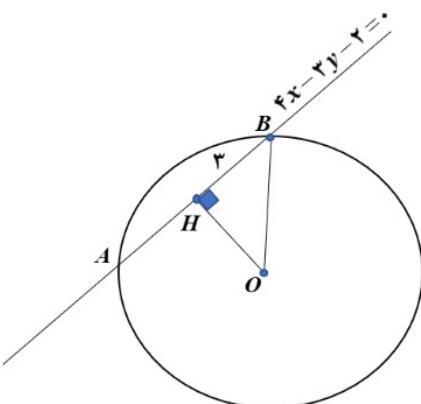


ساعت شروع:	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه:	سوالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳
مدت آزمون:	نام و نام خانوادگی:		۱۴۰۳/۰۵/۲۳	تاریخ آزمون: دوازدهم
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir				دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳
نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
	سوالات فصل اول			
۰.۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) برای هر دو ماتریس مربعی هم مرتبه A و B، در حالت کلی رابطه $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$ برقرار است.</p> <p>ب) وارون هر ماتریس مربعی در صورت وجود منحصر به فرد است.</p>			
۱.۲۵	<p>ماتریس های $C = ۳A + ۲B$ چنان هستند که $B = \begin{bmatrix} ۲ & -۳ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} -۱ & m \\ -۲ & m \end{bmatrix}$ ماتریس قطری است. مقدار m و مجموع درایه های قطر اصلی ماتریس C را حساب کنید.</p>			
۱	<p>با فرض $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}$، ماتریس A^{Δ} را محاسبه کنید.</p>			
	<p>الف) اگر A ماتریس ۲×۲ و اسکالر باشد و $a_{۲۲} = ۳$ در این صورت A و A را بیابید.</p>			
۱.۷۵	<p>ب) دو ماتریس $B = \begin{bmatrix} ka & kb & kc \\ ۰ & d & ۰ \\ e & ۰ & f \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ ۰ & d & ۰ \\ e & ۰ & f \end{bmatrix}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.</p> <p>با محاسبه $B = k A$ و $B = k A$ نشان دهید که:</p>			
۱.۵	<p>دستگاه $\begin{cases} ۳x - ۴y = ۱ \\ -x + ۲y = ۱ \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.</p>			
	سوالات فصل دوم			
۰.۵	<p>برای هر یک از عبارت های (الف) و (ب) مورد مناسب را از بین کلمات (<u>سهمی</u> - <u>بیضی</u> - <u>نقطه</u>) انتخاب کرده و در پاسخ برگ وارد کنید (یک مورد اضافی است).</p> <p>الف) فصل مشترک یک صفحه و یک سطح مخروطی در حالتی که صفحه بر محور سطح مخروطی عمود بوده و از راس آن بگذرد.</p> <p>ب) مکان هندسی نقاطی از یک صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.</p>			
۱.۵	<p>نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد.</p> <p>(درباره تعداد جواب های مسئله بحث کنید.)</p>			
۱.۵	<p>مقدار m را چنان تعیین کنید که دایره به معادله $x^2 + y^2 + ۲x - ۲y + m = ۰$ با مرکز $(۲, -۳)$ و شعاع ۳ مماس بیرون باشد.</p>			

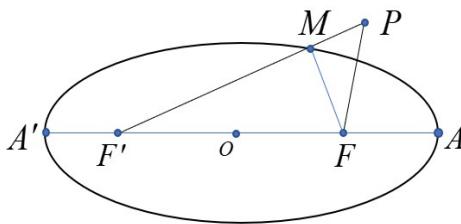
ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۴	سوالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۵/۲۳	تاریخ آزمون: دوازدهم
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		ردیف
۱.۲۵	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن بوده و روی خط به معادله $2 = 4x - 3y$ وتری به طول ۶ جدا کند.		۹
۱.۷۵	<p>الف) خروج از مرکز یک بیضی با اندازه قطرهای ۴ و ۶ را بیابید.</p> <p>ب) نقطه P بیرون بیضی با قطر بزرگ $AA' = 2a$ و کانون‌های F' و F مفروض است.</p> <p>ثابت کنید: $PF + PF' > 2a$ (رسم شکل در پاسخ برگ الزامی است).</p>		۱۰
۱.۵	سهمی به معادله $y^2 - 4x = 4y$ داده شده است. مختصات راس و کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.		۱۱
<h3 style="background-color: yellow; text-align: center;">سوالات فصل سوم</h3> <p>جاهای خالی را با عبارت یا اعداد مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) معادله صفحه گذرنده از نقطه $A(2, 3, -1)$ و عمود بر محور x ها به صورت می‌باشد.</p> <p>ب) اگر $A(-1, 0, 3)$ و $B(5, 2, -3)$ مختصات نقطه M وسط پاره خط AB به صورت است.</p> <p>پ) برای هر دو بردار دلخواه \vec{a} و \vec{b}، حاصل $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ برابر می‌باشد.</p> <p>ت) حاصل $(\vec{j} \times \vec{i}) - 2\vec{k}$ برابر است.</p>			
۱	برای هر دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} قدر مطلق مقدار $ \vec{a} \cdot \vec{b} $ منظور از ثابت کنید: $ \vec{a} \cdot \vec{b} \leq \vec{a} \vec{b} $ می‌باشد.		۱۲
۱.۷۵	فرض کنید $\vec{a} = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ و $\vec{b} = (1, 0, 1)$ ، تصویر قائم بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ به دست آورید.		۱۳
۱.۵	نقاط $A(1, 0, 0)$ و $B(0, -2, 0)$ و $C(0, 0, 3)$ داده شده‌اند. ابتدا حاصل $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ را محاسبه کرده و سپس به کمک آن مساحت مثلث ABC را به دست آورید.		۱۴
۰.۷۵	حجم متوازی السطوح ایجاد شده توسط بردارهای $\vec{a} = (0, -1, 1)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ و $\vec{c} = (0, -1, -1)$ را بیابید.		۱۵

ریاضی و فیزیک رشته: مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پژوهش azmoon.medu.ir	۱۴۰۳/۰۵/۲۳ تاریخ آزمون: دوازدهم
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳	
نمره	راهنمای تصحیح
۰.۵	الف) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۲۱ کتاب درسی ب) درست (۰/۲۵) صفحه ۲۳ کتاب درسی
۱.۲۵	$C = ۳A + ۲B = \underbrace{\begin{bmatrix} -۳ & ۳m \\ -۶ & ۳m \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} + \underbrace{\begin{bmatrix} ۴ & -۶ \\ ۶ & ۲ \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\begin{bmatrix} ۱ & ۳m - ۶ \\ ۰ & ۳m + ۲ \end{bmatrix}}_{۰/۲۵}$ <p>(اگر به صورت مستقیم ماتریس C محاسبه شده بود $\underbrace{(۰/۷۵)}_{\text{نمکه داده شود.}}$)</p> $\underbrace{۳m - ۶ = ۰}_{۰/۲۵} \Rightarrow ۳m = ۶ \Rightarrow m = ۲ \quad \Rightarrow C = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۸ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های قطر اصلی} = ۹ \quad (۰/۲۵)$
۱	صفحه ۲۰ کتاب درسی <u>روش اول:</u> $A^T = \underbrace{\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}}_{۰/۵} \times \underbrace{\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}}_{۰/۵} = \underbrace{\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}}_{۰/۵} = ۲I \Rightarrow \underbrace{A^F = A^T \times A^T = (۲I) \times (۲I) = ۴I^T = ۴I}_{۰/۲۵}$ $\Rightarrow \underbrace{A^D = A \times A^F = A \times (۴I) = ۴A}_{۰/۲۵} \quad \text{یا} \quad A^D = \begin{bmatrix} ۴ & ۴ \\ ۴ & -۴ \end{bmatrix}$
۲	<u>روش دوم:</u> $A^T = \underbrace{\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}}_{۰/۵} \times \underbrace{\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}}_{۰/۵} = \underbrace{\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}}_{۰/۵} = ۲I \Rightarrow \underbrace{A^F = A \times A^T = A \times (۲I) = ۲A}_{۰/۲۵}$ $\Rightarrow \underbrace{A^D = A^T \times A^F = (۲I) \times (۲A) = ۴A}_{۰/۲۵} \quad \text{یا} \quad A^D = \begin{bmatrix} ۴ & ۴ \\ ۴ & -۴ \end{bmatrix}$
۳	<u>روش سوم:</u> $A^T = \underbrace{\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}}_{۰/۵} \times \underbrace{\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}}_{۰/۵} = \underbrace{\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}}_{۰/۵} \Rightarrow A^F = A \times A^T = \underbrace{\begin{bmatrix} ۲ & ۲ \\ ۲ & -۲ \end{bmatrix}}_{۰/۲۵}$ $\Rightarrow \underbrace{A^D = A^T \times A^F = \begin{bmatrix} ۴ & ۰ \\ ۰ & ۴ \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} \Rightarrow \underbrace{A^D = A \times A^F = \begin{bmatrix} ۴ & ۴ \\ ۴ & -۴ \end{bmatrix}}_{۰/۲۵}$

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳			
ردیف	نحوه	راهنمای تصحیح	
۱		الف) صفحه ۳۰ کتاب درسی	
۲	۱.۷۵	$A = \underbrace{\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} \Rightarrow \underbrace{ A = ۹}_{۰/۲۵}$ $\begin{vmatrix} a & b & c \\ ۰ & d & ۰ \\ e & ۰ & f \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & b \\ ۰ & d \\ e & ۰ \end{vmatrix} \Rightarrow A = (adf + ۰ + ۰) - (edc + ۰ + ۰) = adf - edc$ $\begin{vmatrix} ka & kb & kc \\ ۰ & d & ۰ \\ e & ۰ & f \end{vmatrix} \begin{vmatrix} ka & kb \\ ۰ & d \\ e & ۰ \end{vmatrix} \Rightarrow B = kadf - kedc = \underbrace{k(adf - edc)}_{۰/۲۵} = k A $	۴
۳	۱.۵	صفحه ۲۵ کتاب درسی $A = \underbrace{\begin{bmatrix} ۳ & -۴ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} \Rightarrow A = ۶ - ۴ = ۲, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۶ \\ ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = ۳ \quad (۰/۲۵) \\ y = ۲ \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ نگارشی دیگر: $A = \underbrace{\begin{bmatrix} ۳ & -۴ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} \Rightarrow A = ۶ - ۴ = ۲, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = ۳ \quad (۰/۲۵) \\ y = ۲ \quad (۰/۲۵) \end{cases}$	۵
۴	۰.۵	الف) نقطه (۰/۲۵) صفحه ۳۵ کتاب درسی ب) سهمی (۰/۲۵) صفحه ۵۱ کتاب درسی	۶
۵	۱.۵	صفحه ۳۹ کتاب درسی <p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله 2cm باشند، دایره‌ای به مرکز A با شعاع 2cm می‌باشد ($۰/۲۵$) و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله 3cm باشند، دو خط L و L' موازی با d و به فاصله 3cm از آن هستند ($۰/۲۵$). نقطه برخورد آن دایره با این دو خط موازی (L و L'), جواب مسئله است. ($۰/۲۵$)</p> <p>بحث در وجود جواب:</p> <p>حالت اول: دایره یکی از خطوط L یا L' را در دو نقطه قطع می‌کند. در این حالت مسئله دو جواب دارد. ($۰/۲۵$)</p> <p>حالت دوم: دایره بر یکی از خطوط L یا L' مماس است. در این حالت مسئله یک جواب دارد. ($۰/۲۵$)</p> <p>حالت سوم: دایره هیچ یک از خطوط L و L' را قطع نمی‌کند. در این حالت مسئله فاقد جواب است. ($۰/۲۵$)</p> <p>(اگر حالت‌های بالا با رسم شکل بیان شده باشد به هر حالت ($۰/۲۵$) نمره تعلق گیرد.)</p>	۷

ریاضی و فیزیک		رشته:	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دوازدهم
مرکز ارزشگذاری و تضمین کیفیت نظام آموزش و پژوهش azmoon.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
نمره	ردیف	راهنمای تصحیح	
۱.۵	۹	$O(2, -3)$, $r = 3$ $O'(-1, 1)$, $r' = \frac{1}{2}\sqrt{8-4m} = \sqrt{2-m}$ $d = OO' = \sqrt{9+16} = 5$, $r + r' = d \Rightarrow 3 + \sqrt{2-m} = 5 \Rightarrow \sqrt{2-m} = 2 \Rightarrow 2-m = 4 \Rightarrow m = -2$ <u>نگارشی دیگر:</u> $O'(-1, 1)$, $r' = \frac{1}{2}\sqrt{8-4m}$ $d = OO' = \sqrt{9+16} = 5$, $r + r' = d \Rightarrow 3 + \frac{1}{2}\sqrt{8-4m} = 5 \Rightarrow \sqrt{8-4m} = 4 \Rightarrow 8-4m = 16 \Rightarrow m = -2$	صفحه ۴۶ کتاب درسی
۱.۲۵	۹	 $HB = 3$ HB را نصف می کند، لذا $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 10$ معادله دایره: $OH = \frac{ 4+3-2 }{\sqrt{16+9}} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow r^2 = OH^2 + HB^2 = 1+9=10$	صفحه ۴۳ کتاب درسی

ریاضی و فیزیک رشته: ۱۲۰ دقیقه مدت آزمون: ۸:۰۰ صبح	۱۴۰۳/۰۵/۲۳ ساعت شروع: تاریخ آزمون:	هندسه ۳ راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: دوازدهم
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir		

ردیف	نمره	راهنمای تصحیح
		الف) صفحه ۴۹ کتاب درسی
		$\underbrace{\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}}_{0/25}, \underbrace{a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{5}}_{0/25} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ روش اول:
		$\underbrace{\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}}_{0/25}, \underbrace{e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}}_{0/25}$ روش دوم:
		ب) صفحه ۴۷ کتاب درسی
۱.۷۵		<p> محل تلاقی' PF' با بیضی را M می نامیم (یا مشخص کردن M روی شکل). $(0/25)$</p>  <p>در مثلث PMF بنا بر قضیه نامساوی مثلث داریم : $\underbrace{PF + MP > MF}_{0/25}$</p> <p>پس با افزودن' MF' به طرفین نامساوی خواهیم داشت:</p> $\underbrace{PF + \overbrace{MP + MF'}^{PF'}}_{0/25} > MF + MF' \Rightarrow \underbrace{PF + PF'}_{0/25} > 2a$ <p style="text-align: right;">نگارشی دیگر:</p> <p> محل تلاقی' PF' با بیضی را M می نامیم (یا مشخص کردن M روی شکل). $(0/25)$</p> $PF + PF' = \underbrace{PF + \overbrace{PM + MF'}^{PF'}}_{0/25} > \underbrace{MF + MF'}_{0/25} = \underbrace{2a}_{0/25}$
		صفحه ۵۵ کتاب درسی
۱۵		$\underbrace{y^2 - 4y = 4x \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x + 4 \Rightarrow (y-2)^2 = 4(x+1)}_{0/25}$ <p>لذا سهمی فوق یک سهمی افقی رو به راست می باشد و در آن داریم:</p> $\underbrace{\begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ y-2=0 \Rightarrow y=2 \end{cases}}_{0/5} \Rightarrow \underbrace{S(-1, 2)}_{0/5} \quad \text{و راس سهمی} \quad \underbrace{4a=4 \Rightarrow a=1}_{0/25}$ <p>$F(0, 2)$ کانون و $x = -2$ خط هادی $\underbrace{\quad}_{0/25}$</p> <p>(اگر خواسته های سوال از روی شکل مشخص شده بود همانند بارم بندی بالا نمره تعلق گیرد.)</p>
۱		<p style="text-align: right;">الف) $x=2$ (۰/۲۵) صفحه ۶۶ کتاب درسی</p> <p style="text-align: right;">ب) $(2, 1, 0)$ (۰/۲۵) صفحه ۷۶ کتاب درسی</p> <p style="text-align: right;">ت) $(0, 0, -3)$ (۰/۲۵) صفحه ۸۲ کتاب درسی</p> <p style="text-align: right;">پ) صفر (۰/۲۵)</p>

ریاضی و فیزیک		رشته:	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳	
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دوازدهم	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳			
azmoon.medu.ir	azmoon.medu.ir			
راهنمای تصحیح			صفحه ۷۹ کتاب درسی	
<p>روش اول: فرض می کنیم θ زاویه بین دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} باشد، در این صورت:</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \stackrel{ \cos \theta \leq 1}{\leq} \vec{a} \vec{b} (1) = \vec{a} \vec{b} $			۱۳	
<p>روش دوم: فرض می کنیم (a_1, a_2, a_3) ، $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ در این صورت:</p> $ \vec{a} \cdot \vec{b} \leq \vec{a} \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} ^2 \leq \vec{a} ^2 \vec{b} ^2 \Leftrightarrow (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)$ $\Leftrightarrow a_1^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2 + 2a_1 b_1 a_2 b_2 + 2a_1 b_1 a_3 b_3 + 2a_2 b_2 a_3 b_3 \leq a_1^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2 + a_1^2 b_2^2 + a_2^2 b_1^2 + a_1^2 b_3^2 + a_3^2 b_1^2 + a_2^2 b_3^2 + a_3^2 b_2^2$ $\Leftrightarrow a_1^2 b_1^2 - 2a_1 b_1 a_2 b_2 + a_2^2 b_2^2 - 2a_1 b_1 a_3 b_3 + a_3^2 b_3^2 - 2a_2 b_2 a_3 b_3 + a_1^2 b_2^2 + a_2^2 b_1^2 - 2a_2 b_2 a_3 b_3 + a_3^2 b_3^2 \Leftrightarrow (a_1 b_1 - a_2 b_2)^2 + (a_1 b_1 - a_3 b_3)^2 + (a_2 b_2 - a_3 b_3)^2$			۱۴	
<p>چون رابطه اخیر همواره درست بوده و روابط بالا بازگشت پذیرند پس حکم همواره برقرار است. (۰ / ۲۵)</p>			صفحات ۸۰ و ۸۱ کتاب درسی	۱۴
$\vec{c} = ۲\vec{a} - \vec{b} = (۲, -۱, ۱) - (۱, ۰, ۱) = (۱, -۱, ۰)$ $\vec{c} \cdot \vec{b} = ۲ + ۰ + ۰ = ۲$ $ \vec{b} = \sqrt{۱+۰+۱} = \sqrt{۲}$			$\vec{c}' = \frac{\vec{c} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{۲}{۲} (۱, ۰, ۱) = (۱, ۰, ۱)$	۱۵
$\overrightarrow{AB} = (-1, -2, 0)$ $\overrightarrow{AC} = (-1, 0, 2)$			صفحه ۸۴ کتاب درسی	۱۶
$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (-6, 2, -2)$			$S_{ABC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} \sqrt{۳۶+۹+۴} = \frac{۷}{2}$	۱۶

ریاضی و فیزیک	رشته:	۱۴۰۳/۰۵/۲۳	تاریخ آزمون:	دوازدهم
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پژوهش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
نمره	راهنمای تصحیح			ردیف
۰.۷۵	<p>صفحه ۸۳ کتاب درسی</p> <p><u>روش اول:</u></p> $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -2 \Rightarrow V = \underbrace{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{0/25} = -2 = 2$ <p><u>روش دوم:</u></p> $\vec{b} \times \vec{c} = \underbrace{-\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}}_{0/25} = (-1, 1, -1) \Rightarrow \underbrace{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}_{0/25} = 0 - 1 - 1 = -2 \Rightarrow V = \underbrace{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{0/25} = -2 = 2$ <p>(اگر برای محاسبه حجم متوازی السطوح از ترتیب های دیگر ضرب مختلف استفاده شده بود مشابه بالا نمره داده شود.)</p>			۱۶