

تاریخ آزمون

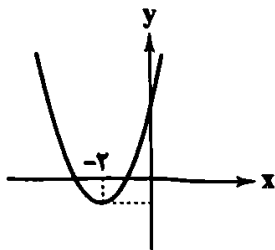
جمعه ۱۴۰۳/۰۶/۰۲

سوالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه یازدهم ریاضی

شماره داوطلبی	نام و نام خانوادگی
مدت پاسخگویی به هر دقیقه	تعداد سئالات

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سئالات و مدت پاسخگویی

۴۵ دقیقه	۳۰	۱۰	اختزای	۳۰	ریاضی / هندسه ۱
	۳۰	۲۱	اختزای	۱۰	حسابان / هندسه ۲
۴۰ دقیقه	۶۵	۴۱	اختزای	۱۵	زیست
	۷۵	۶۶	اختزای	۱۰	فیزیک
۲۵ دقیقه	۱۰	۷۷	اختزای	۱۵	شیمی
	۱۰	۱۰	اختزای	۱۰	علوم



۱- معادله سهمی زیر، کدام می تواند باشد؟

(۱) $y = -x^2 - 4x + 3$

(۲) $y = \frac{1}{4}x^2 + 2x + 3$

(۳) $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$

(۴) $y = x^2 + 4x + 3$

۲- اگر یکی از جواب های معادله درجه دوم $5x^2 - mx + 4 = 0$ برابر ۲ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

(۱) $\frac{4}{5}$

(۲) $\frac{2}{5}$

(۳) $-\frac{2}{5}$

(۴) $-\frac{4}{5}$

۳- بزرگ ترین جواب معادله درجه دوم $6 = 2\sqrt{3}(x+1) - 2(x+1)^2$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3} + 1$

(۲) $\sqrt{3} + 4$

(۳) $\sqrt{3} + 3$

(۴) $\sqrt{3} + 2$

۴- اگر سهمی $y = (m+1)x^2 - 2x + 1$ همواره بالای محور xها باشد، حدود m کدام است؟

(۱) $-1 < m < 0$

(۲) $m > 0$

(۳) $m > -1$

(۴) $-1 < m < 2$

۵- حدود x در عبارت $1 < |x| - x \leq \frac{x^2 - x}{1 - x}$ کدام است؟

(۱) $[-\frac{1}{4}, 1]$

(۲) $[-1, \frac{1}{4}]$

(۳) $[-1, -\frac{1}{4}]$

(۴) \emptyset

۶- جواب نامعادله $|\frac{2x-3}{x+2}| \leq 1$ کدام است؟

(۱) $[1, 5]$

(۲) $[\frac{1}{4}, 5] - \{2\}$

(۳) $[\frac{1}{4}, 1]$

(۴) $[\frac{1}{4}, 5]$

۷- در حل معادله $x^2 - \frac{1}{4}x - 4 = 0$ به روش مربع کامل، در طرف راست از چه عددی جذر می گیریم؟

(۱) $\frac{65}{16}$

(۲) $\frac{63}{16}$

(۳) $\frac{17}{4}$

(۴) $\frac{15}{4}$

۸- اگر نمودارهای $y = x^2$ و $y = ax - a$ یک دیگر را قطع نکنند، معادله $\frac{1}{4}ax^2 - ax + a = 2$ چند جواب حقیقی برای x دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی شمار

۹- اگر خط $y = 1$ سهمی $y = ax^2 + 3x + 3$ را در یک نقطه قطع کند، طول رأس سهمی کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $-\frac{2}{3}$

۱۰- کدام یک از اعداد زیر در نامساوی $\frac{x^2(x+3)^2}{x^2-x-2} < 0$ صدق می کند؟

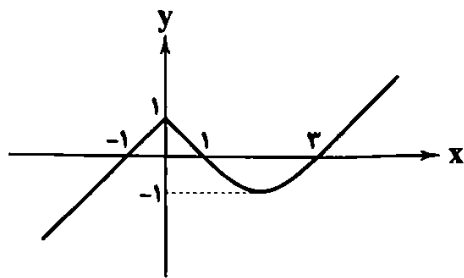
(۱) $1 + \sqrt{2}$

(۲) $3 - \sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{3} - 2$

(۴) $2 + \sqrt{5}$

محل انجام محاسبات



۱۱- اگر نمودار f به صورت زیر باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{x+f(x)}$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, \frac{-1}{4})$

(۲) $[-\frac{1}{4}, +\infty)$

(۳) $(-\infty, \frac{-1}{4}]$

(۴) $[-\frac{1}{4}, +\infty)$

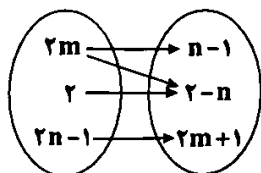
۱۲- با توجه به جدول مقابل، مجموع اعضای دامنه f کدام است؟

(۱) $1/5$

(۲) $1/75$

(۳) $2/25$

(۴) $1/25$



۱۳- در تابع خطی f ، اگر $f(1) + xf(x) = x + 2f(0)$ باشد، $f(5)$ کدام است؟

(۴) -2

(۳) 2

(۲) 3

(۱) -3

۱۴- اگر دو زوج مرتب $(2x-1, 2y-x)$ و $(x-y, 2)$ با هم برابر باشند، آن گاه حاصل $x^2 + y^2$ کدام است؟

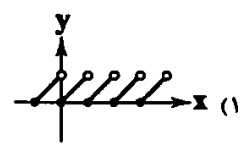
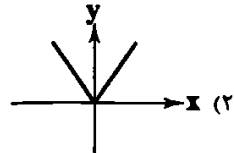
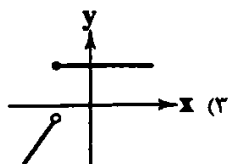
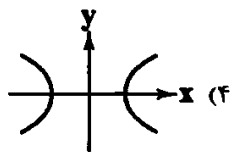
(۴) 3

(۳) 1

(۲) 2

(۱) صفر

۱۵- کدام نمودار مربوط به یک تابع نیست؟



۱۶- در کدام یک از روابط زیر، y یک تابع بر حسب x است؟

(۴) $x = y^2 + y^2 - 1$

(۳) $x = y^2 + y^2 + 1$

(۲) $|x-2| + |y+3| = 0$

(۱) $(x-2)(y+3) = 0$

۱۷- اگر $f = \{(1, m^2-1), (2, 4), (m, -1), (1, 3)\}$ تابع باشد، مقدار m کدام است؟

(۴) 1

(۳) -1

(۲) -2

(۱) 2

۱۸- بزرگترین دامنه تابع $f(x) = x^2 - 1$ با برد $R_f = \{0, -1\}$ کدام است؟

(۴) $\{\sqrt{2}, 0, -\sqrt{2}\}$

(۳) $\{0, -1\}$

(۲) $\{0\}$

(۱) $\{-1, 0, 1\}$

۱۹- اگر $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{1, 2\}$ باشد، چند تابع از A به B می توان نوشت؟

(۴) 4

(۳) 3

(۲) 9

(۱) 8

۲۰- برد تابع $y = 1 - \frac{x}{|x|}$ کدام است؟

(۴) $\{2\}$

(۳) $\{0\}$

(۲) $\{0, 2\}$

(۱) $[0, 2]$

۲۱- مثلثی به اضلاع ۵، ۶ و a با مثلث دیگری به اضلاع ۱، $\frac{b}{b+1}$ و ۴ متشابه است. نسبت محیطها کدام می تواند باشد؟ ($a, b > 0$)

(۴) $\frac{5}{6}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{4}{5}$

(۱) $\frac{1}{4}$

۲۲- در یک دوزنقه متساوی الساقین، طول ساق‌ها برابر با قاعده کوچک و نصف قاعده بزرگ است. طول ارتفاع دوزنقه چند برابر طول ساق آن است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۳- مجموع زوایای یک Δ ضلعی محدب برابر با 1440° درجه است. این Δ ضلعی حداکثر چند زاویه 100° درجه دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۲۴- کدام ویژگی مربوط به یک Δ ضلعی مقعر نیست؟

- (۱) دارای زاویه بزرگ‌تر از 180° است.
 (۲) همه زوایای آن باز (منفرجه) است.
 (۳) مجموع زوایای داخلی آن برابر با $(n-2) \times 180^\circ$ است.
 (۴) ضلعی وجود دارد که با امتداد آن، شکل در دو طرف خط قرار می‌گیرد.

۲۵- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $\hat{B} = 75^\circ$ است. اگر مساحت مثلث ۱۸ واحد مربع باشد، طول وتر چقدر است؟

- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) ۱۲ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) ۶

۲۶- وسط اضلاع چهارضلعی $ABCD$ را به هم وصل می‌کنیم. اگر چهارضلعی حاصل یک لوزی باشد، کدام گزینه لزوماً صحیح است؟

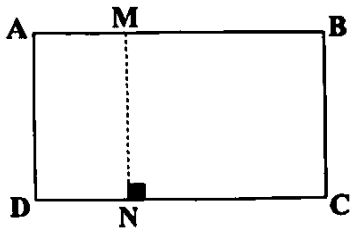
- (۱) $ABCD$ یک متوازی‌الاضلاع است.
 (۲) $AB = BC$
 (۳) $AC = BD$
 (۴) $ABCD$ یک مستطیل است.

۲۷- از تقاطع نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع چه نوع چهارضلعی ایجاد می‌شود؟

- (۱) مستطیل (۲) مربع (۳) لوزی (۴) متوازی‌الاضلاع

۲۸- نقطه M را روی ضلع AB از مستطیل $ABCD$ طوری انتخاب می‌کنیم که با رسم عمود MN بر ضلع CD ، دو مستطیل حاصل متشابه باشند. اگر

نسبت مساحت این دو مستطیل $\frac{4}{9}$ باشد و طول مستطیل $ABCD$ از سه برابر عرض آن یک واحد کم‌تر باشد، طول AM چقدر است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۹- کدام ویژگی در متوازی‌الاضلاع لزوماً برقرار است؟

- (۱) قطرهای آن هم‌برابرند.
 (۲) قطرهای آن نیمساز زوایا هستند.
 (۳) قطرهای آن منصف یکدیگرند.
 (۴) زوایای آن برابرند.

۳۰- در پنج‌ضلعی $ABCDE$ ، قطرهای AD و BE یکدیگر را در نقطه O قطع می‌کنند. نوع چهارضلعی $OBCD$ کدام است؟

- (۱) دوزنقه (۲) مربع (۳) لوزی (۴) مستطیل

توجه: داوطلب گرامی، می‌تواند به سوالات ۳۱ تا ۴۰ درس‌های حسابان (۱) و هندسه (۲) به صورت اختیاری پاسخ دهد.

۳۱- به ازای چند مقدار m دو خط به معادله $(m^2-2)x+(m+1)y-1=0$ و $(m-1)x+(m^2+2)y-2=0$ با هم موازی هستند؟

- (۱) صفر (۲) دو مقدار (۳) سه مقدار (۴) چهار مقدار

۳۲- مجموعه جواب نامعادله $|x^3+2x-4| < |1+x^3| + |2x-5|$ کدام است؟

- (۱) $(1, \frac{5}{4})$ (۲) $(-\frac{5}{4}, 1)$ (۳) $(-1, \frac{5}{4})$ (۴) $(-\frac{5}{4}, -1)$

محل انجام محاسبات

۳۳- بین دو عدد ۳ و ۳۶، ده عدد را طوری قرار داده‌ایم که تشکیل دنباله حسابی دهند. مجموع این ۱۰ عدد چقدر از قدرنسبت دنباله بیشتر است؟

۱۹۲ (۴)

۱۹۵ (۳)

۱۹۰ (۲)

۱۸۵ (۱)

۳۴- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - a} + \sqrt{4x - b}}{x^2 - 4x + 5}$ برابر $[\frac{3}{4}, +\infty)$ هم‌چنین این تابع با تابع $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - a} - \sqrt{4x - b}}$ برابر باشد،

حاصل $a \times b$ کدام است؟ ($a > 0$)

-۱۲ (۴)

۱۲ (۳)

-۶ (۲)

۶ (۱)

۳۵- اگر دو تابع $f = \{(1, \sqrt{3}-1), (2, c), (a, 2)\}$ و $g(x) = \sqrt{2x+1} + b$ با هم برابر باشند، مقدار $(\frac{a}{4} + b + c)^2$ چقدر است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۳۶- نقطه C بر روی وتر AB به طول ۱۲ واحد از دایره‌ای چنان قرار دارد که آن وتر را به نسبت ۱ و ۳ تقسیم کرده است. طول کوتاه‌ترین وتر از دایره و گذرنده بر نقطه C کدام است؟

 $6\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{3}$ (۳) $6\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۱)

۳۷- شعاع دو دایره خارج هم، به ترتیب $\frac{22}{5}$ و $\frac{7}{5}$ سانتی‌متر است. اگر زاویه بین مماس مشترک داخلی و خط‌المركزین دو دایره ۳۰ درجه

باشد، طول خط‌المركزین دو دایره، چند سانتی‌متر است؟

 $62/5$ (۴)

۶۰ (۳)

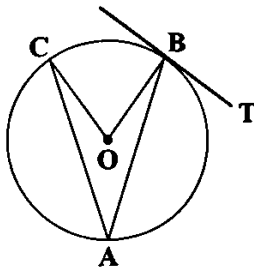
 $57/5$ (۲)

۵۵ (۱)

۳۸- در شکل زیر O مرکز دایره و $AB = AC$ و $\hat{COB} = 70^\circ$ می‌باشند. زاویه ظلی \hat{ABT} چند درجه است؟

 $67/5$ (۱)

۷۰ (۲)

 $75/5$ (۳) $72/5$ (۴)

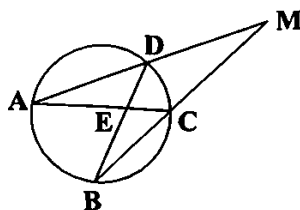
۳۹- در شکل مقابل $\hat{A} = (2\alpha - 10)^\circ$ ، $\hat{B} = (\alpha + 10)^\circ$ ، $\hat{AEB} = 80^\circ$ می‌باشد. \hat{M} چند درجه است؟

۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۲۵ (۴)



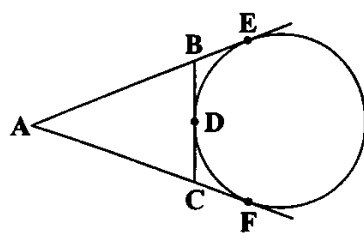
۴۰- در شکل زیر با تغییر نقطه D بر روی دایره بین دو نقطه ثابت E و F، مساحت و محیط مثلث ABC کدام وضع را دارند؟

(۱) محیط ثابت - مساحت متغیر

(۲) محیط ثابت - مساحت ثابت

(۳) محیط متغیر - مساحت متغیر

(۴) محیط متغیر - مساحت ثابت





۴۱- ماهواره‌ای به جرم 250 kg با تندی ثابت $2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ دور زمین می‌چرخد. انرژی جنبشی این ماهواره چند مگاژول است؟

۲۵۰ (۴)

۲/۵ (۳)

۵۰۰ (۲)

۵ (۱)

۴۲- به تندی حرکت جسمی ۲۰ درصد افزوده شده و از جرمش ۲۰ درصد کاسته می‌شود. انرژی جنبشی جسم تقریباً چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

کاهش - ۲۰ (۴)

افزایش - ۱۵ (۳)

افزایش - ۲۰ (۲)

کاهش - ۱۵ (۱)

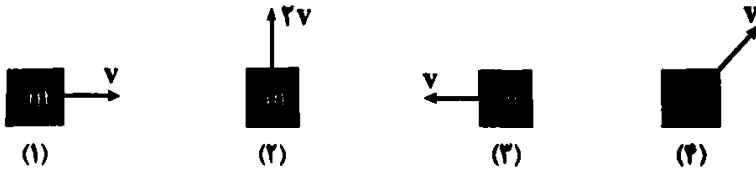
۴۳- انرژی جنبشی کدام یک از اجسام زیر، از بقیه بیشتر است؟

(۱) (۱)

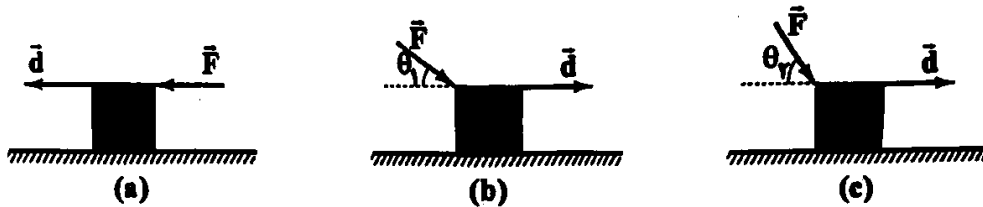
(۲) (۲)

(۳) (۳)

(۴) (۴)



۴۴- در هر یک از شکل‌های زیر اگر جعبه‌ها به اندازه d روی سطح افقی جابه‌جا شوند و اندازه نیروی \vec{F} در هر سه حالت یکسان باشد، قدرمطلق کار انجام‌شده توسط نیروی \vec{F} در کدام حالت کم‌تر است؟ (توجه کنید که جابه‌جایی جعبه‌ها لزوماً تحت تاثیر نیروی \vec{F} انجام نگردیده و $\theta_2 > \theta_1$)



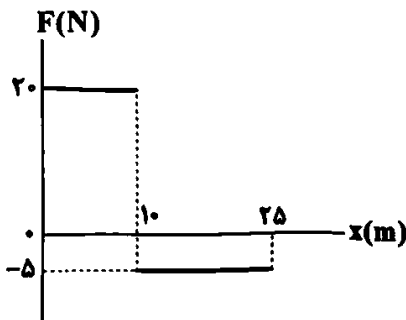
a (۱)

b (۲)

c (۳)

(۴) بدون داشتن مقادیر θ_1 و θ_2 مقایسه کار نیروی \vec{F} در حالت‌های b و c امکان‌پذیر نیست.

۴۵- نمودار نیرو بر حسب مکان جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کار نیروی \vec{F} بر روی این جسم در 25 m جابه‌جایی این جسم چند ژول است؟



۷۵ (۱)

۱۲۵ (۲)

۱۷۵ (۳)

۲۷۵ (۴)

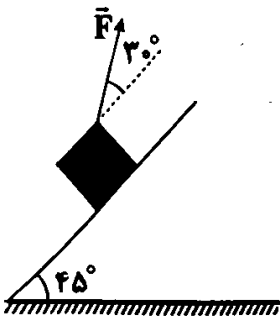
۴۶- مطابق شکل زیر، نیروی ثابت \vec{F} به بزرگی 14 N جسم را در راستای سطح شیب‌دار، 5 m بالا می‌برد، کاری که نیروی \vec{F} بر روی جسم در این

جابه‌جایی انجام می‌دهد، چند ژول است؟

(۱) صفر

(۲) $25\sqrt{2}$ (۳) $25\sqrt{3}$

(۴) ۲۵



محل انجام محاسبات

۴۷- جسمی به جرم 2kg را با نیروی ثابت و افقی $\vec{F} = 40\text{N}$ به اندازه 2m روی سطح افقی بدون اصطکاک، هم جهت با نیروی \vec{F} جابه جا می کنیم. کار هر یک از نیروهای وارد بر جسم در این جابه جایی در کدام گزینه به درستی آمده اند؟

$$(1) W_F = 80\text{J}, W_{\text{وزن}} = 20\text{J}, W_{\text{عمودی سطح}} = 20\text{J}$$

$$(2) W_F = 80\text{J}, W_{\text{وزن}} = 0, W_{\text{عمودی سطح}} = 0$$

$$(3) W_F = 40\text{J}, W_{\text{وزن}} = 20\text{J}, W_{\text{عمودی سطح}} = 20\text{J}$$

$$(4) W_F = 40\text{J}, W_{\text{وزن}} = 0, W_{\text{عمودی سطح}} = 0$$

۴۸- جسمی به جرم 1kg از ارتفاع h از سطح زمین و از حال سکون رها شده و با شتاب ثابتی به بزرگی $4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ سقوط کرده و در نهایت به زمین برخورد می کند. اگر کار نیروی مقاومت هوا در این حرکت برابر 120J باشد، h چند متر است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$$(1) 8/5 \quad (2) 10 \quad (3) 17 \quad (4) 20$$

۴۹- تندی دو جسم A و B را از 7 به 57 می رسانیم. اگر جرم جسم A ، 2 برابر جرم جسم B باشد، کار خالصی که بر روی جسم A انجام شده چند برابر کار خالصی است که بر روی جسم B انجام شده است؟

$$(1) \frac{2}{25} \quad (2) 2 \quad (3) \frac{25}{2} \quad (4) \frac{2}{5}$$

۵۰- شخصی توپی به جرم 20g را از روی سطح زمین برداشته و تا ارتفاع 2m از سطح زمین بالا برده و آن را با تندی 7 به صورت افقی پرتاب می کند. اگر کار انجام شده توسط شخص بر روی توپ برابر با $4/4\text{J}$ باشد، تندی توپ در لحظه پرتاب چند متر بر ثانیه است؟ (اتلاف انرژی ناچیز و $g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ است.)

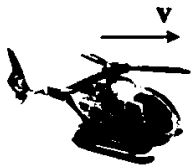
$$(1) 20 \quad (2) 10\sqrt{2} \quad (3) 10 \quad (4) 20\sqrt{2}$$

۵۱- روی یک سطح شیب دار بدون اصطکاک که با سطح افقی زاویه 37° می سازد، نیروی \vec{F} ، جعبه ای به جرم 10kg را از حالت سکون در طول سطح شیب دار، 2m به سمت بالا پیش می برد و تندی آن را به $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می رساند. کار نیروی \vec{F} در این جابه جایی چند ژول بوده است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$ و $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

$$(1) 140 \quad (2) 120 \quad (3) 160 \quad (4) 100$$

۵۲- مطابق شکل زیر، بالگردی با تندی 7 در حال حرکت است. اگر این بالگرد بسته ای به جرم 100kg را از ارتفاع 200 متری سطح زمین رها کند، بسته با تندی $20\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به زمین می رسد. تندی حرکت بالگرد چند کیلومتر بر ساعت است؟ (کار نیروی مقاومت هوا بر روی بسته در این

جابه جایی برابر 500kJ و $g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ است.)



$$(1) 40$$

$$(2) 144$$

$$(3) 80$$

$$(4) 288$$

۵۳- دو نیروی مساوی، هم جهت و هم راستا به صورت هم زمان به جسمی به جرم $4/8\text{kg}$ که روی سطح افقی قرار دارد، وارد می شوند و جسم را از حالت سکون خارج کرده و روی سطح به حرکت در می آورند. اگر پس از 24m جابه جایی، تندی جسم به $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد، اندازه هر یک از نیروها چند نیوتون است؟ (از نیروی اصطکاک بین جسم و سطح صرف نظر کنید.)

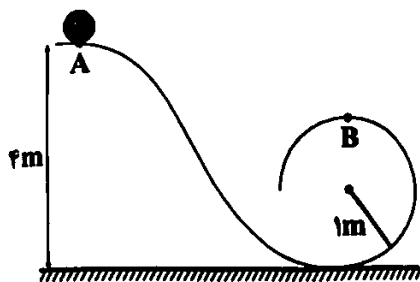
$$(1) 4$$

$$(2) 5$$

$$(3) 6$$

$$(4) 8$$

۵۴- در شکل زیر، گلوله‌ای به جرم 2 kg از نقطه A حرکت کرده و به نقطه B می‌رسد. کار نیروی وزن در این حرکت چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



-۴۰ (۱)

-۲۰ (۲)

۴۰ (۳)

۲۰ (۴)

۵۵- توپی به جرم 0.5 kg از ارتفاع 10 m از سطح زمین، بدون تندی اولیه رها شده و بعد از برخورد با زمین تا ارتفاع 6 m از سطح زمین بالا

می‌آید. تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی توپ در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

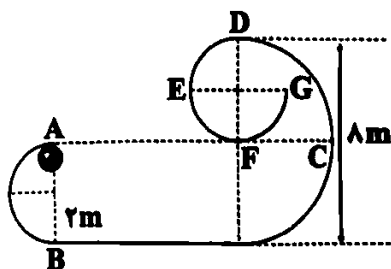
-۸۰ (۴)

-۲۰ (۳)

۸۰ (۲)

۲۰ (۱)

۵۶- گلوله‌ای روی مسیری مطابق شکل زیر در حال حرکت است. کار نیروی وزن در مسیر AG چند برابر کار نیروی وزن در مسیر EF است؟



$-\frac{1}{2}$ (۱)

$+\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۳)

+۱ (۴)

۵۷- شخصی با طناب سبکی، جسمی به جرم m را با شتاب ثابت $\frac{g}{5}$ از حال سکون از سطح زمین بالا می‌برد. هنگامی که جسم به ارتفاع h

می‌رسد، کاری که شخص انجام داده است چند برابر انرژی پتانسیل گرانشی جسم در آن ارتفاع است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

$\frac{5}{4}$ (۴)

$\frac{5}{6}$ (۳)

$\frac{4}{5}$ (۲)

$\frac{6}{5}$ (۱)

۵۸- ارتفاع جسمی تا سطح زمین ۳۰ درصد مقدار اولیه‌اش افزایش یافته است. انرژی پتانسیل گرانشی جسم چند درصد تغییر کرده است؟ (از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)

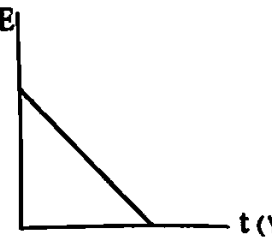
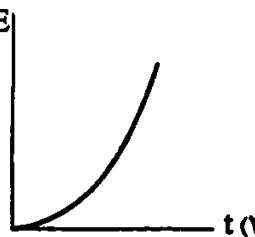
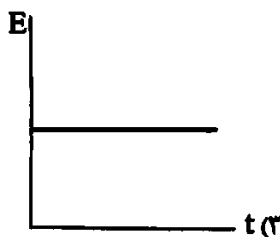
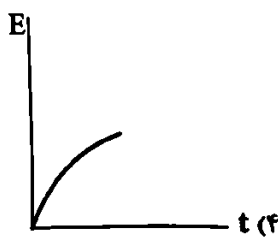
۶۰ (۴)

۳۰ (۳)

۱۵ (۲)

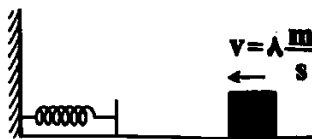
۱۰ (۱)

۵۹- گلوله‌ای از سطح زمین با تندی اولیه v_0 در خلأ رو به بالا پرتاب می‌شود. کدام نمودار در مورد انرژی مکانیکی این گلوله از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن گلوله به نقطه اوج (بیشترین ارتفاع نسبت به سطح زمین)، درست است؟



۶۰- در شکل زیر، وزنه‌ای با تندی $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پس از برخورد به فنر، آن را متراکم می‌کند. در لحظه‌ای که انرژی کشسانی سامانه جسم - فنر،

۳ برابر انرژی جنبشی وزنه می‌شود، تندی وزنه به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ (از اصطکاک صرف‌نظر کنید.)



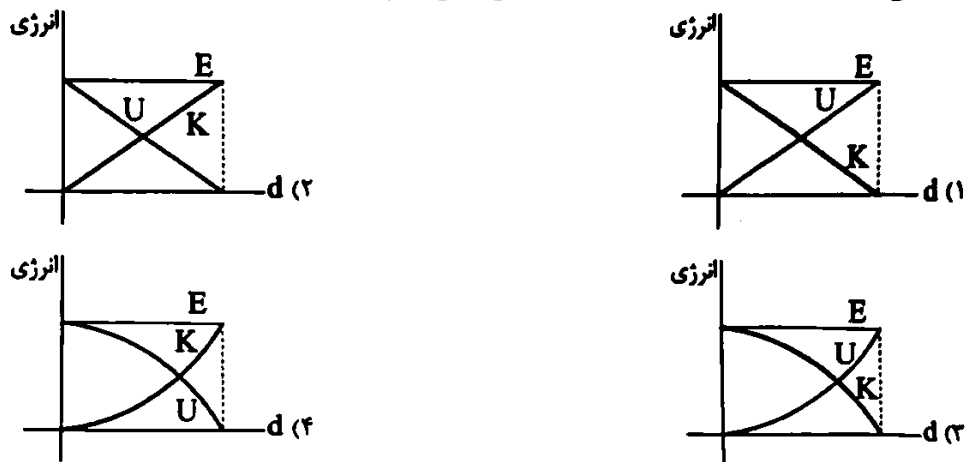
۳ (۲)

۲ (۱)

۶ (۴)

۴ (۳)

۶۱- در شرایط خلأ، جسمی را از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. نمودار انرژی جنبشی (K)، انرژی پتانسیل (U) و انرژی مکانیکی (E) جسم بر حسب جابه‌جایی آن از سطح زمین کدام است؟ (مبدأ پتانسیل را سطح زمین در نظر بگیرید.)



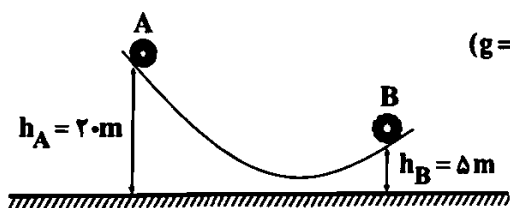
۶۲- گلوله‌ای را با تندی اولیه $4 \frac{m}{s}$ در راستای قائم از ارتفاع ۱۲ متری سطح زمین به سمت پایین پرتاب می‌کنیم. انرژی جنبشی گلوله در لحظه برخورد با زمین چند برابر انرژی جنبشی آن در حالت اولیه است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر کنید و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- ۴ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴)

۶۳- جسمی از ارتفاع ۱۵ متری سطح زمین سقوط می‌کند. اگر افزایش انرژی جنبشی جسم ۲۰ J و کاهش انرژی پتانسیل گرانشی آن ۲۵ J باشد، کار نیروی مقاومت هوا در مقابل حرکت جسم چند ژول است؟

- ۲/۵ (۱) -۵ (۲) -۱۰ (۳) -۲۰ (۴)

۶۴- در شکل زیر، جرم گلوله ۱۰ kg است. اگر تندی آن هنگام عبور از نقطه A، $5 \frac{m}{s}$ باشد و در حرکت از نقطه A تا نقطه B مقدار ۳۷۵ J از انرژی آن تلف شود، تندی گلوله هنگام عبور از نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



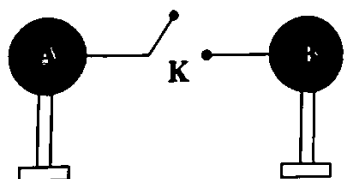
- ۵ (۱) $5\sqrt{10}$ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴)

۶۵- یک پمپ الکتریکی، آب داخل چاهی به عمق ۴۰ m را با آهنگ ۴ متر مکعب در ثانیه، بالا آورده و با تندی $8 \frac{m}{s}$ به بیرون پرتاب می‌کند. اگر بازده این پمپ، ۶۰ درصد باشد، توان مصرفی آن چند کیلووات است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3}$)

- ۱۳۴۰ (۱) ۱۴۴۰ (۲) ۲۶۸۰ (۳) ۲۸۸۰ (۴)

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۶۶ تا ۷۵ درس فیزیک (۲) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۶۶- مطابق شکل زیر، دو کره رسانای مشابه با بارهای اولیه $q_A = -16 \mu C$ و $q_B = 30 \mu C$ که روی پایه‌های عایق قرار دارند را به وسیله سیم نازک و رسانایی به هم وصل می‌کنیم. به ترتیب (از راست به چپ)، نوع نیروی الکتریکی بین دو کره قبل و بعد از بستن کلید K و بار هر کره بعد از بستن کلید K بر حسب میکروکولن در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



- (۱) جاذبه - جاذبه - ۷ (۲) جاذبه - دافعه - ۷
(۳) دافعه - دافعه - ۲۳ (۴) دافعه - جاذبه - ۲۳

محل انجام محاسبات

۶۷- جسمی دارای بار الکتریکی منفی است. اگر تعداد 8×10^{12} الکترون به آن بدهیم، بار الکتریکی آن ۳ برابر بار اولیه می‌شود. بار اولیه جسم

چند میکروکولن است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- (۱) $-0.427 \mu\text{C}$ (۲) $0.164 \mu\text{C}$ (۳) $-0.164 \mu\text{C}$ (۴) $0.427 \mu\text{C}$

۶۸- سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = -20 \mu\text{C}$ ، $q_2 = +20 \mu\text{C}$ و q_3 بر روی یک خط قرار دارند. به طوری که برابندی نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از

بارهای q_1 و q_2 از طرف دو بار دیگر صفر است. در این صورت برابندی نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 از طرف بارهای q_1 و q_2 چگونه است؟

(۱) مخالف صفر است. (۲) صفر است.

(۳) فقط بستگی به مقدار و علامت بار q_3 دارد. (۴) بستگی به مکان، مقدار و علامت بار q_3 دارد.

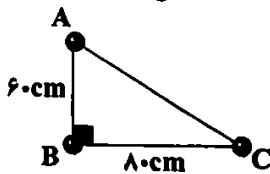
۶۹- یک پروتون و یک هسته ${}^4_2\text{He}^{2+}$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت پرتاب می‌گردند. نسبت اندازه شتاب پروتون به اندازه شتاب

هسته ${}^4_2\text{He}^{2+}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (جرم پروتون و جرم نوترون را یکسان در نظر بگیرید.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۳

۷۰- مطابق شکل زیر، سه ذره با بارهای الکتریکی مثبت و هم‌اندازه در سه رأس مثلث، ثابت نگه داشته شده‌اند. اگر بزرگی برابندی میدان‌های

الکتریکی حاصل از سه بار در وسط ضلع AC برابر با $9 \times 10^2 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ باشد، بار الکتریکی هر ذره چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)



(۱) $2/5$

(۲) $3/6$

(۳) 25

(۴) 36

۷۱- ذره‌ای به جرم 1 g و بار الکتریکی $+100 \mu\text{C}$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت قائم به بزرگی E با شتاب تندشونده $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ بالا می‌رود. E

چند نیوتون بر کولن است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

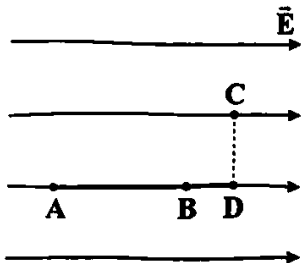
- (۱) 4×10^4 (۲) 4×10^2 (۳) 2×10^4 (۴) 2×10^2

۷۲- اگر بار الکتریکی منفی را با تندی ثابت در میدان الکتریکی \vec{E} جابه‌جا کنیم، میدان الکتریکی کار مثبت W_E را روی بار انجام

می‌دهد و انرژی پتانسیل الکتریکی (U_E) می‌یابد.

(۱) خلاف جهت - کاهش (۲) جهت - کاهش (۳) جهت - افزایش (۴) خلاف جهت - افزایش

۷۳- در شکل زیر، اگر بار الکتریکی q بین نقاط A ، B ، C و D جابه‌جا شده باشد، کدام گزینه مقایسه‌ای صحیح از پتانسیل الکتریکی نقاط و



شدت میدان الکتریکی آن‌ها خواهد بود؟

$$E_A = E_B = E_C = E_D, V_A > V_B > V_D > V_C \quad (1)$$

$$E_A > E_B > E_C = E_D, V_A > V_B, V_C = V_D = 0 \quad (2)$$

$$E_A > E_B > E_C = E_D, V_A > V_B > V_C = V_D \quad (3)$$

$$E_A = E_B = E_C = E_D, V_A > V_B > V_C = V_D \quad (4)$$

۷۴- دو کره فلزی رسانا و مشابه A و B با شعاع‌های برابر 2 cm و دارای بار الکتریکی $q_A = 20 \mu\text{C}$ و $q_B = -8 \mu\text{C}$ را به هم تماس داده و جدا

می‌کنیم. چگالی سطحی بار کره A حدود چند میکروکولن بر متر مربع کاهش می‌یابد؟ ($\pi = 3$) و کره‌ها روی پایه‌های عایق قرار دارند.)

- (۱) 300 (۲) 3000 (۳) 6000 (۴) 600

محل انجام محاسبات

۷۵- خازن تختی در اختیار داریم که بین صفحات آن ماده‌ای عایق با ثابت دی‌الکتریک κ قرار دارد. چه تعداد از عبارات‌های زیر در مورد این خازن صحیح است؟

(الف) ظرفیت خازن با دی‌الکتریک برابر با $C = \kappa^2 C$ است.

(ب) وقتی یک دی‌الکتریک مثل HCl در میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن قرار می‌گیرد، بر اثر القا، مولکول‌ها قطبیده می‌شوند.

(ج) اگر دی‌الکتریک مثل متان در میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن قرار گیرد، میدان الکتریکی اعمال شده باعث می‌شود که ابر الکترونی مولکول‌های دی‌الکتریک در خلاف جهت میدان جابه‌جا شوند.

(د) رفتار مولکول‌های دی‌الکتریک قطبی در میدان الکتریکی بین صفحات خازن، سبب افزایش ظرفیت خازن و رفتار مولکول‌های دی‌الکتریک غیرقطبی در میدان الکتریکی بین صفحات خازن سبب کاهش ظرفیت خازن می‌شوند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر



۷۶- چه تعداد از ویژگی‌های زیر بین همه واکنش‌های شیمیایی مشترک است؟

(آ) به وجود آمدن مولکول‌های جدید

(ب) تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها

(پ) برابر بودن مجموع جرم واکنش‌دهنده(ها)ی مصرف‌شده و فراورده(ها)ی تولیدشده

(ت) برابر بودن شمار مولکول‌های دو طرف واکنش

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۷- یک میخ آهنی که شامل $2/40.8 \times 10^{23}$ اتم آهن است در هوای مرطوب زنگ می‌زند. اگر این میخ با $1/80.6 \times 10^{23}$ مولکول O_2 واکنش دهد و

به اکسیدی از آهن با ظرفیت +۳ تبدیل شود، چند مول آهن تشکیل می‌شود؟ ($Fe = 56, O = 16: g.mol^{-1}$)

۰/۲ (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۵ (۴)

۷۸- چه تعداد از موارد زیر از پیامدهای رعایت توسعه پایدار در تولید کالاهای مختلف است؟

• افزایش قیمت تمام‌شده کالا

• افزایش طول عمر منابع فسیلی

• کاهش ردپای کربن دی‌اکسید

• کاهش مصرف منابع طبیعی

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۹- شکل زیر عملکرد مولکول‌های گازهای گلخانه‌ای را در برابر پرتوهای خورشیدی نشان می‌دهد. با توجه به آن، چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

• جهت حرکت پرتوهای A برخلاف پرتوهای B از بالا به پایین است.

• مولکول‌های X به طور حتم یکی از گازهای H_2O و CO_2 هستند.

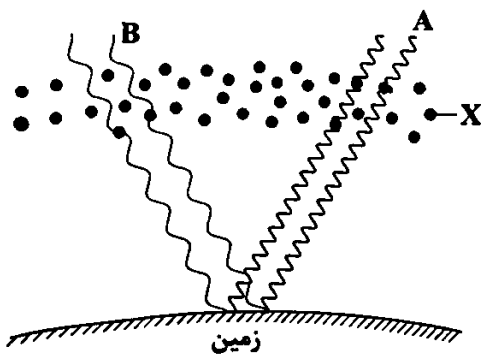
• طول موج پرتوهای A و B به ترتیب می‌تواند ۴۶۰ و ۸۶۰ نانومتر باشد.

• مولکول‌های X موجب خارج شدن گرمای آزادشده از سطح زمین

شده و بدین ترتیب زمین را گرم می‌کنند.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)



محل انجام محاسبات

- ۸۷- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با اوزون تروپوسفری و واکنش تولید آن در هوای آلوده و در حضور نور خورشید درست است؟
- وجود اوزون تروپوسفری در هوایی که تنفس می‌کنیم سبب آسیب دیدن ریه‌ها و بیماری‌های عصبی می‌شود.
 - در واکنش تولید آن در هوای آلوده به‌ازای تولید یک مول اوزون، یک مول گاز اکسیژن مصرف می‌شود.
 - همراه با تولید اوزون تروپوسفری، مقداری گاز قهوه‌ای‌رنگ نیتروژن دی‌اکسید نیز تولید می‌شود.
 - نقطه آغاز تولید اوزون تروپوسفری، واکنش میان گازهای نیتروژن و اکسیژن درون موتور خودرو در دمای بالا است.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

- ۸۸- در شیمی سبز، شیمی‌دان‌ها در جست‌وجوی هستند که به کمک آن‌ها بتوان کیفیت زندگی را بهره‌گیری از منابع طبیعی افزایش داد و در این راستا باید مواد شیمیایی را که ردپاهای سنگینی روی کره زمین برجای می‌گذارند

(۱) فرایندهایی - با - تولید - کاهش داد یا متوقف کرد.

(۲) فرایندهایی - بدون - مصرف - کاهش داد یا متوقف کرد.

- ۸۹- روند کلی کدام‌یک از موارد زیر در صد تا صد و پنجاه سال گذشته، افزایشی بوده و در برخی دهه‌ها با کاهش نیز همراه بوده است؟

(۱) مساحت سطح برف در نیمکره شمالی

(۲) میانگین جهانی دمای سطح زمین

(۳) میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد

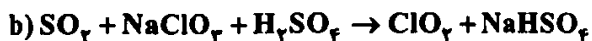
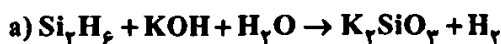
(۴) میانگین جهانی کربن دی‌اکسید در هواکره

- ۹۰- برای کاهش ردپای CO_2 تولیدشده توسط یک خانه در سال به ۲۰۰ درخت تنومند نیاز است که هر کدام سالانه ۱۲۰۰ مول CO_2 مصرف می‌کنند. اگر منبع تولید برق این خانه، نفت خام باشد، این خانه در ماه چند کیلووات ساعت برق مصرف می‌کند؟ (مقدار CO_2 تولیدشده در ماه (برحسب کیلوگرم)

در فرایند تولید برق به وسیله نفت خام، ۰/۷ میزان برق مصرفی ماهیانه (برحسب کیلو وات ساعت) است. ($C=12, O=16: g.mol^{-1}$)

۱۱۲۲ (۱) ۵۴۴ (۲) ۶۱۶ (۳) ۱۲۵۸ (۴)

- ۹۱- در واکنش a واکنش b، پس از موازنه، مجموع ضرایب فراورده‌ها مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌هاست.



(۱) همانند - بزرگ‌تر از (۲) همانند - برابر با (۳) برخلاف - بزرگ‌تر از (۴) برخلاف - برابر با

- ۹۲- چه تعداد از موارد زیر در شیمی سبز، برای کاهش ردپای کربن دی‌اکسید انجام می‌شود؟

• تبدیل CO_2 به مواد معدنی با استفاده از فلزهای منیزیم و کلسیم

• تولید سوخت سبز مانند اتانول و روغن‌های گیاهی

• دفن کردن CO_2 در چاه‌های فعال نفت و میدان‌های فعال گاز

• تبدیل CO_2 به گازهای سبک اکسیژن و کربن مونوکسید

• تولید گاز H_2 و جایگزینی آن با سوخت‌های فسیلی

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴)

- ۹۳- از واکنش ۱۰ مول دی‌فسفر تتراپدید با ۱۳ مول فسفر سفید (P_4) و ۱۲۸ مول آب، ۳۲ مول فسفریک اسید (H_3PO_4) و ۴۰ مول

فسفونیوم یدید تولید می‌شود. هر واحد فرمولی از فسفونیوم یدید شامل چند اتم است؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

- ۹۴- در یک روز زمستانی، تفاوت میان بالاترین و پایین‌ترین دمای درون یک گلخانه، به تقریب چند درجه سلسیوس است؟

۱ (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۰۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) بستر اقیانوس‌ها منبمی غنی از فلزهای گوناگون است که انسان چند قرن قبل آن را کشف کرده بود.
 (۲) در اعماق برخی از دریاها، سولفات چندین فلز واسطه یافت شده است.
 (۳) غلظت گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس، نسبت به ذخایر زمینی آن‌ها بیشتر است.

(۴) در بخش‌هایی از شماری از اقیانوس‌ها، کلوخه‌ها و پوسته‌هایی غنی از فلزهایی مانند Ni, Fe, K, Co, Mn و ... یافت شده است.

۱۰۴- اگر در واکنش مربوط به استخراج آهن در شرکت فولاد آمریکا، ۴/۲ تن آهن تولید شود و جرم سنگ معدن مصرف‌شده، ۱۵ برابر جرم مصرفی واکنش‌دهنده دیگر باشد، درصد خلوص آهن (III) اکسید در سنگ معدن کدام است؟

(Fe=۵۶, O=۱۶, C=۱۲, Na=۲۳: g.mol⁻¹)

۷۴/۲۱ (۴)

۶۸/۳۴ (۳)

۴۷/۱۲ (۲)

۵۹/۲۵ (۱)

۱۰۵- واکنش موازنه‌نشده $N_2(g) + H_2(g) \rightarrow NH_3(g)$ با ۵ مول نیتروژن و ۱۵ مول هیدروژن در یک ظرف در بسته آغاز شده است. در

لحظه‌ای که شمار مول‌های فراورده، ۷۵٪ مجموع شمار مول‌های باقی‌مانده از واکنش‌دهنده‌ها است، بازده درصدی واکنش کدام است؟

۶۰ (۴)

۶۶/۷ (۳)

۸۰ (۲)

۷۵ (۱)

۱۰۶- اگر شعاع اتمی یکی از عنصرهای سدیم و کلر برابر ۱۸۶pm و شعاع اتمی عنصر دیگر برابر ۹۹pm باشد، شعاع اتمی سیلیسیم کدام یک از مقادیر زیر (برحسب پیکومتر) می‌تواند باشد؟

۱۶۰ (۴)

۱۵۱ (۳)

۱۴۳ (۲)

۱۱۸ (۱)

۱۰۷- هالوژن X برای واکنش با گاز هیدروژن حداقل به دمای ۲۰۰°C نیاز دارد. چه تعداد از عبارات زیر در ارتباط با آن درست است؟

• در دوره چهارم جدول دوره‌ای جای دارد.

• در مقایسه با هالوژنی که در دمای اتاق به آرامی با گاز H_۲ واکنش می‌دهد، نقطه جوش بالاتری دارد.

• تفاوت عدد اتمی آن با عدد اتمی فلز قلیایی هم‌دوره برابر با ۱۶ است.

• در مقایسه با هالوژنی که برای واکنش با H_۲ به دمای بالاتر از ۴۰۰°C نیاز دارد، شعاع اتمی کوچک‌تری دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۸- چه تعداد از موارد پیشنهادشده، عبارت زیر را به درستی کامل می‌کنند؟

«در دوره سوم جدول تناوبی، شمار عنصرهای، برابر با شمار عنصرهایی است که»

• گازی شکل - جامدند و جریان گرما را از خود عبور نمی‌دهند. • فلزی - جامدند و در اثر ضربه خرد می‌شوند.

• با سطح براق و صیقلی - خاصیت نافلزی دارند. • فلزی - تمایل به تشکیل آنیون تک‌اتمی دارند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۹- دو فلز A و X در یک گروه از جدول دوره‌ای جای دارند و عنصر A در مقایسه با عنصر X با محلول مس (II) سولفات سریع‌تر و راحت‌تر

واکنش می‌دهد. با توجه به این مطلب چه تعداد از نتیجه‌گیری‌های زیر درست است؟

• عنصرهای A و X به ترتیب می‌توانند نقره (۴۷ Ag) و طلا (۷۹ Au) باشند.

• شعاع اتمی A بزرگ‌تر از شعاع اتمی X است.

• پلاتین با محلول نیترات فلز X سریع‌تر از محلول نیترات فلز A واکنش می‌دهد.

• در واکنش فلز A با محلول مس (II) سولفات، همانند واکنش فلز X با محلول مس (II) سولفات، پایداری فراورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

۴ (۴)

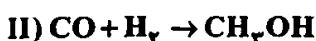
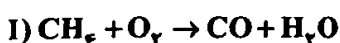
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۰- مطابق واکنش‌های زیر از متان برای تهیه متانول در صنعت استفاده می‌شود. برای تهیه هر کیلوگرم متانول، چند لیتر گاز متان با فرض شرایط

STP لازم است؟ (بازده هر کدام از واکنش‌ها ۶۰٪ است.) (C=۱۲, H=۱, O=۱۶: g.mol⁻¹)



۱۵۱۲ (۴)

۹۸۲ (۳)

۱۱۶۷ (۲)

۱۹۴۵ (۱)

محل انجام محاسبات

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۶/۰۲

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه یازدهم ریاضی

شماره داوطلبی	نام خانوادگی
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه	شماره سوال

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی. تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	تعداد سؤالات	نوع سؤالات	تعداد سؤالات	نوع سؤالات	تعداد سؤالات
۴۵ دقیقه	۳	اجباری	۳۰	تعمیری ۱	۱۰
	۴۰	اختیاری	۱۰	حسابان ۱	
۲۰ دقیقه	۶۵	اجباری	۲۵	تعمیری ۲	۱۰
	۷۵	اختیاری	۱۰	تعمیری ۳	
۳۵ دقیقه	۱۶۰	اجباری	۲۵	تعمیری ۱	۱۰
	۱۶۰	اختیاری	۱۰	تعمیری ۲	

باید دو نامعادله زیر را حل کنیم و بین جوابها اشتراک

بگیریم:

$$\frac{x^2 - x}{1 - x} \leq 1 \Rightarrow \frac{x^2 - x}{1 - x} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - x - 1 + x}{1 - x} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{1 - x} \leq 0$$

$$\frac{x \neq 1}{x \neq 1} \rightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{-(x-1)} \leq 0 \Rightarrow x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1, x \neq 1 \quad (1)$$

$$1 < |x| - x \begin{cases} x \geq 0 & 1 < x - x \Rightarrow 1 < 0 \\ x < 0 & 1 < (-x) - x \Rightarrow -2x > 1 \\ & \Rightarrow x < -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x < -\frac{1}{2} \quad (2)$$

اشتراک (1), (2) $\Rightarrow -1 \leq x < -\frac{1}{2}$

$$\frac{|2x-2|}{|x+2|} \leq 1 \xrightarrow{x \neq -2} |2x-2| \leq |x+2|$$

توان $\rightarrow (2x-2)^2 \leq (x+2)^2$

$$\Rightarrow (2x-2)^2 - (x+2)^2 \leq 0$$

اتحاد مزدوج $\rightarrow (2x-2+x+2)(2x-2-x-2) \leq 0$

$$\Rightarrow (3x-1)(x-5) \leq 0$$

تعیین علامت \rightarrow

با شرط $x \neq -2$ داریم:

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = [\frac{1}{3}, 5] - \{-2\} = [\frac{1}{3}, 5]$$

$$x^2 - \frac{1}{4}x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{4}x = 4 \xrightarrow{+(-\frac{1}{4})^2 = (\frac{1}{4})^2}$$

$$x^2 - \frac{1}{4}x + (\frac{1}{4})^2 = 4 + (\frac{1}{4})^2 \Rightarrow (x - \frac{1}{4})^2 = 4 + \frac{1}{16} = \frac{65}{16}$$

بنابراین در سمت راست از عدد $\frac{65}{16}$ جذر می‌گیریم.

وقتی سهمی‌های $y = ax - a$ و $y = x^2$ یکدیگر را قطع

نمی‌کنند، معادله $x^2 = ax - a$ جواب ندارد. بنابراین:

$$x^2 = ax - a \Rightarrow x^2 - ax + a = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} (-a)^2 - 4a(1) < 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a < 0 \quad (*)$$

حال داریم:

$$\frac{1}{4}ax^2 - ax + a - 2 = 0 \Rightarrow \Delta =$$

$$\Rightarrow \Delta = a^2 - 2a^2 + 4a =$$

$$\xrightarrow{(*)} \Delta = -(a^2 - 4a) >$$

حذف گزینه (1) \Rightarrow ضریب x^2 سهمی رو به بالا

حذف گزینه (2) $x_S = \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow b = 4a \Rightarrow$

حال در گزینه‌های (2) و (4) داریم:

$$2) y = \frac{1}{4}x^2 + 2x + 3 \xrightarrow{x_S = -2} y_S = \frac{1}{4}(-2)^2 + 2(-2) + 3$$

$$= 2 - 4 + 3 = 1 > 0 \quad (2 \text{ رد گزینه})$$

$$4) y = x^2 + 2x + 3 \xrightarrow{x_S = -2} y_S = (-2)^2 + 2(-2) + 3$$

$$= 4 - 4 + 3 = 3 > 0$$

چون $y_S < 0$ پس تنها گزینه (4) صحیح است.

یکی از جواب‌های معادله درجه دوم $5x^2 - mx + 4 = 0$

برابر 2 می‌باشد، پس $x = 2$ در آن صدق می‌کند:

$$5(2)^2 - m(2) + 4 = 0 \Rightarrow 20 - 2m + 4 = 0 \Rightarrow -2m = -24 \Rightarrow m = 12$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 12x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{2(5)} = \frac{12 \pm \sqrt{64}}{10}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12 \pm 8}{10} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$(x+1)^2 - 2\sqrt{3}(x+1) - 6 = 0 \xrightarrow{x+1=t} t^2 - 2\sqrt{3}t - 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2\sqrt{3})^2 - 4(1)(-6) = 12 + 24 = 36$$

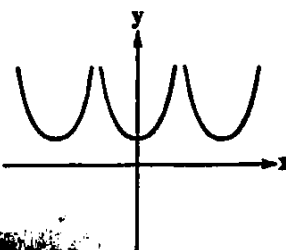
$$\Rightarrow t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2\sqrt{3}) \pm \sqrt{36}}{2(1)} = \frac{2\sqrt{3} \pm 6}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{2\sqrt{3} + 6}{2} = \sqrt{3} + 3 \Rightarrow x + 1 = \sqrt{3} + 3 \Rightarrow x = \sqrt{3} + 2 \\ t = \frac{2\sqrt{3} - 6}{2} = \sqrt{3} - 3 \Rightarrow x + 1 = \sqrt{3} - 3 \Rightarrow x = \sqrt{3} - 4 \end{cases}$$

بزرگترین جواب $\sqrt{3} + 2$ است.

برای آنکه سهمی همواره بالای محور x باشد، باید $\Delta < 0$

و $a > 0$ باشد.



$$m+1 > 0 \Rightarrow m > -1$$

$$(-2)^2 - 2(m+1)(1) < 0$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} m > 0$$

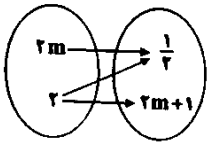
$$\Rightarrow -2m < 0 \Rightarrow m > 0$$

۱

$$f(2m) = n-1 \Rightarrow n-1 = 2-n$$

$$f(2m) = 2-n$$

$$\Rightarrow n+n = 2+1 \Rightarrow 2n = 3 \Rightarrow n = \frac{3}{2}$$



بنابراین داریم:

$$2m+1 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2m = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow n+n = 2+1 \Rightarrow 2n = 3 \Rightarrow n = \frac{3}{2}$$

۲

$$f(1) + xf(x) = x + 2f(x) \begin{cases} x=0 & \rightarrow f(1) + 0 = 0 + 2f(1) \\ x=1 & \rightarrow f(1) + f(1) = 1 + 2f(1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1) = 2f(1) \\ 2f(1) = 1 + 2f(1) \end{cases} \Rightarrow 2f(1) = 1 + f(1) \Rightarrow f(1) = 1, f(0) = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = ax + b \begin{cases} f(0) = \frac{1}{2} & \rightarrow a(0) + b = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2} \\ f(1) = 1 & \rightarrow a(1) + b = 1 \Rightarrow a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \xrightarrow{x=\Delta} f(\Delta) = \frac{\Delta}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\Delta+1}{2} = 3$$

۳ دو زوج مرتب زمانی با هم برابرند که مؤلفه‌های اول آن‌ها با هم،

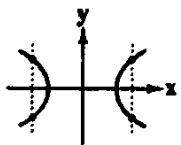
و مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشند:

$$(x-y, 2) = (2x-1, 2y-x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-y = 2x-1 \\ 2y-x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 1 \\ 2y-x = 2 \end{cases}$$

$$2y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \xrightarrow{x+y=1} x = -\frac{1}{2}$$

بنابراین $x^2 + y^2 = 1$ می‌باشد.



۴ نموداری مربوط به یک تابع است

که هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. با این اوصاف تنها نمودار

گزینه (۴) مربوط به یک تابع نیست.

۱ معادله تقاطع خط $y=1$ و سهمی ریشه مضاعف دارد:

$$ax^2 + 2x + 2 = 1 \Rightarrow ax^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow 4 - 4(a)(1) = 0 \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$$

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(\frac{1}{2})} = \frac{-2}{1} = -2$$

هم علامت با x

$$\frac{x^2(x+2)^2}{x^2-x-2} < 0 \Rightarrow \frac{x}{x^2-x-2} < 0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x^2-x-2=0 \Rightarrow (x-2)(x+1)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases}$$

	-1	0	2
x	-	-	+
x^2-x-2	+	-	+
عبارت	-	+	-

$$\Rightarrow \text{جواب: } x < -1 \text{ یا } 0 < x < 2$$

حال باید ببینیم کدام عدد در مجموعه جواب بالا قرار دارد:

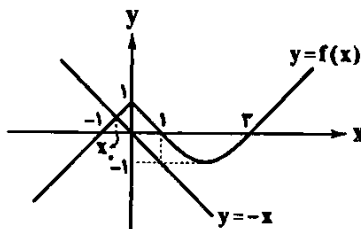
۱) $1 + \sqrt{2} > 2$

۲) $2 - \sqrt{2} = 2 - 1/4 = 1/6 \Rightarrow 0 < 2 - \sqrt{2} < 2$ ✓

۳) $\sqrt{2} - 2 = 1/7 - 2 = -0/3 \Rightarrow -1 < x < 0$

۴) $2 + \sqrt{2} > 2$

۲



$$x + f(x) \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq -x$$

با توجه به نمودار و مقایسه $y = -x$ و $y = f(x)$ مجموعه جواب برابر با بازه $[x_0, +\infty)$ است که در آن محل تلاقی خط $y = -x$ و نیم خط نمودار $f(x)$ است:

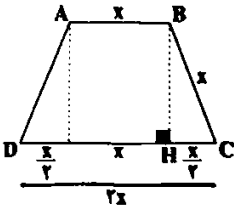
$$\begin{cases} (0, 1) \\ (-1, 0) \end{cases} \Rightarrow y = x + 1 \xrightarrow{\text{تلاقی با } y = -x} -x = x + 1 \Rightarrow 2x = -1$$

$$\Rightarrow x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow D_f = [-\frac{1}{2}, +\infty)$$

$$3) \Delta < 6 < a \rightarrow k = \frac{b}{b+1} = \frac{1}{5} = \frac{4}{9} \begin{cases} a = 24 \checkmark \\ \frac{b}{b+1} = \frac{5}{6} \Rightarrow b = 5 \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت محیطها} = k = \frac{1}{5}$$

طریق صورت سوال شکل زیر را می توان رسم کرد:



با رسم ارتفاع BH در مثل قائم الزاویه BHC، ضلع CH نصف وتر BC

است، پس زاویه روبه روی آن 30° است:

$$CH = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \Delta BHC: \hat{H}BC = 30^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{2}BC$$

۴

$$\text{مجموع زوایای } \pi \text{ ضلعی} = (\pi - 2) \times 180^\circ = 1440^\circ \Rightarrow \pi - 2 = \frac{144}{18} = 8$$

$$\Rightarrow \pi = 10$$

هر 10° زاویه آن که نمی تواند 100° درجه باشد. $(100 \times 10 = 1000 \neq 1440)$

فرض کنیم حداکثر x زاویه آن 100° درجه باشد، پس داریم:

$$x = 9 \Rightarrow \text{مجموع } 9 \text{ زاویه } = 1440 - 900 = 540^\circ \text{ (غ ق)}$$

$$x = 8 \Rightarrow \text{مجموع } 8 \text{ زاویه دیگر} = 1440 - 800 = 640^\circ \text{ (غ ق)}$$

اما چون چهار ضلعی محدب است مجموع دو زاویه دیگر کم تر از 360° است.

$$x = 7 \Rightarrow \text{مجموع } 7 \text{ زاویه دیگر} = 1440 - 700 = 740^\circ$$

$$x = 6 \Rightarrow \text{مجموع } 6 \text{ زاویه دیگر} = 1440 - 600 = 840^\circ$$

$$x = 5 \Rightarrow \text{مجموع } 5 \text{ زاویه دیگر} = 1440 - 500 = 940^\circ$$

$$x = 4 \Rightarrow \text{مجموع } 4 \text{ زاویه دیگر} = 1440 - 400 = 1040^\circ$$

$$x = 3 \Rightarrow \text{مجموع } 3 \text{ زاویه دیگر} = 1440 - 300 = 1140^\circ$$

$$x = 2 \Rightarrow \text{مجموع } 2 \text{ زاویه دیگر} = 1440 - 200 = 1240^\circ$$

$$x = 1 \Rightarrow \text{مجموع } 1 \text{ زاویه دیگر} = 1440 - 100 = 1340^\circ$$

$$x = 0 \Rightarrow \text{مجموع } 0 \text{ زاویه دیگر} = 1440 - 0 = 1440^\circ$$

پس این ده ضلعی حداکثر 4° زاویه 100° درجه می تواند داشته باشد.

اگر همه زوایای یک چند ضلعی باز (منفرجه) باشد، چند ضلعی

محدب است. (مثل ضلعی، ۶ ضلعی و ... منتظم)

۱۸۰ موجود است.



۲) برای تابع بودن باید به ازای هر x ممین، حداکثر یک y موجود

باشد کافی است سه تا از گزینهها را نقض کنیم.

پروسی سایر گزینهها:

$$x = 2 \Rightarrow y \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{تابع نیست.} \quad (1)$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 0, -1 \Rightarrow \text{تابع نیست.} \quad (2)$$

$$x = -1 \Rightarrow y = 0, -1 \Rightarrow \text{تابع نیست.} \quad (3)$$

اما در گزینه (۲) فقط زمانی معادله جواب دارد که $x = 2$ و $y = -2$ پس

نمودار این رابطه، یک نقطه است، بنابراین تابع خواهد بود.

۲

$$(1, m^2 - 1), (1, 2) \in f \xrightarrow[\text{تابع}]{\text{غ ق}} m^2 - 1 = 2 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

$$m = 2 \Rightarrow f = \{(1, 2), (2, 4), (2, -1)\}$$

$$m = -2 \Rightarrow f = \{(1, 2), (2, 4), (-2, -1)\}$$

$$R_f = \{0, -1\}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$f(x) = -1 \Rightarrow x^2 - 1 = -1 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

پس بزرگترین دامنه تابع برابر $\{0, 1, -1\}$ است.

۱

$$f(a) = 1 یا 2 \quad f(b) = 1 یا 2 \quad f(c) = 1 یا 2$$

$$\text{تعداد توابع} = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

برای درک بهتر، این ۸ تابع را می نویسیم:

$$f = \{(a, 1), (b, 1), (c, 1)\} \quad f = \{(a, 1), (b, 1), (c, 2)\}$$

$$f = \{(a, 1), (b, 2), (c, 1)\} \quad f = \{(a, 1), (b, 2), (c, 2)\}$$

$$f = \{(a, 2), (b, 1), (c, 1)\} \quad f = \{(a, 2), (b, 1), (c, 2)\}$$

$$f = \{(a, 2), (b, 2), (c, 1)\} \quad f = \{(a, 2), (b, 2), (c, 2)\}$$

۲) اولاً $x \neq 0$ است، پس دو حالت زیر را در نظر می گیریم:

$$1) x > 0: y = 1 - \frac{x}{|x|} = 1 - \frac{x}{x} = 1 - 1 = 0$$

$$2) x < 0: y = 1 - \frac{x}{|x|} = 1 - \frac{x}{-x} = 1 + 1 = 2$$

بنابراین برد تابع $\{0, 2\}$ است.

۳) چون $b > 0$ است پس $\frac{b}{b+1} < 1$ داریم:

$$\text{اضلاع مثلث دوم: } \frac{b}{b+1} < 1 < 4 \text{ (غ ق)}$$

حالا برای مثلث اول حالت های زیر را در نظر می گیریم:

$$\frac{b}{b+1} = \frac{1}{5} = \frac{4}{9} \text{ (غ ق)}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{4}{9} \begin{cases} a = \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \\ \frac{b}{b+1} = \frac{4}{9} \end{cases}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{4}{9} \begin{cases} a = \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \\ \frac{b}{b+1} = \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \end{cases} \text{ (غ ق)}$$

پس چهارضلعی حاصل یا مربع یا مستطیل است. از طرفی داریم:

$$PN = NC - PC = ND \tan \beta - PB \tan \beta = (ND - PB) \tan \beta$$

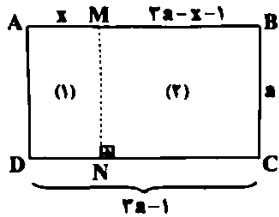
$$\underline{PB = DM} \quad MN \tan \beta = PQ \tan \beta$$

$$PN = PQ \tan \beta \xrightarrow{\beta \neq 45^\circ} PN \neq PQ$$

بنابراین چهارضلعی حاصل لزوماً مربع نیست و مستطیل است.

اگر نسبت تشابه دو مثلث k باشد، آن گاه نسبت مساحتها k^2 است. پس:

$$k^2 = \frac{f}{9}$$



$$k = \frac{\text{عرض (1)}}{\text{طول (1)}} = \frac{\text{عرض (2)}}{\text{طول (2)}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{2a-x-1}{a} = \frac{2}{3}$$

(توجه کنید که $\frac{a}{x} \neq \frac{a}{2a-x-1}$ زیرا در این صورت $k=1$ به دست می آید.)

$$\begin{cases} (1) \Rightarrow 2x = 2a \Rightarrow x = \frac{2}{3}a \\ (2) \Rightarrow 2a = 9a - 2x - 2 \Rightarrow 2x - 7a = -2 \end{cases}$$

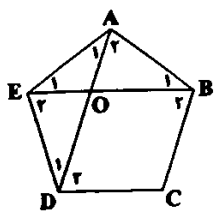
$$\Rightarrow 2(\frac{2}{3}a) - 7a = -2 \Rightarrow \frac{4}{3}a - 7a = -2 \Rightarrow \frac{4-21}{3}a = -2 \Rightarrow \frac{-17}{3}a = -2 \Rightarrow a = \frac{6}{17}$$

$$\Rightarrow 2(\frac{2}{3}a) - 7a = -2 \Rightarrow \frac{4}{3}a - 7a = -2 \Rightarrow \frac{4-21}{3}a = -2 \Rightarrow \frac{-17}{3}a = -2 \Rightarrow a = \frac{6}{17}$$

$$\Rightarrow -\frac{17}{3}a = -2 \Rightarrow a = \frac{6}{17} = \frac{6}{17} \xrightarrow{x = \frac{2}{3}a} x = \frac{2}{3} \times \frac{6}{17} = \frac{4}{17}$$

در متوازی الاضلاع قطرهای منصفاند، اما بقیه ویژگیها لزوماً برقرار نیست.

۳



$$\text{هر زاویه داخلی } \Delta = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$$

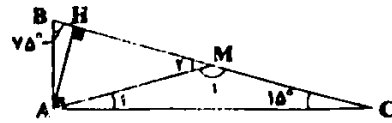
$$\Delta AED: AE = DE \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\hat{E}_1 = \hat{B}_1 = 36^\circ$$

$$\hat{B} = 75^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$$

۲

میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می کنیم.



$$AM = \frac{1}{2} BC = MC = BM$$

پس:

$$AM = MC = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 15^\circ \Rightarrow \hat{M}_p = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$$

در مثلث قائم الزاویه AHM $\hat{M}_p = 30^\circ$ است، پس AH نصف وتر است.

$$AH = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} BC) = \frac{1}{4} BC$$

اگر $BC = x$ باشد، داریم:

$$BC = x, AH = \frac{1}{4} x$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} AH \times BC = 18 \Rightarrow \frac{1}{2} (\frac{1}{4} x)(x) = 18$$

$$\Rightarrow x^2 = 8 \times 18 = 144 \Rightarrow x = \sqrt{144} = 12 \Rightarrow BC = 12$$

طول وتر:

M و N وسط اضلاع AD و AB است، بنابراین بنا به عکس

۳

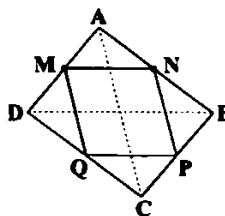
قضیه تالس:

$$MN \parallel BD, MN = \frac{1}{2} BD$$

$$PQ \parallel BD, PQ = \frac{1}{2} BD$$

به طور مشابه:

$$MQ = NP = \frac{1}{2} AC, MQ \parallel NP \parallel AC$$



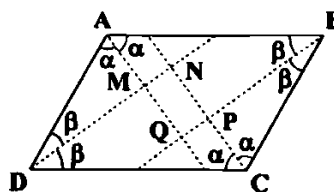
پس چهارضلعی حاصل در حالت کلی متوازی الاضلاع است و برای آن که تبدیل

به لوزی شود باید قطرهای BD و AC با هم برابر باشد. (درستی گزینه ۳)

توجه کنید که در مستطیل هم قطرهای برابر است اما لزومی ندارد حتماً ABCD مستطیل باشد. در گزینه های (۱) و (۲) هم که قطرهای برابر

نیست و حاصل لوزی نمی شود.

۱



$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta AMD: \hat{M} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

به طور مشابه:

$$\hat{N} = \hat{P} = \hat{Q} = 90^\circ$$

۲ در دامنه‌های مشترک دو تابع باید مقادیر آن‌ها با هم برابر باشند.

$$f(1) = g(1) \Rightarrow \sqrt{1} + b = \sqrt{1} - 1 \Rightarrow b = -1$$

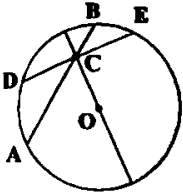
$$f(2) = g(2) \Rightarrow \sqrt{4} + b = c \Rightarrow c = \sqrt{4} - 1$$

$$f(a) = g(a) \Rightarrow \sqrt{2a+1} - 1 = 2 \Rightarrow \sqrt{2a+1} = 3 \Rightarrow a = 4$$

$$\left(\frac{a}{2} + b + c\right)^2 = (2 - 1 + \sqrt{4} - 1)^2 = 5$$

۲ می‌دانید که کوتاه‌ترین وتر گذرا از نقطه C وترت C است که بر

قطر عمود باشد.



$$\frac{BC}{AC} = \frac{1}{3} \quad \frac{AB}{AC} = \frac{12}{3} \Rightarrow BC = 2, AC = 4$$

از نقطه C قطر دایره را رسم می‌کنیم کوتاه‌ترین وتر توسط قطر دایره نصف می‌شود.

$$DC = CE = x$$

بنابر رابطه طولی در دایره داریم:

$$AC \times CB = DC \times CE \Rightarrow 4 \times 2 = x \times x \Rightarrow x^2 = 8$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{2}, DE = 4\sqrt{2}$$

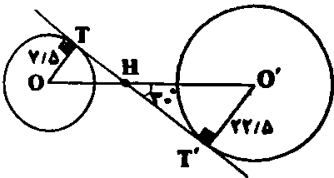
۲ در مثلث OHT، زاویه H برابر ۳۰ است. پس:

$$OH = 2OT = 15$$

به طریق مشابه در مثلث HO'T داریم:

$$O'H = 2O'T' = 2 \times 22/5 = 44/5$$

$$\Rightarrow OO' = O'H + OH = 44/5 + 15 = 64/5$$



$$\widehat{COB} = 70^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 70^\circ$$

از طرفی $AB = AC$ در نتیجه $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ پس داریم:

$$\widehat{AB} = \frac{360 - 70}{2} = 145^\circ \Rightarrow \widehat{ABT} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{145^\circ}{2} = 72.5^\circ$$

۲ دو زاویه \hat{A} و \hat{B} محاطی روبه‌رو به یک کمان می‌باشند. پس

با هم برابرند.

$$2\alpha - 10 = \alpha + 10 \Rightarrow \alpha = 20 \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = 20^\circ$$

زاویه‌های \hat{A} و \hat{B} محاطی‌اند پس:

$$\widehat{DC} = 2\hat{A} = 40^\circ$$

$$\widehat{AEB} = 80^\circ$$

$$\hat{M} = \widehat{AB} - \widehat{DC}$$

$$\begin{cases} \hat{B}_r = \hat{D}_r = 108^\circ - 26^\circ = 72^\circ \\ \hat{C} = 108^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{O} = 360^\circ - (72^\circ + 72^\circ + 108^\circ) = 108^\circ$$

پس در چهارضلعی OBCD، زوایای روبه‌رو مساوی و زوایای مجاور مکمل هستند پس OBCD یک متوازی‌الاضلاع است که اضلاع آن با هم برابرند (BC = CD). در نتیجه OBCD یک لوزی می‌باشد.

۲ دو خط موازی شیبهای برابر دارند.

$$\frac{m-1}{m^2-2} = \frac{m^2+2}{m+1} \neq \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow m^2 - 4 = m^2 - 1 \Rightarrow m^2 - m^2 - 2 = 0$$

با در نظر گرفتن $m^2 = t$ ، معادله به صورت $t^2 - t - 2 = 0$ تبدیل می‌شود و

چون $\frac{t}{2}$ منفی است پس دو ریشه مختلف‌العلامت برای t به دست می‌آید

بنابراین برای m دو مقدار مختلف‌العلامت خواهیم داشت.

$$|a+b| \leq |a| + |b|$$

۳ می‌دانیم:

و همچنین می‌دانیم $|a+b| < |a| + |b|$ به شرطی که $ab < 0$.

$$\Rightarrow (1+x^2)(2x-5) < 0 \Rightarrow -1 < x < \frac{5}{2}$$

۴

$$\frac{2 \dots \dots \dots 26}{\text{عدد ۱۰}}$$

$$\Rightarrow d = \frac{26-2}{11} = 2$$

$$S_{\text{عدد ۱۰}} = \frac{10}{2} [6 + 22] = 115 \Rightarrow S - d = 115 - 2 = 113$$

۱

$$D_{f(x)} \begin{cases} x^2 - a \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq a \Rightarrow x \geq \sqrt{a} \text{ یا } x \leq -\sqrt{a} \\ 2x - b \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{b}{2} \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - a} + \sqrt{2x - b}}{x^2 - 2x + 5} \times \frac{\sqrt{x^2 - a} - \sqrt{2x - b}}{\sqrt{x^2 - a} - \sqrt{2x - b}}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 - 2x - a + b}{(x^2 - 2x + 5)(\sqrt{x^2 - a} - \sqrt{2x - b})}$$

و چون $f(x) = g(x)$ است، در $f(x)$ چندجمله‌ای بالا و پایین ساده خواهد شد در نتیجه $-a + b = 5$

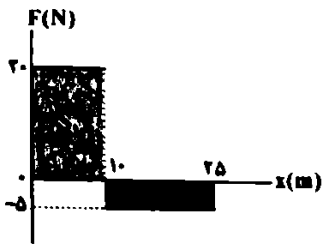
دو حالت وجود دارد:

$$\text{اگر } \sqrt{a} = \frac{2}{2} \Rightarrow a = \frac{4}{4} \Rightarrow -\frac{4}{4} + b = 5$$

تناقض با دامنه $\frac{2}{2}$

$$\Rightarrow -a + 6 = 5 \Rightarrow a = 1$$

۲ کار نیرو برابر با جمع جبری مساحت محصور بین نمودار نیرو - مکان و محور مکان است، بنابراین:



$$\begin{cases} S_1 = 10 \times 20 = 200 \\ S_2 = 5 \times 15 = 75 \end{cases} \Rightarrow W_F = 200 - 75 = 125 \text{ J}$$

۳ تنها زاویه مهم، در محاسبه کار، زاویه بین نیرو و راستای جابه‌جایی، یعنی 30° است، بنابراین:

$$W = Fd \cos \theta = 14 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 35\sqrt{3} \text{ J}$$

۲ از رابطه کار نیروی ثابت داریم:

$$W_F = (F \cos \theta) d = 40 \times 1 \times 2 = 80 \text{ J}$$

نیروی وزن و عمودی سطح بر راستای جابه‌جایی جسم، عمود هستند، پس کار آن‌ها در این جابه‌جایی، برابر صفر است.

۴ ابتدا نیروی خالص را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\text{خالص}} = ma = 1 \times 4 = 4 \text{ N}$$

چون جسم از حال سکون رها شده است، \vec{F} در راستای جابه‌جایی است، بنابراین کار کل برابر است با:

$$W_t = (F_{\text{خالص}} \cos \theta) d \xrightarrow{\theta=0^\circ} W_t = fh \quad (I)$$

از طرف دیگر:

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = mgh - 120 = 10h - 120 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow fh = 10h - 120 \Rightarrow 6h = 120 \Rightarrow h = 20 \text{ m}$$

۲ براساس قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow \frac{W_{tA}}{W_{tB}} = \frac{\frac{1}{2} m_A (v_{2A}^2 - v_{1A}^2)}{\frac{1}{2} m_B (v_{2B}^2 - v_{1B}^2)}$$

$$\frac{v_{1A} = v_{1B}}{v_{2A} = v_{2B}} \rightarrow \frac{W_{tA}}{W_{tB}} = \frac{m_A}{m_B} = 2$$

۱ با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_1=0} W_{\text{mg}} + W_{\text{شخص}} = \frac{1}{2} m v^2$$

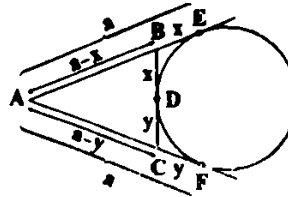
$$\Rightarrow -mgh + W_{\text{شخص}} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow -20 \times 10^{-2} \times 10 \times 2 + 4/4 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-2} \times v^2$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-2} v^2 \Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱ طول مماس‌های رسم‌شده بر دایره از هر نقطه بیرون دایره با هم برابر است:

$$\text{مماس مثلث } ABC = (a-x) + (a-y) + x + y = 2a$$



چون نقاط E و F ثابت هستند پس a نیز ثابت است و محیط تغییر نمی‌کند اما در مورد مساحت داریم $S_{ABC} = \frac{1}{2}(a-x)(a-y)\sin(\hat{A})$ که چون D تغییر می‌کند پس $(a-x)$ ، $(a-y)$ نیز متغیر است پس مساحت تغییر می‌کند.

۲ با توجه به رابطه محاسبه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 250 \times (2 \times 10^3)^2$$

$$\Rightarrow K = 125 \times 4 \times 10^6 = 5 \times 10^8 \text{ J} = \frac{5 \times 10^8}{10^6} = 500 \text{ MJ}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{A}{10} \times (1/2)^2 = 1/152$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{1/152 K_1 - K_1}{K_1} \times 100$$

$$= \frac{-0.15 K_1}{K_1} \times 100 = -15\%$$

۲ رابطه انرژی جنبشی به صورت زیر است:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

بررسی گزینه‌ها:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m (2v)^2 = 2 m v^2 \quad (2)$$

$$K_3 = \frac{1}{2} (2m) v^2 = m v^2 \quad (3)$$

$$K_4 = \frac{1}{2} (2m) v^2 = m v^2 \quad (4)$$

$$K_1 < K_2 = K_3 < K_4$$

مقایسه انرژی‌های جنبشی:

۳ با توجه به رابطه کار نیروی ثابت ($W = Fd \cos \theta$) برای

حالت‌هایی که $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ هر چه زاویه بین نیرو و جابه‌جایی، بیشتر باشد،

قدرمطلق کار انجام‌شده توسط آن نیرو کم‌تر است. بنابراین در حالت C که زاویه

میان نیرو و جابه‌جایی برابر θ و بیشتر از سایر حالت‌ها است، کار انجام‌شده

توسط نیروی \vec{F} کم‌تر است.

۱ نیروی وارد شده به جسم، توسط شخص را با \vec{F} نشان می‌دهیم. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma \Rightarrow F - mg = m\left(\frac{g}{\Delta}\right) \Rightarrow F = \frac{g}{\Delta} mg$$

بنابراین کار نیروی \vec{F} برابر است با:

$$W_F = F \cos \theta d \xrightarrow{\theta=0} W_F = \left(\frac{g}{\Delta} mg\right) \times 1 \times h = \frac{g}{\Delta} mgh$$

انرژی پتانسیل گرانشی جسم در ارتفاع h برابر با mgh است، پس:

$$\frac{W_F}{U_h} = \frac{\frac{g}{\Delta} mgh}{mgh} = \frac{g}{\Delta}$$



۳ ارتفاع ۲۰ درصد مقدار اولیه‌اش افزایش یافته:

$$h_2 = h_1 + \frac{20}{100} h_1 = \frac{120}{100} h_1$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{mgh_2}{mgh_1} = \frac{\frac{120}{100} h_1}{h_1} \Rightarrow U_2 = \frac{120}{100} U_1$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \times 100 = \frac{\frac{120}{100} U_1 - U_1}{U_1} \times 100$$

$$= \frac{20}{100} U_1 \times 100 = 20\%$$

۳ چون حرکت جسم در خلأ انجام شده است و نیروهای مقاوم

در مقابل حرکت گلوله وجود ندارند، انرژی مکانیکی آن ثابت و پایسته است. در این صورت انرژی مکانیکی با گذشت زمان تغییر نمی‌کند.

۳ قبل از برخورد جسم با فنر، انرژی پتانسیل کشسانی سامانه

جسم - فنر، صفر است. ($U_1 = 0$) و در لحظه خواسته شده این انرژی، سه برابر انرژی جنبشی است ($U_2 = 3K_2$). پس از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{U_1=0} K_1 = K_2 + 3K_2$$

$$\Rightarrow K_1 = 4K_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = 4 \left(\frac{1}{2} m v_2^2 \right) \Rightarrow v_1^2 = 4 v_2^2$$

$$\xrightarrow{v_1 = \frac{8}{s}} 64 = 4 v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 16 \Rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$

۱ چون مقاومت هوا نداریم، انرژی مکانیکی، ثابت است و با

افزایش ارتفاع، اندازه جابه‌جایی نسبت به نقطه شروع افزایش انرژی پتانسیل

کششی

مکانیکی

۱ کار برآیند نیروهای خارجی برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم مورد نظر است و از طرفی می‌دانیم وقتی جسم بالا برده می‌شود، کار نیروی وزن، منفی است. بنابراین:

$$W_F + W_{mg} = \Delta K \Rightarrow W_F + (-mgh) = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_F = (10 \times 10 \times 2 \times \sin 37^\circ) + \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 - 0 \right) \Rightarrow W_F = 140 \text{ J}$$

۲ تندی اولیه بسته با تندی حرکت بالگرد (v) برابر است. بنابراین طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_F = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow +mgh - 500000 = \frac{1}{2} \times 100 \times 20^2 - \frac{1}{2} \times 100 \times v^2$$

$$\Rightarrow 100 \times 10 \times 200 - 500000 = \frac{1}{2} \times 100 \times 400 - \frac{1}{2} \times 100 \times v^2$$

$$\Rightarrow -300000 = 20000 - 50v^2$$

$$\Rightarrow 50v^2 = 320000 \Rightarrow v^2 = \frac{320000}{50} = 6400$$

$$\Rightarrow v = 80 \frac{m}{s} \times \frac{3.6}{1000} = 288 \frac{km}{h}$$

۲ چون جسم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، حرکت آن در جهت برآیند نیروها خواهد بود و از آن جا که دو نیرو مساوی، هم‌جهت و هم‌راستا هستند، داریم:

$$F_t = 2F$$

حال با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow F_t d = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_1=0} 2Fd = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$\Rightarrow 2F \times 24 = \frac{1}{2} \times 4/8 \times (10)^2 \Rightarrow 48F = 240 \Rightarrow F = 5 \text{ N}$$

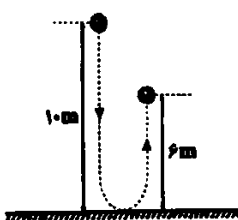
۳ با توجه به این که شعاع دایره برابر ۱m است، پس ارتفاع نقطه B از سطح زمین (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی)، برابر ۲m می‌شود. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی گلوله برابر است با:

$$\Delta U = mg(h_B - h_A) = 2 \times 10 \times (2 - 0) = 40 \text{ J}$$

پس کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = 40 \text{ J}$$

۳ با توجه به شکل مقابل داریم:



$$\Delta U = mg(h_2 - h_1)$$

$$\Rightarrow \Delta U = 0.5 \times 10 \times (6 - 10) = -20 \text{ J}$$

۳ کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و در محاسبه آن

تنها جابه‌جایی در راستای قائم اهمیت دارد، بنابراین:

$$W_{AG} = \frac{-mgh_{AG}}{+mgh_{GF}} = \frac{-2}{+2} = -1$$

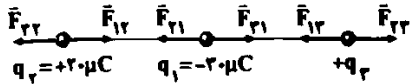
۳) طبق اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی داریم:

$$q_2 = q_1 - (\lambda \times 10^{-12}) \times (1/6 \times 10^{-19}) = 2q_1$$

$$\Rightarrow 2q_1 = -12/\lambda \times 10^{-27} C \Rightarrow q_1 = -6/4 \times 10^{-27} C$$

$$\Rightarrow q_1 = -0.64 \mu C$$

۲) با توجه به صفر بودن برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای q_1 و q_2 از طرف دو بار دیگر، مطابق شکل زیر داریم:



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

$$\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32} \Rightarrow |\vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{32}|$$

$$\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{31} \Rightarrow |\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{31}|$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

$$\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32} \Rightarrow |\vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{32}|$$

$$\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{31} \Rightarrow |\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{31}|$$

بنابراین از روابط بالا نتیجه می‌گیریم که:

بنابراین برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 از طرف دو بار دیگر نیز صفر است.

۲) طبق قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F = ma \xrightarrow{F=Eq} E|q| = ma$$

$$\Rightarrow \frac{E_p}{E_{He}} \times \frac{q_p}{q_{He}} = \frac{m_p}{m_{He}} \times \frac{a_p}{a_{He}}$$

$$\xrightarrow{\text{میدان یکنواخت}} \frac{q_p}{q_{He}} = \frac{m_p}{m_{He}} \times \frac{a_p}{a_{He}}$$

از طرفی می‌دانیم $m_{He} = 2m_p + 2m_n = 4m_p$ پس:

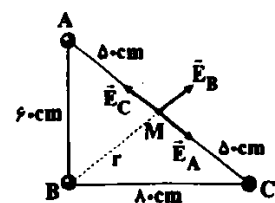
$$\frac{q_p}{2q_p} = \frac{m_p}{4m_p} \times \frac{a_p}{a_{He}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{a_p}{a_{He}} \Rightarrow \frac{a_p}{a_{He}} = 2$$

۱) چون اندازه بارها (بارهایی که در رأس‌های A و C قرار دارند) و

فاصله آن‌ها تا وسط ضلع AC با هم برابر است، پس $E_A = E_C$ و چون

خلاف جهت هم هستند، برآیندشان صفر می‌شود و برآیند میدان‌ها در نقطه

M برابر با میدان حاصل از بار قرارگرفته در رأس B است، در نتیجه داریم:



$$E_T = E_B \Rightarrow 9 \times 10^4 = \frac{9 \times 10^4 \times |q|}{(0.5)^2}$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{\frac{1}{4} \times 10^4}{10^8} = 0.25 \times 10^{-4} C = 2.5 \mu C$$

نکته: فاصله AC از فیثاغورس به دست می‌آید و فاصله بار در نقطه B تا

نقطه M برابر با نصف وتر است.

۴) از اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh$$

$$\Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \times m \times v^2 + 10 \times 10 \times 12$$

$$\Rightarrow K_2 = 8m + 120m = 128m$$

در نتیجه:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{128m}{8m} = 16$$

۲) می‌دانیم که:

$$\begin{cases} E_2 - E_1 = W_f \\ E_2 - E_1 = \Delta U + \Delta K \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta U + \Delta K = W_f \Rightarrow -25 + 20 = W_f \Rightarrow W_f = -5 J$$

۲) مقدار انرژی تلف‌شده برابر با منفی کار نیروهای انلاقی بر روی آن است:

$$W_f = \Delta E = \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) + mg(h_B - h_A)$$

$$\Rightarrow -275 = \frac{1}{2} \times 10 \times (v_B^2 - 25) + 10 \times 10 \times (5 - 20)$$

$$\Rightarrow -275 = 5v_B^2 - 125 - 1500 \Rightarrow 5v_B^2 = 1250 \Rightarrow v_B^2 = 250$$

$$\Rightarrow v_B = 5\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

۴) کار پمپ صرف تغییر انرژی مکانیکی آب می‌شود، بنابراین:

$$W = \Delta E = \Delta K + \Delta U = (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1) = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^3 \times (8)^2 + 4 \times 10^3 \times 10 \times 40$$

$$\Rightarrow W = 128 \times 10^3 + 1600 \times 10^3 = 1728 \times 10^3 J$$

این کار در یک ثانیه انجام شده است، پس:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1728 \times 10^3}{1} = 1728 \times 10^3 W$$

با استفاده از رابطه بازده داریم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow \frac{1728 \times 10^3}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = 60$$

$$\Rightarrow P_{\text{ورودی}} = \frac{1728 \times 10^3}{6} = 288 \times 10^3 = 288 \text{ kW}$$

۲) قبل از بستن کلید K، بار کره‌ها مختلف‌العلامت است، پس

نیروی بین آن‌ها جاذبه است. بعد از بستن کلید K، بار هر کدام از کره‌ها

یکسان و برابر است با:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{-16 + 20}{2} = +2 \mu C$$

پس بعد از بستن کلید K، بار کره‌ها همنام و نیروی بین دو کره از نوع دافعه است.

۲) موارد «ب» و «پ» در همه واکنش‌های شیمیایی برقرار است.
 بررسی عبارت‌های نادرست:

ا) در برخی واکنش‌های شیمیایی ممکن است هیچ مولکولی شرکت نداشته باشد و همه شرکت‌کننده‌ها ترکیب یونی باشند.
 ت) در واکنش‌های شیمیایی الزاماً شمار مولکول‌های واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها برابر نیست.

۱) واکنش مورد نظر به صورت $4Fe + 3O_2 \rightarrow 2Fe_2O_3$ است.

طبق قانون پایستگی جرم: «جرم زنگ آهن = جرم اکسیژن + جرم میخ آهنی»

$$\frac{2/40 \times 10^{23} \text{ Fe}_{\text{اتم}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}}}{6/02 \times 10^{23} \text{ Fe}_{\text{اتم}}} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 22/4 \text{ g Fe}$$

$$\frac{1/806 \times 10^{23} \text{ O}_{\text{مولکول}} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2}}{6/02 \times 10^{23} \text{ O}_{\text{مولکول}}} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 9/6 \text{ g O}_2$$

$$= 9/6 \text{ g O}_2$$

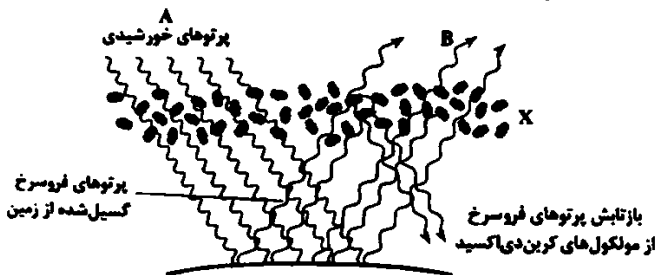
جرم زنگ آهن تولیدی $= 22/4 + 9/6 = 32 \text{ g}$

$$\Rightarrow 32 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} = 0/2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3$$

۲) با رعایت توسعه پایدار، قیمت تمام شده کالاها کاهش می‌یابد.

سایر موارد از پیامدهای مطلوب توسعه پایدار هستند.

۱) فقط عبارت اول درست است.



بررسی عبارت‌های نادرست:

• علاوه بر گازهای H_2O و CO_2 ، مولکول‌های سماتی مانند O_3 نیز جزو گازهای گلخانه‌ای هستند.

• A پرتوی فرابنفش است و طول موج آن کم‌تر از 400 نانومتر می‌باشد.

• مولکول‌های X مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده از سطح زمین شده و بدین ترتیب زمین را گرم می‌کنند.

۲) عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• اگر هواگره وجود نداشت میانگین دمای کره زمین به $-18^\circ C$ کاهش می‌یافت.
 • فصل بهار در نیم‌کره شمالی نسبت به 50 سال گذشته در حدود یک هفته زودتر آغاز می‌شود.

۲) جرم کل مواد موجود در مخلوط واکنش، ثابت است. بنابراین

ابتدا جرم گاز O_2 تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ g O}_2 = 62/2 \text{ g} - (29/4 + 17/4) \text{ g} = 6/4 \text{ g O}_2$$

$$? \text{ atom O} = 6/4 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{2 \text{ mol O}}{1 \text{ mol O}_2}$$

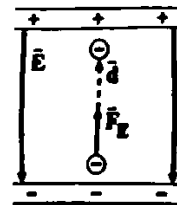
$$\times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atom}}{1 \text{ mol O}}$$

۲) جهت نیروی وزن رو به پایین است. بنابراین برای این که ذره به صورت تشوننده، رو به بالا حرکت نماید باید جهت نیروی الکتریکی وارده شده به ذره از طرف میدان رو به بالا باشد پس داریم:

$$F_{\text{خالی}} = ma \Rightarrow E|q| - mg = ma$$

$$\Rightarrow E \times 100 \times 10^{-7} - 1 \times 10^{-7} \times 10 = 1 \times 10^{-7} \times 10$$

$$\Rightarrow E = \frac{2 \times 10^{-7}}{10^{-7}} = 200 \frac{N}{C}$$



۱) با توجه به شکل زیر:

برای کار انجام شده توسط میدان الکتریکی داریم:

$$W_E = F_E d \cos \theta \Rightarrow W_E > 0$$

برای تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار داریم:

$$\Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta U_E < 0$$

۴) میدان الکتریکی \vec{E} ، یکنواخت است، بنابراین شدت میدان

الکتریکی در تمام نقاط با هم برابرند. (حذف گزینه‌های (۲) و (۳))

همچنین در میدان‌های الکتریکی، جهت خطوط میدان همواره از پتانسیل الکتریکی بیشتر به پتانسیل الکتریکی کم‌تر است، یعنی $V_A > V_B > V_D$ الکتریکی را دارد، پس داریم:

از طرفی اگر عمود بر خطوط میدان الکتریکی جبهه‌ها شویم، پتانسیل الکتریکی بدون تغییر می‌ماند که به آن‌ها نقاط هم‌پتانسیل می‌گوییم، بنابراین:

$$V_D = V_C$$

به این ترتیب گزینه (۱) نیز حذف خواهد شد.

۲) چگالی سطحی بار کره A قبل از تماس برابر است با:

$$\sigma_1 = \frac{q_A}{A} = \frac{20}{4\pi r^2} = \frac{20}{4 \times 3 \times 4 \times 10^{-4}} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{5}{12} \times 10^4 \frac{\mu C}{m^2}$$

بار کره‌ها بعد از تماس برابر است با: $q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = 6 \mu C$

چگالی سطحی بار کره A بعد از تماس برابر است با:

$$\sigma_2 = \frac{q'_A}{A} = \frac{6}{4 \times 3 \times 4 \times 10^{-4}} = \frac{1}{8} \times 10^4 \frac{\mu C}{m^2}$$

تغییرات چگالی سطحی بار کره A برابر است با:

$$\Delta \sigma = \sigma_2 - \sigma_1 = \left(\frac{1}{8} \times 10^4\right) - \left(\frac{5}{12} \times 10^4\right) \Rightarrow \Delta \sigma = 10^4 \times \left(\frac{1}{8} - \frac{5}{12}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta \sigma = 10^4 \times \left(\frac{3-10}{24}\right) = -\frac{7}{24} \times 10^4 = -2900 \frac{\mu C}{m^2}$$

۱) فقط عبارت «ج» صحیح است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

الف) ظرفیت خازن با دی‌الکتریک برابر با $C = kC_0$ است.

ب) قطبیده شدن مولکول‌ها بر اثر القاء، مربوط به رفتار مولکول‌های دی‌الکتریک‌های غیرقطبی، مثل متان و بنزن است. (دی‌الکتریک NH_3 ، HCl و آب جزء دی‌الکتریک‌های قطبی هستند)

د) رفتار مولکول‌های دی‌الکتریک قطبی و غیرقطبی در میدان الکتریکی صفحات خازن، هر دو سبب افزایش ظرفیت خازن می‌شوند.

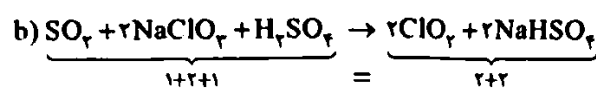
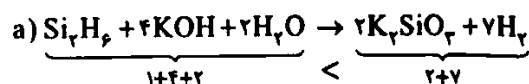
۳ ابتدا حساب می‌کنیم این تعداد درخت در ماه، چند کیلوگرم CO_2 مصرف می‌کنند:

$$? \text{ kg } CO_2 = 200 \text{ trees} \times \frac{1200 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ tree} \times 1 \text{ year}} \times \frac{1 \text{ year}}{12 \text{ month}}$$

$$\times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{1 \text{ kg } CO_2}{1000 \text{ g } CO_2} = 880 \frac{\text{kg } CO_2}{\text{month}}$$

$$? \text{ kW.h} = 880 \frac{\text{kg } CO_2}{\text{month}} \times \frac{0.7 \text{ kW.h}}{1 \text{ kg } CO_2} = 616 \frac{\text{kW.h}}{\text{month}}$$

۳ معادله موازنه شده هر دو واکنش در زیر آمده است:



۱ موارد دوم و پنجم در شیمی سبز برای کاهش ردپای CO_2 انجام می‌شود.

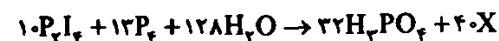
بررسی سایر موارد:

• تبدیل CO_2 به مواد معدنی با استفاده از MgO و CaO

• دفن کردن CO_2 در چاه‌های قدیمی نفت و میدان‌های قدیمی گاز که خالی از این مواد هستند.

• گاز CO (کربن مونوکسید) گازی سمی است.

۲ فرمول فسفونیم دیدید را X در نظر می‌گیریم. مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



$$P \text{ موازنه اتم‌های } P: (10 \times 4) + (12 \times 4) = (22 \times 1) + (40 \times P) \Rightarrow P = 1$$

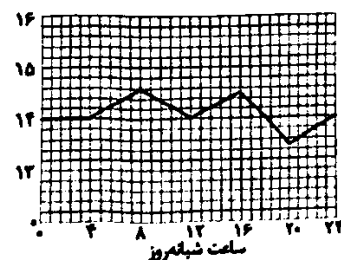
$$H \text{ موازنه اتم‌های } H: (128 \times 2) = (22 \times 3) + (40 \times H) \Rightarrow H = 4$$

$$O \text{ موازنه اتم‌های } O: (128 \times 1) = (22 \times 4) + (40 \times O) \Rightarrow O = 0$$

$$I \text{ موازنه اتم‌های } I: (10 \times 4) = (40 \times I) \Rightarrow I = 1$$

فرمول فسفونیم دیدید به صورت PH_4I بوده و هر واحد فرمولی آن شامل ۶ اتم است.

۱ نمودار زیر تغییر دمای درون یک گلخانه را در یک روز زمستانی نشان می‌دهد:



۲ عبارتهای اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

• نماد « $\rightarrow 2 \text{ atm}$ » به این معنی است که واکنش در فشار ۲۰ اتمسفر انجام می‌شود.

۳ بررسی عبارتهای نادرست:

ب) سوخت‌های سبز به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر (نه اتم‌های سازنده) تجزیه می‌شوند.

ت) استفاده از سوخت‌های سبز برخلاف استفاده از سوخت‌های فسیلی در جهت اهداف توسعه پایدار است.

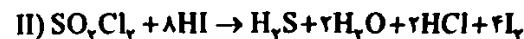
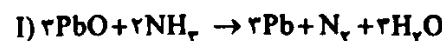
۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

در ارتباط با درستی عبارت اول باید گفت که نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی برای هر کدام از مولکول‌های O_3

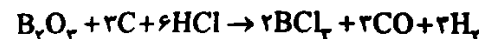
و O_2 برابر با $\frac{1}{3}$ است:



۲ ضریب H_2O در واکنش‌های (I) و (II) به ترتیب ۲ و ۳ است.



۴ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



ضریب سه ماده C ، CO و H_2 با هم برابر است.

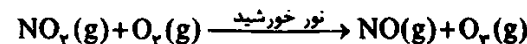
۲ لایه اوزون به منطقه مشخصی از استراتوسفر گفته می‌شود که بیشترین مقدار اوزون در آن محدوده قرار دارد.

۳ عبارتهای دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

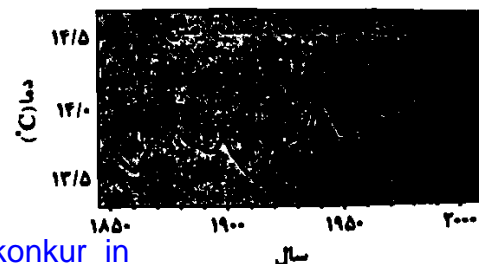
• بیماری‌های عصبی از عوارض تنفس اوزون تروپوسفری نیست.

• مطابق واکنش زیر با تولید اوزون تروپوسفری، گاز NO_2 مصرف می‌شود:



۱ شیمی سبز شاخه‌ای از شیمی است که در آن شیمی‌دان‌ها در جستجوی فرایندها و فرآورده‌هایی هستند که به کمک آن‌ها بتوان کیفیت زندگی را با بهره‌گیری از منابع طبیعی افزایش داد و هم‌زمان از طبیعت محافظت کرد. در این راستا بایستی تولید و مصرف مواد شیمیایی را که ردپاهای سنگینی روی کره زمین برجای می‌گذارند، کاهش داد یا متوقف کرد.

۲ روند کلی میانگین جهانی دمای سطح زمین در ۱۵۰ سال گذشته، افزایشی بوده، هر چند در برخی دهه‌ها، با کاهش نیز همراه بوده است:

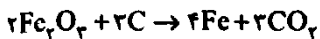


۳ بررسی سایر فلزات

۱) بستر اقیانوس‌ها منبسطی غنی از فلزات فلزی گوناگون است، منابعی که انسان به نازکی آن را کشف کرده است.

۲) در اعماق برخی از دریاها، سولفید چندین فلز واسطه یافت شده است.

۴) در اعماق دریاها و اقیانوس‌ها، کلوخه‌ها و پوسته‌هایی غنی از فلز K (پتاسیم) یافت نشده است.



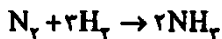
۱

$$15 \text{ mg Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{P}{100} = \frac{\text{mg C}}{2 \times 12} = \frac{4/2 \times 10^6 \text{ g Fe}}{4 \times 56}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 6/75 \times 10^6 \text{ g} \\ \%P = 59/25 \end{cases}$$

واضح است که می‌توان از دو کسر اول و بدون محاسبه مقدار m، درصد خلوص را به دست آورد.

۴ معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



لحظه آغاز: 5 15 0

لحظه مورد نظر: 5-x 15-3x 2x

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{2x}{(5-x) + (15-3x)} = \frac{5}{100} \Rightarrow x = 3$$

$$\% \text{ بازده} = \frac{\text{مقدار مصرف شده } N_2}{\text{مقدار اولیه } N_2} \times 100 = \frac{3}{5} \times 100 = 60\%$$

* بازده واکنش را از روی مقدار مصرف‌شده و مقدار اولیه H_2 نیز می‌توان به دست آورد.

۱ بین سدیم و سیلیسیم ($_{11}Na$, $_{14}Si$) دو عنصر و بین سیلیسیم و کلر ($_{17}Cl$, $_{14}Si$) نیز دو عنصر در جدول دورهای وجود دارد. با توجه به این‌که در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد و تغییرات شعاع در ابتدای دوره شدیدتر از انتهای دوره است، شعاع اتمی سیلیسیم از میانگین شعاع اتمی سدیم و کلر باید کمتر باشد.

$$r_{Si} < \frac{r_{Na} + r_{Cl}}{2} = \frac{186 + 99}{2} = 142.5 \Rightarrow r_{Si} < 142.5 \text{ pm}$$

۴ هالوزن X همان برم ($_{35}Br$) بوده و هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با آن درست هستند.

پیشنهادشده در ارتباط با آن درست هستند.

۱ هر چهار مورد برای کامل کردن عبارت داده‌شده مناسب هستند.

بررسی چهار مورد:

• در دوره سوم دو عنصر کلر و آرگون، گازی شکل بوده و دو عنصر فسفر و گوگرد جامد بوده و جریان گرما را از خود عبور نمی‌دهند.

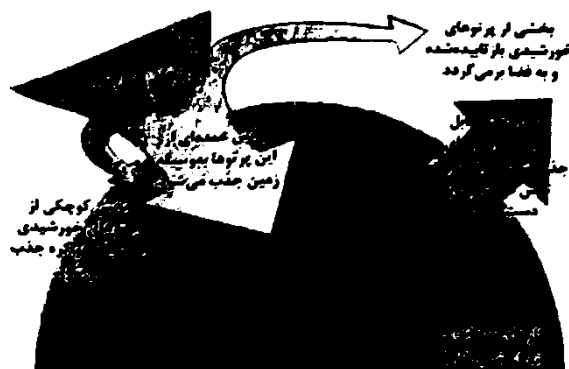
• در دوره سوم سه عنصر سدیم، منیزیم و آلومینیم جزو فلزها بوده و سه عنصر سیلیسیم، فسفر و گوگرد جامد بوده و در اثر ضربه خرد می‌شوند.

• در دوره سوم سیلیسیم، فسفر و گوگرد جزو فلزها بوده و سه عنصر آلومینیم، سیلیسیم، فسفر و گوگرد جزو فلزها هستند.

• در دوره سوم سیلیسیم، فسفر و گوگرد جزو فلزها بوده و سه عنصر آلومینیم، سیلیسیم، فسفر و گوگرد جزو فلزها هستند.

۳ به جز دی‌نیتروژن مونوکسید (N_2O) و گوگردتری‌اکسید (SO_3)، بقیه آلومیناها در اثر سوزاندن سوخته‌های فیلیلی وارد هوا کرده می‌شوند.

۳ شکل زیر رفتار زمین در برابر پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد:



گرما از زمین می‌شود.

۲ به مقایسه زیر توجه کنید:

گاز طبیعی > نفت خام > زغال سنگ: مقدار CO_2 تولیدشده به ازای تولید برق یکسان

زغال سنگ > نفت خام > گاز طبیعی: میزان برق تولیدشده به ازای تولید CO_2 یکسان

۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

۳ نماد « Δ » در یک معادله شیمیایی به این معناست که واکنش دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

۱ فرض می‌کنیم 100g از نمونه خشک کود شیمیایی در دسترس باشد:

$$? \text{ g } NH_4NO_3 = 22/4 \text{ g N} \times \frac{1 \text{ mol N}}{14 \text{ g N}} \times \frac{1 \text{ mol } NH_4NO_3}{2 \text{ mol N}}$$

$$\times \frac{80 \text{ g } NH_4NO_3}{1 \text{ mol } NH_4NO_3} = 64 \text{ g } NH_4NO_3$$

$$\% \text{ جرم } H_2O = \frac{\text{جرم } H_2O}{\text{جرم کود خشک} + \text{جرم } H_2O} \times 100$$

$$\Rightarrow 7/4 = \frac{x}{x+100} \times 100 \Rightarrow x = 8 \text{ g}$$

$$\% \text{ درصد } NH_4NO_3 \text{ در کود مرطوب} = \frac{64}{8+100} \times 100 = 59/2$$

۳ به جز عبارت آخر، سایر عبارتها درست هستند.

عنصرهای A و X به ترتیب $_{13}Al$ و $_{11}Na$ هستند که هر دو متعلق به دوره سوم جدول تناوبی‌اند.



بررسی عبارتها:

• در یک دوره از چپ به راست با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

• در یک دوره از چپ به راست با افزایش عدد اتمی و افزایش شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌های فلزی، فعالیت شیمیایی و واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد.

• به طور کلی فلزها جریان برق و گرما را از خود عبور می‌دهند.

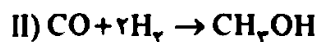
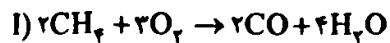
• عنصرهای فلزی با یکدیگر ترکیب نمی‌شوند.

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

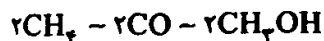
بررسی عبارت‌های نادرست:

- هیچ‌کدام از فلزهای Ag و Au با محلول مس (II) سولفات واکنش نمی‌دهند.
- فلز پلاتین با محلول نیتрат هیچ‌کدام از فلزهای A و X واکنش نمی‌دهد، زیرا واکنش‌پذیری پلاتین کم‌تر از فلزهای A و X است.

معادله موازنه‌شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



اگر ضرایب واکنش II را در عدد 2 ضرب کنیم در این صورت ضریب ماده مشترک دو واکنش (CO) یکسان خواهد شد و می‌توان از تناسب زیر استفاده کرد:



$$\frac{x LCH_4 \times \frac{60}{100} \times \frac{60}{100}}{2 \times 22/4} = \frac{1000 g CH_3OH}{2 \times 22} \Rightarrow x = 1925 LCH_4$$