+1 = 4n^2 + 4n+1 = (2n+1)^2. \quad \text{پس مربع کامل است.}$$

تست و پاسخ ۱۴۷

به ازای چند مقدار صحیح a ، اعداد $7m+6$ و $6m+5$ بر a بخش پذیر هستند؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این سؤال جزء مثال‌های کتاب درسی و یکی از اساسی‌ترین سؤالات این فصل است.

خودت حل کنی بهتره $7m+6$ بر a بخش پذیر است، پس a آن را عاد می‌کند. با توجه به ویژگی‌های عاد کردن سعی کن مقادیر صحیح

ممکن برای a را پیدا کنی.



درس نامه •• ویژگی های عاد کردن

مضرب، سمت چپ $\square \leftarrow$ مقسوم علیه، سمت راست

ردیف	نماد ریاضی	توضیح
۱	$a b \Rightarrow ma mb$	می توانیم دو طرف را در عدد صحیح m ضرب کنیم.
۲	$a b \Rightarrow a mb$	فقط سمت راست را در عدد صحیح دلخواه m ضرب کنیم.
۳	$a b \Rightarrow a^n b^n$	دو طرف را به توان طبیعی n برسانیم.
۴	$a b \Rightarrow a b^n$	فقط سمت راست را به توان طبیعی دلخواه برسانیم.
۵	$\pm a \pm a$	هر عدد صحیح خودش را عاد می کند.
۶	$\pm 1 \pm a$	± 1 هر عددی را عاد می کنند.
۷	$a 0$	هر عدد صحیح، صفر را عاد می کند.
۸	$0 a \Rightarrow a = 0$	صفر فقط خودش را عاد می کند.
۹	$\begin{cases} a b \\ a c \end{cases} \Rightarrow a b \pm c$	اگر a دو عدد b و c را عاد کند، مجموع و تفاضل آن ها را هم عاد می کند.
		سمت چپ را می توانیم لاغر کنیم و جای ab مقسوم علیه آن یعنی a یا b را قرار دهیم.
۱۰	$a b, b c \Rightarrow a c$	ویژگی تعدی عاد کردن

پاسخ تشریحی رابطه های عاد کردن را برای a می نویسیم:

$$\left. \begin{array}{l} a | 7m + 6 \Rightarrow a | 42m + 36 \\ a | 6m + 5 \Rightarrow a | 42 + 35 \end{array} \right\} \Rightarrow a | (42m + 36) - (42m + 35)$$

$$\Rightarrow a | 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

تست و پاسخ ۱۴۸

اگر باقی مانده تقسیم اعداد m و n بر ۱۷ به ترتیب ۵ و ۳ باشد، باقی مانده تقسیم عدد $(2m - 5n)$ بر ۱۷ کدام است؟

۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال نیز از مثال های کتاب درسی است و حل آن برای شما واجب!

خودت حل کنی بهتره با استفاده از قضیه تقسیم روابط را بنویسید و سعی کنید به رابطه تقسیم بر ۱۷ برسید.

پاسخ تشریحی وقتی صحبت از باقی مانده باشد، بهتر است از همنهستی سؤال را حل کنیم، اما این جا با قضیه تقسیم سؤال را حل می کنیم:

$$\begin{aligned} \text{طبق فرض } m = 17q_1 + 5 &\Rightarrow \begin{cases} 2m = 2 \times 17q_1 + 10 \\ -5n = (-5) \times 17q_2 - 15 \end{cases} \\ \text{طبق فرض } n = 17q_2 + 3 & \\ \Rightarrow 2m - 5n = 17(2q_1 - 5q_2) - 5 = 17(2q_1 - 5q_2) - 5 - 17 + 17 & \\ = 17(\underbrace{2q_1 - 5q_2 - 1}_{q_3}) + 17 - 5 & \\ \Rightarrow (2m - 5n) = 17(\underbrace{q_3 - 1}_q) + 12 & \\ \Rightarrow 17q + 12 \Rightarrow r = 12 & \end{aligned}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۴۹

کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر ۸ و ۷ به ترتیب ۷ و ۵ باشد، باقی مانده تقسیم عدد a بر ۵۶ برابر ۱۲ است.

$$\forall m, n \in \mathbb{N}; a | b \Rightarrow a^m | b^n \quad (۲)$$

$$\forall n \in \mathbb{N}; 6 | n^2 - n \quad (۳)$$

$$5 | 4k + 1 \Rightarrow 25 | 16k^2 + 28k + 7 \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم:

(۱)

$$a = 8q + 7 \xrightarrow{\times 7} 7a = 56q + 49$$

$$a = 7q' + 5 \xrightarrow{\times 8} 8a = 56q' + 40$$

$$\Rightarrow 8a - 7a = 56(\underbrace{q' - q}_k) - 9$$

$$\Rightarrow a = 56q - 56q' - 56 + 47$$

$$\Rightarrow a = 56(q - q' - 1) + 47 \Rightarrow r = 47 \text{ باقی مانده}$$

(۲) به ازای $m = 5, n = 2, a = 2, b = 4$ داریم $4^5 | 2^2$ که غلط است.

(۳)

$$6 | n^2 - n \Rightarrow 6 | n(n^2 - 1) \Rightarrow 6 | n(n-1)(n+1)$$

از هر سه عدد متوالی، حتماً یکی از آن‌ها مضرب دو و یکی مضرب سه است؛ پس حاصل ضرب آن‌ها بر ۶ بخش پذیر است.

نکته ضرب k عدد متوالی مضرب $k!$ است.

(۴) با توجه به ویژگی‌های عاد کردن داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 5 | 4k + 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 25 | 16k^2 + 8k + 1 \\ 5 | 4k + 1 \xrightarrow{\times 5} 25 | 20k + 5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} 25 | 16k^2 + 28k + 6$$

پس صورت سؤال غلط است، چون دو عدد متوالی هیچ مقسوم‌علیه مشترکی به غیر از ± 1 ندارند.

تست و پاسخ ۱۵۰

اگر $10 < n < 28$ ، به ازای چند مقدار طبیعی n ، عدد $(1 + 2 + \dots + n)^2$ بر ۴ بخش پذیر است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره برای n ، ۴ حالت $n = 4t, n = 4t + 1, n = 4t + 2, n = 4t + 3$ را بررسی کنید تا مشخص شود در کدام یک از

حالت‌ها، عبارت صورت سؤال بر ۴ بخش پذیر است.

درس نامه اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها

گاهی برای اثبات یک حکم، ناگزیریم که چند حالت را در نظر بگیریم. برای مثال، برای اثبات این که عبارت $n(n+4)(2n+1)$ همواره مضرب ۳

است، سه حالت را برای n در نظر می‌گیریم:

$$n : n = 3t \Rightarrow n(n+4)(2n+1) = \underbrace{3t(3t+4)(6t+1)}_{\text{عامل ۳}}$$

$$n : n = 3t + 1 \Rightarrow n(n+4)(2n+1) = (3t+1)(3t+5) \underbrace{(6t+3)}_{\text{عامل ۳}}$$

$$n : n = 3t + 2 \Rightarrow n(n+4)(2n+1) = (3t+2)(3t+6) \underbrace{(6t+5)}_{\text{عامل ۳}}$$



$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

نکته می دانیم که:

$$(1+2+3+\dots+n)^2 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

پاسخ تشریحی روش اول: ابتدا عبارت را ساده می کنیم:

واضح است که اگر $\frac{n(n+1)}{2}$ زوج باشد، $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ مضرب ۴ می شود؛ پس به دنبال حالتی هستیم که $\frac{n(n+1)}{2}$ زوج باشد.

حالا برای n چهار حالت در نظر می گیریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{4t(4t+1)}{2} = 2t(4t+1) \Rightarrow \checkmark \text{ زوج است.}$$

حالت اول: اگر $n = 4t$ باشد، داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{(4t+1)(4t+2)}{2} = (4t+1)(2t+1) \Rightarrow \times \text{ زوج نیست.}$$

حالت دوم: اگر $n = 4t+1$ باشد، داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{(4t+2)(4t+3)}{2} = (2t+1)(4t+3) \Rightarrow \times \text{ زوج نیست.}$$

حالت سوم: اگر $n = 4t+2$ باشد، داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{(4t+3)(4t+4)}{2} = (4t+3)(2t+2) \Rightarrow \checkmark \text{ زوج است.}$$

حالت چهارم: اگر $n = 4t+3$ باشد، داریم:

در آخر باید ببینیم چه تعداد از $10 < n < 28$ به صورت $4t$ یا $4t+3$ هستند:

$$10 < 4t < 28 \Rightarrow 2/5 < t < 7 \xrightarrow{t \in \mathbb{Z}} t = 3, 4, 5, 6 \Rightarrow \text{مقدار } 4$$

$$10 < 4t+3 < 28 \Rightarrow 7 < 4t < 25 \Rightarrow 1/75 < t < 6/25 \xrightarrow{t \in \mathbb{Z}} t = 2, 3, 4, 5, 6 \Rightarrow \text{مقدار } 5$$

بنابراین جواب $4+5=9$ می شود.

$$\frac{n(n+1)}{2} = 2k \Rightarrow n(n+1) = 4k$$

روش دوم: می خواهیم $\frac{n(n+1)}{2}$ زوج باشد؛ پس باید:

n و $n+1$ دو عدد متوالی باشند که هر دو نمی توانند هم زمان زوج باشند، پس یا n باید مضرب ۴ باشد یا $n+1$:

$$n(n+1) = 4k \Rightarrow \begin{cases} n = 4t \\ n+1 = 4t \Rightarrow n = 4t-1 \end{cases}$$

ادامه مانند روش اول است.

تست و پاسخ (۱۵۱)

در اثبات نامساوی $(a^2+1)(b^2+4) \geq 8ab$; $(a, b \in \mathbb{R})$ به روش بازگشتی، به کدام گزاره همواره درست می رسیم؟

$$(ab-2)^2 + (b-2a)^2 \geq 0 \quad (2)$$

$$(ab-1)^2 + (b-2a)^2 \geq 0 \quad (1)$$

$$(ab-1)^2 + (a-2b)^2 \geq 0 \quad (4)$$

$$(ab-2)^2 + (a-2b)^2 \geq 0 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره انواع روش ها برای اثبات یک گزاره را با چند مثال مختلف به ذهن خود بسپارید.

درس نامه در اثبات بازگشتی حکم را آن قدر ادامه می دهیم تا به یک عبارت بدیهی برسیم.

نکته در مثال های کتاب درسی همواره به یک عبارت مربع کامل بزرگ تر از صفر می رسیم.

پاسخ تشریحی

$$(a^2+1)(b^2+4) \geq 8ab$$

باید سعی کنیم با استفاده از حکم به یک عبارت بدیهی برسیم.

$$a^2b^2 + 4a^2 + b^2 + 4 \geq 8ab \Leftrightarrow a^2b^2 + 4a^2 + b^2 + 4 - 8ab \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a^2b^2 - 4ab + 4 + 4a^2 - 4ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (ab-2)^2 + (2a-b)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (ab-2)^2 + (b-2a)^2 \geq 0$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۵۲

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، ۳۳ برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌هاست. تفاضل این دو عدد چند مقدار دورقمی مثبت می‌تواند داشته باشد؟

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در سؤال‌هایی که ب.م.م و ک.م.م دو عدد صحیح مطرح می‌شوند از روش متباین‌سازی سؤال را حل می‌کنیم.

درس نامه

در این روش برای هر دو عدد، هر عدد را تبدیل به قسمت مشترک دو عدد و قسمت غیرمشترک آن‌ها می‌کنیم تا با جداسدن این دو قسمت، جواب‌های نهایی را محدودتر کنیم و راحت‌تر به جواب برسیم.

این روش در کتاب درسی شما نیست، اما در کنکور سراسری مورد سؤال بوده! با توجه به سادگی کار، بد نیست آن را بلد باشید.

اگر ب.م.م دو عدد صحیح a و b برابر d باشد، قسمت غیرمشترک a و b را a' و b' می‌نامیم و داریم:

$$a = a'd, b = b'd, (a', b') = 1$$

$$(a \pm b) = d(a' \pm b')$$

حالا تمام اعمال جبری بین a و b را به کمک a' ، b' و d بیان می‌کنیم:

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$$

$$ab = a'b'd^2$$

و از همه مهم‌تر $[a, b] = a'b'd$

با این کار، قسمت مشترک و غیرمشترک a و b را به طور واضح جدا کرده‌ایم.

نکات

$$(999, 1000) = 1$$

۱ دو عدد طبیعی متوالی همواره نسبت به هم متباین هستند:

$$(64, 79) = 1$$

توان‌های ۲ نسبت به اعداد فرد، اول هستند:

$$(13, 19) = 1$$

۲ تمامی اعداد اول متمایز، نسبت به هم اول هستند:

پاسخ تشریحی گام اول: تبدیل a و b به قسمت‌های مشترک و غیرمشترک:

$$a = a'd \quad b = b'd \quad (b', a') = 1 \Leftrightarrow \text{قسمت‌های غیرمشترک نسبت به هم اول اند.}$$

\swarrow \searrow
 b و a م.م.م

گام دوم: نوشتن رابطه صورت سؤال:

$$[a, b] = 33(a, b) \Rightarrow a'b'd = 33d \Rightarrow a'b' = 33$$

گام سوم: به دست آوردن تمام حالت‌های ممکن برای a و b :

چون $(a', b') = 1$ حالت‌های ممکن a' و b' وقتی $a'b' = 33$ به صورت زیر است:

$$\begin{cases} a' = 11, b' = 3 \Rightarrow a - b = 8d \\ a' = 33, b' = 1 \Rightarrow a - b = 32d \end{cases}$$

به ازای $12 \leq d \leq 2$ ، $8d$ دورقمی است. پس ۱۱ عدد دورقمی داریم. به ازای $1 \leq d \leq 3$ ، $32d$ دورقمی است، اما چون مقادیر آن $(32, 64, 96)$ با $8d$ تکراری می‌شود از شمارش دوباره آن‌ها پرهیز می‌کنیم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۵۳

مجموع مربع n عدد اول متوالی که از ۲ شروع شده باشند، بر عدد ۲۴ بخش پذیر است. n کدام عدد نمی تواند باشد؟

- ۸۵ (۱) ۹۹۷ (۲) ۹۹۷۵ (۳) ۹۹۹۹۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره برای حل این سوال باید نکته زیر را بلد باشید.

نکته مربع هر عدد اول بزرگتر از ۳ در تقسیم بر ۲۴ باقی مانده ۱ دارد، به عبارت دیگر اگر a عددی اول باشد ($a > 3$)، $a^2 = 24t + 1$ می شود.

اگر خواستید دلیل این نکته را بدانید یادتان باشد که اعداد اول بزرگتر از ۳ به صورت $6k \pm 1$ است.

$$k = 2^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 11^2 + \dots$$

از این جا به بعد همه $24t + 1$ می شوند.

پاسخ تشریحی گام اول:

گام دوم: تعداد کل اعداد n تا است، پس:

$$k = 2^2 + 3^2 + (n-2)(24t+1) = 13 + (n-2)24t + n - 2 = n + 11 + (n-2)24t$$

گام سوم: k مضرب ۲۴ است:

$$24 | k \Rightarrow 24 | n + 11 + \underbrace{(n-2)24t}_{\text{مضرب } 24} \Rightarrow 24 | n + 11$$

$$\Rightarrow n + 11 = 24m \Rightarrow n = 24m - 11$$

گام چهارم: بررسی گزینه ها:

هر گزینه ای که به صورت $24m - 11$ نباشد، نمی تواند n باشد.

- ۱) $85 = 24(4) - 11$ ✓
 ۲) $997 = 24(42) - 11$ ✓
 ۳) $9975 = 24(416) - 9$ ✗
 ۴) $99997 = 24(4167) - 11$ ✓

تست و پاسخ ۱۵۴

نقطه $A(\alpha, \beta)$ با مختصات صحیح، در ربع اول روی منحنی $y = \frac{5x+1}{x-2}$ قرار دارد. مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره برای این که مختصات نقطه صحیح باشد، باید داشته باشیم $x-2 | 5x+1$. حالا با حذف x از سمت راست رابطه،

مقادیر ممکن برای x را به دست بیاور.

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} x-2 | 5x+1 \\ x-2 | 5(x-2) \end{cases} \Rightarrow x-2 | (5x+1) - (5x-10) \Rightarrow x-2 | 11$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=1 \Rightarrow x=3 \Rightarrow A(3, 16) \\ x-2=-1 \Rightarrow x=1 \Rightarrow A(1, -6) \\ x-2=11 \Rightarrow x=13 \Rightarrow A(13, 6) \\ x-2=-11 \Rightarrow x=-9 \Rightarrow A(-9, 4) \end{cases}$$

از مقادیر بالا فقط $A(3, 16)$ و $A(13, 6)$ طبق خواسته صورت سوال قابل قبول هستند؛ پس $\alpha + \beta = 19$.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۵۵

اگر $a+1 \mid 13$ و $a-5 \mid 7$ ، مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی a کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره تبدیل رابطه عادکردن به قضیه تقسیم و قضیه تقسیم به رابطه عادکردن را باید به خوبی بلد باشی.

خودت حل کنی بهتره وقتی مجهول ما در رابطه عادکردن در سمت راست رابطه قرار دارد و ما با بخش پذیری و باقی مانده مجهول سروکار

داریم، بهترین راه در درجه اول همنهستی و در درجه دوم قضیه تقسیم است!

پاسخ تشریحی گام اول: تبدیل رابطه‌ها به قضیه تقسیم:

$$13 \mid a+1 \Rightarrow a = 13k - 1 \xrightarrow{\times 7} 7a = 91k - 7 \quad (*)$$

$$7 \mid a-5 \Rightarrow a = 7k' + 5 \xrightarrow{\times 13} 13a = 91k' + 65 \quad (**)$$

گام دوم: تبدیل دو عبارت به یک عبارت واحد: (*) و (**) را از یکدیگر کم می‌کنیم.

$$(**) - (*) \Rightarrow 6a = 91k'' + 72 \xrightarrow{\div 6} a = 91k'' + 12$$

$$\xrightarrow{100 \leq a \leq 999} \max\{a\} = 91 \times 10 + 12 = 922$$

که جمع ارقام این عدد برابر است با:

$$9 + 2 + 2 = 13$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

هندسه دوازدهم

تست و پاسخ ۱۵۶

ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} j \\ i \end{bmatrix}_{m \times n}$ و $B = \begin{bmatrix} 3-i \\ j \end{bmatrix}_{m \times n}$ مفروض‌اند. اگر اولین درایه سطر آخر ماتریس A با آخرین درایه سطر اول ماتریس B برابر باشد، حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره ماتریسی از مرتبه $m \times n$ دارای m سطر و n ستون است.

درس نامه

در ماتریس $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ برای پیدا کردن درایه واقع در سطر r و ستون s ($1 \leq s \leq n, 1 \leq r \leq m$)، کافی است در تعریف ارائه شده برای a_{ij} ، به جای i ، مقدار r و به جای j ، مقدار s را جایگزین کنیم.

پاسخ تشریحی اولین درایه سطر آخر ماتریس A (درایه a_{m1}) و آخرین درایه سطر اول ماتریس B (درایه b_{1n}) را پیدا می‌کنیم:

$$a_{m1} = \frac{1}{m}$$

$$b_{1n} = \frac{3}{n} - 1$$

$$\frac{1}{m} = \frac{3}{n} - 1 \Rightarrow \frac{1}{m} = \frac{3-n}{n} \Rightarrow m = \frac{n}{3-n}$$

مقادیر به دست آمده را برابر یکدیگر قرار می‌دهیم:

$$3-n > 0 \Rightarrow n < 3 \Rightarrow n = 1 \text{ یا } 2$$

چون m و n اعداد طبیعی هستند؛ پس داریم:

$$n = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$$

$$n = 2 \Rightarrow m = \frac{2}{3-2} = 2$$

تست و پاسخ ۱۵۷

ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعریف $a_{ij} = \begin{cases} mi + j^2; i > j \\ i + j; i \leq j \end{cases}$ مفروض است. اگر مجموع درایه‌های قطر اصلی A با مجموع درایه‌های قطر فرعی آن برابر باشد، مقدار m کدام است؟

$$-5 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره نوشتن ماتریس از روی تعریف ارائه شده برای درایه‌های آن از نکته‌های مورد تأکید کتاب درسی در قالب کار در کلاس و تمرین است.

خودت حل کنی بهتره با توجه به تعریف ارائه شده برای a_{ij} ، درایه‌های ماتریس را می‌نویسیم.

درس نامه

در ماتریس‌های مربعی $n \times n$ با توجه به شماره سطر (i) و شماره ستون (j)، درایه‌ها را به سه دسته کلی می‌توان تقسیم کرد:

(۱) اگر $i = j$ باشد، درایه روی قطر اصلی قرار دارد.

(۲) اگر $i < j$ باشد، درایه بالای قطر اصلی قرار دارد.

(۳) اگر $i > j$ باشد، درایه پایین قطر اصلی قرار دارد.

(۴) اگر $i + j = n + 1$ باشد، درایه روی قطر فرعی قرار دارد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول (مشخص کردن درایه‌های مورد نیاز): با توجه به تعریف a_{ij} ، درایه‌های مورد نظر ماتریس را مشخص می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1+1 & 0 & 1+3 \\ 0 & 2+2 & 0 \\ 3m+1 & 0 & 3+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3m+1 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

گام دوم اعمال شرط سؤال و یافتن خواسته آن: مجموع درایه‌های قطر اصلی و فرعی را برابر یکدیگر قرار می‌دهیم:

$$2+4+6 = 4+4+3m+1 \Rightarrow 3m = 3 \Rightarrow m = 1$$

تست و پاسخ ۱۵۸

اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 5 \\ b & -4 & b \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، ماتریس $A + \frac{b}{a}I$ کدام است؟

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix} (1) & \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} (2) & \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -9 \end{bmatrix} (3) & \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} (4) \end{matrix}$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره تمرینی مشابه این سؤال در کتاب درسی موجود است و در سؤال‌های امتحان نهایی نیز پرتکرار بوده است. همچنین در کنکور خارج از کشور ۹۸، سؤال مشابهی طراحی شده است.

درس نامه

(۱) ماتریس مربعی A قطری است، هرگاه تمام درایه‌های غیرواقعه بر قطر اصلی آن صفر باشد.
(۲) برای دو ماتریس $A_{m \times n}$ و $B_{p \times r}$ ، در صورتی حاصل ضرب AB تعریف می‌شود که $n = p$ باشد. در این صورت ماتریس AB از مرتبه $m \times r$ است. دقت کنید که درایه سطر m ام و ستون r ام ماتریس AB برابر است با حاصل ضرب سطر m ام ماتریس A در ستون r ام ماتریس B .

گام اول (محاسبه ماتریس A): ماتریس A را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} a & 2 & 5 \\ b & -4 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \\ -a & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & a-1 \\ 5b-12-ab & -8 \end{bmatrix}$$

گام دوم (اعمال شرط قطری بودن ماتریس A): در ماتریس قطری A ، درایه‌های غیرواقعه بر قطر اصلی همگی صفر هستند؛ پس داریم:

$$a-1=0 \Rightarrow a=1$$

$$5b-12-ab=0 \xrightarrow{a=1} 4b=12 \Rightarrow b=3$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): ماتریس خواسته شده در صورت سؤال را به دست می‌آوریم.

$$A + \frac{b}{a}I = A + 3I = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$$

تست و پاسخ ۱۵۹

اگر $3 \times A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 6 & 7 \\ d & e & f \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{a+b+c}{d+e+f}$ کدام است؟

$$\begin{matrix} \frac{1}{3} (2) & 4 (3) & \frac{1}{2} (4) \end{matrix}$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره با توجه به مرتبه ماتریس‌ها، ماتریس A را بنویسید و نگران پیدا کردن درایه‌های ماتریس A نباشید.

درس نامه اگر B ماتریسی $m \times n$ ، C ماتریسی $m \times p$ و $BA = C$ باشد، آن‌گاه ماتریس A حتماً از مرتبه $n \times p$ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول (در نظر گرفتن ماتریس مناسب برای A): با توجه به مرتبه ماتریس‌ها، مشخص است که A ماتریسی از مرتبه 3×3 است، پس با فرض $A = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}$ داریم:

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 6 & 7 \\ d & e & f \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4x & 4y & 4z \\ 3x & 3y & 3z \\ 2x & 2y & 2z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 6 & 7 \\ d & e & f \end{bmatrix}$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): درایه‌های دو ماتریس را نظریه‌نظیر برابر هم قرار داده و حاصل عبارت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{a+b+c}{d+e+f} = \frac{4x+4y+4z}{2x+2y+2z} = \frac{4(x+y+z)}{2(x+y+z)} = 2$$

تست و پاسخ ۱۶۰

اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & a \end{bmatrix}$ و $A^2 = A + bI$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤال‌هایی با محوریت رابطه بین ماتریس‌های A ، A^2 و I برای ماتریس‌های مربعی از مرتبه دو در امتحان نهایی و کنکور مورد توجه بوده‌اند.

خودت حل کنی بهتره دو ماتریس هم‌مرتبه در صورتی برابر یکدیگرند که درایه‌های آن‌ها نظریه‌نظیر برابر هم باشند.

درس نامه

ماتریس مربعی $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. طبق قضیه کیلی - همیلتون داریم: $A^2 - (a+d)A + (ad-bc)I = \bar{O}$

پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول (استفاده از رابطه کیلی - همیلتون): قضیه کیلی - همیلتون را برای ماتریس A می‌نویسیم: $A^2 - (2+a)A + (2a+6)I = \bar{O}$
گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): A^2 را در طرف چپ تساوی نگه داشته و سایر عبارات‌ها را به طرف راست منتقل می‌کنیم تا عبارتی مشابه صورت سؤال ایجاد شود:

$$A^2 = (2+a)A - (2a+6)I \xrightarrow{A^2=A+bI} \begin{cases} 2+a=1 \Rightarrow a=-1 \\ -2a-6=b \Rightarrow b=-4 \end{cases}$$

$$a-b = -1+4 = 3$$

روش دوم:

گام اول (محاسبه ماتریس A^2): ابتدا ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 4+2a \\ -6-3a & -6+a^2 \end{bmatrix}$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): ماتریس $A + bI$ را تشکیل داده و برابر ماتریس A^2 قرار می‌دهیم:

$$A + bI = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+b & 2 \\ -3 & a+b \end{bmatrix}$$

$$A^2 = A + bI \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 & 4+2a \\ -6-3a & -6+a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+b & 2 \\ -3 & a+b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2+b=-2 \Rightarrow b=-4 \\ 4+2a=2 \Rightarrow a=-1 \end{cases} \Rightarrow a-b=3$$

تست و پاسخ ۱۶۱

اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و k باقی‌مانده تقسیم j بر 3 باشد، به طوری که $k = 1$ یا $k = 2$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس A^2 کدام است؟

۳۸ (۴)

۳۴ (۳)

۳۰ (۲)

۲۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره سؤال‌های ترکیبی ماتریس با مباحث دیگر ریاضی (مانند نظریه اعداد یا الگاریتم) می‌تواند از سؤال‌های مورد توجه در کنکور باشد.

خودت حل کنی بهتره با توجه به تعریف ارائه شده برای a_{ij} ، درایه‌های ماتریس A را می‌نویسیم.

درس نامه ●●

ماتریس A × سطر i ام ماتریس A = سطر i ام ماتریس A^2 (۱)

ستون j ام ماتریس A × ماتریس A = ستون j ام ماتریس A^2 (۲)

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه ماتریس A): ابتدا با توجه به تعریف a_{ij} ، ماتریس A را با درایه‌هایش می‌نویسیم:

$$A = \begin{bmatrix} 2(1)-1 & 1-2(2) & 2(1)+3 \\ 2-2(1) & 2(2)+2 & 2(2)-3 \\ 2(3)+1 & 2(3)-2 & 3-2(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 6 & 1 \\ 7 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

گام دوم (محاسبه ستون دوم A^2): با توجه به قسمت (۲) درس نامه، ستون دوم ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم:

$$A^2 \text{ ستون دوم} = A \times A \text{ ستون دوم} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 6 & 1 \\ 7 & 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 40 \\ -9 \end{bmatrix}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس A^2 برابر است با: $-1 + 40 - 9 = 30$

تست و پاسخ ۱۶۲

A و B دو ماتریس تعویض پذیر هستند، به طوری که $A^2 = A$ و $B^2 = B$. حاصل $(A+B-AB)^2$ کدام است؟

\bar{O} (۴) $A+B-AB$ (۳) I (۲) $A+B$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره مفهوم تعویض پذیری دو ماتریس و حالت‌های خاص آن در کتاب درسی، امتحان نهایی و به خصوص آزمون‌های تستی مورد تأکید فراوانی بوده است.

خودت حل کنی بهتره A و B دو ماتریس تعویض پذیر نامیده می‌شوند، هرگاه $AB = BA$ باشد.

درس نامه ●●

(۱) اگر دو ماتریس A و B تعویض پذیر باشند، آن‌گاه $(AB)^n = A^n B^n$ است.

(۲) اگر A و B دو ماتریس تعویض پذیر باشند، ماتریس‌های AB و BA نیز نسبت به A و B تعویض پذیر هستند.

(۳) اتحادهای جبری فقط زمانی برای ماتریس‌ها برقرار است که ماتریس‌ها تعویض پذیر باشند.

پاسخ تشریحی گام اول: چون ماتریس‌های A و B تعویض پذیر هستند، با استفاده از اتحاد مربع سه جمله‌ای، حاصل عبارت $(A+B-AB)^2$ را به دست می‌آوریم:

$$(A+B-AB)^2 = A^2 + B^2 + (AB)^2 + 2AB - 2A(AB) - 2B(AB)$$

گام دوم: می‌دانیم $A^2 = A$ ، $B^2 = B$ و $AB = BA$ است، ضمن آن‌که در درس نامه گفتیم $(AB)^2 = A^2 B^2 = AB$ است و در نتیجه با جای گذاری

این موارد داریم:

$$(A+B-AB)^2 = A^2 + B^2 + A^2 B^2 + 2AB - 2A^2 B - 2AB^2 = A + B + AB + 2AB - 2AB - 2AB = A + B - AB$$

تست و پاسخ ۱۶۳

اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 9 \\ 7 & 3 & 4 \\ 6 & 8 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس A کدام است؟

12 (۴) 11 (۳) 10 (۲) 9 (۱)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

مشاوره این سؤال مشابه سؤال کنکور ۱۴۰۰ طراحی شده است.

خودت حل کنی بهتره درایه‌هایی که شماره سطر و ستون آن‌ها برابر است، روی قطر اصلی یک ماتریس مربعی قرار دارند.

درس نامه فرض کنید $A = XYZ$ باشد. در این صورت درایه سطر i ام و ستون j ام ماتریس A از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} \text{سطر} \\ i \\ \text{م} \\ X \end{bmatrix} \times Y \times \begin{bmatrix} \text{ستون} \\ j \\ \text{م} \\ Z \end{bmatrix}$$

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه درایه‌های موردنظر): درایه‌های واقع بر قطر اصلی ماتریس A را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{11} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 9 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -7 & 3 \\ 1 & 3 & -4 \\ -7 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 11$$

$$a_{22} = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & -4 \\ -7 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 6$$

$$a_{33} = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & -4 \\ -7 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -5$$

$$a_{11} + a_{22} + a_{33} = 11 + 6 - 5 = 12$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): مجموع درایه‌های قطر اصلی را به دست می‌آوریم.

تست و پاسخ ۱۶۴

اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس $A^5 + A^6 + A^7$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره محاسبه توان‌های بزرگ ماتریس‌ها و پیدا کردن روند مناسب و ارتباط آن‌ها با توان‌های کوچک‌تر از سؤال‌های مهم امتحان

نهایی است و از سؤال‌های احتمالی کنکور خواهد بود.

خودت حل کنی بهتره توان‌های ماتریس را ادامه دهید تا به ماتریس I یا مضربی از آن دست پیدا کنید.

درس نامه توان‌های بزرگ ماتریس‌های مربعی مرتبه ۲ معمولاً به یکی از روش‌های زیر محاسبه می‌شوند:

(۱) با استفاده از استدلال استقرایی می‌توان از روی ماتریس‌های A^2 ، A^3 و ... ماتریس A^n را حدس زد.

مثال:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

از روی این ماتریس‌ها می‌توان حدس زد $A^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ است.

(۲) توانی از ماتریس برابر ماتریس I یا مضربی از آن می‌شود.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow A^n = \begin{cases} A: (\text{فرد } n) \\ I: (\text{زوج } n) \end{cases}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی

گام اول: ماتریس‌های A^2 ، A^3 ، ... را تا جایی محاسبه می‌کنیم تا به یک روند مشخص دست پیدا کنیم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

گام دوم: حال به کمک ماتریس A^3 می‌توانیم توان‌های بزرگ‌تر ماتریس A را محاسبه کنیم:

$$A^5 = A^3 \times A^2 = -I \times A^2 = -A^2$$

$$A^6 = (A^3)^2 = (-I)^2 = I$$

$$A^7 = A^6 \times A = I \times A = A$$

گام سوم: ماتریس مورد نظر در صورت سؤال را می‌نویسیم:

$$A^5 + A^6 + A^7 = -A^2 + I + A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۴ است.

تست و پاسخ ۱۶۵

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A^{30} کدام است؟

۳^{۳۱} (۴)۳^{۳۰} (۳)۳^{۲۹} (۲)۳^{۲۸} (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا ماتریس A^2 را محاسبه کنید.

درس نامه •• گاهی اوقات ماتریس A^2 برابر ضربی از ماتریس A می‌شود. در این صورت توان‌های بزرگ‌تر ماتریس A به روش زیر محاسبه می‌شود:

$$A^2 = kA \Rightarrow A^3 = A^2 \times A = kA \times A = kA^2 = k \times kA = k^2 A$$

$$A^4 = (kA)^2 = k^2 A^2 = k^2 \times kA = k^3 A$$

$$A^n = k^{n-1} A$$

در نتیجه داریم:

گام اول: ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 3 \\ -3 & 3 & -3 \\ 3 & -3 & 3 \end{bmatrix} = 3A$$

$$A^2 = 3A \Rightarrow A^n = 3^{n-1} A$$

گام دوم: با توجه به درس‌نامه می‌توان نوشت:

$$A^{30} = 3^{29} A$$

پس به ازای $n = 30$ داریم:

با توجه به این‌که مجموع درایه‌های ماتریس A برابر ۱ است، پس مجموع درایه‌های ماتریس A^{30} برابر ۳^{۲۹} است.



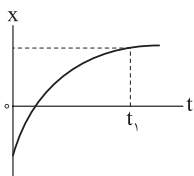
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

فیزیک دوازدهم

تست و پاسخ ۱۶۶

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر درباره حرکت این متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 درست است؟



الف) تندی متحرک در حال افزایش است.

ب) تندی متحرک در حال کاهش است.

پ) جهت حرکت متحرک یک مرتبه تغییر می‌کند.

ت) جهت بردار مکان متحرک یک مرتبه تغییر می‌کند.

۴) ب و ت

۳) ب و پ

۲) الف و ت

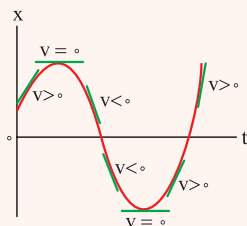
۱) الف و پ

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تست بر اساس یکی از پرسش‌های متن کتاب درسی فیزیک ۳ (ریاضی و تجربی) در فصل ۱ مطرح شده است.

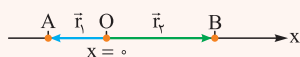
درس‌نامه

۱) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه دلخواه t ، سرعت متحرک در آن لحظه را نشان می‌دهد و بزرگی شیب این خط، بیانگر تندی متحرک در آن لحظه است.



۲) اگر علامت سرعت متحرک، مثبت باشد یعنی متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند. در این صورت تندی و سرعت متحرک هم‌علامت‌اند. اما اگر علامت سرعت متحرک، منفی باشد یعنی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. در این حالت تندی و سرعت متحرک مختلف‌العلامت هستند.

۳) بردار مکان یک جسم، برداری است که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند. هرگاه متحرک از مبدأ محور ($x=0$) عبور کند، بردار مکان آن، تغییر جهت می‌دهد. در شکل مقابل، نقطه O به عنوان مبدأ مکان یا مبدأ محور است.



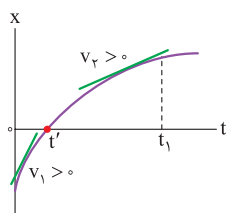
\vec{r}_A : بردار مکان در نقطه A

\vec{r}_B : بردار مکان در نقطه B

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به نکته (۱) درس‌نامه، در بازه زمانی t_1 بزرگی شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان، به تدریج کاهش می‌یابد. یعنی تندی متحرک در حال کاهش است. (رد مورد «الف» و درستی مورد «ب»).

گام دوم: براساس نکته (۲) درس‌نامه، سرعت این متحرک همواره مثبت است؛ یعنی متحرک در بازه زمانی t_1 همواره در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. (رد مورد «پ»).

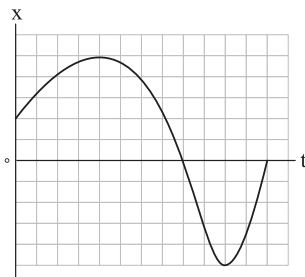
گام سوم: در بازه زمانی t_1 متحرک یک بار در لحظه t' از مبدأ محور ($x=0$) عبور کرده و در این لحظه، جهت بردار مکان آن تغییر کرده است. (درستی مورد «ت»).





تست و پاسخ ۱۶۷

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور X حرکت می کند، به شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در بازه ای که بردار مکان آن در خلاف جهت محور X است، چند برابر اندازه سرعت متوسط آن در بازه ای است که در خلاف جهت محور X حرکت می کند؟



۱ (۱)

۵/۲ (۲)

۳/۲ (۳)

۲۵/۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره تفاوت تندی متوسط و سرعت متوسط همواره مورد توجه طراحان سؤال های کنکور بوده و هست. به ویژه آن که مانند این

تست با یک مفهوم فیزیکی دیگر مانند بردار مکان هم ترکیب شده باشد.

درس نامه در حرکت روی محور X تندی متوسط و سرعت متوسط از روابط زیر به دست می آیند:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

s_{av} : تندی متوسط ($\frac{m}{s}$)

l : مسافت (m)

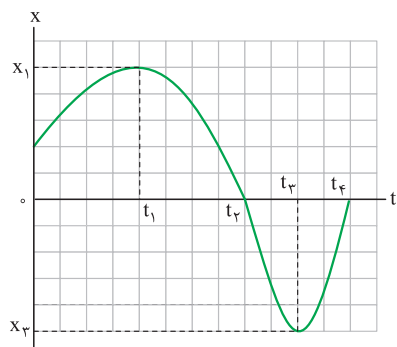
Δt : بازه زمانی (s)

v_{av} : سرعت متوسط ($\frac{m}{s}$)

Δx : جابه جایی (m)

پاسخ تشریحی گام اول: بردار مکان متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_4 در خلاف جهت محور X است. هر واحد طول روی محور X ها را با L

و هر واحد زمان روی محور t را با T نشان می دهیم و تندی متوسط در این بازه زمانی را به دست می آوریم:



$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\Delta L + \delta L}{t_4 - t_1} = \frac{10L}{4T} \Rightarrow s_{av} = \frac{5}{2} \times \frac{L}{T}$$

گام دوم: متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_3 در خلاف جهت محور X حرکت می کند. اندازه سرعت متوسط در این بازه زمانی را محاسبه می کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} = \frac{-5L - 5L}{6T} = -\frac{10L}{6T} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{5}{3} \times \frac{L}{T}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

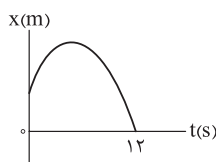
فیزیک

گام سوم: نسبت تندی متوسط متحرک در بازه زمانی t_2 تا t_1 به اندازه سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_3 را به دست می آوریم:

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{5}{2} \times \frac{L}{T}}{\frac{5}{3} \times \frac{L}{T}} = \frac{3}{2}$$

تست و پاسخ ۱۶۸

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 12s$ ، تندی متوسط متحرک $\frac{5}{s} m$ و اندازه سرعت متوسط آن $\frac{2}{s} m$ باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان چند متر است؟



۳۶ (۱)

۴۲ (۲)

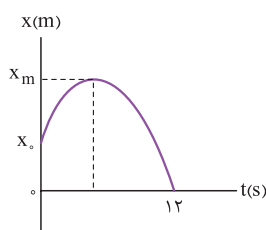
۴۵ (۳)

۴۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در این تست مانند کنکور تجربی تیرماه ۱۴۰۲، تندی متوسط متحرک و بیشترین فاصله آن از مبدأ مکان مورد بررسی قرار می گیرد.

پاسخ تشریحی



گام اول: با معلوم بودن اندازه سرعت متوسط متحرک در ۱۲ ثانیه اول حرکت، مکان اولیه متحرک (x_0) را به دست می آوریم. توجه کنید که علامت سرعت متوسط در این بازه زمانی، منفی است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \frac{v_{av} = -2 \frac{m}{s}}{\Delta t = 12 - 0 = 12s} \rightarrow -2 = \frac{0 - x_0}{12} \Rightarrow x_0 = 24 m$$

گام دوم: با استفاده از تندی متوسط متحرک در ۱۲ ثانیه اول حرکت، مسافت پیموده شده را به دست می آوریم:

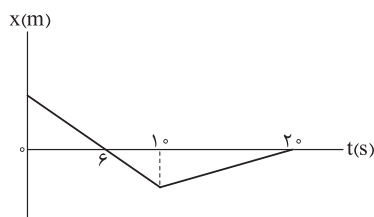
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \quad \frac{s_{av} = 5 \frac{m}{s}}{\Delta t = 12 - 0 = 12s} \rightarrow 5 = \frac{l}{12} \Rightarrow l = 60 m$$

گام سوم: با معلوم بودن مسافت پیموده شده، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان (x_m) را پیدا می کنیم:

$$l = (x_m - 24) + |(0 - x_m)| \xrightarrow{l=60 m} 60 = x_m - 24 + x_m \Rightarrow 84 = 2x_m \Rightarrow x_m = 42 m$$

تست و پاسخ ۱۶۹

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظه $t_1 = 2s$ برابر $\frac{3}{s} m$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا $t_2 = 12s$ چند متر بر ثانیه است؟



۲/۴ (۱)

۲/۱۶ (۲)

۰/۲۴ (۳)

۰/۲۱۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

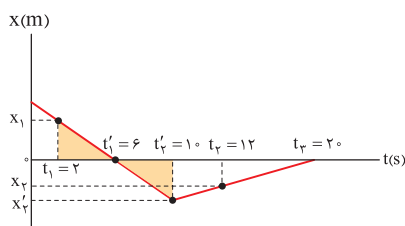


مشاوره اگر در سؤال‌های حرکت‌شناسی، نموداری داده شده باشد، اولین چیزی که باید به آن دقت کنید، محور عمودی نمودار است؛ چون هر یک از نمودارهای مکان - زمان، سرعت - زمان و شتاب - زمان ویژگی‌های خاص خودشان را دارند. مثلاً نموداری که برای این سؤال داده شده، با همین اعداد، در کنکور تجربی تیرماه ۱۴۰۲ با محور عمودی سرعت (v) مطرح شده بود.

خودت حل کنی بهتره مکان متحرک را به ترتیب در لحظه‌های ۲s، ۱۰s و ۱۲s به دست آورید و روی نمودار نشان دهید. سپس از رابطه $|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t}$ ، بزرگی سرعت متوسط را پیدا کنید.

درس نامه وقتی در یک بازه زمانی، نمودار مکان - زمان به صورت خط راست باشد، حرکت در این بازه زمانی با سرعت ثابت است. در این بازه زمانی، تندی متوسط و لحظه‌ای با هم برابرند.

پاسخ تشریحی گام اول: تندی متحرک در لحظه $t_1 = 2s$ با بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی ۲s تا ۱۰s برابر است. بنابراین سرعت متوسط متحرک در این بازه برابر با $-3 \frac{m}{s}$ است. (توجه داشته باشید که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در این بازه زمانی، منفی است.)



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x_2 - x_1}{10 - 2} = -3 \frac{m}{s} \Rightarrow x_2 - x_1 = -24 \Rightarrow x_2 = x_1 - 24$$

گام دوم: با توجه به همنهشتی دو مثلث رنگی در نمودار، متحرک در لحظه $t'_1 = 10s$ در مکان $x'_1 = -x_1 = -12m$ است.

گام سوم: سرعت متوسط در بازه زمانی ۱۰s تا ۱۲s با سرعت متوسط در بازه زمانی ۱۰s تا ۲۰s برابر است. بنابراین داریم:

$$\frac{x_2 - x'_1}{t_2 - t'_1} = \frac{x_2 - x'_1}{t_2 - t'_1} \Rightarrow \frac{x_2 - (-12)}{12 - 10} = \frac{x_2 - (-12)}{20 - 10} \Rightarrow \frac{x_2 + 12}{2} = \frac{12}{10}$$

$$\Rightarrow x_2 + 12 = 2/4 \Rightarrow x_2 = -9/6 m$$

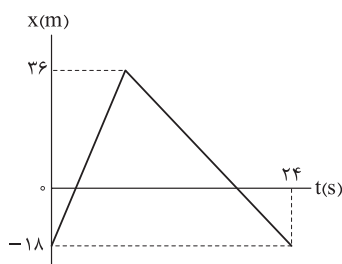
گام چهارم: بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 12s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{-9/6 - 12}{12 - 2} = \frac{-21/6}{10} = -2/16 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow |v_{av}| = 2/16 \frac{m}{s}$$

تست و پاسخ ۱۷۰

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در این حرکت، بردار مکان متحرک چند ثانیه در جهت محور x است؟



۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

۱۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در حل تست‌هایی که نمودار آن‌ها به صورت خطی است، نکته‌های ریاضی مربوط به تشابه مثلث‌ها کاربرد فراوانی دارند. نمونه آن را در این تست می‌بینید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

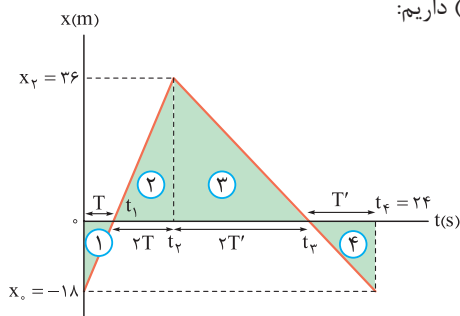
فیزیک

خود حل کنی بهتره لحظه‌هایی که نمودار مکان - زمان، محور t را قطع می‌کند، روی نمودار مشخص کنید. در بازه زمانی بین این دو لحظه $X > 0$ است و بردار مکان متحرک در جهت محور X قرار می‌گیرد.

درس نامه در حرکت روی محور X وقتی متحرک در سمت مثبت محور مکان قرار دارد یعنی $X > 0$ بوده و بردار مکان متحرک در جهت محور X است. اما وقتی متحرک در سمت منفی محور مکان قرار دارد یعنی $X < 0$ بوده و بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور X است.

پاسخ تشریحی

گام اول: اگر بازه زمانی t_1 تا t_2 را با T نشان دهیم، با توجه به تشابه مثلث‌های (۱) و (۲) داریم:



$$\frac{x_2 - 0}{0 - x_0} = \frac{t_2 - t_1}{t_1 - 0} \Rightarrow \frac{36}{-18} = \frac{t_2 - t_1}{T} \Rightarrow t_2 - t_1 = 2T$$

گام دوم: اگر بازه زمانی t_3 تا t_4 را با T' نشان دهیم، با توجه به تشابه مثلث‌های (۳) و (۴) داریم:

$$\frac{x_2 - 0}{0 - x_0} = \frac{t_3 - t_2}{t_4 - t_3} \Rightarrow \frac{36}{-18} = \frac{t_3 - t_2}{T'} \Rightarrow t_3 - t_2 = 2T'$$

گام سوم: با توجه به این که مدت زمان کل حرکت 24 s است می‌توان نوشت:

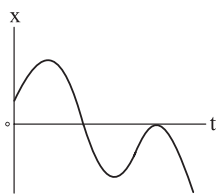
$$T + 2T + 2T' + T' = 24 \Rightarrow 3T + 3T' = 24 \Rightarrow T + T' = 8$$

گام چهارم: در بازه زمانی t_1 تا t_3 متحرک در سوی مثبت محور X است و بردار مکان آن در جهت محور X قرار می‌گیرد:

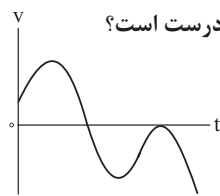
$$t_3 - t_1 = 2T + 2T' = 2(T + T') \xrightarrow{T+T'=8} t_3 - t_1 = 2 \times 8 = 16 \text{ s}$$

تست و پاسخ ۱۷۱

دو متحرک A و B در راستای محور X حرکت می‌کنند. نمودار مکان - زمان متحرک A ، به شکل (الف) و نمودار سرعت - زمان متحرک B به شکل (ب) است. چه تعداد از عبارتهای زیر درباره حرکت این دو متحرک الزاماً درست است؟



(الف)



(ب)

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(الف) جهت بردار مکان متحرک A ، دو مرتبه تغییر می‌کند.

(ب) جهت حرکت متحرک A ، سه مرتبه تغییر می‌کند.

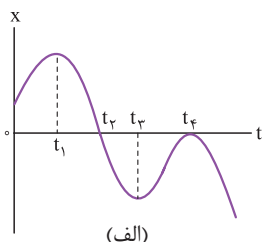
(پ) جهت بردار مکان متحرک B ، یک مرتبه تغییر می‌کند.

(ت) جهت حرکت متحرک B ، سه مرتبه تغییر می‌کند.

پاسخ: گزینه ۴

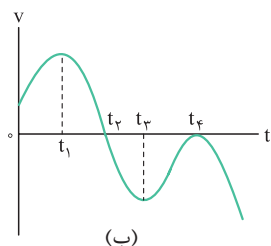
مشاوره توجه کنید که تست‌های مربوط به حرکت‌شناسی، الزاماً محاسباتی نیستند. در کنکور، انتظار چنین تست‌های مفهومی را نیز داشته باشید.

پاسخ تشریحی



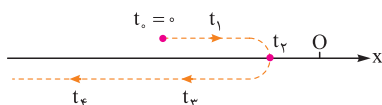
(الف)

گام اول: می‌دانیم هرگاه متحرک از مبدأ محور ($X = 0$) عبور کند، یعنی X تغییر علامت بدهد، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد. بنابراین در نمودار «الف»، فقط در لحظه t_4 جهت بردار مکان متحرک A تغییر می‌کند، پس مورد «الف» نادرست است.

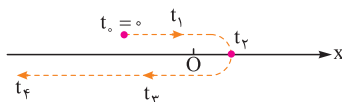


گام دوم: هرگاه جهت حرکت متحرک تغییر کند، علامت سرعت آن عوض می‌شود. در شکل (الف)، علامت سرعت متحرک A در لحظه‌های t_1 و t_3 و t_4 تغییر کرده است. بنابراین مورد «ب» درست است.

گام سوم: مکان اولیه متحرک B معلوم نیست. بنابراین ممکن است متحرک B اصلاً از مبدأ محور نگذرد و جهت بردار مکان آن تغییر نکند.



و یا ممکن است متحرک B، دو بار از مبدأ محور بگذرد. یعنی جهت بردار مکان آن دو بار تغییر کند؛ بنابراین مورد «پ» نادرست است.



گام چهارم: در شکل (ب) علامت سرعت متحرک B فقط در لحظه t_1 تغییر کرده است. بر این اساس جهت حرکت متحرک B فقط یک بار تغییر کرده است؛ یعنی مورد «ت» نادرست است.

تست و پاسخ ۱۷۲

کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- (۱) اگر در طی حرکتی، شتاب متحرک پیوسته برابر صفر باشد، سرعت متحرک در این حرکت ثابت است.
- (۲) اگر در طی حرکتی، شتاب متحرک پیوسته برابر صفر باشد، تندی متحرک در این حرکت ثابت است.
- (۳) اگر در طی حرکتی، سرعت متحرکی ثابت باشد، شتاب آن در این حرکت پیوسته برابر صفر است.
- (۴) اگر در طی حرکتی، تندی متحرک ثابت باشد، شتاب آن در این حرکت، پیوسته برابر صفر است.

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

شتاب متوسط، برابر تغییرات سرعت در واحد زمان است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a_{av} : \text{شتاب متوسط } \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\Delta v : \text{تغییر سرعت } \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\Delta t : \text{بازه زمانی (s)}$$

$$v_1 : \text{سرعت متحرک در لحظه } t_1 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$v_2 : \text{سرعت متحرک در لحظه } t_2 \left(\frac{m}{s}\right)$$

شتاب حرکت در هر لحظه از زمان را شتاب لحظه‌ای و یا برای سادگی، شتاب می‌گویند. اگر شتاب متوسط در بازه‌های زمانی مختلف، یکسان باشد، شتاب لحظه‌ای با شتاب متوسط برابر می‌شود.

نکته شتاب ممکن است به علت تغییر در اندازه سرعت (تندی) و یا تغییر در جهت سرعت و یا هر دوی آن‌ها به وجود آید. بنابراین در حالی که تندی یک متحرک ثابت است، اگر جهت حرکت آن تغییر کند، سرعت آن تغییر می‌کند و این موضوع سبب ایجاد شتاب می‌شود. مثلاً جسمی که با تندی ثابت روی مسیر دایره‌ای می‌چرخد و یا خودرویی که با تندی ثابت در یک جاده مارپیچ حرکت می‌کند. شتاب غیر صفر دارند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: وقتی شتاب متحرک پیوسته برابر صفر است، یعنی شتاب لحظه‌ای با شتاب متوسط برابر است و داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{a=0} \Delta v = 0 \Rightarrow v_1 = v_2$$

یعنی سرعت متحرک ثابت است و (۱) و (۳) درست هستند.

گام دوم: تندی، بزرگی سرعت متحرک است. بنابراین وقتی سرعت ثابت است، تندی نیز ثابت است. یعنی (۲) درست است.

گام سوم: با توجه به نکته درس‌نامه، ممکن است در طی حرکتی، تندی متحرک ثابت باشد، اما شتاب آن در این حرکت پیوسته برابر صفر نباشد؛ یعنی (۴) نادرست است.

تست و پاسخ ۱۷۳

در جدول زیر، مکان و سرعت متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند، در دو لحظه مشخص شده است. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، سرعت متوسط متحرک $\vec{v} = (2/4 \frac{m}{s})\vec{i}$ و شتاب متوسط آن $\vec{a} = (-1/5 \frac{m}{s^2})\vec{i}$ باشد، در SI کدام است؟

سرعت ($\frac{m}{s}$)	مکان (m)	زمان (s)
$5\vec{i}$	$-9\vec{i}$	t_1
\vec{v}_2	$15\vec{i}$	t_2

(۱) $10\vec{i}$

(۲) $-10\vec{i}$

(۳) $20\vec{i}$

(۴) $-20\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از سرعت متوسط متحرک، بازه زمانی $t_2 - t_1$ را به دست آورید. سپس با داشتن شتاب متوسط

در همین بازه زمانی، \vec{v}_2 را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: جابه‌جایی متحرک بین دو لحظه t_1 و t_2 را حساب می‌کنیم و به کمک رابطه سرعت متوسط، بازه زمانی $t_2 - t_1$ را به دست می‌آوریم:

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1 = 15\vec{i} - (-9\vec{i}) = (24m)\vec{i}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \xrightarrow{\vec{v}_{av} = (2/4 \frac{m}{s})\vec{i}, \Delta \vec{x} = (24m)\vec{i}} (2/4 \frac{m}{s})\vec{i} = \frac{(24m)\vec{i}}{\Delta t}$$

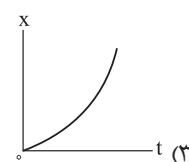
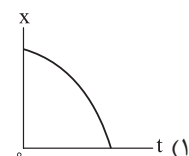
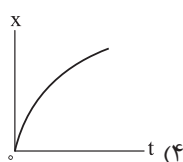
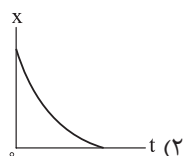
$$\Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 10s$$

گام دوم: رابطه شتاب متوسط را بین دو لحظه t_1 و t_2 می‌نویسیم و از آنجا \vec{v}_2 را حساب می‌کنیم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1, \Delta t = 10s, \vec{v}_1 = (5 \frac{m}{s})\vec{i}} (-1/5)\vec{i} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{10} \Rightarrow -15\vec{i} = \vec{v}_2 - 5\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_2 = -(10 \frac{m}{s})\vec{i}$$

تست و پاسخ ۱۷۴

در کدام یک از نمودارهای مکان - زمان زیر، سرعت متحرک در مبدأ زمان و شتاب آن در تمام لحظه‌ها، در خلاف جهت محور X است؟



پاسخ: گزینه ۱



درس نامه

- (۱) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه $t = 0$ سرعت متحرک در مبدأ زمان (v_0) را نشان می‌دهد.
 (۲) اگر گودی نمودار مکان - زمان، رو به بالا باشد، شتاب حرکت مثبت است و اگر گودی این نمودار، رو به پایین باشد، شتاب حرکت منفی است.



پاسخ تشریحی

و $a < 0$. اکنون گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:



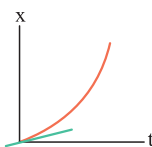
$$\begin{cases} v_0 < 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

①



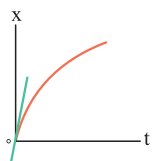
$$\begin{cases} v_0 < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

②



$$\begin{cases} v_0 > 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

③



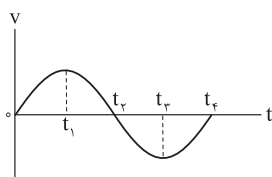
$$\begin{cases} v_0 > 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

④

بنابراین ① درست است.

تست و پاسخ ۱۷۵

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. چه تعداد از عبارات‌های زیر درباره حرکت این متحرک درست است؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

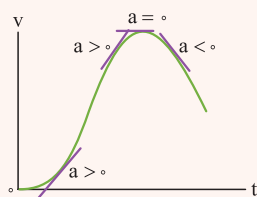
۱ (۱)

الف) در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، اندازه شتاب متحرک در حال کاهش است.ب) در بازه زمانی t_2 تا t_3 ، تندی متحرک در حال افزایش است.پ) در بازه زمانی صفر تا t_3 ، شتاب متوسط متحرک در خلاف جهت محور x است.ت) در بازه زمانی t_2 تا t_4 ، تندی متوسط متحرک با اندازه سرعت متوسط آن برابر است.

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این تست بر اساس یکی از پرسش‌های دوره‌ای آخر فصل کتاب درسی فیزیک ۳ طرح شده است. این پرسش‌ها را اجدی بگیرید.

درس نامه



(۱) شتاب در هر لحظه دلخواه t برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان، در آن لحظه است.

(۲) وقتی متحرک روی محور x و بدون تغییر جهت حرکت کند، تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط آن برابرند.

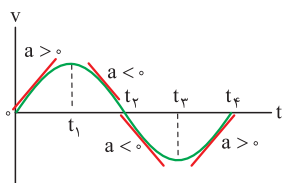


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی با استفاده از شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ شتاب حرکت در بازه‌های زمانی مختلف را روی شکل نشان می‌دهیم و

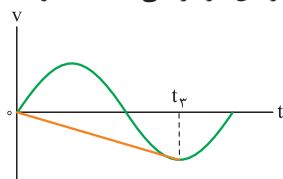
گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:



الف) نادرست؛ در بازه زمانی t_1 تا t_2 گرچه شتاب حرکت منفی است، اما اندازه آن در حال افزایش است.

ب) درست؛ در بازه زمانی t_2 تا t_3 سرعت متحرک منفی است، اما تندی متحرک که اندازه سرعت آن است مثبت بوده و در حال افزایش است.

پ) درست؛ شیب خطی که دو نقطه از نمودار را در لحظه‌های t_3 و t_4 به هم وصل می‌کند منفی است. یعنی در این بازه زمانی، شتاب متوسط متحرک در خلاف جهت محور X است.



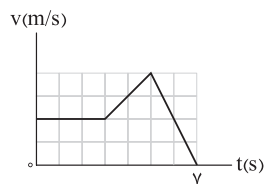
ت) درست است؛ سرعت در بازه زمانی t_3 تا t_4 منفی است، یعنی متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند و هیچ تغییر جهتی ندارد.

بنابراین تندی متوسط متحرک با اندازه متوسط آن برابر است.

تست و پاسخ ۱۷۶

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور X حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اندازه شتاب متحرک در لحظه $t'_1 = 6s$ چند برابر

اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 7s$ است؟



۴ (۲)

۵ (۱)

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

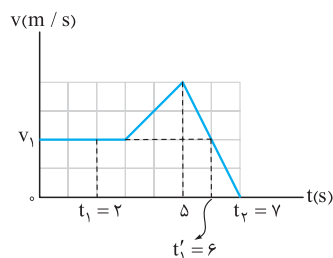
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این تست بر اساس یکی از تمرین‌های متن کتاب درسی فیزیک ۳ در فصل ۱ طرح شده است. تمرین‌ها، پرسش‌ها و مثال‌های

متن کتاب درسی را جدی بگیرید.

پاسخ تشریحی گام اول: در بازه زمانی $5s$ تا $7s$ شتاب متحرک ثابت است؛ بنابراین شتاب در لحظه $t'_1 = 6s$ همان شتاب متوسط در بازه

زمانی $5s$ تا $7s$ یا هر بخشی از آن است. اگر هر واحد سرعت روی محور عمودی را با v نشان دهیم، در بازه زمانی $6s$ تا $7s$ داریم:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_1 = \frac{v_2 - v'_1}{t_2 - t'_1} \xrightarrow[v'_1 = v_1 = 2v]{v_2 = 0} a_1 = \frac{0 - 2v}{7 - 6} = -2v \Rightarrow |a_1| = 2v$$

گام دوم: اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 7s$ را نیز به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_2 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow[t_2 = 7s, t_1 = 2s]{v_2 = 0, v_1 = 2v} a_2 = \frac{0 - 2v}{7 - 2} = -\frac{2}{5}v \Rightarrow |a_2| = \frac{2}{5}v$$

$$\frac{|a_1|}{|a_2|} = \frac{2v}{\frac{2}{5}v} = 5$$

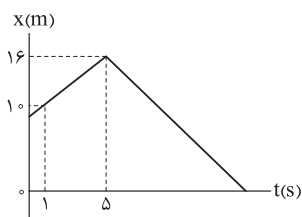
گام سوم: اکنون نسبت $\frac{|a_1|}{|a_2|}$ را به دست می‌آوریم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۷۷

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $1s$ تا $11s$ ،



برابر $1/8 \frac{m}{s}$ باشد، شتاب متوسط آن در این بازه زمانی، در SI، کدام است؟

- (۱) $0/05 \vec{i}$ (۲) $0/35 \vec{i}$
(۳) $-0/05 \vec{i}$ (۴) $-0/35 \vec{i}$

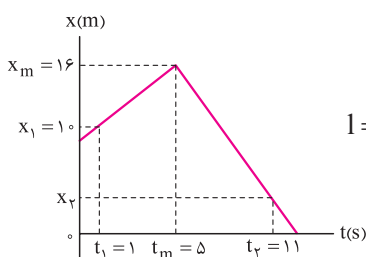
پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا مسافت طی شده در بازه زمانی $1s$ تا $11s$ و مکان متحرک در لحظه $t = 11s$ را حساب کنید. سپس سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 11s$ را به دست آورید و با استفاده از آن‌ها، شتاب متوسط در این بازه زمانی را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از تندی متوسط، مسافت طی شده در بازه زمانی $1s$ تا $11s$ را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow{s_{av} = 1/8 \frac{m}{s}} \frac{l}{\Delta t = 11 - 1 = 10s} \rightarrow 1/8 = \frac{l}{10} \Rightarrow l = 18m$$

اکنون مکان متحرک در لحظه $t_2 = 11s$ را حساب می‌کنیم.



$$l = 16 - 10 + (16 - x_2) \xrightarrow{l=18m} 18 = 6 + 16 - x_2 \Rightarrow x_2 = 4m$$

گام دوم: سرعت متحرک در لحظه $t_1 = 1s$ همان سرعت متوسط در بازه $1s$ تا $5s$ است. همچنین سرعت متحرک در لحظه $t_2 = 11s$ همان سرعت متوسط در بازه $5s$ تا $11s$ است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_1 = \frac{x_m - x_1}{t_m - t_1} = \frac{16 - 10}{5 - 1} = \frac{6}{4} = 1/5 \frac{m}{s}$$

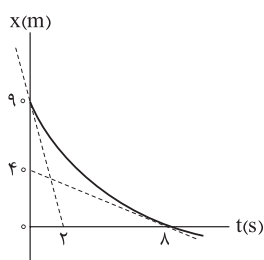
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_2 = \frac{x_2 - x_m}{t_2 - t_m} = \frac{4 - 16}{11 - 5} = -\frac{12}{6} = -2 \frac{m}{s}$$

گام سوم: شتاب متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_2 را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{-2 - 1/5}{11 - 1} = -\frac{3/5}{10} = -0/35 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \vec{a}_{av} = (-0/35 \frac{m}{s^2}) \vec{i}$$

تست و پاسخ ۱۷۸

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. جهت بردار مکان آن تغییر می‌کند، در SI کدام است؟ (خط چین‌های رسم شده در دو لحظه $t_2 = 0$ و $t_2 = 8s$ بر نمودار مماس هستند.)



- (۱) $5 \vec{i}$
(۲) $-5 \vec{i}$
(۳) $6/25 \vec{i}$
(۴) $-6/25 \vec{i}$

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

مشاوره حرکت‌شناسی یکی از مباحث فیزیک دبیرستان است که دامنه سؤال‌های آن بسیار وسیع و متنوع است. مثلاً شتاب متوسط فقط از روی نمودار سرعت-زمان به دست نمی‌آید، بلکه اگر به این سؤال و سؤال قبل دقت کنید، می‌بینید که با استفاده از اطلاعات روی نمودار مکان-زمان هم می‌توانید به شتاب متوسط برسید.

پاسخ تشریحی

گام اول: در لحظه $t = 8$ S که متحرک از مبدأ محور ($x = 0$) عبور می‌کند و علامت x عوض می‌شود، جهت بردار مکان آن تغییر می‌کند.
گام دوم: شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان در هر لحظه، سرعت متحرک را در آن لحظه نشان می‌دهد. بنابراین می‌توانیم سرعت متحرک در لحظه‌های $t = 0$ و $t = 8$ S را به دست آوریم:

$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{0 - 90}{2 - 0} = -\frac{90}{2} = -45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{0 - 40}{8 - 0} = -\frac{40}{8} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

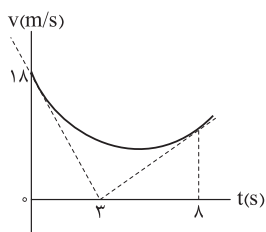
گام سوم: شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی 0 تا 8 S حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{-5 - (-45)}{8 - 0} = \frac{40}{8} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \vec{a}_{av} = (5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \vec{i}$$

تکنیک از آن‌جا که گودی نمودار مکان-زمان رو به بالاست، از ابتدا معلوم بود که شتاب متحرک مثبت است و (۲) و (۴) رد می‌شوند.

تست و پاسخ ۱۷۹

نمودار سرعت-زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر اندازه شتاب متحرک در مبدأ زمان، ۳ برابر اندازه شتاب آن در لحظه $t = 8$ S باشد، شتاب متوسط متحرک در ۸ ثانیه اول، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ (دو خط چین رسم شده در مبدأ زمان و لحظه $t = 8$ S بر نمودار مماس هستند).



$$\vec{i} \quad (1)$$

$$-\vec{i} \quad (2)$$

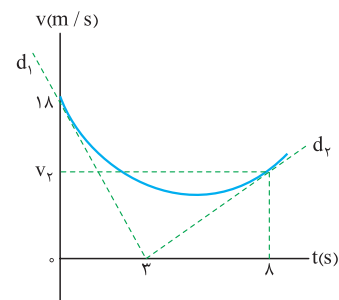
$$0 / 25 \vec{i} \quad (3)$$

$$-0 / 25 \vec{i} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره ابتدا شتاب و سپس سرعت متحرک را در لحظه $t = 8$ S به دست آورید. در مرحله بعد، شتاب متوسط را در ۸ ثانیه اول پیدا کنید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان، شتاب لحظه‌ای را نشان می‌دهد. بر این اساس، نسبت اندازه شتاب در مبدأ زمان به اندازه شتاب در لحظه $t = 8$ S را برابر با ۳ قرار می‌دهیم و از آن‌جا سرعت متحرک در لحظه $t = 8$ S (v_2) را پیدا می‌کنیم.



$$a_1 = d_1 \text{ شیب خط } = \frac{0 - 18}{3 - 0} = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_2 = d_2 \text{ شیب خط } = \frac{v_2 - 0}{8 - 3} = \frac{v_2}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{|a_1|}{|a_2|} = 3 \Rightarrow \frac{|-6|}{\frac{|v_2|}{5}} = 3 \Rightarrow \frac{6}{\frac{|v_2|}{5}} = 3 \Rightarrow \frac{6}{|v_2|} = \frac{3}{5} \Rightarrow |v_2| = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



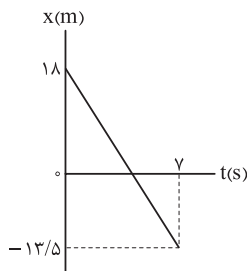
گام دوم: اکنون شتاب متوسط متحرک در ۸ ثانیه اول حرکت را محاسبه می کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 - 18}{8 - 0} = -1 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{av} = (-1 \frac{m}{s^2}) \vec{i}$$

تست و پاسخ ۱۸۰

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. بردار جابه جایی متحرک در بازه زمانی ۳s تا ۵s و نیز بردار سرعت آن در لحظه t = ۲s به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟



(۱) $-9\vec{i}$ و $-4/5\vec{i}$

(۲) صفر و $-4/5\vec{i}$

(۳) صفر و $9\vec{i}$

(۴) $9\vec{i}$ و $-9\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

- (۱) در حرکت یکنواخت روی خط راست (سرعت ثابت)، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است. یعنی سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه، برابر سرعت لحظه ای آن است. ($v = v_{av}$)
- (۲) معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت به صورت زیر است:

$$x = vt + x_0$$

x: مکان متحرک در لحظه t (m)

x_0 : مکان اولیه یا مبدأ حرکت یعنی مکان متحرک در لحظه $t = 0$ (m)

v: سرعت متحرک ($\frac{m}{s}$)

t: زمان (s)

- (۳) در حرکت با سرعت ثابت، نمودار مکان - زمان به صورت یک خط شیب دار است و شیب آن، سرعت متحرک را نشان می دهد.

پاسخ تشریحی گام اول: سرعت متحرک را به دست می آوریم. با توجه به این که نمودار مکان - زمان، خط راست است، سرعت ثابت بوده و سرعت لحظه ای با سرعت متوسط برابر است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \Rightarrow v = \frac{-13/5 - 18}{5 - 0} = \frac{-31/5}{5} = -4/5 \frac{m}{s}$$

$$\vec{v} = (-4/5 \frac{m}{s}) \vec{i}$$

از آن جا که سرعت ثابت است، در لحظه t = ۲s نیز بردار سرعت برابر است با:

گام دوم: معادله مکان - زمان متحرک را می نویسیم و با استفاده از آن، مکان متحرک را در دو لحظه $t_1 = 3s$ و $t_2 = 5s$ به دست می آوریم.

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[x_0 = 18m]{v = -4/5 \frac{m}{s}} x = -4/5 t + 18$$

$$t_1 = 3s \Rightarrow x_1 = -4/5 \times 3 + 18 = 4/5 m$$

$$t_2 = 5s \Rightarrow x_2 = -4/5 \times 5 + 18 = -4/5 m$$

گام سوم: بردار جابه جایی متحرک در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 5s$ را حساب می کنیم:

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1 = (-4/5 m) \vec{i} - (4/5 m) \vec{i} = (-9m) \vec{i}$$

بنابراین ۱ درست است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۱۸۱

معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -4t + 12$ است. کدام یک از عبارتهای زیر درباره حرکت این متحرک درست است؟

الف) متحرک در لحظه $t = 3s$ تغییر جهت می‌دهد.

ب) متحرک همواره در یک جهت حرکت می‌کند و اندازه بردار مکان آن پیوسته در حال افزایش است.

پ) فاصله متحرک تا مبدأ در لحظه‌های $t_1 = 0/5s$ و $t_2 = 3/5s$ یکسان است.

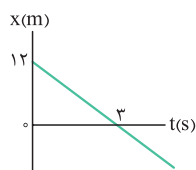
ت) سرعت متوسط در ۲ ثانیه سوم برابر سرعت متحرک در لحظه $t = 4s$ است.

(۱) الف و پ و ت (۲) الف و پ (۳) ب و ت (۴) ت

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در مسیر آماده‌شدن برای کنکور، همیشه دنبال سؤال‌های پیچیده و عجیب و غریب نباشید، بسیاری از تست‌هایی که در کنکور مطرح می‌شوند، ساده یا متوسط هستند. مثلاً همین معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت در کنکور تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳ مطرح شده بود.

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از معادله مکان - زمان متحرک، نمودار مکان - زمان آن را رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} x = vt + x_0 \\ x = -4t + 12 \end{cases} \Rightarrow v = -4 \frac{m}{s}, x_0 = 12m$$

$$x = 0 \Rightarrow 0 = -4t + 12 \Rightarrow t = 3s$$

گام دوم: موارد «الف» تا «ت» را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست؛ با توجه به این که معادله مکان متحرک از درجه اول بوده و حرکت آن با سرعت ثابت است، در طول مسیر، تغییر جهت نمی‌دهد.

ب) نادرست؛ متحرک همواره در یک جهت حرکت می‌کند اما از لحظه صفر تا لحظه $t = 3s$ که متحرک به مبدأ محور نزدیک می‌شود، اندازه بردار مکان آن، در حال کاهش است.

پ) نادرست؛ مکان متحرک در لحظه‌های $t_1 = 0/5s$ و $t_2 = 3/5s$ را به دست می‌آوریم:

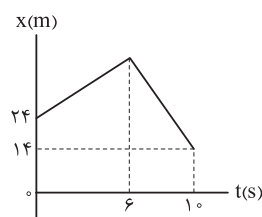
$$\begin{cases} t_1 = 0/5s \Rightarrow x_1 = -4(0/5) + 12 = 10m \\ t_2 = 3/5s \Rightarrow x_2 = -4(3/5) + 12 = -2m \end{cases} \Rightarrow |x_1| \neq |x_2|$$

بنابراین فاصله متحرک تا مبدأ، در دو لحظه فوق، یکسان نیست.

ت) درست؛ با توجه به این که سرعت متحرک ثابت است، سرعت متوسط آن در هر بازه زمانی، با سرعت آن در هر لحظه دلخواه برابر است.

تست و پاسخ ۱۸۲

نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظه $t_1 = 2s$ ، $5 \frac{m}{s}$ کم‌تر از تندی آن در لحظه $t_2 = 8s$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $3s$ تا $9s$ چند متر بر ثانیه است؟



۲ (۱)

۲/۵ (۲)

۴ (۳)

۱/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه در هر بازه زمانی از حرکت که سرعت ثابت است، می‌توانیم سرعت در هر لحظه دلخواه را با سرعت متوسط در آن بازه زمانی، برابر قرار دهیم. همچنین در این بازه زمانی، اندازه سرعت متحرک با تندی آن برابر است.

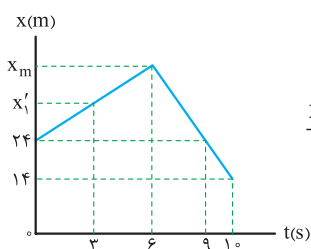
پاسخ تشریحی

گام اول: تندی متحرک در لحظه $t_1 = 2s$ با سرعت متوسط در ۶ ثانیه اول حرکت (v_1) برابر است. همچنین تندی متحرک در لحظه $t_2 = 8s$ با اندازه سرعت متوسط در بازه زمانی ۶s تا ۱۰s، $(|v_2|)$ برابر است. با توجه به این مطلب، می‌توانیم بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان (x_m) را به دست آوریم:

$$|v_2| - v_1 = 5 \Rightarrow \left| \frac{14 - x_m}{10 - 6} \right| - \frac{x_m - 24}{6 - 0} = 5 \Rightarrow \frac{x_m - 14}{4} - \frac{x_m - 24}{6} = 5 \Rightarrow \frac{3x_m - 42}{12} - \frac{2x_m - 48}{12} = 5$$

$$\Rightarrow x_m + 6 = 60 \Rightarrow x_m = 54m$$

گام دوم: با توجه به شکل و نوشتن نسبت تشابه، مکان متحرک در لحظه $t'_1 = 3s$ را به دست می‌آوریم:



$$\frac{x'_1 - 24}{3 - 0} = \frac{x_m - 24}{6 - 0} \xrightarrow{x_m = 54m} \frac{x'_1 - 24}{3} = \frac{54 - 24}{6} \Rightarrow x'_1 - 24 = 15 \Rightarrow x'_1 = 39m$$

به همین ترتیب، مکان متحرک در لحظه $t'_2 = 9s$ را نیز به دست می‌آوریم:

$$\frac{x'_2 - 14}{10 - 9} = \frac{x_m - 14}{10 - 6} \xrightarrow{x_m = 54m} \frac{x'_2 - 14}{1} = \frac{54 - 14}{4} \Rightarrow x'_2 - 14 = 10 \Rightarrow x'_2 = 24m$$

گام سوم: بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t'_1 = 3s$ تا $t'_2 = 9s$ را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{x'_2 = 24m, x'_1 = 39m, t'_2 = 9s, t'_1 = 3s} v_{av} = \frac{24 - 39}{9 - 3} = -2/5 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{av}| = 2/5 \frac{m}{s}$$

تست و پاسخ ۱۸۳

دو جسم A و B با سرعت‌های ثابت بر روی محور x در حرکت‌اند و هر دو هم‌زمان در یک لحظه در مبدأ از کنار هم عبور می‌کنند. اگر معادله مکان - زمان A در SI، $x_A = 3t - 4$ باشد و متحرک B در لحظه $t_1 = 5s$ از مکان $x_1 = -22m$ عبور کند، معادله مکان - زمان متحرک B در SI کدام است؟

$$x_B = -9t + 23 \quad (2)$$

$$x_B = 9t - 23 \quad (1)$$

$$x_B = -6t + 8 \quad (4)$$

$$x_B = 6t - 8 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه وقتی دو متحرک در لحظه‌ای به هم برسند یا از کنار هم بگذرند، می‌توان در آن لحظه، معادله مکان آن‌ها را مساوی با هم قرار داد و مجهول مورد نظر را به دست آورد.

پاسخ تشریحی گام اول: لحظه‌ای را که متحرک A از مبدأ مکان عبور می‌کند به دست می‌آوریم؛ در این لحظه $x_A = 0$ است.

$$x_A = 3t - 4 \xrightarrow{x_A = 0} 0 = 3t - 4 \Rightarrow t = \frac{4}{3}s$$

گام دوم: متحرک B نیز در لحظه $t = \frac{4}{3}s$ از مبدأ مکان عبور می‌کند و داریم:

$$t = \frac{4}{3}s \Rightarrow x_B = 0$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

اکنون می‌توانیم سرعت متحرک B را به دست آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{x_1 - x_B}{t_1 - t} \xrightarrow{x_B=0, x_1=-22m, t=\frac{4}{3}s, t_1=5s} v_B = \frac{(-22) - 0}{5 - \frac{4}{3}} = \frac{-22}{\frac{11}{3}} = -6 \frac{m}{s}$$

با توجه به معادله مکان - زمان متحرک B ($x_B = v_B t + x_{0B}$) فقط (۴) می‌تواند درست باشد.

البته می‌توانیم x_{0B} را به صورت زیر، محاسبه کنیم:

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{v_B = -6 \frac{m}{s}} x_B = -6t + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[t=\frac{4}{3}s]{x_B=0} 0 = -6 \times \frac{4}{3} + x_{0B} \Rightarrow x_{0B} = 8m$$

می‌توانیم لحظه $t_1 = 5s$ را در گزینه‌ها جای‌گذاری کنیم و ببینیم در کدام گزینه، $x_B = -22m$ به دست می‌آید. در این

صورت، همان ابتدا (۱) و (۳) حذف می‌شوند.

تست و پاسخ ۱۸۴

در شکل زیر دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و B با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کند و در نقطه O از کنار هم می‌گذرند. در ادامه ۴s طول می‌کشد تا متحرک اول از O به B و ۹s طول می‌کشد تا دومی از O به A برسد. اگر تندی متحرک اول $12 \frac{m}{s}$ باشد، چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک دوم از B به A برسد؟



۱۵ (۲)

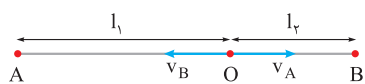
۱۰ (۱)

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

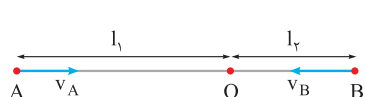
پاسخ: گزینه ۲

گام اول: رابطه مسافت طی‌شده برای هر دو متحرک را از ابتدا تا لحظه عبور از نقطه O می‌نویسیم:



$$\begin{cases} l_1 = v_A \Delta t \\ l_2 = v_B \Delta t \end{cases} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{v_A}{v_B}$$

گام دوم: رابطه مسافت طی‌شده برای دو متحرک را بعد از عبور از نقطه O تا لحظه رسیدن به نقاط A و B می‌نویسیم:



$$\begin{cases} l_1 = v_B \Delta t_B \xrightarrow{\Delta t_B = 9s} l_1 = v_B \times 9 \\ l_2 = v_A \Delta t_A \xrightarrow{\Delta t_A = 4s} l_2 = v_A \times 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{v_B}{v_A} \times \frac{9}{4}$$

گام سوم: از مقایسه نتایج به دست آمده در گام‌های اول و دوم داریم:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{v_B}{v_A} \times \frac{9}{4} \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{v_A}{v_B} = \frac{3}{2} \xrightarrow{v_A = 12 \frac{m}{s}} \frac{12}{v_B} = \frac{3}{2} \Rightarrow v_B = 8 \frac{m}{s}$$

گام چهارم: کل مسیر پیموده‌شده توسط متحرک B و کل زمان حرکت آن وقتی از B به A می‌رسد را به دست می‌آوریم:

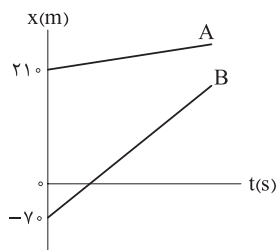
$$\begin{cases} l_1 = v_B \Delta t_B = 8 \times 9 = 72m \\ l_2 = v_A \Delta t_A = 12 \times 4 = 48m \end{cases} \Rightarrow l_1 + l_2 = 72 + 48 = 120m$$

$$(l_1 + l_2) = v_B \times \Delta t_{BA} \xrightarrow[l_1+l_2=120m]{v_B=8 \frac{m}{s}} 120 = 8 \Delta t_{BA} \Rightarrow \Delta t_{BA} = \frac{120}{8} = 15s$$



تست و پاسخ ۱۸۵

شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. اگر تندی متحرک B، $14 \frac{m}{s}$ بیشتر از تندی متحرک A و فاصله دو متحرک از یکدیگر در لحظه تغییر جهت بردار مکان متحرک B، $252 m$ باشد، در چه لحظه‌ای برای بار دوم فاصله دو متحرک از هم $252m$ می‌شود؟



۲۰ (۱)

۲۲ (۲)

۳۶ (۳)

۳۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

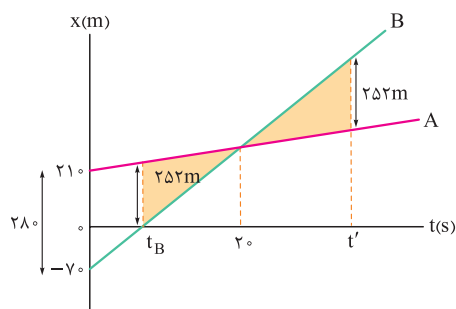
گام اول: معادله مکان دو متحرک را نوشته و مساوی با هم قرار می‌دهیم تا لحظه به هم رسیدن آن‌ها را به دست آوریم:

$$x_A = x_B \xrightarrow{x=vt+x_0} v_A t + x_{0A} = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{\substack{x_{0A}=21\text{ m} \\ x_{0B}=-7\text{ m}}} v_A t + 21 = v_B t - 7$$

$$\Rightarrow 28 = (v_B - v_A)t \xrightarrow{v_B - v_A = 14 \frac{m}{s}} 28 = 14t \Rightarrow t = \frac{28}{14} = 2\text{ s}$$

توجه کنید که چون سرعت هر دو متحرک، مثبت است؛ تندی و سرعت برای هر کدام از آن‌ها یکسان است.

گام دوم: لحظه‌ای که بردار مکان متحرک B تغییر جهت می‌دهد (t_B) همان لحظه‌ای است که متحرک B از مبدأ محور ($x=0$) می‌گذرد. در این لحظه داریم:



$$x_A - x_B = 252\text{ m} \xrightarrow{x_B=0} x_A = 252\text{ m}$$

گام سوم: رابطه جابه‌جایی دو متحرک A و B را نسبت به هم می‌نویسیم تا t_B را به دست آوریم:

$$\Delta x = v \times \Delta t \Rightarrow 28 - 252 = (v_B - v_A)(t_B - 0) \xrightarrow{v_B - v_A = 14 \frac{m}{s}} 28 = 14 \times t_B \Rightarrow t_B = 2\text{ s}$$

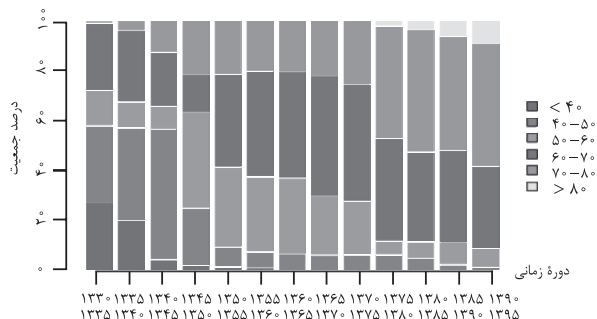
گام چهارم: با توجه به همنهستی دو مثلث رنگ‌شده در نمودار، t' یعنی لحظه‌ای که برای بار دوم، فاصله دو متحرک از هم $252m$ می‌شود را پیدا می‌کنیم:

$$t' - 20 = 20 - t_B \xrightarrow{t_B=2\text{ s}} t' - 20 = 20 - 2 \Rightarrow t' = 38\text{ s}$$



شیمی دوازدهم

تست و پاسخ ۱۴۶



نمودار مقابل توزیع جمعیت جهان را براساس امید به زندگی آن‌ها در دوره‌های زمانی گوناگون نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار، کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) از سال ۱۳۶۰ تا ۱۳۸۰، درصد جمعیتی که امید به زندگی ۴۰ تا ۵۰ سال داشته‌اند، به تقریب ثابت بوده است.
- (۲) اگر جمعیت جهان در سال ۱۳۹۳، ۸ میلیارد نفر بوده باشد، حدود ۴ میلیارد نفر از آن‌ها، امید به زندگی بین ۷۰ تا ۸۰ سال داشته‌اند.
- (۳) از سال ۱۳۶۰، درصد جمعیتی که امید به زندگی زیر ۴۰ سال دارند، به صفر رسیده است و از حدود ۱۰ سال بعد، امید به زندگی بالای ۸۰ سال در جمعیت ظاهر شده است.
- (۴) با گذشت زمان، میزان امید به زندگی در سطح جهان افزایش یافته است؛ چون استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت در جوامع رو به گسترش است.

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ●● شاخص امید به زندگی

- شاخصی است که نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین، چند سال در یک منطقه معین و یا در کل جهان زندگی (عمر) می‌کنند.
- با گذشت زمان، به طور کلی شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته است.
- امروزه، امید به زندگی بیشتر مردم دنیا در حدود ۸۰ - ۷۰ سال است.
- امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد، زیرا این شاخص به عوامل گوناگونی بستگی دارد.
- این شاخص به عوامل مختلفی مثل سطح آگاهی مردم، سلامت جامعه، سلامت محیط زیست، نوع تغذیه، توجه به نظافت و بهداشت و ... بستگی دارد.
- میزان امید به زندگی در مناطق توسعه‌یافته و برخوردار در مقایسه با مناطق کم‌برخوردار، بیشتر است.
- مقایسه امید به زندگی در یک سال معین؛ نواحی توسعه‌یافته (برخوردار) < میانگین جهانی < نواحی کم‌تر توسعه‌یافته (کم‌برخوردار)
- شیب نمودار امید به زندگی نواحی کم‌برخوردار از شیب نمودار نواحی برخوردار، بیشتر است و این یعنی در یک بازه زمانی معین، رشد امید به زندگی در نواحی کم‌برخوردار بیشتر از رشد امید به زندگی در نواحی برخوردار است.

پاسخ تشریحی با توجه به نمودار، از سال ۱۳۶۰ و بعد از آن، درصد جمعیتی که امید به زندگی زیر ۴۰ سال دارند، برابر صفر است، اما تازه از سال ۱۳۷۵ (یعنی حدود ۱۵ سال بعد)، امید به زندگی بالای ۸۰ سال در جمعیت ظاهر شده است، نه ۱۰ سال بعد!

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) با توجه به نمودار، درصد مردمی که امید به زندگی آن‌ها بین ۴۰ تا ۵۰ سال است، از سال ۱۳۶۰ تا ۱۳۸۰ تقریباً ثابت است.
- ۲) با توجه به نمودار، در دوره زمانی ۱۳۹۵ - ۱۳۹۰، حدود نیمی از درصد جمعیت جهان، امید به زندگی بین ۷۰ تا ۸۰ سال داشته‌اند؛ به عبارت دیگر اگر جمعیت کل جهان را در سال ۱۳۹۳، ۸ میلیارد در نظر بگیریم، تقریباً ۴ میلیارد نفر یا نیمی از این جمعیت، امید به زندگی ۷۰ - ۸۰ سال داشته‌اند.
- ۴) با گذشت زمان و نیز با گسترش استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت، آلودگی‌ها و عوامل بیماری‌زا در محیط کاهش و با افزایش سطح تندرستی و بهداشت فردی و همگانی، شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۸۷



چه تعداد از عبارت‌های زیر در رابطه با دو ماده اتیلن گلیکول و اوره، درست است؟

• این دو ترکیب به خوبی در یکدیگر حل می‌شوند.

• مولکول‌های اتیلن گلیکول و اوره می‌توانند با یکدیگر پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.

• نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول اوره، برابر همین نسبت در مولکول اتیلن گلیکول است.

• شمار گروه‌های عاملی در مولکول اوره و اتیلن گلیکول با یکدیگر برابر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

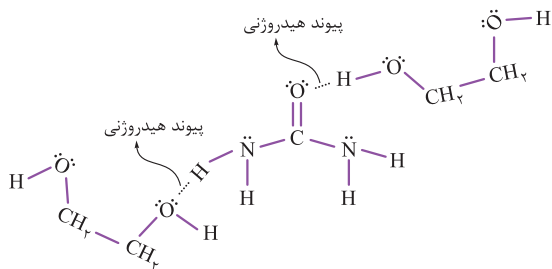
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: اوره $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ و اتیلن گلیکول $\text{CH}_2\text{OHCH}_2\text{OH}$ به خوبی در یکدیگر حل می‌شوند؛ زیرا هر دو قطبی هستند و همچنین هر دو توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارند.

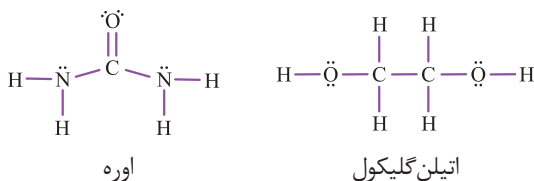
نکته توجه داشته باشید که مواد دارای پیوند هیدروژنی در حلال‌های دارای پیوند هیدروژنی به خوبی حل می‌شوند.

عبارت دوم: گفتیم که هر دو مولکول اوره و اتیلن گلیکول، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارند؛ زیرا در ساختار خود به ترتیب دارای پیوندهای $\text{O}-\text{H}$ و $\text{N}-\text{H}$ هستند؛ بنابراین می‌توانند با هم پیوند هیدروژنی تشکیل دهند. نمایش تعدادی از پیوندهای هیدروژنی بین اوره و

اتیلن گلیکول به صورت زیر است:



عبارت سوم: در ساختار مولکول اوره، ۸ جفت الکترون پیوندی و ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد که نسبت اولی به دومی برابر ۲ است، اما در ساختار مولکول اتیلن گلیکول، ۹ جفت الکترون پیوندی و ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد که نسبت اولی به دومی برابر ۲/۲۵ است:



اوره

اتیلن گلیکول

عبارت چهارم: در ساختار مولکول اوره، دو گروه عاملی آمیدی $(-\text{C}(=\text{O})-\text{N}-)$ و در ساختار مولکول اتیلن گلیکول، دو گروه عاملی هیدروکسیل $(-\text{OH})$ وجود دارد.

تست و پاسخ ۱۸۸

کدام مطلب نادرست است؟

(۱) در فرایند انحلال، اگر ذره‌های سازنده حل‌شونده با مولکول‌های حلال جاذبه قوی برقرار نکنند، حل‌شونده در حلال پخش می‌شود.

(۲) حالت فیزیکی آلاینده، تأثیر بسزایی در انتخاب یک پاک‌کننده مناسب دارد.

(۳) حلالیت روغن زیتون در اوره به مراتب کم‌تر از حلالیت آن در هگزان است.



(۴) سدیم کلرید با تشکیل جاذبه‌های یون-دوقطبی در حلال قطبی آب حل شده، ولی نقره کلرید در حلال ناقطبی هگزان حل نمی‌شود.

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی در فرایند انحلال، اگر ذره‌های سازنده حل‌شونده با مولکول‌های حلال جاذبه مناسبی برقرار کنند، حل‌شونده در حلال حل می‌شود. در غیر این صورت، ذره‌های حل‌شونده کنار هم باقی می‌مانند و در حلال پخش نمی‌شوند.

نکته یادتون که نرفته؟! به طور کلی فرایند انحلال هنگامی منجر به تشکیل محلول می‌شود که میزان جاذبه بین ذرات حل‌شونده و حلال در محلول، بیشتر از میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص باشد:

میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص > جاذبه‌های حل‌شونده با حلال در محلول → شرط تشکیل محلول

اگر مولکول‌های حلال را با A و ذره‌های حل‌شونده را با B نشان دهیم، برای محلول B در A، رابطه زیر برقرار است:

$$A...B > \frac{(A...A) + (B...B)}{2} \quad (\dots \text{ نشان‌دهنده جاذبه بین ذرات است.})$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) با توجه به این که حالت فیزیکی یک ماده ناشی از ساختار، رفتار و نیروی بین مولکولی آن ماده است، بنابراین برای زدودن آلاینده‌ها، بررسی ساختار و رفتار ذره‌های سازنده آلاینده‌ها و مواد شوینده و نیز نیروی بین مولکولی آن‌ها ضروری است؛ مثلاً برای از بین بردن لکه شربت (مایع) بر روی لباس، کافی است از آب (مایع) استفاده شود، اما برای زدودن گل و لای (خاک رس: جامد) موجود در آب، می‌توان از کاغذ صافی (جامد) یا دستگاه تصفیه آب استفاده کرد.

۳) روغن زیتون ($C_{57}H_{104}O_6$) یک مولکول ناقطبی می‌باشد. این مولکول در اوره ($CO(NH_2)_2$) که یک مولکول قطبی است، حل نمی‌شود، اما در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان (C_6H_{14}) به خوبی حل می‌شود.

۴) اغلب ترکیبات یونی در آب حل می‌شوند. یکی از اون‌ها سدیم کلرید (NaCl) است که به محض ورود به آب، یون‌های تفکیک‌شده توسط مولکول‌های آب، آبپوشیده شده و جاذبه یون-دوقطبی تشکیل می‌دهند؛ اما توجه داشته باشید که نقره کلرید (AgCl) با وجود این که یک ترکیب یونی است، در آب و هگزان که به ترتیب حلال‌های قطبی و ناقطبی هستند، نامحلول است.

تست و پاسخ ۱۸۹

اگر یک اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، دارای ۱۴ گروه CH_2 باشد، کدام یک از عبارتهای زیر در مورد آن، نادرست است؟

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

الف) از واکنش آن با پتاسیم هیدروکسید، یک پاک‌کننده با حالت فیزیکی مایع تولید می‌شود.

ب) ۱۲/۵ درصد از جرم آن را عنصر اکسیژن تشکیل می‌دهد.

پ) بخش ناقطبی آن بر بخش قطبی غلبه داشته و به همین دلیل به طور خودبه‌خودی می‌تواند در آب پخش شود.

ت) محصول واکنش این ترکیب با سدیم هیدروکسید، هم در آب و هم در چربی حل می‌شود.

الف - پ (۱) ب - پ (۲) ب - ت (۳) فقط «پ» (۴)

پاسخ: گزینه ۴

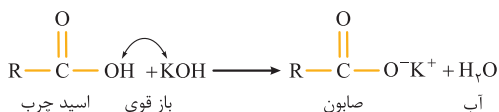
پاسخ تشریحی فقط عبارت «پ» نادرست است.

اگر اسید چرب (RCOOH) مورد نظر دارای ۱۴ گروه CH_2 باشد، فرمول مولکولی آن به صورت $CH_3(CH_2)_{14}COOH$ یا $C_{16}H_{32}O_2$ خواهد بود.

بررسی عبارت‌ها:

الف) از واکنش کامل هر مول اسید چرب با یک مول باز قوی پتاسیم هیدروکسید (KOH)، یک مول صابون مایع و یک مول آب به دست می‌آید:

۱ مول آب + ۱ مول صابون مایع → ۱ مول باز قوی KOH + ۱ مول اسید چرب



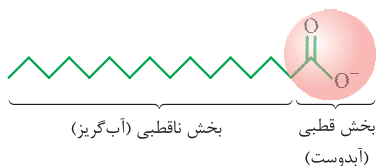
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



(ب) درصد جرمی اکسیژن در این اسید چرب برابر است با: $C_{16}H_{32}O_2$ جرم مولی $= 16(12) + 32 + 2(16) = 256 \text{ g.mol}^{-1}$

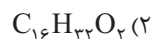
$$C_{16}H_{32}O_2 \text{ در } O \text{ درصد جرمی} = \frac{32}{256} \times 100 = 12.5\%$$

(پ) اسیدهای چرب ناقطبی اند و در آب که یک حلال قطبی است، پخش نمی‌شوند. توجه کنید که این اسیدها هم دارای بخش قطبی (گروه کربوکسیل) و هم دارای بخش ناقطبی (زنجیر هیدروکربنی) هستند، اما به دلیل غلبه بخش ناقطبی بر بخش قطبی، مولکول در مجموع ناقطبی به حساب می‌آید. (ت) محصول واکنش اسیدهای چرب با سدیم هیدروکسید، صابون است که هم در چربی و هم در آب حل می‌شود؛ به طوری که بخش ناقطبی صابون با چربی جاذبه برقرار می‌کند و بخش قطبی آن که دارای بار منفی است، با مولکول‌های آب جاذبه یون - دوقطبی برقرار می‌کند.



تست و پاسخ ۱۹۰

اگر شمار اتم‌های کربن در یک استر سه‌عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، $1/5$ برابر شمار اتم‌های هیدروژن در یک اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده بوده و جرم اتم‌های کربن در هر مول از این اسید چرب 112 گرم بیشتر از جرم اتم‌های هیدروژن در هر مول از این استر سه‌عاملی باشد، استر مورد نظر را از واکنش یک الکل سه‌عاملی با کدام یک از اسیدهای زیر می‌توان تهیه کرد؟ ($C = 12, H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ابتدا باید فرمول عمومی استر سه‌عاملی با زنجیر سیرشده و اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده را بنویسیم. با توجه به این که اسیدهای چرب سازنده استر مورد نظر یکسان است، برای پیدا کردن فرمول عمومی آن، می‌توان به صورت زیر عمل کرد:



$$\Rightarrow C_{3n+6} H_{6n+8} O_6 \xrightarrow{3n+6=x} 6n+8 = 6\left(\frac{x-6}{3}\right) + 8 = 2x - 12 + 8 = 2x - 4$$

$$\text{فرمول عمومی استرهای سیرشده} = C_x H_{2x-4} O_6$$

$$\text{فرمول عمومی اسیدهای چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده} = C_y H_{2y} O_2$$

با توجه به این که شمار اتم‌های کربن در استر مورد نظر، $1/5$ برابر شمار اتم‌های هیدروژن در اسید چرب فرض شده است، خواهیم داشت:

$$x = 1/5(2y) \Rightarrow x = 2y/5$$

هم‌چنین جرم اتم‌های کربن در هر مول از اسید چرب مورد نظر، 112 گرم بیشتر از جرم اتم‌های هیدروژن در هر مول از استر است:

$$12y = (2x - 4) + 112 \xrightarrow{x=2y/5} 12y = 6y + 108 \Rightarrow 6y = 108 \Rightarrow y = 18$$

$$x = 2y/5 \Rightarrow x = 2(18) = 36$$

بنابراین فرمول مولکولی استر مورد نظر به صورت $C_{36}H_{72}O_6$ است.

نکته اگر اسیدهای چرب سازنده یک استر بلندزنجیر، یکسان باشند، برای پیدا کردن فرمول این اسیدهای چرب می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

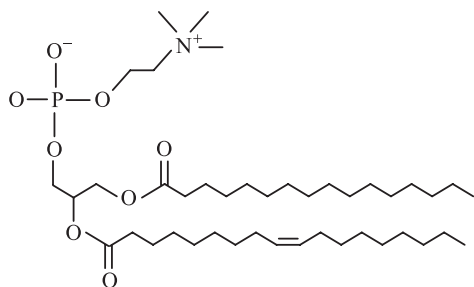
$$C_3 H_5 - \frac{\text{فرمول مولکولی استر سنگین}}{3} = \text{فرمول اسید چرب سازنده استر سنگین}$$

در نتیجه برای تعیین فرمول اسید چرب سازنده استر مورد نظر، می‌توان به روش زیر عمل کرد:

$$\text{فرمول اسید چرب} = \frac{C_3 H_5 - \text{فرمول استر سنگین}}{3} = \frac{C_{36} H_{72} O_6 - C_3 H_5}{3} = C_{17} H_{34} O_2$$



تست و پاسخ ۱۹۱



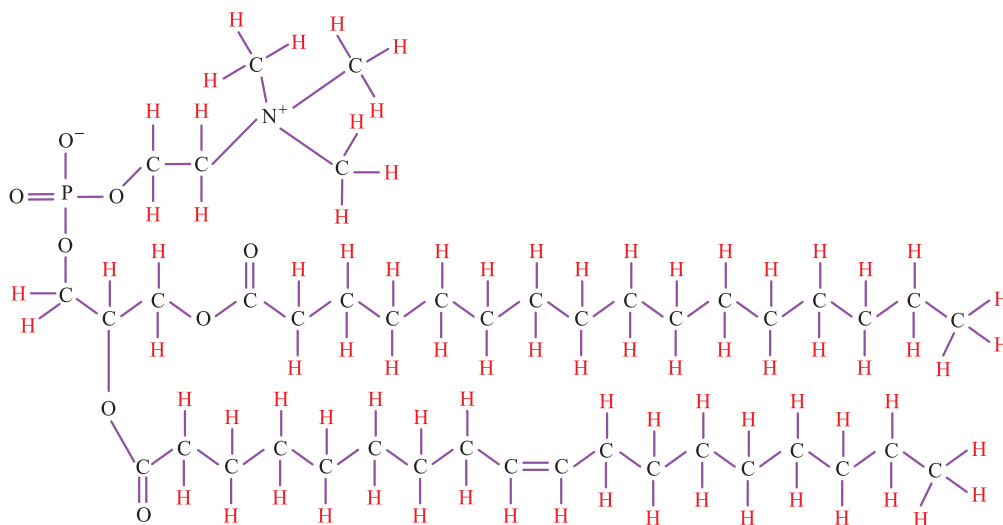
شکل مقابل ساختار فسفاتیدیل کولین را نشان می‌دهد که به عنوان فسفولیپید غالب در غشای بیشتر سلول‌های پستانداران وجود دارد. با توجه به آن، کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) زنجیرهای هیدروکربنی، بخش آب‌گریز و بخش‌های شامل عنصرهای O، N و P، بخش‌های آبدوست این ساختار را تشکیل می‌دهند.
- (۲) نیروی بین مولکولی غالب در آن، همانند اسید چرب، از نوع وان‌دروالسی است.
- (۳) فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_{42}H_{81}NO_8P$ است.

(۴) الگوی کلی این فسفولیپیدها را می‌توان به صورت نمایش داد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: این ترکیب در ساختار خود دارای ۴۲ اتم کربن (C)، یک اتم نیتروژن (N)، یک اتم فسفر (P) و ۸ اتم اکسیژن (O) است. برای پیدا کردن تعداد هیدروژن‌ها بهتره از روی ساختار بشماریم:



این ترکیب دارای ۸۲ اتم هیدروژن و در نتیجه فرمول مولکولی آن به صورت $C_{42}H_{82}NO_8P$ است.

هواستون باشه که آله از فرمول زیر استفاده می‌کردین، ۸۰ اتم هیدروژن به دست می‌آید! زیرا در این ترکیب، اتم‌های N و P حالت عادی خود که تنها سه پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهند را نداشته و مهبوریم که از روی ساختار، دونه‌دونه اتم‌های هیدروژن را بشماریم:

= تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیب آلی با n اتم کربن

$$(1 \times 15) + (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه} \times 4) - (\text{تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه} \times 2) - (2n + 2)$$

$$= [(2 \times 42) + 2] - \underbrace{(2 \times 4)}_{\text{پیوندهای دوگانه}} + \underbrace{(1 \times 2)}_{\text{اتم N و P}} = 80$$

اما به هر حال، چه از روی ساختار بشماریم و چه از فرمول استفاده کنیم، در هر دو صورت با تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در (۳) متفاوت به دست می‌آید و این گزینه نادرست است. ☹️

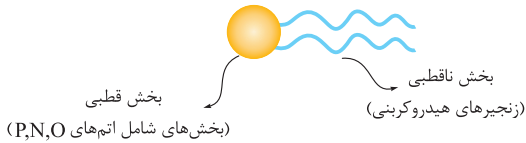
بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) زنجیرهای هیدروکربنی ترکیب داده‌شده، ناقصی بوده و آب‌گریز (چربی‌دوست) محسوب می‌شوند و بخش‌هایی که دارای اتم‌های N، O و P هستند، به دلیل تمایل به جذب جفت‌الکترون پیوندی بیشتر، بخش قطبی مولکول به حساب می‌آیند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



- ۲) با توجه به این که بخش بزرگی از مولکول را بخش ناقطبی آن تشکیل داده است؛ بنابراین این مولکول همانند اسیدهای چرب ناقطبی بوده و نیروی بین مولکولی غالب در آن از نوع وان دروالسی است.
- ۴) ترکیب مورد نظر دارای دو زنجیر هیدروکربنی (ناقطبی) و یک سر قطبی می باشد؛ بنابراین الگوی آن را می توان به صورت زیر نمایش داد:



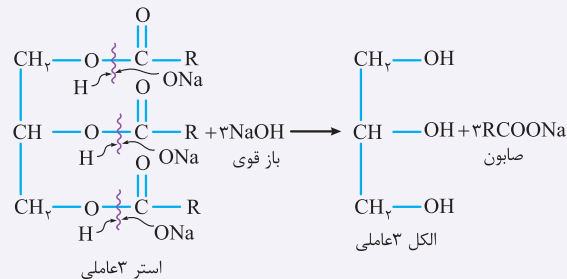
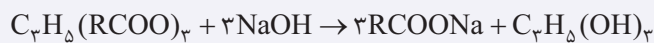
تست و پاسخ ۱۹۲

اگر ۸ گرم سدیم هیدروکسید ۹۰ درصد خالص با ۴۸/۳۶ گرم از یک استر سه عاملی با زنجیرهای هیدروکربنی سیر شده و یکسان، به طور کامل واکنش دهد، فرمول صابون تولید شده کدام است؟ ($\text{Na} = ۲۳, \text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱ : \text{g.mol}^{-1}$)

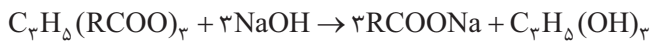


پاسخ: گزینه ۱

نکته از واکنش کامل هر مول استر سه عاملی با سه مول باز قوی سدیم هیدروکسید (NaOH)، سه مول صابون جامد و یک مول الکل سه عاملی به دست می آید: $۱ \text{ مول الکل سه عاملی} + ۳ \text{ مول صابون} \rightarrow ۳ \text{ مول باز قوی} + ۱ \text{ مول استر سه عاملی}$



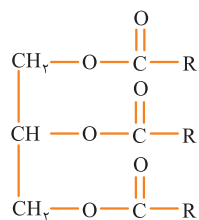
پاسخ تشریحی گام اول: معادله واکنش انجام شده را نوشته و موازنه می کنیم:



گام دوم: به کمک جرم سدیم هیدروکسید (NaOH) و جرم استر، جرم مولی استر را حساب می کنیم:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{۱۰۰} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۹\%}{۱۰۰} = \frac{۴۸/۳۶}{۱ \times M} \Rightarrow M = \frac{۴۸۳۶}{۶} = ۸۰۶ \text{ g.mol}^{-1} \text{ (جرم مولی استر)}$$

گام سوم: به کمک جرم مولی استر، جرم مولی گروه R را به دست می آوریم:



$$\Rightarrow \text{جرم مولی} = ۶(۱۲) + ۵(۱) + ۶(۱۶) + ۳R = ۱۷۳ + ۳R$$

$$۱۷۳ + ۳R = ۸۰۶ \Rightarrow ۳R = ۶۳۳ \Rightarrow R = ۲۱ \text{ g.mol}^{-1}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

گام چهارم: با توجه به این که R، گروه آلکیل است، شمار اتم‌های کربن R را محاسبه می‌کنیم:

$$C_n H_{2n+1} \text{ جرم مولی} = 12n + 2n + 1 = 14n + 1$$

$$14n + 1 = 211 \Rightarrow 14n = 210 \Rightarrow n = 15$$

بنابراین زنجیر هیدروکربنی (R) استر بلندزنجیر، شامل ۱۵ اتم کربن است؛ در نتیجه فرمول صابون ایجاد شده $(C_n H_{(2n+1)} COONa)$ ، به صورت $C_{15} H_{31} COONa$ خواهد بود.

تست و پاسخ ۱۹۳

کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) اگر مقداری صابون را به مخلوط آب و روغن اضافه کنیم و آن را به هم بزنیم، یک مخلوط پایدار ایجاد می‌شود که به ظاهر همگن است.
- (۲) رنگ پوششی، نمونه‌ای از یک کلئید است که نور را از خود عبور می‌دهد.
- (۳) ذره‌های سازنده کلئیدها و سوسپانسیون‌ها، به ترتیب توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت و ذره‌های ریز ماده هستند.
- (۴) در بین محلول‌ها، کلئیدها و سوسپانسیون‌ها، ویژگی ته‌نشین شدن تنها مربوط به سوسپانسیون‌ها است.

پاسخ: گزینه ۲

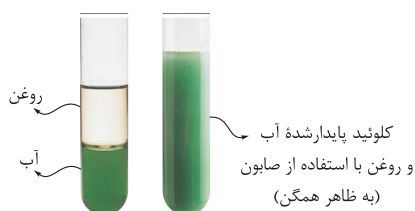
درس نامه ●● ویژگی‌های برخی از انواع مخلوط‌ها

محلول	کلئید	سوسپانسیون	نوع مخلوط ویژگی
نور را عبور می‌دهند	نور را پخش می‌کنند	نور را پخش می‌کنند	رفتار در برابر نور
همگن	ناهمگن	ناهمگن	همگن بودن
پایدار است / ته‌نشین نمی‌شود	پایدار است / ته‌نشین نمی‌شود	ناپایدار است / ته‌نشین می‌شود	پایداری
یون‌ها یا مولکول‌ها	توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت	ذره‌های ریز ماده	ذره‌های سازنده
محلول سدیم کلرید (نمک) در آب، آب دریا، هوا، آب‌قند، ید در هگزان	رنگ‌های پوششی، چسب‌ها، شیر، ژله، سس مایونز، مخلوط آب، صابون و روغن	شربت معده، دوغ، شربت خاکشیر و آب گل‌آلود	نمونه‌های مهم

پاسخ تشریحی ذره‌های سازنده کلئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت‌اند و این ذرات آن‌قدر بزرگ هستند که باعث پخش شدن نور (نه عبور آن!) می‌شوند.

بنابراین هنگام عبور نور از یک کلئید مثل رنگ پوششی، مسیر عبور نور قابل تشخیص است. بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مخلوط صابون، روغن و آب، کلئید است. کلئیدها ناهمگن هستند، اما ظاهری همگن دارند.



۲) ذره‌های سازنده کلئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت و ذره‌های سازنده سوسپانسیون‌ها، ذره‌های ریز ماده (ذره‌هایی که با چشم دیده می‌شوند!) هستند.

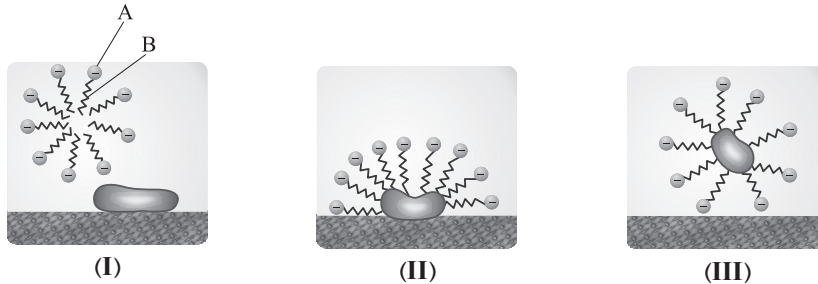
۳) در بین این سه نوع مخلوط، تنها سوسپانسیون‌ها مخلوط‌هایی ناپایدار هستند و ذره‌های معلق موجود در آن‌ها به مرور زمان ته‌نشین می‌شوند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۹۴

شکل‌های زیر، مراحل پاک‌شدن یک لکهٔ روغن از روی پارچه با صابون را نشان می‌دهند. با توجه به آن، چه تعداد از مطالب زیر درست است؟



(I)

(II)

(III)

- بخش‌های A و B به ترتیب بخش‌های آبدوست و چربی‌دوست را در مولکول صابون نشان می‌دهند.
- مولکول‌های صابون پس از برقراری جاذبه با مولکول‌های روغن، به کمک بخش آبدوست خود در آب حل می‌شوند.
- مولکول‌های صابون مانند پلی بین مولکول‌های آب و روغن قرار گرفته و ذره‌های روغن را در آب پخش می‌کنند.
- شکل‌های (I) و (III)، به ترتیب حل‌شدن صابون در آب به کمک بخش قطبی آن و پخش شدن روغن در آب به کمک صابون را نشان می‌دهند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

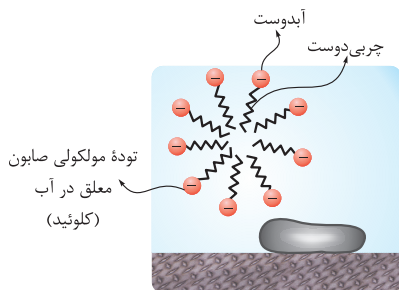
پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ تشریحی همهٔ عبارتهای داده‌شده، درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول:

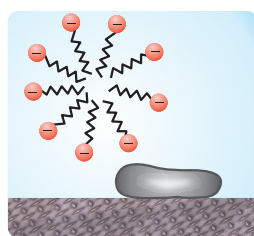
هنگامی که صابون وارد آب می‌شود، به کمک سر آبدوست خود در آن حل می‌شود. به محض حل‌شدن صابون در آب، بخش کاتیونی (مثل Na^+) از بخش آنیونی آن ($\text{R}-\text{C}(=\text{O})-\text{O}^-$) جدا شده و مولکول‌های صابون یک تودهٔ مولکولی (کلوئید) در آب تشکیل می‌دهند:



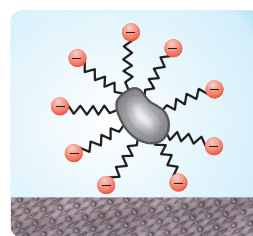
عبارت‌های دوم و سوم:

بخش آب‌گریز یا ناقطبی جزء آنیونی صابون، با مولکول‌های چربی جاذبهٔ وان‌دروالسی برقرار می‌کند و بخش قطبی یا آبدوست آن هم با مولکول‌های آب، تشکیل جاذبه می‌دهد (یون - دوقطبی)، گویی مولکول‌های صابون همانند پلی بین مولکول‌های آب و چربی قرار می‌گیرند. در نهایت لکهٔ چربی از پارچه جدا شده و در آب پخش می‌شود.

عبارت چهارم: شکل (I)، مربوط به لحظهٔ ورود صابون به آب و تشکیل کلوئید می‌شود و شکل (II)، مربوط به مرحلهٔ آخر پاک‌شدن لکهٔ چربی از روی پارچه و پخش شدن آن در آب توسط مولکول‌های صابون است:



ورود صابون به آب



زدودن لکهٔ چربی از سطح پارچه



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

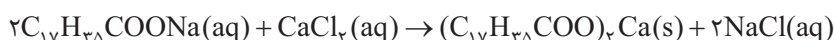
تست و پاسخ ۱۹۵

مقدار کافی صابون جامد با فرمول $C_{17}H_{35}COONa$ را در 150 میلی لیتر از محلول کلسیم کلرید با غلظت $2/0$ مولار ریخته و هم می زنیم. اگر بعد از 30 دقیقه، $4/04$ گرم رسوب جدا شود، با فرض ثابت بودن سرعت تولید و جدا شدن رسوب در طول انجام واکنش، چند دقیقه دیگر زمان لازم است تا همه کلسیم موجود در محلول به صورت کامل رسوب کند؟ ($Ca = 40, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

۸۵ (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۳۵ (۳) ۱۵۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا معادله واکنش انجام شده را نوشته و موازنه می کنیم:



گام دوم: مول کلسیم کلرید موجود در محلول را حساب می کنیم:

$$CaCl_2 \text{ مول} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول}} = \frac{2/0}{150} = 0/0133 \text{ mol}$$

اگر همه کلسیم موجود در کلسیم کلرید اولیه، مصرف شود و رسوب تولید کند، خواهیم داشت:

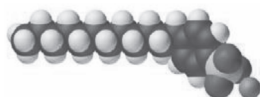
= مقدار رسوب تولیدی با مصرف همه کلسیم موجود در محلول $CaCl_2$ اولیه

$$0/0133 \text{ mol } CaCl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Ca^{2+}}{1 \text{ mol } CaCl_2} \times \frac{1 \text{ mol } (C_{17}H_{35}COO)_2Ca}{1 \text{ mol } Ca^{2+}} \times \frac{606 \text{ g } (C_{17}H_{35}COO)_2Ca}{1 \text{ mol } (C_{17}H_{35}COO)_2Ca} = 18/18 \text{ g}$$

از $18/18$ گرم رسوب تولیدی در پایان واکنش، $4/04$ گرم آن طی 30 دقیقه اول تولید شده است؛ بنابراین زمان لازم برای جدا شدن $18/18 - 4/04 = 14/14$ گرم رسوب باقی مانده با توجه به ثابت بودن سرعت تولید و جدا شدن رسوب، برابر خواهد بود با:

$$14/14 \text{ g رسوب} \times \frac{30 \text{ دقیقه}}{4/04 \text{ g رسوب}} = 105 \text{ دقیقه}$$

تست و پاسخ ۱۹۶



چه تعداد از موارد زیر درباره مدل فضاپرکن نشان داده شده، درست است؟

- فرمول شیمیایی این ترکیب را می توان به صورت $C_{18}H_{37}SO_3Na$ نمایش داد.
- این ماده را می توان از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی، طی واکنش های پیچیده تولید کرد.
- این ترکیب می تواند در محیط های گوناگون مانند سفرهای دریایی و صنایع وابسته به آب شور، پاسخ گوی نیاز انسان باشد.
- یک نوع پاک کننده صابونی بوده که بخش آنیونی آن شامل یک بخش ناقطبی بزرگ و یک بخش قطبی کوچک تر است.

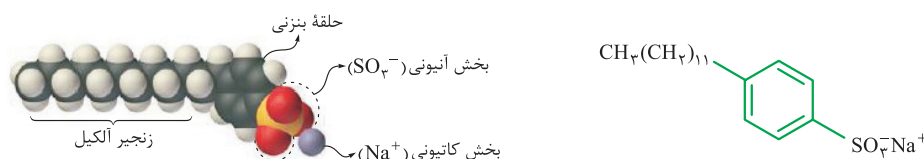
۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: عبارت های اول، دوم و سوم درست اند.

بررسی عبارت ها:

• با توجه به مدل فضاپرکن داده شده، فرمول شیمیایی ترکیب داده شده به صورت $C_{18}H_{37}SO_3Na$ است:



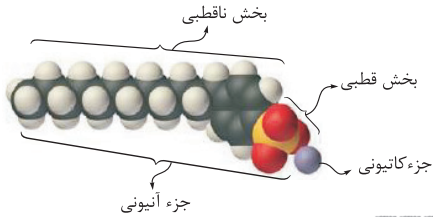
• این ترکیب، یک پاک کننده غیرصابونی است. این پاک کننده ها را می توان از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی، طی واکنش های پیچیده در صنعت تولید کرد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



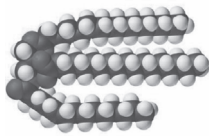
● پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند، زیرا با یون‌های موجود در این آب‌ها رسوب نمی‌دهند؛ بنابراین از این پاک‌کننده‌ها می‌توان در محیط‌های گوناگون مانند سفرهای دریایی و صنایع وابسته به آب شور (که حاوی مقادیر چشمگیری از یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} هستند) نیز استفاده کرد.

● گفتم که این ترکیب مربوط به یک پاک‌کننده غیرصابونی است. این پاک‌کننده از دو جزء کاتیونی و آنیونی تشکیل شده که جزء آنیونی آن دارای دو بخش قطبی (آبدوست) و بخش ناقطبی (آب‌گریز) می‌باشد.

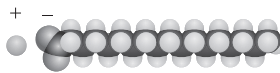


تست و پاسخ ۱۹۷

با توجه به مدل فضاپرکن ترکیب‌های داده‌شده، کدام گزینه درست است؟



(a)



(b)



(c)

- با افزایش جمعیت جهان، برای تولید صابون در مقیاس انبوه، به مقدار زیادی از ترکیب b نیاز است.
- قدرت پاک‌کنندگی ترکیب c بیشتر از ترکیب b است، چون شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی بیشتری در آن وجود دارد.
- این شکل‌ها مدل فضاپرکن سه پاک‌کننده را نشان می‌دهند که قدرت‌های پاک‌کنندگی متفاوتی دارند.
- با استفاده از ترکیب a و مواد لازم دیگر، می‌توان ترکیب b را تولید کرد که قدرت پاک‌کنندگی کم‌تری از ترکیب c دارد.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: مدل‌های فضاپرکن داده‌شده، هر یک مربوط به مواد زیر هستند:

a → استر سنگین

b → صابون

c → پاک‌کننده غیرصابونی

صابون‌ها (b) را می‌توان از واکنش اسیدهای چرب و یا استرهای سنگین (a) با مواد دیگری مثل بازهای قوی به دست آورد. صابون‌ها (b) قدرت پاک‌کنندگی کم‌تری نسبت به پاک‌کننده‌های غیرصابونی (c) دارند و برخلاف پاک‌کننده‌های غیرصابونی، در آب‌های سخت رسوب تشکیل می‌دهند. بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) برای تولید صابون (b) در مقیاس انبوه، به مقدار بسیار زیادی چربی نیاز است.

۲) قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیرصابونی (c) بیشتر از صابون (b) است؛ زیرا این پاک‌کننده‌ها با یون‌های موجود در آب سخت رسوب تشکیل نمی‌دهند. ربطی به جفت‌الکترون ناپیوندی ندارد!

۳) ترکیب (a) استر سنگین است و پاک‌کننده نیست!

تست و پاسخ ۱۹۸

کدام‌یک از توصیف‌های داده‌شده با ماده مورد نظر هم‌خوانی ندارد؟

(الف) صابون گوگرددار: ضدعفونی‌کننده و مناسب برای از بین بردن میکروب

(ب) صابون مراغه: مناسب برای موهای چرب به دلیل داشتن خاصیت بازی مناسب

(پ) صابون با ماده شیمیایی کلردار: مناسب برای از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی

(ت) مواد شوینده با نمک‌های فسفات: مناسب برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها

(۴) پ - ت

(۳) ب - ت

(۲) الف - پ

(۱) الف - ب

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی عبارات‌های «الف» و «پ» همخوانی ندارند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) صابون گوگرددار، برای از بین بردن جوش صورت و هم‌چنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

(ب) صابون مراغه، یک صابون طبیعی است که افزودنی شیمیایی نداشته و قدمتی بیش از ۱۵۰ سال دارد. این صابون به دلیل خاصیت بازی مناسب برای موهای چرب استفاده می‌شود:

صابون طبیعی با قدمت بیش از ۱۵۰ سال ←
 معروف‌ترین صابون سنتی ایران ←
 صابون مراغه ← روش تهیه: پیه گوسفند + سود سوزآور ← جوشاندن ← قالب‌گیری ← خشک کردن
 نداشتن افزودنی شیمیایی ←
 داشتن خاصیت بازی مناسب ← استفاده برای موهای چرب

(پ) صابون با ماده شیمیایی کلردار، خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی دارد.

(ت) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده، به آن‌ها نمک‌های فسفات اضافه می‌کنند؛ زیرا این نمک‌ها با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} در آب‌های سخت واکنش داده و از تشکیل رسوب و ایجاد لکه جلوگیری می‌کنند.

جمع‌بندی:

ویژگی صابون	نوع افزودنی به صابون
از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی	ترکیب‌های گوگرددار
خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی بیشتر	مواد شیمیایی کلردار
جلوگیری از تشکیل رسوب و ایجاد لکه (به دلیل واکنش این نمک‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت)	نمک‌های فسفات
افزایش قدرت پاک‌کنندگی چربی‌ها (به دلیل خاصیت بازی جوش شیرین و در نتیجه واکنش آن با چربی و تولید صابون)	جوش شیرین (NaHCO_3)

دوازدهم ریاضی

آزمون مرحله سوم

تست و پاسخ ۱۹۹

کدام مطلب نادرست است؟

- ۱) پاک‌کننده غیرصابونی با آلاینده‌ها تنها برهم‌کنش فیزیکی داشته، ولی پاک‌کننده خورنده، علاوه بر برهم‌کنش با آلاینده‌ها، با آن‌ها واکنش نیز می‌دهد.
- ۲) جوهرنمک، سود سوزآور و سفیدکننده‌ها از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خوردگی دارند.
- ۳) صابون و محلول جوهر نمک، دو پاک‌کننده هستند که خاصیت اسیدی داشته و باعث تغییر رنگ کاغذ pH می‌شوند.
- ۴) پاک‌کننده‌های خورنده، با انجام واکنش شیمیایی، لکه‌ها و رسوب‌ها را به موادی تبدیل می‌کنند که در آب حل یا پخش می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی صابون، خاصیت بازی و جوهرنمک (هیدروکلریک اسید)، خاصیت اسیدی دارد. رنگ کاغذ pH در محلول‌های بازی، آبی و در

محلول‌های اسیدی، سرخ است.

کاغذ pH: آبی = بازی



صابون

کاغذ pH: سرخ = اسیدی



محلول جوهرنمک

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی، تنها براساس برهم‌کنش بین ذره‌ها عمل می‌کنند، اما پاک‌کننده‌های خورنده علاوه بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.

عملکرد پاک‌کننده‌ها } صابونی و غیرصابونی ← تنها برهم‌کنش بین ذره‌ها
خورنده ← برهم‌کنش بین ذره‌ها و هم‌چنین واکنش با آلاینده‌ها

۲) پاک‌کننده‌های خورنده مثل هیدروکلریک اسید (جوهرنمک)، سدیم هیدروکسید (سود سوزآور) و سفیدکننده‌ها از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خورندگی دارند؛ به همین دلیل نباید با پوست تماس داشته باشند.

۴) پاک‌کننده‌های خورنده با لکه‌ها و رسوب‌هایی که به سطح می‌چسبند، واکنش شیمیایی داده و آن‌ها را به فرآورده‌هایی تبدیل می‌کنند که با آب شسته می‌شوند.

تست و پاسخ ۲۰۰

نوعی پاک‌کننده که برای بازکردن مجاری مسدودشده در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود، به شکل پودر عرضه شده و شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم است. کدام‌یک از موارد زیر، هنگام استفاده از این پاک‌کننده رخ می‌دهد؟

الف) انجام واکنش شیمیایی بین سدیم هیدروکسید و چربی و تولید صابون

ب) وارد شدن ضربه مکانیکی به رسوب‌ها به دلیل تولید گاز اکسیژن

پ) ذوب شدن چربی‌ها به دلیل انجام واکنش گرماگیر

ت) افزایش سرعت پاک‌کنندگی با استفاده از پاک‌کننده به صورت پودر

۴) ب - ت

۳) ب - پ

۲) الف - ت

۱) الف - پ

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

پاسخ تشریحی معادله نوشتاری واکنش این مخلوط با آب، به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

الف) سدیم هیدروکسید موجود در این مخلوط می‌تواند با چربی‌ها واکنش داده و صابون تولید کند که باعث از بین رفتن بیشتر چربی‌ها می‌شود.

ب) تولید گاز هیدروژن (نه اکسیژن!) در این واکنش، قدرت پاک‌کنندگی مخلوط را افزایش می‌دهد؛ زیرا با ایجاد فشار و ضربه به رسوب‌ها، باعث باز شدن آسان‌تر لوله‌های گرفته‌شده می‌گردد.

پ) این واکنش گرماده است (نه گرماگیر!) و گرمای آزادشده می‌تواند قدرت پاک‌کنندگی را افزایش دهد و باعث نرم یا ذوب شدن چربی‌ها و در نتیجه آسان‌تر باز شدن لوله‌ها شود.

ت) این پاک‌کننده به شکل پودر عرضه می‌شود. می‌دانیم که هر چه سطح تماس بیشتر باشد، سرعت انجام واکنش نیز بیشتر خواهد بود.