

تاریخ آزمون

جمعه ۰۲/۰۶/۱۴۰۳

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه	تعداد سؤال: ۵۵

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

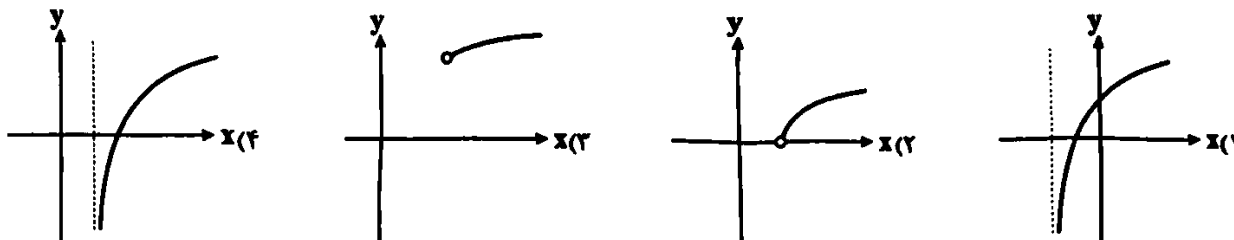
۷۰ دقیقه	۱۰	۱	اجباری	۱۰	حسابان (۱)	ریاضیات
	۲۰	۱۱		۱۰	ریاضی (۱)	
	۲۵	۲۱		۵	هندسه (۲)	
	۳۰	۲۶	۵	هندسه (۱)		
	۳۵	۳۱	۵	آمار و احتمال		
	۴۵	۳۶	اختیاری	۱۰	حسابان (۲)	
	۵۵	۴۶	اختیاری	۱۰	هندسه (۳)	



۱- اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشد. $2 \log \sqrt[3]{9} - \log 250$ بر حسب a و b کدام است؟

- (۱) $2a + b - 2$ (۲) $a + 2b - 1$ (۳) $a + b - 2$ (۴) $2a + 2b - 2$

۲- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log(x^2 - 9) - \log(x - 3)$ کدام است؟



۳- نیمه عمر یک نوع ماده هسته‌ای ۶۰ سال است. نمونه‌ای از این ماده ۲۰۰ میلی‌گرم جرم دارد. پس از گذشت حدوداً چند سال جرم باقی‌مانده

۲۰ میلی‌گرم می‌شود؟ ($\log 2 \approx 0.3$)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۳۰۰

۴- اگر تابع $f(x) = 2^{ax+b}$ از نقاط $A(1, \frac{1}{2})$ و $B(-2, 32)$ بگذرد، $f^{-1}(1024)$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $-2/5$ (۲) $-4/5$ (۳) $-3/5$ (۴) $-5/5$

۵- نمودارهای دو تابع $f(x) = 2^{ax+b}$ و $g(x) = 4^x$ در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع هستند. اگر $f^{-1}(16) = 1$ باشد، مقدار $f(g^{-1}(1))$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) 2^2 (۴) 2^{12}

۶- اگر $f(x) = 1 - 2^{-x}$ باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{-xf(x)}$ کدام است؟

- (۱) \mathbb{R} (۲) \emptyset (۳) $\{0\}$ (۴) $\mathbb{R} - \{0\}$

۷- معادله $x \log x = 1$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

۸- اگر $100 < n+1 < -\log_7 n$ و $n \in \mathbb{Z}$ باشد، مقدار $\log(n+107)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) -۲

۹- اگر α و β ریشه‌های معادله $6^{2x^2} - 18x = 4$ باشند، مقدار $2\alpha\beta + \log_6(\alpha + \beta)$ کدام است؟

- (۱) $\log_6 25$ (۲) $\log_6 10$ (۳) ۲ (۴) $\log_6 5$

۱۰- با توجه به معادله $6^{x^2} = 6^{x^2} \cdot (\frac{1}{7})^{1-x^2}$ ، مقدار $\log_{6/7}(x-3)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۱- اگر عدد x برابر با ریشه نوزدهم ۱۰۲۴ باشد، حاصل $x\sqrt{x} \times \sqrt[3]{x^2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{2}$

۱۲- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}\sqrt{2}}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt[3]{16}$ (۴) ۴

۱۳- در ساده شده عبارت $\frac{x^6-1}{\sqrt{x}-1}$ با مخرج گویا، کدام عامل وجود ندارد؟

- (۱) $(x+1)$ (۲) (x^2-x+1) (۳) (x^2+x+1) (۴) $(\sqrt{x^2}-\sqrt{x}+1)$

۱۴- یک کارگاه تولیدی هر واحد کالای خود را به قیمت ۵۰ هزار تومان می‌فروشد. اگر هزینه تولید x واحد از این کالا $C(x) = x^2 + 10x + 25$ هزار تومان باشد، ماکزیم سود این کارگاه چند هزار تومان است؟

- (۱) ۳۷۵ (۲) ۴۲۵ (۳) ۳۸۵ (۴) ۱۱۷۵

۱۵- عبارت $P(x) = \frac{x(x-3)^2}{x^2-x-2}$ به‌ازای کدام یک از مقادیر زیر مثبت است؟

- (۱) $1-\sqrt{2}$ (۲) $-1+\sqrt{2}$ (۳) $2-\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۶- مجموعه جواب نامعادله‌های $\frac{x+1}{2-x} > 0$ و $|2x-m| < n$ با هم برابر است. حاصل (m^2+n^2) کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) ۷

۱۷- در کدام یک از بازه‌های زیر نامساوی $|\frac{x^2-x}{2} + 1| \leq 2$ برقرار است؟

- (۱) $[1, 2]$ (۲) $[-2, -1]$ (۳) $[-1, 1]$ (۴) هیچ مقدار x

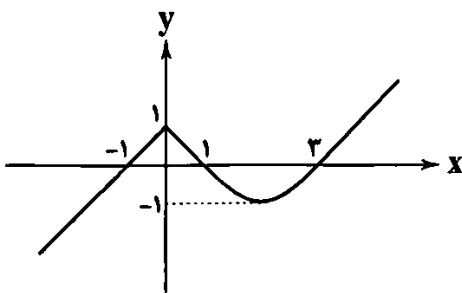
۱۸- اگر نمودار f به صورت مقابل باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{x+f(x)}$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, \frac{-1}{2})$

(۲) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

(۳) $(-\infty, \frac{-1}{4}]$

(۴) $[-\frac{1}{4}, +\infty)$



۱۹- اگر معادله $x^2 - mx + 4 = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، معادله $mx^2 + 2x = 2m + 1$ دارای چند ریشه است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) نمی‌توان تعیین کرد.

۲۰- اگر منحنی مربوط به تابع $y = (2x-1)(3x-2)$ با دسته‌ای از خطوط گذرا از مبدأ تقاطع نداشته باشند، شیب این خطوط چند عدد صحیح می‌تواند باشد؟

- (۱) بی‌شمار (۲) ۱۰ (۳) ۱۴ (۴) ۱۳

محل انجام محاسبات

۲۱- معادله یک خط گذرنده از مبدأ پس از انتقال به صورت $2x - y = 3$ است. کدام یک از گزینه‌های زیر، نمی‌تواند بردار انتقال باشد؟

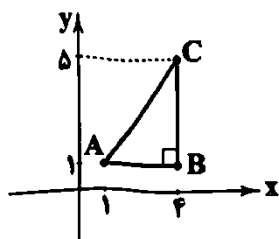
- (۱) $(1, -1)$ (۲) $(2, 1)$ (۳) $(-1, -6)$ (۴) $(3, 3)$

۲۲- یک مربع به محیط ۲۰ را به مرکز O محل برخورد قطرهای این مربع و با زاویه $22/5$ درجه دوران می‌دهیم تا چهارضلعی $ABCD$ پدید آید.

مساحت این چهارضلعی کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰ (۴) $12/5$

۲۳- با توجه به شکل زیر تجانس یافته مثلث ABC تحت تجانس به مرکز مبدأ و نسبت ۳ چه مساحتی دارد؟



(۱) ۴

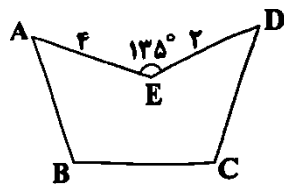
(۲) ۱۸

(۳) ۱۲

(۴) ۵۴

۲۴- کدام گزینه درست است؟

- (۱) بازتاب محوری طولی‌است و شیب را حفظ می‌کند.
 (۲) دوران طولی‌است و شیب را حفظ می‌کند.
 (۳) تجانس در حالت کلی طولی نیست، ولی شیب را حفظ می‌کند.
 (۴) انتقال تحت برداری مخالف صفر دارای نقطه ثابت است.
- ۲۵- مطابق شکل زیر، اگر بخواهیم بدون تغییر محیط، مساحت چهارضلعی را افزایش دهیم، مقدار افزایش مساحت جدید کدام است؟



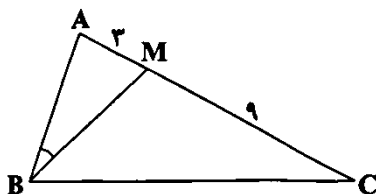
(۱) $2\sqrt{2}$

(۲) $3\sqrt{2}$

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۶- در مثلث شکل زیر BM را طوری رسم می‌کنیم که $\hat{ABM} = \hat{C}$ باشد. اگر محیط ABC ، ۲۷ واحد باشد، طول BM چقدر است؟



(۱) ۴/۵

(۲) ۳/۵

(۳) ۴

(۴) ۲

۲۷- نسبت مساحت دو شش‌ضلعی منتظم برابر با ۳ است. طول قطر بزرگ شش‌ضلعی بزرگ‌تر چند برابر طول قطر کوچک شش‌ضلعی کوچک‌تر است؟

(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) ۱

۲۸- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، اگر ارتفاع وارد بر وتر یعنی $AH = \sqrt{10}$ و $BC = 7$ باشد، کوچک‌ترین ضلع مثلث چقدر است؟

(۱) $\sqrt{15}$

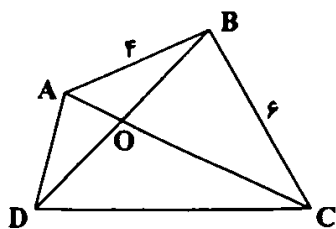
(۲) $\sqrt{12}$

(۳) $\sqrt{14}$

(۴) $\sqrt{35}$

محل انجام محاسبات

۲۹- در چهارضلعی ABCD، قطر AC در نقطه O قطر BD را قطع می‌کند و آن را نصف می‌کند. اگر $OA = \frac{1}{4}OD$ و $\hat{A}BO = \hat{O}CD$ باشد، محیط چهارضلعی کدام است؟



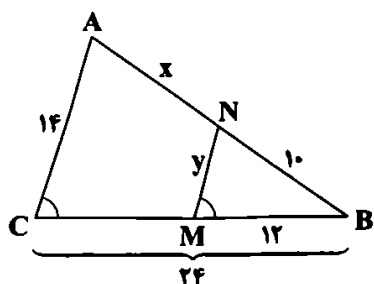
۲۱ (۱)

۳۰ (۲)

۲۴ (۳)

۱۸ (۴)

۳۰- در شکل زیر $\hat{B}MN = \hat{C}$ است. حاصل $y + x$ کدام است؟



۱۴ (۱)

۱۳ (۲)

۱۵ (۳)

۱۷ (۴)

۳۱- با جایگشت ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ اعداد سه‌رقمی ساخته‌ایم. اگر یک عدد از بین این اعداد را به تصادف انتخاب کنیم، با چه احتمالی، حاصل ضرب ارقام آن زوج است؟

۰/۱ (۱)

۰/۲ (۲)

۰/۸ (۳)

۰/۹ (۴)

۳۲- در پرتاب دو تاس، می‌دانیم اختلاف برآمدها ۳ است. با کدام احتمال مجموع برآمدها کوچک‌تر از ۶ است؟

۱/۶ (۱)

۲/۳ (۲)

۱/۲ (۳)

۱/۳ (۴)

۳۳- ظرف A شامل ۵ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و ظرف B شامل ۶ مهره قرمز و ۲ مهره آبی است. از ظرف A به تصادف یک مهره انتخاب کرده و در ظرف B قرار می‌دهیم. اگر به تصادف یک مهره از ظرف B خارج کنیم، چقدر احتمال دارد این مهره آبی باشد؟

۱۱/۹۰ (۱)

۲۱/۹۰ (۲)

۳۱/۹۰ (۳)

۴۱/۹۰ (۴)

۳۴- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$ و $P(A - B) = \frac{1}{4}$ آن‌گاه مقدار $P(A \cup B)$ کدام است؟

۱۱/۵۲ (۱)

۱۳/۳۶ (۲)

۲۹/۵۲ (۳)

۱۷/۳۶ (۴)

۳۵- اگر A و B دو پیشامد باشند، به طوری که $P(A) = ۰/۳$ و $P(B) = ۰/۲۵$ و $P(A \cap B) = ۰/۲$ آن‌گاه $P(A' | B')$ کدام است؟

۲/۱۵ (۱)

۱۱/۱۵ (۲)

۱۳/۱۵ (۳)

۱۴/۱۵ (۴)

محل انجام محاسبات

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۳۶ تا ۴۵ درس حسابان (۲) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۳۶- $f(x)$ کدام تابع زیر باشد تا $f(x+2) = f(x) + 2$ باشد؟

(۱) $\sin x$ (۲) $[x]$ (۳) $|x|$ (۴) \sqrt{x}

۳۷- اگر دامنه تابع $y = f(x+2) + 4x - 1$ برابر $[-2, 4]$ باشد، دامنه تابع $g(x) = f(2x+1)$ کدام است؟

(۱) $[\frac{1}{2}, \frac{5}{2}]$ (۲) $[-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}]$ (۳) $[-4, 2]$ (۴) $[-\frac{2}{3}, 1]$

۳۸- تابع $f(x) = |x^2 - 4x| - 4x$ در کدام فاصله، نزولی اکید است؟

(۱) $(-\infty, 4]$ (۲) $(-\infty, 5]$ (۳) \mathbb{R} (۴) $[0, +\infty)$

۳۹- برد تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^2 + x(x+1) & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1 & x > 0 \end{cases}$ کدام است؟

(۱) $[0, +\infty)$ (۲) \mathbb{R} (۳) $(-\infty, 1)$ (۴) $(-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$

۴۰- اگر هر دو تابع $\begin{cases} f(x) = kx + x + 1 \\ g(x) = (k^2 - 1)\sqrt{x} \end{cases}$ صعودی اکید باشند، تابع $y = (1-k)2^{-x}$ چگونه است؟

(۱) صعودی اکید (۲) غیریکنوا (۳) نزولی اکید (۴) نزولی

۴۱- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ را ابتدا با ضریب ۳ انقباض افقی و سپس با ضریب ۲ انبساط عمودی دهیم، کدام تابع به دست می‌آید؟

(۱) $2f(\frac{x}{3})$ (۲) $2f(3x)$ (۳) $\frac{1}{2}f(3x)$ (۴) $\frac{1}{2}f(\frac{x}{3})$

۴۲- جواب نامعادله $\log_{0.1}(\frac{x-1}{x+1}) < \log_{0.1}(-\frac{2x}{3})$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, \frac{1}{3})$ (۲) $(-\infty, -1)$ (۳) $(-\infty, -2)$ (۴) $(-2, -1)$

۴۳- اگر a صفر تابع $g(x) = f(\frac{1-x}{2})$ باشد، کدام نقطه روی تابع $h(x) = f(2x) - x$ قرار دارد؟

(۱) $(\frac{1-a}{4}, a+1)$ (۲) $(\frac{1-a}{4}, \frac{a-1}{4})$ (۳) $(\frac{1-a}{4}, \frac{1-a}{4})$ (۴) $(\frac{a-1}{4}, \frac{a-1}{4})$

۴۴- اگر $f(x) = 2 - 5x$ و $g(x) = (\frac{1}{2})^{-x+2}$ باشند، جواب نامعادله $(f \circ g)(x^2 - x) \geq (f \circ g)(2x + 5)$ کدام است؟

(۱) $[-5, 1]$ (۲) $[-1, 5]$ (۳) $[-2, 4]$ (۴) $[-4, 2]$

۴۵- اگر تابع $f(x) = (a-1)x^2 + (b-2)x + a + b$ در \mathbb{R} هم صعودی و هم نزولی باشد و تابع $g(x) = ax^2 + bx + a + b$ در بازه $[m, +\infty)$

اکیداً صعودی باشد، کم‌ترین مقدار m کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

محل انجام محاسبات

توجه: داوطلب گرامی، می توانید به سوالات ۴۶ تا ۵۵ درس هندسه (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۴۶- $A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ است، اگر به درایه a_{11} یک واحد اضافه و از درایه a_{22} یک واحد کم کنیم، ماتریس B به دست می آید. مجموع

درایه های ماتریس B^T چقدر بیشتر از مجموع درایه های ماتریس A^T است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۴۷- اگر دو ماتریس $\begin{bmatrix} a+b & a+c \\ c+d & d+e \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} b+2 & -1 \\ -d & -e+3 \end{bmatrix}$ برابر باشند، آنگاه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4e & 2d-3 \\ c+3 & a-1 \end{bmatrix}$ چگونه ماتریسی است؟

(۱) \bar{O} (۲) I (۳) اسکالر غیرهمانی (۴) قطری غیرهمانی

۴۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه حاصل جمع درایه های سطر اول ماتریس $A + A^2 + A^3 + A^4$ کدام است؟

(۱) ۲۲ (۲) ۲۴ (۳) ۱۴ (۴) ۲۵

۴۹- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4 & a+2b-2 & 0 \\ 0 & a+b & a+c \\ c-1 & 0 & a-b \end{bmatrix}$ قطری باشد، حاصل ضرب درایه های قطر اصلی ماتریس A^T کدام است؟

(۱) ۵ (۲) -۵ (۳) -۲۵ (۴) ۲۵

۵۰- برای دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ رابطه $(A+B)^T = A^T + 2AB + B^T$ برقرار است. مقدار $x+y$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۵۱- ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} 2 & i=j \\ 1 & i \neq j \end{cases}$ تعریف شده است. حاصل ضرب درایه های غیر قطر اصلی $A^T - 2A$ کدام است؟

(۱) ۶۴ (۲) ۱۲۸ (۳) ۲۵۶ (۴) ۳۲

۵۲- مقدار x در رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-1 \\ x+3 \end{bmatrix} = -9$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $-\frac{43}{26}$ (۳) $\frac{43}{26}$ (۴) -۲

۵۳- اگر ماتریس های $A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & m \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{9} & -2 \\ 2 & n \end{bmatrix}$ در رابطه $A^T - A = B$ صدق کنند، مقدار $9n+m$ کدام است؟

(۱) ۲۴۷ (۲) ۲۷۴ (۳) ۲۶۹ (۴) ۲۶۴

۵۴- A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه هستند. اگر $A^T = 2A$ و $A - 2B = I$ باشد، ماتریس B^6 کدام است؟

(۱) $\frac{1}{64}I$ (۲) $\frac{1}{32}I$ (۳) $\frac{1}{16}I$ (۴) $\frac{1}{128}I$

۵۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A^T = \alpha A^T + \beta A$ و $B = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های ماتریس B^T کدام است؟

(۱) ۳۹ (۲) ۶۸ (۳) ۴۰ (۴) ۶۲

محل انجام محاسبات

تاریخ آزمون

جمعه ۰۲/۰۶/۱۴۰۳

سوالات آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

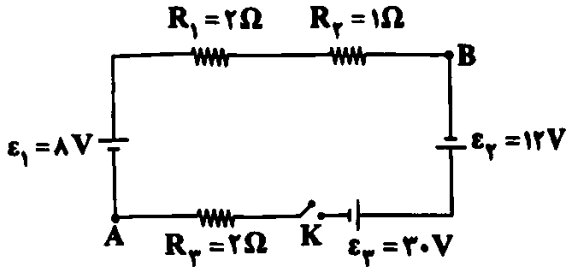
نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوالات: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

موضوع	تعداد سوالات	مدت پاسخگویی (دقیقه)	نوع سوال	نمره
فیزیک (۲)	۱۵	۵۶	اجباری	۷۰
	۱۵	۷۱	اختیاری	۸۵
	۱۰	۸۶	اختیاری	۹۵
شیمی (۲)	۱۵	۹۶	اجباری	۱۱۰
	۱۵	۱۱۱	اختیاری	۱۲۵
	۱۰	۱۲۶	اختیاری	۱۳۵



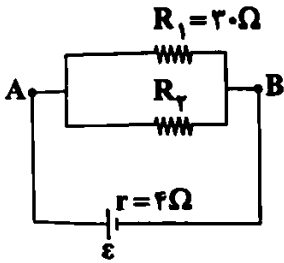
۵۶- در مدار شکل زیر، با بسته شدن کلید K، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B ($V_B - V_A$) چند ولت و چگونه تغییر خواهد کرد؟



(باتری‌ها آرمانی هستند)

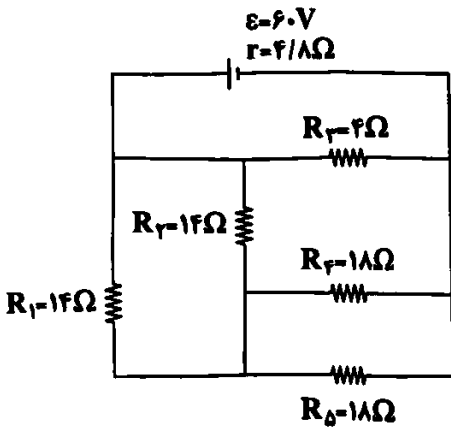
- (۱) ۱۴ - کاهش
- (۲) ۱۴ - افزایش
- (۳) ۶ - کاهش
- (۴) ۶ - افزایش

۵۷- در مداری به شکل زیر، اگر توان خروجی (مفید) باتری، ۶۰٪ توان تولیدی آن باشد، مقاومت R_p چند اهم است؟



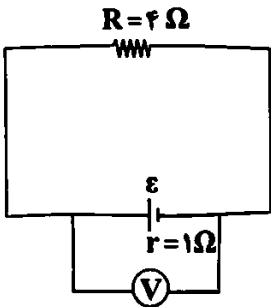
- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۲/۵
- (۳) ۷/۵
- (۴) ۲۵

۵۸- در مدار شکل زیر، توان مصرفی در مقاومت $R_p = 4Ω$ چند وات است؟



- (۱) ۱۸
- (۲) ۱۴۴
- (۳) ۷۲
- (۴) ۳۶

۵۹- در مدار شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با ۱۶V باشد، شدت جریان مدار و نیروی محرکه باتری به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



- (۱) ۱۶V و ۴A
- (۲) ۲۰V و ۴A
- (۳) ۱۶V و ۲A
- (۴) ۲۰V و ۲A

۶۰- یک لامپ روشنایی برای کار با اختلاف پتانسیل الکتریکی ۲۴۰V ساخته شده است. اگر این لامپ را با اختلاف پتانسیل الکتریکی ۱۸۰V روشن کنیم، توان مصرفی لامپ چند درصد کاهش می‌یابد؟

۴/۳ (۴)

۴۳ (۳)

۳۲ (۲)

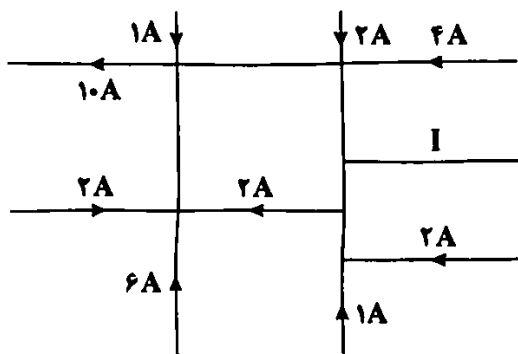
۳/۲ (۱)

محل انجام محاسبات

۶۱- روی یک لامپ، اعداد $10W$ و $220V$ نوشته شده است. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی $220V$ را به دو سر این لامپ اعمال کنیم و این لامپ در هر شبانه‌روز، ۶ ساعت روشن باشد، بهای برق مصرفی در مدت یک ماه (۳۰ شبانه‌روز) چند ریال است؟ (بهای هر کیلووات ساعت برق مصرفی را ۱۰۰ ریال فرض کنید).

۱۸۰۰ (۴) ۳۶۰ (۳) ۱۸۰ (۲) ۳۶۰۰ (۱)

۶۲- شکل زیر بخشی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. بزرگی جریان I بر حسب آمپر و جهت آن به کدام سمت است؟



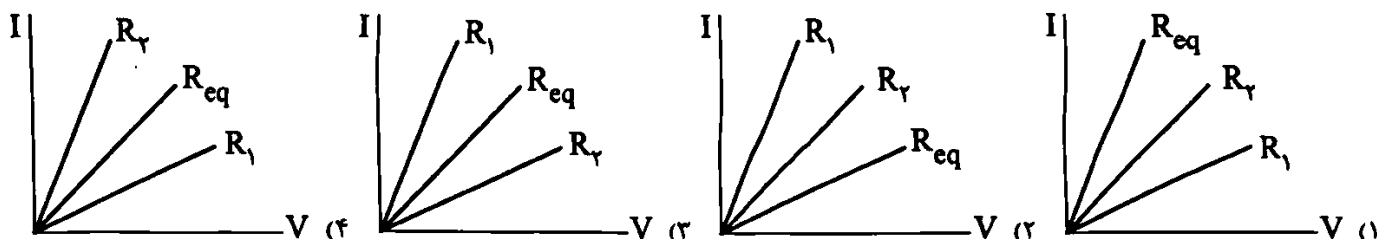
۸ (۱) - به سمت راست

۸ (۲) - به سمت چپ

۶ (۳) - به سمت راست

۶ (۴) - به سمت چپ

۶۳- مقاومت‌های R_1 و R_2 و R_3 در مداری به صورت متوالی به یک‌دیگر بسته شده‌اند. کدام‌یک از نمودارهای زیر می‌تواند نمایش درستی از نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 (مقاومت معادل R_1 و R_2) باشد؟



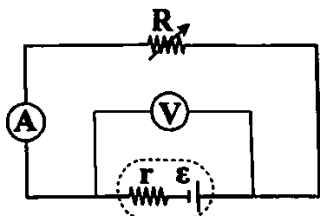
۶۴- حداقل چند مقاومت 20Ω را باید به هم وصل کنیم تا از یک منبع برق $120V$ ولتی، شدت جریان الکتریکی $30A$ بگیریم؟

۱۰ (۴) ۸ (۳) ۵ (۲) ۴۵ (۱)

۶۵- هرگاه اندازه یک مقاومت الکتریکی متصل به باتری را از 3Ω به 13Ω برسانیم، جریان عبوری از آن $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود. در این صورت مقاومت درونی باتری چند اهم است؟

۲/۵ (۴) ۲ (۳) ۱/۵ (۲) ۰/۵ (۱)

۶۶- در مدار شکل زیر، با کاهش مقاومت R ، عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، می‌یابد و مقداری که ولتسنج نشان می‌دهد، می‌یابد. (به ترتیب از راست به چپ و آمپرسنج و ولتسنج، آرمانی هستند).



(۱) کاهش - افزایش

(۲) کاهش - کاهش

(۳) افزایش - کاهش

(۴) افزایش - افزایش

از یک مقاومت 2Ω اهمی جریان الکتریکی ثابتی عبور کرده و در نتیجه با عبور $250C$ بار الکتریکی، $5000J$ گرما تولید شده است. مدت زمان عبور این مقدار بار الکتریکی چند ثانیه بوده است؟

۴۰ (۴) ۳۰ (۳) ۲۵ (۲) ۲۰ (۱)

۶۸- اگر سه مقاومت الکتریکی مشابه را به صورت موازی به هم ببندیم و دو سر مجموعه را به اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابت وصل کنیم، توان مصرفی کل مدار $81W$ می شود. اگر همان مقاومت ها را به صورت متوالی به همان اختلاف پتانسیل الکتریکی وصل کنیم، توان مصرفی کل مدار چند وات می شود؟

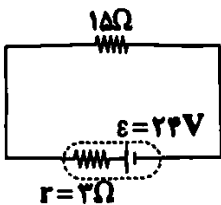
- ۱) ۸۱ ۲) ۷۲ ۳) ۶۳ ۴) ۹

۶۹- دو لامپ رشته ای هم جنس A و B را در اختیار داریم که قطر رشته لامپ A و طول آن، ۲ برابر قطر رشته لامپ B و طول آن است. دو لامپ را به اختلاف پتانسیل های الکتریکی متفاوتی وصل می کنیم و مشاهده می کنیم که جریان عبوری از لامپ A، ۲ برابر جریان عبوری از لامپ B است. کدام گزینه در مورد مقایسه نور لامپ های A و B درست است؟ (دمای هر دو لامپ را ثابت و یکسان در نظر بگیرید).

۱) لامپ A پر نورتر است. ۲) لامپ B پر نورتر است.

۳) نور دو لامپ، یکسان است. ۴) در مورد نور دو لامپ نمی توان نظر قطعی داد.

۷۰- در مدار شکل زیر، الف پتانسیل در باتری چند ولت است؟



- ۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

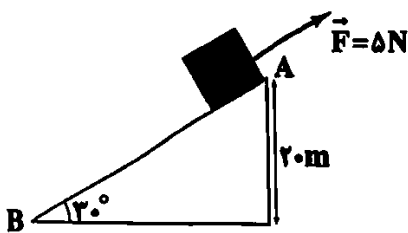
۷۱- انرژی جنبشی جسمی به جرم $50kg$ که با تندی $72 \frac{km}{h}$ حرکت می کند، چند کیلوژول است؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۷۲- اگر سرعت متحرکی به جرم m به اندازه $2 \frac{m}{s}$ افزایش پیدا کند، افزایش انرژی جنبشی آن $\frac{1}{9}$ انرژی جنبشی اولیه می شود. سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه بوده است؟

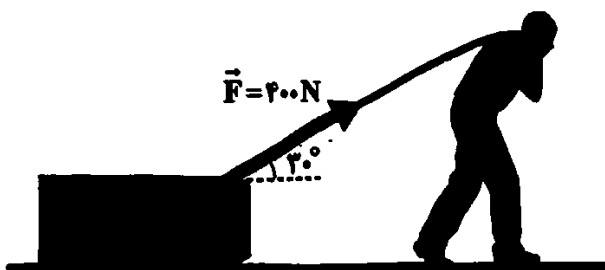
- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۷۳- در شکل زیر، جسم به سمت پایین سطح شیب دار در حرکت است. کار نیروی \vec{F} در جابه جایی از A تا B چند ژول است؟



- ۱) -۱۰۰
۲) -۲۰۰
۳) +۱۰۰
۴) +۲۰۰

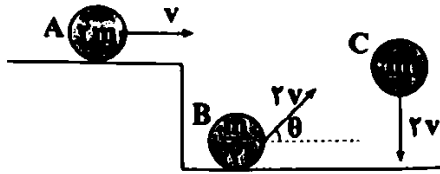
۷۴- شکل زیر شخصی را نشان می دهد که جعبه را با نیروی ثابت $\vec{F} = 400N$ روی سطحی افقی و هموار با اصطکاک ناچیز به اندازه $2m$ جابه جا می کند، کار نیروی \vec{F} چند ژول است؟



- ۱) $200\sqrt{3}$
۲) ۲۰۰
۳) $400\sqrt{3}$
۴) ۴۰۰

محل انجام محاسبات

۷۵- کدام گزینه در مورد مقایسه انرژی جنبشی اجسام شکل زیر درست است؟



$$K_A = K_B < K_C \quad (1)$$

$$K_A = K_B > K_C \quad (2)$$

$$K_A < K_B < K_C \quad (3)$$

$$K_A > K_B > K_C \quad (4)$$

۷۶- اگر تندی حرکت یک جسم و جرم آن نصف شوند، انرژی جنبشی آن جسم چند برابر می‌شود؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۷۷- در اثر ضربه به توپ ساکنی به جرم $500g$ ، $10J$ انرژی به توپ منتقل می‌شود. اگر اتلاف انرژی هنگام ضربه ناچیز باشد، تندی حرکت توپ

چند متر بر ثانیه می‌شود؟

$$5\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{10} \quad (3)$$

$$10\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2\sqrt{5} \quad (1)$$

۷۸- راننده‌ای در یک بزرگراه با حداکثر سرعت مجاز در حرکت است. اگر این راننده ۲۰ درصد از سرعت اتومبیل خود را کاهش دهد، انرژی

جنبشی اتومبیل چند درصد کاهش می‌یابد؟

$$80 \quad (4)$$

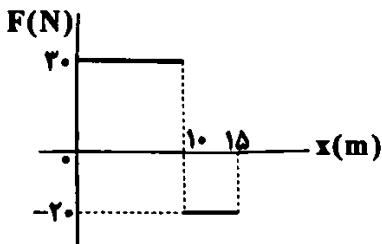
$$20 \quad (3)$$

$$36 \quad (2)$$

$$64 \quad (1)$$

۷۹- نمودار نیروی \vec{F} وارد بر جسم بر حسب مکان جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کار نیروی \vec{F} بر روی جسم در

این $15m$ جابه‌جایی جسم چند ژول است؟



$$100 \quad (1)$$

$$150 \quad (2)$$

$$200 \quad (3)$$

$$250 \quad (4)$$

۸۰- نیروی $\vec{F} = 50N$ بر جسمی به جرم m اثر می‌کند. اندازه کاری که این نیرو بر روی این جسم در جابه‌جایی افقی جسم به اندازه $5m$ انجام

می‌دهد، بر حسب ژول کدام گزینه می‌تواند باشد؟

$$312 \quad (4)$$

$$254 \quad (3)$$

$$68 \quad (2)$$

$$300 \quad (1)$$

۸۱- جسمی به جرم $0.5kg$ با تندی v در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است که نیروی ثابتی به بزرگی $2N$ در جهت حرکتش به آن وارد

می‌شود. اگر پس از طی مسافت $16m$ ، انرژی جنبشی جسم به $81J$ برسد، تندی v چند متر بر ثانیه بوده است؟

$$16 \quad (4)$$

$$14 \quad (3)$$

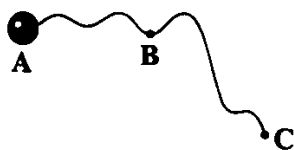
$$12 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

۸۲- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای از نقطه A و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر در لحظه عبور از نقطه B، تندی گلوله برابر v و در لحظه

عبور از نقطه C، تندی آن برابر $3v$ باشد، کار کل انجام شده بر روی گلوله از نقطه A تا نقطه B چند برابر کار کل انجام شده بر روی آن از

نقطه B تا نقطه C است؟



$$\frac{1}{9} \quad (2)$$

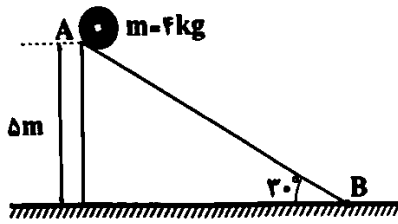
$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۸۲- در شکل زیر، گلوله از نقطه A رها شده است. اگر اندازه نیروی اصطکاک وارد بر گلوله، ۳ N باشد، کار نیروی وزن از لحظه رها شدن گلوله تا



لحظه رسیدن گلوله به نقطه B (پایین سطح) چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۱) ۱۷۰-

۲) ۱۷۰

۳) ۲۰۰-

۴) ۲۰۰

۸۴- گلوله‌ای را در شرایط خلأ از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر تحت همان شرایط، تندی اولیه گلوله را ۳۰ درصد افزایش دهیم، نقطه اوج (بیشترین ارتفاع از سطح زمین) گلوله چند برابر حالت اول می‌شود؟

۱) ۱/۳

۲) ۱/۳۱

۳) ۰/۶۹

۴) ۱/۶۹

۸۵- جسمی به جرم ۳ kg روی سطح شیب‌داری که با سطح افق، زاویه ۳۰° می‌سازد، با تندی ثابت رو به پایین می‌لغزد. اگر در این حرکت، جسم به

اندازه ۴ m روی سطح افقی جابه‌جا شود، کار نیروی اصطکاک بر روی جسم چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۱) ۴۰-

۲) ۶۰-

۳) ۴۵-

۴) ۸۰-

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۸۶ تا ۹۵ درس فیزیک (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۸۶- متحرکی بر روی محور Xها در حال حرکت است. اگر در لحظه $t_1 = 3s$ از مکان $x_1 = +12m$ و در لحظه $t_2 = 8s$ از مکان $x_2 = +42m$ بگذرد و

تندی متوسط این متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 برابر با $9 \frac{m}{s}$ باشد، در این صورت کدام گزینه در ارتباط با این متحرک در این بازه زمانی درست است؟

۱) متحرک همواره در جهت محور Xها حرکت کرده است.

۲) متحرک حداکثر یک بار تغییر جهت داده است.

۳) متحرک همواره در خلاف جهت محور Xها حرکت کرده است.

۴) متحرک حداقل یک بار تغییر جهت داده است.

۸۷- متحرکی $\frac{1}{3}$ از مسیر حرکتش را با سرعت ثابت $24 \frac{m}{s}$ و $\frac{1}{3}$ دیگر را با سرعت ثابت $8 \frac{m}{s}$ و مابقی مسیر را با سرعت ثابت $6 \frac{m}{s}$ در مسیر

مستقیم و در یک جهت طی می‌کند، سرعت متوسط در کل مسیر حرکت چقدر است؟

۱) $\frac{28}{3}$

۲) ۱۳

۳) ۹

۴) $\frac{40}{3}$

۸۸- چه تعداد از عبارات‌های زیر در مورد حرکت بر خط راست، صحیح است؟

الف) اگر اندازه سرعت جسم در حال افزایش باشد، الزاماً اندازه شتاب آن در حال افزایش است.

ب) اگر جهت حرکت متحرک عوض شود، الزاماً شتاب آن نیز تغییر می‌کند.

ج) اگر متحرک در مکان‌های مثبت باشد، الزاماً سرعت آن نیز در جهت مثبت محور است.

د) اگر علامت مکان و سرعت، مخالف هم باشند، الزاماً جسم در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است.

ه) اگر متحرکی از مبدأ حرکت عبور کند، الزاماً بردار مکانش تغییر جهت می‌دهد.

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

محل انجام محاسبات

۸۹- قطاری با سرعت ثابت $60 \frac{km}{h}$ بین دو ایستگاه جابه‌جا می‌شود. در بین راه، قطار به مدت 20 min توقف کرده و دوباره با همان سرعت به راه

خود ادامه می‌دهد. اگر اندازه سرعت متوسط این قطار بین دو ایستگاه $40 \frac{km}{h}$ باشد، فاصله بین دو ایستگاه چند کیلومتر است؟

- ۱۲۰ (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۶۰ (۴)

۹۰- مگسی با تندی ثابت $6 \frac{m}{s}$ در مدت زمان ۱ ثانیه به طور عمود به طرف بالا پرواز می‌کند، سپس به مدت ۴ ثانیه با تندی ثابت $2 \frac{m}{s}$ به طرف

غرب و به مدت ۱۰ ثانیه با تندی ثابت $1 \frac{m}{s}$ به طرف شمال پرواز می‌کند. نسبت اندازه سرعت متوسط به تندی متوسط مگس چقدر است؟

- $\frac{5}{12}$ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{12}$ (۲) $\frac{5\sqrt{2}}{12}$ (۳) $\frac{12\sqrt{2}}{5}$ (۴)

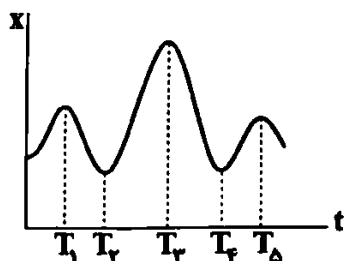
۹۱- معادله سرعت - زمان یک متحرک که بر روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $v = 2t^2 - 12t + 18$ است. در کدام بازه زمانی، تندی

متوسط متحرک از اندازه سرعت متوسط آن بزرگ‌تر است؟

- ۲ ثانیه اول (۱) ۲ تا ۴ ثانیه دوم (۲) ۴ تا ۶ ثانیه اول (۳) هیچ‌کدام (۴)

۹۲- سرعت متوسط متحرکی بین دو لحظه $t = 0$ و $t = T$ را با $v(0, T)$ نمایش می‌دهیم. منحنی مکان - زمان متحرکی که روی خط راستی

حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اندازه $v(0, T)$ به ازای $T = T_1$ بیشترین مقدار ممکن است. T_1 در نزدیک کدام لحظه یا لحظات است؟



T_1 (۱)

T_2 و T_4 (۲)

T_3 و T_5 (۳)

T_5 (۴)

۹۳- متحرکی با سرعت ثابت روی محور xها در حال حرکت است. اگر در لحظه $t_1 = 2 \text{ s}$ در مکان $x_1 = 14 \text{ m}$ و در لحظه $t_2 = 7 \text{ s}$ در

مکان $x_2 = -27 \text{ m}$ باشد، اندازه جابه‌جایی این متحرک در ۵ ثانیه نهم حرکتش چند متر است؟

- ۴۱ (۱) ۹ (۲) ۵ (۳) ۲۱ (۴)

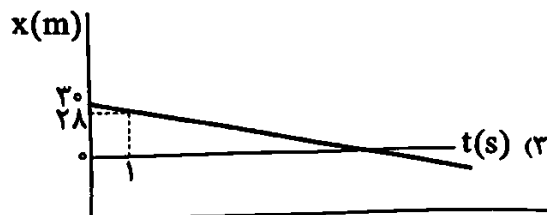
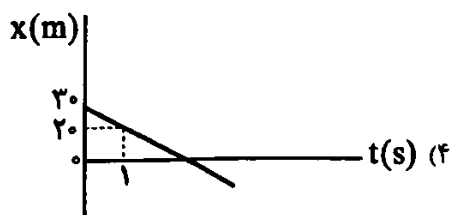
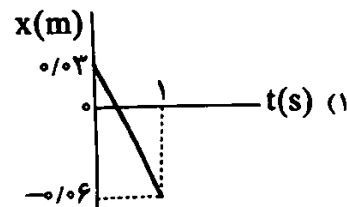
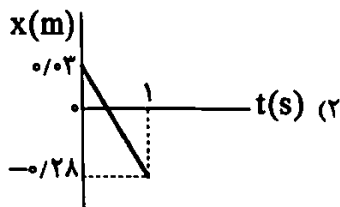
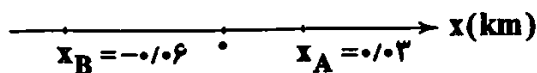
۹۴- دو خودرو با سرعت‌های ثابت $15 \frac{m}{s}$ و $20 \frac{m}{s}$ هم‌زمان از یک نقطه شروع به حرکت کرده و قرار است فاصله‌ای ۳۶۰ متری را تا مقصد طی

کنند. در طی این حرکت، بیشترین فاصله بین این دو خودرو چند متر می‌شود؟

- ۴۰ (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۹۰ (۴)

۹۵- در شکل زیر، متحرکی در لحظه $t = 0$ از نقطه A با تندی ثابت $2 \frac{m}{s}$ عبور می‌کند و به سمت نقطه B می‌رود. نمودار مکان - زمان متحرک در

SI کدام است؟



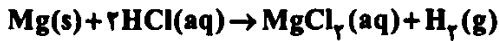
محل انجام محاسبات

۱۰۱- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- برای نگهداری طولانی‌تر مغز برخی خوراکی‌ها آن‌ها را به صورت گردی به نام قاووت درمی‌آورند.
- برای نگهداری طولانی‌تر برخی خوراکی‌ها، آن‌ها را با خالی کردن هوای درون ظرف، بسته‌بندی می‌کنند.
- روغن‌های مایع که در ظرف مات و کدر بسته‌بندی شده‌اند، زمان ماندگاری بیشتری دارند.
- حذف اکسیژن از محیط نگهداری مواد غذایی، سبب کاهش کیفیت آن‌ها می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۲- چه تعداد از موارد پیشنهادشده سبب افزایش سرعت واکنش زیر می‌شود؟



• گرم کردن به مخلوط واکنش‌دهنده‌ها

• افزایش فشار

• استفاده از پودر منیزیم به جای براده‌های آن

• افزودن NaOH(s) به مخلوط واکنش‌دهنده‌ها

• دو برابر کردن حجم محلول اسید با غلظت ثابت

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۳- بر اثر تجزیه ۵/۱ گرم هیدروژن پراکسید و سوختن ۱ گرم گاز هیدروژن در شرایط STP به ترتیب ۱۴/۷ و ۱۴۳ کیلوژول گرما مبادله می‌شود.



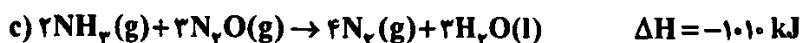
۱ (۱) -۲۳۷ ۲ (۲) -۹۰/۵ ۳ (۳) -۱۸۸ ۴ (۴) -۴۵

۱۰۴- گرمای حاصل از سوختن ۵/۶ گرم اتن می‌تواند دمای ۲۵۰۰ گرم آب را از 25°C به 52°C برساند. گرمای سوختن اتن چند کیلوژول بر مول



۱ (۱) ۱۳۲۷/۵ ۲ (۲) ۱۴۷۲/۵ ۳ (۳) ۱۴۱۷/۵ ۴ (۴) ۱۵۶۲/۵

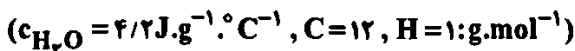
۱۰۵- با توجه به واکنش‌های زیر و ΔH آن‌ها، به‌عزای سوختن یک مول گاز آمونیاک و تولید گاز نیتروژن و آب مایع، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟



۱ (۱) ۳۸۲ ۲ (۲) ۷۶۴ ۳ (۳) ۲۵۹ ۴ (۴) ۵۱۸

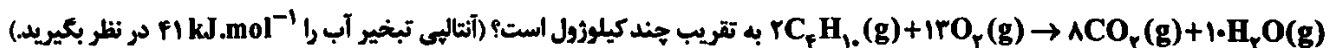
۱۰۶- ارزش سوختی اتان $52 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ است. به تقریب چند مول اتان باید در مقدار کافی اکسیژن بسوزد تا با گرمای حاصل بتوان دمای یک

کیلوگرم آب 20°C را به 95°C رساند؟ (فرض کنید ۲۰٪ از گرمای حاصل از سوختن اتان، تلف شود).



۱ (۱) ۰/۲۵ ۲ (۲) ۰/۳۰ ۳ (۳) ۰/۳۵ ۴ (۴) ۰/۴۰

۱۰۷- با توجه به آنتالپی سوختن متان و پروپان در دمای 25°C که به ترتیب برابر با -890 و -2230 کیلوژول بر مول است، آنتالپی واکنش



به تقریب چند کیلوژول است؟ (آنتالپی تبخیر آب را $41 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ در نظر بگیرید).

۱ (۱) -۵۳۹۰ ۲ (۲) -۳۳۱۰ ۳ (۳) -۲۴۹۰ ۴ (۴) -۶۲۱۰

محل انجام محاسبات

۱۰۸- چه تعداد از ویژگی‌های زیر در اتان، بیشتر از اتانول است؟

• نقطه جوش

• ارزش سوختی

• گرمای حاصل از سوختن کامل یک مول

• شمار مول‌های فراورده‌های حاصل از سوختن کامل یک مول

• تفاوت شمار جفت الکترون‌های پیوندی و جفت الکترون‌های ناپیوندی هر مولکول

• میزان اکسیژن مصرفی برای سوختن کامل یک مول

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۰۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• بخش عمده‌ گاز طبیعی را ساده‌ترین هیدروکربن تشکیل می‌دهد.

• آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد.

• نخستین عضو خانواده‌ آلكان‌ها از تجزیه باکتری‌های بی‌هوازی به وسیله گیاهان در زیر آب تولید می‌شود.

• قانون هس، جمع‌پذیری گرمای واکنش‌ها را نشان می‌دهد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۰- بر اثر سوختن نمونه‌ای از گاز استیلن، مقداری گرما آزاد می‌شود که دمای ۴۰۰ گرم روغن زیتون را از 30°C به 90°C می‌رساند. اگر بدانیم گرمای سوختن استیلن 50 kJ.g^{-1} است، در این فرایند چند مول اکسیژن مصرف شده است؟ ($c_{\text{oil}} = 2 \text{ J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$, $C=12$, $H=1$: g.mol^{-1})

۰/۰۹۲ (۱) ۰/۹۲ (۲) ۱/۰۸ (۳) ۰/۱۰۸ (۴)

۱۱۱- کدام مطالب زیر در ارتباط با گاز هلیوم نادرست است؟

(آ) فراوانی آن در هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر، کم‌تر از نئون و بیشتر از کریپتون است.

(ب) نقطه جوش آن در حدود ۴ کلوین است.

(پ) منابع زمینی هلیوم از هواکره سرشارترند اما برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی مناسب نیستند.

(ت) هلیوم موجود در گاز طبیعی سوزانده شده و سپس وارد هواکره می‌شود.

(۱) «آ»، «ب» (۲) «آ»، «ت» (۳) «پ»، «ت» (۴) «ب»، «پ»

۱۱۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با شکل زیر درست است؟

• این شکل برهم‌کنش هواکره با سنگ‌کره را نشان می‌دهد.

• درصد حجمی گازهای A، X و D در هوای پاک و خشک تروپوسفر به صورت $A > D > X$ است.

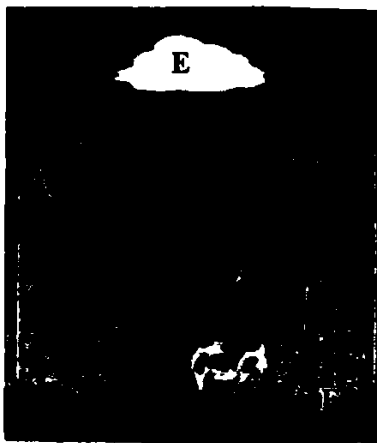
• میانگین درصد حجمی E در لایه تروپوسفر بیشتر از درصد حجمی X است.

• در فرایند تقطیر جز به جز هوای مایع، قبل از این‌که هوای مایع تهیه شود، نخست E و سپس

X جدا می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲)

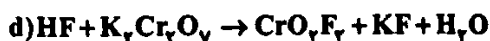
۳ (۳) ۴ (۴)



۱۱۹- در ساختار لوویس چه تعداد از گونه‌های زیر تمامی پیوندها به صورت یگانه است؟

	SO_4^{2-} •	NOCl •	SOCl_2 •
	HClO_4 •	PO_4^{3-} •	H_2SO_4 •
۵ (۴)	۴ (۳)	۳ (۲)	۲ (۱)

۱۲۰- پس از موازنه با کوچک‌ترین اعداد صحیح، مجموع ضرایب فرآورده‌های کدام دو واکنش با هم برابر است؟



d, b (۴)

d, c (۳)

c, a (۲)

b, a (۱)

۱۲۱- چه تعداد از یون‌های زیر در لایه‌های بالایی هواکره وجود دارند؟



۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۱۲۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

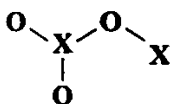
(۱) هواکره به دلیل داشتن گازهای گوناگون فشار دارد.

(۲) تغییر دما در هواکره را می‌توان دلیلی بر لایه‌ای بودن آن دانست.

(۳) تغییر آب و هوای زمین در لایه تروپوسفر رخ می‌دهد.

(۴) ارتفاع تقریبی لایه تروپوسفر در حدود ۲۰ کیلومتر است.

۱۲۳- اگر در ساختار زیر همه اتم‌ها قاعده هشت تایی را رعایت کنند، کدام عدد اتمی را می‌توان به X نسبت داد؟



۷ (۱)

۱۷ (۲)

۱۶ (۳)

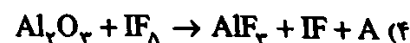
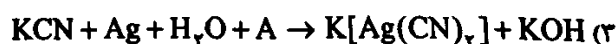
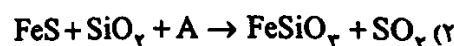
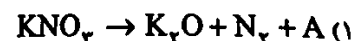
۲۴ (۴)

۱۲۴- فرمول شیمیایی اکسید سه عنصر A، X و D به صورت AO_3 ، X_2O و D_2O_3 می‌باشد. با توجه به گزینه‌ها این عنصرها به ترتیب کدامند؟

(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(۱) سیلیسیم، مس، کروم (۲) سیلیسیم، روی، مس (۳) گوگرد، مس، روی (۴) گوگرد، منیزیم، آهن

۱۲۵- در کدام یک از واکنش‌های زیر پس از موازنه (با کوچک‌ترین اعداد صحیح)، ضریب ماده A بزرگ‌تر است؟ (A از یک عنصر تشکیل شده است.)



محل انجام محاسبات

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۱۲۶ تا ۱۳۵ درس شیمی (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۱۲۶- اگر شمار اتم‌های موجود در نمونه‌هایی از اوره و اتیلن گلیکول با هم برابر باشد، جرم نمونه اوره، چند برابر جرم نمونه اتیلن گلیکول است؟

($C=12, H=1, N=14, O=16: g.mol^{-1}$)

۱/۸۷ (۴)

۱/۷۸ (۳)

۱/۲۱ (۲)

۱/۲۹ (۱)

۱۲۷- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) در ساختار پاک‌کننده غیرصابونی چهار نوع پیوند کووالانسی ساده (یگانه) وجود دارد.

(۲) پاک‌کنندگی صابون را می‌توان به واکنش میان بخش‌های قطبی و ناقطبی آن با آب و چربی نسبت داد.

(۳) با فرض کاتیون‌های یکسان، نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی یکسان است.

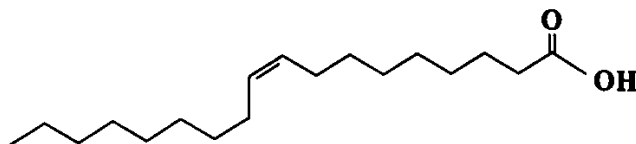
(۴) کلویدها جزو مخلوط‌های پایدار طبقه‌بندی می‌شوند.

۱۲۸- ۸۴/۶ گرم از یک اسید چرب با ساختار زیر را با مقدار کافی سدیم هیدروکسید واکنش می‌دهیم. اگر فراورده آلی این واکنش وارد

۴ مترمکعب آب سخت با چگالی $1/2 g.mL^{-1}$ شود و طی آن $36/12$ گرم رسوب کلسیم‌دار تشکیل شود، با فرض این‌که بازده واکنش اول

($C=12, O=16, H=1, Na=23, Ca=40: g.mol^{-1}$)

۸۰٪ باشد، بازده واکنش دوم کدام است؟



۷۵ (۴)

۶۶/۷ (۳)

۴۰ (۲)

۵۰ (۱)

۱۲۹- یک مول از هر کدام از چهار ترکیب لیتیم اکسید، باریم اکسید، دی نیتروژن پنتاکسید و گوگرد تری اکسید را در چهار ظرف جداگانه در

مقدار یکسانی آب حل می‌کنیم تا واکنش انجام شود. چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آن‌ها درست است؟

• شمار آنیون تولید شده در ظرف حاوی لیتیم اکسید برابر با ظرف حاوی باریم اکسید است.

• رسانایی الکتریکی محلول حاوی لیتیم اکسید بیشتر از محلول حاوی باریم اکسید است.

• مقدار هیدرونیوم تولید شده در ظرف حاوی دی نیتروژن پنتاکسید بیشتر از ظرف حاوی گوگرد تری اکسید است.

• گوگرد تری اکسید در مقایسه با سه ترکیب دیگر، نقطه جوش پایین‌تری دارد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۳۰- مقداری اسید ضعیف HA را وارد نمونه‌ای آب مقطر کرده و حجم محلول را با افزودن آب مقطر اضافی به $4/5$ لیتر می‌رسانیم. اگر مجموع

شمار یون‌های تولید شده برابر $1/08$ مول و درجه یونش اسید برابر $0/4$ باشد، ثابت یونش اسید HA کدام است؟

$0/18$ (۴)

$0/12$ (۳)

$0/08$ (۲)

$0/06$ (۱)

۱۳۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• در زندگی روزانه با انواع اسیدها سروکار داریم که برخی ضعیف و اغلب آن‌ها قوی هستند.

• اسیدهای قوی محلولی شامل یون‌های آب پوشیده هستند که در آن‌ها هیچ مولکول یونیده‌نشده یافت نمی‌شود.

• در شرایط معین غلظت همه گونه‌های موجود در فورمیک اسید همانند دیگر اسیدهای ضعیف ثابت است.

• بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می‌کنند اما به آن آسیب نمی‌رسانند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۶/۰۲

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۳) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۶۰ دقیقه	تعداد سوال: ۱۳۵

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

دوره	تعداد سوال	مدت پاسخگویی (دقیقه)	عنوان	گروه	
۷۰ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان (۱)	ریاضیات
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضی (۱)	
	۲۵	۲۱	۵	هندسه (۲)	
	۳۰	۲۶	۵	هندسه (۱)	
	۳۵	۳۱	۵	آمار و احتمال	
	۴۵	۳۶	۱۰	حسابان (۲)	
۵۰ دقیقه	۵۵	۴۶	۱۰	هندسه (۳)	فیزیک
	۷۰	۵۶	۱۵	فیزیک (۲)	
	۸۵	۷۱	۱۵	فیزیک (۱)	
۱۱۰	۹۵	۸۶	۱۰	فیزیک (۳)	شیمی
	۱۱۰	۹۶	۱۵	شیمی (۲)	
	۱۱۰	۱۱۱	۱۵	شیمی (۱)	
				شیمی (۳)	

چون دو تابع در $x = -1$ متقاطع هستند، بنابراین:

$$f(-1) = g(-1) \Rightarrow r^{-a+b} = r^{-1} \Rightarrow -a+b = -2$$

$$f^{-1}(16) = 1 \Rightarrow f(1) = 16 \Rightarrow 16 = r^{a+b}$$

$$\Rightarrow r^2 = r^{a+b} \Rightarrow a+b = 2$$

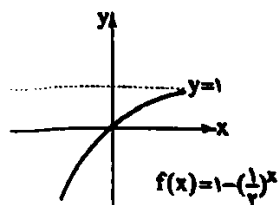
$$\begin{cases} b-a = -2 \\ b+a = 2 \end{cases} \xrightarrow{+} 2b = 2 \Rightarrow b = 1, a = 2 \Rightarrow f(x) = r^{2x+1}$$

چون $g(0) = r^0 = 1$ پس $g^{-1}(1) = 0$ داریم:

$$f(g^{-1}(1)) = f(0) = r^{2(0)+1} = r^1 = r$$

$$-xf(x) \geq 0 \Rightarrow xf(x) \leq 0 \quad (1)$$

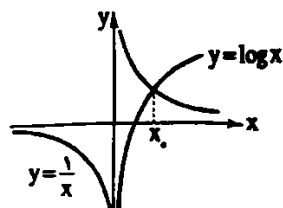
مفهوم نامعادله (1) این است که x و $f(x)$ مختلف‌العلامت باشند. نمودار $f(x)$ را ببینید:



با توجه به نمودار، مجموعه جواب $\{0\}$ می‌باشد، زیرا کل نمودار $f(x)$ در ناحیه اول و سوم قرار دارد و فقط $x = 0$ جواب نامعادله است.

$$x \log x = 1 \Rightarrow \log x = \frac{1}{x} \quad (x \neq 0)$$

دو تابع $\begin{cases} f(x) = \log x \\ g(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$ را رسم می‌کنیم:



ملاحظه می‌کنید که دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ در یک نقطه مانند x_0 مشترکند که همین عدد ریشه معادله است.

$$r^2 < 100 < r^7 \Rightarrow 6 < \log_r 100 < 7 \Rightarrow -7 < -\log_r 100 < -6$$

$$\Rightarrow n = -7 \Rightarrow n + 107 = 100 \Rightarrow \log(n + 107) = 2$$

$$r^{2x^2 - 18x} = 4 \Rightarrow 2x^2 - 18x = \log_r 4$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 18x - \log_r 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{18}{2} = 9 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-\log_r 4}{2} = -\frac{1}{2} \log_r 4 \end{cases}$$

$$-2\alpha\beta + \log_r(\alpha + \beta) = \log_r 4 + \log_r 9 = \log_r 36 = 2$$

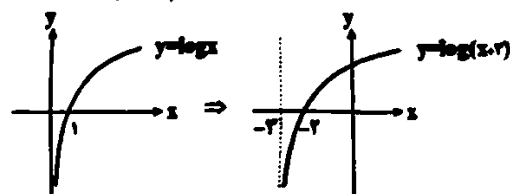
$$2 \log_r r^{\frac{r}{2}} - \log_r(\delta^r \times 10) = 2x \frac{r}{2} \log_r 2 - (2 \log_r \delta + \log_r 10)$$

$$= 2b - 2(\log_r \frac{10}{r}) - 1 = 2b - 2(\log_r 10 - \log_r r) - 1 = 2b - 2(1 - a) - 1 = 2b + 2a - 2$$

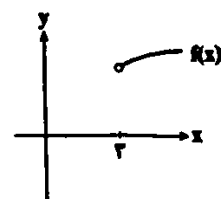
$$\begin{cases} x^r - 9 > 0 \Rightarrow x > 3 \text{ یا } x < -3 \\ x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \end{cases} \Rightarrow D_f = (2, +\infty)$$

$$f(x) = \log(x^r - 9) - \log(x - 2) = \log\left(\frac{x^r - 9}{x - 2}\right)$$

$$= \log\left(\frac{(x-3)(x+3)}{x-2}\right) \Rightarrow f(x) = \log(x+3)$$



با توجه به این که دامنه $D_f = (2, +\infty)$ بنابراین نمودار تابع نهایی به صورت زیر است:



$$m(t) = m_0 a^t$$

پس از 60 سال جرم ماده نصف می‌شود

$$m(60) = m_0 a^{60} \Rightarrow \frac{m_0}{2} = m_0 a^{60} \Rightarrow a^{60} = \frac{1}{2}$$

حال باید مشخص کنیم که جرم آن چه زمانی 20 میلی‌گرم می‌شود:

$$20 = 200 \cdot a^t \Rightarrow 0.1 = (a^{60})^{\frac{t}{60}} \Rightarrow 0.1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{60}}$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{60}} = \log 0.1 \Rightarrow \frac{t}{60} = \frac{-\log 10}{-\log 2} \Rightarrow t = \frac{60}{0.17} = 352$$

$$A(1, \frac{1}{2}) \Rightarrow r^a + b = \frac{1}{2} \Rightarrow r^{a+b} = r^{-1} \Rightarrow a+b = -1$$

$$B(-2, 2r) \Rightarrow r^{-2a+b} = 2r \Rightarrow r^{-2a+b} = r^1 \Rightarrow -2a+b = 1$$

$$\begin{cases} a+b = -1 \\ -2a+b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a+2b = -2 \\ -2a+b = 1 \end{cases} \Rightarrow 3b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = r^{-\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(1024) = k \Rightarrow f(k) = 1024 \Rightarrow r^{-\frac{2}{3}k + \frac{1}{3}} = r^{10}$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3}k + \frac{1}{3} = 10 \Rightarrow -2k + 1 = 30 \Rightarrow k = -\frac{29}{2} = -14.5$$

$$P(x) = \frac{x(x-2)^2}{x^2-x-2} > 0$$

1

$$\begin{cases} x=0 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x^2-x-2=0 \Rightarrow (x+1)(x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \end{cases} \end{cases}$$

حال جدول تعیین علامت را تشکیل می‌دهیم:

	-1	0	2	2	
x	-	-	+	+	+
(x-2) ²	+	+	+	+	+
x ² -x-2	+	-	-	+	+
P(x)	-	+	-	+	+

پس باید $-1 < x < 0$ یا $x > 2$ یا $x \neq 2$ باشد تا مقدار عبارت را مثبت کند.

فقط $(1-\sqrt{2})$ در بازه‌های مورد نظر قرار دارد، زیرا:

$$-1 < 1-\sqrt{2} < 0$$

$$\frac{x+1}{2-x} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < x < 2 \quad (1)$$

2

	-1	2
x+1	-	+
2-x	+	-
$\frac{x+1}{2-x}$	-	+

$$|2x-m| < n \Rightarrow -n < 2x-m < n \xrightarrow{+m} m-n < 2x < m+n$$

$$\xrightarrow{+2} \frac{m-n}{2} < x < \frac{m+n}{2} \quad (2)$$

از تساوی جواب‌های (1) و (2) داریم:

$$(1)=(2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{m-n}{2} = -1 \Rightarrow m-n = -2 \\ \frac{m+n}{2} = 2 \Rightarrow m+n = 4 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} 2m = 2 \Rightarrow m = 1$$

$$m+n = 4 \xrightarrow{m=1} n = 3$$

$$m^2 + n^2 = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$$

بنابراین:

$$|\frac{x^2-x}{2} + 1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{x^2-x}{2} + 1 \leq 2$$

3

$$\xrightarrow{+(-1)} -2 \leq \frac{x^2-x}{2} \leq 1 \xrightarrow{\times 2} -4 \leq x^2-x \leq 2$$

$$(1) \Rightarrow x^2-x+6 \geq 0 \xrightarrow{\Delta < 0, a > 0} \text{همواره برقرار است.}$$

$$(2) \Rightarrow x^2-x-2 \leq 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) \leq 0$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 \leq x \leq 2$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} -1 \leq x \leq 2$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)^{-x^2} = 64x \Rightarrow r^{-4x^2} = r^{2x}$$

1

$$\Rightarrow -1 + x^2 = 6x \Rightarrow x^2 - 6x - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{+1} x^2 - 6x + 9 = 10 \Rightarrow (x-3)^2 = 10 \Rightarrow (x-3) = \pm\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{r}}(x-3) = \log_{\frac{1}{r}}\sqrt{10} = \log_{\frac{1}{r}}10^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{r}}10 = -\frac{1}{2} \log_r 10$$

2

$$x = \sqrt[3]{10 \cdot 24} = \sqrt[3]{240} = 2 \cdot \sqrt[3]{15}$$

$$x\sqrt{x} \times \sqrt[3]{x^2} = x \times x^{\frac{1}{2}} \times x^{\frac{2}{3}} = x^{1+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}} = x^{\frac{11}{6}}$$

1

$$\sqrt[3]{4-2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^2} = \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل کسر} = \frac{\sqrt{\sqrt{2}+1} \times \sqrt{\sqrt{2}-1}}{\sqrt[3]{\sqrt{2}^2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}}{\sqrt[3]{2^2} \times \sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2-1}}{\sqrt[3]{2^2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt[3]{4} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^2} \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}}} = \frac{1}{2^{\frac{4}{6} + \frac{3}{6}}} = \frac{1}{2^{\frac{7}{6}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2^7}}$$

$$= 2^{\frac{7}{6}} = 2^{\frac{5}{6}} = 2^{\frac{5}{6}}$$

4

اتحاد مزدوج

$$\frac{x^6-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1)}{\sqrt{x}-1}$$

صورت و مخرج را در قسمت چاق مخرج ضرب می‌کنیم:

$$= \frac{(x-1)(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x})^2 - 1^2}$$

$$= (x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1)$$

1

$$\text{درآمد: } R(x) = 5 \cdot x$$

$$\text{هزینه: } C(x) = x^2 + 10x + 25 \Rightarrow P(x) = 5 \cdot x - x^2 - 10x - 25$$

$$\Rightarrow P(x) = -x^2 + 4 \cdot x - 25$$

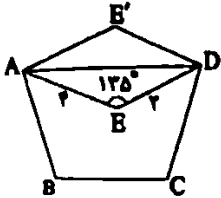
$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_S = P(2) = -(2)^2 + 4 \cdot (2) - 25 = -4 + 8 - 25 = -21$$

$$\Rightarrow y_S = (2)^2 - 25 = 4 - 25 = -21 \text{ هزار تومان}$$

۲ بازتاب محوری در حالت کلی طولها نیست و هم چنین دوران با زاویه بین صفر تا ۱۸۰ درجه شیب را حفظ نمی کند و انتقال با برداری غیر صفر نقطه ثابت ندارد. بنابراین گزینه (۳) درست است.

۳ ابتدا بازتاب نقطه E را نسبت به محور AD به دست می آوریم. مقدار افزایش مساحت به اندازه مساحت چهارضلعی AEDE' است.



میزان افزایش مساحت = $2S_{AED} = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 135^\circ = 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

$\hat{A} = \hat{A}$
 $\hat{A} \hat{B} \hat{M} = \hat{A} \hat{B} \hat{C}$ \rightarrow $\Delta ABM \sim \Delta ABC$

$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{BM}{BC} = \frac{AB}{AC}$ (1)

(1) $\rightarrow AB^2 = AM \times AC = 2 \times 12 = 24 \Rightarrow AB = 6$

حال کفایت طول BC را بیابیم:

محیط ABC = $AB + AC + BC = 27$

$\Rightarrow 6 + 12 + BC = 27 \Rightarrow BC = 27 - 18 = 9$

(2) $\rightarrow \frac{BM}{9} = \frac{6}{12} \Rightarrow BM = \frac{9 \times 6}{12} = \frac{9}{2}$

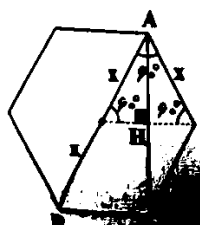
۲ هر دو مثلثی متشابه اند. اگر طول ضلع شش ضلعی ها را a_1 و a_2 در نظر بگیریم داریم:

$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \sqrt{2}$ (*)

می دانیم در هر شش ضلعی منتظم به ضلع x طول قطر بزرگ $2x$ و طول قطر کوچک $\sqrt{3}x$ است:

$\frac{\text{قطر بزرگ شش ضلعی بزرگ تر}}{\text{قطر کوچک شش ضلعی کوچک تر}} = \frac{2a_1}{\sqrt{3}a_2}$

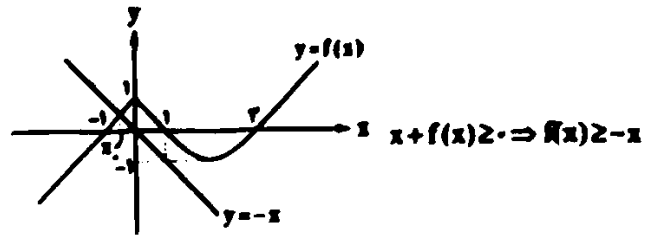
$= \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \left(\frac{a_1}{a_2}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \sqrt{2} = 2$



$AB = 2x$

$\sin 60^\circ = \frac{AH}{2x} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2x = \sqrt{3}x$

توجه:



با توجه به نمودار و مقایسه $y=f(x)$ و $y=-x$ مجموعه جواب برابر با $[x_1, +\infty)$ است که در آن محل تلاقی خط $y=-x$ و نیم خط نمودار $f(x)$ است:

$\begin{cases} (0, 1) \\ (-1, 0) \end{cases} \Rightarrow y = x + 1 \xrightarrow{\text{تلاقی با}} y = -x \rightarrow -x = x + 1 \Rightarrow 2x = -1$
 $\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow D_f = [-\frac{1}{2}, +\infty)$

$x^2 - mx + 2 = 0 \xrightarrow[\Delta=0]{\text{ریشه مضاعف}} m^2 - 2(1)(2) = 0 \Rightarrow m^2 = 4$

$\Rightarrow m = \pm 2$

$mx^2 + 2x - 2m - 1 = 0$

$\Delta = 2^2 + 4m(2m+1) = 4 + 8m^2 + 4m = 4 + 8(16) + 4(\pm 2) > 0$

پس همواره مثبت است و معادله دارای ۲ ریشه حقیقی می باشد.

خطوط گذرا از مبدأ $y = mx$

معادله تقاطع منحنی و دسته خطوط را می نویسیم:

$(2x-1)(2x-2) = mx \Rightarrow 6x^2 - 7x + 2 = mx$

$\Rightarrow 6x^2 - (7+m)x + 2 = 0 \xrightarrow[\Delta < 0]{\text{ریشه ندارد}} (7+m)^2 - 4(6)(2) < 0$

$\Rightarrow m^2 + 14m + 49 - 48 < 0 \Rightarrow m^2 + 14m + 1 < 0$

$\Delta = 14^2 - 4(1)(1) = 14^2 - 4 = 196 - 4 = 192 = 64 \times 3$

$m = \frac{-14 \pm 8\sqrt{3}}{2} = -7 \pm 4\sqrt{3}$

$m \mid \begin{array}{c} -7-4\sqrt{3} \quad -7+4\sqrt{3} \\ m^2+14m+1 \mid + \quad - \quad + \end{array}$
 $\Rightarrow \frac{-7-4\sqrt{3}}{-12/8} < m < \frac{-7+4\sqrt{3}}{-0/2}$

$12 \text{ مقدر صحیح} \Rightarrow -12 \leq m \leq -1 \Rightarrow m \in \mathbb{Z}$

۲ چون خط اولیه از مبدأ مختصات می گذرد، پس انتقال یافته

مبدأ مختصات نسبت به بردار انتقال باید در معادله خط مفروض صدق کند. تنها گزینه ای که در معادله خط $2x - y = 2$ صدق نمی کند، گزینه (۳) است.

۱ می دانیم دوران یک تبدیل طولهاست و مساحت شکل را تغییر نمی دهد، بنابراین مساحت شکل حاصل برابر با مساحت همان مربع اولیه است.

$S = 5 \times 5 = 25$
 $20 = 2 \times 5 \Rightarrow S = 5 \times 5 = 25$

۲ با توجه به نقاط مشخص شده روی شکل $BC = 4, AB = 2$

و $S_{ABC} = 6$ می باشد و مساحت تجانس یافته مثلث ABC برابر است با

$S_{\Delta ABC} = k^2 \times S_{\Delta ABC} = (2)^2 \times 6 = 24$

پس بنا به قضیه تالس داریم:

$$\Rightarrow \frac{12}{24} = \frac{y}{14} = \frac{10}{x+10} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{14} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{14}{2} = 7 \\ \frac{10}{x+10} = \frac{1}{2} \Rightarrow x+10 = 20 \Rightarrow x = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x+y = 10+7 = 17$$

$$n(S) = 5 \times 4 \times 2 = 40$$

$$n(A') = 2! = 2 \Rightarrow n(A) = 40 - 2 = 38$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{38}{40} = \frac{19}{20}$$

می‌دانیم در حل مسائل احتمال شرطی می‌توانیم شرط مسأله را فضای نمونه‌ای کاهش یافته در نظر گرفته و در این فضا، مسأله را با فرمول

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \text{ یعنی هم‌شانسی حل کنیم.}$$

پس فضای نمونه‌ای را «اختلاف برآمدها» در نظر گرفته و احتمال آن را حساب می‌کنیم که مجموع برآمدها از ۶ کم‌تر باشد.

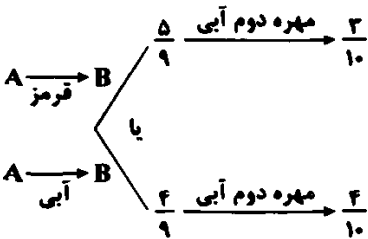
$$S = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)\} \Rightarrow n(S) = 6$$

$$A = \{(1, 4), (4, 1)\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

بر طبق قانون احتمال کل، احتمال این‌که مهره خروجی از

طرف B آبی باشد، به این واقعیت بستگی دارد که مهره انتقالی از طرف A به طرف B قرمز بوده است یا آبی؟ پس بر همین اساس، نمودار درختی زیر قابل تصور است:



$$\Rightarrow P(A) = \frac{5}{9} \times \frac{2}{10} + \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{10}{90} + \frac{16}{90} = \frac{26}{90} = \frac{13}{45}$$

پس $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$ می‌دانیم

$$\frac{1}{4} = P(A) - \frac{1}{9} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{13}{36}$$

از طرفی چون A و B مستقل‌اند پس:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{13}{36} \times P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{4}{13}$$

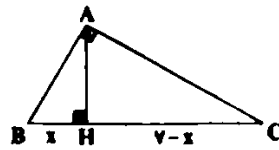
و در نهایت به کمک رابطه $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ داریم:

$$P(A \cup B) = \frac{13}{36} + \frac{4}{13} - \frac{1}{9} = \frac{29}{52}$$

$$P((A'|B')) = 1 - P(A'|B) = 1 - \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$$

$$= 1 - \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{1 - P(B)} = 1 - \frac{0/36}{0/75} = 1 - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$$

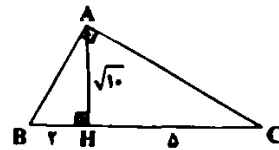
۲



$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow (\sqrt{10})^2 = x(y-x)$$

$$\Rightarrow x^2 - yx + 10 = 0 \Rightarrow (x-5)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=5 \end{cases}$$

اگر AB کوچک‌ترین ضلع مثلث فرض شود، AH به آن نزدیک‌تر است پس $x < y-x$ و با توجه به مقادیر به دست آمده برای x، $x=2$ قابل قبول است.

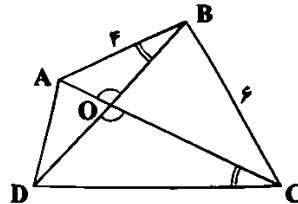


$$\Delta ABH: AB^2 = AH^2 + BH^2 = 10 + 4 = 14$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{14}$$

۱

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}OB = \hat{C}OD \text{ (متقابل به رأس)} \\ \hat{A}BO = \hat{C}DO \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ZZ}} \Delta OAB \sim \Delta OCD$$



و داریم:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$(1) \Rightarrow \frac{4}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow CD = 2 \times 4 = 8$$

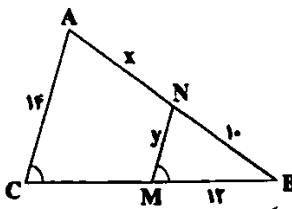
$$(2) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{OB}{OA} = \frac{OC}{OD} \\ \hat{B}OC = \hat{A}OD \end{array} \right. \xrightarrow{\text{ضریبی}} \Delta OAD \sim \Delta OBC$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{CB} = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$\text{محیط} = 4 + 6 + 8 + 3 = 21$$

$$\hat{M} = \hat{C} \xrightarrow{\text{عکس قضیه خطوط موازی و مورب}} NM \parallel AC$$

۴



اشتراک (۱) و (۲) به صورت $k > 1$ خواهد بود
 $k > 1 \Rightarrow -k < -1 \Rightarrow 1 - k < 0$

چون $1 - k$ منفی و 2^{-x} نزولی اکید است پس $(1 - k)2^{-x}$ صعودی اکید است

۲

$$f(x) \xrightarrow[\text{الفی می دهیم}]{\text{با ضریب ۲ انقباض}} f(2x) \xrightarrow[\text{عمودی می دهیم}]{\text{با ضریب ۲ انبساط}} 2f(2x)$$

چون تابع $\log_{0.1} x$ نزولی اکید است، پس از رابطه داده شده نتیجه می شود که:

$$\frac{x-1}{x+1} > -\frac{2x}{2} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} + \frac{2x}{2} > 0 \Rightarrow \frac{2x-2+2x^2+2x}{2(x+1)} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2+4x-2}{2(x+1)} > 0, 2x^2+4x-2=0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+8}}{4} = -2, \frac{1}{2}$$

x	-2	-1	1/2
P(x)	-	+	-

$$P(x) > 0 \Rightarrow x \in (-2, -1) \cup (\frac{1}{2}, +\infty) \quad (1)$$

و اما دامنه ها:

$$\frac{x-1}{x+1} > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \quad (2)$$

$$-\frac{2x}{2} > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 0) \quad (3)$$

اشتراک جوابها، جواب سؤال است:

$$(1) \cap (2) \cap (3) \rightarrow x \in (-2, -1)$$

$$g(a) = f(\frac{1-a}{2}) = 0 \Rightarrow (\frac{1-a}{2}, 0) \in f$$

$$2x = \frac{1-a}{2} \Rightarrow x = \frac{1-a}{4} \xrightarrow{h} h(\frac{1-a}{4}) = f(\frac{1-a}{2}) - \frac{1-a}{4}$$

$$\Rightarrow h(\frac{1-a}{4}) = -\frac{1-a}{4} = \frac{a-1}{4} \Rightarrow (\frac{1-a}{4}, \frac{a-1}{4}) \in h(x)$$

۲

f تابع اکیدا نزولی و g تابع اکیدا صعودی است ($g(x) = 2^{x-2}$)

نکته: اگر f اکیدا صعودی باشد داریم: $f(m) \leq f(n) \Rightarrow m \leq n$
 اگر f اکیدا نزولی باشد داریم: $f(m) \leq f(n) \Rightarrow m \geq n$

بنابراین خواهیم داشت:

$$f(g(x^2-x)) \geq f(g(2x+5)) \xrightarrow{\text{نزولی } f} g(x^2-x) \leq g(2x+5)$$

$$\xrightarrow{\text{صعودی } g} x^2-x \leq 2x+5 \Rightarrow x^2-2x-5 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5$$

هرگاه تابعی هم صعودی و هم نزولی باشد آن تابع ثابت است، پس:

$$f(x) = (a-1)x^2 + (b-2)x + a + b \Rightarrow \begin{cases} a-1=0 \Rightarrow a=1 \\ b-2=0 \Rightarrow b=2 \end{cases}$$

اکنون $g(x) = x^2 + 2x + 3$ خواهد بود و این تابع در بازه $[-1, +\infty)$

اکیدا صعودی است، پس کمترین مقدار $m = -1$ است

رابطه داده شده در تابع $[x]$ رخ می دهد زیرا انتقال الفی و صعودی آن به اندازه دو واحد یکسان است

$$\text{انتقال الفی: } f(x+2) = [x+2] = [x] + 2$$

$$\text{انتقال عمودی: } f(x) + 2 = [x] + 2$$

پس اگر $f(x) = [x]$ باشد آن گاه $f(x+2) = f(x) + 2$

۲

$$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow 0 \leq x+2 \leq 4 \Rightarrow D_f = [0, 4]$$

حال برای تعیین دامنه $f(2x+1)$ به صورت زیر عمل می کنیم:

$$0 \leq 2x+1 \leq 4 \xrightarrow{-1} -1 \leq 2x \leq 3 \xrightarrow{\div 2} -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$$

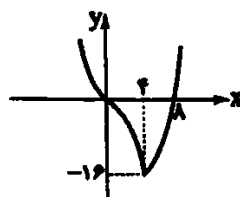
$$\Rightarrow D_{f(2x+1)} = [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$$

ابتدا تابع را دو ضابطه ای می کنیم:

x	0	2
$x^2 - 2x$	0	-4

$$x \in [0, 2] \Rightarrow x^2 - 2x \leq 0 \Rightarrow f(x) = -x^2 + 2x - 2x = -x^2$$

$$x \in \mathbb{R} - [0, 2] \Rightarrow f(x) = x^2 - 2x - 2x = x^2 - 4x$$

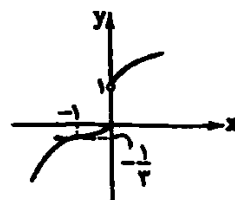


۴

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^2 + 2x^2 + 2x + 1) & x \leq 0 \\ \sqrt{x+1} & x > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{1}{2} & x \leq 0 \\ \sqrt{x+1} & x > 0 \end{cases}$$

نمودار تابع داده شده را رسم می کنیم



ملاحظه می کنید که برد تابع f به صورت $(-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$ یعنی $\mathbb{R} - (0, 1]$ است

تابع f خطی است پس برای صعودی اکید بودن بایستی شیب مثبت داشته باشد

$$k+1 > 0 \Rightarrow k > -1 \quad (1)$$

تابع \sqrt{x} صعودی اکید است، اگر بخواهیم $(k^2-1)\sqrt{x}$ صعودی اکید باشد بایستی $k^2-1 > 0$

$$k^2-1 > 0 \Rightarrow k^2 > 1 \Rightarrow k > 1 \text{ یا } k < -1 \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 5 \\ 5 & 6 & 5 \\ 5 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A^T - 2A = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 5 \\ 5 & 6 & 5 \\ 5 & 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

حاصل ضرب درایه‌های غیر قطر اصلی ماتریس برابر است با: $2^6 = 64$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-1 \\ x+2 \\ x+3 \end{bmatrix} = -9$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 15 \\ x-1 \\ x+2 \end{bmatrix} = 11x - 11 + 15x + 45 = -9 \Rightarrow x = -\frac{42}{26}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{9} & \frac{m}{3} \\ -\frac{m}{3} & m^2 - \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T - A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{9} & \frac{m}{3} \\ -\frac{m}{3} & m^2 - \frac{1}{9} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & m \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{9} & \frac{m-1}{3} \\ \frac{1-m}{3} & m^2 - m - \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{1}{9} & \frac{m-1}{3} \\ \frac{1-m}{3} & m^2 - m - \frac{1}{9} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{9} & -2 \\ 2 & n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{m-1}{3} = -2 \Rightarrow m = -5 \\ n = m^2 - m - \frac{1}{9} = 25 + 5 - \frac{1}{9} = 30 - \frac{1}{9} \Rightarrow 9n = 269 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 9n + m = 269 - 5 = 264$$

$$A - 2B = I \Rightarrow 2B = A - I \xrightarrow{\text{توان } 2}$$

$$2B^T = A^T - 2A + I \xrightarrow{A^T = 2A} 2B^T = I$$

$$\Rightarrow B^T = \frac{1}{2}I \Rightarrow B^6 = (B^T)^T = \left(\frac{1}{2}I\right)^T = \frac{1}{64}I$$

$$A^T = \alpha A + \beta I, A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ نکته: اگر } \alpha$$

$$\begin{cases} \alpha = a + d \\ \beta = -(ad - bc) \end{cases}$$

$$A^T = \alpha A + \beta I \Rightarrow A^T = \alpha A^T + \beta A \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 4 + 1 = 5 \\ \beta = -(4 - 6) = 2 \end{cases}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 12 \\ 18 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه‌ها} = 68$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس B^T برابر ۱۶ و مجموع درایه‌های ماتریس A^T برابر ۱۰ است.

در دو ماتریس مساوی باید درایه‌ها نظیر به نظیر برابر باشند.

$$a + b = b + 2 \Rightarrow a = 2$$

$$a + c = -1 \xrightarrow{a=2} 2 + c = -1 \Rightarrow c = -3$$

$$c + d = -d \xrightarrow{c=-3} -3 + d = -d \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

$$d + e = -e + 2 \xrightarrow{d=\frac{3}{2}} \frac{3}{2} + e = -e + 2 \Rightarrow 2e = \frac{1}{2} \Rightarrow e = \frac{1}{4}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{2e}{3} & 2d - 2 \\ c + 2 & a - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} & 2 \times \frac{3}{2} - 2 \\ -3 + 2 & 2 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{12} & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 22 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

و می‌دانیم این ماتریس از توان ۲ به بعد تمامی درایه‌هایش صفر است، بنابراین داریم:

$$A + A^T + A^5 + A^6 = A + A^T + \bar{O} + \bar{O}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 22 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 12 \\ 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

\Rightarrow حاصل جمع درایه‌های سطر اول = ۱۴

$$\begin{cases} c - 1 = 0 \Rightarrow c = 1 \\ a + c = 0 \Rightarrow a = -1 \\ a + 2b - 2 = 0 \Rightarrow -1 + 2b - 2 = 0 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{25}{4} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی} = 16 \times \frac{1}{4} \times \frac{25}{4} = 25$$

چون اتحاد جبری برای دو ماتریس A و B برقرار است بنابراین این دو ماتریس تعویض پذیرند.

$$AB = BA$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2 & y \\ 2x-1 & 2y \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2y & 2x-y \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AB = BA \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{y}{2} \\ y = \frac{y}{2} \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{y}{2}$$

بنابراین جریان اصلی مدار برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{60}{2/2 + 4/8} = \frac{60}{8} = 7.5A$$

با توجه به این که در مقاومت‌های موازی، شدت جریان با اندازه مقاومت رابطه عکس دارد، بنابراین اگر جریان گذرنده از مقاومت R' را برابر x در نظر بگیریم، شدت جریان گذرنده از مقاومت R_p برابر $4x$ خواهد بود، بنابراین:

$$x + 4x = 7.5 \Rightarrow 5x = 7.5 \Rightarrow x = \frac{7.5}{5} = 1.5A$$

بنابراین جریان گذرنده از مقاومت R_p برابر است با: $I_p = 4x = 4 \times 1.5 = 6A$
به کمک رابطه $P = RI^2$ ، توان مصرفی مقاومت R_p برابر است با:

$$P_p = R_p I_p^2 = 4 \times 6^2 = 144W$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R با هم مساوی بوده و برابر عددی است که ولتسنج نشان می‌دهد: $V_R = V_{باتری} = 16V$

بنابراین جریان گذرنده از مقاومت R که همان جریان اصلی مدار است، برابر

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{16}{4} = 4A$$

بنابراین: $V_{باتری} = \epsilon - Ir \Rightarrow 16 = \epsilon - 4 \times 1 \Rightarrow \epsilon = 16 + 4 = 20V$

با فرض ثابت ماندن مقاومت الکتریکی لامپ و با استفاده از رابطه توان $(P = \frac{V^2}{R})$ داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{180}{240}\right)^2 = \frac{9}{16} = 0.5625$$

بنابراین درصد تغییرات توان برابر است با:

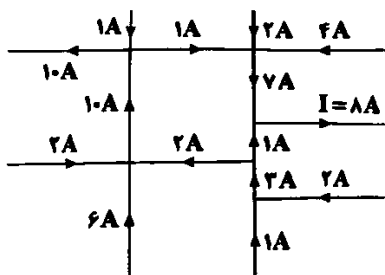
$$\frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{0.5625 P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = -43\%$$

باتوجه به رابطه توان و انرژی الکتریکی می‌توانیم بنویسیم:

$$W = Pt = \frac{1}{1000} kW \times 6 \times 30 = 1.8kWh$$

$$\text{ریال} = 1.8 \times 100 = 180$$

با توجه به قاعده انشعاب، مجموع جریان‌های ورودی به یک گره با مجموع جریان‌های خروجی از آن برابر است. با توجه به این قانون، جریان I برابر $8A$ و جهت آن به سمت راست خواهد بود.



مقاومت‌ها به صورت متوالی به هم بسته شده‌اند پس:

$$R_{eq} = R_1 + R_p \Rightarrow R_{eq} > R_p > R_1$$

چون شیب در نمودار $I-V$ برای هر رسا برابر با $\frac{1}{R}$ (عکس مقاومت) است، پس هرچه مقاومت R بزرگتر باشد، شیب آن کم‌تر است. در نتیجه گزینه (2) درست است.

قبل از بسته شدن کلید K شدت جریان عبوری از مدار، مساوی صفر است. بنابراین از نقطه A به صورت ساعتگرد حرکت می‌کنیم تا به نقطه B برسیم و $V_B - V_A$ را قبل از بسته شدن کلید K به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$V_A + 8 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = +8V$$

پس از بسته شدن کلید K جریان در مدار به صورت پادساعتگرد برقرار می‌شود ($\epsilon_3 > \epsilon_1 + \epsilon_2$). بنابراین ابتدا شدت جریان را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\epsilon_3 - (\epsilon_1 + \epsilon_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 - 20}{2 + 1 + 2} = 2A$$

از نقطه A مجدداً به صورت ساعتگرد حرکت می‌کنیم تا به نقطه B برسیم و $V_B - V_A$ را پس از بسته شدن کلید K به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$V_A + 8 + IR_1 + IR_2 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = 8 + 4 + 2 = 14V$$

بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B ، 6 ولت افزایش می‌یابد.

$$\frac{P_{خروجی}}{P_{تولیدی}} = \frac{\epsilon I - Ir^2}{\epsilon I} = \frac{\epsilon - rI}{\epsilon} = \frac{\Delta V_{AB}}{\epsilon}$$

$$= \frac{R_{eq} I}{(R_{eq} + r)I} = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + r} = 0.6$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 0.6 R_{eq} + 0.6 r \Rightarrow 0.4 R_{eq} = 0.6 r \Rightarrow R_{eq} = 1.5r$$

$$\xrightarrow{r=4\Omega} R_{eq} = 6\Omega$$

بنابراین:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 6 \Rightarrow \frac{2 \cdot R_2}{2 + R_2} = 6 \Rightarrow 2 \cdot R_2 = 18 + 6 R_2$$

$$\Rightarrow 24 R_2 = 18 \Rightarrow R_2 = \frac{18}{24} = 0.75\Omega$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{14 \times 14}{14 + 14} = \frac{14}{2} = 7\Omega$$

مقاومت‌های R_p و R_5 نیز با هم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها به

$$R_{2,5} = \frac{18 \times 18}{18 + 18} = \frac{18}{2} = 9\Omega$$

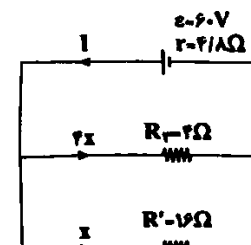
صورت زیر به دست می‌آید:

مقاومت‌های $R_{1,2}$ و $R_{2,5}$ با هم متوالی هستند و مقاومت معادل

$$R' = R_{1,2} + R_{2,5} = 7 + 9 = 16\Omega$$

آن‌ها برابر است با:

مدار را به صورت ساده‌شده زیر رسم می‌کنیم، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:



$$R_{eq} = \frac{R' \times R_2}{R' + R_2} = \frac{16 \times 4}{16 + 4} = 3.2\Omega$$

۲) افت پتانسیل درون باتری، برابر است با: $V' = rI$ (I)

و می‌دانیم: $I = \frac{\epsilon}{R+r}$ (II)

(I), (II) $\Rightarrow V' = r \times \frac{\epsilon}{R+r} = r \times \frac{24}{15+r} = 4V$

۱) $\frac{v_2}{h} = v_2 \frac{km}{h} \times \frac{10^3 m}{1km} = 2 \cdot \frac{m}{s}$

$v_2 \frac{km}{h} = v_2 \frac{km}{h} \times \frac{10^3 m}{1km} = 2 \cdot \frac{m}{s}$

$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times (20)^2 = 10000 J = 10 kJ$

نکته: این دو تبدیل سرعت بسیار پرکاربرد هستند، آن‌ها را به خاطر بسپاریم:

$v_2 \frac{km}{h} = 2 \cdot \frac{m}{s}$

$108 \frac{km}{h} = 3 \cdot \frac{m}{s}$

۳) رابطه انرژی جنبشی را به صورت مقایسه‌ای برای دو حالت می‌نویسیم:

$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{m_1=m_2} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$

$\Rightarrow \frac{K_1 + \frac{1}{4}K_1}{K_1} = \left(\frac{v_1 + 2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{16}{9} = \left(\frac{v_1 + 2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{v_1 + 2}{v_1}$

$\Rightarrow 4v_1 = 3v_1 + 6 \Rightarrow v_1 = 6 \frac{m}{s}$

۲) ۲۰ متر تغییر ارتفاع جسم است، نه جابه‌جایی. از رابطه سینوس داریم:

$\sin \theta = \frac{h}{d} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{20}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{20}{d} \Rightarrow d = 40 m$

دقت کنید که زاویه بین نیرو و جابه‌جایی برابر 180° است ($\cos 180^\circ = -1$).

$W = Fd \cos \theta \Rightarrow W = 5 \times 40 \times (-1) = -200 J$ بنابراین:

۳) از رابطه کار نیروی ثابت داریم:

$W_F = (F \cos \theta)d = 400 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = 400\sqrt{2} J$

۱) انرژی جنبشی یک کمیت نرده‌ای است، بنابراین جهت سرعت، تأثیری در مقدار آن ندارد، در نتیجه:

$$\begin{cases} K_A = \frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2}(2m)(v)^2 = mv^2 \\ K_B = \frac{1}{2}m_B v_B^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}\right)(2v)^2 = mv^2 \Rightarrow K_A = K_B < K_C \\ K_C = \frac{1}{2}m_C v_C^2 = \frac{1}{2}(m)(2v)^2 = 2mv^2 \end{cases}$$

۳) انرژی جنبشی را در دو حالت برهم تقسیم می‌کنیم:

$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}m_2 v_2^2}{\frac{1}{2}m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}$

۲) با توجه به رابطه محاسبه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times v^2 \Rightarrow v^2 = 40 \Rightarrow v = 2\sqrt{10} \frac{m}{s}$

۲) ابتدا باید ببینیم که مقاومت معادل برای گرفتن سرق $20 A$ چند اهم است:

$V = R_{eq} I \Rightarrow 120 = R_{eq} \times 20 \Rightarrow R_{eq} = 6 \Omega$

می‌بینیم که مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌ها کم‌تر است. پس مقاومت‌ها به صورت موازی به هم متصل شده‌اند، در نتیجه:

$R_{eq} = \frac{R}{n} \Rightarrow 6 = \frac{20}{n} \Rightarrow n = 5$

پس حداقل باید ۵ مقاومت ۲۰ اهمی را به صورت موازی به هم وصل کنیم.

۲) $I = \frac{\epsilon}{R+r} \begin{cases} R_1 = 2\Omega \rightarrow I_1 = \frac{\epsilon}{2+r} \\ R_2 = 12\Omega \rightarrow I_2 = \frac{\epsilon}{12+r} \end{cases} \xrightarrow{I_2 = \frac{1}{3}I_1} \frac{\epsilon}{12+r} = \frac{1}{3} \times \frac{\epsilon}{2+r}$

$\Rightarrow 12+r = 9+3r \Rightarrow 2r = 4 \Rightarrow r = 2 \Omega$

۳) چون مقادیر ϵ و r ثابت هستند، با کاهش مقدار R طبق رابطه $I = \frac{\epsilon}{R+r}$ مقدار جریان (عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد) افزایش می‌یابد از طرفی با افزایش جریان، مقدار افت پتانسیل درون باتری (Ir) نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه طبق رابطه $V = \epsilon - Ir$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری (مقاری که ولتسنج نمایش می‌دهد)، کاهش می‌یابد.

۲) $U = P \Delta t \xrightarrow{P=RI^2} U = RI^2 \Delta t \xrightarrow{I = \frac{q}{\Delta t}} U = R \frac{q^2}{\Delta t^2} \Delta t$

$\Rightarrow U = R \frac{q^2}{\Delta t}$

$\Rightarrow 5000 = 2 \times \frac{(250)^2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{2 \times (250)^2}{5000} = 25 s$

۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی در دو حالت یکسان است، پس از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ به شکل مقایسه‌ای استفاده می‌کنیم، بنابراین:

$P = \frac{V^2}{R_{eq}} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_{eq1}}{R_{eq2}} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow P_2 = \frac{1}{2}P_1 \xrightarrow{P_1 = 81W} P_2 = \frac{1}{2} \times 81 = 40.5 W$

۱) ابتدا مقاومت‌های دو لامپ را مقایسه می‌کنیم:

$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\text{یکسان } \rho} \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$

$\xrightarrow{A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

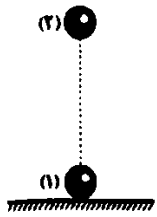
برای مقایسه روشنایی لامپ‌ها، توان مصرفی آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{R_A}{R_B} \times \left(\frac{I_A}{I_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{1}{2} \times (2)^2 = 2$

$\Rightarrow P_A > P_B$

چون توان مصرفی لامپ A بیشتر است، پس لامپ A پرنورتر است.

۲ نقطه لوج، جایی است که گلوله بیشترین ارتفاع را از سطح زمین دارد و در آن نقطه تندی گلوله به صورت لحظه‌ای صفر می‌شود. با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 \Rightarrow h_2 = \frac{v_1^2}{2g} \quad (I)$$

با افزایش ۲۰ درصدی تندی اولیه داریم:

$$v_1' = v_1 + \frac{20}{100}v_1 = 1.2v_1$$

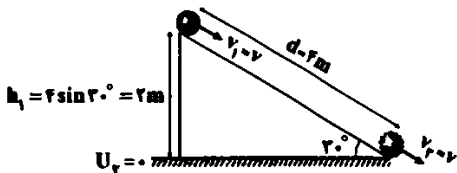
$$h_2' = \frac{v_1'^2}{2g} \quad (II)$$

بنابراین با توجه به روابط (I) و (II) داریم:

$$\frac{h_2'}{h_2} = \frac{\frac{v_1'^2}{2g}}{\frac{v_1^2}{2g}} = \frac{v_1'^2}{v_1^2} \xrightarrow{v_1' = 1.2v_1} \frac{h_2'}{h_2} = \left(\frac{1.2v_1}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{h_2'}{h_2} = 1.44$$

۳ چون نیروی اصطکاک وجود دارد، انرژی مکانیکی پایسته نیست. با توجه به شکل زیر داریم:



$$W_{fk} = E_2 - E_1 = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$$

$$\Rightarrow W_{fk} = (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1)$$

چون جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند، انرژی جنبشی آن در دو حالت یکسان است، پس:

$$\frac{K_1 = K_2}{U_2 = 0} \rightarrow W_{fk} = 0 + 0 - U_1 = -mgh_1 = -2 \times 10 \times 2 = -40 \text{ J}$$

۴ سرعت متوسط جسم از رابطه $\bar{v}_{av} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t}$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$\bar{v}_{av} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{42 - 12}{8 - 2} = \frac{30}{6} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به این‌که تندی متوسط متحرک در همین بازه زمانی ۹ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، بنابراین $s_{av} > |v_{av}|$.
بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی از اندازه جابه‌جایی آن در همین بازه زمانی بیشتر است، بنابراین جهت حرکت جسم حداقل یک بار تغییر کرده است.

۲ سرعت تقویه اتومبیل برابر است با $v_2 = v_1 - \frac{1}{5}v_1 = \frac{4}{5}v_1$.
بنابراین طبق رابطه انرژی جنبشی ($K = \frac{1}{2}mv^2$) داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{m_2 = m_1}{v_2 = \frac{4}{5}v_1}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow K_2 = \frac{16}{25}K_1$$

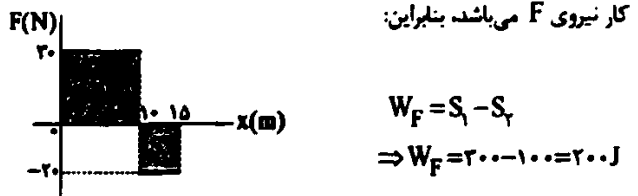
بنابراین درصد تغییرات انرژی جنبشی اتومبیل برابر است با:

$$\frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{16}{25}K_1 - K_1}{K_1} \times 100$$

$$= -\frac{9}{25} \times 100 = -36\%$$

بنابراین انرژی جنبشی اتومبیل ۳۶ درصد کاهش یافته است.

۳ مساحت محصور بین نمودار نیرو - مکان و محور مکان، برابر با کار نیرو \bar{F} می‌باشد. بنابراین:



۲ بیشینه اندازه کار انجام شده توسط نیرو زمانی ایجاد می‌شود که نیرو و جابه‌جایی هم جهت باشند در این صورت می‌توان این مقداری را حساب کرد.
 $W_{max} = Fd = 50 \times 5 = 250 \text{ J}$

بنابراین اندازه کار می‌تواند از صفر تا ۲۵۰ تغییر کند.

۳ تنها نیروی وارد بر جسم، نیروی ۲ نیوتونی در جهت حرکت جسم است. از رابطه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow Fd \cos \theta = K_2 - K_1$$

$$\xrightarrow{\cos \theta = 1} \frac{K}{K = \frac{1}{2}mv^2} \rightarrow Fd = K_2 - \left(\frac{1}{2}mv_1^2\right) \Rightarrow 2 \times 16 = 81 - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}v_1^2\right)$$

$$\Rightarrow 32 = 81 - \frac{1}{4}v_1^2 \Rightarrow \frac{1}{4}v_1^2 = 49 \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} \frac{1}{2}v_1 = 7$$

$$\Rightarrow v_1 = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱ با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\frac{W_{t(AB)}}{W_{t(BC)}} = \frac{\Delta K_{(AB)}}{\Delta K_{(BC)}} = \frac{K_B - K_A}{K_C - K_B} = \frac{\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)}{\frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2)}$$

$$\xrightarrow{v_A = 0, v_B = v, v_C = 2v} \frac{W_{t(AB)}}{W_{t(BC)}} = \frac{v^2 - 0}{(2v)^2 - v^2} = \frac{v^2}{3v^2} = \frac{1}{3}$$

۴ کار نیروی وزن به مسیر جابه‌جایی بستگی ندارد و تنها به اختلاف ارتفاع مبدأ و مقصد وابسته است. نقطه B را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم، بنابراین:

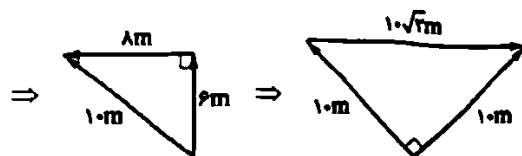
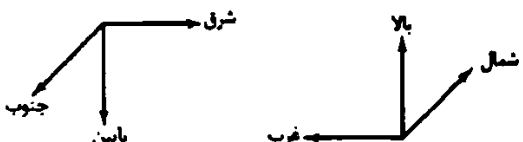
$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -mg(h_B - h_A) = -4 \times 10 \times (0 - 5) = 200 \text{ J}$$

۳ برای به دست آوردن تندی متوسط نیاز به داشتن مجموع طول‌هایی که مگس طی کرده است، داریم

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \text{شمال} \Rightarrow l_1 = 10 \times 1 = 10 \text{ m} \\ \text{غرب} \Rightarrow l_2 = 4 \times 2 = 8 \text{ m} \\ l_3 \Rightarrow l_4 = 6 \times 1 = 6 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow l_{\text{کل}} = l_1 + l_2 + l_3 = 10 + 8 + 6 = 24 \text{ m}$$

حال جابه‌جایی مگس را محاسبه می‌کنیم:



$$\frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t}}{\frac{1}{\Delta t}} = \frac{\Delta x}{1} = \frac{10\sqrt{2}}{24} = \frac{5\sqrt{2}}{12}$$

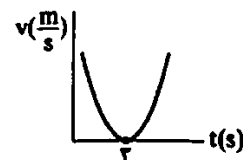
۴ تا زمانی که متحرک تغییر جهت نداده است، تندی متوسط

متحرک با اندازه سرعت متوسط آن برابر است. زمانی که متحرک تغییر جهت می‌دهد، مسافت پیموده‌شده توسط متحرک بیشتر از جابه‌جایی آن می‌شود. بنابراین تندی متوسط متحرک بیشتر از اندازه سرعت متوسط متحرک می‌شود.

$$v = 2t^2 - 12t + 18 \xrightarrow{v=0} 2t^2 - 12t + 18 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 6t + 9 = 0 \Rightarrow (t-3)^2 = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

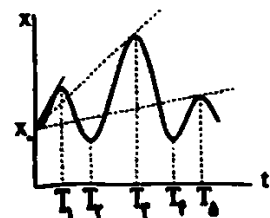
$t = 3 \text{ s}$ ریشه مضاعف است و v همواره مثبت است. بنابراین متحرک هیچ‌گاه تغییر جهت نداده است.



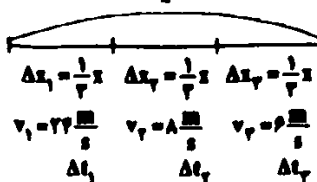
۱ سرعت متوسط از رابطه $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آید. از این

رابطه می‌توان فهمید شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار مکان-زمان همان سرعت متوسط متحرک می‌باشد.

با توجه به شکل زیر، ملاحظه می‌شود که این شیب در نزدیکی نقطه T_1 حداکثر است.



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$



$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1}, \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_2}, \Delta t_3 = \frac{\Delta x_3}{v_3}$$

$$\Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\frac{1}{3}x}{24}, \Delta t_2 = \frac{\frac{1}{3}x}{8}, \Delta t_3 = \frac{\frac{1}{3}x}{6}$$

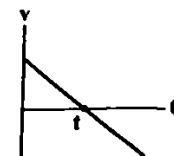
$$\Rightarrow \Delta t_1 = \frac{x}{72}, \Delta t_2 = \frac{x}{24}, \Delta t_3 = \frac{x}{18}$$

$$\frac{x}{\frac{x}{72} + \frac{x}{24} + \frac{x}{18}} = \frac{x}{\frac{x + 3x + 4x}{72}} = \frac{x}{\frac{8x}{72}} = \frac{x}{\frac{2x}{9}} = \frac{9x}{2x} = 4.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲ تنها عبارت «د» درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) اگر بردار شتاب و سرعت هم‌جهت باشند، اندازه سرعت جسم در حال افزایش است، حتی اگر شتابش در حال کاهش باشد. (*)



(ب) مطلق نمودار مقلد، در حرکت با شتاب مثبت کندشونده، متحرک در لحظه t تغییر جهت می‌دهد

ولی هم‌چنان شتاب آن مثبت است. (*)

(ج) اگر متحرکی در مکان‌های مثبت

باشد، سه حالت را می‌توان برای

حرکت آن بررسی کرد. متحرک از مبدأ

مکان دور شود، یعنی در جهت محور

x حرکت کند، به مبدأ مکان نزدیک

شود، یعنی در خلاف جهت محور x حرکت کند و یا ساکن باشد. (*)

(د) اگر حاصل ضرب مکان متحرک در سرعت متحرک، منفی باشد، جسم در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. (✓)

(ه) زمانی که متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکانش تغییر جهت می‌دهد. (*)

۲ برای محاسبه سرعت متوسط زمانی که حرکت در چند مرحله

اتفاق افتاده باشد، از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$ استفاده می‌کنیم. در صورت

سؤال درباره جابه‌جایی‌ها در زمان‌های Δt_1 و Δt_2 صحبت شده است، بنابراین با توجه به رابطه حرکت با سرعت ثابت، در هر بازه زمانی، رابطه مذکور به

$$v_{av} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \text{ به کار برده می‌شود.}$$

باید توجه کرد در محاسبه سرعت متوسط، زمان توقف هم در زمان کل محاسبه می‌شود، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow 40 = \frac{(60 \times \Delta t_1) + (0 \times 0.5)}{\Delta t_1 + (0.5)}$$

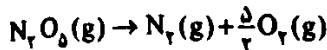
$$\Rightarrow 40 \Delta t_1 + 20 = 60 \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = 1 \text{ h}$$

$$\Delta x = v_1 \Delta t_1 \Rightarrow \Delta x = 60 \times 1 = 60 \text{ km}$$

بنابراین:

دقت کلید زمانی که هم در صورت و هم در مخرج زمان وجود دارد نیاز به تبدیل واحد نیست. (چرا؟)

۴ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



اگر واکنش (b) را با معکوس واکنش (c) جمع کرده و سپس واکنش (a) را در $\frac{1}{2}$ ضرب کرده و با آن‌ها جمع کنیم، به واکنش هدف می‌رسیم:

$$\begin{aligned} \Delta H(\text{هدف}) &= \Delta H_b + (-\Delta H_c) + \left(\frac{1}{2}\Delta H_a\right) \\ &= (-77) + (+249) + \left(-\frac{1}{2}(572)\right) = -14 \text{ kJ} \end{aligned}$$

۲ عبارتهای اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

- کلسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است. بنابراین هر سه خوراکی فاقد کلسترول هستند.
- به محاسبات زیر توجه کنید:

$$\begin{aligned} ? \text{ min} &= \frac{5}{100} \times 25 \text{ g بادام} \times \frac{579 \text{ kcal}}{100 \text{ g بادام}} \times \frac{1 \text{ h}}{190 \text{ kcal}} \\ &\times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 22 \text{ min} \end{aligned}$$

۲ عبارتهای دوم و سوم درست‌اند.

بررسی عبارتهای نادرست:

- عبارت اول: قلووت گردی مغزی است که زودتر از مغز خوراکی‌ها فاسد می‌شود.
- عبارت چهارم: حذف اکسیژن از محیط نگهداری مواد غذایی سبب افزایش زمان ماندگاری و بهبود کیفیت آن‌ها خواهد شد.

۲ • افزایش دما (گرم کردن) سبب افزایش سرعت همه واکنش‌های شیمیایی می‌شود.

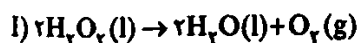
- افزایش فشار فقط بر روی واکنش‌هایی مؤثر است که حداقل یک واکنش دهنده گازی دارند.

- استفاده از پودر منیزیم به جای براده آن، سبب بیشتر شدن سطح تماس واکنش دهنده‌ها شده و احتمال برخورد آن‌ها با هم را افزایش می‌دهد.

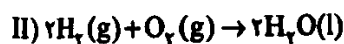
- افزودن سدیم هیدروکسید (باز) به مخلوط واکنش دهنده سبب مصرف اسید $HCl(aq)$ و کاهش غلظت آن و در نتیجه کاهش سرعت واکنش می‌شود.
- افزایش حجم بدون تغییر در غلظت محلول سبب افزایش سرعت واکنش نمی‌شود.

۳ هر دو واکنش مورد اشاره در سؤال، گرماده هستند. مطابق

داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



$$\Delta H = 2 \text{ mol } H_2O_2 \times \frac{24 \text{ g } H_2O_2}{1 \text{ mol } H_2O_2} \times \frac{-14/7 \text{ kJ}}{5/1 \text{ g } H_2O_2} = -196 \text{ kJ}$$



$$\Delta H = 2 \text{ mol } H_2 \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{142 \text{ kJ}}{1 \text{ g } H_2} = -572 \text{ kJ}$$

برای رسیدن به واکنش هدف، کالسیست واکنش (II) را با طرورنه واکنش (I) جمع کرده و حاصل را

۱ در حرکت با سرعت ثابت (یکنواخت) جابه‌جایی، متناسب با

زمان است یعنی:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v: \text{ ثابت}} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$$

با توجه به این‌که اندازه جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 7s$ برابر با $41m$ است بنابراین در هر بازه زمانی ۵ ثانیه‌ای دیگر نیز اندازه جابه‌جایی آن برابر با $41m$ خواهد بود.

۴ هنگامی فاصله بین دو خودرو به بیشترین مقدار خود می‌رسد

که خودروی با سرعت بیشتر به مقصد رسیده باشد بنابراین ابتدا زمان رسیدن این خودرو به مقصد را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_A = v_A \Delta t \Rightarrow 260 = 20 \Delta t_A \Rightarrow \Delta t_A = 13s$$

حال محاسبه می‌کنیم که خودروی دیگر در مدت زمان ۱۸ ثانیه چه مسافتی را طی کرده است:

$$\Delta x_B = v_B \Delta t \Rightarrow \Delta x_B = 15 \times 18 = 270m$$

اختلاف جابه‌جایی دو خودرو معادل با فاصله بین آن‌ها است:

$$\Delta x_A - \Delta x_B = 260 - 270 = -10m$$

۲ دقت کنید واحدی که برای شکل استفاده شده است، km

است. با توجه به این موضوع در لحظه $t = 0$ متحرک در مکان $x_A = 0/02 \text{ km}$ قرار دارد. پس مکان اولیه متحرک برابر است با:

$$x_0 = 0/02 \text{ km} = 20m$$

با توجه به این‌که اندازه سرعت متحرک ثابت و برابر با $2 \frac{m}{s}$ و جهت آن به سمت منفی محور xها است، داریم:

$$v = -2 \frac{m}{s} \Rightarrow x(t) = vt + x_0 \Rightarrow x(t) = -2t + 20$$

نمودار $x(t) = -2t + 20$ را با کمک دو نقطه رسم می‌کنیم:

$$\begin{cases} t = 0 \Rightarrow x = 20m \\ t = 1s \Rightarrow x = -2(1) + 20 = 18m \end{cases}$$

۱ عبارتهای دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

- افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیتروات باعث تشکیل سریع رسوب سفیدرنگ نقره کلرید می‌شود.

- فلزهای قلیایی سدیم و پتاسیم در شرایط یکسان با آب سرد به شدت واکنش می‌دهند، اما سرعت واکنش آن‌ها متفاوت است.

۲ گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال و

واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند مناسب است.

۴ گاز متان به گاز مرداب معروف است زیرا نخستین بار از سطح

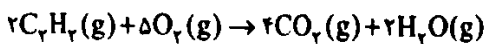
دب‌ها جمع‌آوری شده است.

۲ از سوختن کامل یک مول اتان (C_2H_6) همانند یک مول اتانول (C_2H_5OH)، ۵ مول فرآورده (۲ مول CO_2 و ۳ مول H_2O) تولید می‌شود. هم‌چنین نقطه جوش اتان کم‌تر از اتانول است. سایر ویژگی‌های اشاره شده در اتان بیشتر از اتانول است.

۲ به جز عبارت سوم، سایر عبارات درست هستند.

نخستین عضو خانواده الکان‌ها (متان) از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب تولید می‌شود.

۱ معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل استیلن به صورت زیر است:



$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 400 \times 2 \times (90 - 30) = 48000 J = 48 kJ$$

$$? \text{ mol } O_2 = 48 kJ \times \frac{1 g C_2H_2}{50 kJ} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_2}{26 g C_2H_2} \times \frac{5 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } C_2H_2}$$

$$= 0.92 \text{ mol } O_2$$

۲ بررسی عبارات نادرست:

پ) منابع زمینی هلیوم از هواکره سرشارتر و برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی مناسب‌ترند.

ت) هلیوم موجود در گاز طبیعی بدون مصرف وارد هواکره می‌شود.

۳ به جز عبارت نخست، سایر عبارات درست هستند.

شکل داده شده، برهم کنش هواکره با زیست‌کره را نشان می‌دهد.

مولکول‌های A، X، D و E به ترتیب N_2 ، CO_2 ، O_2 و H_2O هستند.

۳ به جز عبارت دوم، سایر عبارات نادرست هستند.

بررسی عبارات:

• گاز CO بسیار سمی است.

• در ساختار لوویس گاز CO همانند N_2 ، یک پیوند سه‌گانه و دو جفت

الکترون ناپیوندی وجود دارد:



• گاز CO، بی‌بو است.

• مولکول‌های CO پس از اتصال به هموگلوبین از رسیدن اکسیژن به

بافت‌های بدن جلوگیری می‌کنند. این ویژگی باعث مسمومیت می‌شود و سامانه

عصبی را فلج می‌کند.

۳ بوکسیت، سنگ معدن آلومینیم است که شامل Al_2O_3 و

مقادیری ناخالصی است.

۳ عبارات‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارات نادرست:

• بسیاری از واکنش‌های شیمیایی مانند فرسایش سنگ و صخره، زنگ زدن،

فساد مواد غذایی و ... که پیوسته پیرامون ما رخ می‌دهند، به دلیل تمایل زیاد

اکسیژن برای انجام واکنش است.

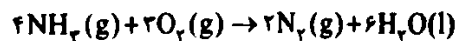
۲ مقدار گرمای حاصل از سوختن ۵/۶ گرم اتن (C_2H_2) برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = 2500 \times 4/2 \times (52 - 25) = 282500 J = 282.5 kJ$$

در صورتی که یک مول اتن بسوزد گرمای حاصل برابر است با:

$$? kJ = 1 \text{ mol } C_2H_2 \times \frac{28 g C_2H_2}{1 \text{ mol } C_2H_2} \times \frac{282.5 kJ}{5/6 g C_2H_2} = 1417.5 kJ$$

۱ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، کفایت تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کنیم:

✓ ضرایب واکنش c را در ۲ ضرب کنیم.

✓ ضرایب واکنش b را در ۳ ضرب کنیم.

✓ واکنش b را وارونه و ضرایب آن را در ۶ ضرب کنیم.

سپس هر سه واکنش را با هم جمع می‌کنیم.

$$\Delta H(\text{هدف}) = 2\Delta H_c + 3\Delta H_b - 6\Delta H_a = 2(-1010)$$

$$+ 3(-572) - 6(-288) = -1528 kJ$$

ΔH به دست آمده مربوط به واکنش سوختن ۴ مول گاز آمونیاک است.

در صورتی که یک مول آمونیاک بسوزد، گرمای آزاد شده برابر است با:

$$\frac{-1528}{4} = -382 kJ$$

۱

$$Q = mc\Delta\theta = 1 kg \times 4/2 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1} \times (95 - 20)^\circ C = 215 kJ$$

مطابق داده‌های سؤال مقدار گرمای حاصل از سوختن اتان برابر است با:

$$215 \times \frac{100}{80} = 268.75 kJ$$

$$? \text{ mol } C_2H_6 = 268.75 kJ \times \frac{1 g C_2H_6}{52 kJ}$$

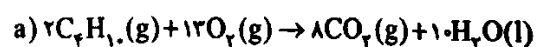
$$\times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{30 g C_2H_6} = 0.25 \text{ mol } C_2H_6$$

۱ تفاوت فرمول مولکولی CH_4 و C_2H_8 ، دو برابر تفاوت فرمول

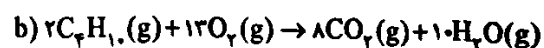
مولکولی C_2H_8 و C_4H_{16} است. بنابراین آنتالپی سوختن $C_4H_{16}(g)$ در

دمای $25^\circ C$ به طور تقریبی برابر است با:

$$-2230 - \frac{1}{4}(2230 - 890) = -2900 kJ \cdot mol^{-1}$$



$$\Delta H = 2(-2900) = -5800 kJ$$



$$\Delta H = ?$$

آنتالپی واکنش (b) بیشتر از آنتالپی واکنش (a) است. زیرا سطح

انرژی $H_2O(g)$ بالاتر از $H_2O(l)$ است. تفاوت آنتالپی دو واکنش (a)

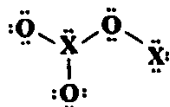
و (b) به اندازه آنتالپی تبخیر ۱۰ مول آب است:

۲) به جز یون N^{2+} سایر یون‌ها در لایه‌های بالای هواکره وجود دارند

۲) ارتفاع تقریبی لایه تروپوسفر در حدود ۱۱/۵ کیلومتر است.

۲) با قرار دادن جفت الکترون‌های ناپیوندی، ساختار لوویس

مولکول X_2O_3 به صورت زیر خواهد بود:



مجموع شمار الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی موجود در ساختار برابر با ۳۲ الکترون است.

$$32 = (\text{شمار الکترون‌های ظرفیتی } X) + (\text{شمار الکترون‌های ظرفیتی } O) \\ \Rightarrow 32 = (2 \times X) + (2 \times 6) \Rightarrow X = 7$$

اتم X دارای ۷ الکترون ظرفیتی است و عدد اتمی ۱۷ را می‌توان به آن نسبت داد.

۱) بررسی سایر گزینه‌ها،

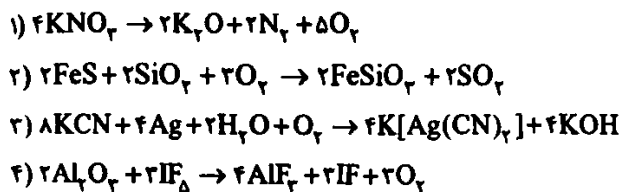
۲ و ۳) فرمول اکسید فلز روی به صورت ZnO و فرمول اکسید فلز مس به صورت CuO و یا Cu_2O است.

۴) فرمول اکسید فلز منیزیم به صورت MgO است.

۱) ۲۳

در هر چهار واکنش عنصر A ، گاز اکسیژن (O_2) است.

معادله موازنه‌شده هر چهار واکنش در زیر آمده است:



۲) فرمول شیمیایی اوره و اتیلن گلیکول به ترتیب به

صورت $C_2H_4(OH)_2$ و $CO(NH_2)_2$ بوده و این دو ترکیب به ترتیب

دارای ۸ و ۱۰ اتم هستند. مطابق داده‌های سؤال شمار مول‌های اوره، $\frac{1}{8}$

یا $\frac{1}{25}$ برابر شمار مول‌های اتیلن گلیکول است.

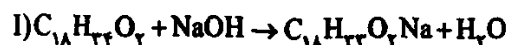
$$\frac{\text{جرم اوره}}{\text{جرم مولی اوره}} = \frac{1}{25} \times \frac{\text{جرم مولی اتیلن گلیکول}}{\text{جرم مولی اتیلن گلیکول}} = \frac{1}{25} \times \frac{60}{62} = \frac{1}{21}$$

۲) صابون از طریق بخش‌های قطبی و ناقطبی خود با آب و جریب

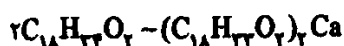
جاذبه برقرار می‌کند، اما با آن‌ها واکنش نمی‌دهد.

۱) با توجه به ساختار داده شده فرمول اسید چرب به صورت

$C_{18}H_{33}O_2$ است.



اگر ضرایب واکنش (I) را در عدد ۲ ضرب کنیم، می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:



$$\frac{84/62 \times \frac{100}{100} \times \frac{R_{II}}{100}}{2 \times 282} = \frac{26/126}{1 \times 60.2} \Rightarrow \%R_{II} = 50$$

۱) فقط مورد آخر درست است.

N_2O : دی‌نیتروژن مونواکسید

ZnO : روی اکسید

$SiBr_4$: سیلیسیم تترا برمید

Co_3N_2 : کالت (II) نیتريد

۲) به هر عبارت سوم، سایر عبارتها درست هستند.

بررسی‌های دلفتمندان برای هوای به دام افتاده، درون بلورهای یخ در یخچال‌های قطبی و نیز سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازنده هواکره تقریباً ثابت مانده است.

۱) ۳۸

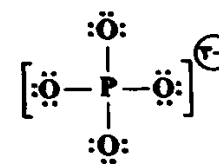
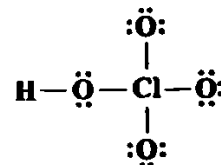
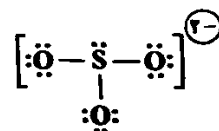
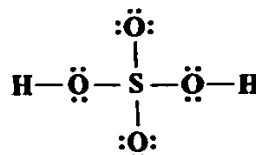
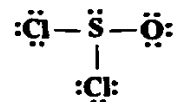
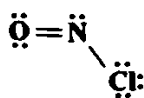
• در دماهای $0^\circ C$ و $-78^\circ C$ به ترتیب H_2O و CO_2 به حالت جامد در می‌آیند.

• از دماهای $-183^\circ C$ تا $-196^\circ C$ ، گازهای O_2 ، Ar و N_2 به حالت مایع در می‌آیند.

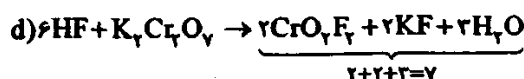
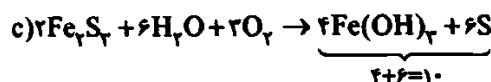
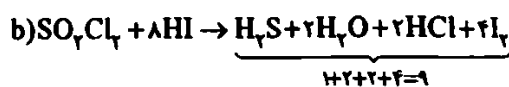
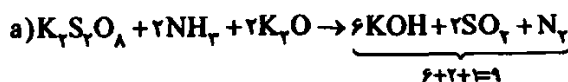
• در دمای $-23^\circ C$ ، هلیوم هم‌چنان به حالت گازی است.

۴) در ساختار لوویس تمامی گونه‌ها به جز $NOCl$ تمامی

پیوندها یگانه است:



۱) معادله موازنه‌شده هر واکنش در زیر آمده است:



۲ بررسی سایر طرزها،

(۱) واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، یک واکنش گرماده بوده و طی آن گاز H_2 تولید می‌شود.

(۲) برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک می‌افزایند.

(۴) یاخته‌های دیواره معده با ورود مواد غذایی به آن، هیدروکلریک اسید ترشح می‌کنند.

۴ با این‌که می‌توان اسید و باز را براساس مدل آرنیوس تشخیص داد اما نمی‌توان درباره میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهارنظر کرد.

از آن‌جا که محلول آبی Rb_4O ، یک محلول بازی و محلول آبی HCN ، اسیدی است می‌توان بر پایه مدل آرنیوس توجه کرد که غلظت $[H_3O^+]$ در محلول آبی Rb_4O از محلول آبی HCN ، کم‌تر است.

از آن‌جا که یونش اسید (۳) به طور کامل انجام شده، یک اسید قوی محسوب می‌شود. یونش جزئی اسیدهای (۱) و (۲) نیز نشان می‌دهد که این دو اسید جزو اسیدهای ضعیف هستند البته اسید (۱) در مقایسه با اسید (۲) ضعیف‌تر است.

۲ از آن‌جا که یونش اسید (۳) به طور کامل انجام شده، یک اسید قوی محسوب می‌شود. یونش جزئی اسیدهای (۱) و (۲) نیز نشان می‌دهد که این دو اسید جزو اسیدهای ضعیف هستند البته اسید (۱) در مقایسه با اسید (۲) ضعیف‌تر است.

عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها،

• محلول (۳) یک اسید قوی است و ثابت یونش آن باید بسیار بزرگ باشد.

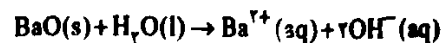
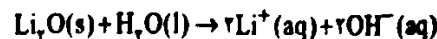
• اسیدهای موجود در باران اسیدی (HNO_3 ، H_2SO_4) جزو اسیدهای قوی هستند.

• هیدروسیانیک اسید همانند استیک اسید جزو اسیدهای ضعیف بوده و ثابت یونش HCN در مقایسه با CH_3COOH کوچک‌تر است.

• محلول آبی ضدیخ (اتیلن گلیکول در آب) غیرالکترولیت بوده و فاقد رسانایی الکتریکی است.

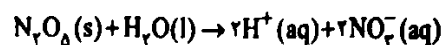
۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند**بررسی عبارت‌ها،**

• هر هر کدام از ظرف‌های حاوی Li_2O و BaO ، ۲ مول یون OH^- تولید می‌شود:



• شمار یون‌های موجود در محلول حاوی Li_2O و در نتیجه رسانایی الکتریکی آن بیشتر از محلول حاوی BaO است.

• هر ظرف حاوی N_2O_5 ، ۲ مول یون هیدرونیوم و در ظرف حاوی SO_3 ، کمتر از ۲ مول یون هیدرونیوم تولید می‌شود زیرا HNO_3 یک اسید قوی است.



لما یونش مرحله دوم H_2SO_4 برخلاف مرحله اول آن، جزئی و ناقص است.

• SO_3 یک ترکیب گازی شکل ولی سه ترکیب دیگر، به حالت جامدند.

۲ مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$		
غلظت اولیه	M	• •
غلظت تعادلی	M-x	x x

$$4/5(x+x) = 1/8 \Rightarrow x = 0.12 \text{ mol/L}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{0.12}{M} = 0.4 \Rightarrow M = 0.3 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{(x)(x)}{M-x} = \frac{(0.12)(0.12)}{0.3-0.12} = 0.08$$

۱ فقط عبارت سوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست،

• در زندگی روزانه با انواع اسیدها سر و کار داریم که برخی قوی و اغلب آن‌ها ضعیف هستند.

• اسیدهای قوی را می‌توان محلولی شامل یون‌های آب پوشیده دانست. به طوری که در آن‌ها تقریباً مولکول‌های یونیده نشده یافت نمی‌شود.

• بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می‌کنند اما به آن نیز آسیب می‌رسانند.

۱ فورمیک اسید ($HCOOH$) در مقایسه با استیک اسید

(CH_3COOH)، اسید قوی‌تری است.

عبارت‌های سوم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست،

• اگر درجه یونش هر کدام از اسیدها را ناچیز در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{[H^+]_{\text{اسید}}}{[H^+]_{\text{استیک}}} = \frac{\sqrt{M \cdot K_a}}{\sqrt{M \cdot K_a}} = \sqrt{10}$$

• فقط سرعت گاز H_2 تولید شده در ظرف فورمیک اسید بیشتر است.

• مجموع غلظت مولی گونه‌ها در ظرف حاوی فورمیک اسید که اسید قوی‌تری

فست‌هسته بیشتر خواهد بود.