

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

مرحله پنجم

پایه دوازدهم

تاریخ برگزاری: ۶/مهر/۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

ویژگی‌های برنامه رهیبری آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۱۴۰۳-۰۴

- ۱- دوره دروس پایه دهم
- ۲- دوره دروس پایه یازدهم
- ۳- مطالعه بخشی از دروس پایه دوازدهم
- ۴- امکان انتخاب فرآیند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه	مرحله	اول ۱۳ تیر	دوم ۵ مرداد	سوم ۲۶ مرداد	چهارم ۱۶ شهریور	پنجم ۶ مهر
دهم	-	✓	✓	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	-	-	✓	✓	-

با توجه به موارد فوق دفتر چه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است.

هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پلن کار برای انتخاب کرده است) پاسخ دهد.

آزمون تعیین سطح (جامع پایه یازدهم) در تاریخ ۱۳ تیر ۱۴۰۳ برگزار شده است؛ چنانچه نتوانستید در این آزمون شرکت کنید، امکان برگزاری این آزمون به صورت آنلاین فراهم است.

آزمون مرحله پنجم (همین دفتر چه ای که در دست دارید) به عنوان ایستگاهی برای دوره دروس پایه یا تعیین سطح می باشد.

شروع مجدد دوازدهم از مهر



پایه دهم

چنان چه پایه دهم را در پند کار بری خود انتخاب کرده اید، به سوالات این دفتر چه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

بودجه بندی دروس	هندسه	حسابان و ریاضیات پایه
	هندسه (۱) کل کتاب صفحه ۹ تا ۹۶	ریاضی (۱) کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۷۰
	شیمی	فیزیک
	شیمی (۱) کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۲۲	فیزیک (۱) کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۴۹

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۲۰ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	ریاضی
۲۰ دقیقه	۲۰	۱۱	۱۰	هندسه
۲۵ دقیقه	۴۰	۲۱	۲۰	فیزیک
۲۰ دقیقه	۵۵	۴۱	۱۵	شیمی
۸۵ دقیقه		۵۵ سؤال		مجموع

ریاضی دهم

۱- اگر $a = \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1}{3}a^3 + a^2 + a$ کدام است؟

- $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

۲- جمله عمومی یک دنباله خطی است. به طوری که $a_n = (a_3 - 6)n - a_1$. واسطه حسابی بین a_7 و a_{13} کدام است؟

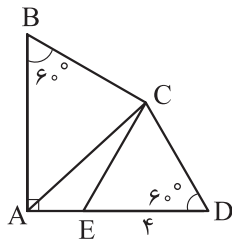
- ۳۴ (۱) ۳۶ (۲) ۳۸ (۳) ۴۰ (۴)

۳- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، جمله سوم از جمله اول، ۲۰ واحد بیشتر و از جمله پنجم، ۴۵ واحد کم تر است. اگر

$$t_1 - t_8 = k \left(\frac{3}{7}\right)^5$$

- ۴۵ (۱) ۳۵ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴)

۴- در شکل مقابل، مساحت مثلث CDE برابر $5\sqrt{3}$ و $DC = BC$ است. طول پاره خط AE کدام است؟



$$(DE = 4, \hat{B} = \hat{D} = 60^\circ, \hat{A} = 90^\circ)$$

- $3\sqrt{3} - 5$ (۲) $\frac{9}{2}\sqrt{3} - 5$ (۱)
 $\frac{5 - \sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{5\sqrt{3} - 3}{2}$ (۳)

۵- انتهای کمان θ در ناحیه اول دایره مثلثاتی است و رابطه $\sqrt{5 \tan \theta + 5 \cot \theta} = 3 \sin \theta + 3 \cos \theta$ برقرار است. در این

صورت حاصل $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ کدام است؟

- $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{7}{9}$ (۱)

۶- اگر a و b جوابهای معادله $x^2 - 3x = 2m$ و a و c جوابهای معادله $x^2 - 2x = 3m$ باشند، حاصل $b + c$ کدام

می تواند باشد؟

- ۶ (۱) -۱ (۲) ۴ (۳) -۵ (۴)

۷- سهمی $y = ax^2 + bx + c$ از نقطه $(-4, c)$ می گذرد و بر خط $y = -2$ مماس است. اگر این سهمی، نیمساز ناحیه اول

را در نقطه ای به طول ۱ قطع کند، مقدار b کدام است؟

- $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۱)

۸- مجموعه جوابهای نامعادله $(x-1)(x^3 + ax^2 + b) \geq 0$ برابر \mathbb{R} است. مجموع مقادیر صحیح ممکن برای a کدام است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۹- تابع $f(x) = (ax-2)(x-a) + 2x^2$ خطی است. مجموعه جواب‌های نامعادله $(x-f(x))(x+f(x)) \geq 0$ کدام است؟

$$[-\frac{4}{5}, -\frac{3}{7}] \quad (1) \quad [-\frac{4}{5}, -\frac{4}{7}] \quad (2) \quad [-\frac{3}{5}, -\frac{4}{7}] \quad (3) \quad [-\frac{3}{5}, -\frac{3}{7}] \quad (4)$$

۱۰- در یک مستطیل، بین اندازه طول (a) و اندازه عرض (b) رابطه $\frac{fa}{b} = \frac{3b+fa}{a}$ برقرار است. ضابطه تابعی که اندازه قطر

مستطیل را بر حسب a بیان می‌کند کدام است؟

$$f(a) = \frac{\sqrt{11}}{3} a \quad (4) \quad f(a) = \frac{\sqrt{11}}{2} a \quad (3) \quad f(a) = \frac{\sqrt{13}}{3} a \quad (2) \quad f(a) = \frac{\sqrt{13}}{2} a \quad (1)$$

هندسه دهم

۱۱- در مثلث ABC ، عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه B روی ضلع AC متقاطع اند. کدام گزینه درست است؟

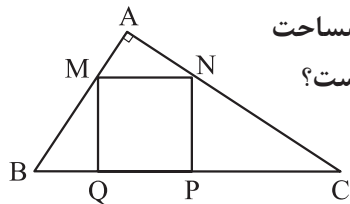
(۱) $\hat{B} > 2\hat{C}$ (۲) $\hat{B} > \hat{C}$ (۳) $\hat{A} > \hat{B}$ (۴) $2\hat{A} < \hat{B}$

۱۲- از مثلث ABC مقادیر $AB = 5$ و $BC = 8$ مفروض است. با کدام داده دیگر، رسم مثلث ABC دارای جواب منحصر به فرد است؟

(۱) $\hat{C} = 30^\circ$ (۲) $AC = 3$ (۳) $AH = 4$ (ارتفاع) (۴) $AM = 3$ (میانۀ)

۱۳- در مثلث ABC نیمسازهای دو زاویه داخلی B و C در نقطه I و نیمساز داخلی B و زاویه خارجی C در نقطه I' یکدیگر را قطع می کنند. اگر $\hat{I}'IC = \hat{I}IC$ ، آنگاه زاویه بین نیمسازهای خارجی زوایای B و C چند درجه است؟

(۱) 50 (۲) 55 (۳) 60 (۴) 65



۱۴- مطابق شکل، مربع $MNPQ$ در مثلث قائم الزاویه ABC محاط شده است. اگر مساحت

مثلث های BMQ و CNP به ترتیب ۴ و ۶ باشد، آنگاه مساحت مثلث AMN کدام است؟

(۱) 2 (۲) $2/4$

(۳) $2/8$ (۴) $2/5$

۱۵- در دوزنقه $ABCD$ با قاعده های AB و CD ، فاصله وسط قطر BD از محل برخورد قطرهای ۱۰ واحد است. اگر

$\hat{C}BD = 90^\circ$ و $AB = AD = 50$ باشد، طول ساق BC کدام است؟

(۱) 70 (۲) 75 (۳) 80 (۴) 85

۱۶- اگر با اضافه شدن یک ضلع به ضلع های یک n ضلعی محدب، ۵ قطر به قطرهای آن اضافه شود، تعداد قطرهای این

n ضلعی محدب کدام است؟

(۱) 2 (۲) 5 (۳) 9 (۴) 14

۱۷- در یک مثلث قائم الزاویه غیر متساوی الساقین، یکی از زاویه های داخلی، دو برابر زاویه دیگر است. با رسم ارتفاع

وارد بر وتر، مساحت این مثلث به کدام نسبت تقسیم می شود؟

(۱) $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۱۸- مجموع طول میانچه های مثلثی ۱۵ است. محیط این مثلث کدام می تواند باشد؟

(۱) 15 (۲) 16 (۳) 20 (۴) 21

۱۹- در فضا، دو خط متمایز d و d' در چه صورتی با هم موازی هستند؟

(۱) هر دو بر خطی مانند d'' عمود باشند. (۲) هر دو با صفحه ای مانند P موازی باشند.

(۳) هر دو بر صفحه ای مانند P عمود باشند. (۴) هر دو در صفحه ای مانند P واقع باشند.

۲۰- قطرهای مستطیل $ABCD$ در نقطه O متقاطع اند. در دوران حول ضلع BC ، حجم شکل حاصل از دوران مستطیل

چند برابر حجم شکل حاصل از دوران مثلث OBC است؟

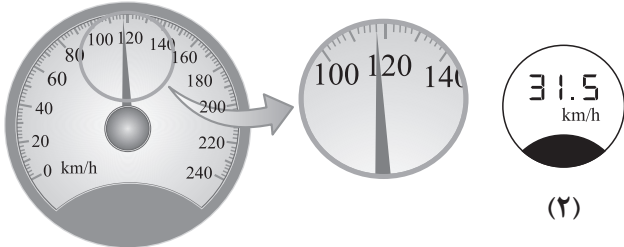
(۱) 12 (۲) 24 (۳) 9 (۴) 4

محل انجام محاسبات

فیزیک دهم

۲۱- چگالی مایع‌های A و B به ترتیب 0.6 g/cm^3 و 0.8 g/cm^3 است. برای آن که جسمی به جرم 300 g و حجم 4 L بر سطح مخلوط همگنی از این دو مایع شناور بماند، مایع B باید چند درصد از حجم مخلوط را تشکیل دهد؟ (حجم دو مایع هنگام مخلوط شدن تغییری نمی‌کند.)

- (۱) حداقل ۲۵ درصد (۲) حداقل ۷۵ درصد (۳) حداکثر ۲۵ درصد (۴) حداکثر ۷۵ درصد



(۱)

(۲)

۲۲- شکل (۱)، صفحه تندی‌سنج مدرج خودروی A و شکل (۲)، نمایشگر تندی‌سنج دیجیتال خودروی B را نشان می‌دهد. کدام‌یک از موارد زیر درست است؟
الف) دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج خودروی A، 1 km/h است.

ب) دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج خودروی B، 0.5 km/h است.

پ) تندی‌سنج خودروی A، دقیق‌تر از تندی‌سنج خودروی B است.

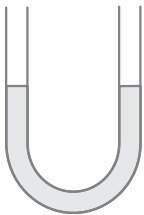
ت) تندی‌سنج خودروی B، دقیق‌تر از تندی‌سنج خودروی A است.

- (۱) الف و پ (۲) ب و ت (۳) پ (۴) ت

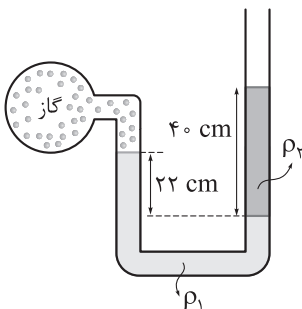
۲۳- در ظرفی استوانه‌ای، جرم یکسانی از آب و جیوه ریخته شده است. اگر ارتفاع آب 20 cm باشد، فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی آب 1 g/cm^3 است.)

- (۱) 0.2 (۲) 0.4 (۳) 2 (۴) 4

۲۴- در لوله U شکل زیر به سطح مقطع 2 cm^2 ، مقداری جیوه وجود دارد. اگر در یکی از شاخه‌های این لوله 60 g آب و در شاخه دیگر آن 26 g روغن ریخته شود، اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه لوله به چند میلی‌متر می‌رسد؟ (چگالی جیوه 13.6 g/cm^3 است.)

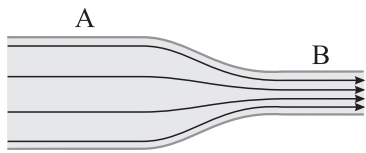
(۱) $1/25$ (۲) $12/5$ (۳) 0.8 (۴) 8

۲۵- در شکل مقابل، دو مایع به چگالی‌های $\rho_1 = 2 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_2 = 0.9 \text{ g/cm}^3$ در لوله U شکل وجود دارند. فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

(۱) 0.8 (۲) -0.8 (۳) 8 (۴) -8

محل انجام محاسبات

۲۶- در شکل زیر، شاره تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است، در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

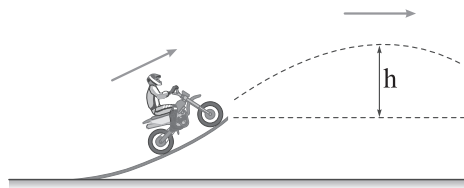


(الف) تندی شاره در قسمت B، ۲ برابر تندی شاره در قسمت A است.
 (ب) آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت B، ۲ برابر آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت A است.

(پ) فشار شاره در قسمت A، بیشتر از فشار شاره در قسمت B است.
 (ت) فشار شاره در قسمت B، بیشتر از فشار شاره در قسمت A است.

(۱) الف و ت (۲) ب و پ (۳) پ (۴) ت

۲۷- در شکل زیر، موتورسواری از انتهای یک سکو، پرشی را با تندی 85 km/h انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطه مسیرش به 77 km/h برسد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، اصطکاک و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرد.)



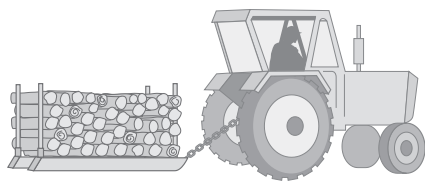
(۱) $3/6$

(۲) $7/2$

(۳) ۵

(۴) ۱۰

۲۸- در شکل زیر، کشاورزی توسط تراکتور، سورت‌های چوبی برش داده شده برای کارخانه را روی سطح افقی و در مسیر مستقیم از حال سکون به حرکت درمی‌آورد. جرم کل سورت‌ها و بار آن 1500 kg است. تراکتور نیروی ثابت 5500 نیوتونی را در زاویه 6° بالای افق به سورت‌ها وارد می‌کند. اگر تندی سورت‌ها پس از 60 m جابه‌جایی به 4 m/s برسد، اندازه نیروی اصطکاک وارد بر سورت‌ها چند نیوتون است؟



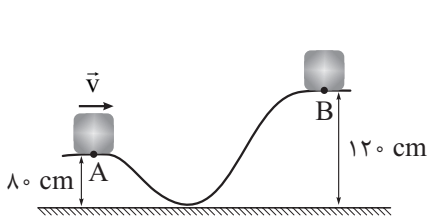
(۱) ۲۳۰۰

(۲) ۲۳۵۰

(۳) ۲۵۰۰

(۴) ۲۵۵۰

۲۹- در شکل زیر، جسمی از نقطه A با تندی $v = 8 \text{ m/s}$ در جهت نشان داده شده، روی سطح افقی پرتاب می‌شود. اگر ۲۵ درصد از انرژی جنبشی اولیه جسم در مسیر رسیدن آن از نقطه A به نقطه B تلف شود، تندی جسم هنگام رسیدن به نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



(۱) $2\sqrt{10}$

(۲) $2\sqrt{6}$

(۳) ۶

(۴) ۴

محل انجام محاسبات

۳۰- هواپیمایی به جرم 60 ton که روی سطح زمین در حال حرکت است، در لحظه‌ای با تندی 80 m/s از سطح جدا می‌شود و یک دقیقه پس از آن با تندی 160 m/s از ارتفاع 600 متری سطح زمین عبور می‌کند. توان متوسط موتور هواپیما در این مدت چند مگاوات است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و اصطکاک و مقاومت هوا ناچیز است).

(۲) ۲۲

(۱) ۱۵/۶

(۴) ۲۲۰

(۳) ۱۵۶

۳۱- مقدار معینی آب در یک ظرف استوانه‌ای قرار دارد. اگر دمای آب از 35°F به 40°F برسد، کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟ (از انبساط ظرف چشم‌پوشی کنید).

(الف) چگالی آب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(ب) ارتفاع آب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(پ) فشار ناشی از آب در کف ظرف ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(ت) فشار ناشی از آب در کف ظرف پیوسته ثابت می‌ماند.

(۴) ب و پ

(۳) ب و ت

(۲) الف و پ

(۱) الف و ت

۳۲- در مخزنی استوانه‌ای در دمای 10°C تا ارتفاع 5 m ، بنزین ریخته شده است. در این دما فاصله بین سطح بنزین تا بالای ظرف برابر 25 cm است. اگر از انبساط ظرف در نتیجه افزایش دما چشم‌پوشی شود، در چه دمایی بر حسب درجه سلسیوس بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین $1 \times 10^{-3} \text{ }^\circ \text{C}^{-1}$ است).

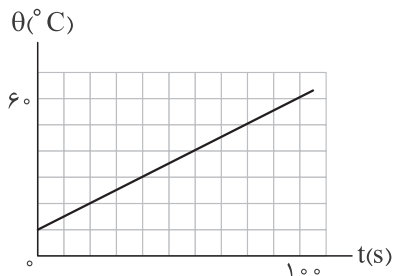
(۴) ۶۰

(۳) ۵۰

(۲) ۴۰

(۱) ۳۰

۳۳- نمودار دمای یک جسم فلزی به جرم 500 g که با آهنگ ثابت 300 W گرما دریافت می‌کند، بر حسب زمان، به شکل زیر است. ظرفیت گرمایی این جسم در SI کدام است؟



(۱) ۶۰۰

(۲) ۳۰۰

(۳) ۳۶۰

(۴) ۷۲۰

۳۴- جسمی فلزی به جرم 600 g و دمای 100°C را درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی 900 J/K که حاوی 500 g آب با دمای 15°C است، می‌اندازیم. اگر دمای نهایی مجموعه به 20°C برسد، گرمای ویژه فلز سازنده جسم در SI کدام است؟

(گرمای ویژه آب $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$ و اتلاف انرژی ناچیز است).

(۲) ۶۲۵

(۱) ۱۲۵

(۴) ۳۱۲/۵

(۳) ۲۵۰

محل انجام محاسبات

۳۵- در ظرف عایقی، ۱ kg آب با دمای 40°C وجود دارد. اگر قطعه یخی به جرم m و دمای 5°C را در آب بیندازیم، تا برقراری تعادل گرمایی، قطعه یخ 147 kJ گرما دریافت می کند. m برحسب گرم کدام است؟ (گرما فقط بین قطعه یخ و آب

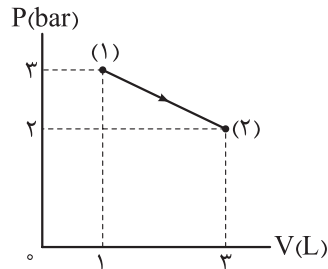
$$\text{مبادله می شود، } c_{\text{یخ}} = 2 \text{ کالری/گرم.درجه سانتیگراد} \text{ و } L_F = 336 \text{ J/g}$$

۸۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۲۰۰ (۱)



۳۶- نمودار $P-V$ ی گازی رقیق در شکل مقابل نشان داده شده است. در این فرایند با فرض آن که انرژی درونی گاز در نقطه (۱) برابر 456 J و در نقطه (۲) برابر 912 J باشد، گاز چند ژول گرما و چگونه مبادله کرده است؟

(۱) ۴۴، دریافت کرده است.

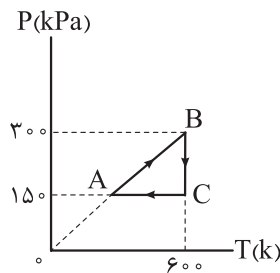
(۲) ۴۴، از دست داده است.

(۳) ۹۵۶، از دست داده است.

(۴) ۹۵۶، دریافت کرده است.

۳۷- فشار مقدار معینی گاز آرمانی، طی دو فرایند جداگانه، از حالت اولیه یکسان یک بار به صورت هم‌دما و یک بار به صورت بی‌دررو، نصف می شود. به ترتیب از راست به چپ، کار انجام شده توسط گاز و دمای نهایی گاز، در کدام فرایند بیشتر است؟

(۱) هم‌دما، بی‌دررو (۲) بی‌دررو، هم‌دما (۳) هم‌دما، هم‌دما (۴) بی‌دررو، بی‌دررو



۳۸- نمودار فشار 5 mol گاز آرمانی برحسب دمای آن، در طی یک چرخه ترمودینامیکی به شکل مقابل است. اگر در فرایند CA ، مقدار گرمای مبادله شده، 50 درصد بیشتر از اندازه کار انجام شده روی گاز باشد، گرمای دریافتی گاز در فرایند AB

$$\text{چند کیلوژول است؟ } (R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$$

(۱) ۱۸

(۲) ۶

(۳) ۱۲

(۴) ۳۰

۳۹- در چرخه ماشین بنزینی، کدام یک از مراحل زیر، فرایندی بی‌دررو در نظر گرفته می شود؟

(الف) ضربه مکش (ب) ضربه تراکم

(پ) ضربه قدرت (ت) ضربه خروج گاز

(۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) الف و ت

۴۰- یک ماشین گرمایی درون‌سوز در هر چرخه 8 kJ گرما از سوزاندن سوخت دریافت می کند و 2 kJ کار تحویل می دهد. اگر ماشین در هر ثانیه 40 چرخه را بپیماید، به ترتیب توان ماشین برحسب کیلووات و بازده ماشین کدام است؟

(۱) $0/2, 50$ (۲) $0/2, 80$ (۳) $0/25, 50$ (۴) $0/25, 80$

محل انجام محاسبات

شیمی دهم

۴۱- کدام مورد درست است؟

- (۱) اتم‌هایی با نمادهای ${}^A_Z M$ و ${}^A_Z E$ ، ایزوتوپ یکدیگر محسوب می‌شوند و خواص شیمیایی یکسانی دارند.
- (۲) در هسته ایزوتوبی از اورانیم (${}_{92}U$) که اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود، ۱۴۶ نوترون وجود دارد.
- (۳) اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در اتم ${}^A X$ برابر ۱۰ باشد، عنصر X به دوره چهارم جدول تناوبی تعلق دارد.
- (۴) نخستین عنصر ساخت بشر، تکنسیم (${}^{99}Tc$) است که دارای شمار نوترون به پروتون بزرگ‌تر از ۵/۱ بوده و رادیوایزوتوپ محسوب می‌شود.

۴۲- کدام گزینه، عبارت «مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های موجود در زیرلایه اتم عنصر»

بیشتر از اتم است.» را به درستی تکمیل می‌کند؟



۴۳- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

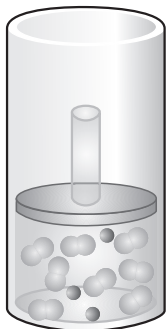
- رنگ شعله هر ترکیب، منحصر به فرد است و از آن می‌توان برای شناسایی ترکیب استفاده کرد.
- الکترون در حالت برانگیخته، پرنرژی‌تر و پایدارتر از الکترون در حالت پایه است.
- با دور شدن الکترون از هسته، انرژی آن کاهش می‌یابد.
- در طیف نشری خطی اتم هیدروژن در گستره مرئی، کم‌ترین طول موج مربوط به پرتو حاصل از انتقال الکترون از لایه ششم به حالت پایه است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)



۴۴- شکل مقابل، مخلوطی از گازهای اکسیژن و هلیوم در یک سیلندر را نشان می‌دهد. اگر در این مخلوط، ۲۴/۰ گرم هلیوم وجود داشته باشد، حجم این مخلوط گازی، چند لیتر است؟ (حجم مولی گازها در این شرایط را ۲۵ لیتر در نظر بگیرید؛ $O = 16, He = 4$)

۱/۵ (۱)

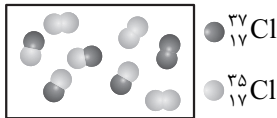
۴ (۲)

۵/۵ (۳)

۶ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۰- شکل زیر، نمونه‌ای کلر را نشان می‌دهد. اگر ۱۰۷/۲۵ گرم از این نمونه کلر در واکنش
 $\text{SO}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow \text{SO}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2\text{O}(\text{g})$ شرکت کند، چند لیتر گاز گوگرد دی‌کلرید در شرایط STP تولید
 می‌شود؟ (عدد جرمی را برابر جرم اتمی در نظر بگیرید؛ معادله واکنش، موازنه شود).



$^{37}_{17}\text{Cl}$	$^{35}_{17}\text{Cl}$	$11/2$ (۲)	$22/4$ (۱)
		$44/8$ (۴)	$33/6$ (۳)

۵۱- اگر غلظت یون برمید در محلولی از کلسیم برمید، برابر 2000 ppm باشد، درصد جرمی یون کلسیم در این محلول
 کدام است؟ ($\text{Ca} = 40, \text{Br} = 80 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

1 (۴)	$0/5$ (۳)	$0/1$ (۲)	$0/05$ (۱)
---------	-----------	-----------	------------

۵۲- کدام مورد، به مفهوم متفاوتی اشاره دارد؟

- (۱) بلور ید خالص می‌تواند در هگزان حل شود.
- (۲) کربن دی‌اکسید یک گاز ناقطبی است اما انحلال‌پذیری مناسبی در آب دارد.
- (۳) استون می‌تواند به هر میزان در آب حل شود.
- (۴) نیروی جاذبه میان مولکول‌ها در محلول اتانول در آب، قوی‌تر از میانگین جاذبه‌ها در آب خالص و اتانول خالص است.

۵۳- مخلوطی از دو نمک Na_2SO_4 و MSO_4 به جرم ۱۳۵ گرم را در مقدار معینی آب به طور کامل حل کرده و حجم
 محلول را به ۵ لیتر می‌رسانیم. اگر غلظت آنیون سولفات در محلول، برابر $0/18$ مولار و در مجموع $8/428 \times 10^{23}$
 کاتیون در محلول وجود داشته باشد، فلز M کدام است؟ (جرم مولی را هم‌ارز عدد جرمی در نظر بگیرید،
 $(\text{O} = 16, \text{Na} = 23, \text{S} = 32 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$)

$^{24}_{12}\text{Mg}$ (۴)	$^{56}_{26}\text{Fe}$ (۳)	$^{64}_{29}\text{Cu}$ (۲)	$^{40}_{20}\text{Ca}$ (۱)
---------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------

۵۴- کدام مورد درست است؟

- (۱) در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری اکسیژن گازی در آب‌نمک، بیشتر از آب‌مقطر است.
- (۲) نیاز روزانه هر فرد به یون کلسیم دو برابر یون سدیم است و این یون برای تنظیم عملکرد مناسب دستگاه عصبی ضروری است.
- (۳) نفوذ آب به درون میوه‌های خشک مانند مویز، نمونه‌ای از فرایند اسمز معکوس است.
- (۴) روش‌های تقطیر و صافی کربن، برای جداسازی ترکیب‌های آلی فزّار، عملکرد مشابهی ندارند.

۵۵- معادله انحلال‌پذیری مس (II) سولفات بر حسب دما به صورت $S = 0/38\theta + 12/4$ است. در یک آزمایش به 125 g
 آب 8°C ، مقدار $0/3$ مول CuSO_4 اضافه کرده و محلول را خوب هم می‌زنیم، به گونه‌ای که هیچ رسوبی در ته ظرف
 وجود نداشته باشد. اگر در دمای ثابت، $0/05$ مول CuSO_4 به محلول درون ظرف اضافه کنیم و آن را خوب هم بزنیم،
 محتویات درون ظرف شامل گرم محلول مس (II) سولفات و گرم رسوب مس (II) سولفات خواهد بود.
 $(\text{O} = 16, \text{S} = 32, \text{Cu} = 64 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$

$2/5 - 178/5$ (۴)	$5/5 - 175/5$ (۳)	$1/5 - 179/5$ (۲)	$4/5 - 176/5$ (۱)
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

محل انجام محاسبات

پایه یازدهم

چنانچه پایه یازدهم را در پنل کاربری خود انتخاب کرده اید، به سوالات این دفتر چه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

بودجه بندی دروس

هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حسابان و ریاضیات پایه
هندسه (۲) کل کتاب صفحه ۹ تا ۷۵	آمار و احتمال کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۲۱	حسابان (۱) کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۵۱
شیمی	فیزیک	
شیمی (۲) کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۲۳	فیزیک (۲) کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۳۰	

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۲۰ دقیقه	۶۵	۵۶	۱۰	حسابان
۱۰ دقیقه	۷۵	۶۶	۱۰	آمار و احتمال
۲۰ دقیقه	۸۵	۷۶	۱۰	هندسه
۲۵ دقیقه	۱۰۵	۸۶	۲۰	فیزیک
۲۰ دقیقه	۱۲۰	۱۰۶	۱۵	شیمی
۹۵ دقیقه		۶۵ سؤال		مجموع

حسابان یازدهم

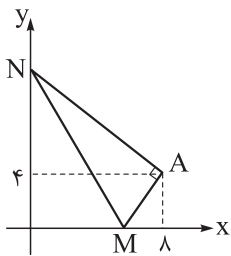
۵۶- اگر $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ باشد، حاصل عبارت $X = \frac{a_1 a_2}{a_3} + \frac{a_2 a_3}{a_4} + \dots + \frac{a_{10} a_{11}}{a_{12}}$ کدام است؟

- ۱) ۱۵۳۳ ۲) ۱۵۳۴ / ۵ ۳) ۳۰۶۹ ۴) ۷۶۶ / ۵

۵۷- معادلات $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ و $x^2 - (m-2)x - 4m = 0$ یک جواب مشترک مخالف صفر دارند. جواب‌های

غیرمشترک، جواب‌های کدام معادله هستند؟

- ۱) $x^2 - 12x - 16 = 0$ ۲) $9x^2 + 12x - 32 = 0$
 ۳) $9x^2 - 12x - 32 = 0$ ۴) $x^2 + 12x - 16 = 0$



۵۸- مطابق شکل، نقاط M و N روی محورهای مختصات قرار دارند و مثلث AMN در

رأس $A(8, 4)$ قائمه است. کم‌ترین مقدار طول وتر MN کدام است؟

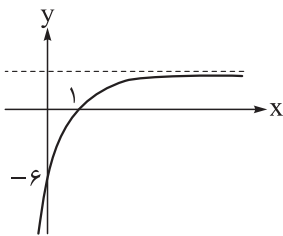
- ۱) ۴ ۲) ۸
 ۳) $4\sqrt{5}$ ۴) $8\sqrt{5}$

۵۹- نقاط $A(0, -2)$ و $B(-3, 2)$ دو رأس از مستطیل ABCD با مساحت ۵۰ هستند. عرض نقطه D کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) ۴ ۲) -۱۰ ۳) -۴ ۴) ۱۰

۶۰- اگر $f(x) = \log_2(\sqrt{x+1}-1)$ و g وارون تابع f باشد، مقدار $(g \circ g)(0)$ کدام است؟

- ۱) ۶۸ ۲) ۸۰ ۳) ۲۵ ۴) ۱۷



۶۱- نمودار تابع $f(x) = 2 + a \times 2^{bx+c}$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $f^{-1}(\frac{3}{4})$

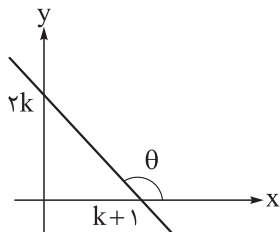
کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴
 ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{2}$

۶۲- انتهای کمان α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی و $\cos(\frac{7\pi}{4} - \alpha) = -\frac{3}{5}$ است. مقدار $\sin^2(\frac{\pi}{4} - \alpha)$ کدام است؟

- ۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۹۸
 ۳) ۰/۰۴ ۴) ۰/۹۶

محل انجام محاسبات



۶۳- اگر در شکل مقابل $\cos 2\theta = \frac{4}{5}$ باشد، مقدار k کدام است؟

$$\frac{2}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

۶۴- اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+a} - \sqrt{ax+4}}{\sqrt{x+1}} = b$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟ ($b \in \mathbb{R}$)

$$-\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{9}{2} \quad (۲)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (۱)$$

۶۵- تابع $f(x) = \frac{2x^2 - ax + b}{x-2}$ در $x = x_0$ حد دارد، اما پیوسته نیست. اگر x_0 یکی از ریشه‌های معادله $4x^2 + ax - 3b = 0$ باشد، حاصل $\left[\frac{a-3b}{4}\right]$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

$$-10 \quad (۴)$$

$$-9 \quad (۳)$$

$$-6 \quad (۲)$$

$$-7 \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال یازدهم

۶۶- مجموعه $(A \cap (A' \cup B)) \cup ((A' \cup B') - (B \cap (A \cup B)))'$ برابر کدام است؟

- (۱) A (۲) B (۳) A' (۴) B'

۶۷- از بین تمام اعداد چهاررقمی با ارقام غیر تکراری، یک عدد را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر با احتمال P درصد، این عدد شامل رقم ۵ باشد، حاصل [P] کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۶۸- چه قدر احتمال دارد گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \wedge (r \vee s))$ ، یک گزاره با ارزش درست باشد؟

- (۱) $\frac{10}{16}$ (۲) $\frac{11}{16}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\frac{7}{16}$

۶۹- شش مدرس به نام‌های حمید، امیر، سعید، رسول، وحید و عباس قرار است به ترتیب در یک مجتمع به تدریس یک موضوع بپردازند. در چند حالت امیر زودتر از سعید و سعید زودتر از وحید تدریس می‌کند؟

- (۱) ۷۲۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۱۲۰

۷۰- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم مجموع دو تاس عددی فرد است. با کدام احتمال، دو عدد روبرو شده متوالی هستند؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۷۱- در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۵ لامپ موجود است. در جعبه اول ۱۲ لامپ سالم و در جعبه دوم ۸ لامپ سالم موجود است. از جعبه اول ۵ لامپ و از جعبه دوم ۱۰ لامپ به تصادف برداشته و در جعبه جدید قرار می‌دهیم. احتمال آن که به تصادف یک لامپ سالم از جعبه جدید برداریم، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{11}{18}$ (۳) $\frac{17}{36}$ (۴) $\frac{23}{45}$

۷۲- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(A - B) = \frac{1}{4}$ ، $P(B' - A) = P(A')P(B')$ و $P(A|B) = \frac{3}{8}$ باشند، $P(B'|A)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۷۳- اگر میانگین داده‌های جدول زیر $\frac{2}{6}$ باشد، آن گاه مقدار k کدام است؟

x_i	۱	۲	۳	۴	۵
f_i	۴	۵	k	۱	۲

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۴ (۴) ۱۸

۷۴- مجموع دوازده داده آماری برابر ۱۸۰ و ضریب تغییرات آن‌ها $\frac{1}{3}$ است. اگر این داده‌ها را سه برابر و سپس یک واحد از هر کدام کم کنیم، واریانس داده‌های جدید برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{6}{75}$ (۳) $\frac{13}{5}$ (۴) $\frac{20}{25}$

۷۵- از یک جامعه، نمونه ۱۰ و ۱۰ و ۹ و ۸ و ۸ و ۷ و ۵ و ۵ گرفته شده است. اگر انحراف معیار جامعه، نصف انحراف معیار نمونه باشد، بازه اطمینان بالای ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه کدام است؟

- (۱) $(\frac{6}{6}, 8)$ (۲) $(\frac{6}{9}, 2)$ (۳) $(6, 8)$ (۴) $(5, 9)$

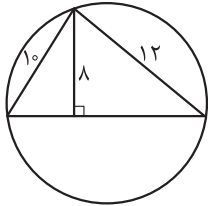
محل انجام محاسبات

هندسه یازدهم

۷۶- مثلث ABC را که در آن $\hat{B} = \hat{C} = 70^\circ$ در نظر گرفته و خطهای مماس بر دایره محیطی آن را در دو نقطه B و C رسم می‌کنیم. زاویه حاده بین این دو خط مماس چند درجه است؟

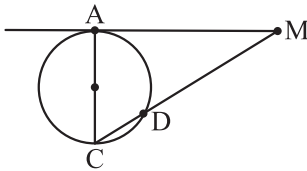
- ۴) 80° ۳) 70° ۲) 50° ۱) 40°

۷۷- با توجه به شکل، طول شعاع دایره کدام است؟



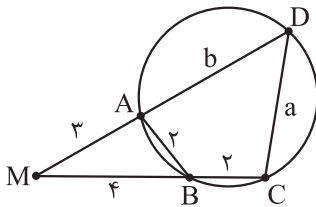
- ۱) ۵
۲) ۶
۳) $7/5$
۴) ۱۰

۷۸- مطابق شکل، $AC = 12$ قطر دایره و $AM = 16$ در نقطه A بر دایره مماس است. طول CD کدام است؟



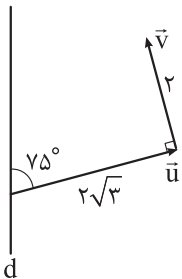
- ۱) $6/2$
۲) $6/6$
۳) $6/8$
۴) $7/2$

۷۹- با توجه به اندازه‌های روی شکل، حاصل $a.b$ کدام است؟



- ۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۱۵
۴) ۳۰

۸۰- خط d را مطابق شکل ابتدا با بردار \vec{u} و سپس خط حاصل را با بردار \vec{v} انتقال می‌دهیم. فاصله تصویر نهایی از خط



کدام است d ؟

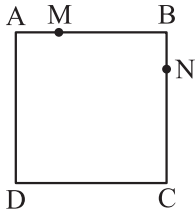
- ۱) $\sqrt{6}$
۲) $2\sqrt{2}$
۳) ۲
۴) ۳

۸۱- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) دوران یافته رأس C حول رأس B ، روی ضلع AC و عمود منصف ضلع AB قرار دارد. زاویه دوران چند درجه است؟

- ۱) 45° ۲) 36° ۳) 30° ۴) 15°

محل انجام محاسبات

۸۲- در مربع ABCD نقاط M و N روی AB و BC طوری حرکت می کنند که $AM = BN$. کدام گزینه الزاماً درست است؟



(۱) طول پاره خط MN همواره ثابت است.

(۲) زاویه \widehat{MDN} همواره 45° است.

(۳) عمود منصف MN همواره از نقطه ثابتی می گذرد.

(۴) مساحت BMN همواره ثابت است.

۸۳- طول دو ضلع مثلثی ۱ و ۲ و زاویه بین این دو ضلع 60° است. فاصله نقطه همرسی عمود منصف های اضلاع، از رأس روبه روی ضلع دیگر این مثلث کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۸۴- مجموع شعاع دایره های محیطی و محاطی داخلی مثلثی به اضلاع ۱۵، ۱۳ و ۴ کدام است؟

(۱) $\frac{65}{8}$ (۲) $\frac{69}{8}$ (۳) $\frac{77}{8}$ (۴) $\frac{83}{8}$

۸۵- اندازه های اضلاع AB، BC و AC از مثلث ABC به ترتیب با اعداد ۲، ۳ و ۴ متناسب اند. اگر نقطه همرسی نیمسازهای درونی را O بنامیم، مساحت مثلث BOD چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

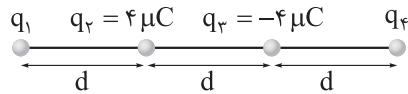
(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{6}$

فیزیک یازدهم

۸۶- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $5 \times 10^5 \text{ N/C}$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذره باردار به جرم 2 g معلق است. بار الکتریکی ذره بر حسب نانوکولن کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

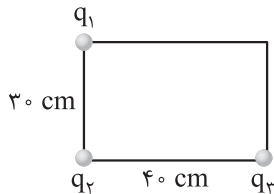
- (۱) 40 (۲) -40
(۳) $0/4$ (۴) $-0/4$

۸۷- در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_4 برابر صفر است. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q_2 برابر \vec{F} باشد، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q_3 کدام است؟



- (۱) \vec{F} (۲) $-\vec{F}$
(۳) $2\vec{F}$ (۴) $-3\vec{F}$

۸۸- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مستطیل قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم مستطیل برابر صفر باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟



- (۱) $\frac{q_3}{q_1} = -\frac{64}{27}$ (۲) $\frac{q_3}{q_1} = \frac{64}{27}$
(۳) $\frac{q_2}{q_1} = \frac{125}{64}$ (۴) $\frac{q_2}{q_1} = -\frac{125}{64}$

۸۹- اختلاف پتانسیل الکتریکی پایانه‌های یک باتری برابر 16 V است. اگر بار الکتریکی $40 \mu\text{C}$ از پایانه مثبت به پایانه منفی باتری جابه‌جا شود، انرژی الکتریکی آن چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) $64/0$ ، کاهش می‌یابد. (۲) $4/6$ ، کاهش می‌یابد. (۳) $64/0$ ، افزایش می‌یابد. (۴) $4/6$ ، افزایش می‌یابد.

۹۰- ثابت دی‌الکتریک بین صفحه‌های یک خازن تخت برابر ۲ است. اگر چگالی سطحی بار الکتریکی صفحه مثبت خازن برابر $1/8 \text{ nC/cm}^2$ باشد، اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌ها چند ولت بر متر است؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)

- (۱) 10^6 (۲) 2×10^6 (۳) 10^9 (۴) 2×10^9

۹۱- مساحت هر یک از صفحه‌های خازنی 10 mm^2 ، فاصله بین آن‌ها 5 mm و ثابت دی‌الکتریک انعطاف‌پذیر بین صفحه‌های آن برابر ۴ است. در حالتی که اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن ثابت و برابر 20 V است، فاصله بین صفحه‌های آن را 1 mm کاهش می‌دهیم. انرژی ذخیره‌شده در خازن چند پیکوژول و چگونه تغییر می‌کند؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)

- (۱) $3/6$ ، کاهش می‌یابد. (۲) $4/14$ ، کاهش می‌یابد. (۳) $3/6$ ، افزایش می‌یابد. (۴) $4/14$ ، افزایش می‌یابد.

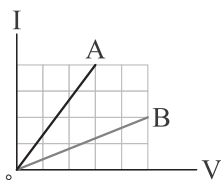
محل انجام محاسبات

۹۲- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- الف) مقاومت‌های پیچهای برای به دست آوردن مقاومت‌های بسیار بالا و همچنین توان‌های بالا ساخته می‌شوند.
 ب) با افزایش شدت نور تابیده شده به مقاومت‌های نوری، مقاومت الکتریکی آنها افزایش می‌یابد.
 پ) قانون اهم برای فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی در دمای ثابت برقرار است.
 ت) با افزایش دمای رسانای فلزی، تعداد حامل‌های بار الکتریکی تقریباً ثابت می‌ماند، ولی ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌های آن افزایش می‌یابد.

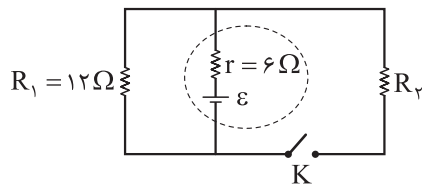
(۱) «الف» و «ب» (۲) «پ» و «ت» (۳) «الف» و «ت» (۴) «ب» و «پ»

۹۳- نمودار جریان الکتریکی عبوری از دو رسانای فلزی A و B که از یک ماده ساخته شده‌اند، بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آنها به شکل زیر است. رسانای A استوانه‌ای توپر به قطر ۱ mm و رسانای B لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی ۲ mm و شعاع داخلی ۱ mm است. طول رسانای B چند برابر طول رسانای A است؟



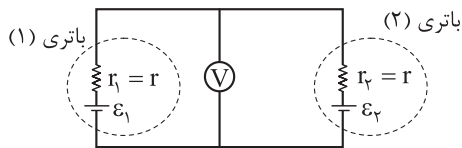
(۱) ۰/۹ (۲) ۳/۶ (۳) ۱۰ (۴) ۴۰

۹۴- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K اگر توان خروجی باتری تغییری نکند، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر می‌شود؟



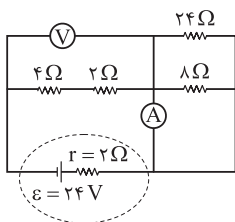
(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۹۵- در مدار شکل روبه‌رو، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر کدام است؟



(۱) $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ (۲) $|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|$ (۳) $\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}$ (۴) $\frac{|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|}{2}$

۹۶- در مدار شکل زیر، به ترتیب از راست به چپ، مقدارهایی که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند،

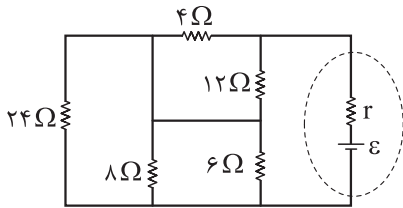


در SI کدام است؟

(۱) ۱۸، ۳ (۲) ۱۶، ۳ (۳) ۱۸، ۴ (۴) ۱۶، ۴

محل انجام محاسبات

۹۷- در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت ۲۴ اهمی، چند برابر توان مصرفی مقاومت ۱۲ اهمی است؟

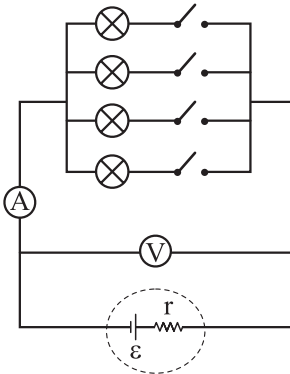


(۱) ۸

(۲) ۲

(۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۹۸- در مدار شکل زیر، لامپ‌ها مشابه‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. اگر کلیدها یکی پس از دیگری بسته شوند، به ترتیب از راست به چپ، مقدارهایی که ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهند، چگونه تغییر می‌کنند؟



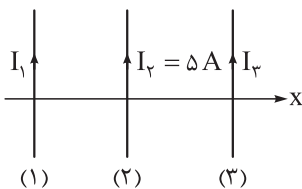
(۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۲) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

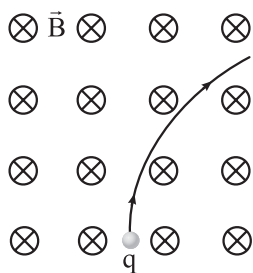
(۳) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۹۹- در شکل زیر، سه سیم حامل جریان الکتریکی، عمود بر محور x قرار دارند. اگر اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های (۱) و (۳) در محل سیم (۲) به ترتیب ۳۰۰ G و ۵۰۰ G باشد، نیروی مغناطیسی خالص وارد بر ۶۰ cm از سیم (۲) برحسب نیوتون کدام است؟

(۲) $0.06 \vec{i}$ (۱) $0.06 \vec{i}$ (۴) $0.24 \vec{i}$ (۳) $0.24 \vec{i}$

۱۰۰- در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی q، با تندی $2 \times 10^3 \text{ m/s}$ وارد میدان مغناطیسی یکنواخت و درون سو به بزرگی $B = 400 \text{ mT}$ شده و تحت تأثیر نیروی مغناطیسی، مسیر مشخص شده را طی می‌کند. اگر اندازه نیروی مغناطیسی وارد



بر ذره ۰/۰۴ N باشد، q برحسب میکروکولن کدام است؟

(۱) ۵

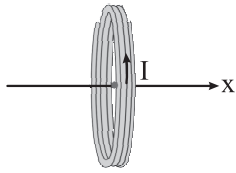
(۲) -۵

(۳) ۵۰

(۴) -۵۰

محل انجام محاسبات

۱۰۱- در شکل زیر، سطح پیچیده مسطحی به قطر 40 cm و تعداد دور 80 ، بر محور x عمود است. اگر جریان $I = 4\text{ A}$ از پیچه عبور کند، میدان مغناطیسی در مرکز پیچه بر حسب گاوس کدام است؟ $(\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$



$$-20 \vec{i} \quad (2)$$

$$-10 \vec{i} \quad (1)$$

$$20 \vec{i} \quad (4)$$

$$10 \vec{i} \quad (3)$$

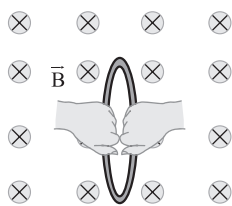
۱۰۲- ضریب القاوری یک سیم‌لوله حامل جریان الکتریکی به طول 30 cm و تعداد دور 750 ، برابر $2/5\text{ mH}$ است. اگر اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌لوله در نقطه‌ای روی محور آن برابر 25 G باشد، انرژی ذخیره شده در سیم‌لوله چند میلی ژول است؟ $(\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

$$16 \quad (4)$$

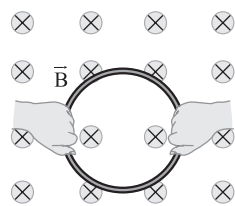
$$1/6 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$0/8 \quad (1)$$



(ب)



(الف)

۱۰۳- در شکل (الف)، حلقه‌ای رسانا به مقاومت الکتریکی $2/5\ \Omega$ عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی به اندازه $0/3\text{ T}$ قرار دارد. در مدت $0/2\text{ s}$ ، مطابق شکل (ب)، مساحت حلقه را 40 cm^2 کاهش می‌دهیم. در این بازه زمانی، جریان الکتریکی القایی متوسط در حلقه، چند میلی‌آمپر و در چه جهتی است؟

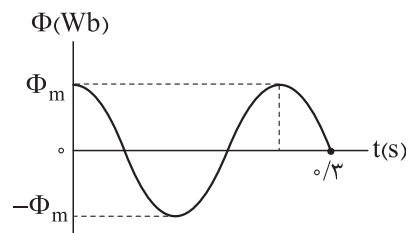
$$0/6 \text{ ساعتگرد} \quad (4)$$

$$0/6 \text{ پادساعتگرد} \quad (3)$$

$$0/24 \text{ ساعتگرد} \quad (2)$$

$$0/24 \text{ پادساعتگرد} \quad (1)$$

۱۰۴- نمودار شار مغناطیسی عبوری از پیچه یک مولد جریان متناوب به شکل زیر است. اگر بیشینه جریان عبوری از مولد 4 A باشد، جریان عبوری از آن در لحظه $t = 0/1\text{ s}$ چند آمپر است؟



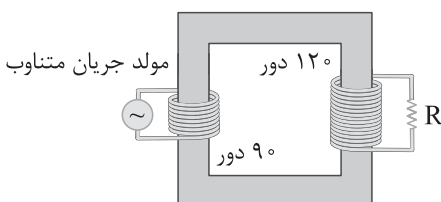
$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

۱۰۵- در مبدل آرمانی شکل زیر، ولتاژ دو سر مقاومت R برابر 36 V است. به ترتیب، ولتاژ مولد جریان متناوب بر حسب ولت و نوع این مبدل آرمانی کدام است؟



$$27, \text{ مبدل کاهنده} \quad (1)$$

$$27, \text{ مبدل افزایشنده} \quad (2)$$

$$48, \text{ مبدل کاهنده} \quad (3)$$

$$48, \text{ مبدل افزایشنده} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۱۱۰- مخلوطی از گازهای اتیلن و استیلن که در مجموع ۲۰۰ لیتر حجم دارند را با مقدار کافی برم مایع وارد واکنش می‌کنیم. اگر با جذب ۱۶۰۰ گرم برم مایع، هر دو گاز اتیلن و استیلن به طور کامل به ترکیبات سیرشده تبدیل شوند، درصد مولی گاز استیلن در مخلوط اولیه کدام است؟ (حجم مولی گازها را در شرایط آزمایش ۲۵ لیتر در نظر بگیرید، $(H = 1, C = 12, Br = 80 : g \cdot mol^{-1})$)

- (۱) ۲۵ (۲) ۷۵ (۳) ۵۰ (۴) ۳۰

۱۱۱- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) رابطه نقطه جوش آلکان‌های راست‌زنجیر با تعداد اتم‌های کربن آن‌ها، همانند رابطه واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی خاکی با شعاع اتمی آن‌ها است.

ب) نام ترکیب $CH_3CH(CH_3)(CH_2)_3CH(C_2H_5)_2$ ، ۳- اتیل - ۶- متیل اوکتان است.

پ) برای سوختن کامل دو مول از آلکنی که در ساختار پیوند - خط آن، ۴ خط وجود دارد، به ۶ مول گاز اکسیژن نیاز است.
ت) شمار اتم‌های هیدروژن مولکول نفتالن، چهار برابر شمار اتم‌های کربنی در آن است که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

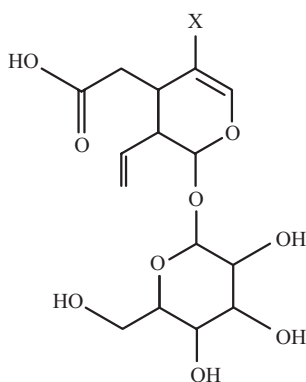
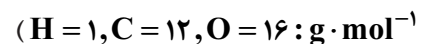
- (۱) الف - ت
(۲) الف - پ - ت
(۳) ب - پ - ت
(۴) ب - پ

۱۱۲- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام گزینه، مقایسه درستی را نشان می‌دهد؟



- (۱) $a > b > c$
(۲) $a > c > b$
(۳) $b > a > c$
(۴) $b > c > a$

۱۱۳- اگر ساختار داده شده مربوط به ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_{16}H_{22}O_{11}$ باشد، کدام مطلب درباره این ترکیب نادرست است؟ (X یک گروه است که باید جایگزین شود؛



- (۱) به جای گروه X در ساختار آن، باید یک گروه کربوکسیل قرار گیرد.
(۲) شمار پیوندهای دوگانه در آن، با شمار گروه‌های هیدروکسیل برابر است.
(۳) در ساختار آن، ۵۰ پیوند یگانه بین اتم‌ها وجود دارد.
(۴) ترکیبی سیرنشده است که در اثر واکنش هر مول از آن با مقدار کافی گاز هیدروژن، چهار گرم افزایش جرم پیدا می‌کند.

۱۱۴- ارزش سوختی یک خوراکی فاقد پروتئین، برابر $17/6 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ است. اگر ۱۵ درصد جرمی این خوراکی چربی باشد، درصد جرمی کربوهیدرات این ماده غذایی چقدر است و در صورتی که آهنگ مصرف انرژی هنگام دویدن فردی، 2560 کیلوژول در هر ساعت باشد، با مصرف 80 گرم از این خوراکی، این فرد چند دقیقه می تواند بدود؟ (ارزش سوختی کربوهیدرات و چربی به ترتیب برابر ۱۷ و ۳۸ کیلوژول بر گرم است.)

$$(1) \quad 55 - 70$$

$$(2) \quad 33 - 70$$

$$(3) \quad 55 - 75$$

$$(4) \quad 33 - 75$$

۱۱۵- کدام مورد درست است؟

(۱) ریزمغذی ها، ترکیب های آلی سیرنشده ای هستند که منشأ تولید رادیکال های آزاد در بدن به حساب می آیند.

(۲) سهم تولید گاز کربن دی اکسید در رد پای غذا، به مراتب کم تر از سوختن سوخت ها در خودروها و کارخانه ها است.

(۳) در واکنش فتوسنتز، مجموع آنتالپی مواد فراورده بیشتر از مجموع آنتالپی مواد واکنش دهنده است.

(۴) محتوای انرژی یک ماده، برابر با انرژی جنبشی حاصل از جنبش های نامنظم ذرات سازنده آن ماده است.

۱۱۶- بین تغییرات مول مواد شرکت کننده در واکنشی فرضی، رابطه زیر برقرار است: (ماده C واکنش دهنده است.)

$$\frac{-\Delta n(D)}{3\Delta t} = \frac{+\Delta n(A)}{2\Delta t} = \frac{-\bar{R}(C)}{3} = -\frac{\Delta n(B)}{4\Delta t}$$

چند مورد از مطالب زیر درباره واکنش انجام شده، درست است؟

• اگر در یک مدت زمان معین، شمار مول های C، $1/2$ واحد تغییر کند، شمار مول های B در نصف این مدت، $5/0$ مول تغییر خواهد کرد.

• سرعت متوسط مصرف ماده D، ۶ برابر سرعت متوسط واکنش است.

• اگر غلظت نهایی ماده $B(g)$ ، دو برابر ماده $A(g)$ باشد، نمودار «غلظت - زمان» این دو ماده در هیچ نقطه ای همدیگر را قطع نخواهد کرد.

• شیب نمودار «مول - زمان» برای ماده های C و D، معکوس یکدیگر است.

$$(1) \quad 1$$

$$(2) \quad 2$$

$$(3) \quad 3$$

$$(4) \quad \text{صفر}$$

۱۱۷- هر یک از ویژگی های زیر را به ترتیب به کدام نوع پلی اتن می توان نسبت داد؟

• پلیمری شفاف و انعطاف پذیر است.

• روی سطح آب شناور می ماند.

• در فرایند تشکیل آن، برخی از مولکول های اتن از کناره ها به یکدیگر افزوده شده اند.

• برای ساخت لوله های پلاستیکی و دبه های آب از آن استفاده می شود.

$$(1) \quad \text{سبک - سنگین - سنگین}$$

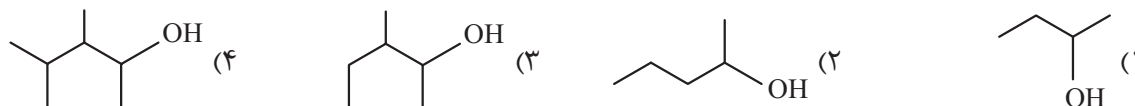
$$(2) \quad \text{سبک - سنگین - سبک - سنگین}$$

$$(3) \quad \text{سنگین - سبک - سبک - سنگین}$$

$$(4) \quad \text{سنگین - سبک - سبک - سبک}$$

محل انجام محاسبات

۱۱۸- تفاوت جرم فراورده‌های حاصل از سوختن ۱/۰۱ مول از یک الکل یک‌عاملی سیرشده، برابر ۱/۳۸ گرم است. این الکل کدام گزینه می‌تواند باشد؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

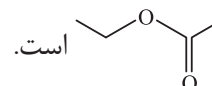


۱۱۹- کدام مورد درست است؟

(۱) با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در الکل‌ها، نیروی وان‌دروالسی بر هیدروژنی غلبه می‌کند و ویژگی چربی‌دوستی الکل کم‌تر می‌شود.

(۲) مصرف بیش از اندازه ویتامین‌ها برای بدن مشکلی ایجاد نمی‌کند، زیرا در آب محلول بوده و به راحتی دفع می‌شوند.

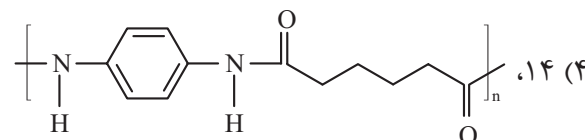
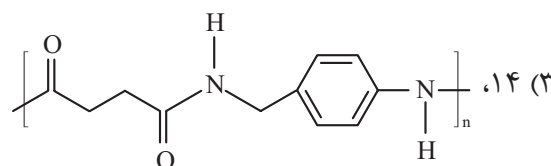
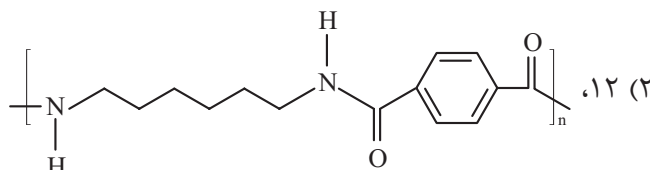
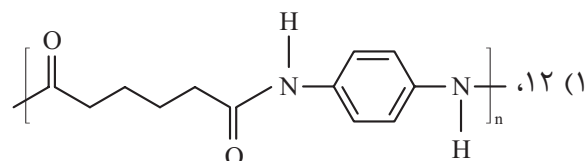
(۳) اگر یکی از محصولات آبکافت استر $C_4H_8O_2$ ، پرکاربردترین اسید آلی باشد، فرمول ساختاری استر اولیه به صورت



(۴) مولکول‌های نشاسته، در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب، به سرعت به گلوکز تبدیل می‌شوند.

۱۲۰- در اثر واکنش یک مول از دی‌اسید $HOOC-(CH_2)_y-COOH$ با دو مول متانول، یک مول دی‌استر با فرمول

مولکولی $C_8H_xO_4$ تولید می‌شود. مقدار X و ساختار پلیمر حاصل از واکنش این دی‌اسید با دی‌آمین $H_2N-C_6H_4-NH_2$ ، کدام است؟



محل انجام محاسبات

پاسخنامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی
خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

مرحله پنجم

پایه دوازدهم

تاریخ برگزاری: ۶/مهر/۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

ویژه کنکورهای ۱۴۰۴

ویژگی های برنامہ راهبردی آزمون های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۱۴۰۳-۰۴

- ۱- دوره دروس پایه دهم
- ۲- دوره دروس پایه یازدهم
- ۳- مطالعه بخشی از درس پایه دوازدهم
- ۴- امکان انتخاب فرآیند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه	مرحله	اول ۱۳ تیر	دوم ۵ مرداد	سوم ۲۶ مرداد	چهارم ۱۶ شهریور	پنجم ۶ مهر
دهم	-	✓	✓	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	-	-	✓	✓	-

با توجه به موارد فوق دفتر چه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است.

هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پلن کار بری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.

آزمون تعیین سطح (جامع پایه یازدهم) در تاریخ ۱۳ تیر ۱۴۰۳ برگزار شده است؛ چنانچه نتوانستید در این آزمون شرکت کنید، امکان برگزاری این آزمون به صورت آنلاین فراهم است.

آزمون مرحله پنجم (همین دفتر چه ای که در دست دارید) به عنوان ایستگاهی برای دوره دروس پایه یا تعیین سطح می باشد.



پایه دهم

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
هندسه (۱)	نادر حاجی زاده - محمدرضا حسینی فرد - محمدطاهر شعاعی - کیوان صارمی - حسین هاشمی طاهری
فیزیک (۱)	امین امینی - علیرضا جباری - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی (۱)	مهدی براتی - هومن زندی - علی طهانی - یاسر عبداللہی - سید علی ناظمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	امیرحسین ابومحجوب	محمدسجاد نقیہ سجاد داوطلب	شمیم پهلوان شریف ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
هندسه (۱)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحجوب	فرزانه خاکپاش ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
فیزیک (۱)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان علیرضا جباری	امین امینی	مدیا عیدی ماهان فنی فر احسان محمدی امیر محمودی انزلی
شیمی (۱)	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی محدثہ ملک پور	محمد مرادی وحید فارسیان	مهسا خاکی احسان رحیمی هومن زندی امیررضا نوری

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانیپور



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

ریاضی دهم

تست و پاسخ ۱

اگر $a = \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{2} + 1}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1}{3}a^2 + a^2 + a$ کدام است؟

$$\frac{1}{3} \text{ (۴)}$$

$$3 \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره مباحث فصل سوم کتاب پایه دهم یعنی ریشه و توان و اتحادهای جبری، اگرچه در کنکورهای چند سال اخیر همواره به صورت مستقیم مورد پرسش قرار نگرفته‌اند، اما مفاهیمی بسیار بنیادی و اساسی هستند. به طور کلی مطالعه ریاضی کنکور سراسری از این مبحث و فصل آغاز می‌شود.

خود حل کنی بهتره اول کسر رو گویا کن، بعد ببین عبارت $\frac{1}{3}a^2 + a^2 + a$ شبیه توان سوم یه چیزی نیست؟

درس نامه ۱۰۰۰۱ اتحادهای جبری

اگر دو طرف یک تساوی جبری به ازای هر مقدار قابل قبول از متغیرهایش برابر باشند، آن تساوی را یک اتحاد می‌نامیم.

اتحاد	رابطه	مثال
مربع دو جمله‌ای	$(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$	$102^2 = (100 + 2)^2 = (100)^2 + 2(2)(100) + (2)^2$ $= 10000 + 400 + 4 = 10404$
مزدوج	$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$	$98 \times 102 = (100 - 2)(100 + 2) = 100^2 - 2^2$ $= 10000 - 4 = 9996$
جمله مشترک	$(x \pm \alpha)(x \pm \beta) = x^2 \pm (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$	$102 \times 103 = (100 + 2)(100 + 3)$ $= 100^2 + (3 + 2) \times 100 + 3 \times 2 = 10000 + 500 + 6 = 10506$
مکعب دو جمله‌ای	$(x \pm y)^3 = x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3$ $(x \pm y)^3 = x^3 \pm y^3 \pm 3xy(x \pm y)$	$102^3 = (100 + 2)^3 = 100^3 + 3 \times 100^2 \times 2 + 3 \times 100 \times 2^2 + 2^3$ $= 1000000 + 60000 + 1200 + 8 = 1061208$
جاق و لاغر	$(x \pm y)(x^2 \mp xy + y^2) = x^3 \pm y^3$	$(101 - 100)(101^2 - (101)(-100) + 100^2)$ برابر است. $101^2 + 101 \times 100 + 100^2$ با استفاده از ردیف بالا $= 101^3 - 100^3 = 1030301 - 1000000 = 30301$
مربع سه جمله‌ای	$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$	-
رادیکال مرکب	$\sqrt{x \pm y} = \sqrt{\frac{x + \sqrt{x^2 - y}}{2}} \pm \sqrt{\frac{x - \sqrt{x^2 - y}}{2}}$ $\sqrt{(x + y) \pm 2\sqrt{xy}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}$	$\sqrt{9 + 4\sqrt{2}} = \sqrt{9 + \sqrt{32}} = \sqrt{\frac{9 + \sqrt{9^2 - 32}}{2}} + \sqrt{\frac{9 - \sqrt{9^2 - 32}}{2}}$ $= \sqrt{\frac{9 + 7}{2}} + \sqrt{\frac{9 - 7}{2}} = 2\sqrt{2} + 1$



درس نامه ۰۰۲ گویا کردن مخرج

منظور از گویا کردن مخرج یک کسر آن است که مخرجش عدد گنگ رادیکالی نباشد، مثلاً عدد $\frac{1}{\sqrt{2}}$ را گویا می‌کنیم و آن را به صورت $\frac{\sqrt{2}}{2}$ می‌نویسیم. برای این کار راه‌های زیر را در پیش داریم:

(۱) استفاده از ریشهٔ نام: کاری می‌کنیم در مخرج، توان ضربی از فرجهٔ رادیکال باشد.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}, \quad \frac{4}{\sqrt[5]{16}} = \frac{4}{\sqrt[5]{2^4}} \times \frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{2}} = \frac{4\sqrt[5]{2}}{2} = 2\sqrt[5]{2}$$

مثال:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3}} \times \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{9}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{3}$$

(۲) استفاده از اتحاد مزدوج: صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\frac{3}{\sqrt{10}+\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{\sqrt{10}-\sqrt{7}} = \frac{3(\sqrt{10}-\sqrt{7})}{10-7} = \sqrt{10}-\sqrt{7}$$

$$\frac{11}{\sqrt{6}-2} \times \frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}+2} = \frac{11(\sqrt{6}+2)}{6-4} = \frac{11}{2}\sqrt{6}+11$$

(۳) استفاده از اتحاد چاق و لاغر:

این‌جا باید ببینیم در مخرج، لاغر حضور دارد یا چاق. هر کدام که باشد، صورت و مخرج کسر را در دیگری ضرب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1} = \frac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}{2-1} = \sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$$

مثال:

لاغر

دوازدهم ریاضی

آزمون مرحله پنجم

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا مخرج a را گویا می‌کنیم و طبق درس‌نامه (خیلی شبیه مثال درس‌نامه)، صورت و مخرج آن را در عبارت لاغر

$$a = \frac{1}{(\sqrt[3]{2})^2 - (-1)(\sqrt[3]{2}) + (-1)^2} \times \frac{\sqrt[3]{2}-1}{\sqrt[3]{2}-1} = \frac{\sqrt[3]{2}-1}{2-1} = \sqrt[3]{2}-1$$

آن یعنی $\sqrt[3]{2}-1$ ضرب می‌کنیم:

گام دوم: عبارت $a^3 + a^2 + a = \frac{1}{3}(a^3 + 3a^2 + 3a + 1) - 1 = \frac{1}{3}((a+1)^3 - 1)$ خیلی شبیه $(a+1)^3 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1$ است، پس آن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{1}{3}a^3 + a^2 + a = \frac{1}{3}(a^3 + 3a^2 + 3a + 1) - 1 = \frac{1}{3}((a+1)^3 - 1)$$

گام سوم: حالا $a = \sqrt[3]{2}-1$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{1}{3}((\sqrt[3]{2}-1+1)^3 - 1) = \frac{1}{3}(2-1) = \frac{1}{3}$$

تست و پاسخ ۲

میانگین آن‌هاست.

a_n جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ خطی است. به طوری که $a_n = (a_3 - 6)n - a_1$. واسطهٔ حسابی بین a_7 و a_{13} کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۸ (۳)

۳۶ (۲)

۳۴ (۱)

$a_n = \alpha n + \beta$ همان دنبالهٔ حسابی

پاسخ: گزینهٔ ۳

مشاوره دنبالهٔ خطی و حسابی یکسان‌اند و از هر کدام که برایتان راحت‌تر است، می‌توانید استفاده کنید: $a_n = \alpha n + \beta$ یا

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خود حل کنی بهتره اول باید جمله عمومی رو حساب کنی. توی فرمول داده شده یک بار $n=1$ و یک بار $n=3$ رو جای گذاری کن تا از طریق یه دستگاه a_1 و a_3 رو حساب کنی.

درس نامه •• دنباله حسابی / خطی

یک دنباله حسابی، دنباله‌ای است که هر جمله آن (به غیر از جمله اول)، از افزودن یک مقدار ثابت به جمله قبلی به دست می‌آید، این مقدار ثابت (تفاضل مشترک) را قدر نسبت دنباله حسابی می‌نامیم. در واقع دنباله حسابی همان دنباله خطی است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d = dn + a_1 - d = \alpha n + \beta$$

جمله عمومی:

$$\alpha = d$$

در این تساوی ضریب n همان قدر نسبت دنباله است:

نکته واسطه حسابی دو عدد، میانگین آن دو عدد است.

پاسخ تشریحی گام اول: در تساوی $a_n = (a_3 - 6)n - a_1$ ، مقادیر $n=1$ و $n=3$ را جای گذاری می‌کنیم تا از طریق یک دستگاه

$$n=1: a_1 = a_3 - 6 - a_1 \Rightarrow a_3 - 2a_1 = 6 \quad (1)$$

دومعادله - دومجهول مقادیر a_1 و a_3 را به دست آوریم:

$$n=3: a_3 = 3a_3 - 18 - a_1 \Rightarrow 2a_3 - a_1 = 18 \quad (2)$$

گام دوم: دستگاه را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_3 - 2a_1 = 6 \\ 2a_3 - a_1 = 18 \end{cases} \xrightarrow{\times(-2)} \begin{cases} a_3 - 2a_1 = 6 \\ -4a_3 + 2a_1 = -36 \end{cases}$$

$$-3a_3 = -30 \Rightarrow a_3 = 10$$

$$\xrightarrow{\text{جای گذاری}} 10 - 2a_1 = 6 \Rightarrow a_1 = 2$$

گام سوم: حال با دانستن $a_1 = 2$ و $a_3 = 10$ جمله عمومی دنباله a_n را به دست می‌آوریم.

$$a_n = \alpha n + \beta \Rightarrow \begin{cases} n=1: \alpha + \beta = 2 \\ n=3: 3\alpha + \beta = 10 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \alpha = 4, \beta = -2$$

گام چهارم: پس $a_n = 4n - 2$ است و حالا a_7 و a_{13} و سپس واسطه حسابی آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$a_n = 4n - 2 \Rightarrow \begin{cases} n=7: a_7 = 26 \\ n=13: a_{13} = 50 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{میانگین (واسطه حسابی)} = \frac{a_7 + a_{13}}{2} = \frac{26 + 50}{2} = 38$$

$$a_m + a_k = 2a_{\frac{m+k}{2}}$$

نکته برای دو عدد طبیعی m و k در دنباله حسابی a_n داریم:

پس با این روش داریم:

$$\frac{a_7 + a_{13}}{2} = \frac{2a_{\frac{7+13}{2}}}{2} = a_{10} = 4(10) - 2 = 38$$

تست و پاسخ ۳

در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، جمله سوم از جمله اول، ۲۰ واحد بیشتر و از جمله پنجم، ۴۵ واحد کم‌تر است. اگر $t_1 - t_8 = k\left(\frac{3}{4}\right)^5$ باشد

$$t_n = t_1 r^{n-1}$$

مقدار k کدام است؟

$$t_1, r > 0$$

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۳۵ (۲)

۴۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

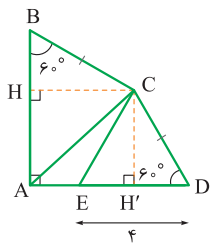
خود حل کنی بهتره شاه کلید، جمله عمومی دنباله‌س. باید t_1 و r رو حساب کنی. تو حل دستگاه‌ها برای دنباله هندسی، از تقسیم

معادله‌ها غافل مشو (نشو).



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



گام اول: ارتفاع‌های وارد بر دو ضلع DE و AB را از رأس C رسم می‌کنیم:

پاسخ تشریحی

گام دوم: دو مثلث BHC و CH'D به حالت وتر و یک زاویه حاده هم‌نهشت‌اند، پس $CH = CH'$ و در نتیجه چهارضلعی AHCH' مربع است.

گام سوم: مساحت مثلث CDE برابر $5\sqrt{3}$ است:

$$S_{CDE} = \frac{1}{2} DE \cdot CH' = \frac{1}{2} (4) CH' = 5\sqrt{3} \Rightarrow CH' = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

گام چهارم: پس طول ضلع مربع برابر $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ است. در مثلث قائم‌الزاویه CH'D داریم:

$$\tan 60^\circ = \frac{CH'}{H'D} = \frac{\frac{5\sqrt{3}}{2}}{H'D} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{5}{2H'D} = 1 \Rightarrow H'D = \frac{5}{2}$$

طبق فرض مسئله می‌دانیم که $ED = 4$ است؛ پس طول ضلع EH' به دست می‌آید:

$$EH' = ED - H'D = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$$

گام پنجم: طول ضلع مربع یعنی طول ضلع AH' برابر $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ است؛ پس طول ضلع AE به دست می‌آید:

$$AE = AH' - EH' = \frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{5\sqrt{3} - 3}{2}$$

تست و پاسخ ۵

انتهای کمان θ در ناحیه اول دایره مثلثاتی است و رابطه $\sqrt{5 \tan \theta + 5 \cot \theta} = 3 \sin \theta + 3 \cos \theta$ برقرار است. در این صورت حاصل

علامت همه نسبت‌ها مثبت است.

$\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ کدام است؟

$\frac{4}{9}$ (۴)

$\frac{5}{9}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{7}{9}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره به توان ۲ برسون، \tan و \cot رو برحسب \sin و \cos بنویس و از اتحاد مهم $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ استفاده کن.

درس نامه ۱۰۰ روابط بین نسبت‌های مثلثاتی

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases} 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \end{cases}$$

$$(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = 1 \pm 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 \pm 2(\sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2(\sin \alpha \cos \alpha)^2$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)(1 - \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 3(\sin \alpha \cos \alpha)^2$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$$



۲. روش‌های حل معادله درجه دوم

معادله $ax^2 + bx + c = 0$ را با شرط $a \neq 0$ یک معادله درجه دوم، استاندارد در نظر می‌گیریم و برای حل آن روش‌های زیر را داریم:

(۱) روش ریشه‌گیری / اتحاد مزدوج: در این حالت $b = 0$ است: $x^2 - 20 = 0 \Rightarrow x^2 = 20 \Rightarrow x = \pm\sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5}$

$$4x^2 - 15 = 0 \Rightarrow (2x + \sqrt{15})(2x - \sqrt{15}) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{\sqrt{15}}{2}, x_2 = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

(۲) اتحاد جمله مشترک: اتحاد $(x+m)(x+n) = x^2 + (m+n)x + mn$ را اتحاد جمله مشترک می‌نامیم (مراجعه کنید به درس‌نامه سؤال ۱). برای حل معادله درجه دوم با این روش، کل معادله را بر a تقسیم می‌کنیم تا ضریب x^2 برابر ۱ شود، در این صورت دنبال ۲ عدد می‌گردیم که مجموع آن‌ها ضریب x و حاصل ضرب آن‌ها عدد ثابت معادله شود.

$$x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 7$$

آن ۲ عدد ۲- و ۷- هستند. \Rightarrow حاصل ضرب مجموع

$$x^2 + 5x - 20 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-4) = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 4$$

آن ۲ عدد ۵ و ۴- هستند \Rightarrow حاصل ضرب مجموع

روش روسی

در این روش معادله $x^2 + bx + ac = 0$ را حل می‌کنیم و سپس جواب‌های به دست آمده را بر a تقسیم می‌کنیم تا جواب‌های معادله اصلی $ax^2 + bx + c = 0$ به دست آید.

$$3x^2 + 8x - 3 = 0 \xrightarrow[\text{ضریب } x^2 \text{ را در عدد ثابت ضرب می‌کنیم.}]{\text{روش روسی}} x^2 + 8x - 9 = 0 \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (x+9)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x_1' = -9, x_2' = 1 \xrightarrow{\text{تقسیم بر } a} x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{3}$$

جواب‌های معادله اصلی

(۳) روش Δ / مربع کامل: روش معروف Δ است که از دل روش مربع کامل اثبات شده است و به صورت زیر است:

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

پاسخ تشریحی گام اول: عبارت خواسته شده سؤال را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم تا ببینیم به مقادیر چه عبارتهایی نیاز داریم:

$$\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta = 1 - 2(\sin \theta \cos \theta)^2$$

گام دوم: پس فقط $\sin \theta \cos \theta$ را می‌خواهیم. برای این کار طرفین تساوی داده شده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{\Delta(\tan \theta + \cot \theta)} = 3(\sin \theta + \cos \theta) \xrightarrow{\text{توان } 2} \Delta(\tan \theta + \cot \theta) = 9(\sin \theta + \cos \theta)^2$$

گام سوم: از اتحادهای درس‌نامه استفاده می‌کنیم:

$$\Delta\left(\frac{1}{\sin \theta \cos \theta}\right) = 9(1 + 2\sin \theta \cos \theta) \Rightarrow \frac{\Delta}{\sin \theta \cos \theta} = 9 + 18\sin \theta \cos \theta$$

$$\frac{\Delta}{t} = 9 + 18t \Rightarrow 18t^2 + 9t - \Delta = 0$$

$\sin \theta \cos \theta$ را متغیر جدید t در نظر می‌گیریم:

$$\xrightarrow{\text{روش روسی}} x^2 + 9x - 90 = (x+15)(x-6) = 0 \Rightarrow x_1 = -15, x_2 = 6$$

$$t_1 = -\frac{15}{18} = -\frac{5}{6}, t_2 = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

پس جواب‌های معادله اصلی $\frac{1}{18}$ این جواب‌ها هستند:

گام چهارم: انتهای کمان θ در ربع اول است، پس همه نسبت‌های مثلثاتی آن و در نتیجه $\sin \theta \cos \theta$ نیز مثبت است، پس مقدار مثبت t را قبول می‌کنیم:

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{3}$$

$$\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = 1 - 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

گام پنجم: طبق رابطه گام اول داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۶

اگر a و b جواب‌های معادله $x^2 - 3x = 2m$ و a و c جواب‌های معادله $x^2 - 2x = 3m$ باشند، حاصل $b + c$ کدام می‌تواند باشد؟

۴) ۵-

۳) ۴

۲) ۱-

۱) ۶

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره جواب‌های معادله تو معادله صدق می‌کنن، a هم که جواب مشترکه، پس به جای x های هر دو معادله a بزار.

پاسخ تشریحی گام اول: این نکته بسیار مهم است که جواب‌های هر معادله در خود آن معادله صدق می‌کنند، این یعنی اگر جواب معادله‌ای

مثلاً ۲ باشد، وقتی به جای x عدد ۲ قرار دهیم؛ تساوی برقرار می‌شود.

حال در این سؤال دو معادله داریم که یکی از جواب‌های هر دو که همان جواب مشترک باشد، $x = a$ است، پس $x = a$ را در هر دو جای گذاری می‌کنیم:

$$x^2 - 3x = 2m \xrightarrow{x=a} a^2 - 3a = 2m \quad (1)$$

$$x^2 - 2x = 3m \xrightarrow{x=a} a^2 - 2a = 3m \quad (2)$$

گام دوم: طرفین معادله (۱) را از طرفین معادله (۲) کم می‌کنیم:

$$\Rightarrow (a^2 - 2a) - (a^2 - 3a) = 3m - 2m \Rightarrow a = m$$

$$x^2 - 2x = 3a$$

به جای a, m و مقدار x را نیز در معادله a قرار می‌دهیم:

$$\xrightarrow{x=a} a^2 - 2a = 3a \Rightarrow a^2 - 5a = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \text{ یا } a_2 = 5$$

گام سوم: به ازای هر کدام از مقادیر a ، معادلات را حل می‌کنیم تا جواب‌های غیرمشترک را که b و c باشند، به دست آوریم:

$$a = 0: \begin{cases} x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 3 \\ x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow b + c = 5$$

$$a = 5: \begin{cases} x^2 - 3x = 10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = -2 \\ x^2 - 2x = 15 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow b + c = -5$$

تست و پاسخ ۷

۲- عرض رأس سهمی است.

سهمی $y = ax^2 + bx + c$ از نقطه $(-4, c)$ می‌گذرد و بر خط $y = -2$ مماس است. اگر این سهمی، نیمساز ناحیه اول را در نقطه‌ای به طول ۱

قطع کند، مقدار b کدام است؟

مختصات نقطه تقاطع $(1, 1)$ است.

۴) $\frac{4}{3}$

۳) $\frac{5}{3}$

۲) $\frac{7}{2}$

۱) $\frac{5}{2}$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در مسائلی که لازم است که معادله یک سهمی را پیدا کنید، تا حد ممکن از نوشتن ضابطه به صورت $y = ax^2 + bx + c$

که لازمه آن حل دستگاه سه معادله سه مجهول است، خودداری کنید و سعی کنید دو نقطه با عرض‌های یکسان پیدا کنید تا بتوانید از

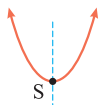
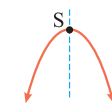
فرم‌های دیگر معادله سهمی استفاده کنید.

خودت حل کنی بهتره دو نقطه هم‌عرض داری، پس طول رأس سهمی رو هم داری. عرض رأس هم که بهت داده. چی می‌مونه؟ a . از نقطه $(1, 1)$ استفاده کن.



درس نامه •• سهمی (تابع درجه دو)

هر معادله به شکل $y = ax^2 + bx + c$ را که در آن $a \neq 0$ است یک تابع درجه دو و نمودار آن را سهمی می‌نامیم.

$a > 0$	$a < 0$
دهانه سهمی رو به بالا	دهانه سهمی رو به پایین
	
مینیمم دار است.	ماکزیمم دار است.

نقطه S در شکل‌های روبه‌رو را رأس سهمی یا نقطهٔ ماکزیمم (مینیمم) تابع می‌نامیم. خط گذرنده از رأس و عمود بر محور Xها را محور تقارن سهمی می‌نامیم. این خط در نقطهٔ رأس بر سهمی عمود است.

ضابطهٔ یک سهمی را می‌توان به صورت $y = a(x - x_s)^2 + y_s$ نیز نمایش داد. به جدول زیر توجه کنید:

معادله	مختصات رأس	محور تقارن	ماکزیمم (مینیمم)
$f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$	$S(x_s, y_s)$	$x = x_s$	y_s
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$S\left(\frac{-b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$	$x = \frac{-b}{2a}$	$f\left(\frac{-b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	$S\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\right)$	$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$	$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

در ردیف آخر، x_1 و x_2 صفرهای سهمی هستند. در حالت کلی ریشه‌های ضابطهٔ تابع f یا طول نقاط برخورد نمودار آن با محور Xها را صفرهای تابع f می‌نامیم. نکتهٔ مهم: اگر خط $y = k$ سهمی را در دو نقطه به طول‌های x_1 و x_2 قطع کند، طول رأس، وسط طول این دو نقطه یعنی $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2}$ است که همان معادلهٔ محور تقارن تابع است. از طرفی اگر خط $y = k$ سهمی را در یک نقطه قطع کند (یعنی بر آن مماس شود)، عرض نقطهٔ ماکزیمم (مینیمم) برابر k است.

پاسخ تشریحی گام اول: عرض از مبدأ سهمی c است، چون اگر $x = 0$ را جای‌گذاری کنیم، $y = c$ به دست می‌آید. پس سهمی از نقطه $(0, c)$ می‌گذرد.

طبق فرض، این سهمی از نقطه $(-4, c)$ هم می‌گذرد، این یعنی دو نقطه با عرض برابر روی این سهمی پیدا کردیم. پس طول رأس سهمی میانگین طول این دو نقطه است:

$$(0, c), (-4, c) \in \text{سهمی} \Rightarrow x_s = \frac{0 - 4}{2} = -2$$

گام دوم: اگر خطی افقی بر یک سهمی مماس باشد، نقطهٔ تماس، رأس سهمی است؛ بنابراین عرض رأس سهمی این سؤال $y_s = -2$ است؛ زیرا خط $y = -2$ بر سهمی مماس است.

گام سوم: پس معادلهٔ سهمی را به صورت مقابل می‌نویسیم:

$$y = a(x - x_s)^2 + y_s \rightarrow y = a(x + 2)^2 - 2$$

این سهمی خط $y = x$ را در نقطه‌ای به طول $x = 1$ قطع می‌کند، پس سهمی از نقطه $(1, 1)$ هم می‌گذرد:

$$\Rightarrow 1 = a(3)^2 - 2 \Rightarrow a = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}(x + 2)^2 - 2 = \frac{1}{3}(x^2 + 4x + 4) - 2 = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$

با مقایسهٔ این معادله و معادلهٔ صورت سؤال، مشخص است که $b = \frac{4}{3}$ است.

تست و پاسخ ۸

مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $(x-1)(x^3 + ax^2 + b) \geq 0$ برابر \mathbb{R} است. مجموع مقادیر صحیح ممکن برای a کدام است؟

۴ (۱)	۳ (۲)	۶ (۳)	۵ (۴)
-------	-------	-------	-------

عبارت ریشهٔ مرتبهٔ فرد ندارد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

خودت حل کنی بهتره همهٔ ریشه‌های چندجمله‌ای $(x-1)(x^3 + ax^2 + b)$ از جمله $x = 1$ باید مضاعف باشن.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: اگر $x=1$ ریشه عبارت $x^3 + ax^2 + b$ نباشد، عبارت اصلی $P(x) = (x-1)(x^3 + ax^2 + b)$ قطعاً در اطراف $x=1$ تغییر علامت می‌دهد و آن وقت مجموعه جواب‌های نامعادله \mathbb{R} نخواهد بود، در نتیجه $x=1$ قطعاً ریشه $x^3 + ax^2 + b$ خواهد بود:
 $\Rightarrow 1 + a + b = 0 \Rightarrow b = -a - 1$

گام دوم: عوامل تجزیه چندجمله‌ای $P(x)$ را پیدا می‌کنیم:
 $P(x) = (x-1)(x^3 + ax^2 - a - 1) = (x-1)^2(x^2 + (a+1)x + a+1)$
 به صورت $(x-1)(x^2 + (a+1)x + a+1)$ تجزیه می‌شود.

گام سوم: برای این که همواره $P(x) \geq 0$ باشد، لازم است که عبارت $x^2 + (a+1)x + a+1$ همواره نامنفی باشد و لازمه آن هم این است که Δ ی این عبارت نامثبت باشد:

$$\Delta = (a+1)^2 - 4(a+1) = (a+1)(a+1-4) = (a+1)(a-3) \xrightarrow{\Delta \leq 0} -1 \leq a \leq 3$$

گام چهارم: مقادیر صحیح این بازه عبارت‌اند از $-1, 0, 1, 2, 3$ که مجموع آن‌ها برابر ۵ است.

تست و پاسخ ۹

فقط عدد ثابت و ضریب x دارد؛ $f(x) = \alpha x + \beta$

تابع $f(x) = (ax-2)(x-a) + 2x^2$ خطی است. مجموعه جواب‌های نامعادله $(x-f(x))(x+f(x)) \geq 0$ کدام است؟

(۱) $[-\frac{4}{5}, -\frac{3}{7}]$ (۲) $[-\frac{4}{5}, -\frac{4}{7}]$ (۳) $[-\frac{3}{5}, -\frac{4}{7}]$ (۴) $[-\frac{3}{5}, -\frac{3}{7}]$

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره ضریب x^2 رو برابر صفر قرار بده.

درس نامه •• تابع خطی

تابع چندجمله‌ای: هر تابع را که نمایش جبری آن، یک چندجمله‌ای جبری از یک متغیر باشد، تابع چندجمله‌ای می‌نامند.
 تابع چندجمله‌ای از درجه n : $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$; $a_n \neq 0$
 هر تابع که بتوان ضابطه آن را به شکل $f(x) = ax + b$ یا $y = ax + b$ نوشت یک تابع خطی می‌نامند. a شیب خط و b عرض از مبدأ خط است. طول از مبدأ نیز برابر $-\frac{b}{a}$ است. همان‌طور که می‌بینید، در ضابطه این تابع x^2 ، x^3 و ... ضرایبشان صفر است.
 معمولاً دامنه و برد تابع خطی \mathbb{R} است، اما اگر دامنه بازه $[x_1, x_2]$ باشد، برد یکی از بازه‌های $[f(x_1), f(x_2)]$ یا $[f(x_2), f(x_1)]$ است.

$[x_1, x_2]$		$[x_0, +\infty)$		$(-\infty, x_0]$		\mathbb{R}	دامنه
$a > 0$	$a < 0$	$a > 0$	$a < 0$	$a > 0$	$a < 0$		
$[f(x_1), f(x_2)]$	$[f(x_2), f(x_1)]$	$[f(x_0), +\infty)$	$(-\infty, f(x_0)]$	$(-\infty, f(x_0)]$	$[f(x_0), +\infty)$	\mathbb{R}	برد

نیازی به حفظ کردن هم نیست. کافی است سر و ته بازه دامنه را در ضابطه تابع خطی جای گذاری کنید، سپس برد را به صورت (بزرگ‌تر، کوچک‌تر) بنویسید.

پاسخ تشریحی گام اول: در ابتدا مقدار پارامتر a را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = ax^2 - a^2x - 2x + 2a + 2x^2 \Rightarrow f(x) = (a+2)x^2 - (a^2+2)x + 2a$$

$$\Rightarrow a+2=0 \Rightarrow a=-2$$

برای این که f خطی باشد، باید ضریب x^2 صفر باشد:

$$\Rightarrow f(x) = -6x - 4$$

گام دوم: می‌رویم سراغ نامعادله، اول آن را تشکیل می‌دهیم و ساده می‌کنیم:

$$(x-f(x))(x+f(x)) \geq 0 \Rightarrow (7x+4)(-5x-4) \geq 0$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} (7x+4)(5x+4) \leq 0 \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} -\frac{4}{5} \leq x \leq -\frac{4}{7}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۰

در یک مستطیل، بین اندازه طول (a) و اندازه عرض (b) رابطه $\frac{4a}{b} = \frac{3b+4a}{a}$ برقرار است. ضابطه تابعی که اندازه قطر مستطیل را بر حسب a بیان می کند کدام است؟

$$f(a) = \frac{\sqrt{11}}{3} a \quad (4)$$

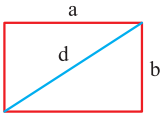
$$f(a) = \frac{\sqrt{11}}{2} a \quad (3)$$

$$f(a) = \frac{\sqrt{13}}{3} a \quad (2)$$

$$f(a) = \frac{\sqrt{13}}{2} a \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: طول قطر مستطیل بر حسب a و b طبق قضیه فیثاغورس برابر است با:



$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

گام دوم: کافی است که از رابطه صورت سؤال، b را بر حسب a بنویسیم:

$$\frac{4a}{b} = \frac{3b+4a}{a} \Rightarrow 4\frac{a}{b} = 3\frac{b}{a} + 4$$

$\frac{b}{a}$ را متغیر جدید t در نظر می گیریم:

$$\Rightarrow \frac{4}{t} = 3t + 4 \xrightarrow{\times t} 4 = 3t^2 + 4t$$

$$\Rightarrow 3t^2 + 4t - 4 = 0 \xrightarrow{\text{روش روسی}} x^2 + 4x - 12 = (x+6)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -6, x_2 = 2 \xrightarrow{\text{تقسیم بر 3}} t_1 = -2, t_2 = \frac{2}{3}$$

جواب مثبت قابل قبول است، پس $\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$ است.

گام سوم: $b = \frac{2}{3}a$ را در رابطه مربوط به d جای گذاری می کنیم:

$$d = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2}{3}a\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{4}{9}a^2} = \sqrt{\frac{13a^2}{9}} = \frac{\sqrt{13}}{3} a$$

ضابطه تابع



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

هندسه دهم

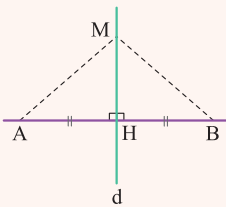
تست و پاسخ ۱۱

در مثلث ABC ، عمودمنصف ضلع BC و نیمساز زاویه B روی ضلع AC متقاطع اند. کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\hat{B} > 2\hat{C}$ (۲) $\hat{B} > \hat{C}$ (۳) $\hat{A} > \hat{B}$ (۴) $2\hat{A} < \hat{B}$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره برای حل این سؤال کافی است از ویژگی عمودمنصف استفاده کنی و برای صورت سؤال یک شکل دقیق بکشی.

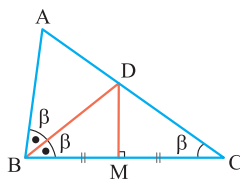


M بر روی عمودمنصف است. $MA = MB \Leftrightarrow M$

درس نامه •• عمودمنصف پاره خط و ویژگی های آن

عمودمنصف یک پاره خط دارای ویژگی های زیر می باشد:

- هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.
- هر نقطه که از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد بر روی عمودمنصف آن پاره خط واقع است.



پاسخ تشریحی بنا به فرض، نقطه D محل تلاقی عمودمنصف BC و نیمساز زاویه B روی ضلع AC

است، چون $BD = CD$ است؛ پس مثلث BDC متساوی الساقین است.

بنابراین $\hat{C} = \beta$ و $\hat{B} = 2\hat{C}$ و نهایتاً $\hat{B} > \hat{C}$.

سایر گزینه ها لزوماً درست نیستند، مثلاً اگر $\hat{B} = 8^\circ$ ، $\hat{C} = 4^\circ$ و $\hat{A} = 6^\circ$ باشد، آن گاه ۳ و ۴ نادرست هستند.

تست و پاسخ ۱۲

از مثلث ABC مقادیر $AB = 5$ و $BC = 8$ مفروض است. با کدام داده دیگر، رسم مثلث ABC دارای جواب منحصر به فرد است؟

- (۱) $\hat{C} = 30^\circ$ (۲) $AC = 3$ (۳) $AH = 4$ (ارتفاع) (۴) $AM = 3$ (میان)

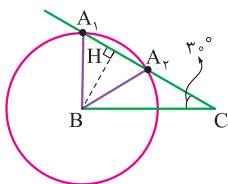
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره ترسیم مثلث با داشتن اطلاعات مختلف، مبحث بسیار مهمی است که بهتر است با این تست بعضی حالاتش را دوباره مرور کنید!

پاسخ تشریحی هر چهار گزینه را جداگانه بررسی می کنیم.

۱) دو مثلث قابل رسم است. ابتدا BC را می کشیم و از رأس C با زاویه 30° خطی رسم می کنیم. حالا از رأس B

با پرگار، کمانی به طول AB رسم می کنیم. این کمان خط را در ۲ نقطه قطع می کند؛ پس نقطه برای A قابل قبول است و ۲ مثلث قابل رسم داریم:



چون $BH = \frac{BC}{2} = 4$ از طول ضلع AB کم تر است، دایره و خط یکدیگر را در دو نقطه قطع می کنند.

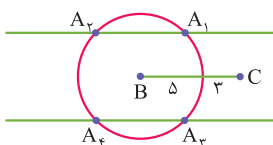
۲) با سه ضلع ۳، ۵ و ۸ هیچ مثلثی قابل رسم نیست، چون $3 + 5 > 8$ نیست و نامساوی مثلثی برقرار نمی باشد.

۳) ضلع $BC = 8$ و نقاطی که به فاصله ۵ از B هستند را در نظر می گیریم:

چون که $AH = 4$ ، یعنی نقطه A به فاصله ۴ از BC است، پس دو خط به فاصله ۴ از BC را در طرفین آن

رسم می کنیم، نقاط A_3 و A_4 در تناظر با A_1 و A_2 مثلث های همنهشت تولید می کنند؛ در نتیجه تنها دو مثلث

متمايز A_1BC و A_2BC را داریم؛ پس این گزینه هم رد می شود.

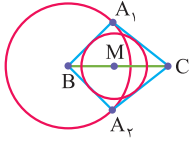




پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

۴) همان شکل اولیه را در نظر می‌گیریم. از M ، نقطه وسط BC ، دایره‌ای به شعاع $AM = 3$ رسم می‌کنیم، محل تلاقی آن با دایره بزرگ‌تر همان نقطه A است.



$$BM = MC = 4$$

$$A_1M = A_2M = 3$$

از آن جا که A_1BC با A_2BC هم‌نهشت است، پس فقط یک مثلث می‌توان رسم کرد:

تست و پاسخ ۱۳

در مثلث ABC نیمسازهای دو زاویه داخلی B و C در نقطه I و نیمساز داخلی B و زاویه خارجی C در نقطه I' یکدیگر را قطع می‌کنند. اگر $\angle I'IC = 5\hat{I}IC$ ، آن‌گاه زاویه بین نیمسازهای خارجی B و C چند درجه است؟

۶۵ (۴)

۶۰ (۳)

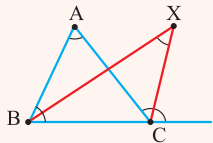
۵۵ (۲)

۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

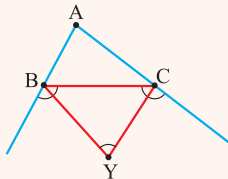
مشاوره اندازه زاویه بین نیمسازهای داخلی و خارجی زوایای مثلث از سوالات پرتکرار است، خوب است که روابط آن‌ها را بلد باشی.

درس نامه •• اندازه زاویه بین نیمسازها در حالت‌های مختلف



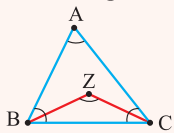
$$\hat{X} = \frac{\hat{A}}{2}$$

• زاویه بین نیمساز داخلی و خارجی:



$$\hat{Y} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$$

• زاویه بین دو نیمساز خارجی:



$$\hat{Z} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$

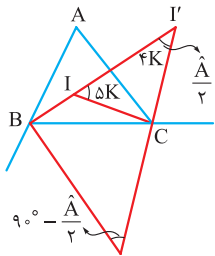
• زاویه بین نیمسازهای داخلی:

پاسخ تشریحی

ابتدا شکل مسئله را رسم می‌کنیم. از رابطه $\angle I'IC = 5\hat{I}IC$ نتیجه می‌گیریم که اگر $\hat{I}IC = 5K$ باشد، $\hat{I}'IC = 4K$ است. از طرفی، نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه C بر هم عمودند؛ بنابراین در مثلث قائم‌الزاویه $I'IC$ داریم:

$$4K + 5K = 90^\circ \Rightarrow 9K = 90^\circ \Rightarrow K = 10^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{I}'IC = 4K = 40^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = 40^\circ$$



حالا مطابق شکل مقابل، زاویه بین نیمسازهای خارجی B و C برابر است با:

$$90^\circ - \frac{\hat{A}}{2} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

تست و پاسخ ۱۴

مطابق شکل، مربع $MNPQ$ در مثلث قائم‌الزاویه ABC محاط شده است. اگر مساحت مثلث‌های BMQ و CNP به ترتیب ۴ و ۶ باشد، آن‌گاه

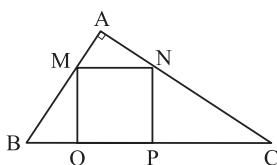
مساحت مثلث AMN کدام است؟

۲/۴ (۲)

۲ (۱)

۲/۵ (۴)

۲/۸ (۳)



پاسخ: گزینه ۲

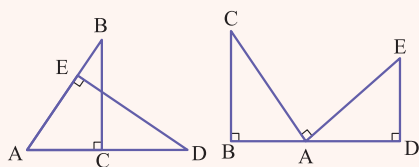
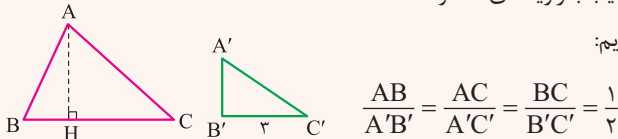


مشاوره استفاده از نسبت تشابه مثلث‌های متشابه برای به دست آوردن مساحت‌های آن‌ها از کاربردهای مهم تشابه است.

درس نامه

(۱) تشابه مثلث‌ها در حالت تساوی دو زاویه:

اگر بدانیم که دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگری برابرند (که طبیعتاً زاویه‌های سوم هم برابر می‌شوند)، ثابت می‌شود که این دو مثلث با هم متشابه‌اند، یعنی اضلاع یکی k برابر دیگری است. به عنوان مثال می‌دانیم که در دو مثلث زیر، زاویه‌های A و B به ترتیب با زاویه‌های A' و B' برابرند؛ پس مثلث‌های ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند و در نتیجه داریم:



راستی دو مثلث قائم‌الزاویه، همیشه یک زاویه برابر دارند که همان زاویه قائمه است، پس اگر در دو مثلث قائم‌الزاویه یک زاویه حاده برابر پیدا کردید، آن دو مثلث متشابه‌اند. مثلاً دو شکل مقابل را ببینید، می‌توانید بگویید چرا در هر دوی آن‌ها مثلث ABC با مثلث ADE متشابه است؟

(۲) نسبت محیط‌ها و مساحت‌های دو شکل متشابه:

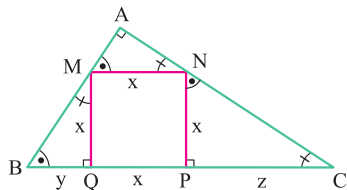
الف) نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه، برابر است با نسبت تشابه یا همان k .

ب) نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر است با مجذور نسبت تشابه، یعنی k^2 .

البته این نکته علاوه بر مثلث در تمام اشکال متشابه هم برقرار است.

پاسخ تشریحی گام اول (نوشتن روابط تشابه مثلث‌ها):

مثلث‌های AMN ، QBM و PNC به دلیل برابری زوایا متشابه هستند. فرض کنیم مساحت مثلث AMN برابر S باشد، داریم:



$$\triangle AMN \sim \triangle QBM \Rightarrow \frac{S}{S_{QBM}} = \left(\frac{MN}{BM}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{S_{QBM}} = \frac{x^2}{x^2 + y^2} \Rightarrow \frac{S}{4} = \frac{x^2}{x^2 + y^2} \quad (1)$$

$$\triangle AMN \sim \triangle PNC \Rightarrow \frac{S}{S_{PNC}} = \left(\frac{MN}{CN}\right)^2 = \frac{x^2}{x^2 + z^2} \Rightarrow \frac{S}{6} = \frac{x^2}{x^2 + z^2} \quad (2)$$

$$\triangle QMB \sim \triangle PNC \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{y}{x} \Rightarrow x^2 = yz$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) گام اول را با یکدیگر جمع می‌کنیم، داریم:

$$\Rightarrow \frac{S}{4} + \frac{S}{6} = \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{x^2}{x^2 + z^2}$$

$$\xrightarrow{x^2 = yz} \frac{S}{4} + \frac{S}{6} = \frac{yz}{yz + y^2} + \frac{yz}{yz + z^2} = \frac{z}{z + y} + \frac{y}{y + z} = \frac{z + y}{z + y} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{6S + 4S}{24} = 1 \Rightarrow S = \frac{24}{10} = 2/4$$



تست و پاسخ ۱۵

در دوزنقه ABCD با قاعده‌های AB و CD، فاصله وسط قطر BD از محل برخورد قطرها ۱۰ واحد است. اگر $\angle CBD = 90^\circ$ و $AB = AD = 50$ باشد، طول ساق BC کدام است؟

۸۵ (۴)

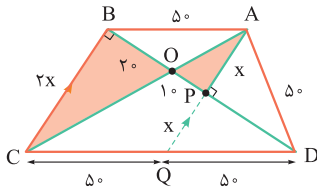
۸۰ (۳)

۷۵ (۲)

۷۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال):



از نقطه A به P (وسط BD)، وصل می‌کنیم و آن را تا جایی که ضلع CD را قطع کند (Q) ادامه می‌دهیم. نقطه P وسط BD است و چون $\triangle ABD$ مثلث متساوی‌الساقین است، AP ارتفاع مثلث نیز هست؛ بنابراین $\angle APD = 90^\circ$.

گام دوم (محاسبه طول BO):

داریم $\angle CBD = \angle P = 90^\circ$ ، پس طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب $BC \parallel AQ$ است. با فرض $PQ = x$ و طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث DBC داریم:

$$PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{DP}{DB} = \frac{DQ}{DC} = \frac{PQ}{BC} \xrightarrow{BD \text{ وسط } P} \begin{cases} \frac{PQ}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = 2x \\ \frac{DQ}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DQ = CQ = \frac{DC}{2} \end{cases}$$

از طرفی در چهارضلعی ABCQ، اضلاع مقابل دوه‌دو موازی یکدیگرند و در نتیجه $\angle CQ = \angle AB = 50^\circ$ ، پس $DC = 2 \times 50 = 100$. هم‌چنین $AQ = BC = 2x$ و در نتیجه $AP = PQ = x$.

مثلث‌های AOP و BOC به حالت تساوی زاویه‌ها متشابه‌اند، پس داریم:

$$\frac{BO}{OP} = \frac{2x}{x} \Rightarrow \frac{BO}{10} = 2 \Rightarrow BO = 20$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):

طبق قضیه فیثاغورس در $\triangle APB$ داریم:

$$x^2 + 30^2 = 50^2 \Rightarrow x = 40 \Rightarrow BC = 2x = 80$$

تست و پاسخ ۱۶

اگر با اضافه شدن یک ضلع به ضلع‌های یک n ضلعی محدب، ۵ قطر به قطرهای آن اضافه شود، تعداد قطرهای این n ضلعی محدب کدام است؟

۱۴ (۴)

۹ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره: تغییر تعداد قطرهای یک چندضلعی با تغییر تعداد ضلع‌ها یک تیب پرتکرار از سؤال‌های مربوط به چندضلعی‌هاست.

درس نامه: تعداد قطرهای n ضلعی محدب

- از هر رأس n ضلعی محدب $n - 3$ قطر عبور می‌کند و در نتیجه هر n ضلعی محدب $\frac{n(n-3)}{2}$ قطر دارد.
- اگر به تعداد رأس‌های یک n ضلعی یکی اضافه شود، به تعداد قطرهای آن $(n-1)$ قطر اضافه خواهد شد.

پاسخ تشریحی: راه حل اول: تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب برابر با $\frac{n(n-3)}{2}$ است؛ پس تعداد قطرهای $(n+1)$ ضلعی محدب برابر

$$\frac{(n+1)(n+1-3)}{2} = \frac{(n+1)(n-2)}{2}$$

است با:

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = \frac{n(n-3)}{2} + 5 \Rightarrow \frac{n^2 - n - 2}{2} = \frac{n^2 - 3n + 10}{2}$$

اکنون داریم:

$$\Rightarrow n^2 - n - 2 = n^2 - 3n + 10 \Rightarrow n = 6$$

$$\text{تعداد قطرهای شش ضلعی محدب} = \frac{6(6-3)}{2} = 9$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

راه حل دوم:

به ضلع‌های چندضلعی محدب یکی اضافه شده است؛ پس به تعداد قطرهای آن $(n-1)$ اضافه می‌شود.

$$n-1=5 \Rightarrow n=6$$

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$$

تعداد قطرهای ضلعی محدب را محاسبه می‌کنیم.

تست و پاسخ ۱۷

در یک مثلث قائم‌الزاویه غیرمتساوی‌الساقین، یکی از زاویه‌های داخلی، دو برابر زاویه دیگر است. با رسم ارتفاع وارد بر وتر، مساحت این مثلث به کدام نسبت تقسیم می‌شود؟

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} \quad (1)$$

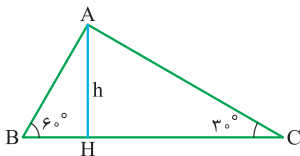
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: حالت اول: زاویه قائمه دو برابر یکی از زاویه‌های حاده باشد. \times

حالت دوم: یکی از زاویه‌های حاده دو برابر زاویه دیگر باشد. \checkmark

گام اول: اگر منظور زاویه قائمه باشد. مثلث متساوی‌الساقین می‌شود. پس منظور سؤال، دو زاویه حاده است؛ در نتیجه:

$$2\alpha + \alpha = 3\alpha = 90^\circ \rightarrow \alpha = 30^\circ$$



شکل را رسم و ارتفاع $AH = h$ را می‌کشیم:

$$\frac{h}{HC} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow HC = \sqrt{3}h$$

$$\frac{h}{BH} = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \rightarrow BH = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

گام دوم: در این صورت داریم:

گام سوم: باید $\frac{S_{AHB}}{S_{ACH}}$ را به دست آوریم؛ از آنجا که ارتفاع AH مشترک است، حاصل کسر برابر $\frac{BH}{HC}$ می‌باشد:

$$\frac{BH}{HC} = \frac{h}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}h} = \frac{1}{3}$$

تست و پاسخ ۱۸

مجموع طول میانه‌های مثلثی ۱۵ است. محیط این مثلث کدام می‌تواند باشد؟

$$21 \quad (4)$$

$$20 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره: مجموع طول میانه‌های هر مثلث و اندازه محیط آن یک نامساوی دارند که برای حل این سؤال باید از آن استفاده کنی.

نکته: در هر مثلث، مجموع طول‌های سه میانه از محیط مثلث کم‌تر و از $\frac{3}{4}$ محیط بیشتر است.

$$\frac{3}{4}(\text{محیط}) < m_a + m_b + m_c < \text{محیط}$$

پاسخ تشریحی: اگر محیط مثلث را P در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{3}{4}P < 15 < P \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}P < 15 \Rightarrow P < 20 \\ 15 < P \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 15 < P < 20$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۹

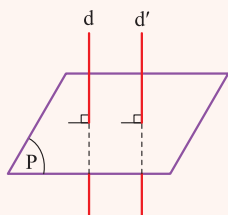
در فضا، دو خط متمایز d و d' در چه صورتی با هم موازی هستند؟

- (۱) هر دو بر خطی مانند d'' عمود باشند.
 (۲) هر دو با صفحه‌ای مانند P موازی باشند.
 (۳) هر دو بر صفحه‌ای مانند P عمود باشند.
 (۴) هر دو در صفحه‌ای مانند P واقع باشند.

پاسخ: گزینه ۳

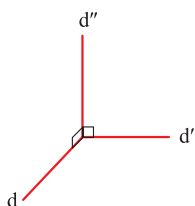
درس نامه

اگر خطوط d و d' موازی باشند و خط d بر صفحه P عمود باشد، d' نیز بر صفحه P عمود خواهد بود و برعکس، یعنی اگر دو خط d و d' بر صفحه P عمود باشند، d و d' موازی‌اند.

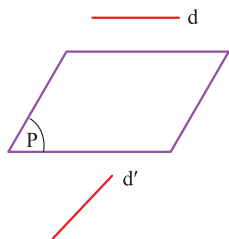


پاسخ تشریحی مثال نقض هر کدام از گزینه‌ها را در شکل‌های زیر می‌بینیم:

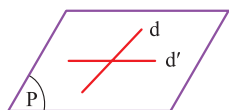
(۱)



(۲)



(۴)



در مورد (۳) همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، دو خط عمود بر یک صفحه، همواره با هم موازی‌اند.

تست و پاسخ ۲۰

قطرهای مستطیل ABCD در نقطه O متقاطع‌اند. در دوران حول ضلع BC ، حجم شکل حاصل از دوران مستطیل، چند برابر حجم شکل حاصل از دوران مثلث OBC است؟

۴ (۴)

۹ (۳)

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

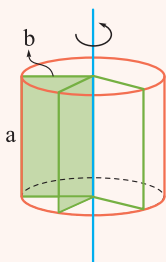
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره شکل حاصل از دوران چندضلعی‌های مختلف از مباحث مهم فصل آخر هندسه دهم است.

درس نامه

● شکل حاصل از دوران مستطیل:

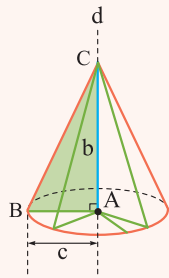
مستطیلی به اضلاع a و b را در نظر بگیرید. اگر آن را حول ضلع به طول a دوران دهیم، استوانه‌ای به شعاع قاعده b و ارتفاع a ایجاد می‌شود.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



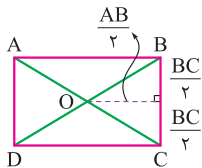
● شکل حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه، حول ضلع قائمه:

مثلث قائم الزاویه‌ای به طول اضلاع قائم b و c را در نظر بگیرید. اگر این مثلث را حول ضلع به طول b دوران دهیم، مخروطی به شعاع قاعده c و ارتفاع b ایجاد می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول (پیدا کردن حجم شکل حاصل از دوران مستطیل):

از دوران مستطیل حول ضلع BC استوانه‌ای به شعاع قاعده AB و ارتفاع BC ایجاد می‌شود که حجم آن $V_1 = \pi \cdot AB^2 \cdot BC$ است. گام دوم (پیدا کردن شکل حاصل از دوران مثلث):

از دوران مثلث OBC حول ضلع BC دو مخروط برابر به ارتفاع $\frac{BC}{2}$ و شعاع قاعده $\frac{AB}{2}$ تشکیل می‌شود که حجم آن $V_2 = 2 \times \left(\frac{1}{3} \pi \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \frac{BC}{2}\right)$ است.



گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):

حال می‌توانیم حاصل $\frac{V_1}{V_2}$ را محاسبه کنیم:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi \cdot AB^2 \cdot BC}{2 \left(\frac{1}{3} \pi \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \frac{BC}{2}\right)} = 12$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

فیزیک دهم

تست و پاسخ ۲۱

چگالی مایع‌های A و B به ترتیب 0.6 g/cm^3 و 0.8 g/cm^3 است. برای آن که جسمی به جرم 300 g و حجم 400 L بر سطح مخلوط همگنی از این دو مایع شناور بماند، مایع B باید چند درصد از حجم مخلوط را تشکیل دهد؟ (حجم دو مایع هنگام مخلوط شدن تغییری نمی‌کند.)
 (۱) حداقل ۲۵ درصد (۲) حداقل ۷۵ درصد (۳) حداکثر ۲۵ درصد (۴) حداکثر ۷۵ درصد

پاسخ: گزینه ۲

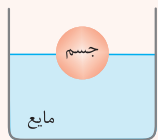
خودت حل کنی بهتره ابتدا چگالی جسم را با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ به دست آورید؛ سپس به کمک رابطه $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$ چگالی مخلوط را بیشتر از چگالی جسم قرار دهید تا در نهایت نسبت V_B به V_A محاسبه شود.

درس نامه ..

اگر دو مایع A و B به ترتیب با جرم‌های m_A و m_B و حجم‌های V_A و V_B داشته باشیم (با فرض عدم تغییر حجم در اثر مخلوط شدن)، چگالی مخلوط از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$$

شکل مقابل یک مایع با چگالی ρ را نشان می‌دهد که جسمی بر روی سطح آن شناور است. در این صورت رابطه چگالی به صورت زیر برقرار است:



$$\rho_{\text{جسم}} < \rho_{\text{مایع}}$$

پاسخ تشریحی گام اول: چگالی جسم را به کمک رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{جسم}} = \frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{جسم}}} = \frac{300}{400} = 0.75 \text{ g/L} = 0.75 \text{ g/cm}^3$$

گام دوم: برای آن که جسم بر روی سطح مخلوط همگن دو مایع شناور بماند، باید چگالی جسم کم‌تر از چگالی مخلوط دو مایع باشد.

$$\rho_{\text{جسم}} < \rho_{\text{مخلوط دو مایع}} \Rightarrow 0.75 < \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 0.75 < \frac{0.6V_A + 0.8V_B}{V_A + V_B}$$

$$\Rightarrow 0.75V_A + 0.75V_B < 0.6V_A + 0.8V_B \Rightarrow 0.15V_A < 0.05V_B \Rightarrow 3V_A < V_B$$

گام سوم: نسبت حجم مایع B به حجم مخلوط را در کم‌ترین حالت نسبت حجم مایع B به حجم مایع A به دست می‌آوریم:

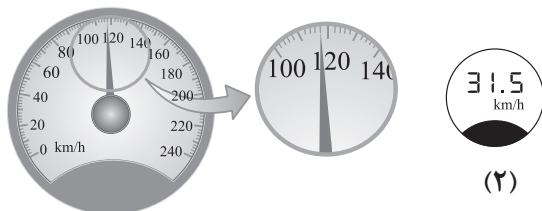
$$\frac{V_B}{V_A + V_B} = \frac{3V_A}{V_A + 3V_A} = \frac{3}{4} = 0.75$$

بنابراین حداقل ۷۵ درصد از حجم مایع را باید مایع B تشکیل دهد.

حواستون باشه در گام اول برای تبدیل واحد یکای چگالی به صورت مقابل عمل کردیم: $1 \text{ g/cm}^3 \xrightarrow{\times 1000} 1 \text{ g/L} = 1 \text{ kg/m}^3$

تست و پاسخ ۲۲

شکل (۱)، صفحه تندی سنج مدرج خودروی A و شکل (۲)، نمایشگر تندی سنج دیجیتال خودروی B را نشان می‌دهد. کدام یک از موارد زیر درست است؟
 الف) دقت اندازه‌گیری تندی سنج خودروی A، 1 km/h است.
 ب) دقت اندازه‌گیری تندی سنج خودروی B، 0.5 km/h است.
 پ) تندی سنج خودروی A، دقیق‌تر از تندی سنج خودروی B است.
 ت) تندی سنج خودروی B، دقیق‌تر از تندی سنج خودروی A است.



(۱)

(۲)

ت (۴)

پ (۳)

ب و ت (۲)

الف و پ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

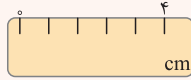


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

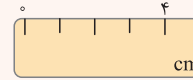
فیزیک

درس نامه

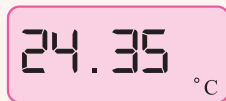
دقت اندازه‌گیری وسایل مدرج (درجه‌بندی شده) برابر کمینه درجه‌بندی وسیله است. دقت اندازه‌گیری وسایل دیجیتال (رقمی) برابر یک واحد از آخرین رقمی است که خوانده می‌شود. در شکل‌های زیر، دقت اندازه‌گیری وسایل مشخص شده است:



$$\text{دقت اندازه‌گیری} = \frac{4}{5} = 0.8 \text{ cm}$$



$$\text{دقت اندازه‌گیری} = \frac{4}{4} \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$



$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0.01 \text{ } ^\circ\text{C}$$



$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0.001 \text{ mm}$$

پاسخ تشریحی گام اول: تندی سنج خودروی A (شکل ۱) مدرج است و دقت اندازه‌گیری برابر کمینه درجه‌بندی آن است و درجه‌بندی برابر 2 km/h است (از فاصله 100 km/h تا 120 km/h شامل ده درجه‌بندی است).
گام دوم: تندی سنج خودروی B (شکل ۲) به صورت دیجیتال (رقمی) است و دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خواند که برابر 0.1 km/h است؛ بنابراین فقط گزاره «ت» صحیح است.

تست و پاسخ

در ظرفی استوانه‌ای، جرم یکسانی از آب و جیوه ریخته شده است. اگر ارتفاع آب 20 cm باشد، فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی آب 1 g/cm^3 است.)

۴ (۴)

۲ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره برای محاسبه فشار ناشی از مایع، نگاه و زاویه دید فقط به این صورت نباشد که می‌توان از رابطه $P = \rho gh$ استفاده کرد.

خودت حل کنی بهتره ابتدا فشار ناشی از آب را به کمک رابطه $P = \rho gh$ به دست آورید، سپس با توجه به جرم یکسان آب و جیوه و شکل ظرف، فشار ناشی از جیوه را محاسبه کنید و در نهایت فشار پیمانه‌ای (فشار ناشی از آب و جیوه) را به دست آورید.

درس نامه

فشار ناشی از مایعی به جرم m که درون ظرف استوانه‌ای یا مکعبی با سطح مقطع A ریخته می‌شود، از رابطه $P = \frac{mg}{A}$ به دست می‌آید.

پاسخ تشریحی گام اول: فشار ناشی از 20 cm آب را بر حسب کیلوپاسکال به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = 10^3 \times 10 \times 0.2 = 2 \times 10^3 \text{ Pa} = 2 \text{ kPa}$$

گام دوم: از آنجا که ظرف استوانه‌ای است، مجاز هستیم فشار ناشی از مایع را علاوه بر رابطه $P = \rho gh$ با استفاده از رابطه $P = \frac{m_{\text{مایع}} g}{A}$ به دست آوریم.

$$P_{\text{آب}} = 2 \text{ kPa} = P_{\text{ناشی از آب}} = P_{\text{ناشی از جیوه}} \rightarrow P_{\text{ناشی از جیوه}} = \frac{m_{\text{جیوه}} g}{A} \xrightarrow{m_{\text{جیوه}} = m_{\text{آب}}} P_{\text{ناشی از جیوه}} = 2 \text{ kPa}$$

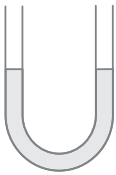
گام سوم: فشار پیمانه‌ای در کف ظرف، ناشی از فشار آب و جیوه است؛ بنابراین داریم:

$$P_{\text{کف ظرف}} = P_{\text{ناشی از آب}} + P_{\text{ناشی از جیوه}} = 2 + 2 = 4 \text{ kPa}$$



تست و پاسخ ۲۴

در لوله U شکل زیر به سطح مقطع 2 cm^2 ، مقداری جیوه وجود دارد. اگر در یکی از شاخه‌های این لوله 60 g آب و در شاخه دیگر آن 26 g روغن ریخته شود، اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه لوله به چند میلی‌متر می‌رسد؟ (چگالی جیوه $13/6 \text{ g/cm}^3$ است.)



$$1/25 \quad (1)$$

$$12/5 \quad (2)$$

$$0/8 \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

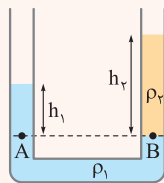
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره معمولاً هر سال مبحث‌های لوله‌های U شکل، مانومتر و بارومتر، پای ثابت سوالات کنکور هستند که برای حل این سؤال‌ها، کافی است دو نقطه‌ای که در تراز یک مایع قرار دارند را کشف کنید و شرط برابری فشار را بنویسید.

خودت حل کنی بهتره فشار ناشی از آب و روغن را به صورت جداگانه با رابطه $P = \frac{m_{\text{مایع}} g}{A}$ به دست آورید، سپس تغییرات سطح جیوه را به صورت شماتیک رسم کنید. در پایان به کمک اصل برابری فشار در دو نقطه هم‌تراز، اختلاف ارتفاع جیوه در دو طرف را محاسبه کنید.

درس نامه

در لوله‌های U شکل، به دنبال نقاط هم‌فشار هستیم تا با نوشتن برابری فشار در آن دو نقطه به حل سؤال بپردازیم. در شکل‌های زیر داریم:

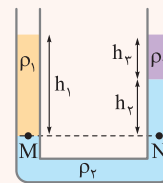


$$P_A = P_B$$

$$P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$



$$P_M = P_N$$

$$P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

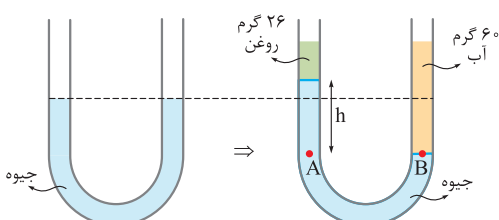
$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که سطح مقطع لوله ثابت است، برای محاسبه فشار ناشی از مایع می‌توانیم از رابطه $P = \frac{m_{\text{مایع}} g}{A}$ استفاده کنیم:

$$P_{\text{ناشی از آب}} = \frac{m_{\text{آب}} g}{A} = \frac{60 \times 10^{-3} \times g}{2 \times 10^{-4}} = 300 g$$

$$P_{\text{ناشی از روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}} g}{A} = \frac{26 \times 10^{-3} \times g}{2 \times 10^{-4}} = 130 g$$



گام دوم: در گام قبل متوجه شدیم فشاری که آب وارد می‌کند، بیشتر از فشار روغن است و اگر فرض کنیم آب را در شاخه سمت راست و روغن را در شاخه سمت چپ بریزیم، به دلیل فشار بیشتر آب، سطح جیوه در شاخه سمت چپ بالا می‌رود و جیوه در لوله U شکل به صورت روبه‌رو قرار می‌گیرد:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

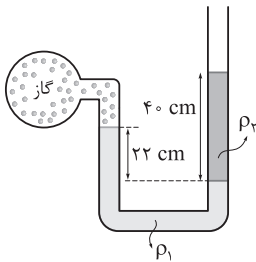
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} gh + P_{\text{روغن}} = P_{\text{آب}}$$

گام سوم: فشار در نقاط A و B یکسان است؛ بنابراین داریم:

$$\Rightarrow 13/6 \times 10^3 \times g \times h + 130 \times g = 300 \times g \Rightarrow 13/6 \times 10^3 h = 170 \Rightarrow h = \frac{170}{13/6 \times 10^3} = 12/5 \times 10^{-3} \text{ m} = 12/5 \text{ mm}$$

تست و پاسخ ۲۵

در شکل مقابل، دو مایع به چگالی‌های $\rho_1 = 2 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_2 = 0.9 \text{ g/cm}^3$ در لوله U شکل وجود دارند. فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



۰/۸ (۱)

۰/۸ (۲)

۸ (۳)

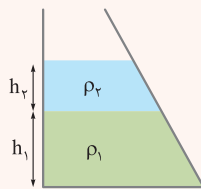
۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

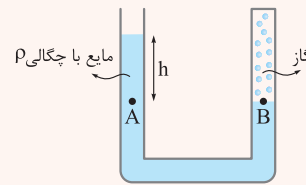
خودت حل کنی بهتره دو نقطه هم‌تراز در مایع (۱) پیدا کنید و با برابر قراردادن فشار در این دو نقطه، فشار گاز را به دست می‌آورید (اما مراقب باشید فشار گاز را به صورت پیمانه‌ای محاسبه کنید).

درس نامه

به اختلاف فشار مطلق و فشار هوا (P_0)، فشار پیمانه‌ای یا فشار نسبی گفته می‌شود که در شکل‌های زیر فشار پیمانه‌ای به دست آمده است. به عبارتی برای محاسبه فشار پیمانه‌ای از تأثیر فشار هوا صرف نظر می‌کنیم.



$$P_{\text{پیمانه‌ای کف ظرف}} = \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2$$



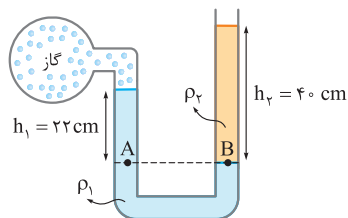
$$P_A = P_B$$

$$P_0 + \rho gh = P_{\text{گاز}}$$

$$\rho gh = \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای گاز}}$$

فشار پیمانه‌ای می‌تواند منفی باشد و به این معناست که فشار کم‌تر از فشار هوا است.

پاسخ تشریحی مطابق شکل، دو نقطه A و B در مایع ρ_1 قرار دارند و هم‌تراز هستند، فشار یکسانی دارند؛ بنابراین داریم:



$$P_A = P_B$$

$$P_{\text{گاز}} + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2$$

$$\underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای گاز}} = \rho_2 gh_2 - \rho_1 gh_1$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای گاز}} = 0.9 \times 10^3 \times 10 \times 0.4 - 2 \times 10^3 \times 10 \times 0.22$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای گاز}} = 3/6 \times 10^2 - 4/4 \times 10^2 = -0.8 \times 10^2 \text{ Pa} = -0.8 \text{ kPa}$$

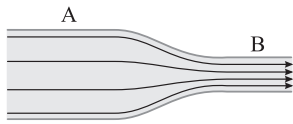


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۲۶

در شکل زیر، شاره تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است، در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟



- الف) تندی شاره در قسمت B، ۲ برابر تندی شاره در قسمت A است.
 ب) آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت B، ۲ برابر آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت A است.
 پ) فشار شاره در قسمت A، بیشتر از فشار شاره در قسمت B است.
 ت) فشار شاره در قسمت B، بیشتر از فشار شاره در قسمت A است.

(۱) الف و ت (۲) ب و پ (۳) پ (۴) ت

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره با استفاده از معادله پیوستگی $A_1 v_1 = A_2 v_2$ ، نسبت تندی شاره در دو قسمت A و B را به دست آورید؛ سپس به کمک اصل برنولی، فشار را در دو نقطه A و B مقایسه کنید.

درس نامه

برای یک شاره تراکم‌ناپذیر، آهنگ شارش حجمی ($A_1 v_1$) در طول مسیر جریان، مقداری ثابت دارد و تغییر نمی‌کند. طبق اصل برنولی، در جریان لایه‌ای در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت، تندی با فشار رابطه عکس دارد؛ به عبارتی با افزایش تندی شاره، فشار کاهش می‌یابد.

پاسخ تشریحی گام اول: طبق معادله پیوستگی، تندی شاره قسمت B و قسمت A را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$A_A v_A = A_B v_B \xrightarrow{A \propto r^2} r_A^2 v_A = r_B^2 v_B$$

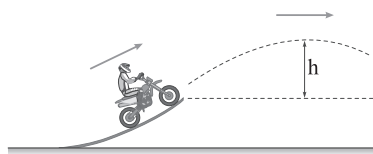
$$r_A = 2r_B \Rightarrow (2r_B)^2 v_A = r_B^2 v_B \Rightarrow 4r_B^2 v_A = r_B^2 v_B \Rightarrow 4v_A = v_B$$

گزاره «الف» نادرست است.

گام دوم: برای شاره تراکم‌ناپذیر، آهنگ شارش حجمی شاره در طول مسیر جریان ثابت است. گزاره «ب» نادرست است.
 گام سوم: طبق اصل برنولی، در جریان لایه‌ای در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت، با کاهش سطح مقطع لوله، جریان مایع تندتر شده و فشار کاهش می‌یابد؛ بنابراین فشار در قسمت B کم‌تر از فشار در قسمت A است، پس گزاره «ت» نیز نادرست و فقط گزاره «پ» درست است.

تست و پاسخ ۲۷

در شکل زیر، موتورسواری از انتهای یک سکو، پرشی را با تندی 85 km/h انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطه مسیرش به 77 km/h برسد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، اصطکاک و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید).



(۱) ۳/۶

(۲) ۷/۲

(۳) ۵

(۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره معمولاً سؤال‌های مطرح‌شده از فصل کار و انرژی ساده‌اند. راحت از دستشان ندهید! (مگر این‌که طراح بخواهد با عددهای بدقلق ما را اذیت کند، مانند همین سؤال).

خودت حل کنی بهتره کافی است قضیه کار - انرژی جنبشی را در این سؤال به کار ببرید:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

درس نامه

اگر تندی جسمی به جرم m در طول مسیری از v_1 به v_2 برسد، در این صورت طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار نیروی خالص برابر تغییرات انرژی جنبشی است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

کار کل (کار برابند نیروها)

پاسخ تشریحی گام اول: اگر انتهای سکو را نقطه شروع حرکت (نقطه ۱) و بالاترین نقطه مسیر حرکت را نقطه پایان حرکت (نقطه ۲) در نظر بگیریم، تندی اولیه و نهایی حرکت برابر است با:

$$v_1 = 85 \text{ km/h} = 85 \times \frac{1}{3.6} \text{ m/s} = \frac{85}{3.6} \text{ m/s}$$

$$v_2 = 77 \text{ km/h} = 77 \times \frac{1}{3.6} \text{ m/s} = \frac{77}{3.6} \text{ m/s}$$

گام دوم: به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی بین نقطه (۱) و (۲) داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow -mgh = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow -1 \times h = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{77}{3.6} \right)^2 - \left(\frac{85}{3.6} \right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow -1 \cdot h = \frac{1}{2} \left(\frac{77^2 - 85^2}{3.6^2} \right) \Rightarrow -1 \cdot h = \frac{1}{2} \left(\frac{-80 \cdot 1620}{3.6^2} \right) \Rightarrow h = \frac{80 \times 1620}{2 \times 3.6 \times 3.6} = 5 \text{ m}$$

تکنیک برای محاسبه $77^2 - 85^2$ از اتحاد مزدوج استفاده کردیم:

$$77^2 - 85^2 = (77 - 85)(77 + 85) = (-8)(162)$$

تست و پاسخ ۲۸

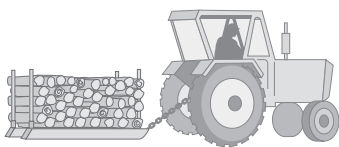
در شکل زیر، کشاورزی توسط تراکتور، سورت‌های پر از قطعه‌های چوبی برش داده شده برای کارخانه را روی سطح افقی و در مسیر مستقیم از حال سکون به حرکت درمی‌آورد. جرم کل سورت‌ها و بار آن 1500 kg است. تراکتور نیروی ثابت 5500 نیوتونی را در زاویه 60° بالای افق به سورت‌ها وارد می‌کند. اگر تندی سورت‌ها پس از 60 m جابه‌جایی به 4 m/s برسد، اندازه نیروی اصطکاک وارد بر سورت‌ها چند نیوتون است؟

(۱) ۲۳۰۰

(۲) ۲۳۵۰

(۳) ۲۵۰۰

(۴) ۲۵۵۰



پاسخ: گزینه ۴

مشاوره سؤال‌های کار و انرژی غالباً ساده (اصطلاحاً دم‌دستی) طراحی می‌شوند، پس حل این سؤالات را از دست ندهید.

خودت حل کنی بهتره کار نیرویی که تراکتور به جسم وارد می‌کند را به دست آورید، سپس به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی، کار نیروی اصطکاک را محاسبه کنید تا در نهایت نیروی اصطکاک را به دست آورید.

درس نامه

کار نیروی F که با جابه‌جایی زاویه θ می‌سازد، از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$W_F = Fd \cos \theta$$

از آنجا که نیروی اصطکاک در خلاف جهت جابه‌جایی اثر می‌کند، کار نیروی اصطکاک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d$$

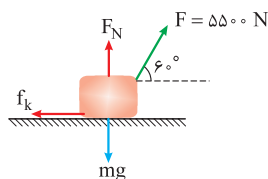
طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار کل نیروها (کار نیروی خالص) برابر با تغییرات انرژی جنبشی است:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک



گام اول: شکل مقابل، نیروهای وارد بر سورتمه را نشان می‌دهد:

پاسخ تشریحی

گام دوم: برای محاسبه نیروی اصطکاک، از قضیه کار - انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{f_k} + W_{mg} + W_{F_N} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

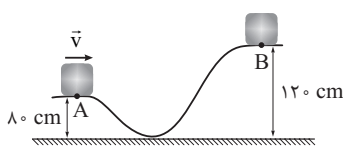
کار نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه به دلیل عمودبودن زاویه بردار این نیروها با بردار جابه‌جایی، صفر است.

$$Fd \cos \theta - f_k d = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow 5500 \times 60 \times \cos 60^\circ - f_k \times 60 = \frac{1}{2} \times 1500(4^2 - 0^2) \Rightarrow$$

$$165000 - 60f_k = 12000 \Rightarrow 153000 = 60f_k \Rightarrow f_k = 2550 \text{ N}$$

تست و پاسخ ۲۹

در شکل زیر، جسمی از نقطه A با تندی $v = 8 \text{ m/s}$ در جهت نشان داده‌شده، روی سطح افقی پرتاب می‌شود. اگر ۲۵ درصد از انرژی جنبشی اولیه جسم در مسیر رسیدن آن از نقطه A به نقطه B تلف شود، تندی جسم هنگام رسیدن به نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



$$2\sqrt{10} \quad (1)$$

$$2\sqrt{6} \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره از رابطه $\Delta U + \Delta K = W_{\text{اتلاfi}}$ استفاده کنید. ابتدا تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی را محاسبه کنید و سپس

به جای کار نیروی اتلاfi $W_A = 25K_A / 100$ قرار دهید و در نهایت تندی جسم در نقطه B به دست می‌آید.

درس نامه

اگر در طول مسیر حرکت، تنها نیروی مؤثر نیروی وزن باشد، انرژی جنبشی جسم به اندازه ΔK تغییر کند و انرژی پتانسیل گرانشی جسم به اندازه ΔU تغییر کند، دو حالت زیر ممکن است رخ دهد:

$$\Delta U + \Delta K = 0$$

(۱) اتلاfi انرژی نداشته باشیم.

$$\Delta U + \Delta K = W_{\text{نیروهای اتلاfi}}$$

(۲) اتلاfi انرژی داشته باشیم.

توجه کنید که کار نیروهای اتلاfi مقداری منفی دارد.

گام اول: با توجه به این که در طول مسیر حرکت از A تا B، اتلاfi انرژی داریم، از رابطه $\Delta U + \Delta K = W_{\text{نیروهای اتلاfi}}$

پاسخ تشریحی

استفاده می‌کنیم.

$$\Delta U + \Delta K = W_{\text{نیروهای اتلاfi}} \Rightarrow mg(h_B - h_A) + \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = W_{\text{نیروهای اتلاfi}}$$

گام دوم: اندازه کار نیروی اتلاfi در طول مسیر A تا B برابر ۲۵ درصد انرژی جنبشی اولیه است؛ به عبارتی:

$$W_{\text{نیروهای اتلاfi}} = -0.25K_A = -0.25 \times \frac{1}{2}mv_A^2$$

حواستون باشه نیروی اتلاfi در خلاف جهت حرکت جسم وارد می‌شود و به همین دلیل کار این نیرو منفی است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

$$mg(h_B - h_A) + \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m v_A^2 \quad \text{گام سوم:}$$

$$\Rightarrow 10(1/2 - 0/8) + \frac{1}{2}(v_B^2 - 8^2) = -\frac{1}{2}(8)^2 \Rightarrow 4 + \frac{1}{2}(v_B^2 - 64) = -8$$

$$\Rightarrow v_B^2 - 64 = -24 \Rightarrow v_B^2 = 40 \Rightarrow v_B = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۳۰

هواپیمایی به جرم ۶۰ ton که روی سطح زمین در حال حرکت است، در لحظه‌ای با تندی ۸۰ m/s از سطح جدا می‌شود و یک دقیقه پس از آن با تندی ۱۶۰ m/s از ارتفاع ۶۰۰ متری سطح زمین عبور می‌کند. توان متوسط موتور هواپیما در این مدت چند مگاوات است؟ (g = ۱۰ N/kg و اصطکاک و مقاومت هوا ناچیز است.)

۲۲۰ (۴)

۱۵۶ (۳)

۲۲ (۲)

۱۵/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$)، کاری که موتور هواپیما انجام داده است را به دست آورید، سپس توان متوسط موتور را با استفاده از رابطه $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$ محاسبه کنید.

درس نامه

اگر تندی جسم در یک مسیر از v_1 به v_2 برسد و کار کل انجام شده بر روی جسم در طول مسیر برابر W_t باشد، در این صورت طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، رابطه روبه‌رو برقرار است:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

به آهنگ انرژی، توان گفته می‌شود؛ به عبارتی به نسبت انرژی در واحد زمان، توان گفته می‌شود که یکای آن در SI، وات (W) است و معادل $\frac{J}{s}$ است.

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

↑
کار انجام شده (J)

↓
مدت زمان (s)

↓
توان متوسط (وات)

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$)، کار انجام شده توسط موتور هواپیما را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{موتور هواپیما}} + W_{mg} = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور هواپیما}} - mg\Delta h = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_{\text{موتور هواپیما}} - 60 \times 10^3 \times 10 \times 600 = \frac{1}{2} \times 60 \times 10^3 (160^2 - 80^2)$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور هواپیما}} = \frac{1}{2} \times 60 \times 10^3 \left(\underbrace{160^2 - 80^2}_{80 \times 240} \right) + 60 \times 10^3 \times 10 \times 600$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور هواپیما}} = 576 \times 10^6 + 360 \times 10^6 = 936 \times 10^6 \text{ J}$$

تکنیک برای محاسبه عبارت $(160^2 - 80^2)$ از اتحاد مزدوج استفاده کردیم.

گام دوم: حالا به کمک رابطه $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$ ، توان متوسط موتور هواپیما را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{موتور هواپیما}} = \frac{W_{\text{موتور هواپیما}}}{\Delta t} = \frac{936 \times 10^6}{60} = 15.6 \times 10^6 \text{ W} = 15.6 \text{ MW}$$



تست و پاسخ (۳۱)

مقدار معینی آب در یک ظرف استوانه‌ای قرار دارد. اگر دمای آب از 35°F به 40°F برسد، کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟ (از انبساط ظرف چشم‌پوشی کنید.)

الف) چگالی آب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ب) ارتفاع آب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

پ) فشار ناشی از آب در کف ظرف ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ت) فشار ناشی از آب در کف ظرف پیوسته ثابت می‌ماند.

(۴) ب و پ

(۳) ب و ت

(۲) الف و پ

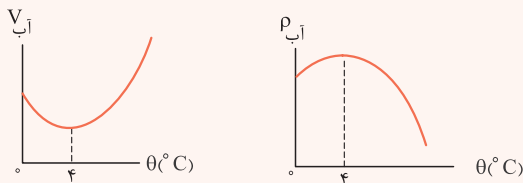
(۱) الف و ت

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره نمودار چگالی آب برحسب دما و حجم آب برحسب دما را (با یکای درجه فارنهایت) رسم کنید تا هر یک از گزاره‌ها را تحلیل کنید.

درس نامه

رفتار آب در محدوده دمایی صفر تا 4°C غیرعادی است و در این محدوده با افزایش دما، حجم آب کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد.



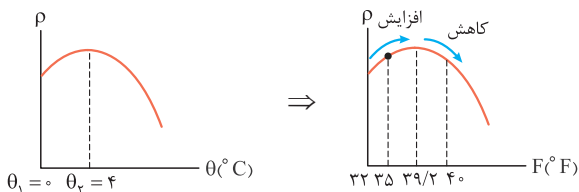
رابطه بین دما برحسب درجه سلسیوس و دما برحسب درجه فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ است.

اگر درون یک ظرف استوانه‌ای یا مکعبی که سطح مقطع آن A است، مایعی به جرم m بریزیم، فشار ناشی از مایع در کف ظرف از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{mg}{A}$$

پاسخ تشریحی گام اول: در نمودار زیر، تغییرات چگالی برحسب دما (درجه سلسیوس) مشخص شده است و آن را به کمک رابطه

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32$$



$$\theta_1 = 0^{\circ}\text{C} \Rightarrow F_1 = \frac{9}{5}\theta_1 + 32 = 32^{\circ}\text{F}$$

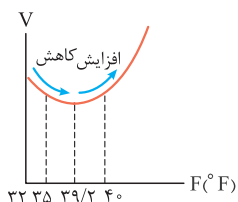
$$\theta_2 = 4^{\circ}\text{C} \Rightarrow F_2 = \frac{9}{5}\theta_2 + 32 = \frac{9}{5}(4) + 32 = 39.2^{\circ}\text{F}$$

همان‌طور که در نمودار مشاهده می‌کنیم، با تغییر دمای آب از 35°F به 40°F ، چگالی آب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

تا این‌جا متوجه شدیم که گزاره «الف» نادرست است و (۱) و (۲) با ما خداحافظی می‌کنند.

گام دوم: به کمک تبدیل دماهایی که در گام اول انجام دادیم، نمودار حجم آب برحسب دما (درجه فارنهایت) به صورت روبه‌رو خواهد بود:

در محدوده دمایی 35°F تا 40°F ، ابتدا حجم آب کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد. با توجه به ثابت ماندن حجم ظرف، ارتفاع آب نیز ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد (درستی گزاره «ب»).



گام سوم: فشار ناشی از آب در کف ظرف از رابطه $P = \frac{mg}{A}$ به دست می‌آید که چون در اثر تغییر دما، جرم مایع تغییر نکرده و فشار ناشی از آب در کف ظرف ثابت می‌ماند. (نادرستی گزاره «پ» و درستی گزاره «ت»).



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۳۲

در مخزنی استوانه‌ای در دمای 10°C تا ارتفاع 5 m ، بنزین ریخته شده است. در این دما فاصله بین سطح بنزین تا بالای ظرف برابر 25 cm است. اگر از انبساط ظرف در نتیجه افزایش دما چشم‌پوشی شود، در چه دمایی برحسب درجه سلسیوس بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین $\frac{1}{1000}^\circ\text{C}^{-1}$ است.)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال که در کنکور تیرماه ۱۴۰۳ مطرح شده است، اهمیت تمرین‌های کتاب درسی را نشان می‌دهد.

خودت حل کنی بهتره حجم اولیه بنزین (V_1) و حداکثر افزایش حجم بنزین بدون سرریز شدن (ΔV) را به دست آورید، سپس از رابطه $\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta$ ، تغییرات دما و در نهایت دمای ثانویه را به دست آورید.

درس نامه

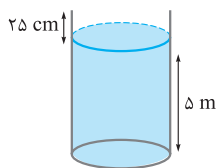
اگر دمای مایعی به حجم V_1 و ضریب انبساط حجمی β ، به اندازه $\Delta \theta$ تغییر کند، در این صورت روابط زیر برقرار است:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta$$

تغییر حجم مایع

$$V_2 = V_1 (1 + \beta \Delta \theta)$$

حجم ثانویه



پاسخ تشریحی گام اول: شکل مقابل، وضعیت بنزین در مخزن استوانه‌ای را نشان می‌دهد. حجم اولیه بنزین برابر $V_1 = 5A$ است. حجم فضای خالی برابر $\frac{25}{100}A$ است.

گام دوم: برای این‌که بنزین از ظرف سرریز نشود، حداکثر $\frac{25}{100}A$ می‌تواند تغییر حجم دهد. حال از رابطه $\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta$ ، برای محاسبه تغییرات دما استفاده می‌کنیم:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow \frac{25}{100}A = 5A \times 10^{-3} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{25}{100 \times 5 \times 10^{-3}} = 5^\circ\text{C}$$

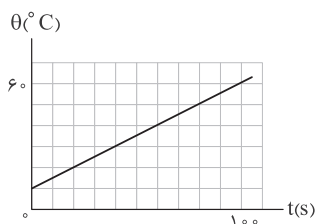
خوشبختانه در حل این سؤال از انبساط ظرف صرف نظر شده و بی‌خیال آن شدیم.

گام سوم: کار تمام نشده است، باید دمای ثانویه (θ_2) را به دست آوریم: $\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 5 = \theta_2 - (-10) \Rightarrow \theta_2 = 4^\circ\text{C}$

دام تستی اگر به واژه «در چه دمایی» در صورت سؤال توجه نکنید، (۳) که همان تغییر دما هست، منتظر شماست.

تست و پاسخ ۳۳

نمودار دمای یک جسم فلزی به جرم 500 g که با آهنگ ثابت 300 W گرما دریافت می‌کند، برحسب زمان، به شکل زیر است. ظرفیت گرمایی این جسم در SI کدام است؟



۶۰۰ (۱)

۳۰۰ (۲)

۳۶۰ (۳)

۷۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

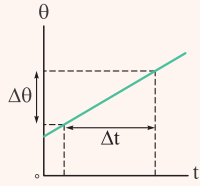
فیزیک

مشاوره در فصل دما و گرما، معمولاً نمودارهای دما برحسب زمان و گرما برحسب زمان مطرح می‌شوند. سعی کنید در این سؤال‌ها مسئله را به سمت توان گرمایی ببرید و از رابطه $Q = Pt$ استفاده کنید.

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطه $Q = Pt$ ، گرمای مبادله‌شده را در مدت زمان 100 s محاسبه کنید، سپس از رابطه $Q = C\Delta\theta$ ، ظرفیت گرمایی جسم را به دست آورید.

درس نامه

شکل زیر، نمودار θ برحسب t جسمی را نشان می‌دهد که توسط ماشین گرمایی با توان ثابت P گرما می‌گیرد.



$$Q = mc\Delta\theta$$

$$P\Delta t = mc\Delta\theta$$

$$\frac{P}{mc} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \text{شیب خط}$$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که جسم با آهنگ ثابت 300 W گرما دریافت می‌کند، مقدار گرمای دریافتی جسم را در مدت زمان 100 s به دست می‌آوریم:

$$Q = Pt = 300 \times 100 = 3 \times 10^4\text{ J}$$

گام دوم: در مدت زمان 100 ثانیه اول، دمای جسم از $\theta_1 = 10^\circ\text{C}$ به $\theta_2 = 60^\circ\text{C}$ رسیده است. حال به کمک رابطه $Q = C\Delta\theta$ ، ظرفیت گرمایی جسم را به دست می‌آوریم:

$$Q = C\Delta\theta \Rightarrow 3 \times 10^4 = C \times (60 - 10) \Rightarrow C = \frac{3 \times 10^4}{50} = 600\text{ J}/^\circ\text{C} = 600\text{ J}/\text{K}$$

تست و پاسخ ۳۴

جسمی فلزی به جرم 600 g و دمای 100°C را درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی $900\text{ J}/\text{K}$ که حاوی 500 g آب با دمای 15°C است، می‌اندازیم. اگر دمای نهایی مجموعه به 20°C برسد، گرمای ویژه فلز سازنده جسم در SI کدام است؟ (گرمای ویژه آب $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ و اتلاف انرژی ناچیز است).

۶۲۵ (۲)

۱۲۵ (۱)

۳۱۲/۵ (۴)

۲۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره مقدار گرمایی که فلز، گرماسنج و آب درون گرماسنج از دست می‌دهند یا دریافت می‌کنند تا به دمای تعادل ($\theta_e = 20^\circ\text{C}$) برسند را جداگانه به دست آورید و مجموع آن‌ها را برابر صفر قرار دهید تا گرمای ویژه فلز را محاسبه کنید.

درس نامه

اگر چند جسم با دماهای متفاوت در کنار هم باشند، این چند جسم با تبادل گرما با یکدیگر در دمایی به نام دمای تعادل (θ_e) به تعادل می‌رسند. مثلاً اگر جسم A به جرم m_A و گرمای ویژه c_A در دمای θ_A باشد و با جسم B به ظرفیت گرمایی C_B و دمای θ_B پس از تبادل گرما به دمای تعادل (θ_e) برسند، داریم:

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow m_A c_A (\theta_e - \theta_A) + C_B (\theta_e - \theta_B) = 0$$

پاسخ تشریحی گام اول: دمای گرماسنج و آب 15°C و دمای جسم فلزی 100°C است و برای رسیدن به دمای تعادل 20°C ، گرماسنج و آب به ترتیب گرمای Q_1 و Q_2 را دریافت می‌کنند و جسم فلزی گرمای Q_3 را از دست می‌دهد. طبق قانون پایستگی انرژی، مجموع این گرماها صفر است.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: حال هر یک از روابط گرما را به صورت جداگانه می نویسیم تا گرمای ویژه فلز را به دست آوریم:

$$C_1 \Delta \theta_{\text{گرماسنج}} + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} \Delta \theta_{\text{فلز}} = 0$$

$$\Rightarrow 900(20-15) + 0.5 \times 4200 \times (20-15) + 0.6 \times c_{\text{فلز}} \times (20-100) = 0$$

$$\text{دمای تعادل } (\theta_e) \quad \text{دمای تعادل } (\theta_e) \quad \text{دمای تعادل } (\theta_e)$$

$$\Rightarrow 900(5) + 2100(5) - 480c_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow 3000(5) = 480c_{\text{فلز}} \Rightarrow c_{\text{فلز}} = \frac{15000}{48} = 312.5 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$$

تست و پاسخ ۳۵

در ظرف عایقی، ۱ kg آب با دمای ۴°C وجود دارد. اگر قطعه یخی به جرم m و دمای ۵°C را در آب بیندازیم، تا برقراری تعادل گرمایی،

قطعه یخ ۱۴۷ kJ گرما دریافت می کند. m برحسب گرم کدام است؟ (گرما فقط بین قطعه یخ و آب مبادله می شود، $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{g.K}}$ و $L_F = 336 \text{ J/g}$)

(۱) ۲۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۸۰۰

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره! ابتدا با توجه به گرمایی که یخ از آب دریافت کرده (گرمایی که آب از دست داده)، دمای نهایی آب را به دست

آورید (این دما همان دمای تعادل است)، سپس همین روند را برای یخ ۵°C تا رسیدن به دمای تعادل انجام دهید تا جرم یخ به دست آید.

درس نامه

در تعادل آب و یخ، در صورتی که تبادل گرما فقط بین آب و یخ باشد، مقدار گرمایی که یخ دریافت می کند با مقدار گرمایی که آب از دست می دهد، برابر است. در این شرایط حالت های زیر رخ می دهد:

- آب با دادن گرما به یخ، تمام یخ را ذوب کند و حتی دمای آن را افزایش دهد و دمای مجموعه را به بیشتر از صفر درجه سلسیوس برساند.
- آب با دادن گرما به یخ، فقط می تواند یخ را ذوب کند و دمای تعادل در این حالت صفر درجه سلسیوس است.
- آب با دادن گرما به یخ، نمی تواند تمام یخ را ذوب کند و مخلوطی از آب و یخ داریم و دمای تعادل در این حالت صفر درجه سلسیوس است.
- یخ بتواند تمام آب را منجمد کند و حتی ممکن است دمای یخ حاصل را کاهش دهد و به کم تر از صفر درجه سلسیوس برساند.

پاسخ تشریحی گام اول: گرما، فقط بین آب و یخ مبادله می شود؛ بنابراین یخ ۱۴۷ kJ گرما را فقط از آب دریافت کرده است. حال

می خواهیم ببینیم ۱ kg آب با دمای ۴°C با از دست دادن گرما به اندازه ۱۴۷ kJ به چه دمایی می رسد:

$$Q_{\text{آب}} = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta \Rightarrow -147 \times 10^3 = 1 \times 4200 \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = -35^\circ \text{C}$$

بنابراین دمای آب در این حالت (زمانی که آب و یخ به تعادل رسیدند) به ۵°C رسیده است:

$$\Delta \theta = \theta_f - \theta_i \Rightarrow -35 = \theta_f - 40 \Rightarrow \theta_f = 5^\circ \text{C}$$

↓
دمای تعادل

گام دوم: از آنجا که دمای تعادل ۵°C است؛ یخ با دریافت گرمای ۱۴۷ kJ کاملاً ذوب شده و سپس دمای آن به ۵°C رسیده است.

m گرم آب ۵°C → Q_۲ → m گرم آب صفر → Q_۲ → m گرم یخ صفر → Q_۱ → m گرم یخ ۵°C

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 147 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow mc_{\text{یخ}} \Delta \theta_{\text{یخ}} + mL_F + mc_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} = 147 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow m \times 2 / 1 \times 5 + m(336) + m(4/2)(5) = 147 \times 10^3$$

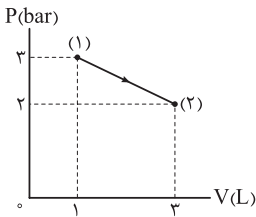
$$\Rightarrow 10/5m + 336m + 21m = 147 \times 10^3 \Rightarrow 367/5m = 147 \times 10^3 \Rightarrow m = 400 \text{ g}$$



تست و پاسخ ۳۶

نمودار $P-V$ ی گازی رقیق در شکل مقابل نشان داده شده است. در این فرایند با فرض آن که انرژی درونی گاز در نقطه (۱) برابر 456 J و در نقطه (۲) برابر 912 J باشد، گاز چند ژول گرما و چگونه مبادله کرده است؟

(۱) 44 ، دریافت کرده است. (۲) 44 ، از دست داده است.
 (۳) 956 ، دریافت کرده است. (۴) 956 ، از دست داده است.

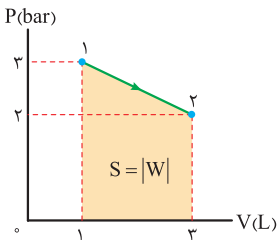


پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این سؤال یکی از مسئله‌های دوره‌های آخر فصل ۵ کتاب درسی فیزیک ۱ رشته ریاضی است که به صورت تست در این جا مطرح شده است. تمرین‌ها و پرسش‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

درس نامه

(۱) کار محیط روی دستگاه را با W نشان می‌دهیم. هنگام تراکم گاز (دستگاه) $W > 0$ و هنگام انبساط آن $W < 0$ است.
 (۲) بنا به قانون اول ترمودینامیک، در یک فرایند ایستاوار، تغییر انرژی درونی دستگاه برابر است با مجموع کار انجام شده توسط محیط روی دستگاه و گرمای داده شده به دستگاه:
 $\Delta U = Q + W$
 $U_2 - U_1 = \Delta U =$ تغییر انرژی درونی گاز (J)
 $U_2 =$ انرژی درونی اولیه (J)
 $U_1 =$ انرژی درونی ثانویه (J)
 $W =$ کار انجام شده روی گاز (J)
 $Q =$ گرمای داده شده به گاز (J)



پاسخ تشریحی گام اول: مساحت سطح زیر نمودار $P-V$ را که برابر با قدرمطلق کار انجام شده روی گاز است به دست می‌آوریم:

$$S = |W| = \frac{(3+2) \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{2} = 500 \text{ J}$$

$$W = -500 \text{ J}$$

از آن جا که فرایند انبساطی، داریم:

گام دوم: قانون اول ترمودینامیک را به کار می‌بریم و گرمای Q را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W = -500 \text{ J}} 456 = Q - 500 \Rightarrow Q = 956 \text{ J}$$

$Q > 0$ است؛ بنابراین گاز (دستگاه) گرما دریافت کرده است.

تست و پاسخ ۳۷

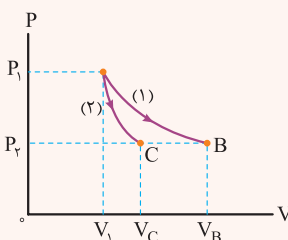
فشار مقدار معینی گاز آرمانی، طی دو فرایند جداگانه، از حالت اولیه یکسان یک بار به صورت هم‌دما و یک بار به صورت بی‌دررو، نصف می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، کار انجام شده توسط گاز و دمای نهایی گاز، در کدام فرایند بیشتر است؟

(۱) هم‌دما، بی‌دررو (۲) بی‌دررو، هم‌دما (۳) هم‌دما، هم‌دما (۴) بی‌دررو، بی‌دررو

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

(۱) اگر گازی آرمانی را که در فشار P_1 و حجم V_1 قرار دارد، یک بار به طور هم‌دما (۱) و یک بار به طور بی‌دررو (۲) منبسط کنیم تا فشار هر دو به یک اندازه کاهش یابد، در فرایند هم‌دما، انبساط گاز بیشتر است؛ زیرا در انبساط هم‌دما به گاز گرما داده می‌شود تا دمای آن ثابت بماند. اما در انبساط بی‌دررو، گرمایی به گاز داده نمی‌شود و انبساط کم‌تری پیدا می‌کند.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

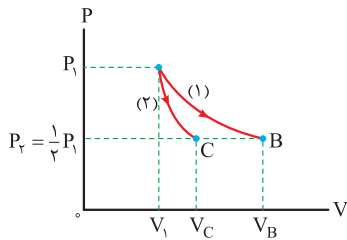
$$PV = nRT$$

(۲) معادله حالت یک گاز آرمانی (کامل) به صورت مقابل است:

$$P = \text{فشار مطلق (Pa)} \quad V = \text{حجم (m}^3\text{)} \quad n = \text{تعداد مول (mol)}$$

$$R = \text{ثابت جهانی گازها} = \frac{8.314 \text{ J}}{\text{mol.K}} \quad T = \text{دمای مطلق (K)}$$

(۳) بنا به قرارداد، کار محیط روی دستگاه (گاز) را با W و کار دستگاه (گاز) روی محیط را با W' نشان می‌دهیم. $W' = -W$



پاسخ تشریحی گام اول: بین دو فرایند هم‌دما (۱) و بی‌دررو (۲) مساحت سطح زیر نمودار $P - V$

که در هر فرایند $|W|$ را نشان می‌دهد با هم مقایسه می‌کنیم. همان‌طور که از نمودار معلوم است داریم:

$$|W_1| > |W_2|$$

در این‌جا چون انبساط داریم $W < 0$ و $W' > 0$ است. بنابراین کار انجام‌شده توسط گاز در فرایند هم‌دما (W_1') بیشتر از فرایند بی‌دررو است. گام دوم: با استفاده از معادله حالت گاز کامل، دمای نهایی گاز در دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow \frac{T_B}{T_C} = \frac{P_B}{P_C} \times \frac{V_B}{V_C} \xrightarrow{P_B=P_C=P_2, V_B > V_C} \frac{T_B}{T_C} > 1$$

یعنی دمای نهایی گاز در فرایند هم‌دما بیشتر است.

تست و پاسخ ۳۸

نمودار فشار ۵ mol گاز آرمانی بر حسب دمای آن، در طی یک چرخه ترمودینامیکی به شکل مقابل است. اگر در فرایند CA، مقدار گرمای مبادله‌شده، ۵۰ درصد بیشتر از اندازه کار انجام‌شده روی گاز باشد، گرمای

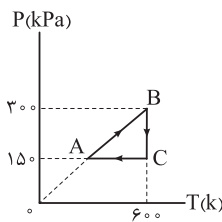
دریافتی گاز در فرایند AB چند کیلوژول است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)

(۲) ۶

(۱) ۱۸

(۴) ۳۰

(۳) ۱۲



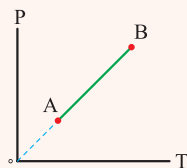
پاسخ: گزینه ۲

(۱) کار انجام‌شده روی یک گاز آرمانی در یک فرایند هم‌فشار از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W = -PV \xrightarrow{PV=nRT} W = -nR\Delta T$$

$$W = \text{کار (J)} \quad n = \text{تعداد مول (mol)} \quad R = \text{ثابت جهانی گازها} \left(\frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \right) \quad \Delta T = \text{تغییر دما (K)}$$

$$P = \text{فشار (Pa)} \quad \Delta V = \text{تغییر حجم (m}^3\text{)}$$



(۲) نمودار $P - T$ در یک فرایند هم‌حجم به صورت مقابل است:

(الف) در فرایند هم‌حجم $W = 0$ است.

(ب) در فرایند هم‌حجم برای مقداری معینی گاز آرمانی بین دو نقطه A و B می‌توان نوشت:

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B}$$

$$\Delta U = 0$$

(۳) در یک چرخه، تغییر انرژی درونی گاز (دستگاه) صفر است:

(۴) انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل فقط تابع دمای آن است؛ بنابراین در یک فرایند هم‌دما $U_2 = U_1$ بوده و $\Delta U = 0$ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: در فرایند هم‌حجم AB برای دو نقطه A و B رابطه فشار و دمای مطلق گاز را می‌نویسیم و از آنجا T_A را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \quad \frac{P_A=15 \text{ KPa}, P_B=300 \text{ KPa}}{T_B=600 \text{ K}} \rightarrow \frac{15}{T_A} = \frac{300}{600} \Rightarrow T_A = 300 \text{ K}$$

گام دوم: کار انجام‌شده روی گاز در فرایند هم‌فشار CA را حساب می‌کنیم:

$$W_{CA} = -nR(T_A - T_C) \quad \frac{n=5, R=8 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}}{T_A=600 \text{ K}, T_C=300 \text{ K}} \rightarrow W_{CA} = -5 \times 8 (300 - 600)$$

$$\Rightarrow W_{CA} = -40 \times (-300) = 12000 \text{ J} = 12 \text{ kJ}$$

گام سوم: با توجه به توضیح متن سؤال در مورد گرمای مبادله‌شده و کار انجام‌شده روی گاز در فرایند CA می‌توان نوشت:

$$|Q_{CA}| = W_{CA} + \frac{1}{5} W_{CA} = \frac{6}{5} W_{CA} \quad \frac{W_{CA}=12 \text{ kJ}}{\rightarrow} |Q| = \frac{6}{5} \times 12 = 14.4 \text{ kJ}$$

با توجه به این‌که دما و در نتیجه انرژی درونی گاز در فرایند CA کاهش یافته و کار انجام‌شده روی آن مثبت است، می‌توان گفت که گاز در

این فرایند گرما از دست داده و $Q_{CA} < 0$ است. بنابراین داریم:

گام چهارم: تغییر انرژی درونی گاز در کل چرخه، برابر است با مجموع تغییر انرژی درونی در قسمت‌های مختلف چرخه:

$$\Delta U = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA}$$

فرایند BC هم‌دما است و $\Delta U_{BC} = 0$ خواهد بود، از طرفی با توجه به قانون اول ترمودینامیک رابطه فوق را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\Delta U = Q_{AB} + W_{AB} + \Delta U_{BC} + Q_{CA} + W_{CA} \quad \frac{\Delta U=0, \Delta U_{BC}=0}{(W_{AB}=\text{هم‌حجم})} \rightarrow 0 = Q_{AB} + Q_{CA} + W_{CA}$$

$$\frac{Q_{CA}=-18 \text{ kJ}}{W_{CA}=12 \text{ kJ}} \rightarrow 0 = Q_{AB} + (-18) + 12 \Rightarrow Q_{AB} = 6 \text{ kJ}$$

تست و پاسخ ۳۹

در چرخه ماشین بنزینی، کدام‌یک از مراحل زیر، فرایندی بی‌دررو در نظر گرفته می‌شود؟

- | | |
|----------------|-------------------|
| (الف) ضربه مکش | (ب) ضربه تراکم |
| (پ) ضربه قدرت | (ت) ضربه خروج گاز |
| (۱) الف و ب | (۲) ب و پ |
| (۳) پ و ت | (۴) الف و ت |

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره با توجه به مطرح‌شدن مراحل کار موتور بنزینی در سوالات کنکور نوبت اول ۱۴۰۳ باید نگاه جدی‌تری به این موضوع از کتاب

درسی داشته باشید.

درس نامه

ماشین بنزینی چرخه‌ای را طی می‌کند که شامل شش فرایند است. از این شش فرایند، چهار فرایند همراه با حرکت پیستون‌اند که به آن‌ها ضربه می‌گویند.

(۱) ضربه مکش (۲) ضربه تراکم (۳) آتش‌گرفتن (۴) ضربه قدرت (۵) تخلیه (۶) ضربه خروج گاز

پاسخ تشریحی در ضربه تراکم، پیستون بالا می‌آید و مخلوط سوخت و هوا را به سرعت متراکم می‌کند. در نتیجه دما و فشار مخلوط به

صورت بی‌دررو تا حد زیادی بالا می‌رود.

در ضربه قدرت، در اثر فشار زیاد، مخلوط به سرعت منبسط می‌شود. بنابراین می‌توان آن را بی‌دررو در نظر گرفت.

بنابراین موارد «ب» و «پ» بی‌دررو محسوب می‌شوند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۴۰

یک ماشین گرمایی درون سوز در هر چرخه ۸ kJ گرما از سوزاندن سوخت دریافت می‌کند و ۲ kJ کار تحویل می‌دهد. اگر ماشین در هر ثانیه

۴۰ چرخه را بپیماید، به ترتیب توان ماشین بر حسب کیلووات و بازده ماشین کدام است؟

۴) ۲۵، ۸۰ / ۰

۳) ۲۵، ۵۰ / ۰

۲) ۲، ۸۰ / ۰

۱) ۲، ۵۰ / ۰

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تست، یکی از مسئله‌های دوره‌ای آخر فصل ۵ کتاب درسی فیزیک رشته ریاضی است که با تغییرات اندکی در این‌جا مطرح شده است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با معلوم‌بودن کار و زمان در هر چرخه، توان ماشین را حساب کنید. سپس با استفاده از کار انجام‌شده روی محیط و گرمای دریافت‌شده توسط ماشین در هر چرخه، بازده ماشین را به دست آورید.

درس نامه

- ۱) توان یک ماشین گرمایی از رابطه مقابل به دست می‌آید:
- $$P = \frac{|W|}{\Delta t}$$
- توان (W) = P |W| = اندازه کاری که ماشین روی محیط انجام می‌دهد (J) Δt = بازه زمانی انجام کار (s)
- ۲) برای محاسبه بازده یک ماشین گرمایی از رابطه مقابل استفاده می‌کنیم:
- $$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$
- η = بازده Q_H = گرمایی که ماشین دریافت می‌کند (J)

پاسخ تشریحی گام اول: این ماشین در هر ثانیه ۴۰ چرخه را می‌پیماید؛ پس بازه زمانی هر چرخه آن $\frac{1}{40}$ s است. براساس یک چرخه، توان ماشین را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = \frac{1}{40} \text{ s}]{|W| = 2 \text{ kJ}} P = \frac{2}{\frac{1}{40}} = 80 \text{ kW}$$

گام دوم: در هر چرخه، گرمای دریافت‌شده توسط ماشین و کار انجام‌شده توسط آن را داریم. بنابراین بازده ماشین به دست می‌آید:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow[Q_H = 8 \text{ kJ}]{|W| = 2 \text{ kJ}} \eta = \frac{2}{8} = 0.25$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

شیمی دهم

تست و پاسخ ۴۱

کدام مورد درست است؟

۱) اتم‌هایی با نمادهای ${}^A_Z M$ و ${}^A_Z E$ ، ایزوتوپ یکدیگر محسوب می‌شوند و خواص شیمیایی یکسانی دارند.

۲) در هسته ایزوتوپی از اورانیم (${}^{92}U$) که اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود، ۱۴۶ نوترون وجود دارد.

۳) اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در اتم ${}^A_Z X$ برابر 10° باشد، عنصر X به دوره چهارم جدول تناوبی تعلق دارد.

۴) نخستین عنصر ساخت بشر، تکنسیم (${}^{99}Tc$) است که دارای شمار نوترون به پروتون بزرگ‌تر از $1/5$ بوده و رادیوایزوتوپ محسوب می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) ایزوتوپ‌ها، اتم‌های یک عنصرند که عدد اتمی (Z) یکسان و عدد جرمی (A) متفاوتی دارند؛ بنابراین اتم‌هایی با نمادهای ${}^A_Z M$ و ${}^A_Z E$ ، ایزوتوپ یکدیگر محسوب نمی‌شوند. *هواستون باشد که ایزوتوپ‌های یک عنصر، به دلیل عدد اتمی و در نتیجه شمار الکترون‌های برابر، خواص شیمیایی یکسان دارند.*

۲) ایزوتوپ ${}^{235}U$ ، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود. این ایزوتوپ، دارای $235 - 92 = 143$ نوترون در هسته خود است. \times

۳) ابتدا باید عدد اتمی عنصر X را پیدا کنیم:

$$\begin{cases} n + p = 80 \\ n - p = 10 \end{cases} \Rightarrow 2n = 90 \Rightarrow n = 45 \Rightarrow p = 35$$

روش اول:

روش دوم: $\text{تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها} - \text{عدد جرمی} = \frac{80 - 10}{2} = 35$

عنصری با عدد اتمی ۳۵، به دوره چهارم جدول تناوبی ($19 \leq Z \leq 36$) تعلق دارد. \checkmark

۴) تکنسیم (${}^{99}Tc$) هر چند رادیوایزوتوپ به شمار می‌آید، اما نسبت شمار نوترون به پروتون در آن، کم‌تر از $1/5$ است:

$${}^{99}_{43}Tc \Rightarrow \frac{N}{Z} = \frac{99 - 43}{43} = \frac{56}{43} \approx 1/3 \times$$

نکته نکاتی که باید در مورد تکنسیم بلد باشیم:

← نماد شیمیایی: ${}^{99}_{43}Tc$

← نخستین عنصر ساختگی

← در تصویربرداری از غده تیروئید استفاده می‌شود.

← یون حاوی آن با یون یدید (I^-) اندازه مشابهی دارد.

← نیم عمر کمی دارد.

← کم‌تر از $1/5$ دارد اما ناپایدار است \Leftarrow رادیوایزوتوپ

← همه تکنسیم‌ها به طور مصنوعی طی واکنش‌های هسته‌ای ساخته می‌شوند.

تست و پاسخ ۴۲

کدام گزینه، عبارت «مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های موجود در زیرلایه اتم عنصر» بیشتر از اتم است.» را به درستی تکمیل می‌کند؟

۱) ${}_{30}Zn - {}_30Cu$ ۲) ${}_{33}As - {}_{36}Kr$ ۳) ${}_{27}Co - {}_{24}Cr$ ۴) ${}_{17}Cl - {}_{21}Sc$

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

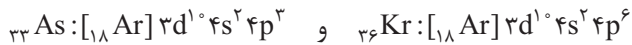
شیمی

پاسخ تشریحی مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی ($n+1$) در یک زیرلایه مشخص، به تعداد الکترون‌های آن زیرلایه مربوط است. پس هر چه تعداد الکترون در زیرلایه‌های معین شده بیشتر باشد، مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی آن نیز بیشتر است. بررسی گزینه‌ها:

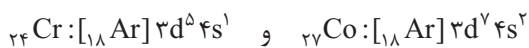
۱) Zn و Cu هر دو در زیرلایه $3d$ ، $10e^-$ دارند؛ پس مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های زیرلایه $3d$ در آن‌ها، برابر است.



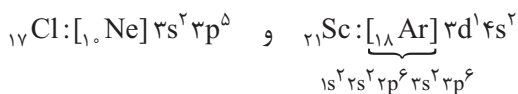
۲) در زیرلایه $4p$ عنصر As ، $3e^-$ حضور دارد، در صورتی که در عنصر Kr ، $3e^-$ زیرلایه $4p$ کاملاً پر شده است.



۳) زیرلایه $4s$ در Co دارای $2e^-$ است، اما در Cr تنها $1e^-$ دارد.



۴) زیرلایه $3p$ در Cl دارای $5e^-$ است، در صورتی که در عنصر Sc ، این زیرلایه به طور کامل پر شده است.



تست و پاسخ ۴۳

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• رنگ شعله هر ترکیب، منحصر به فرد است و از آن می‌توان برای شناسایی ترکیب استفاده کرد.

• الکترون در حالت برانگیخته، پرنرژی‌تر و پایدارتر از الکترون در حالت پایه است.

• با دور شدن الکترون از هسته، انرژی آن کاهش می‌یابد.

• در طیف نشری خطی اتم هیدروژن در گستره مرئی، کم‌ترین طول موج مربوط به پرتو حاصل از انتقال الکترون از لایه ششم به حالت پایه است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی همه عبارتهای داده شده، نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

• رنگ شعله برای هر ترکیب منحصر به فرد نیست؛ مثلاً رنگ شعله فلز لیتیم و همه ترکیب‌های آن (مانند لیتیم کلرید و لیتیم نیترات)، سرخ است.

• سطح انرژی با پایداری، رابطه وارونه دارد؛ بنابراین الکترون در حالت برانگیخته، پرنرژی‌تر و ناپایدارتر از الکترون در حالت پایه است.

• سطح انرژی الکترون با فاصله آن از هسته، رابطه مستقیم دارد؛ یعنی هر چه الکترون از هسته دورتر باشد، انرژی آن بیشتر است.

• خطوط موجود در طیف نشری خطی اتم هیدروژن در گستره مرئی، مربوط به انتقال‌های الکترونی از لایه‌های بالاتر ($n = 3, 4, 5, 6$) به لایه

دوم ($n = 2$) هستند و نه حالت پایه ($n = 1$)!

نکته ویژگی‌ها و چگونگی تشکیل چهار نوار رنگی طیف نشری خطی هیدروژن در جدول زیر آمده است:

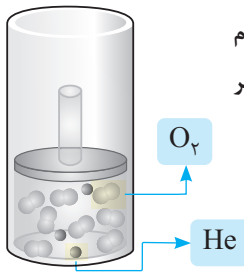
رنگ نوار	طول موج (nm)	چگونگی تشکیل
بنفش	۴۱۰	مربوط به انتقال الکترون از $n = 6$ به $n = 2$
نیلی	۴۳۴	مربوط به انتقال الکترون از $n = 5$ به $n = 2$
آبی	۴۸۶	مربوط به انتقال الکترون از $n = 4$ به $n = 2$
سرخ	۶۵۶	مربوط به انتقال الکترون از $n = 3$ به $n = 2$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۴۴



شکل مقابل، مخلوطی از گازهای اکسیژن و هلیوم در یک سیلندر را نشان می‌دهد. اگر در این مخلوط، ۰/۲۴ گرم هلیوم وجود داشته باشد، حجم این مخلوط گازی، چند لیتر است؟ (حجم مولی گازها در این شرایط را ۲۵ لیتر در نظر بگیرید؛ $\text{He} = 4, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) ۱/۵
(۲) ۴
(۳) ۵/۵
(۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره با استفاده از جرم گاز هلیوم، تعداد مول آن در مخلوط را به دست بیار؛ سپس با توجه به نسبت تعداد ذره‌ها، تعداد مول O_2 در مخلوط را حساب کن و در آخر، با توجه به مجموع تعداد مول گازها، حجم مخلوط را به دست بیار!

پاسخ تشریحی گام اول: تعداد مول هلیوم و اکسیژن را در مخلوط حساب می‌کنیم:

$$\text{He مول} : 0.24 \text{ g He} \times \frac{1 \text{ mol He}}{4 \text{ g He}} = 0.06 \text{ mol}$$

در شکل، ۸ ذره O_2 و ۳ ذره He وجود دارد؛ بنابراین می‌توان گفت که تعداد مول O_2 ، $\frac{8}{3}$ برابر تعداد مول He است:

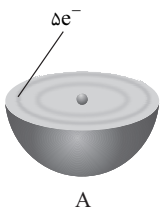
$$\text{O}_2 \text{ مول} = \frac{8}{3} \times 0.06 = 0.16 \text{ mol}$$

گام دوم: با استفاده از مجموع تعداد مول گازها و حجم مولی آن‌ها، حجم مخلوط گازی را حساب می‌کنیم:

$$\text{گاز} : (0.06 + 0.16) \text{ mol} \times \frac{25 \text{ L گاز}}{1 \text{ mol گاز}} = \frac{22}{4} \times 25 = 5.5 \text{ L گاز}$$

تست و پاسخ ۴۵

با توجه به شکل زیر که برشی از اتم یک عنصر را نشان می‌دهد، آرایش الکترون - نقطه‌ای این اتم به کدام صورت است و کدام ویژگی را می‌توان به آن نسبت داد؟



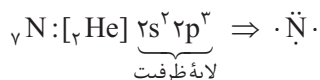
- (۱) $\cdot \ddot{\text{N}} \cdot$ ، در دما و فشار اتاق، به شکل مولکول‌های دواتمی یافت می‌شود. N_2
- (۲) $\cdot \ddot{\text{O}} \cdot$ ، در حالت گازی، به جو بی‌اثر شهرت دارد.
- (۳) $\cdot \ddot{\text{B}} \cdot$ ، در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی آن، ۵ الکترون وجود دارد. B
- (۴) $\cdot \ddot{\text{A}} \cdot$ ، نخستین عنصر گروه ۱۳ جدول تناوبی است.

پاسخ: گزینه ۲

نکته در مورد عناصر دسته S و p، تعداد نقاط در آرایش الکترون - نقطه‌ای که همان شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر است، برابر با یکان شماره گروه آن‌ها می‌باشد. (البته به‌جز هلیوم!).

شماره گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	
								هلیوم	بقیه عناصرها
تعداد الکترون‌های ظرفیتی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۲	۸
آرایش الکترون - نقطه‌ای	$\times \cdot$	$\times \cdot$	$\times \cdot$	$\times \cdot$	$\times \cdot$	$\times \cdot$	$\times \cdot$	He:	$\times \cdot$

پاسخ تشریحی در لایه اول اتم A، ۲ الکترون و در لایه دوم آن، ۵ الکترون وجود دارد؛ بنابراین عدد اتمی A برابر $2 + 5 = 7$ و A همان عنصر نیتروژن از گروه ۱۵ است:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عنصر نیتروژن در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دواتمی (N_2) وجود دارد و به دلیل واکنش‌پذیری ناچیز، به جو بی‌اثر مشهور است. در مورد (۳) توجه کنید که در بیرونی‌ترین زیرلایه این عنصر ($2p$)، فقط ۳ الکترون وجود دارد.

تست و پاسخ ۴۶

با توجه به جدول زیر، کدام موارد از مطالب داده شده درست است؟ ($O = 16, Cu = 64 : g \cdot mol^{-1}$)

d	c	b	a	
CH_3F_4	نقره نیترات	NO	مس (II) اکسید	نام یا فرمول ترکیب

الف) به ازای تشکیل ۱۲ گرم ترکیب a از عنصرهای سازنده‌اش، ۳ / ۰ مول الکترون مبادله می‌شود.

ب) از واکنش محلول آبی ترکیب c با باریم کلرید، رسوب سفید رنگی با نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر ۲ تشکیل می‌شود.

پ) ترکیب b، یک اکسید نافلز است و کاغذ pH در محلول آن در آب، به رنگ سرخ در می‌آید.

ت) در ساختار لوویس ترکیب d، نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار الکترون‌های پیوندی برابر ۷۵ / ۰ است.

(۱) الف - ت (۲) ب - پ - ت (۳) الف - پ - ت (۴) ب - پ

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف)

نکته برای تشکیل ترکیب‌های یونی دواتمی، بین فلز و نافلز الکترون مبادله می‌شود. برای محاسبه شمار الکترون‌های مبادله شده در یک ترکیب یونی، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

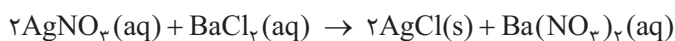
تعداد (زیروند) کاتیون \times بار کاتیون = شمار الکترون‌های مبادله شده در تشکیل هر واحد فرمولی از ترکیب یونی
تعداد (زیروند) آنیون \times قدر مطلق بار آنیون =

فرمول مس (II) اکسید به صورت CuO است؛ بنابراین می‌توان گفت به ازای تشکیل هر مول از آن، $2 \times 1 = 2$ مول الکترون بین فلز و نافلز مبادله می‌شود:

$$CuO \text{ مولی } = 64 + 16 = 80 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

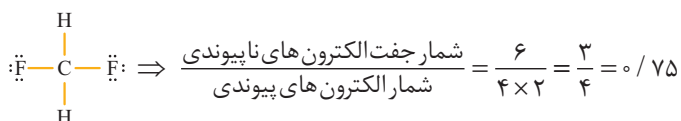
$$12 \text{ g CuO} \times \frac{1 \text{ mol CuO}}{80 \text{ g CuO}} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol CuO}} = 0.3 \text{ mole}^-$$

ب) از واکنش محلول نقره نیترات با باریم کلرید، رسوب سفید رنگ نقره کلرید ($AgCl$) تولید می‌شود که نسبت شمار آنیون به کاتیون در آن، برابر ۱ است.



پ) به طور کلی، اکسیدهای فلزی (مانند Na_2O و BaO)، خاصیت بازی دارند و کاغذ pH در محلول آن‌ها به رنگ آبی در می‌آید؛ در حالی که اکسیدهای نافلزی (مانند SO_3 و N_2O_5)، خاصیت اسیدی دارند و کاغذ pH در محلول آن‌ها، به رنگ سرخ در می‌آید؛ اما *هواستون باشه* که برخی اکسیدهای نافلزی مانند NO ، CO و N_2O به صورت مولکولی در آب حل می‌شوند و خاصیت اسیدی ندارند! به NO و انحلال مولکولی آن در فصل ۳ کتاب شیمی دهم در قسمت انحلال‌پذیری گازها اشاره شده است، پس *واپه که این نکته رو در موردش پروئید*.

ت) ساختار لوویس CH_3F_4 ، به صورت زیر است:



هواستون باشه که صورت سؤال برای الکترون‌های پیوندی، از واژه «جفت» استفاده نکرده، به همین دلیل، جفت الکترون‌های پیوندی (پیوند اشتراکی) را در ۲ ضرب کردیم تا شمار الکترون‌های پیوندی به دست آید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۴۷

کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) اگر هوای مایع در دمای 20°C را تقطیر جزء به جزء کنیم، ابتدا نیتروژن از مخلوط خارج و جداسازی می‌شود.
 (۲) به جز گازهای اکسیژن و نیتروژن، درصد حجمی سایر گازها در هوای پاک و خشک، کم‌تر از ۱ درصد است.
 (۳) اگر در فشار ثابت، دمای مخلوط گازی از آرگون و اکسیژن را به تدریج کاهش دهیم، آرگون زودتر به مایع تبدیل می‌شود.
 (۴) عنصر اکسیژن در زیست‌کره، در ساختار همهٔ مولکول‌های زیستی یافت می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳

نکته

A آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود. (در سرد کردن مخلوط گازهای A و B، A زودتر مایع می‌شود).
 نقطهٔ جوش: $A > B$
 B آسان‌تر به گاز تبدیل می‌شود. (در گرم کردن مخلوط مایع از A و B، B زودتر به گاز تبدیل و از مخلوط جدا می‌شود).

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- (۱) نیتروژن نسبت به دیگر اجزای سازندهٔ هوای مایع، نقطهٔ جوش پایین‌تری دارد و زودتر از مخلوط جدا می‌شود.
 $N_2 \rightarrow Ar \rightarrow O_2$: ترتیب جداسازی از ستون تقطیر هوای مایع (افزایش دمای هوای مایع) $\Rightarrow N_2 < Ar < O_2$: نقطهٔ جوش
 (۲) بیش از ۹۹ درصد حجمی هوا را گازهای نیتروژن و اکسیژن تشکیل می‌دهند و درصد حجمی سایر گازهای هوا، کم‌تر از ۱ درصد است.

نام و فرمول شیمیایی گاز	نیتروژن (N_2)	اکسیژن (O_2)	آرگون (Ar)	کربن دی‌اکسید (CO_2)	نئون (Ne)	هلیوم (He)	کریپتون (Kr)	زنون (Xe) و دیگر گازها
درصد حجمی گاز در هوا	۷۸/۰۷۹	۲۰/۹۵۲	۰/۹۲۸	۰/۰۳۸۵	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۱	ناچیز

$$= ۹۹/۰۳۱$$

(۳) اکسیژن نقطهٔ جوش بالاتری دارد و آسان‌تر از آرگون به مایع تبدیل می‌شود.

$O_2 \rightarrow Ar \rightarrow N_2$: ترتیب مایع شدن گازها در اثر کاهش دما $\Rightarrow N_2 < Ar < O_2$: نقطهٔ جوش

(۴) کاملاً درست!

نکته

شکل حضور اکسیژن در قسمت‌های مختلف کرهٔ زمین

- آب‌کره ← در ساختار مولکول‌های آب (H_2O)
- زیست‌کره ← در ساختار همهٔ مولکول‌های زیستی (کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها)
- هواکره ← به شکل‌های مختلف (O_2 (به طور عمده)، O_3 و ...)
- سنگ‌کره ← به شکل اکسیدهای گوناگون (SiO_2 ، Al_2O_3 و ...)

تست و پاسخ ۴۸

مجموع عددهای a، b و x در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ زیر، کدام است؟



۵ (۲)

۴ (۱)

۶ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی طبق قانون پایستگی جرم، شمار اتم‌های هر عنصر در دو سمت معادله واکنش باید برابر باشد:



Fe موازنه اتم: $a = 3$

$$\text{N موازنه اتم: } \frac{(3 \times 2)}{6} + 4 = \frac{(3 \times 3)}{9} + b \Rightarrow 10 = 9 + b \Rightarrow b = 1$$

$$\text{O موازنه اتم: } \frac{(3 \times 2 \times 2)}{18} + \frac{(4 \times 3)}{12} = \frac{(3 \times 3 \times 3)}{27} + \frac{(1 \times x)}{x} + \frac{(2 \times 1)}{2} \Rightarrow 30 = 29 + x \Rightarrow x = 1$$

$$\text{H موازنه اتم: } 4 = \frac{(2 \times 2)}{4} \checkmark$$

مجموع مقادیر a، b و x در معادله موازنه شده واکنش داده شده، برابر $3 + 1 + 1 = 5$ است.

تست و پاسخ ۴۹

در فرایند هابر، برای جدا کردن آمونیاک از مخلوط واکنش، از تفاوت در کدام ویژگی گازها کمک گرفته می‌شود؟

- (۱) واکنش پذیری (۲) چگالی (۳) نقطه جوش (۴) جرم مولی

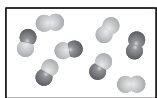
پاسخ: گزینه ۳

ماده	نقطه جوش (°C)
NH_3	-۳۳
N_2	-۱۹۶
H_2	-۲۵۳

پاسخ تشریحی یکی از چالش‌های فرایند هابر، چگونگی جدانمودن آمونیاک از مخلوط واکنش بود؛ زیرا واکنش این فرایند، برگشت پذیر است و پس از انجام واکنش، مخلوطی از سه گاز (آمونیاک، نیتروژن و هیدروژن) به دست می‌آید. هابر این مشکل را با توجه به اختلاف نقطه جوش گاز آمونیاک، نسبت به دو گاز دیگر حل کرد. به طوری که با توجه به این که دمای جوش آمونیاک از دو گاز دیگر بالاتر است، هابر دمای مخلوط واکنش را تا جایی که آمونیاک به مایع تبدیل شود (کمی پایین تر از نقطه جوش آمونیاک)، کاهش داد و آمونیاک را پس از مایع شدن، از مخلوط واکنش جدا کرد.

تست و پاسخ ۵۰

شکل زیر، نمونه‌ای کلر را نشان می‌دهد. اگر $107/25$ گرم از این نمونه کلر در واکنش $\text{SO}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow \text{SO}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2\text{O}(\text{g})$ شرکت کند، چند لیتر گاز گوگرد دی کلرید در شرایط STP تولید می‌شود؟ (عدد جرمی را برابر جرم اتمی در نظر بگیرید؛ معادله واکنش، موازنه شود.)



$$11/2(2)$$

$$44/8(4)$$

$$22/4(1)$$

$$33/6(3)$$

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره ابتدا به کمک شکل، جرم اتمی میانگین کلر و بعد جرم مولی گاز کلر را به دست بیار. در آخر از روی معادله

موازنه شده واکنش و جرم نمونه، حجم گاز مورد نظر را در شرایط استاندارد، محاسبه کن.

پاسخ تشریحی گام اول: جرم اتمی میانگین کلر و جرم مولی Cl_2 را حساب می‌کنیم. با توجه به شکل داده شده، از هر ۱۶ اتم کلر، ۱۰ اتم

$$^{37}_{17}\text{Cl} \text{ و } ^{35}_{17}\text{Cl} \text{ ۶ اتم } ^{37}_{17}\text{Cl} \text{ است:}$$

روش اول:

$$M_{\text{Cl}} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2}{F_1 + F_2} = \frac{(35 \times 10) + (37 \times 6)}{10 + 6} = \frac{350 + 222}{16} = 35/75 \text{ amu}$$

روش دوم:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{F_{\text{کل}}} (M_2 - M_1) = 35 + \left(\frac{6}{16} \times 2\right) = 35/75 \text{ amu}$$

جرم اتمی میانگین عنصرها معادل با جرم مولی آن‌هاست؛ از این رو خواهیم داشت:

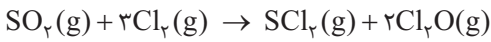
$$\text{Cl}_2 \text{ گاز مولی جرم} = 2 \times 35/75 = 71/5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

گام دوم: در ادامه، معادله واکنش انجام شده را موازنه می‌کنیم و سپس با توجه به جرم گاز کلر مصرف شده، حجم گاز گوگرد دی‌کلرید (SO_2) را در شرایط STP محاسبه می‌کنیم:



روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$107/25 \text{ g Cl}_2 \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{71/5 \text{ g Cl}_2} \times \frac{1 \text{ mol SOCl}_2}{2 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{22/4 \text{ L SOCl}_2}{1 \text{ mol SOCl}_2} = \frac{107/25 \times 22/4}{71/5 \times 2} = 11/2 \text{ L SOCl}_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{107/25}{3 \times 71/5} = \frac{x}{1 \times 22/4} \Rightarrow x = \frac{107/25 \times 22/4}{71/5 \times 3} = 11/2 \text{ L SOCl}_2$$

تست و پاسخ ۵۱

اگر غلظت یون برمید در محلولی از کلسیم برمید، برابر ۲۰۰۰ ppm باشد، درصد جرمی یون کلسیم در این محلول کدام است؟



(Ca = ۴۰, Br = ۸۰ : g · mol⁻¹)

۱/۴

۰/۵۳

۰/۱۲

۰/۰۵۱

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی روش اول:

فرض می‌کنیم ۱۰۰ گرم محلول داریم و به کمک غلظت یون Br^- ، جرم Ca^{2+} در این ۱۰۰ گرم محلول را حساب می‌کنیم:



$$? \text{ g Ca}^{2+} = 100 \text{ g محلول} \times \frac{2000 \text{ g Br}^-}{10^6 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Br}^-}{80 \text{ g Br}^-} \times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{2 \text{ mol Br}^-} \times \frac{40 \text{ g Ca}^{2+}}{1 \text{ mol Ca}^{2+}}$$

$$= \frac{4}{80} = \frac{1}{20} = 0/05 \text{ g Ca}^{2+} \Rightarrow \text{Ca}^{2+} \text{ جرمی} = 0/05$$

روش دوم:

نکته برای محاسبه نسبت غلظت ppm یون‌ها، یا محاسبه نسبت غلظت ppm یک یون با خود ترکیب، کافی است نسبت جرم آن‌ها را

به دست آوریم:

$$\frac{\text{ppm}(A)}{\text{ppm}(B)} = \frac{\text{جرم } A}{\text{جرم } B} = \frac{\text{جرم مولی } A \times \text{مول } A}{\text{جرم مولی } B \times \text{مول } B}$$

مول A و مول B در فرمول بالا، همان ضرایب A و B در معادله تفکیک ترکیب در آب هستند.

ابتدا غلظت ppm یون کلسیم را حساب می‌کنیم:



$$\frac{\text{ppm}(\text{Ca}^{2+})}{\text{ppm}(\text{Br}^-)} = \frac{\text{جرم مولی } \text{Ca}^{2+} \times \text{مول } \text{Ca}^{2+}}{\text{جرم مولی } \text{Br}^- \times \text{مول } \text{Br}^-} = \frac{1 \times 40}{2 \times 80} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \text{ppm}(\text{Ca}^{2+}) = \frac{1}{4} \text{ ppm}(\text{Br}^-) = \frac{1}{4} \times 2000 = 500$$

حالا به کمک رابطه ppm و درصد جرمی، درصد جرمی یون کلسیم را به دست می‌آوریم:

$$\text{ppm} = \text{درصد جرمی} \times 10^4 \Rightarrow \text{Ca}^{2+} \text{ جرمی} = 500 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-2} = 0/05$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۵۲

- کدام مورد، به مفهوم متفاوتی اشاره دارد؟
- (۱) بلور ید خالص می‌تواند در هگزان حل شود. I_2
- (۲) کربن دی‌اکسید یک گاز ناقطبی است اما انحلال‌پذیری مناسبی در آب دارد. C_6H_{14}
- (۳) استون می‌تواند به هر میزان در آب حل شود. C_3H_6O
- (۴) نیروی جاذبه میان مولکول‌ها در محلول اتانول در آب، قوی‌تر از میانگین جاذبه‌ها در آب خالص و اتانول خالص است. C_7H_5OH

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ۱) ید (I_2) و هگزان هر دو ناقطبی هستند \leftarrow شبیه، شبیه را حل می‌کند.

۲) استون ($CH_3 - C(=O) - CH_3$) با مولکول‌های آب می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

۳) اتانول به خوبی در آب حل می‌شود، زیرا:

میانگین نیروی جاذبه میان مولکول‌های آب خالص و اتانول خالص $>$ نیروی جاذبه میان مولکول‌ها در محلول اتانول در آب ۱، ۲ و ۳ به اثر نیروهای بین مولکولی و برهم‌کنش‌های ذرات با یکدیگر برای انحلال اشاره دارند، در صورتی که در ۲، انحلال CO_2 در آب به دلیل واکنش شیمیایی این مولکول‌ها با مولکول‌های آب است.

تست و پاسخ ۵۳

مخلوطی از دو نمک Na_2SO_4 و MSO_4 به جرم ۱۳۵ گرم را در مقدار معینی آب به طور کامل حل کرده و حجم محلول را به ۵ لیتر می‌رسانیم. اگر غلظت آنیون سولفات در محلول، برابر $18/0$ مولار و در مجموع $8/428 \times 10^{23}$ کاتیون در محلول وجود داشته باشد، فلز M کدام است؟ (جرم مولی را هم‌ارز عدد جرمی در نظر بگیرید، $O = 16, Na = 23, S = 32 : g \cdot mol^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی فرض می‌کنیم در مخلوط اولیه، X مول Na_2SO_4 و Y مول MSO_4 وجود دارد. در هر مول Na_2SO_4 ، دو مول کاتیون Na^+ و در هر مول MSO_4 ، ۱ مول کاتیون M^{2+} وجود دارد؛ بنابراین در این مخلوط، در مجموع $(2X + Y)$ مول کاتیون وجود دارد. از طرفی خود سؤال، تعداد کل کاتیون‌های موجود در محلول را داده است:

$$\text{تعداد مول کاتیون‌ها} = \frac{8/428 \times 10^{23}}{6/02 \times 10^{23}} = \frac{6/02 + 2/408}{6/02} = 1 + \frac{2/408}{6/02} = 1/4 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow 2x + y = 1/4$$

حالا به کمک غلظت یون سولفات، رابطه دیگری بین X و Y پیدا می‌کنیم:

$$SO_4^{2-} \text{ مول} : 0/18 \text{ mol} \cdot L^{-1} \times 5L = 0/9 \text{ mol}$$

در هر مول از نمک‌های Na_2SO_4 و MSO_4 ، یک مول SO_4^{2-} وجود دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$x + y = 0/9$$

با حل دو معادله - دو مجهول، X و Y یعنی تعداد مول‌های هر یک از نمک‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2x + y = 1/4 \\ x + y = 0/9 \end{cases} \Rightarrow x = 0/5, y = 0/4$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

در آخر، به کمک مجموع جرم دو نمک، جرم مولی فلز M را به دست می‌آوریم:

$$\text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{MSO}_4 = 135 \text{ g}$$

$$\xrightarrow{\text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم}} (0/5 \times 142) + (0/4 \times \text{MSO}_4) = 135 \text{ g}$$

$$\Rightarrow 0/4 \times \text{MSO}_4 = 64 \Rightarrow \text{جرم مولی MSO}_4 = \frac{64}{0/4} = 160 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow M + 32 + (4 \times 16) = 160$$

$$\Rightarrow M = 64 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow {}^{64}\text{Cu}$$

تست و پاسخ ۵۴

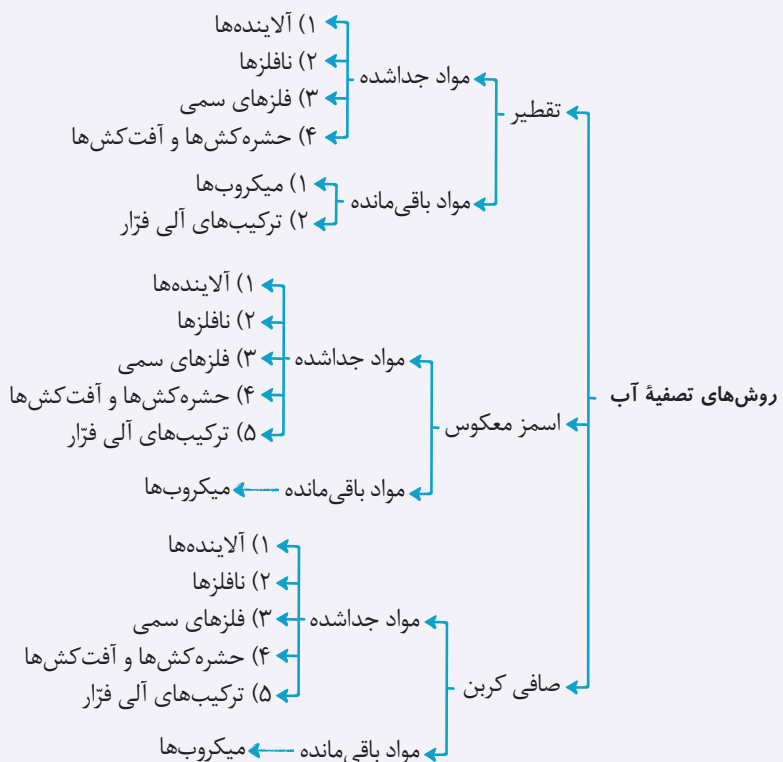
کدام مورد درست است؟

- (۱) در شرایط یکسان، انحلال پذیری اکسیژن گازی در آب نمک، بیشتر از آب مقطر است.
- (۲) نیاز روزانه هر فرد به یون کلسیم دو برابر یون سدیم است و این یون برای تنظیم عملکرد مناسب دستگاه عصبی ضروری است.
- (۳) نفوذ آب به درون میوه‌های خشک مانند مویز، نمونه‌ای از فرایند اسمز معکوس است.
- (۴) روش‌های تقطیر و صافی کربن، برای جداسازی ترکیب‌های آلی فزار، عملکرد مشابهی ندارند.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: در روش تقطیر، ترکیب‌های آلی فزار از آب جدا نمی‌شوند، در حالی که با روش صافی کربن، می‌توان ترکیب‌های آلی فزار را نیز از آب جدا کرد.

نکته مقایسه روش‌های تصفیه آب



بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) انحلال‌پذیری گازها با میزان نمک حل‌شده در محلول، رابطه وارونه دارد؛ یعنی هر چه مقدار نمک‌های حل‌شده در آب بیشتر باشد، انحلال‌پذیری گازها در آب کم‌تر خواهد بود؛ بنابراین انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب نمک، کم‌تر از آب مقطر است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

- ۲ یون پتاسیم (K^+) برای تنظیم عملکرد مناسب دستگاه عصبی ضروری است؛ نیاز روزانه هر فرد به این یون، دو برابر یون سدیم است.
 ۳ نفوذ آب به درون میوه‌های خشک (مانند مویز)، به طور خودبه‌خودی انجام می‌شود و نمونه‌ای از فرایند اسمز است.

تست و پاسخ ۵۵

معادله انحلال پذیری مس (II) سولفات بر حسب دما به صورت $S = \frac{38\theta}{10} + 12/4$ است. در یک آزمایش به ۱۲۵ g آب $8^\circ C$ ، مقدار ۰/۳ مول $CuSO_4$ اضافه کرده و محلول را خوب هم می‌زنیم، به گونه‌ای که هیچ رسوبی در ته ظرف وجود نداشته باشد. اگر در دمای ثابت، ۰/۵ مول $CuSO_4$ به محلول درون ظرف اضافه کنیم و آن را خوب هم بزنیم، محتویات درون ظرف شامل گرم محلول مس (II) سولفات و گرم رسوب مس (II) سولفات خواهد بود. ($O = 16, S = 32, Cu = 64 : g \cdot mol^{-1}$)

$$1/5 - 179/5 \quad (2) \qquad 4/5 - 176/5 \quad (1)$$

$$2/5 - 178/5 \quad (4) \qquad 5/5 - 175/5 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا باید ببینیم در $100^\circ C$ گرم آب $8^\circ C$ ، حداکثر چند گرم $CuSO_4$ حل می‌شود:

$$S = \frac{38\theta}{10} + 12/4 \xrightarrow{\theta=8^\circ C} \frac{38 \times 8}{10} + 12/4 = \frac{38 \times 8}{10} + 12/4 = 30/4 + 12/4 = 42/8 g CuSO_4$$

در $100^\circ C$ گرم آب، حداکثر ۴۲/۸ گرم $CuSO_4$ حل می‌شود؛ پس به ازای ۱۲۵ گرم آب خواهیم داشت:

$$125 g \text{ آب} \times \frac{42/8 g CuSO_4}{100 g \text{ آب}} = 53/5 g CuSO_4$$

در ابتدا ۰/۳ مول $CuSO_4$ در محلول وجود داشته و در ادامه ۰/۵ مول دیگر اضافه شده است:

$$CuSO_4 \text{ کل جرم} = 0.3 \text{ mol} \times \frac{160 g}{1 \text{ mol}} = 56 g$$

از کل ۵۶ گرم، ۵۳/۵ گرم مس (II) سولفات در آب حل شده و ۲/۵ گرم آن رسوب می‌کند:

$$\text{جرم محلول} = (125 + 56) - 2/5 = 178/5 g$$

جرم مس (II) سولفات رسوب کرده
 مجموع جرم آب و کل مس (II) سولفات

پایه یازدهم

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	حسین شفیق زاده - مهرداد کیوان
هندسه (۲)	محمد رضا حسینی فرد - محمد طاهر شعاعی - حمید گلزاری - محسن محمد کریمی - علیرضا نصرالهی - حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موثینی
فیزیک (۲)	امین امینی - علیرضا جباری - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی (۲)	مهدی براتی - هومن زندگی - علی طهانی - یاسر عبداللہی - سید علی ناظمی

نام درس	مستول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	حسین شفیق زاده مهرداد کیوان	حسین شفیق زاده مهرداد کیوان	امیر حسین ابومحبوب	محمد سجاد نقیہ سجاد داوطلب	شمیم پهلوان شریف ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
هندسه (۲)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیر حسین ابومحبوب	ملیحه حاجی بابا فرزانه خاکپاش ماهان فنی فر
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیر حسین ابومحبوب	مهدی خوش نویس ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
فیزیک (۲)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جباری	امین امینی	مهدی بابائی مدیا عیدی ماهان فنی فر امیر محمودی انزابی
شیمی (۲)	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی محدثه ملک پور	محمد مرادی وحید فارسیان	مهسا خاکی احسان رحیمی هومن زندگی امیررضا نوری

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

حسابان یازدهم

تست و پاسخ ۵۶

اگر $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ باشد، حاصل عبارت $X = \frac{a_1 a_2}{a_3} + \frac{a_2 a_3}{a_4} + \dots + \frac{a_1 a_{11}}{a_{12}}$ کدام است؟ \leftarrow دنباله هندسی با جمله اول ۳ و قدرنسبت ۲

$$766 / 5 (4)$$

$$3069 (3)$$

$$1534 / 5 (2)$$

$$1533 (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در هر دونوبت کنکورهای سراسری ۱۴۰۲ و ۱۴۰۳، از دنباله‌های حسابی و هندسی سؤال داشتیم، این یعنی این مباحث مهم شده‌اند.

خودت حل کنی بهتره برای جملات X الگو بساز، می‌بینی باز هم دنباله هندسی به دست می‌آد.

درس نامه ••• مجموع جملات دنباله هندسی

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

مجموع جملات ۱ تا n دنباله هندسی a_n را با S_n نمایش می‌دهیم و داریم:

نکته الف) رابطه بین S_{2n} (مجموع $2n$ جمله اول) و S_n (مجموع n جمله اول) دنباله هندسی به صورت $\frac{S_{2n}}{S_n} = 1 + q^n$ است.

ب) در یک دنباله هندسی با $2n$ جمله و قدرنسبت q ، مجموع جملات با ردیف زوج q برابر مجموع جملات با ردیف فرد و مجموع کل جملات $q + 1$ برابر مجموع جملات با ردیف فرد است.

پاسخ تشریحی گام اول: دنباله a_n یک دنباله هندسی با جمله اول ۳ و قدرنسبت ۲ است. حالا برای محاسبه X بین عبارات عمل جمع است (یعنی عمل ضرب نیست و نمی‌توانیم از ساده‌سازی‌های معمول استفاده کنیم)، پس سعی می‌کنیم یک الگو برای این عبارت پیدا کنیم:

$$\frac{a_1 a_2}{a_3} = \frac{(3) \times (3 \times 2)}{3 \times 2^2} = 3 \times 2^{-1}$$

$$\frac{a_2 a_3}{a_4} = \frac{(3 \times 2) \times (3 \times 2^2)}{3 \times 2^3} = 3 \times 2^0$$

⋮

$$\frac{a_n a_{n+1}}{a_{n+2}} = \frac{(3 \times 2^{n-1}) \times (3 \times 2^n)}{3 \times 2^{n+1}} = 3 \times 2^{n-2}$$

گام دوم: پس برای محاسبه مقدار عبارت X ، کافی است مجموع 10 جمله اول دنباله هندسی $b_n = 3 \times 2^{n-2} = \frac{3}{2} \times 2^{n-1}$ را با جمله اول $b_1 = \frac{3}{2}$ و قدرنسبت $q = 2$ حساب کنیم:

$$X = S_{10} = \frac{b_1(q^{10} - 1)}{q - 1} = \frac{\frac{3}{2}(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{3}{2}(1024 - 1) = \frac{3069}{2} = 1534 / 5$$

تست و پاسخ ۵۷

معادلات $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ و $x^2 - (m-2)x - 4m = 0$ یک جواب مشترک مخالف صفر دارند. جواب‌های غیرمشترک، جواب‌های کدام معادله هستند؟

هر دو عبارت را صفر می‌کند

$$9x^2 + 12x - 32 = 0 (2)$$

$$x^2 + 12x - 16 = 0 (4)$$

$$x^2 - 12x - 16 = 0 (1)$$

$$9x^2 - 12x - 32 = 0 (3)$$

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خودت حل کنی بهتره جواب مشترک یعنی توی هر دو معادله صدق می‌کنه، پس دو عبارت رو مساوی هم قرار بده تا مقدار m و بعدش مقدار اون جواب به دست بیاد.

درس نامه •• تشکیل معادله

با داشتن جواب‌های x' و x'' از یک معادله درجه دوم، می‌توان معادله را به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ نوشت، که در آن $S = x' + x''$ مجموع جواب‌ها و $P = x'x''$ حاصل ضرب جواب‌ها است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** جواب‌های هر معادله در خود آن معادله صدق می‌کنند، پس اگر ریشه مشترک را $x = \alpha$ فرض کنیم، به ازای آن

$$\alpha^2 - (m+2)\alpha + 2m = 0$$

تساوی‌ها برقرار می‌شوند، یعنی:

$$\alpha^2 - (m-2)\alpha - 4m = 0$$

عبارت‌های سمت چپ را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$\alpha^2 - (m+2)\alpha + 2m = \alpha^2 - (m-2)\alpha - 4m \Rightarrow 4\alpha = 6m \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2}m$$

گام دوم: $\alpha = \frac{3}{2}m$ را به دلخواه در یکی از معادلات جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار m به دست آید:

$$\left(\frac{3}{2}m\right)^2 - (m+2)\left(\frac{3}{2}m\right) + 2m = 0 \xrightarrow{\div m, m \neq 0} \frac{9}{4}m - \frac{3}{2}(m+2) + 2 = 0 \Rightarrow \frac{3}{4}m - 3 + 2 = 0 \Rightarrow m = \frac{4}{3}$$

دقت کنید که اگر $m = 0$ باشد، ریشه مشترک $\alpha = 0$ می‌شود که قابل قبول نیست.

گام سوم: حالا با مقدار m معادله‌های صورت سؤال را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$x^2 - (m+2)x + 2m = 0 : (x-m)(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = m = \frac{4}{3}, x_2 = 2$$

$$x^2 - (m-2)x - 4m = 0 : x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{16}{3} = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{3}\right)(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = 2$$

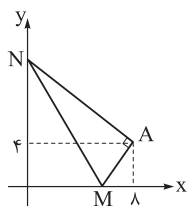
گام چهارم: معادله‌ای که جواب‌های آن $\gamma = \frac{4}{3}$ و $\beta = -\frac{1}{3}$ باشد، طبق درس‌نامه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} S = \gamma + \beta = -\frac{4}{3} \\ P = \gamma\beta = -\frac{32}{9} \end{cases} \xrightarrow{x^2 - Sx + P = 0} x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{32}{9} = 0 \text{ یا } 9x^2 + 12x - 32 = 0$$

تست و پاسخ ۵۸

مطابق شکل، نقاط M و N روی محورهای مختصات قرار دارند و مثلث AMN در رأس $A(8, 4)$ قائمه است. کم‌ترین

مقدار طول وتر MN کدام است؟



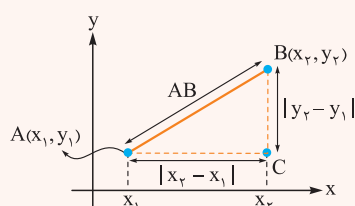
$$\begin{aligned} & 8 \quad (2) \\ & 8\sqrt{5} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 4 \quad (1) \\ & 4\sqrt{5} \quad (3) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره به نقطه N فکر کن، اگر MN بخواد کم‌ترین طول رو داشته باشه N باید کجا باشه؟

درس نامه •• فاصله بین دو نقطه



$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

نکته الف) فاصله نقطه $A(x_1, y_1)$ از مبدأ مختصات برابر $OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ است.

ب) اگر دو نقطه A و B هم‌عرض باشند، $AB = |x_B - x_A|$.

پ) اگر دو نقطه A و B هم‌طول باشند، $AB = |y_B - y_A|$.

ت) اگر نقطه $A(\alpha, \beta)$ از دو محور دستگاه مختصات به یک فاصله باشد، این نقطه بر روی یکی از دو خط $y = x$ یا $y = -x$ قرار دارد و در نتیجه: $|\alpha| = |\beta|$.

پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول: برای این که مثلث AMN قائم‌الزاویه بماند، عرض نقطه N باید در بازه $[4, +\infty)$ و طبیعتاً طول نقطه M باید در بازه $(0, 8)$ تغییر کند؛ یعنی هر چه عرض نقطه N بیشتر باشد، باید طول نقطه M کم‌تر شود.

گام دوم: پس کم‌ترین فاصله M و N از یکدیگر جایی رخ می‌دهد که طول نقطه M دقیقاً برابر ۸ و عرض نقطه N دقیقاً برابر ۴ شود، یعنی MN قطر مستطیلی با طول و عرض ۸ و ۴ شود:

$$\Rightarrow MN_{\min} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

روش دوم:

گام اول: مختصات نقاط M و N را به ترتیب $M(\alpha, 0)$ و $N(0, \beta)$ در نظر می‌گیریم. می‌دانیم مثلث در رأس A قائمه است، یعنی خط‌های شامل پاره‌خط‌های AM و AN بر هم عمودند، پس شیب‌های آن‌ها قرینه و معکوس یکدیگرند:

$$\begin{cases} m_{AM} = \frac{0-0}{8-\alpha} = \frac{0}{8-\alpha} \\ m_{AN} = \frac{\beta-0}{0-8} = -\frac{\beta-0}{8} \end{cases} \xrightarrow{m_{AM} \cdot m_{AN} = -1} \left(\frac{0}{8-\alpha}\right) \cdot \left(-\frac{\beta-0}{8}\right) = -1 \Rightarrow \frac{\beta-0}{8-\alpha} = 2 \Rightarrow \beta-0 = 16-2\alpha$$

$$\Rightarrow \beta = 20 - 2\alpha$$

گام دوم: فاصله دو نقطه M و N را از یکدیگر می‌نویسیم و به جای β عبارت $20 - 2\alpha$ قرار می‌دهیم:

$$MN = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (*) \Rightarrow MN = \sqrt{\alpha^2 + (20-2\alpha)^2} = \sqrt{5\alpha^2 - 80\alpha + 400}$$

گام سوم: عبارت $\sqrt{5\alpha^2 - 80\alpha + 400}$ زمانی کم‌ترین مقدار خود را دارد که عبارت $5\alpha^2 - 80\alpha + 400$ کم‌ترین مقدار باشد، پس کم‌ترین مقدار MN در کم‌ترین مقدار سهمی $y = 5x^2 - 80x + 400$ رخ می‌دهد. خُب، کم‌ترین مقدار سهمی هم در طول رأس آن یعنی در $\alpha = 8$ رخ می‌دهد. $x_S = -\frac{b}{2a} = \frac{80}{10} = 8$ در $\alpha = 8$ رخ می‌دهد. گام چهارم: نتیجه این می‌شود که برای این که MN کم‌ترین مقدار باشد، باید $\alpha = 8$ و در نتیجه $\beta = 4$ باشد.

$$\alpha = 8 \xrightarrow{\beta = 20 - 2\alpha} \beta = 4$$

و طبق رابطه (*) داریم:

$$MN_{\min} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

تست و پاسخ ۵۹

نقاط $A(0, -2)$ و $B(-3, 2)$ دو رأس از مستطیل $ABCD$ با مساحت ۵۰ هستند. عرض نقطه D کدام می‌تواند باشد؟

۱۰ (۴)

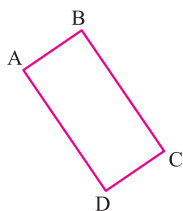
-۴ (۳)

-۱۰ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره مساحت برابر ۵۰ شده، AB چنده و AD باید چند باشه؟



پاسخ تشریحی گام اول: طول ضلع AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(-3-0)^2 + (2-(-2))^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

پس برای این که مساحت مستطیل برابر ۵۰ شود، لازم است AD برابر ۱۰ شود.

گام دوم: باید معادله خط شامل ضلع AD را به دست آوریم. برای این کار کافی است شیب آن را حساب کنیم. می‌دانیم شیب‌های AB و AD

قرینه و معکوس هم‌اند، پس داریم:

$$m_{AB} = \frac{-2-2}{0-(-3)} = -\frac{4}{3} \Rightarrow m_{AD} = \frac{3}{4}$$

پس معادله خط شامل ضلع AD به صورت مقابل به دست می‌آید: $y = \frac{3}{4}x - 2$ از نقطه A استفاده می‌کنیم.

و ما مختصات نقطه D را به صورت $D(\alpha, \frac{3}{4}\alpha - 2)$ در نظر می‌گیریم.

گام سوم: طول ضلع AD باید برابر ۱۰ باشد، پس داریم:

$$AD = \sqrt{(\alpha-0)^2 + (\frac{3}{4}\alpha - 2 - (-2))^2} = \sqrt{\alpha^2 + \frac{9}{16}\alpha^2} = \sqrt{\frac{25}{16}\alpha^2} = \frac{5}{4}|\alpha|$$

$$\xrightarrow{AD=10} \frac{5}{4}|\alpha| = 10 \Rightarrow |\alpha| = 8 \Rightarrow \alpha = 8 \text{ یا } -8$$

گام چهارم: به ازای مقادیر $\alpha = \pm 8$ مختصات نقطه D به صورت‌های $D(8, 4)$ و $D(-8, -8)$ به دست می‌آید.

تست و پاسخ ۶۰

اگر $f(x) = \log_2(\sqrt{x+1}-1)$ و g وارون تابع f باشد، مقدار $(g \circ g)(0)$ کدام است؟

۱۷ (۴)

۲۵ (۳)

۸۰ (۲)

۶۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره به ضابطه g نیاز نداری. فقط کافیست از خاصیت تعویض طول و عرض نقطه در وارون تابع استفاده کنی.

درس نامه

(۱) اگر نقطه (α, β) روی نمودار تابع f باشد، نقطه (β, α) روی نمودار تابع f^{-1} است:

(۲) در تعریف لگاریتم یک عدد داریم:

$$f(\alpha) = \beta \Leftrightarrow f^{-1}(\beta) = \alpha$$

$$\log_m x = n \Leftrightarrow x = m^n$$

پاسخ تشریحی گام اول: طبق فرض $g(x) = f^{-1}(x)$ است و هدف محاسبه مقدار $f^{-1}(f^{-1}(0))$ است. از قسمت (۱) درس‌نامه استفاده

می‌کنیم و مقدار $f^{-1}(0)$ را حساب می‌کنیم، این مقدار را a می‌نامیم:

$$f^{-1}(0) = a \Rightarrow f(a) = 0 \xrightarrow{\text{ضابطه تابع}} \log_2(\sqrt{a+1}-1) = 0 \xrightarrow{\text{قسمت (۲) درس‌نامه}} \sqrt{a+1}-1 = 2^0 = 1 \Rightarrow \sqrt{a+1} = 2$$

$$\Rightarrow a+1 = 4 \Rightarrow a = 3$$

گام دوم: پس باید $f^{-1}(3)$ را حساب کنیم. این مقدار را b نام گذاری می‌کنیم:

$$f^{-1}(3) = b \Rightarrow f(b) = 3 \xrightarrow{\text{ضابطه تابع}} \log_2(\sqrt{b+1}-1) = 3$$

$$\xrightarrow{\text{قسمت (۲) درس‌نامه}} \sqrt{b+1}-1 = 2^3 = 8 \Rightarrow \sqrt{b+1} = 9 \Rightarrow b+1 = 81 \Rightarrow b = 80$$

پس $(g \circ g)(0) = 80$ است.

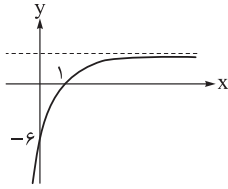


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۶۱

نمودار تابع $f(x) = 2 + a \times 2^{bx+c}$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $f^{-1}(\frac{3}{4})$ کدام است؟



۴ (۲)

۲ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره ۳ مجهول داری اما با ۲ معلوم، پس قطعاً بعضی از مجهولات دقیقاً به دست نیمان و حاصل $f^{-1}(\frac{3}{4})$ رو باید با استفاده از به رابطه بین مجهولات به دست بیاری.

پاسخ تشریحی

گام اول: عرض از مبدأ تابع برابر ۶- است، پس داریم:

$$f(0) = -6 \xrightarrow{\text{ضابطهٔ تابع}} 2 + a \times 2^{0+c} = -6 \Rightarrow a \times 2^c = -8 \quad (*)$$

گام دوم: نمودار تابع از نقطه $(1, 0)$ نیز می‌گذرد، پس مختصات آن در ضابطهٔ تابع صدق می‌کند:

$$f(1) = 0 \xrightarrow{\text{ضابطهٔ تابع}} 2 + a \times 2^{b+c} = 0 \Rightarrow 2 + \underbrace{a \times 2^c}_{-8} \times 2^b = 0$$

طبق (*) برابر ۸- است.

$$\Rightarrow 2 - 8 \times 2^b = 0 \Rightarrow 2^b = \frac{1}{4} = 2^{-2} \Rightarrow b = -2$$

گام سوم: پس تا این جا ضابطهٔ تابع به صورت به دست آمده است:

$$f(x) = 2 + a \times 2^{c-2x} = 2 + \underbrace{a \times 2^c}_{-8} \times 2^{-2x} \Rightarrow f(x) = 2 - 8 \times 2^{-2x} = 2 - 2^{3-2x}$$

و می‌خواهیم $f^{-1}(\frac{3}{4})$ را حساب کنیم. آن را α می‌نامیم:

$$f^{-1}(\frac{3}{4}) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{ضابطهٔ تابع}} 2 - 2^{3-2\alpha} = \frac{3}{4} \Rightarrow 2^{3-2\alpha} = \frac{1}{4} = 2^{-1} \Rightarrow 3 - 2\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 2$$

تست و پاسخ ۶۲

انتهای کمان α در ناحیهٔ دوم دایرهٔ مثلثاتی و $\cos(\frac{7\pi}{4} - \alpha) = -\frac{3}{5}$ مقدار $\sin^2(\frac{\pi}{4} - \alpha)$ کدام است؟

فقط \sin در این ناحیه مثبت است.

۰/۹۸ (۲)

۰/۰۲ (۱)

۰/۹۶ (۴)

۰/۰۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اول نسبت‌های α رو حساب کن و بعدش از فرمول طلایی استفاده کن.

درس نامه

نسبت‌های مثلثاتی زوایای به شکل $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$ (فرد k):

α را حاده در نظر می‌گیریم، اگر \sin داشتیم در آن طرف مساوی می‌نویسیم $\cos \alpha$ (و بالعکس) و اگر \tan داشتیم در آن طرف مساوی

می‌نویسیم $\cot \alpha$ (و بالعکس)، سپس تعیین می‌کنیم که $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$ در کدام ربع مثلثاتی قرار می‌گیرد. اگر نسبت اولیه در آن جا مثبت بود،

پشت حاصل مثبت قرار می‌دهیم و اگر منفی بود، پشت حاصل منفی قرار می‌دهیم، نگاه کنید:

$$\sin(\frac{7\pi}{4} + \alpha) = \ominus \cos \alpha$$

ربع چهارم ($\sin < 0$)



ربع دوم ($\cos < 0$)

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \ominus \sin \alpha$$

ربع سوم ($\tan > 0$)

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \oplus \cot \alpha$$

ربع دوم ($\cot < 0$)

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \ominus \tan \alpha$$

فلاصه بگم! $k\pi$ نسبت رو عوض نمی‌کنه، ولی $\frac{k\pi}{2}$ (فرد) نسبت رو عوض می‌کنه. برای تعیین علامت هم کافیه ببینی که عبارت داخل پرانتز در کدوم ربع قرار می‌گیرد.

فرمول‌های طلایی:

برای $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ و $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$ را داریم و از آن دو اتحاد زیر به دست می‌آید که به فرمول‌های طلایی یا فرمول‌های توان‌شکن معروف هستند:

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}, \quad \sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا از اتحادهای $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$ استفاده می‌کنیم و نسبت‌های مثلثاتی α را حساب می‌کنیم:

در ربع سوم است و \cos در آن منفی است.

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \ominus \sin \alpha \Rightarrow -\sin \alpha = -\frac{3}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

مضرب 2π حذف می‌شه.
 مضرب فرد $\frac{\pi}{2}$ است، پس نسبت مثلثاتی عوض می‌شود.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \xrightarrow{\alpha \text{ در ربع دوم}} \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

گام دوم: از فرمول‌های طلایی استفاده می‌کنیم تا ببینیم برای محاسبه $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ به چه چیزهایی نیاز داریم:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)}{2} \Rightarrow \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2} \quad (*)$$

متمم 2α است.

گام سوم: پس به $\sin 2\alpha$ نیاز داریم و از اتحاد معروف $\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta$ استفاده می‌کنیم:

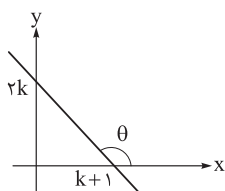
$$\sin 2\alpha = 2\left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25}$$

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \left(-\frac{24}{25}\right)}{2} = \frac{49}{50} = 0.98$$

و طبق (*) داریم:

تست و پاسخ ۶۳

اگر در شکل مقابل $\cos 2\theta = \frac{4}{5}$ باشد، مقدار k کدام است؟



$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خودت حل کنی بهتره $\tan \theta$ رو حساب کن!

درس نامه •• روابط مثلثاتی کمان α

	رابطه مثلثاتی	یه جور دیگه
۱	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$
		$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$
۲	$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}, \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$	$\tan \alpha \cot \alpha = 1$
۳	$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$	—
۴	$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$	—

روابط مثلثاتی کمان 2α

	رابطه مثلثاتی	یه جور دیگه
۱	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$
۲	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$	$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
		$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

دوازدهم ریاضی

آزمون مرحله پنجم

پاسخ تشریحی گام اول: باید دنبال $\tan \theta$ بگردیم. دو رابطه $\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$ و $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ را به $\tan \theta$

رابط می دهد:

$$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{9}{10}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{10}{9} \Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{1}{9}$$

نکته مستقیماً می توانستیم از اتحاد $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ استفاده کنیم.

گام دوم: طبق فرض سؤال، براساس شکل داده شده، θ منفرجه است و تانژانت آن منفی است.

پس شیب خط داده شده برابر $-\frac{1}{3}$ است و داریم:

$$\frac{0 - 2k}{k + 1} = \frac{-2k}{k + 1} = -\frac{1}{3} \Rightarrow 6k = k + 1 \Rightarrow k = \frac{1}{5}$$

تست و پاسخ ۶۴

اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+a} - \sqrt{ax+4}}{\sqrt{x+1}} = b$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟ ($b \in \mathbb{R}$)

$$-\frac{1}{2} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{9}{2} \quad -\frac{5}{2}$$

حد مخرج صفر است، پس بایک حد $\frac{0}{0}$ مواجهیم.

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره حد صورت هم باید صفر باشد، پس a رو حساب کن. بعدش رفع ابهام کن، هم با مزدوج و هم با چاق و لاغر.



درس نامه •• رفع ابهام در حد صفر صفرم

برای محاسبه $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ ، اگر حدهای صورت و مخرج در $x = x_0$ هر دو برابر صفر باشند، با یک حد مبهم آن هم از نوع صفر صفرم (0/0) رویه‌رو هستیم. برای محاسبه حاصل آن باید رفع ابهام کنیم، در سه حالت زیر:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 8} = \frac{0}{0}$$

(1) تجزیه چندجمله‌ای:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x-1)}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x^2+2x+4} = \frac{1}{4}$$

جمله مشترک (بالا) و جاق و لاغر (پایین)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{x+7}}{x-2} = \frac{0}{0}$$

(2) اتحاد مزدوج:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{x+7}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3 - \sqrt{x+7}}{x-2} \times \frac{3 + \sqrt{x+7}}{3 + \sqrt{x+7}} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{9 - (x+7)}{(x-2)(3 + \sqrt{x+7})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x-2)}{(x-2)(3 + \sqrt{x+7})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{3 + \sqrt{x+7}} = -\frac{1}{6}$$

(3) اتحاد جاق و لاغر:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-1} - 1}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-1} - 1}{x^2 - 4} \times \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{x-1} + 1}{\sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{x-1} + 1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x^2-4)(\sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{x-1} + 1)}$$

جاق

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{x-1} + 1)} = \frac{1}{12}$$

پاسخ تشریحی گام اول: وقتی $x \rightarrow -1$ ، حد عبارت مخرج صفر می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow -1} (\sqrt[3]{x} + 1) = 0$$

اما حاصل حد عددی حقیقی شده است، پس قطعاً حد صورت هم صفر شده است و ما یک حد مبهم 0/0 داشته‌ایم که حاصل آن عدد b شده است.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (\sqrt{2x+a} - \sqrt{ax+4}) = 0 \Rightarrow \sqrt{a-2} = \sqrt{4-a} \Rightarrow a-2 = 4-a \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

گام دوم: حال باید حاصل حد مبهم $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{\sqrt[3]{x} + 1}$ را حساب کنیم تا مقدار b به دست آید. برای این کار از مزدوج صورت و جاق مخرج کمک می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{\sqrt[3]{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{\sqrt[3]{x} + 1} \times \frac{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x+1)}{(\sqrt[3]{x})^2 + 1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}}$$

مزدوج (بالا) و جاق (پایین)

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-3(x+1)}{2(x+1)} = -\frac{3}{2}$$

پس $b = -\frac{3}{2}$ و در نتیجه $a + b = \frac{3}{2}$ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۶۵

تابع $f(x) = \frac{2x^2 - ax + b}{x - 2}$ در $x = x_0$ حد دارد، اما پیوسته نیست. اگر x_0 یکی از ریشه‌های معادله $4x^2 + ax - 3b = 0$ باشد، حاصل $\left[\frac{a-3b}{4}\right]$

کدام است؟ []، علامت جزء صحیح است.
 ← یعنی نمودار حفره دارد.

-۱۰ (۴)

-۹ (۳)

-۶ (۲)

-۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

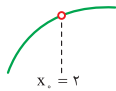
خودت حل کنی بهتره ۲ باید ریشه مشترک اون دوتا چندجمله‌ای باشه.

پاسخ تشریحی گام اول: توابع چندجمله‌ای همواره پیوسته هستند، پس اگر یک تابع گویا در یک یا چند نقطه ناپیوسته باشد، آن نقطه یا

نقاط قطعاً ریشه یا ریشه‌های مخرج هستند.

تابع f در $x = x_0$ ناپیوسته است، پس $x_0 = 2$ است.

گام دوم: تابع f در $x = 2$ ناپیوسته است، اما حد دارد و این زمانی امکان‌پذیر است که ریشه مخرج، ریشه صورت نیز باشد.



در واقع در نمودار تابع یک حفره می‌بینیم:

پس $x_0 = 2$ ریشه عبارت $2x^2 - ax + b$ باید باشد: $\Rightarrow 2(2)^2 - a(2) + b = 8 - 2a + b = 0 \Rightarrow 2a - b = 8$ (۱)

گام سوم: طبق فرض سؤال $x_0 = 2$ ریشه چندجمله‌ای $4x^2 + ax - 3b$ نیز هست: (۲) $\Rightarrow 4(2)^2 + a(2) - 3b = 16 + 2a - 3b = 0 \Rightarrow 3b - 2a = 16$

گام چهارم: دستگاه را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2a - b = 8 \\ 3b - 2a = 16 \end{cases}$$

جمع: $2b = 24 \Rightarrow b = 12 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} a = 10$

$$\left[\frac{a-3b}{4}\right] = \left[\frac{10-36}{4}\right] = \left[-\frac{26}{4}\right] = -7$$

گام پنجم: در نهایت مطلوب سؤال را محاسبه می‌کنیم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

آمار و احتمال یازدهم

تست و پاسخ ۶۶

مجموعه $((A \cap (A' \cup B)) \cup ((A' \cup B') - (B \cap (A \cup B))))'$ برابر کدام است؟

A (۱) B (۲) A' (۳) B' (۴)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره جبر مجموعه‌ها از مباحث مهم فصل اول کتاب آمار و احتمال است و در بسیاری از آزمون‌ها نیز تکرار می‌شود.

خودت حل کنی بهتره نمودار ون مربوط به صورت سؤال را رسم کن. بهتر است هر قسمت را جدا رسم کنی تا دچار اشتباه نشوی.

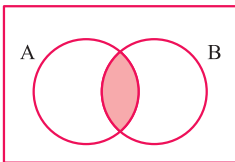
درس نامه •• اعمال اصلی در مجموعه‌ها

اعمال روی مجموعه‌ها را می‌توانید در نمودارهای زیر ببینید (می‌دانیم $(A - B) = A \cap B'$):

$A \cap B$	$A \cup B$	$A - B$	$B - A$

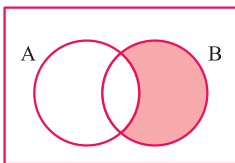
پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه بخش اول): برای به دست آوردن هر بخش از رسم نمودار ون

کمک می‌گیریم.



$$(A \cap (A' \cup B)) : A \cap B$$

$$(A - B)'$$



$$((A' \cup B') - (B \cap (A \cup B)))' : (B - A)$$

$$(A \cap B)'$$

$$B'$$

گام دوم (محاسبه بخش دوم):

گام سوم (محاسبه اجتماع):

$$(A \cap B) \cup (B - A) = B$$

اجتماع دو بخش رنگی در نمودارهای ون برابر با B می‌شود.

تست و پاسخ ۶۷

از بین تمام اعداد چهاررقمی با ارقام غیر تکراری، یک عدد را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر با احتمال P درصد، این عدد شامل رقم ۵ باشد،

حاصل $[P]$ کدام است؟

40 (۴) 30 (۳) 20 (۲) 10 (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره استفاده از اصل متمم یکی از روش‌های پرکاربرد در حل مسائل است.

خودت حل کنی بهتره اول تعداد کل اعداد چهاررقمی بدون تکرار و بعد تعداد اعداد چهاررقمی بدون تکرار ارقام که شامل رقم ۵ نباشند

را به دست بیار و از یکدیگر کم کن.



درس نامه •• اصل متمم

محاسبه احتمال به کمک اصل متمم:

در بعضی از مسائل احتمال، محاسبه آن چیزی که مسئله نمی خواهد به مراتب راحت تر از محاسبه آن چیزی است که می خواهد. در این موارد بهتر است ابتدا احتمال آن چیزی که مطلوب نیست را پیدا کنیم و سپس جواب را از ۱ کم کنیم. یعنی از اصل متمم به صورت زیر استفاده کنیم:

$$P(A) = 1 - P(A')$$

مثلاً اگر بخواهیم در پرتاب هم زمان دو تاس احتمال آن که «مجموع دو تاس مضرب ۵ نباشد» را پیدا کنیم، بهتر است ابتدا احتمال «مجموع دو تاس مضرب ۵ باشد» را به دست آوریم:

$$A' = \{(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2), (6, 4), (4, 6), (5, 5)\} \Rightarrow P(A') = \frac{7}{36} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{7}{36} = \frac{29}{36}$$

$$\text{تعداد حالتها} : \frac{9}{9} \times \frac{9}{9} \times \frac{8}{9} \times \frac{7}{9} = 4536$$

گام اول (محاسبه تمام اعداد چهاررقمی بدون تکرار):

$$\text{تعداد حالتها} : \frac{8}{9} \times \frac{7}{9} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{9} = 2688$$

گام دوم (محاسبه تمام اعداد چهاررقمی که شامل ۵ نباشند):

گام سوم (محاسبه خواسته صورت سؤال): با استفاده از اصل متمم داریم:

تعداد اعداد چهاررقمی بدون تکرار که شامل ۵ نباشند - تعداد اعداد چهاررقمی بدون تکرار = تعداد اعداد چهاررقمی بدون تکرار شامل عدد ۵

$$4536 - 2688 = 1848$$

$$P(A) = \frac{1848}{4536} \times 100 = 40.7 \Rightarrow [P] = 40$$

تست و پاسخ ۶۸

چه قدر احتمال دارد گزاره $(q \wedge (r \vee s)) \Rightarrow (p \vee q)$ ، یک گزاره با ارزش درست باشد؟

$$\frac{7}{16} (4)$$

$$\frac{9}{16} (3)$$

$$\frac{11}{16} (2)$$

$$\frac{10}{16} (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این تست ترکیبی از احتمال و ترکیب گزاره هاست و برای حل آن باید از اصل متمم استفاده کنی.

درس نامه ••

ترکیب فصلی و عطفی

• اگر p و q دو گزاره باشند، ترکیب فصلی آن ها را به صورت $p \vee q$ نشان می دهند و « p یا q » خوانده می شود. در این ترکیب به نماد « \vee » فاصل می گویند.

• ارزش گزاره حاصل از ترکیب فصلی دو گزاره فقط وقتی نادرست است که هر دو گزاره p و q نادرست باشند و در غیر این صورت ارزش آن گزاره مرکب، درست است.

• گزاره « 2 عددی فرد است یا 5 عددی اول است.» گزاره درستی است چون یکی از گزاره های آن ارزش درست دارد.

• اگر چند گزاره با هم ترکیب فصلی شده باشند، در صورتی ارزش این گزاره مرکب درست خواهد بود که لااقل (دست کم) یکی از گزاره ها درست باشد.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

• اگر p و q دو گزاره باشند، ترکیب عطفی آن ها را با نماد $p \wedge q$ نشان می دهند و « p و q » خوانده می شود. در این ترکیب به نماد « \wedge » عاطف می گویند.

• ارزش گزاره حاصل از ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی درست است که هر دو گزاره p و q درست باشند و در غیر این صورت ارزش این گزاره مرکب نادرست است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

- گزاره «تهران پایتخت ایران است و عربستان یک کشور اروپایی است» گزاره‌ای نادرست است چون یکی از گزاره‌های آن ارزش نادرست دارد.
- اگر چند گزاره با هم ترکیب عطفی شده باشند ارزش این گزاره مرکب در صورتی درست است که همه گزاره‌ها درست باشند.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

ترکیب شرطی

- اگر p و q دو گزاره باشند، ترکیب شرطی آن‌ها را با نماد $p \Rightarrow q$ نشان می‌دهند و «اگر p آن‌گاه q » خوانده می‌شود. در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ ، گزاره p را مقدم و q را تالی می‌نامند.
- ارزش گزاره حاصل از ترکیب شرطی دو گزاره، فقط وقتی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد. در غیر این صورت ارزش ترکیب شرطی درست است.
- گزاره «اگر ۲ زوج باشد، آن‌گاه ۵ نیز زوج است» گزاره نادرستی است چون مقدم درست و تالی نادرست است.
- اگر مقدم یک ترکیب شرطی نادرست باشد، ارزش آن ترکیب شرطی درست است و به ارزش تالی بستگی ندارد. (این قانون را انتفای مقدم می‌نامند).

$$F \Rightarrow P \equiv T$$

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

- ارزش گزاره «اگر ۲ فرد باشد، آن‌گاه همه مربع‌ها دایره هستند» درست است چون مقدم دارای ارزش نادرست است. (اگر روزی برسد که ۲ فرد شود، دیگر هیچ چیز از هیچ کس بعید نیست و سنگ روی سنگ بند نخواهد شد؛ بنابراین بیراه نیست که در چنین شرایطی، همه مربع‌ها دایره شوند).

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه تمام حالت‌ها): برای هر کدام از گزاره‌های p ، q ، r و s دو حالت درست و نادرست وجود دارد؛ پس مجموعاً 2^4 حالت ممکن وجود دارد.

گام دوم (محاسبه حالت متمم): تعداد حالت‌هایی که گزاره نادرست می‌شود را به دست می‌آوریم. $p \vee q$ باید درست و $q \wedge (r \vee s)$ باید نادرست باشد.

p	q	r	s	$p \vee q$	$q \wedge (r \vee s)$
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	T	F
T	F	T	F	T	F
T	F	F	T	T	F
T	F	F	F	T	F
F	T	F	F	T	F

$$16 - 6 = 10$$

پس مجموعاً در ۶ حالت گزاره نادرست می‌شود. در نتیجه با کم کردن این تعداد از کل حالت‌ها داریم:

$$P(A) = \frac{10}{16}$$

گام سوم (محاسبه خواسته صورت سؤال): 10 حالت مطلوب داریم، پس احتمال درست بودن گزاره شرطی برابر است با:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۶۹

شش مدرس به نام‌های حمید، امیر، سعید، رسول، وحید و عباس قرار است به ترتیب در یک مجتمع به تدریس یک موضوع بپردازند. در چند حالت امیر زودتر از سعید و سعید زودتر از وحید تدریس می‌کند؟

۱۲۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۳۶۰ (۲)

۷۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در مسئله‌هایی که ترتیب در چیدمان مهم است، معمولاً از انتخاب استفاده می‌کنیم.

پاسخ تشریحی شش جایگاه داریم که سه تا از آن‌ها که متعلق به امیر، سعید و وحید هستند، فقط به یک حالت خاص می‌توانند چیده شوند.

پس ابتدا به $\binom{6}{3}$ حالت، سه جایگاه را برای این سه نفر انتخاب می‌کنیم و پس از آن سه نفر باقی‌مانده را به $3!$ حالت جای گذاری می‌کنیم. مثلاً:

$$\begin{array}{r} _ _ _ \\ _ _ _ \\ _ _ _ \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ \text{وحید سعید امیر} \end{array}$$

جایگاه‌هایی که با فلش مشخص شده‌اند سه جایگاه انتخابی و جایگاه‌های باقی‌مانده برای حمید، رسول و عباس هستند؛ پس تعداد حالت‌های ممکن به صورت مقابل شمرده می‌شود:

$$\binom{6}{3} \times 3! = \frac{6!}{3!3!} \times 3! = 120$$

تست و پاسخ ۷۰

دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم مجموع دو تاس عددی فرد است. با کدام احتمال، دو عدد روشده متوالی هستند؟

$\frac{4}{9}$ (۴)

$\frac{5}{9}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

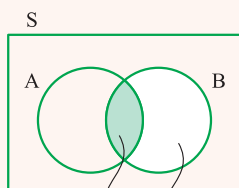
$\frac{5}{6}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره احتمالات شرطی نیز از سؤالات پرتکرار این فصل هستند که تشخیص درست فضای نمونه کاهش یافته در حل آن‌ها بسیار مهم است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا تعداد حالت‌هایی که مجموع دو تاس فرد باشد را به دست بیاور و پس از آن حالتی که دو عدد متوالی باشند را بشمار.

درس نامه



می‌دانیم که احتمال رخ دادن پیشامد A می‌شود $\frac{n(A)}{n(S)}$. حالا فرض کنید خبر بدهند که پیشامد B رخ داده است (مثلاً بگویند عدد تاس فرد است، یا متوجه شویم که مهره خروجی سیاه نیست و ...) حالا چه تغییری در احتمال پیشامد A خواهیم داشت؟ شکل را نگاه کنید، دوتا اتفاق افتاده:

(۱) چون می‌دانیم B رخ داده است، فضای نمونه‌ای دیگر کل S نیست بلکه فقط درون B است.

(۲) ناحیه مطلوب دیگر تمام A نیست. به خاطر رخ دادن B ، فقط قسمتی از A قابل قبول است که با B سازگار باشد، یعنی قسمت مطلوب می‌شود $A \cap B$. پس احتمال رخ دادن پیشامد A در این حالت (با فرض رخ دادن B) برابر است با:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

نماد $P(A|B)$ را به صورت احتمال رخ دادن A به شرط رخ دادن B می‌خوانیم. B را پیش فرض می‌نامیم و می‌دانیم که B رخ داده است. اگر در رابطه بالا، صورت و مخرج را بر $n(S)$ تقسیم کنیم، فرمول احتمال شرطی به دست می‌آید:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \xrightarrow{\text{این جوری حفظ کنید}} P(\text{دومی} | \text{اولی}) = \frac{P(\text{اشتراک})}{P(\text{دومی})}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه تعداد حالت‌هایی که مجموع دو تاس فرد باشد): برای این که مجموع دو عدد رو شده عددی فرد باشد، باید یکی از آن‌ها زوج و دیگری فرد باشد که تعداد حالت‌های آن برابر است با:

$$n(S) = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{جابه‌جایی}}}{۲} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{تعداد اعداد فرد}}}{۳} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{تعداد اعداد زوج}}}{۳} = ۱۸$$

گام دوم (محاسبه حالت‌هایی که اعداد متوالی هستند):

حالا حالت‌هایی که مجموع دو عدد، فرد و آن دو عدد، متوالی باشند را می‌نویسیم:

$$A = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\}$$

$$n(A) = ۱۰$$

$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۰}{۱۸} = \frac{۵}{۹}$$

گام سوم (محاسبه احتمال شرطی):

تست و پاسخ ۷۱

در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۵ لامپ موجود است. در جعبه اول ۱۲ لامپ سالم و در جعبه دوم ۸ لامپ سالم موجود است. از جعبه اول ۵ لامپ و از جعبه دوم ۱۰ لامپ به تصادف برداشته و در جعبه جدید قرار می‌دهیم. احتمال آن که به تصادف یک لامپ سالم از جعبه جدید برداریم، کدام است؟

$$\frac{۲۳}{۴۵} \quad (۴) \qquad \frac{۱۷}{۳۶} \quad (۳) \qquad \frac{۱۱}{۱۸} \quad (۲) \qquad \frac{۵}{۹} \quad (۱)$$

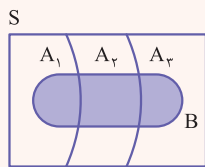
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره برای سؤال‌های مربوط به احتمال کل که قالب مسئله به صورت یک فضای نمونه‌ای تکه‌تکه است، اکثراً از نمودار درختی استفاده می‌کنیم.

درس نامه •• قانون احتمال کل

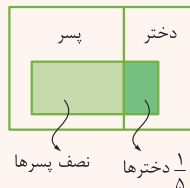
شکل زیر را نگاه کنید:

فضای نمونه‌ای S از اجتماع چند پیشامد ساخته شده است. یک پیشامد دیگر مثل B داریم که در فضای نمونه‌ای پخش شده و در قسمت‌های مختلف فضا قرار دارد. اگر احتمال B را در هر یک از بخش‌های A_1 ، A_2 و A_3 بدانیم، می‌توانیم احتمال B در کل فضا را به دست آوریم. چه پوری؟ شانس B را در هر یک از قسمت‌ها حساب کرده و با هم جمع می‌کنیم.



• اگر A_1 ، A_2 و ... افزای از S باشند، فرمول احتمال کل می‌گوید: احتمال B در قسمت دوم + احتمال B در قسمت اول

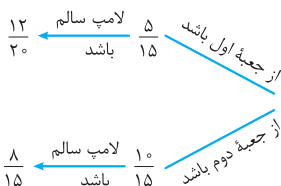
$$P(B) = \underbrace{P(A_1)}_{\text{احتمال قسمت اول}} \underbrace{P(B|A_1)}_{\text{احتمال قسمت دوم}} + \underbrace{P(A_2)}_{\text{احتمال قسمت اول}} \underbrace{P(B|A_2)}_{\text{احتمال قسمت دوم}} + \dots$$



مثلاً فرض کنید در دانشگاهی ۶۰ درصد دانشجویان، پسر هستند. نصف پسرها و یک پنجم دخترها خوابگاهی‌اند. احتمال خوابگاهی بودن در کل چه قدر است؟

$$\Rightarrow P(\text{خوابگاهی بودن}) = \frac{۱}{۲} \left(\frac{۶۰}{۱۰۰} \right) + \frac{۱}{۵} \left(\frac{۴۰}{۱۰۰} \right) = \frac{۳۰}{۱۰۰} + \frac{۸}{۱۰۰} = \frac{۳۸}{۱۰۰}$$

پاسخ تشریحی نمودار درختی مسئله را رسم می‌کنیم:



$$\frac{۵}{۱۵} \times \frac{۱۲}{۲۰} + \frac{۱۰}{۱۵} \times \frac{۸}{۱۵} = \frac{۱}{۵} + \frac{۱۶}{۴۵} = \frac{۲۵}{۴۵} = \frac{۵}{۹}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۷۲

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(B' - A) = P(A')P(B')$ ، $P(A - B) = \frac{1}{4}$ و $P(A|B) = \frac{3}{8}$ باشند، $P(B'|A)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره برای حل این سؤال باید تعریف پیشامدهای مستقل و قوانین مربوط به آن‌ها را بلد باشی.

درس نامه •• پیشامدهای مستقل

می‌دانیم که در بعضی مواقع که احتمال رخ دادن پیشامد A با فرض رخ دادن B تغییر می‌کند؛ مثلاً در پرتاب یک تاس احتمال روشن شدن ۶ برابر $\frac{1}{6}$ است، اما با فرض آمدن عدد زوج، احتمال روشن شدن ۶ می‌شود $\frac{1}{3}$.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow P(\{6\}) = \frac{1}{6}$$

$$\xrightarrow{\text{می‌دانیم زوج آمده}} \text{حالت شرطی} \quad S = \{2, 4, 6\} = P(\{6\}) = \frac{1}{3}$$

پس رخ دادن پیشامد «زوج بودن» احتمال پیشامد $\{6\}$ را از $\frac{1}{6}$ به $\frac{1}{3}$ افزایش داد. این دو پیشامد به هم وابسته‌اند (چون رخ دادن یکی احتمال دیگری را عوض کرد)، اما بعضی وقت‌ها رخ دادن یک پیشامد اثری بر احتمال دیگری ندارد؛ مثلاً اگر بدانیم در پرتاب قبلی تاس ۴ آمده، احتمال شش بودن تاس فعلی تغییری نمی‌کند. در این شرایط می‌گوییم دو پیشامد مستقل‌اند یا به عبارتی:

$$B, A \text{ مستقل‌اند} \Leftrightarrow P(A|B) = P(A)$$

دقت کنید که وقتی پیشامدهای A و B مستقل باشند، پیشامد A' و B' نیز نسبت به هم مستقل‌اند و داریم:

$$P(A'|B') = P(A')$$

قوانین احتمال در پیشامدهای مستقل:

پیشامدهای A و B مستقل‌اند پس $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. حالا برای اجتماع، تفاضل و ... داریم:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$	(احتمال حداقل یکی)
$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$	(احتمال فقط A)
$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B')$	(احتمال هیچ کدام)

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه $P(A)$):

می‌دانیم $P(B' - A) = P(B' \cap A') = P(B')P(A')$ پس طبق فرض $P(B' \cap A') = P(B')P(A')$ است و این یعنی A' و B' دو پیشامد مستقل‌اند پس A و B و A' و B' نیز مستقل‌اند. وقتی دو پیشامد A و B مستقل باشند، $P(A|B) = P(A)$ است؛ بنابراین $P(A) = \frac{3}{8}$ است. گام دوم (محاسبه $P(B')$): A و B' مستقل‌اند، پس:

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A)P(B') \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \times P(B') \Rightarrow P(B') = \frac{2}{3}$$

$$P(B'|A) = P(B') = \frac{2}{3}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): با توجه به این که A و B' مستقل‌اند؛ پس:

تست و پاسخ ۷۳

اگر میانگین داده‌های جدول زیر $2/6$ باشد، آن گاه مقدار k کدام است؟

x_i	۱	۲	۳	۴	۵
f_i	۴	۵	k	۱	۲

۱۸ (۴)

۴ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خودت حل کنی بهتره این سؤال با دانستن تعریف میانگین وزن دار حل می‌شود. فقط کافی است فرمول را بنویسی، اعداد را جای گذاری کنی و مقدار k را به دست آوری.

درس نامه •• میانگین وزن دار

تا حالا کارنامه خودتان را دیده‌اید! ضریب دروسهای مختلف با هم فرق دارد و قبول دارید که برای محاسبه معدل نمی‌توانیم همه نمره‌ها را با هم جمع کنیم و تقسیم بر تعداد دروس‌ها کنیم؟! در این مواقع می‌گوییم داده‌ها وزن‌های مختلف (ضریب‌های مختلف) دارند و باید میانگین (یا همان معدل) را جور دیگری حساب کنیم، در این صورت باید از میانگین وزن دار استفاده کرد. میانگین وزن دار یعنی این:

داده	x_1	x_2	x_3	...
وزن	w_1	w_2	w_3	...

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots}{w_1 + w_2 + \dots}$$

مثلاً در جدول زیر برای محاسبه میانگین، هر داده را نمره در نظر بگیرید و تعداد هر داده را مثل ضریب آن درس در کارنامه تصور کنید و معدل یا همان میانگین وزن دار را حساب کنید:

داده	۲	۵	۷
تعداد	۳	۴	۲

$$\bar{x} = \frac{(2 \times 3) + (5 \times 4) + (7 \times 2)}{3 + 4 + 2} = \frac{40}{9} = 4.44$$

با استفاده از فرمول میانگین وزن دار K را به دست می‌آوریم.

$$\text{میانگین} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \Rightarrow 2/6 = \frac{(4 \times 1) + (2 \times 5) + (3 \times k) + (4 \times 1) + (5 \times 2)}{4 + 5 + k + 1 + 2} \Rightarrow 2/6 = \frac{3k + 28}{12 + k} \Rightarrow \frac{13}{5} = \frac{3k + 28}{12 + k}$$

$$\Rightarrow 156 + 13k = 15k + 140 \Rightarrow k = 8$$

تست و پاسخ ۷۴

مجموع دوازده داده آماری برابر ۱۸۰ و ضریب تغییرات آن‌ها ۰/۱ است. اگر این داده‌ها را سه برابر و سپس یک واحد از هر کدام کم کنیم، واریانس داده‌های جدید برابر کدام است؟

$20/25(4)$

$13/5(3)$

$6/75(2)$

$4/5(1)$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این‌که با تغییر همه داده‌ها، واریانس و انحراف معیار چه تغییری می‌کند از سوالات پرتکرار آزمون‌های مختلف است.

درس نامه ••

تبدیل داده‌ها به $ax + b$:

در شاخص‌های مرکزی گفتیم که اگر x ها را به $ax + b$ تبدیل کنیم (یعنی تمام داده‌ها را a برابر کرده و با b جمع کنیم)، همین بلا بر سر میانگین، میانه، مد و چارک‌ها می‌آید.

در مورد شاخص‌های پراکندگی اصلاً b مهم نیست، چون اضافه یا کم کردن عدد ثابت b به همه داده‌ها، فاصله نسبی آن‌ها را تغییر نمی‌دهد و پراکندگی تفاوتی نخواهد کرد اما تأثیر a تقریباً مستقیم است؛ یعنی اگر تمام داده‌ها را a برابر کنیم، انحراف معیار $|a|$ برابر و واریانس a^2 برابر می‌شود؛ یعنی:

$$\sigma_{ax+b}^2 = a^2 \sigma_x^2$$

$$\sigma_{ax+b} = |a| \sigma_x$$

ضریب تغییرات (CV):

این ضریب برای مقایسه پراکندگی دو گروه از داده‌ها به کار می‌رود. کارش هم این است که واحد را از بین می‌برد و پراکندگی داده‌ها را به بزرگی آن‌ها ارتباط می‌دهد. برای محاسبه ضریب تغییرات باید میانگین و انحراف معیار را حساب کنید، آن وقت ضریب تغییرات برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \text{به زبان ریاضی} \rightarrow \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}} = \text{ضریب تغییرات}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: ۱۲ داده آماری داریم (مثلاً X_1 تا X_{12}) که مجموع آن‌ها برابر 180 است. میانگین این داده‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{12}}{12} = 15$$

گام دوم: ضریب تغییرات این داده‌ها برابر $0/1$ است؛ پس: $CV = 0/1 \Rightarrow \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0/1 \Rightarrow \frac{\sigma}{15} = 0/1 \Rightarrow \sigma = 15/10 \Rightarrow \sigma^2 = 2/25$ بنابراین واریانس داده‌ها برابر $2/25$ است.

گام سوم: اگر همه داده‌ها را سه برابر کنیم، واریانس ۹ برابر می‌شود: $\sigma^2_{جدید} = 9 \times 2/25 = 20/25$ اما با کم کردن یک واحد از هر داده، واریانس تغییر نمی‌کند، پس جواب برابر $20/25$ می‌شود.

تست و پاسخ ۷۵

از یک جامعه، نمونه 10 و 9 و 8 و 7 و 5 و 5 و 4 گرفته شده است. اگر انحراف معیار جامعه، نصف انحراف معیار نمونه باشد، بازه اطمینان بالای 95 درصد برای میانگین این جامعه کدام است؟

- (۱) $(6/6, 8)$ (۲) $(6, 9/2)$ (۳) $(6, 8)$ (۴) $(5, 9)$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

اگر از جامعه، نمونه‌ای به اندازه n انتخاب کنیم به طوری که انحراف معیار جامعه برابر σ و میانگین اعضای نمونه برابر \bar{x} باشد، در این صورت بازه اطمینان بالای 95% برای میانگین جامعه به شکل زیر می‌شود:

$$\left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

نکته فرمول دوم محاسبه واریانس و انحراف معیار به شکل زیر است:

$$\sigma^2 = \frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{n} - \bar{x}^2 \quad (\text{مجدور میانگین} - \text{میانگین مجدورات})$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{n} - \bar{x}^2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: میانگین اعضای نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{4 + 5 + 5 + 7 + 8 + 8 + 9 + 10 + 10}{9} = \frac{66}{9}$$

گام دوم: انحراف معیار اعضای نمونه را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \sigma_{نمونه} &= \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{16 + 25 + 25 + 49 + 64 + 64 + 81 + 100 + 100}{9} - \left(\frac{66}{9}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{524}{9} - \frac{4356}{81}} = \sqrt{\frac{4716 - 4356}{81}} = \sqrt{\frac{360}{81}} = \frac{19}{9} \end{aligned}$$

گام سوم: طبق گفته سؤال، انحراف معیار جامعه نصف انحراف معیار نمونه است، پس انحراف معیار جامعه برابر $19/18$ می‌شود.

گام چهارم: بنابراین، بازه اطمینان بیش از 95 درصد برای میانگین این جامعه به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{aligned} \left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) &\xrightarrow{\bar{x} = \frac{66}{9}, \sigma = \frac{19}{18}} \left(\frac{66}{9} - \frac{2 \times \frac{19}{18}}{3}, \frac{66}{9} + \frac{2 \times \frac{19}{18}}{3} \right) = \left(\frac{66}{9} - \frac{19}{27}, \frac{66}{9} + \frac{19}{27} \right) = \left(\frac{198 - 19}{27}, \frac{198 + 19}{27} \right) \\ &= \left(\frac{179}{27}, \frac{217}{27} \right) \approx (6/6, 8) \end{aligned}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

هندسه یازدهم

تست و پاسخ ۷۶

مثلث ABC را که در آن $\hat{B} = \hat{C} = 70^\circ$ در نظر گرفته و خطهای مماس بر دایره محیطی آن را در دو نقطه B و C رسم می‌کنیم. زاویه حاده بین این دو خط مماس چند درجه است؟

۸۰ (۴)

۷۰ (۳)

۵۰ (۲)

۴۰ (۱)

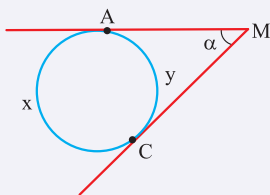
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره محاسبه زاویه بین دو خط مماس بر یک دایره با یک فرمول مهم صورت می‌گیرد که در درس‌نامه آن را می‌بینید.

درس‌نامه فرمول «زاویه بین مماس و امتداد وتر» و «زاویه بین دو مماس»

<p>(شکل الف)</p>	<p>(شکل ب)</p>
$\hat{M} = \frac{1}{2}(\widehat{AD} - \widehat{AC})$	$\hat{M} = \frac{1}{2}(x - y)$

در شکل (ب)، با توجه به این که x و y با هم کل دایره را تشکیل می‌دهند، داریم $x + y = 360^\circ$. پس می‌توان نکته زیر را بیان کرد.

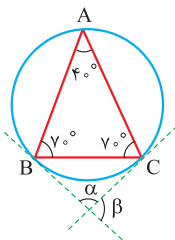


نکته مطابق شکل، دو خط مماس بر دایره در نقطه M همدیگر را قطع کرده‌اند، داریم:

$$y = 180^\circ - \alpha, \quad x = 180^\circ + \alpha$$

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه اندازه کمان BC): در مثلث ABC داریم: $\hat{B} = \hat{C} = 70^\circ$ ، پس $\hat{A} = 40^\circ$ ، از طرفی A زاویه محاطی

دایره است؛ پس داریم:



$$\hat{A} = \frac{1}{2}\widehat{BC} \Rightarrow \widehat{BC} = 80^\circ$$

$$\widehat{BC} = 180^\circ - \alpha = 80^\circ \Rightarrow \alpha = 100^\circ \Rightarrow \beta = 80^\circ$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): طبق درس‌نامه داریم:

تست و پاسخ ۷۷

با توجه به شکل، طول شعاع دایره کدام است؟

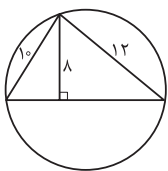
۶ (۲)

۵ (۱)

۱۰ (۴)

۷/۵ (۳)

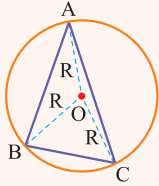
پاسخ: گزینه ۳





درس نامه

دایره محیطی مثلث: عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلثی هم‌رسانند و نقطه هم‌رسانی آن‌ها از سه رأس به یک فاصله است. اگر این فاصله را R بنامیم و مرکز پرگار را روی این نقطه قرار دهیم و دهانه پرگار را به اندازه R باز کنیم، دایره‌ای رسم می‌شود که از سه رأس عبور می‌کند. به این دایره، دایره محیطی مثلث گفته می‌شود.



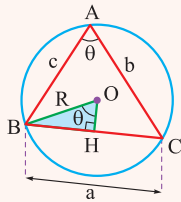
محاسبه شعاع دایره محیطی مثلث دلخواه: برای محاسبه شعاع دایره محیطی هر مثلث ABC ، بسته به اطلاعاتی که سؤال به شما می‌دهد، می‌توانید از هر کدام از رابطه‌های زیر استفاده کنید:

$$R = \frac{a}{2 \sin \hat{A}} \quad (1)$$

(شعاع دایره محیطی برابر است با نسبت طول یک ضلع به دو برابر سینوس زاویه روبه‌روی آن.)

$$R = \frac{abc}{4S} \quad (2)$$

(شعاع دایره محیطی برابر است با حاصل ضرب سه ضلع تقسیم بر چهار برابر مساحت.)

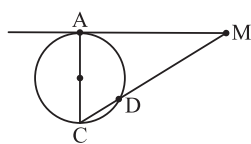
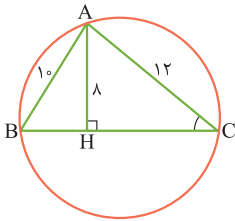


$$\sin \hat{C} = \frac{AH}{AC} = \frac{8}{12}$$

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه $\sin \hat{C}$): با توجه به شکل، در مثلث قائم‌الزاویه ACH داریم:

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): با توجه به رابطه شعاع دایره محیطی مثلث داریم:

$$R = \frac{AB}{2 \sin \hat{C}} \Rightarrow R = \frac{10}{2 \times \frac{8}{12}} = 7.5$$



تست و پاسخ ۷۸ مطابق شکل، $AC = 12$ قطر دایره و $AM = 16$ در نقطه A بر دایره مماس است. طول CD کدام است؟

$$6/6 \quad (2)$$

$$6/2 \quad (1)$$

$$7/2 \quad (4)$$

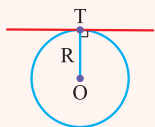
$$6/8 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در این سؤالات حواستان به مماس‌ها و زاویه‌های محاطی دایره باشد.

درس نامه

(۱) اگر خطی بر یک دایره مماس باشد، شعاع گذرنده از نقطه تماس، در نقطه تماس، بر خط مماس عمود است.



(۲) برخی از روابط طولی مهم در هر مثلث قائم‌الزاویه:

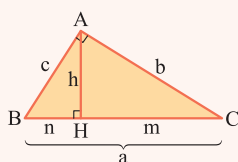
$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (1)$$

$$b^2 = a \times m \quad (2)$$

$$c^2 = a \times n \quad (3)$$

$$h^2 = m \times n \quad (4)$$

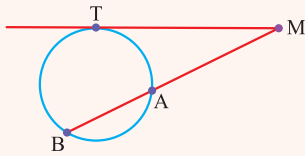
$$a \times h = b \times c \quad (5)$$





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



$$MT^2 = MA.MB$$

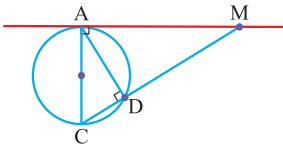
۳) اگر مطابق شکل MT در نقطه T بر دایره مماس باشد، داریم:

پاسخ تشریحی راه حل اول:

گام اول (محاسبه طول MC): AM بر شعاع دایره مماس است، پس $\hat{A} = 90^\circ$.

$$MC^2 = AC^2 + AM^2 = 12^2 + 16^2 = 400 \Rightarrow MC = 20$$

طبق فیثاغورس در $\triangle AMC$ داریم:

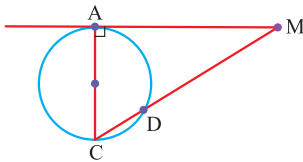


گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): از A به D وصل می‌کنیم. \hat{ADC} ، زاویه محاطی روبروی قطر دایره است، پس $\hat{D} = 90^\circ$. حالا بنابر ویژگی ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه AMC داریم:

$$AC^2 = CD \times CM$$

$$12^2 = CD \times 20 \Rightarrow CD = 7/2$$

حالا طول CD را به دست می‌آوریم:



راه حل دوم: با توجه به شکل در مثلث قائم‌الزاویه MAC داریم $MA = 16 = 4 \times 4$ و

$AC = 12 = 4 \times 3$ ، پس بنابر قضیه فیثاغورس $MC = 4 \times 5 = 20$ ، برای محاسبه طول MD

داریم:

$$MA^2 = MD.MC \Rightarrow 16^2 = MD \times 20 \Rightarrow MD = \frac{16^2}{20} = 12/5$$

$$CD = MC - MD = 20 - 12/5 = 7/2$$

پس:

تست و پاسخ ۷۹

با توجه به اندازه‌های روی شکل، حاصل $a.b$ کدام است؟

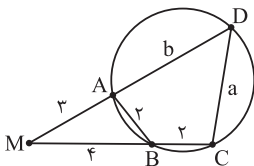
۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۳۰ (۴)

۱۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲



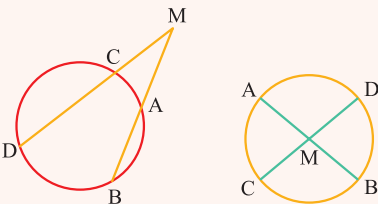
مشاوره این سؤال ترکیبی از تشابه مثلث‌ها و روابط طولی در دایره است که هر یک از این مباحث از مهم‌ترین و پرتکرارترین مباحث

هندسه پایه در کنکور هستند.

درس نامه •• قضیه وترهای متقاطع

قضیه وترهای متقاطع: هرگاه وترهایی از دایره در نقطه‌ای داخل یا خارج

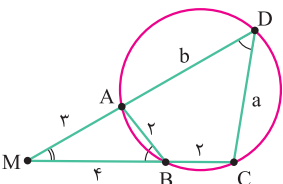
دایره متقاطع باشند، داریم $MA \times MB = MC \times MD$.



پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه b): بنابر قضیه وترهای متقاطع در دایره داریم:

$$MA \times MD = MB \times MC$$

$$3(3 + b) = 4(4 + 2) \Rightarrow b = 5$$





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم (محاسبه a): زاویه‌های ADC و ABC مکمل یکدیگر هستند (زاویه‌های روبه‌رو در یک چهارضلعی محاطی هستند). همچنین زاویه‌های ABM و ABC هم مکمل یکدیگر هستند، پس $\widehat{ADC} = \widehat{ABM}$ و زاویه M نیز در دو مثلث AMB و MCD مشترک است؛

$$\frac{AB}{CD} = \frac{AM}{MC} \Rightarrow \frac{2}{a} = \frac{3}{4+2} \Rightarrow a = 4$$

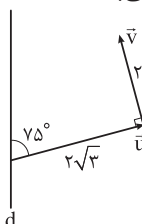
پس این دو مثلث با هم متشابه‌اند و داریم:

$$ab = 4 \times 5 = 20$$

و در نتیجه:

تست و پاسخ ۸۰

خط d را مطابق شکل ابتدا با بردار \vec{u} و سپس خط حاصل را با بردار \vec{v} انتقال می‌دهیم. فاصله تصویر نهایی از خط d کدام است؟



(۱) $\sqrt{6}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) ۲

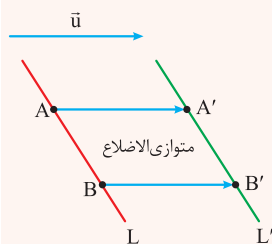
(۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره حل سؤال‌های مبحث تبدیل‌های هندسی علاوه بر تسلط روی مفهوم تبدیل‌های هندسی، نیاز به تمرین زیادی دارد. نامی توانید،

در این مبحث تست حل کنید.

درس نامه



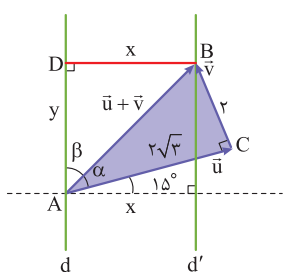
(۱) وضعیت خط و تصویرش در یک انتقال: تصویر هر خط تحت یک انتقال، با آن خط موازی است؛ پس انتقال شیب خط‌ها را حفظ می‌کند.

مثلاً: در شکل روبه‌رو، برای تصویر کردن خط L با بردار \vec{u} ، دو نقطه A و B را روی L در نظر گرفته، تصویر آن‌ها را در این انتقال به ترتیب A' و B' نامیده‌ایم. به دلیل متوازی‌الاضلاع بودن چهارضلعی $ABB'A'$ ، AB با $A'B'$ موازی است؛ پس L' هم با L موازی است.

در حالت خاص، اگر بردار انتقال با خط مفروض موازی باشد، آن‌گاه تصویر آن خط بر خودش منطبق است. مثلاً در شکل روبه‌رو اگر خط d را با بردار \vec{u} که موازی d است منتقل کنیم، خط حاصل بر d منطبق است.



(۲) ترکیب دو انتقال با بردارهای \vec{u} و \vec{v} ، انتقالی با بردار $\vec{u} + \vec{v}$ است.



پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال): می‌دانیم ترکیب دو انتقال، انتقالی با بردار

مجموع بردارهای انتقال‌های مفروض است؛ پس مطابق شکل، خط نهایی که آن را d' نامیده‌ایم، تصویر d

تحت انتقال با بردار $\vec{u} + \vec{v}$ است و هدف ما، محاسبه x است.

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

گام دوم (محاسبه α و β): در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، داریم:

در نتیجه $\beta = 75^\circ - \alpha = 45^\circ$ ، پس مثلث ABD قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): بنابر قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ABD ، داریم:

$$x^2 + y^2 = 4^2 \xrightarrow{x=y} 2x^2 = 4^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ (۸۱)

در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) دوران یافته رأس C حول رأس B ، روی ضلع AC و عمودمنصف ضلع AB قرار دارد. زاویه دوران چند درجه است؟

۱۵° (۴)

۳۰° (۳)

۳۶° (۲)

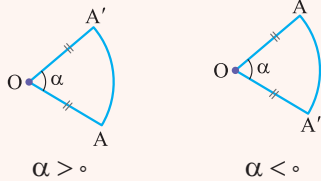
۴۵° (۱)

پاسخ: گزینه ۲

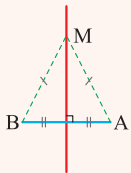
خودت حل کنی بهتره همه زاویه‌های مثلث را براساس زاویه دوران در نظر بگیرید تا بتوانید آن زاویه را به دست آورید.

درس نامه

(۱) دوران: دوران تبدیلی است که با یک نقطه ثابت به نام مرکز دوران و یک زاویه معلوم جهت‌دار به نام زاویه دوران مشخص می‌شود. نقطه A' دوران یافته نقطه A حول نقطه O به زاویه α نامیده می‌شود، هرگاه دو شرط $OA' = OA$ و $\angle AOA' = \alpha$ برقرار باشد. معمولاً دوران را با R نمایش می‌دهیم که در این صورت می‌نویسیم: $A' = R(A)$.



(۲) هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.

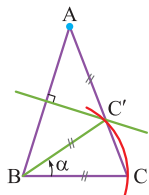


(۳) مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است، پس اگر در یک مثلث متساوی الساقین، زاویه روبه‌روی قاعده برابر با α باشد، زاویه‌های روبه‌روی ساق‌ها برابرند با: $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$.



$$\alpha + \beta + \beta = 180^\circ \Rightarrow 2\beta = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال): مطابق شکل، C' (تصویر C در دوران به مرکز B و با زاویه α) روی ضلع AC و عمودمنصف AB قرار دارد، پس نقطه برخورد عمودمنصف AB با AC است. داریم:



$$\begin{cases} BC = BC' & (\text{ویژگی دوران}) \\ AC' = BC' & (\text{ویژگی عمودمنصف}) \end{cases} \Rightarrow AC' = BC' = BC$$

گام دوم (یافتن زاویه‌های مثلث ABC برحسب زاویه دوران): اگر زاویه دوران را α در نظر بگیریم. با توجه به شکل، داریم:

$$\widehat{BCC'} = \widehat{BC'C} = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$AB = AC \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$\widehat{ABC'} = (90^\circ - \frac{\alpha}{2}) - \alpha = 90^\circ - \frac{3\alpha}{2}$$

$$AC' = BC' \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{ABC'} = 90^\circ - \frac{3\alpha}{2}$$

زاویه A و ABC' را برحسب α به دست می‌آوریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

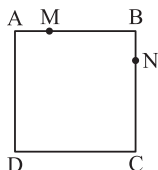
گام سوم (یافتن خواسته سؤال): و نهایتاً در مثلث ABC داریم:

$$\hat{A} + \hat{ACB} + \hat{ABC} = 180^\circ \Rightarrow 90^\circ - \frac{3\alpha}{2} + 90^\circ - \frac{\alpha}{2} + 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{5\alpha}{2} = 90^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$$

تست و پاسخ ۸۲

در مربع ABCD نقاط M و N روی AB و BC طوری حرکت می‌کنند که $AM = BN$. کدام گزینه الزاماً درست است؟



(۱) طول پاره خط MN همواره ثابت است.

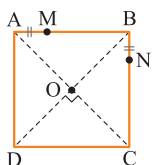
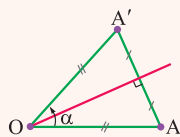
(۲) زاویه \hat{MDN} همواره 45° است.

(۳) عمود منصف MN همواره از نقطه ثابتی می‌گذرد.

(۴) مساحت BMN همواره ثابت است.

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ●● اگر A' تصویر نقطه A در دورانی به مرکز O باشد، عمود منصف پاره خط AA' از نقطه O می‌گذرد.



پاسخ تشریحی فرض کنید O مرکز مربع باشد. با دوران 90° به مرکز O، نقاط A و B به ترتیب روی B و C تصویر می‌شوند، بنابراین ضلع BC تصویر ضلع AB در این دوران است. از طرفی $AM = BN$ است و نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC قرار دارند، پس نقطه N تصویر نقطه M در این دوران است و در نتیجه با توجه به درس نامه، عمود منصف MN همواره از O می‌گذرد.

تست و پاسخ ۸۳

طول دو ضلع مثلثی ۱ و ۲ و زاویه بین این دو ضلع 60° است. فاصله نقطه همرسی عمود منصف‌های اضلاع، از رأس روبه روی ضلع دیگر این مثلث کدام است؟

شعاع دایره محیطی

$$\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه ●● قضیه کسینوس‌ها

قضیه کسینوس‌ها می‌گوید در مثلث ABC:

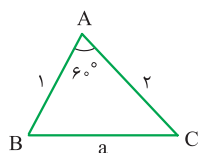
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل سؤال): نقطه همرسی عمود منصف‌های اضلاع یک مثلث، مرکز دایره محیطی آن است، بنابراین فاصله آن از

هر رأس، برابر است با شعاع دایره محیطی مثلث.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم (محاسبه طول ضلع سوم مثلث): برای به دست آوردن طول ضلع a از قضیه کسینوس ها استفاده می کنیم:

$$a^2 = 1 + 4 - 2 \times 1 \times 2 \cos 60^\circ = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

$$R = \frac{a}{2 \sin \hat{A}} = \frac{\sqrt{3}}{2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = 1$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):

تست و پاسخ ۸۴

مجموع شعاع دایره های محیطی و محاطی داخلی مثلثی به اضلاع ۱۵، ۱۳ و ۴ کدام است؟

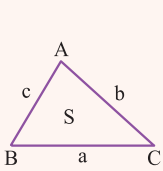
$$\frac{83}{8} \quad (4)$$

$$\frac{77}{8} \quad (3)$$

$$\frac{69}{8} \quad (2)$$

$$\frac{65}{8} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳



درس نامه در مثلث ABC به اضلاع a ، b و c اگر نصف محیط را با P نشان دهیم، یعنی $P = \frac{a+b+c}{2}$ ، آن گاه:

$$(1) \text{ مساحت: } S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$(2) \text{ شعاع دایره محاطی داخلی: } r = \frac{S}{P}$$

$$(3) \text{ شعاع دایره محیطی: } R = \frac{abc}{4S}$$

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه مساحت مثلث): می دانیم شعاع دایره محاطی داخلی $r = \frac{S}{P}$ و شعاع دایره محیطی مثلث $R = \frac{abc}{4S}$ می باشد. برای محاسبه هر یک نیاز به دانستن مساحت مثلث داریم؛ بنابراین طبق قضیه هرون داریم:

$$2P = 15 + 13 + 4 = 32 \Rightarrow P = 16$$

$$\text{هرون: } S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{16(16-15)(16-13)(16-4)} \Rightarrow S = 4 \times 6 = 24$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): حال شعاع دایره های محاطی داخلی و محیطی را به دست می آوریم:

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{15 \times 13 \times 4}{4 \times 24} = \frac{65}{8}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{65}{8} = \frac{12}{8} + \frac{65}{8} = \frac{77}{8}$$

بنابراین مجموع شعاع دایره های محیطی و محاطی داخلی این مثلث برابر است با:

تست و پاسخ ۸۵

اندازه های اضلاع AB ، BC و AC از مثلث ABC به ترتیب با اعداد ۲، ۳ و ۴ متناسب اند. اگر نقطه همرسی نیمسازهای درونی را O بنامیم، مساحت مثلث BOD چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

$$\frac{1}{6} \quad (4)$$

$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

$$\frac{2}{9} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

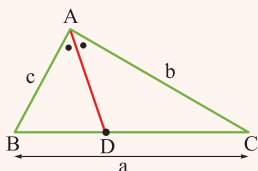
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره قضیه نیمساز داخلی، یکی از مهم ترین قضیه های کتاب درسی هندسه ۲ است و در کنکور، اهمیت ویژه ای دارد.

درس نامه

(۱) قضیه نیمسازهای داخلی:

در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع مقابل آن زاویه را به نسبت اندازه های ضلع های آن زاویه تقسیم می کند و برعکس. به بیان راحت تر اگر در مثلث ABC ، نیمساز AD را رسم کنیم، داریم:

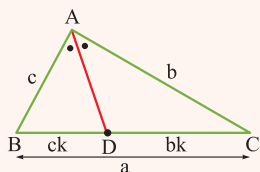


$$AD \text{ نیمساز} \Leftrightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$



نتیجه مهم قضیه نیمساز داخلی: از $\frac{BD}{DC} = \frac{c}{b}$ می توان این طور نتیجه گرفت که $\begin{cases} BD = ck \\ DC = bk \end{cases}$ پس با توجه به شکل داریم:

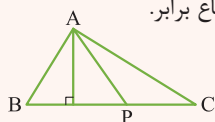
$$ck + bk = a \Rightarrow k(c + b) = a \Rightarrow k = \frac{a}{b + c}$$



$$BD = \frac{ac}{b + c}, \quad DC = \frac{ab}{b + c}$$

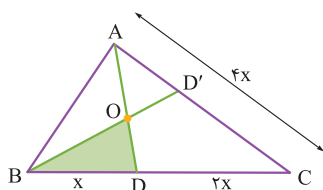
در نتیجه طول BD و CD بر حسب اضلاع مثلث قابل محاسبه است:

۲) اگر دو مثلث دارای یک ارتفاع برابر باشند، نسبت مساحت های آنها برابر است با نسبت قاعده های نظیر آن ارتفاع برابر.



$$\frac{S_{ABP}}{S_{ACP}} = \frac{BP}{PC}, \quad \frac{S_{ABP}}{S_{ABC}} = \frac{BP}{BC}$$

پاسخ تشریحی گام اول (استفاده از قضیه نیمساز داخلی): AD نیمساز \hat{A} است؛ قضیه نیمسازها را برای این نیمساز، یک بار در مثلث ABC و یک بار در ABD می نویسیم:



$$\begin{cases} \Delta ABC: \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2x}{4x} = \frac{1}{2} \xrightarrow{BC=2x} BD = x, DC = 2x \\ \Delta ABD: \frac{OD}{AO} = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{2} \\ \Delta ABD: \frac{OD}{AO} = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

گام دوم (استفاده از نسبت مساحت مثلث های هم ارتفاع): مثلث های ABC و ABD هم ارتفاع هستند؛ در نتیجه: (۱) $\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{BD}{BC} = \frac{1}{3}$

$$\frac{S_{\Delta BOD}}{S_{\Delta ABD}} = \frac{OD}{AD} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

و برای مثلث های BOD و ABD نیز به همین صورت داریم، پس:

$$\frac{S_{\Delta BOD}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{S_{\Delta BOD}}{S_{\Delta ABD}} \times \frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): اگر طرفین تساوی های (۱) و (۲) را در هم ضرب کنیم، داریم:



فیزیک یازدهم

تست و پاسخ ۸۶

در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $5 \times 10^5 \text{ N/C}$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذره باردار به جرم 2 g معلق است. بار الکتریکی ذره بر حسب نانوکولن کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

برایند نیروهای وارد بر آن صفر است.

- (۱) 40 (۲) -40
(۳) $0/4$ (۴) $-0/4$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اندازه نیروی الکتریکی وارد بر ذره را با بزرگی نیروی وزن آن، برابر قرار دهید و از آنجا اندازه q را به دست آورید، سپس با توجه به جهت نیروی الکتریکی نسبت به جهت میدان الکتریکی، علامت بار q را تعیین کنید.

درس نامه

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

(۱) نیروی وارد بر ذره باردار در میدان الکتریکی:

F : اندازه نیرو (N)

q : بار الکتریکی (C)

E : اندازه میدان الکتریکی (N/C)

اگر $q > 0$ باشد، \vec{F} و \vec{E} هم جهت هستند.

اگر $q < 0$ باشد، \vec{F} و \vec{E} در خلاف جهت هم هستند.

(۲) اگر ذره باردار در یک میدان الکتریکی قائم به صورت معلق و در حال تعادل باشد، نیروی وزن ذره با نیروی الکتریکی وارد بر آن، هم اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

m

$m\vec{g}$

$$|q|E = mg$$

$|q|$: اندازه بار الکتریکی (C)

E : بزرگی میدان الکتریکی (N/C)

m : جرم ذره (kg)

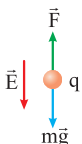
g : شتاب گرانش (N/kg)

پاسخ تشریحی گام اول: اندازه نیروی الکتریکی وارد بر ذره را با اندازه نیروی وزن آن، برابر قرار می‌دهیم:

$$|q|E = mg \xrightarrow{E = 5 \times 10^5 \text{ N/C}, m = 2g = 2 \times 10^{-3} \text{ kg}, g = 10 \text{ N/kg}} |q| \times 5 \times 10^5 = 2 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{2 \times 10^{-2}}{5 \times 10^5} = 0/4 \times 10^{-7} \text{ C} = 40 \times 10^{-9} \text{ C} \Rightarrow |q| = 40 \text{ nC}$$

گام دوم: نیروهای وارد بر ذره را رسم می‌کنیم و با توجه به جهت میدان الکتریکی که قائم و رو به پایین است، علامت بار q را تعیین می‌کنیم:



از آنجا که \vec{F} و \vec{E} در خلاف جهت یکدیگرند، علامت بار q منفی است؛ بنابراین $q = -40 \text{ nC}$ است.

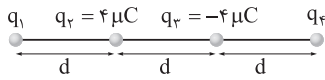


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۸۷

در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_4 برابر صفر است. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q_4 برابر \vec{F} باشد، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q_3 کدام است؟



$$-\vec{F} \quad (2)$$

$$\vec{F} \quad (1)$$

$$-3\vec{F} \quad (4)$$

$$2\vec{F} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

قانون کولن: اندازه نیروی الکتریکی (الکترواستاتیکی) بین دو بار نقطه‌ای که در راستای خط مستقیم بین آنها اثر می‌کند، با حاصل ضرب بزرگی بارها متناسب است و با مربع فاصله بین آنها نسبت وارون دارد:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

F : اندازه نیروی الکتریکی (N)

k : ثابت کولن که برابر با $\frac{9 \times 10^9 \text{ N.m}^2}{\text{C}^2}$ است.

q_1 و q_2 : بارهای الکتریکی نقطه‌ای (C)

r : فاصله بین دو بار (m)

• اگر q_1 و q_2 همنام باشند، نیروی بین آنها از نوع رانش و اگر ناهمنام باشند، از نوع ربایش است.

• بنا به قانون سوم نیوتون، نیروهایی که دو ذره باردار به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگرند.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$F_{12} = F_{21}$$

اصل برهم نهی نیروهای الکترواستاتیکی:

وقتی تعدادی بار ذره‌ای داشته باشیم، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر ذره، برآیند نیروهایی است که هر یک از ذره‌های دیگر، به تنهایی بر آن ذره وارد می‌کنند. مثلاً برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 برابر است با:

$$\vec{F}_{T(1)} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} + \dots$$

پاسخ تشریحی گام اول: نسبت اندازه نیروی F_{34} به اندازه نیروی F_{24} و همچنین نسبت اندازه نیروی F_{21} به اندازه نیروی F_{31} را به دست

می‌آوریم:

$$\frac{F_{34}}{F_{24}} = \frac{k \frac{|q_3| |q_4|}{d^2}}{k \frac{|q_2| |q_4|}{(2d)^2}} \xrightarrow{|q_2|=|q_3|} \frac{F_{34}}{F_{24}} = \frac{d^2}{4d^2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{F_{21}}{F_{31}} = \frac{k \frac{|q_2| |q_1|}{d^2}}{k \frac{|q_3| |q_1|}{(2d)^2}} \xrightarrow{|q_2|=|q_3|} \frac{F_{21}}{F_{31}} = \frac{d^2}{4d^2} = \frac{1}{4}$$

گام دوم: علامت بارهای q_1 و q_4 را مشخص می‌کنیم:

$$\vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34} = 0 \xrightarrow{F_{24} > F_{34}} \vec{F}_{14} \text{ باید با } \vec{F}_{24} \text{ هم‌جهت باشد؛ بنابراین } q_1 \text{ و } q_2 \text{ هم‌علامت بوده و } q_1 > 0 \text{ است.}$$

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} = 0 \xrightarrow{F_{21} > F_{31}} \vec{F}_{21} \text{ باید با } \vec{F}_{31} \text{ هم‌جهت باشد؛ بنابراین } q_3 \text{ و } q_4 \text{ هم‌علامت بوده و } q_4 < 0 \text{ است.}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

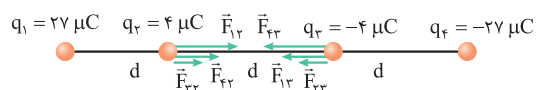
گام سوم: نیروهای وارد بر بارهای q_1 و q_4 را روی شکل نشان می‌دهیم:

$$\vec{F}_{1f} + \vec{F}_{2f} + \vec{F}_{3f} = 0 \quad \vec{F}_{2f} = -4\vec{F}_{2f} \rightarrow \vec{F}_{1f} + \vec{F}_{2f} - 4\vec{F}_{2f} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{1f} = 3\vec{F}_{2f}$$

$$F_{1f} = 3F_{2f} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_4|}{(3d)^2} = 3 \times k \frac{|q_2||q_4|}{(2d)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{9d^2} = \frac{3 \times 4}{4d^2} \Rightarrow |q_1| = 27\mu\text{C} \Rightarrow q_1 = 27\mu\text{C}$$

به طور مشابه $|q_4| = 27\mu\text{C}$ به دست می‌آید؛ بنابراین $q_4 = -27\mu\text{C}$.

گام چهارم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی q_3 را با \vec{F}' نشان می‌دهیم؛ بنابراین می‌توان نوشت:

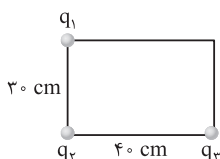


$$\begin{cases} \vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{43} \\ \vec{F}' = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{43} \end{cases} \quad \vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32}, \vec{F}_{43} = -\vec{F}_{34} \rightarrow \vec{F} + \vec{F}' = 0 \Rightarrow \vec{F}' = -\vec{F}$$

تست و پاسخ

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مستطیل قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم مستطیل برابر صفر باشد،

کدام یک از موارد زیر درست است؟



$$\frac{q_3}{q_1} = \frac{64}{27} \quad (2)$$

$$\frac{q_2}{q_1} = -\frac{125}{64} \quad (4)$$

$$\frac{q_3}{q_1} = -\frac{64}{27} \quad (1)$$

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{125}{64} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار، از مهم‌ترین مطالب فصل ۱ کتاب فیزیک ۲ است که در تمامی کنکورهای سال‌های اخیر ردپای آن دیده می‌شود.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با توجه به صفر شدن میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم، همانم یا ناهمنام بودن بارها نسبت به یکدیگر را تعیین می‌کنیم. سپس برابری مؤلفه‌های افقی میدان الکتریکی در رأس چهارم را برابر صفر قرار می‌دهیم تا خواسته تست به دست آید.

درس نامه

(۱) اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار ذره‌ای q در نقطه‌ای به فاصله r از آن، به کمک رابطه مقابل به دست می‌آید:

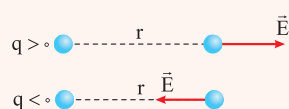
$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

اندازه میدان الکتریکی (N/C)

k : ثابت کولن که برابر با $\frac{9 \times 10^9 \text{ N.m}^2}{\text{C}^2}$ است.

q : بار الکتریکی‌ای که میدان را ایجاد کرده است (C)

r : فاصله بار q از نقطه‌ای که میدان الکتریکی را در آن جا می‌خواهیم (m)



(۲) جهت خطوط میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است:

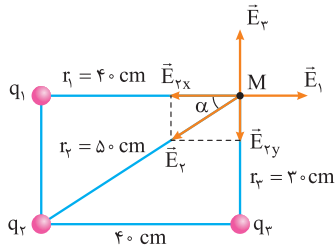
(۳) برای آن که میدان الکتریکی خالص در یک نقطه، برابر صفر باشد، باید برابری میدان‌های الکتریکی افقی و برابری میدان‌های الکتریکی قائم در آن نقطه صفر باشند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: برای آن که میدان الکتریکی خالص در نقطه M صفر باشد، باید بارهای q_1 و q_3 همنام باشند و هر دوی آنها با بار الکتریکی q_2 ناهمنام باشند. مثلاً اگر q_1 و q_3 مثبت باشند، q_2 منفی است. فاصله r_2 را نیز به دست می‌آوریم:



$$r_2 = \sqrt{r_1^2 + r_3^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm}$$

گام دوم: میدان الکتریکی خالص در راستای افقی، در نقطه M باید صفر باشد:

$$E_1 = E_{rx} \Rightarrow k \frac{|q_1|}{r_1^2} = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \cos \alpha \Rightarrow \frac{|q_1|}{4^2} = \frac{|q_2|}{5^2} \times \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{|q_1|}{1600} = \frac{|q_2|}{2500} \times \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{|q_1|}{64} = \frac{|q_2|}{125} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = \frac{125}{64}$$

اما از آنجا که q_1 و q_2 ناهمنام هستند، داریم $\frac{q_2}{q_1} = -\frac{125}{64}$

اگر نسبت $\frac{q_3}{q_1}$ را هم به دست آورید به جواب $\frac{27}{64}$ می‌رسید که (۱) و (۲) را رد می‌کند.

تست و پاسخ ۸۹

اختلاف پتانسیل الکتریکی پایانه‌های یک باتری برابر 16 V است. اگر بار الکتریکی $40 \mu\text{C}$ از پایانه مثبت به پایانه منفی باتری جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) $0/64$ ، کاهش می‌یابد. (۲) $6/4$ ، کاهش می‌یابد. (۳) $0/64$ ، افزایش می‌یابد. (۴) $6/4$ ، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه $\Delta U = q \Delta V$ و با در نظر گرفتن علامت‌های q و ΔV ، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را حساب کنید.

اختلاف پتانسیل الکتریکی (V) تغییر انرژی پتانسیل (J)

$$\Delta U = q \Delta V$$

بار الکتریکی (C)

درس نامه رابطه تغییر انرژی پتانسیل بار الکتریکی بین دو نقطه

توجه داشته باشید که در رابطه فوق، تمام کمیت‌ها نرده‌ای هستند و بار q باید همراه با علامتش قرار بگیرد.

پاسخ تشریحی وقتی از پایانه مثبت باتری به پایانه منفی باتری برویم، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و $\Delta V < 0$ است؛ بنابراین در

این‌جا داریم:

$$\Delta U = q \Delta V \xrightarrow{q = -40 \mu\text{C} = -40 \times 10^{-6} \text{ C}, \Delta V = -16 \text{ V}} \Delta U = -40 \times 10^{-6} \times (-16) \Rightarrow \Delta U = 640 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta U = 0/64 \times 10^{-3} = 0/64 \text{ mJ}$$

$\Delta U > 0$ است، یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی، افزایش یافته است.

حواستون باشه اگر علامت بار الکتریکی را در نظر نگیرید یا علامت اختلاف پتانسیل را اشتباه بگذارید، به گزینه نادرست (۱) می‌رسید.

تست و پاسخ ۹۰

ثابت دی‌الکتریک بین صفحه‌های یک خازن تخت برابر ۲ است. اگر چگالی سطحی بار الکتریکی صفحه مثبت خازن برابر $1/8 \text{ nC/cm}^2$ باشد، اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌ها چند ولت بر متر است؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)

$$2 \times 10^9 \text{ (۴)}$$

$$10^9 \text{ (۳)}$$

$$2 \times 10^6 \text{ (۲)}$$

$$10^6 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

مشاوره این تست، یک سؤال ترکیبی، از چهار رابطه موجود در فصل ۱ کتاب فیزیک ۲ است.

درس نامه

(۱) **میدان الکتریکی** یکنواخت: میدان الکتریکی ای است که خطوط آن مستقیم، موازی و هم‌فاصله‌اند؛ یعنی بردار میدان الکتریکی در تمام نقاط این میدان، هم‌اندازه و هم‌جهت است:

$$E = \frac{V}{d}$$

E : اندازه میدان الکتریکی یکنواخت (N/C) یا (V/m)

V : اختلاف پتانسیل میان دو صفحه (V)

d : فاصله میان دو صفحه (m)

بین صفحه‌های یک خازن تخت باردار، میدان الکتریکی یکنواخت وجود دارد.

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

(۲) تراکم بار الکتریکی در سطح یک جسم را چگالی سطحی بار الکتریکی می‌گوییم:

σ : چگالی سطحی بار الکتریکی (C/m^2)

Q : بار الکتریکی موجود در سطح (C)

A : مساحت سطحی که بار الکتریکی روی آن توزیع شده است (m^2)

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

(۳) رابطه ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختمانی آن:

C : ظرفیت خازن (F)

κ : ثابت دی‌الکتریک

ϵ_0 : ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $= 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

A : مساحت متقابل صفحه‌های خازن (m^2)

d : فاصله بین دو صفحه خازن (m)

$$Q = C V$$

(۴) بار ذخیره‌شده در یک خازن از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

Q : بار الکتریکی (C)

C : ظرفیت خازن (F)

V : اختلاف پتانسیل بین دو صفحه خازن (V)

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه‌ای بین چگالی سطحی بار الکتریکی و میدان الکتریکی یکنواخت پیدا می‌کنیم:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{V = \frac{Q}{C}} E = \frac{Q}{Cd} \xrightarrow{Q = \sigma A} E = \frac{\sigma A}{Cd} \xrightarrow{C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} E = \frac{\sigma A}{\kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \times d} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\kappa \epsilon_0}$$

گام دوم: مقادیر داده‌شده در سؤال را در رابطه اخیر جای گذاری می‌کنیم و اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌های خازن را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{\sigma}{\kappa \epsilon_0} \xrightarrow{\sigma = 1/8 \text{ nC/cm}^2 = 1/8 \times \frac{10^{-9}}{10^{-4}} = 1/8 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2} E = \frac{1/8 \times 10^{-5}}{2 \times 9 \times 10^{-12}} = \frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 10^6 \text{ V/m}$$

تست و پاسخ ۹۱

مساحت هر یک از صفحه‌های خازنی 10 mm^2 ، فاصله بین آن‌ها 5 mm و ثابت دی‌الکتریک انعطاف‌پذیر بین صفحه‌های آن برابر ۴ است. در حالتی که اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن ثابت و برابر 20 V است، فاصله بین صفحه‌های آن را 1 mm کاهش می‌دهیم. انرژی ذخیره‌شده در خازن چند پیکوژول و چگونه تغییر می‌کند؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)

(۱) $3/6$ ، کاهش می‌یابد. (۲) $14/4$ ، کاهش می‌یابد. (۳) $3/6$ ، افزایش می‌یابد. (۴) $14/4$ ، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

خود حل کنی بهتره ظرفیت خازن را در هر دو حالت به دست آورده و با استفاده از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ اختلاف انرژی خازن را حساب کنید.

درس نامه

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

انرژی ذخیره شده در یک خازن از رابطه مقابل به دست می آید:

U : انرژی خازن (J)

C : ظرفیت خازن (F)

V : اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V)

پاسخ تشریحی گام اول: ظرفیت خازن در حالت اول (C_1) و در حالت دوم (C_2) را به دست می آوریم:

$$C_1 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d_1} \quad \kappa=4, \epsilon_0=9 \times 10^{-12} \text{ F/m}, d=5 \text{ mm}=5 \times 10^{-3} \text{ m} \rightarrow C_1 = \frac{4 \times 9 \times 10^{-12} \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-3}} = 7/2 \times 10^{-14} \text{ F}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \quad \frac{C_2}{7/2 \times 10^{-14}} = \frac{5}{4} \Rightarrow C_2 = 9 \times 10^{-14} \text{ F}$$

گام دوم: تغییر انرژی ذخیره شده در خازن را در این دو حالت حساب می کنیم:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{1}{2} C_2 V^2 - \frac{1}{2} C_1 V^2 = \frac{1}{2} (C_2 - C_1) V^2$$

$$\frac{V=20 \text{ V}}{C_2=9 \times 10^{-14} \text{ F}, C_1=7/2 \times 10^{-14} \text{ F}} \rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} (9 \times 10^{-14} - 7/2 \times 10^{-14}) \times 20^2$$

$$= 0/9 \times 10^{-14} \times 400 = 3/6 \times 10^{-12} \text{ J} = 3/6 \text{ pJ}$$

$\Delta U > 0$ به دست آمده است؛ یعنی انرژی ذخیره شده در خازن، افزایش پیدا کرده است.

تست و پاسخ ۹۲

کدام یک از عبارات زیر درست است؟

(الف) مقاومت‌های پیچهای برای به دست آوردن مقاومت‌های بسیار بالا و همچنین توان‌های بالا ساخته می شوند.

(ب) با افزایش شدت نور تابیده شده به مقاومت‌های نوری، مقاومت الکتریکی آن‌ها افزایش می یابد.

(پ) قانون اهم برای فلزات و بسیاری از رساناهای غیر فلزی در دمای ثابت برقرار است.

(ت) با افزایش دمای رسانای فلزی، تعداد حامل‌های بار الکتریکی تقریباً ثابت می ماند، ولی ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌های آن افزایش می یابد.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «پ» و «ت» (۳) «الف» و «ت» (۴) «ب» و «پ»

پاسخ: گزینه ۲

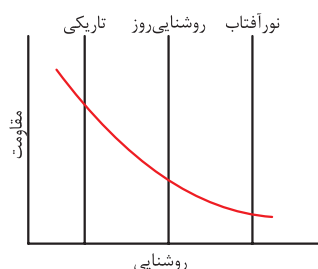
مشاوره تست‌های مفهومی و حفظی نیز در فیزیک مطرح می شوند؛ گرچه تعداد آن‌ها نسبت به تست‌های محاسباتی خیلی کم تر است.

یکی از قسمت‌هایی که معمولاً تست‌های مفهومی و توضیحی از آن طرح می شود، فصل ۲ از کتاب فیزیک ۲ است.

پاسخ تشریحی عبارات داده شده را به ترتیب بررسی می کنیم:

(الف) نادرست است. مقاومت‌های پیچهای برای به دست آوردن مقاومت‌های پایین بسیار دقیق ساخته می شوند.

(ب) نادرست است. مقاومت‌های نوری (LDR) از جنس نیم رساناهایی مانند سیلیسیم ساخته می شوند؛ بنابراین با افزایش شدت نور، از مقاومت آن‌ها کاسته می شود.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

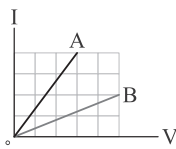
پ) درست است. قانون اهم برای فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی در دمای ثابت، برقرار است؛ اما وسایلی مانند دیود نورگسیل (LED) از قانون اهم پیروی نمی‌کنند.

ت) درست است. در نیم‌رساناها با افزایش دما، تعداد حامل‌های بار، افزایش می‌یابد، اما در رساناها با افزایش دما، تعداد حامل‌های بار، تغییر محسوسی نمی‌کند و تقریباً ثابت می‌ماند. همچنین در اثر افزایش دما، ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌های رسانا افزایش یافته و مقاومت الکتریکی آن بیشتر می‌شود.

تکنیک کافی است تشخیص دهید موارد «الف» و «ب» نادرست هستند؛ از آن‌جا معلوم می‌شود فقط ۲) درست است. همچنین فقط با تشخیص درستی موارد «پ» و «ت» نیز (بدون توجه به موارد «الف» و «ب») می‌توانستیم گزینه صحیح را پیدا کنیم.

تست و پاسخ ۹۳

نمودار جریان الکتریکی عبوری از دو رسانای فلزی A و B که از یک ماده ساخته شده‌اند، برحسب اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها به شکل زیر است. رسانای A استوانه‌ای توپر به قطر ۱ mm و رسانای B لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی ۲ mm و شعاع داخلی ۱ mm است. طول رسانای B چند برابر طول رسانای A است؟



$$3/6 \quad (2)$$

$$40 \quad (4)$$

$$0/9 \quad (1)$$

$$10 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک نمودار، نسبت مقاومت‌های الکتریکی را به دست می‌آوریم. سپس به کمک رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ نسبت طول دو رسانا را محاسبه می‌کنیم.

درس نامه

(۱) رابطه مقاومت، اختلاف پتانسیل و جریان الکتریکی به صورت مقابل است:

R : مقاومت الکتریکی (Ω)

V : اختلاف پتانسیل (V)

I : جریان الکتریکی (A)

(۲) مقاومت الکتریکی یک جسم در دمای ثابت، با طول و مقاومت ویژه آن رابطه مستقیم دارد، ولی با مساحت سطح مقطع آن، رابطه عکس دارد.

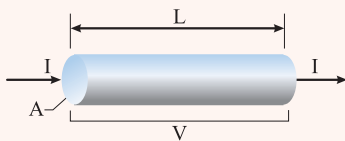
$$R = \rho \frac{L}{A}$$

R : مقاومت الکتریکی (Ω)

ρ : مقاومت ویژه ($\Omega.m$)

L : طول جسم (m)

A : مساحت سطح مقطع (m^2)

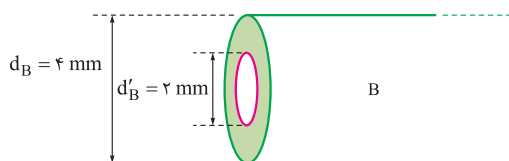


پاسخ تشریحی گام اول: هر واحد اختلاف پتانسیل روی محور افقی را با V_1 و هر واحد جریان الکتریکی روی محور قائم را با I_1 نشان می‌دهیم. با توجه به قانون اهم می‌توان نوشت:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\frac{V_B}{I_B}}{\frac{V_A}{I_A}} = \frac{\frac{5V_1}{2I_1}}{\frac{3V_1}{4I_1}} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

گام دوم: نسبت مقاومت الکتریکی رسانای B به مقاومت الکتریکی رسانای A را می‌نویسیم:

$$d_A = 1 \text{ mm}$$





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

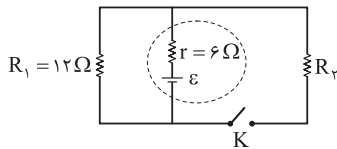
$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{\rho_B = \rho_A} \frac{1}{3} = \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B}$$

$$\frac{A_A = \pi \frac{d_A^2}{4}}{A_B = \pi \frac{d_B^2}{4} - \pi \frac{d_B^2}{4}} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{L_B}{L_A} \times \frac{\frac{\pi}{4} (1)^2}{\frac{\pi}{4} (4^2 - 2^2)} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{L_B}{L_A} \times \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{L_B}{L_A} = 4$$

در مورد رسانای A قطر مقطع آن داده شده است. اگر آن را با شعاع اشتباه بگیرید، به گزینه نادرست (3) می‌رسید. **حواستون باشه**

تست و پاسخ ۹۴

در مدار شکل زیر، با بستن کلید K اگر توان خروجی باتری تغییری نکند، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر می‌شود؟



$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

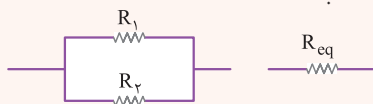
$$\frac{4}{9} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

(۱) دو مقاومت را موازی می‌گوییم هرگاه دو سر آن‌ها به وسیله سیم‌های رابط به یکدیگر متصل شده باشند.

● مقاومت معادل دو مقاومت موازی به صورت مقابل به دست می‌آید:



$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

● اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی با هم برابر است.

(۲) توان مصرفی مقاومت خارجی از رابطه‌های مقابل به دست می‌آیند:

اختلاف پتانسیل (V) توان (W)

$$P = I V = R I^2 = \frac{V^2}{R}$$

↓ جریانی (A) ↓ مقاومت (Ω)

(۳) توان الکتریکی مصرفی در مقاومت معادل مدار، همان توان خروجی مولد است.

(۴) وقتی چند مقاومت در یک مدار بسته می‌شوند (چه متوالی و چه موازی)، توان و انرژی الکتریکی مصرفی مقاومت معادل، با مجموع توان و انرژی الکتریکی مصرفی هر یک از آن‌ها برابر است.

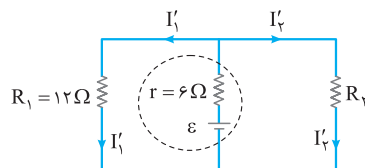
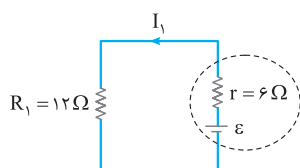
(۵) اگر به ازای دو مقاومت معادل خارجی $R_{eq,1}$ و $R_{eq,2}$ در یک مدار، توان خروجی مولد یکسان باشد، می‌توان نوشت:

مقاومت درونی مولد (Ω)

$$r = \sqrt{R_{eq,1} \times R_{eq,2}}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** با بستن کلید K توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$r = \sqrt{R_{eq,1} \times R_{eq,2}} \xrightarrow{R_{eq,1} = R_1 = 12 \Omega, r = 6 \Omega} 6 = \sqrt{12 \times R_{eq,2}} \Rightarrow R_{eq,2} = 3 \Omega$$





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: R_1 و R_2 در حالت کلید بسته، به صورت موازی هستند و داریم:

$$R_{eq,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \xrightarrow{R_{eq,2} = 3\Omega, R_1 = 12\Omega} 3 = \frac{12 R_2}{12 + R_2} \Rightarrow 4 R_2 = 12 + R_2 \Rightarrow R_2 = 4\Omega$$

گام سوم: در حالت کلید بسته، مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند؛ بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است و با توجه به قانون اهم داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I'_1 R_1 = I'_2 R_2 \Rightarrow I'_1 \times 12 = I'_2 \times 4 \Rightarrow I'_2 = 3 I'_1$$

از طرفی در حالت اول، توان خروجی باتری، برابر با توان مصرفی مقاومت R_1 است، اما در حالت دوم، توان خروجی باتری برابر با مجموع توان‌های مصرفی مقاومت‌های R_1 و R_2 است.

$$P_1 = P'_1 + P'_2 \Rightarrow R_1 I_1^2 = R_1 I_1'^2 + R_2 I_2'^2 \Rightarrow 12 I_1^2 = 12 I_1'^2 + 4 I_2'^2 \Rightarrow 3 I_1^2 = 3 I_1'^2 + I_2'^2 \xrightarrow{I_2' = 3 I_1'} 3 I_1^2 = 3 I_1'^2 + 9 I_1'^2$$

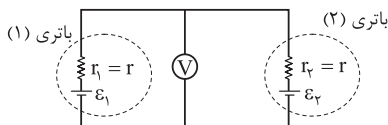
$$\Rightarrow 3 I_1^2 = 12 I_1'^2 \Rightarrow I_1^2 = 4 I_1'^2$$

گام چهارم: نسبت توان مصرفی مقاومت R_1 در حالت دوم به حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P'_1}{P_1} = \frac{R_1 I_1'^2}{R_1 I_1^2} \xrightarrow{I_1^2 = 4 I_1'^2} \frac{P'_1}{P_1} = \frac{I_1'^2}{4 I_1'^2} = \frac{1}{4}$$

تست و پاسخ ۹۵

در مدار شکل روبه‌رو، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر کدام است؟



$$|\varepsilon_1 - \varepsilon_2| \quad (2)$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (1)$$

$$\frac{|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

(۱) ولت‌سنج وسیله‌ای برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل (ولتاژ) بین دو نقطه از مدار است. ولت‌سنج مقاومت الکتریکی بسیار زیادی دارد. مقاومت الکتریکی ولت‌سنج آرمانی، بی‌نهایت است و جریانی از آن عبور نمی‌کند.

(۲) باتری‌های مولد، توان خروجی دارند. این نوع باتری‌ها به مدار انرژی می‌دهند و جریان الکتریکی، از پایانه مثبت آن‌ها وارد مدار می‌شود. اما باتری‌های مصرف‌کننده، توان ورودی دارند. این نوع باتری‌ها در مدار، انرژی مصرف می‌کنند و جریان الکتریکی به پایانه مثبت آن‌ها وارد می‌شود. اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری مولد:

جریان الکتریکی (A)

$$V = \varepsilon - I r$$

مقاومت درونی (Ω) نیروی محرکه (V)

اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری مصرف‌کننده:

$$V = \varepsilon + I r$$

(۳) جریان الکتریکی در یک مدار تک‌حلقه از رابطه زیر به دست می‌آید:

نیروی محرکه باتری مصرف‌کننده (V) نیروی محرکه باتری مولد (V)

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_{eq} + r_1 + r_2}$$

جریان الکتریکی (A)

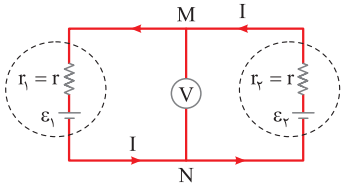
مقاومت درونی باتری‌ها (Ω) مقاومت معادل خارجی مدار (Ω)



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: با فرض آن که باتری (۲) به عنوان مولد و باتری (۱) به عنوان مصرف کننده عمل می کنند، رابطه جریان الکتریکی در مدار را می نویسیم. از ولتسنج جریانی عبور نمی کند و مدار به صورت تک حلقه است:



$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_{eq} + r_1 + r_2} \xrightarrow{R_{eq} = 0, r_1 = r_2 = r} I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2r}$$

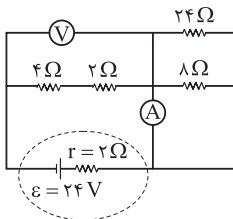
گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) همان عددی است که ولتسنج آرمانی نشان می دهد:

$$V_2 = \varepsilon_2 - I r_2 \xrightarrow{V_2 = V_M - V_N, r_2 = r, I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2r}} V_M - V_N = \varepsilon_2 - \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2}\right) \times r$$

$$\Rightarrow V_M - V_N = \varepsilon_2 - \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2}\right) = \frac{2\varepsilon_2 - \varepsilon_2 + \varepsilon_1}{2} \Rightarrow V_M - V_N = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{2}$$

تست و پاسخ ۹۶

در مدار شکل زیر، به ترتیب از راست به چپ، مقدارهایی که آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی نشان می دهند، در SI کدام است؟



۱) ۱۸، ۳

۲) ۱۶، ۳

۳) ۱۸، ۴

۴) ۱۶، ۴

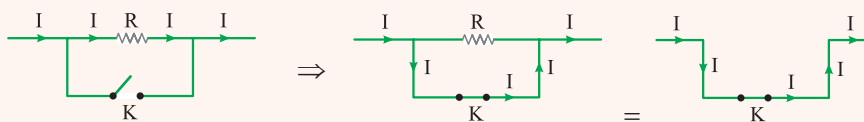
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این تست بر اساس یکی از سؤال های کنکور تیرماه ۱۴۰۳ رشته تجربی طرح شده و مشابهت زیادی با آن دارد.

درس نامه

۱) آمپرسنج، وسیله ای است برای اندازه گیری جریان الکتریکی در یک شاخه از مدار که به طور متوالی در آن شاخه قرار می گیرد. آمپرسنج مقاومت الکتریکی بسیار کمی دارد و اگر آرمانی فرض شود، مقاومت الکتریکی آن صفر است.

۲) اتصال کوتاه: هرگاه دو سر یک مقاومت یا مجموعه ای از مقاومت ها، به وسیله یک سیم رابط (که مقاومت آن ناچیز است) یا یک آمپرسنج آرمانی، به هم متصل شوند، تمام جریان از درون آن سیم یا آمپرسنج گذشته و از مقاومت یا مجموعه آن مقاومت ها، هیچ جریانی نمی گذرد. در این حالت به اصطلاح می گوئیم که آن مقاومت یا مقاومت ها، اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می گردند.



۳) دو مقاومت را متوالی می گوئیم هرگاه فقط از یک سر به هم متصل بوده و از محل اتصال آن ها، هیچ انشعاب جریانی خارج نگردد. از مقاومت های متوالی، جریان یکسانی عبور می کند.



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

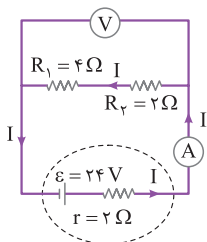
R_{eq} : مقاومت معادل (Ω)



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: از آنجا که مقاومت آمپرسنج آرمانی صفر است، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $24\ \Omega$ و $8\ \Omega$ صفر شده و به اصطلاح اتصال کوتاه می‌شوند؛ یعنی این دو مقاومت از مدار حذف شده و شکل مدار به صورت زیر، ساده می‌شود:



گام دوم: آمپرسنج، جریان گذرنده از مولد را نشان می‌دهد؛ بنابراین مقاومت معادل مدار و جریان گذرنده از مولد را حساب می‌کنیم. R_1 و R_r به طور متوالی بسته شده‌اند:

$$R_{eq} = R_1 + R_r = 4 + 2 = 6\ \Omega$$

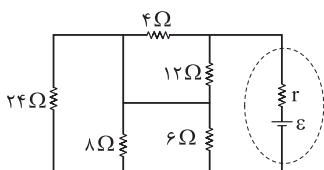
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\varepsilon = 24V, R_{eq} = 6\Omega, r = 2\Omega} I = \frac{24}{6 + 2} = 3A$$

گام سوم: ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد:

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{\varepsilon = 24V, r = 2\Omega, I = 3A} V = 24 - 2 \times 3 = 18V$$

تست و پاسخ ۹۷

در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت $24\ \Omega$ اهمی، چند برابر توان مصرفی مقاومت $12\ \Omega$ اهمی است؟



۸ (۱)

۲ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۴)

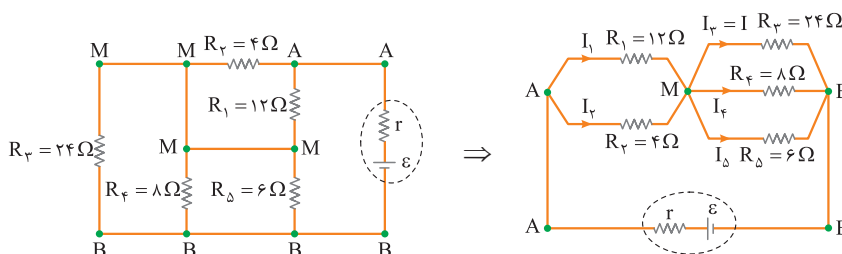
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره به مقایسه توان‌های مصرفی در مقاومت‌های مختلف یک مدار، در تست‌های مدارهای الکتریکی زیاد پرداخته می‌شود. شکل‌های متنوع این نوع سوال در کنکورهای دی‌ماه ۱۴۰۱ ریاضی، ۱۴۰۰ ریاضی و ۱۴۰۰ تجربی مطرح شده است.

درس نامه

گاهی تشخیص متوالی یا موازی بودن مقاومت‌ها در یک مدار، به راحتی امکان‌پذیر نیست. در این صورت، بدون آن‌که تغییری در تعداد اجزای مدار و چگونگی اتصال آن‌ها ایجاد شود، شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم. برای این کار، نقاطی را که با سیم رابط (با مقاومت ناچیز) به یکدیگر متصل شده‌اند، با پتانسیل یکسان و با نام مشترک یک نقطه در نظر می‌گیریم.

پاسخ تشریحی گام اول: با نام‌گذاری دو سر مقاومت‌ها، شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم. جریان عبوری از مقاومت R_r را با I نشان می‌دهیم و براساس آن، جریان عبوری از سایر مقاومت‌ها را پیدا می‌کنیم:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: مقاومت‌های R_F و R_D با مقاومت R_P به طور موازی بسته شده‌اند؛ پس اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است. با استفاده از قانون اهم، جریان‌های الکتریکی عبوری از مقاومت‌های R_F و R_D را نیز برحسب I به دست می‌آوریم:

$$V_P = V_F \Rightarrow R_P I_P = R_F I_F \Rightarrow 24 \times I = 8 \times I_F \Rightarrow I_F = 3I$$

$$V_P = V_D \Rightarrow R_P I_P = R_D I_D \Rightarrow 24 \times I = 6 \times I_D \Rightarrow I_D = 4I$$

گام سوم: جمع جریان‌های ورودی به گره M با جمع جریان‌های خروجی از این گره برابر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_1 + I_P = I_P + I_F + I_D \Rightarrow I_1 + I_P = I + 3I + 4I = 8I$$

مقاومت‌های R_1 و R_P موازی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است:

$$V_1 = V_P \Rightarrow I_1 R_1 = I_P R_P \Rightarrow I_1 \times 12 = I_P \times 4 \Rightarrow I_P = 3I_1$$

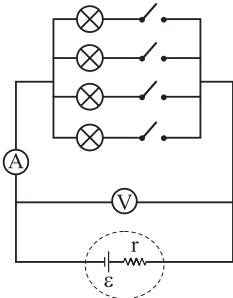
$$I_1 + I_P = 8I \xrightarrow{I_P = 3I_1} I_1 + 3I_1 = 8I \Rightarrow 4I_1 = 8I \Rightarrow I_1 = 2I$$

گام چهارم: نسبت توان مصرفی مقاومت 24Ω به توان مصرفی مقاومت 12Ω را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_P}{P_1} = \frac{R_P I_P^2}{R_1 I_1^2} \xrightarrow{R_P = 24 \Omega, I_P = I, R_1 = 12 \Omega, I_1 = 2I} \frac{P_P}{P_1} = \frac{24 I^2}{12 (2I)^2} = \frac{2 I^2}{4 I^2} = \frac{1}{2}$$

تست و پاسخ ۹۸

در مدار شکل زیر، لامپ‌ها مشابه‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. اگر کلیدها یکی پس از دیگری بسته شوند، به ترتیب از راست به چپ، مقدارهایی که ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهند، چگونه تغییر می‌کنند؟



- (۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- (۲) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- (۳) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- (۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تست برگرفته از یکی از پرسش‌های دوره‌ای آخر فصل ۲ از کتاب درسی فیزیک ۲ است. پرسش‌ها و تمرین‌های کتاب

درسی را جدی بگیرید.

درس نامه

وقتی یک شاخه مقاومت‌دار، به طور موازی به مدار اضافه شود، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

پاسخ تشریحی گام اول: هر لامپ به عنوان یک مصرف‌کننده (مقاومت الکتریکی R) عمل می‌کند. در ابتدا که همه کلیدها باز هستند،

$$V = \varepsilon - r I \xrightarrow{I=0} V = \varepsilon$$

جریانی در مدار برقرار نیست و ولت‌سنج، نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد:

گام دوم: وقتی کلیدها یکی پس از دیگری بسته می‌شوند، شاخه‌های موازی به مدار اضافه شده و مقاومت معادل مدار، کاهش می‌یابد؛ در حالی که ε و r ثابت هستند؛ بنابراین جریان عبوری از مولد که همان جریان عبوری از آمپرسنج است، افزایش می‌یابد:

$$\uparrow I = \frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq} + r}$$

گام سوم: با افزایش جریان الکتریکی، افت پتانسیل درون مولد بیشتر شده و ولت‌سنج عدد کم‌تری را نشان می‌دهد.

$$\downarrow V = \varepsilon - r I \uparrow$$

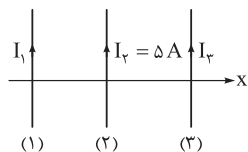
حواستون باشه در متن سؤال به ترتیب تغییر عدد ولت‌سنج و سپس تغییر عدد آمپرسنج خواسته شده است. اگر به این موضوع دقت نکنید،

در دام (۱) گرفتار می‌شوید.



تست و پاسخ ۹۹

در شکل زیر، سه سیم حامل جریان الکتریکی، عمود بر محور x قرار دارند. اگر اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های (۱) و (۳) در محل سیم (۲) به ترتیب 300 G و 500 G باشد، نیروی مغناطیسی خالص وارد بر 6 cm از سیم (۲) بر حسب نیوتون کدام است؟



$$-0.06\vec{i} \quad (2)$$

$$0.06\vec{i} \quad (1)$$

$$-0.24\vec{i} \quad (4)$$

$$0.24\vec{i} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

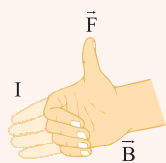
(۱) اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم راست حامل جریان که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد، از رابطه زیر به دست می‌آید:

طول قسمتی از سیم که در میدان مغناطیسی قرار دارد بر حسب متر (m)

زاویه بین جهت جریان و جهت میدان مغناطیسی

$$F = I \ell B \sin \theta$$

اندازه میدان مغناطیسی بر حسب تسلا (T) جریانی عبوری از سیم بر حسب آمپر (A)

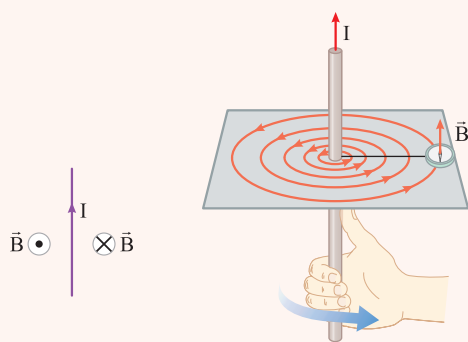


(۲) قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم:

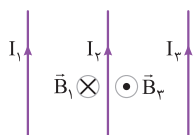
چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت جریان قرار می‌دهیم که خطوط میدان از کف دستمان خارج شوند. در این حالت، شست دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را نشان می‌دهد.

(۳) یک گاوس، معادل 10^{-4} تسلا است. ($1\text{ G} = 10^{-4}\text{ T}$)

(۴) هنگامی که از یک رسانا، جریان الکتریکی عبور می‌کند، در اطراف آن میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. اگر رسانا را در دست راست خود بگیریم به گونه‌ای که انگشت شست دست راست، در جهت جریان باشد، جهت بسته شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.



پاسخ تشریحی گام اول: اندازه و جهت میدان مغناطیسی خالص در محل سیم (۲) را تعیین می‌کنیم:



$$B_3 > B_1 \Rightarrow B_T = B_3 - B_1 = 500 - 300 = 200\text{ G}$$

$$B_T = 200 \times 10^{-4}\text{ T} = 2 \times 10^{-2}\text{ T}$$

این میدان مغناطیسی خالص در محل سیم (۲)، هم‌جهت با \vec{B}_3 یعنی برون سو است.



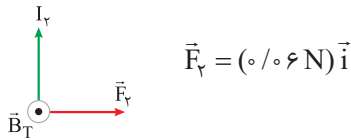
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (۲) را به دست می‌آوریم:

$$F_V = I_V \ell_V B_T \sin \alpha \xrightarrow{I_V = 5A, \ell_V = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}, B_T = 2 \times 10^{-2} \text{ T}, \alpha = 90^\circ} F_V = 5 \times 0.6 \times 2 \times 10^{-2} \times \sin 90^\circ = 0.6 \text{ N}$$

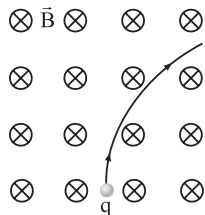
با استفاده از قاعده دست راست، جهت این نیرو در سوی مثبت محور Xها به دست می‌آید:



$$\vec{F}_V = (0.6 \text{ N}) \vec{i}$$

تست و پاسخ ۱۰۰

در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی q ، با تندی $2 \times 10^3 \text{ m/s}$ وارد میدان مغناطیسی یکنواخت و درون سو به بزرگی $B = 400 \text{ mT}$ شده و تحت تأثیر نیروی مغناطیسی، مسیر مشخص شده را طی می‌کند. اگر اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره 0.4 N باشد، q بر حسب میکروکولن کدام است؟



- (۱) ۵
(۲) -۵
(۳) ۵۰
(۴) -۵۰

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

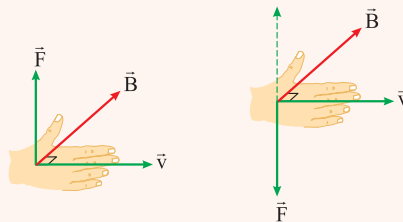
(۱) اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار الکتریکی متحرک در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، از رابطه زیر به دست می‌آید:

زاویه بین جهت بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی تندی بار الکتریکی (m/s) اندازه نیروی مغناطیسی (N)

$$F = |q| v B \sin \theta$$

(C) اندازه بار الکتریکی (T) اندازه میدان مغناطیسی

(۲) قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک: چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت بردار سرعت بار متحرک قرار می‌دهیم که اگر آن‌ها را خم کنیم، در جهت بردار میدان مغناطیسی قرار گیرند. در این حالت، انگشت شست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت را نشان می‌دهد (شکل الف). توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی، در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است، به عبارت دیگر با دست چپ تعیین می‌گردد. (شکل ب).



اگر بار ذره مثبت باشد
(الف)

اگر بار ذره منفی باشد
(ب)

گام اول: با معلوم بودن اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره می‌توان نوشت:

$$F = |q| v B \sin \theta \xrightarrow{F = 0.4 \text{ N}, v = 2 \times 10^3 \text{ m/s}, B = 400 \text{ mT} = 400 \times 10^{-3} \text{ T}, \theta = 90^\circ} 0.4 = |q| \times 2 \times 10^3 \times 400 \times 10^{-3} \times 1$$

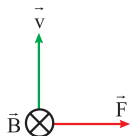
$$\Rightarrow 4 \times 10^{-2} = |q| \times 2 \times 4 \times 10^2 \Rightarrow |q| = \frac{10^{-2}}{2 \times 10^2} = 0.5 \times 10^{-4} \text{ C} = 50 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow |q| = 50 \mu\text{C}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: نیروی وارد شده بر ذره باردار هنگام ورود به میدان مغناطیسی، به طرف راست است؛ بنابراین جهت این نیرو برخلاف قاعده دست راست یا در واقع منطبق با دست چپ است:

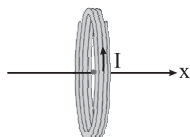


یعنی $q < 0$ است و داریم: $q = -5 \mu C$

تست و پاسخ (۱۰۱)

در شکل زیر، سطح پیچیده مسطحی به قطر 40 cm و تعداد دور 80 ، بر محور x عمود است. اگر جریان $I = 4 \text{ A}$ از پیچه عبور کند، میدان مغناطیسی

در مرکز پیچه بر حسب گaus کدام است؟ $(\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$



(۲) -20 G

(۱) -10 G

(۴) 20 G

(۳) 10 G

پاسخ: گزینه (۱)

درس نامه

اگر پیچه‌ای شامل N حلقه نزدیک به هم با شعاع یکسان r داشته باشیم، آن را یک پیچه مسطح می‌نامیم و اندازه میدان مغناطیسی در مرکز آن، از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2r}$$

B : اندازه میدان مغناطیسی (T)

μ_0 : تراوایی مغناطیسی خلأ که برابر $4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$ است.

N : تعداد حلقه‌ها

I : جریان الکتریکی عبوری از پیچه (A)

r : شعاع حلقه‌ها (m)

این میدان مغناطیسی در راستای محور عمود بر مرکز پیچه است و جهت آن با استفاده از قاعده دست راست تعیین می‌گردد؛ به طوری که اگر انگشت شست دست راست خود را در جهت جریان بگیریم، جهت بسته شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.

پاسخ تشریحی گام اول: اندازه میدان مغناطیسی در مرکز این پیچه مسطح را به دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2r} \quad \mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}, N = 80, I = 4A, r = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m} \rightarrow B = \frac{12/5 \times 10^{-7} \times 80 \times 4}{0.4} = 12/5 \times 8 \times 10^{-5} = 10^{-3} T$$

$$\xrightarrow{1T=10^4 G} B = 10 G$$

گام دوم: با توجه به قاعده دست راست، جهت این میدان مغناطیسی در مرکز پیچه مسطح به طرف چپ خواهد بود؛ یعنی:

$$\vec{B} = -(10 G) \vec{i}$$

تست و پاسخ (۱۰۲)

ضریب القاوری یک سیم‌لوله حامل جریان الکتریکی به طول 30 cm و تعداد دور 750 ، برابر $2/5 \text{ mH}$ است. اگر اندازه میدان مغناطیسی

حاصل از سیم‌لوله در نقطه‌ای روی محور آن برابر 25 G باشد، انرژی ذخیره شده در سیم‌لوله چند میلی ژول است؟ $(\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

(۴) 16

(۳) $1/6$

(۲) 8

(۱) $0/8$

پاسخ: گزینه (۱)



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

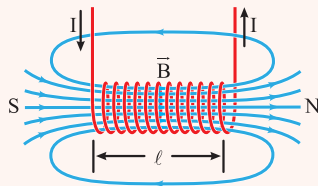
فیزیک

خود حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطه میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله، جریان عبوری از سیم‌لوله را به دست می‌آوریم. سپس به کمک رابطه انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله، خواسته تست به دست می‌آید.

درس نامه

(۱) میدان مغناطیسی داخل یک سیم‌لوله آرمانی در نقطه‌های دور از لبه‌های آن، یکنواخت است و اندازه آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$$



B: اندازه میدان مغناطیسی (T)

μ_0 : تراوایی مغناطیسی خلأ که برابر $4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ است.

N: تعداد حلقه‌ها

I: جریان الکتریکی عبوری از سیم‌لوله (A)

ℓ : طول سیم‌لوله (m)

(۲) انرژی ذخیره‌شده در میدان مغناطیسی یک سیم‌لوله حامل جریان الکتریکی، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

U: انرژی ذخیره‌شده در القاگر (J)

L: ضریب القاوری (H)

I: جریان الکتریکی عبوری از القاگر (A)

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک مقادیر داده‌شده در سؤال، اندازه جریان الکتریکی عبوری از سیم‌لوله را به دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \quad \begin{matrix} \mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, N = 750 \\ B = 25G = 25 \times 10^{-4} T, \ell = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m} \end{matrix} \rightarrow 25 \times 10^{-4} = \frac{12/5 \times 10^{-7} \times 750 \times I}{0.3} \Rightarrow$$

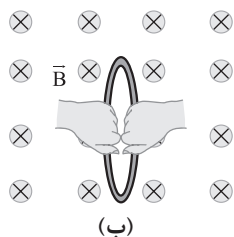
$$7/5 \times 10^{-4} = 12/5 \times 7/5 \times 10^{-5} \times I \Rightarrow I = \frac{10}{12/5} = 0.8 \text{ A}$$

گام دوم: با معلوم بودن جریان الکتریکی و ضریب القاوری سیم‌لوله، انرژی ذخیره‌شده در آن را حساب می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \quad \begin{matrix} L = 2/5 \text{ mH} = 2/5 \times 10^{-3} \text{ H} \\ I = 0.8 \text{ A} \end{matrix} \rightarrow U = \frac{1}{2} \times 2/5 \times 10^{-3} \times (0.8)^2 = 1/25 \times 10^{-3} \times 0.64$$

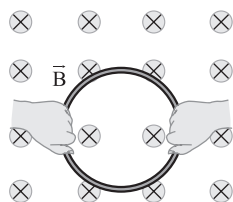
$$\Rightarrow U = 0.8 \times 10^{-3} \text{ J} = 0.8 \text{ mJ}$$

تست و پاسخ ۱۰۳



(ب)

(۴) ۰/۶ ساعتگرد



(الف)

(۳) ۰/۶ پادساعتگرد

در شکل (الف)، حلقه‌ای رسانا به مقاومت الکتریکی $2/5 \Omega$ ، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی به اندازه 0.3 T قرار دارد. در مدت 0.2 s ، مطابق شکل (ب)، مساحت حلقه را 40 cm^2 کاهش می‌دهیم. در این بازه زمانی، جریان الکتریکی القایی متوسط در حلقه، چند میلی‌آمپر و در چه جهتی است؟

(۲) ۰/۲۴ ساعتگرد

(۱) ۰/۲۴ پادساعتگرد

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه در میدان مغناطیسی یکنواخت از رابطه زیر به دست می‌آید:

شار مغناطیسی (Wb) $\Phi = B A \cos \theta$ مساحت سطح پیچه (m^2)

$$\Phi = B A \cos \theta$$

زاویه بین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با میدان مغناطیسی θ اندازه میدان مغناطیسی (T)



(۱) تغییر هر یک از کمیت‌های A ، B و θ می‌تواند شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه را تغییر دهد:

$$\Delta\Phi = (\Delta B) A \cos\theta, \quad \Delta\Phi = B (\Delta A) \cos\theta, \quad \Delta\Phi = B A (\Delta \cos\theta)$$

(۲) اگر در مدت زمان Δt ، شار مغناطیسی عبوری از پیچه یا سیم‌لوله‌ای که از N دور تشکیل شده است، تغییر کند، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط ایجادشده در پیچه، از رابطه زیر به دست می‌آید:

تغییر شار مغناطیسی (Wb) تعداد حلقه‌ها

$$|\varepsilon| = \left| \frac{-N \Delta\Phi}{\Delta t} \right| \leftarrow \text{اندازه نیروی محرکه القایی متوسط (V)}$$

مدت زمان (s)

(۳) اندازه جریان الکتریکی القایی متوسط در پیچه یا سیم‌لوله‌ای با مقاومت R از رابطه مقابل به دست می‌آید:

(۴) طبق قانون لنز، جریان الکتریکی القایی در یک مدار یا پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل به وجود آورنده جریان القایی، یعنی تغییر شار مغناطیسی، مخالفت کند؛ یعنی اگر شار در حال افزایش باشد، جریان در جهتی القا می‌شود که می‌خواهد از افزایش شار جلوگیری کند و اگر شار در حال کاهش باشد، جریان در جهتی القا می‌شود که می‌خواهد از کاهش شار جلوگیری کند.

پاسخ تشریحی گام اول: وقتی مساحت حلقه تغییر می‌کند، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه تغییر می‌کند و جریان الکتریکی در حلقه رسانا القا می‌شود که اندازه متوسط آن برابر است با:

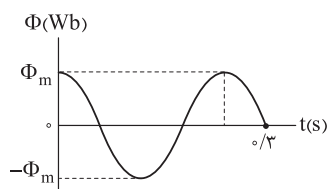
$$|I_{av}| = \left| -\frac{N B (\Delta A) \cos\theta}{R \Delta t} \right| \xrightarrow{N=1, B=0.3\text{ T}, \Delta A=-40 \times 10^{-4}\text{ m}^2, R=2/5\ \Omega, \Delta t=0.2\text{ s}, \theta=0^\circ} |I_{av}| = \left| -\frac{1 \times 0.3 \times (-40) \times 10^{-4} \times 1}{2/5 \times 0.2} \right|$$

$$\Rightarrow |I_{av}| = 0.24 \times 10^{-3}\text{ A} = 0.24\text{ mA}$$

گام دوم: با کاهش مساحت حلقه رسانا، شار مغناطیسی عبوری از آن نیز کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز، جهت جریان الکتریکی القایی باید در جهتی باشد که با کاهش شار مغناطیسی مخالفت کند؛ بنابراین جریان الکتریکی القایی باید ساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی ناشی از آن، در داخل حلقه، درون سو باشد و به این ترتیب با کاهش شار مخالفت کند.

تست و پاسخ ۱۰۴

نمودار شار مغناطیسی عبوری از پیچه یک مولد جریان متناوب به شکل زیر است. اگر بیشینه جریان عبوری از مولد 4 A باشد، جریان عبوری از آن در لحظه $t = 0.1\text{ s}$ چند آمپر است؟



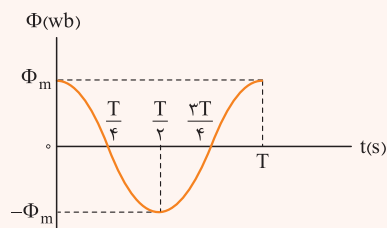
- (۱) 2
(۲) $2\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{3}$
(۴) صفر

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

(۱) نمودار شار مغناطیسی عبوری از پیچه یک مولد جریان متناوب در یک دوره، به صورت کلی به شکل زیر است:

$$\Phi = \Phi_m \cos \frac{2\pi}{T} t$$





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

۲) معادله جریان متناوب، به صورت یک تابع سینوسی و با معادله روبه‌رو بیان می‌شود:

I : جریان الکتریکی (A)

I_m : بیشینه جریان الکتریکی (A)

T : دوره چرخش (s)

t : زمان (s)

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از زمان داده‌شده در نمودار شار مغناطیسی برحسب زمان، دوره چرخش را به دست می‌آوریم:

$$\frac{5}{4} T = 0.3 \Rightarrow T = \frac{1.2}{5} = 0.24 \text{ s}$$

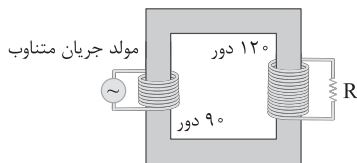
گام دوم: جریان عبوری از پیچه را در لحظه $t = 0.1 \text{ s}$ حساب می‌کنیم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{T=0.24 \text{ s}, t=0.1 \text{ s}} I = 4 \sin \left(\frac{2\pi}{0.24} \times 0.1 \right) \Rightarrow I = 4 \sin \frac{2\pi}{2.4} = 4 \sin \frac{5\pi}{6}$$

$$\xrightarrow{\sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}} I = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ A}$$

تست و پاسخ ۱۰۵

در مبدل آرمانی شکل زیر، ولتاژ دو سر مقاومت R برابر 36 V است. به ترتیب، ولتاژ مولد جریان متناوب برحسب ولت و نوع این مبدل آرمانی کدام است؟



۲) ۲۷، مبدل افزایشنده

۴) ۴۸، مبدل افزایشنده

۱) ۲۷، مبدل کاهشنده

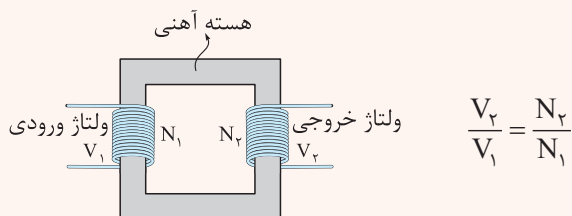
۳) ۴۸، مبدل کاهشنده

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

مبدل وسیله‌ای است که ولتاژ را به مقدار مورد نیاز تغییر می‌دهد. هر مبدل شامل دو پیچه با تعداد دورهای متفاوت است که به دور یک هسته آهنی پیچیده شده‌اند.

در یک مبدل آرمانی (بدون اتلاف انرژی) می‌توان نوشت:



V_1 : ولتاژ ورودی یا اولیه (منبع)

V_2 : ولتاژ خروجی یا ثانویه (مصرف‌کننده)

N_1 : تعداد دورهای ورودی یا اولیه

N_2 : تعداد دورهای خروجی یا ثانویه

• اگر $V_2 > V_1$ باشد، مبدل افزایشنده است و اگر $V_2 < V_1$ باشد، مبدل کاهشنده است.

• توجه داشته باشید که مبدل‌ها فقط با جریان متناوب کار می‌کنند.

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه مبدل را می‌نویسیم و از آن‌جا مقدار ولتاژ مولد جریان متناوب (V_1) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \xrightarrow{V_2=36 \text{ V}, N_2=120, N_1=90} \frac{36}{V_1} = \frac{120}{90} \Rightarrow V_1 = \frac{36 \times 90}{120} \Rightarrow V_1 = \frac{36 \times 3}{4} = 27 \text{ V}$$

گام دوم: از آن‌جا که $V_2 > V_1$ است، مبدل از نوع افزایشنده است.

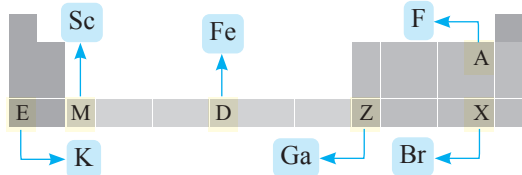


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

شیمی یازدهم

تست و پاسخ ۱۰۶



با توجه به جدول مقابل که بخشی از جدول تناوبی است، هر یک از توصیف‌های زیر (به ترتیب از راست به چپ) را به کدام عنصر نشان داده شده در آن می‌توان نسبت داد؟

• هالوژنی که در دمای ۱۷۳ کلوین می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.

• عنصر اصلی که شعاع اتمی آن، از هر دو شبه‌فلز گروه ۱۴، بزرگ‌تر است.

• اتمی که آرایش یون سه بار مثبت آن، مشابه گاز نجیب نیست.

Z, Z, A (۴)

M, E, A (۳)

M, Z, X (۲)

D, E, X (۱)

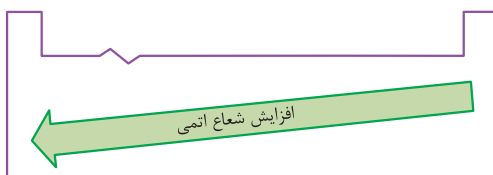
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی عبارت‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

• دمای ۱۷۳ کلوین، معادل -100°C است. تنها هالوژنی که در این دما می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد، فلوئور (F) است. $A \leftarrow$

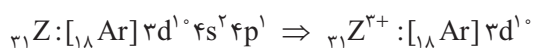
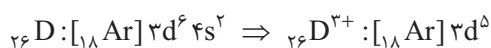
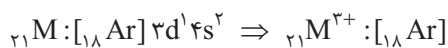
نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای 20°C به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای 20°C واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از 400°C واکنش می‌دهد.

نکته واکنش‌پذیری در گروه هالوژن‌ها، از بالا به پایین کاهش می‌یابد، به همین دلیل دمای مورد نیاز برای انجام واکنش بین هالوژن و گاز هیدروژن، افزایش می‌یابد.



• در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش می‌یابد. شبه‌فلزهای گروه ۱۴، Si و Ge هستند. شعاع اتمی عنصرهای اصلی E و Z که در سمت چپ و پایین‌تر از این عناصر قرار دارند، از آن‌ها بزرگ‌تر است E یا Z

• عنصرهای M, D و Z می‌توانند یون سه بار مثبت تشکیل دهند که آرایش الکترونی D^{3+} و Z^{3+} مشابه گاز نجیب نیست D یا Z



تست و پاسخ ۱۰۷

کدام گزینه در مورد نفت خام درست است؟

- در آن، مقدار قابل توجهی نمک و اسید وجود دارد که در برج تقطیر، باید از آن جدا شوند.
- دارای دو نقش اساسی است که نقش نخست و مهم‌تر آن، ماده اولیه برای تولید کالها است.
- در فرایند تقطیر آن، هر چه نقطه جوش یک هیدروکربن بیشتر باشد، در سینی‌های بالاتر برج تقطیر از نفت جدا می‌شود.
- از یک بشکه آن، حدود ۱۴۳ لیتر صرف سوزاندن و تأمین انرژی می‌شود.

۱۵۹ لیتر

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

نکته روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکه نفت خام در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود. هر بشکه نفت خام هم‌ارز با ۱۵۹ لیتر است.

سهم روزانه مصرف نفت خام

- بیش از ۹۰٪ برای تأمین انرژی
- حدود ۵۰٪ به عنوان سوخت
- حدود ۴۰٪ برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی
- کم‌تر از ۱۰٪ از برای تهیه مواد

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

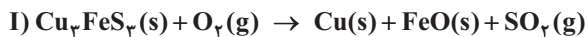
- ۱) مقدار نمک‌ها و اسیدها در نفت خام، کم است. در ضمن، این مواد قبل از پالایش نفت خام در برج تقطیر، از آن جدا می‌شوند.
- ۲) نقش اول و مهم‌تر نفت، تأمین انرژی است.
- ۳) در برج تقطیر، از بالا به پایین، نقطه جوش افزایش می‌یابد و موادی با نقطه جوش بالاتر، از سینی‌های پایین‌تر خارج می‌شوند.
- ۴) حدود ۹۰ درصد نفت خام برای تأمین انرژی استفاده می‌شود. با توجه به این‌که هر بشکه نفت خام، معادل با ۱۵۹ لیتر است، خواهیم داشت:

$$\text{حجم نفت برای تأمین انرژی} = \frac{90}{100} \times 159 = 143 \text{ L}$$

تست و پاسخ ۱۰۸

۶۸/۸ گرم Cu_3FeS_3 با خلوص ۷۵ درصد، با چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP واکنش می‌دهد و گاز تولیدشده، در واکنش با مقدار کافی کلسیم اکسید با بازدهی ۸۰ درصد، چند گرم فراورده تولید می‌کند؟

(معادله واکنش‌ها موازنه شود: $\text{O} = 16, \text{S} = 32, \text{Ca} = 40, \text{Fe} = 56, \text{Cu} = 64 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۷۲ و ۱۹/۶ (۴)

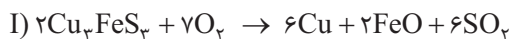
۷۲ و ۱۱/۷۶ (۳)

۴۳/۲ و ۱۹/۶ (۲)

۴۳/۲ و ۱۱/۷۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره ابتدا معادله واکنش‌ها را موازنه کن و بعد به کمک جرم واکنش‌دهنده ناخالص و درصد خلوص آن، حجم گاز مصرف شده را به دست بیاور. برای قسمت دوم سؤال هم، از حجم گاز اکسیژن به دست اومده از واکنش اول، مول SO_2 را به دست بیاور و به کمک آن، جرم فراورده تولیدشده در واکنش دوم را محاسبه کن.



معادله موازنه شده واکنش‌ها به صورت مقابل است:



$$68/8 \text{ g Cu}_3\text{FeS}_3 \times \frac{75 \text{ g Cu}_3\text{FeS}_3 \text{ خالص}}{100 \text{ g Cu}_3\text{FeS}_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol Cu}_3\text{FeS}_3}{344 \text{ g Cu}_3\text{FeS}_3 \text{ خالص}}$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\times \frac{7 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol Cu}_3\text{FeS}_3} \times \frac{22/4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = \frac{68/8 \times 75 \times 7 \times 22/4}{100 \times 344 \times 2} = 0/3 \times 7 \times 5/6 = 11/76 \text{ L O}_2$$

برای قسمت دوم سؤال، باید از جرم Cu_3FeS_3 یا حجم O_2 در واکنش اول، ابتدا مول SO_2 را پیدا کنیم و بعد به کمک واکنش دوم، جرم CaSO_3 تولیدشده را به دست آوریم:

$$11/76 \text{ L O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{22/4 \text{ L O}_2} \times \frac{6 \text{ mol SO}_2}{7 \text{ mol O}_2} \times \frac{1 \text{ mol CaSO}_3}{1 \text{ mol SO}_2} \times \frac{120 \text{ g CaSO}_3}{1 \text{ mol CaSO}_3}$$

$$\times \frac{80 \text{ g CaSO}_3 \text{ عملی}}{100 \text{ g CaSO}_3 \text{ نظری}} = \frac{11/76 \times 6 \times 120 \times 8}{22/4 \times 7 \times 10} = \frac{3 \times 6 \times 3 \times 8}{10} = 43/2 \text{ g CaSO}_3$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی



روش دوم: استفاده از کسر تناسب: برای قسمت اول سؤال خواهیم داشت:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} = \frac{\text{حجم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow$$

$$\frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{Cu}_3\text{FeS}_3} = \frac{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{O}_2} = \frac{\text{مول}}{\text{SO}_2}$$

$$\frac{68/8 \times \frac{75}{100}}{2 \times 344} = \frac{x}{7 \times 22/4} = \frac{y}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 11/76 \text{ LO}_2 \\ y = 0/45 \text{ mol SO}_2 \end{cases}$$



حالا با توجه به معادله واکنش دوم خواهیم داشت:

$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{مول}}{100} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{0/45 \times \frac{80}{100}}{1} = \frac{x}{1 \times 120} \Rightarrow x = 43/2 \text{ g CaSO}_3$$

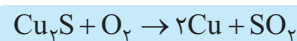
تست و پاسخ ۱۰۹



با توجه به دو فرایند زیر، کدام موارد از مطالب داده شده درست است؟

(b) استخراج مس از مس (I) سولفید در معدن مس سرچشمه کرمان

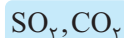
(a) تخمیر بی هوازی گلوکز



(الف) هر دو واکنش، روی محیط زیست تأثیر زیان باری دارند.

(ب) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله موازنه شده واکنش b، بیشتر از a است.

C



(پ) فرآورده گازی هر دو واکنش، در سوختن زغال سنگ نیز تولید می شود.

(ت) واکنش دهنده مورد استفاده برای استخراج آهن از سنگ معدن آن در شرکت فولاد مبارکه، همان واکنش دهنده مورد استفاده در فرایند (b) است.

پ - ب (۴)

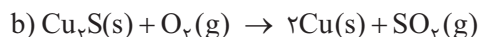
الف - ت (۳)

ب - ت (۲)

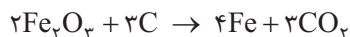
الف - پ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارت های «الف» و «پ» درست اند.

(الف) با توجه به تولید گازهای آلاینده CO_2 و SO_2 در دو واکنش، این فرایندها تأثیر زیان باری روی محیط زیست دارند.

(ب) در هر دو معادله، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر ۵ است.

(پ) CO_2 و SO_2 در سوختن زغال سنگ نیز تولید می شوند.(ت) برای استخراج مس در شرکت مس سرچشمه، از اکسیژن (O_2)، اما برای استخراج آهن در شرکت فولاد مبارکه همانند همه شرکت های فولاد جهان، از کربن (C) استفاده می شود.

تست و پاسخ ۱۱۰



مخلوطی از گازهای اتیلن و استیلن که در مجموع ۲۰۰ لیتر حجم دارند را با مقدار کافی برم مایع وارد واکنش می کنیم. اگر با جذب

۱۶۰۰ گرم برم مایع، هر دو گاز اتیلن و استیلن به طور کامل به ترکیبات سیر شده تبدیل شوند، درصد مولی گاز استیلن در مخلوط اولیه

کدام است؟ (حجم مولی گازها را در شرایط آزمایش ۲۵ لیتر در نظر بگیرید، $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{Br} = 80 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۳۰ (۴)

۵۰ (۳)

۷۵ (۲)

۲۵ (۱)

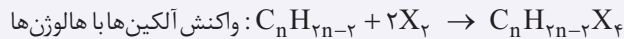
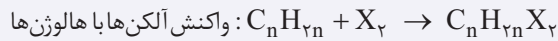
پاسخ: گزینه ۱



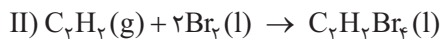
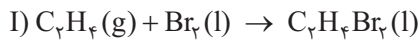
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

نکته آلکن‌ها و آلکین‌ها ترکیباتی سیرنشده هستند که می‌توانند با هالوژن‌ها واکنش دهند و ترکیبات سیرشده تولید کنند. هر مول از آلکن‌ها به دلیل وجود یک پیوند دوگانه، با یک مول هالوژن و هر مول از آلکین‌ها به دلیل وجود یک پیوند سه‌گانه، با دو مول هالوژن واکنش می‌دهد:



پاسخ تشریحی **گام اول:** معادله موازنه‌شده واکنش‌های گاز اتیلن (اتن) با فرمول شیمیایی C_2H_4 با گاز برم مایع (واکنش I) و گاز استیلن (اتین) با فرمول شیمیایی C_2H_2 با برم مایع (واکنش II) را می‌نویسیم:



گام دوم: اگر شمار مول‌های اولیه گازهای اتیلن و استیلن را به ترتیب X و Y در نظر بگیریم؛ با توجه به حجم اولیه گازهای اتیلن و استیلن و جرم برم مایع مصرف‌شده در دو واکنش انجام‌شده، می‌توان به روابطی از مقادیر X و Y دست یافت:

$$\text{I) } x \text{ mol C}_2\text{H}_4(\text{g}) \sim x \text{ mol Br}_2(\text{l})$$

$$\text{II) } y \text{ mol C}_2\text{H}_2(\text{g}) \sim 2y \text{ mol Br}_2(\text{l})$$

$$\text{C}_2\text{H}_4 \text{ و } \text{C}_2\text{H}_2 \text{ گازها: } 20 \cdot L \times \frac{1 \text{ mol}}{25 \text{ L}} = 8 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow x + y = 8$$

$$\text{شمار مول های } \text{Br}_2 \text{ مصرف شده در واکنش ها: } 1600 \text{ g Br}_2 \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{160 \text{ g Br}_2} = 10 \text{ mol Br}_2$$

$$\Rightarrow x + 2y = 10$$

گام سوم: مقادیر X و Y، یعنی شمار مول‌های اولیه گازهای مورد نظر را به دست می‌آوریم. در نهایت درصد مولی گاز استیلن در مخلوط اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ x + y = 8 \end{cases} \times (-) \quad \frac{y = 2, x = 6}{}$$

$$\text{درصد مولی گاز } \text{C}_2\text{H}_2 \text{ در مخلوط اولیه} = \frac{\text{شمار مول } \text{C}_2\text{H}_2}{\text{مجموع شمار مول گاز}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد مولی گاز } \text{C}_2\text{H}_2 \text{ در مخلوط اولیه} = \frac{2}{6+2} \times 100 = \frac{2}{8} \times 100 = \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

تست و پاسخ

کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) رابطه نقطه جوش آلکان‌های راست‌زنجیر با تعداد اتم‌های کربن آن‌ها، همانند رابطه واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی خاکی با شعاع اتمی آن‌ها است.

ب) نام ترکیب $\text{CH}_3\text{CH}(\text{CH}_3)(\text{CH}_2)_3\text{CH}(\text{C}_2\text{H}_5)_2$ ، ۳-اتیل-۶-متیل اوکتان است.

پ) برای سوختن کامل دو مول از آلکنی که در ساختار پیوند - خط آن، ۴ خط وجود دارد، به ۶ مول گاز اکسیژن نیاز است.



ت) شمار اتم‌های هیدروژن مولکول نفتالن، چهار برابر شمار اتم‌های کربنی در آن است که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

۴) ب - پ

۳) ب - پ - ت

۲) الف - پ - ت

۱) الف - ت

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی موارد «الف» و «ت» درست هستند.

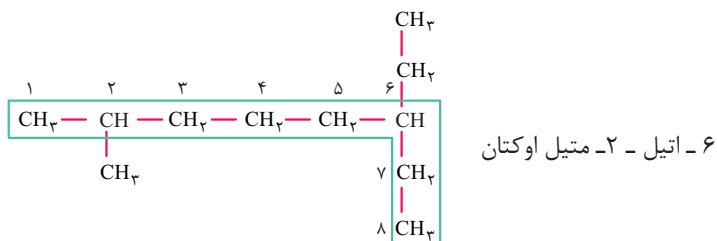


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

بررسی عبارت‌ها:

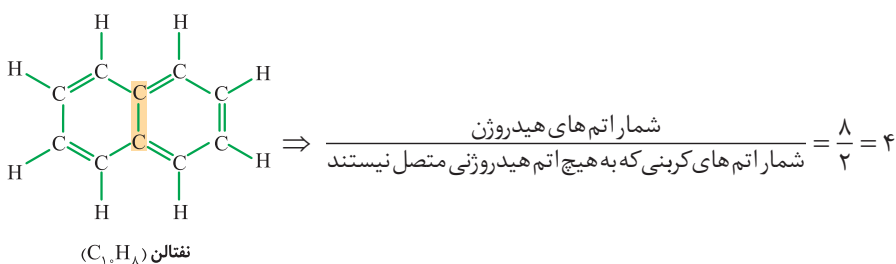
الف) در آلکان‌های راست‌زنجیر، با افزایش شمار اتم‌های کربن و به دنبال آن افزایش نیروی جاذبه بین مولکولی، نقطه جوش افزایش می‌یابد؛ از طرفی در گروه‌های فلزی مانند فلزهای قلیایی خاکی، از بالا به پایین، با افزایش شعاع اتمی، خصلت فلزی و واکنش‌پذیری آن‌ها افزایش می‌یابد؛ در نتیجه رابطه نقطه جوش آلکان‌های راست‌زنجیر با تعداد اتم‌های کربن آن‌ها، همانند رابطه واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی خاکی با شعاع اتمی آن‌ها، مستقیم است.
ب) ساختار گسترده و نام آلکان داده‌شده به صورت زیر است:



پ) برای آلکنی که در ساختار پیوند - خط خود، ۴ خط دارد، می‌توان ساختارهای را در نظر گرفت (C_6H_8)، که برای سوختن کامل دو مول از آن، به ۱۲ مول گاز اکسیژن نیاز است:



ت) مولکول نفتالن با فرمول شیمیایی $C_{10}H_8$ ، ساختار گسترده‌ای به صورت زیر دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:



تکنیک بعد از بررسی عبارت «الف» متوجه شدیم که این عبارت درسته، پس ۳ و ۴ پر! عبارت «ت» هم مشترک؛ پس کافیه فقط عبارت «پ» رو بررسی کنی تا به جواب برسی!

تست و پاسخ ۱۱۲

با توجه به واکنش‌های زیر، کدام گزینه، مقایسه درستی را نشان می‌دهد؟



$$b > c > a \quad (۴)$$

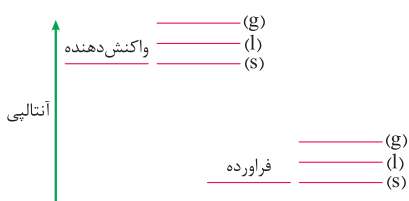
$$b > a > c \quad (۳)$$

$$a > c > b \quad (۲)$$

$$a > b > c \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی واکنش‌های داده‌شده، واکنش سوختن کامل گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) را نشان می‌دهند؛ واکنش‌های سوختن، گرماده با ΔH منفی می‌باشند و تفاوت واکنش‌های مورد نظر، فقط در حالت فیزیکی گلوکز و آب است. می‌دانیم که اگر واکنشی گرماده باشد، نمودار زیر را برای آن خواهیم داشت:

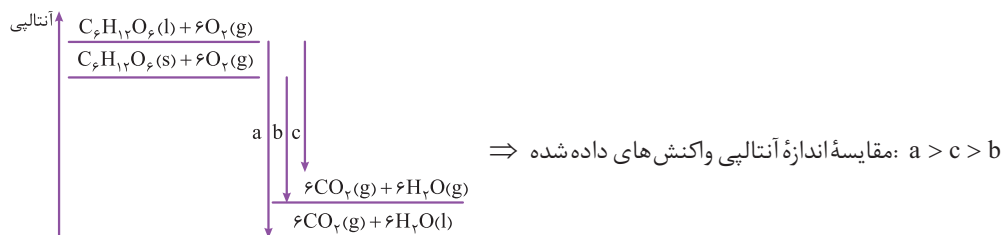




پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

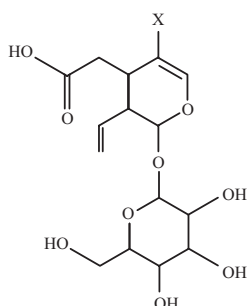
شیمی

با توجه به نمودار زیر، واکنشی که در سمت واکنش دهنده آن گلوکز مایع (l) و سمت فراورده آن، آب (l) وجود دارد، $|\Delta H|$ بزرگ تر و واکنشی که سمت واکنش دهنده آن، گلوکز جامد (s) و سمت فراورده آن، بخار آب (g) وجود دارد، $|\Delta H|$ کوچک تری دارد:



تست و پاسخ ۱۱۳

اگر ساختار داده شده مربوط به ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_{16}H_{22}O_{11}$ باشد، کدام مطلب درباره این ترکیب نادرست است؟ (X یک گروه است که باید جایگزین شود؛ $H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



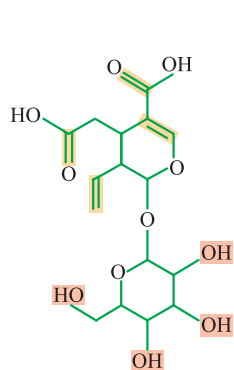
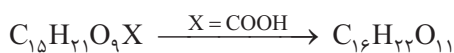
- (۱) به جای گروه X در ساختار آن، باید یک گروه کربوکسیل قرار گیرد. \leftarrow —COOH
- (۲) شمار پیوندهای دوگانه در آن، با شمار گروه های هیدروکسیل برابر است. \leftarrow —OH
- (۳) در ساختار آن، ۵۰ پیوند یگانه بین اتم ها وجود دارد.
- (۴) ترکیبی سیر نشده است که در اثر واکنش هر مول از آن با مقدار کافی گاز هیدروژن، چهار گرم افزایش جرم پیدا می کند. \leftarrow دارای پیوند $C=C$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

بررسی گزینه ها:

۱) با شمردن تعداد اتم های موجود در ساختار، به فرمول $C_{16}H_{22}O_{11}X$ می رسیم؛ پس به جای X باید یک گروه —COOH قرار داده شود:



- ۲) با قراردادن گروه کربوکسیل ($-\overset{O}{\parallel}C-OH$) به جای X، تعداد پیوندهای دوگانه به چهار عدد می رسد. تعداد گروه های هیدروکسیل (OH) نیز در این ترکیب چهار عدد است. دقت کنید که به وقت OH موجود در گروه کربوکسیل (—COOH) را جزء هیدروکسیل (—OH) در نظر نگیرید!
- ۳) برای به دست آوردن شمار پیوندهای یگانه، ابتدا تعداد کل پیوندها را با استفاده از فرمول به دست آورده و سپس تعداد پیوندهای دوگانه را از تعداد کل کم می کنیم.

نکته برای محاسبه شمار پیوندهای اشتراکی در ترکیب های آلی شامل C، N، O و H می توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{(\text{شمار اتم های کربن} \times 4) + (\text{شمار اتم های نیتروژن} \times 3) + (\text{شمار اتم های اکسیژن} \times 2) + (\text{شمار اتم های هیدروژن} \times 1)}{2}$$

$$\text{شمار کل پیوندها} = \frac{4C + 3N + 2O + H}{2} = \frac{(4 \times 16) + (2 \times 11) + 22}{2} = 54$$

$$\text{شمار پیوندهای یگانه} = \text{شمار کل پیوندها} - 2(\text{شمار پیوند دوگانه}) = 54 - 2(4) = 46$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

۱۱۳ این ترکیب دارای دو پیوند $C=C$ می باشد؛ بنابراین هر مول از آن می تواند با دو مول گاز هیدروژن واکنش دهد و به ترکیبی سیر شده تبدیل شود.
 $2H_2 = 2(2g \cdot mol^{-1}) = 4g$ مقدار افزایش جرم یک مول ترکیب

تست و پاسخ ۱۱۴

ارزش سوختی یک خوراکی فاقد پروتئین، برابر $17/6 kJ \cdot g^{-1}$ است. اگر ۱۵ درصد جرمی این خوراکی چربی باشد، درصد جرمی کربوهیدرات این ماده غذایی چقدر است و در صورتی که آهنگ مصرف انرژی هنگام دویدن فردی، 2560 کیلوژول در هر ساعت باشد، با مصرف 80 گرم از این خوراکی، این فرد چند دقیقه می تواند بدود؟ (ارزش سوختی کربوهیدرات و چربی به ترتیب برابر ۱۷ و ۳۸ کیلوژول بر گرم است.)

(۱) $55 - 70$ (۲) $33 - 70$ (۳) $55 - 75$ (۴) $33 - 75$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا درصد جرمی کربوهیدرات را با توجه به ارزش سوختی خوراکی و درصد جرمی چربی موجود در آن محاسبه کن، سپس با توجه به جرم خوراکی و آهنگ مصرف انرژی هنگام دویدن، مدت زمان (برحسب دقیقه) را به دست بیار.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به اطلاعات داده شده، می توان گفت که انرژی آزاد شده از خوردن خوراکی مورد نظر، برابر مجموع انرژی های آزاد شده از کربوهیدرات و چربی موجود در آن خوراکی است؛ بنابراین اگر فرض کنیم که یک گرم از خوراکی مورد نظر را داشته باشیم، درصد کربوهیدرات این ماده غذایی به صورت زیر به دست می آید:

$$= \text{جرم آن} \times \text{ارزش سوختی خوراکی}$$

$$\text{انرژی آزاد شده از سوختن خوراکی}$$

$$= \text{ارزش سوختی کربوهیدرات} \times \text{جرم آن} + \text{ارزش سوختی چربی} \times \text{جرم آن} \times \text{درصد جرمی چربی}$$

$$\text{انرژی آزاد شده از سوختن کربوهیدرات موجود در خوراکی} \quad \text{انرژی آزاد شده از سوختن چربی موجود در خوراکی}$$

$$17/6 = \left(\frac{15}{100} \times 38 \right) + \left(\frac{x}{100} \times 17 \right) \Rightarrow 17/6 = 5/7 + 0/17x$$

$$\Rightarrow 11/9 = 0/17x \Rightarrow x = \frac{11/9}{0/17} = 70\%$$

گام دوم: با توجه به اطلاعات داده شده، مدت زمان دویدن فرد مورد نظر را پس از مصرف 80 گرم از خوراکی، به صورت زیر محاسبه می کنیم:

$$80g \text{ خوراکی} \times \frac{17/6 kJ}{1g \text{ خوراکی}} \times \frac{1h}{2560 kJ} \times \frac{60 \text{ min}}{1h} = \frac{1}{80} \times \frac{17/6}{2560} \times 60 = 33 \text{ min}$$

تست و پاسخ ۱۱۵

کدام مورد درست است؟

(۱) ریزمغذی ها، ترکیب های آلی سیر نشده ای هستند که منشأ تولید رادیکال های آزاد در بدن به حساب می آیند.

(۲) سهم تولید گاز کربن دی اکسید در رد پای غذا، به مراتب کم تر از سوختن سوخت ها در خودروها و کارخانه هاست.

(۳) در واکنش فتوسنتز، مجموع آنتالپی مواد فراورده بیشتر از مجموع آنتالپی مواد واکنش دهنده است. **وارونه سوختن گلوکز**

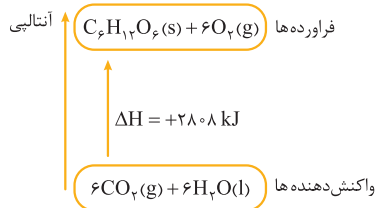
(۴) محتوای انرژی یک ماده، برابر با انرژی جنبشی حاصل از جنبش های نامنظم ذرات سازنده آن ماده است.

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی



پاسخ تشریحی واکنش فتوسنتز، یک فرایند گرماگیر است. در فرایندهای گرماگیر، مجموع آنتالپی فرآورده‌ها، بیشتر از مجموع آنتالپی واکنش دهنده‌ها است و علامت ΔH ، مثبت می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) ریز مغذی‌ها، ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای هستند که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام‌ها دخالت دارند و برخی از آن‌ها به عنوان بازدارنده از انجام واکنش نامطلوب و ناخواسته به دلیل حضور رادیکال‌ها جلوگیری می‌کنند. (نه این که منشأ تولید رادیکال‌های آزاد در بدن به حساب آیندا)
- ۲) سهم تولید گازهای گلخانه‌ای به ویژه گاز کربن دی‌اکسید در ردپای غذا، به مراتب بیشتر از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.
- ۴) محتوای انرژی یک ماده، برابر با مجموع انرژی جنبشی حاصل از جنبش‌های نامنظم ذرات سازنده آن و مجموع انرژی پتانسیل ذرات سازنده ماده که ناشی از نیروهای نگهدارنده آن‌ها است، می‌باشد.

تست و پاسخ ۱۱۶

بین تغییرات مول مواد شرکت‌کننده در واکنشی فرضی، رابطه زیر برقرار است: (ماده C واکنش دهنده است).

$$\frac{-\Delta n(D)}{3\Delta t} = \frac{+\Delta n(A)}{2\Delta t} = \frac{-\bar{R}(C)}{3} = -\frac{\Delta n(B)}{4\Delta t}$$

چند مورد از مطالب زیر درباره واکنش انجام شده، درست است؟

- اگر در یک مدت‌زمان معین، شمار مول‌های C، $1/2$ واحد تغییر کند، شمار مول‌های B در نصف این مدت، $5/0$ مول تغییر خواهد کرد.
- سرعت متوسط مصرف ماده D، 6 برابر سرعت متوسط واکنش است.
- اگر غلظت نهایی ماده $B(g)$ ، دو برابر ماده $A(g)$ باشد، نمودار «غلظت - زمان» این دو ماده در هیچ نقطه‌ای همدیگر را قطع نخواهد کرد.
- شیب نمودار «مول - زمان» برای ماده‌های C و D، معکوس یکدیگر است.

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

پاسخ: گزینه ۴

نکته سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است: $aA + bB \rightarrow cC + dD$

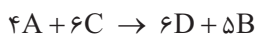
$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{-\Delta n(A)}{a\Delta t} = \frac{-\Delta n(B)}{b\Delta t} = \frac{\Delta n(C)}{c\Delta t} = \frac{\Delta n(D)}{d\Delta t}$$

پاسخ تشریحی همه عبارت‌های داده شده، نادرست‌اند.

ابتدا رابطه داده شده را (با توجه به ضریب منفی $\bar{R}(C)$) قرینه کرده و بر کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد موجود در صورت کسرها تقسیم می‌کنیم:

$$\times(-\frac{1}{3}) \rightarrow \frac{+\Delta n(D)}{6\Delta t} = \frac{-\Delta n(A)}{4\Delta t} = \frac{-\Delta n(C)}{6\Delta t} = \frac{+\Delta n(B)}{5\Delta t}$$



بنابراین معادله موازنه شده واکنش به صورت روبه‌رو خواهد بود:

(دقت کنید علامت منفی در هر کسر، نشان دهنده واکنش دهنده و علامت مثبت نشان دهنده فرآورده بودن آن ماده است.)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: از آن جایی که سرعت واکنش ثابت نیست (جایی در سؤال ذکر نشده)، نمی‌توان در مورد سرعت و تغییر مقدار مواد در بازه‌های

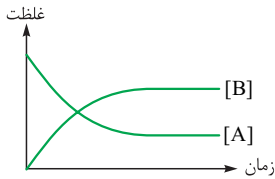
متفاوت اظهار نظر کرد. *

عبارت دوم: ماده D فرآورده است و به جای واژه سرعت متوسط مصرف باید از واژه سرعت متوسط تولید استفاده کرد. *



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی



عبارت سوم: از آن جایی که ماده B فراورده و A واکنش دهنده است، اگر غلظت نهایی ماده B بیشتر از A باشد، قطعاً نمودار آن‌ها همدیگر را قطع خواهد کرد. *

عبارت چهارم: ضریب دو ماده C و D در واکنش برابر است، اما C واکنش دهنده و D فراورده است، پس شیب نمودار «مول - زمان» آن‌ها قرینه یکدیگر است نه معکوس! *

تست و پاسخ ۱۱۷

هر یک از ویژگی‌های زیر را به ترتیب به کدام نوع پلی اتن می‌توان نسبت داد؟

- پلیمری شفاف و انعطاف پذیر است.
 - روی سطح آب شناور می‌ماند.
 - در فرایند تشکیل آن، برخی از مولکول‌های اتن از کناره‌ها به یکدیگر افزوده شده‌اند.
 - برای ساخت لوله‌های پلاستیکی و دبه‌های آب از آن استفاده می‌شود.
- (۱) سبک - سنگین - سنگین
(۲) سبک - سنگین - سبک - سنگین
(۳) سنگین - سبک - سبک - سنگین
(۴) سنگین - سبک - سبک - سبک

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• مقایسه ویژگی‌های پلی اتن سبک و سنگین

ویژگی	نوع پلی اتن	سبک	سنگین
ساختار	شاخه‌دار	بدون شاخه	
فرمول مولکولی	$(C_2H_4)_n$	$(C_2H_4)_n$	
نوع نیروی بین مولکولی	وان دروآلسی	وان دروآلسی	
شفاف یا کدر بودن	شفاف	کدر	
کاربرد	ساخت کیسه‌های پلاستیکی شفاف	ساخت لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب، بطری کدر شیر و اسباب بازی	
چگالی	$0.92 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$	$0.97 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$	
سختی و استحکام، چگالی، نقطه ذوب و قدرت نیروهای بین مولکولی	پلی اتن سبک > پلی اتن سنگین		

پاسخ تشریحی بررسی موارد:

- پلی اتن سبک یا شاخه‌دار، شفاف و انعطاف پذیر است ← سبک
- هر دو پلیمر، چگالی کم‌تری نسبت به آب ($d = 1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$) دارند و روی آب شناور می‌مانند ← سبک و سنگین
- در فرایند تولید پلی اتن شاخه‌دار، برخی از مولکول‌های اتن از کناره‌ها به یکدیگر اضافه می‌شوند ← سبک
- برای ساخت کیسه‌های پلاستیکی شفاف، از پلی اتن سبک و برای ساخت لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب، بطری کدر شیر و اسباب بازی، از پلی اتن سنگین استفاده می‌شود ← سنگین

دام تستی در این جور سؤالات سعی کن که اکثر موارد را بررسی کنی تا مثل عبارت دوم به وقت اشتباه نکنی. اغلب دانش‌آموزان فکر می‌کنند که فقط پلی اتن سبک روی آب شناور می‌ماند و سریع ۱ را به اشتباه انتخاب می‌کنند.

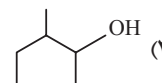
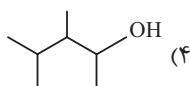
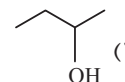
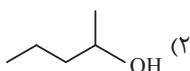


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۱۱۸

تفاوت جرم فراورده‌های حاصل از سوختن ۰/۰۱ مول از یک الکل یک‌عاملی سیرشده، برابر ۱/۳۸ گرم است. این الکل کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g · mol⁻¹)

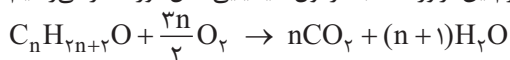


پاسخ: گزینه ۲

نکته الکل‌ها دسته‌ای از ترکیب‌های آلی هستند که دارای یک یا چند گروه عاملی هیدروکسیل (OH) بوده و در آن‌ها، اتم(های) اکسیژن با پیوند اشتراکی به اتم(های) کربن متصل شده است. فرمول کلی الکل‌های یک‌عاملی به صورت «R — OH» است. اگر R گروه آلکیل باشد، خواهیم داشت: فرمول عمومی الکل‌های یک‌عاملی سیرشده $C_n H_{2n+2} O$ یا $C_n H_{2n+1} OH$

پاسخ تشریحی ابتدا معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل الکل‌های یک‌عاملی سیرشده را می‌نویسیم؛ سپس جرم فراورده‌های حاصل از واکنش

سوختن کامل ۰/۰۱ مول الکل مورد نظر را به دست آورده و در ادامه با توجه به تفاوت جرم این فراورده‌ها، به فرمول شیمیایی الکل مورد نظر می‌رسیم:



$$\text{جرم } CO_2: 0.01 \text{ mol } C_n H_{2n+2} O \times \frac{n \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_n H_{2n+2} O} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 0.44n \text{ g } CO_2$$

$$\text{جرم } H_2O: 0.01 \text{ mol } C_n H_{2n+2} O \times \frac{(n+1) \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_n H_{2n+2} O} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = (0.18n + 0.18) \text{ g } H_2O$$

$$\text{جرم } CO_2 - \text{جرم } H_2O = 0.44n - 0.18n - 0.18 = 0.26n - 0.18$$

$$\Rightarrow 1/38 = 0.26n - 0.18 \Rightarrow 0.26n = 1/56 \Rightarrow n = \frac{1/56}{0.26} = 6$$

فرمول شیمیایی الکل مورد نظر $C_6 H_{14} O$

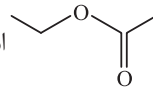
فقط در ۳ الکل تک‌عاملی سیرشده با ۶ اتم کربن وجود دارد.

تست و پاسخ ۱۱۹

کدام مورد درست است؟

(۱) با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در الکل‌ها، نیروی وان‌دروالسی بر هیدروژنی غلبه می‌کند و ویژگی چربی‌دوستی الکل کم‌تر می‌شود.

(۲) مصرف بیش از اندازه ویتامین‌ها برای بدن مشکلی ایجاد نمی‌کند، زیرا در آب محلول بوده و به راحتی دفع می‌شوند.

(۳) اگر یکی از محصولات آبکافت استر $C_4 H_8 O_2$ ، پرکاربردترین اسید آلی باشد، فرمول ساختاری استر اولیه به صورت  است.

اتانونیک اسید

(۴) مولکول‌های نشاسته، در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و

مرطوب، به سرعت به گلوکز تبدیل می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۲



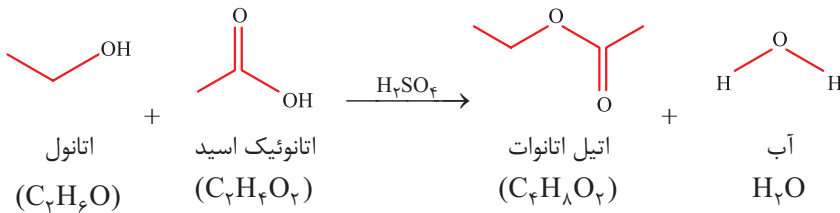
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی پرکاربردترین اسید آلی، اتانوئیک اسید یا همان استیک اسید با فرمول شیمیایی $C_2H_4O_2$ است. از آن جایی که تعداد اتم‌های

کربن در استر با مجموع تعداد اتم‌های کربن در اسید و الکل سازنده آن با هم برابر است؛ بنابراین برای تولید استری با چهار اتم کربن، نیاز به الکل

تک‌عاملی سیر شده با فرمول شیمیایی C_4H_8O می‌باشد؛ در نتیجه استر مورد نظر با فرمول ساختاری، تولید می‌شود:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در الکل‌ها، بخش ناقطبی مولکول بزرگ‌تر شده و میزان قطبیت مولکول کاهش می‌یابد؛ بنابراین نیروی وان‌دروالسی

بر پیوند هیدروژنی غلبه می‌کند و به این ترتیب، ویژگی چربی‌دوستی الکل بیشتر می‌شود؛ زیرا انحلال‌پذیری آن در آب کاهش و در چربی افزایش می‌یابد.

۲) مصرف بیش از اندازه ویتامین «ث»، برخلاف ویتامین‌های «آ» و «کا» برای بدن مشکل ایجاد نمی‌کند؛ زیرا ویتامین «ث» به خوبی در آب

حل شده و مقادیر اضافی آن از بدن دفع می‌شود، ولی ویتامین‌های «آ»، «دی» و «کا» ناقطبی بوده و در آب حل نمی‌شوند؛ از این رو مصرف

بی‌رویه آن‌ها برای بدن مشکل ایجاد می‌کند.

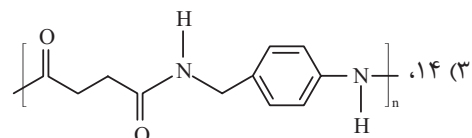
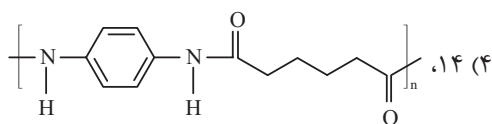
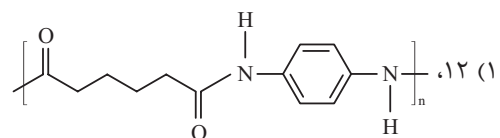
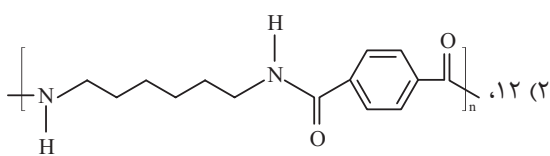
۳) مولکول‌های نشاسته در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب، به آرامی (نه به سرعت!) به مونومرهای

سازنده خود یا همان گلوکز تبدیل می‌شوند و مزه شیرین ایجاد می‌کنند.

تست و پاسخ ۱۲۰

در اثر واکنش یک مول از دی‌اسید $HOOC-(CH_2)_y-COOH$ با دو مول متانول، یک مول دی‌استر با فرمول مولکولی $C_8H_xO_4$

تولید می‌شود. مقدار x و ساختار پلیمر حاصل از واکنش این دی‌اسید با دی‌آمین $H_2N-C_6H_4-NH_2$ ، کدام است؟

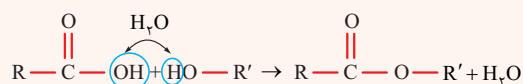


پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

الکل‌ها و اسیدها می‌توانند با هم واکنش داده و استر و آب تولید کنند. براساس ساختار الکل و اسید، می‌توان استرهای متفاوتی تولید کرد:

(۱) تولید استر یک‌عاملی: از الکل و اسید یک‌عاملی به دست می‌آید:

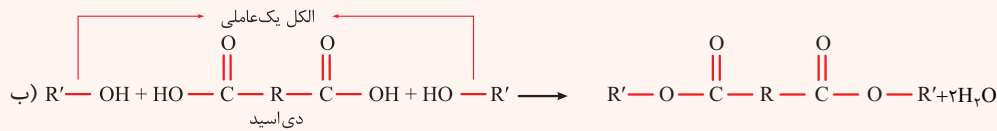
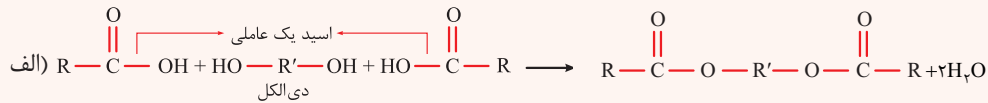




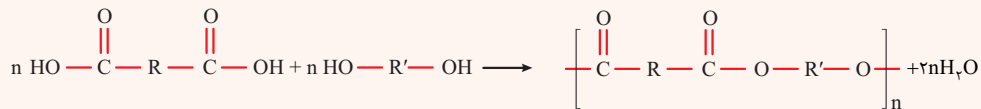
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

۲) تولید دی‌استر: برای تولید یک دی‌استر، یکی از مولکول‌های الکل یا اسید، باید دو عاملی و دیگری، یک عاملی باشد. در این حالت، هر مول از مولکول دو عاملی، با ۲ مول مولکول یک عاملی واکنش داده و یک مول دی‌استر و دو مول آب تولید می‌کند.



۳) تولید پلی‌استر: اگر هر دو مولکول الکل و اسید، دو عاملی باشند و مقدار مناسبی از آن‌ها با هم واکنش دهند، پلی‌استر تولید می‌شود:



پاسخ تشریحی برای قسمت اول سؤال داریم:

روش اول: در واکنش تهیه استرها (و دی‌استرها و پلی‌استرها)، شمار اتم‌های کربن این ترکیب آلی، با مجموع شمار اتم‌های کربن الکل و اسید اولیه برابر است. در این جا با توجه به این که دی‌استر، هشت کربنی است می‌توان نتیجه گرفت که y ، برابر ۴ است:

$$8 = \underbrace{(2 \times 1)}_{\text{دی استر متانول}} + \underbrace{(2 + y)}_{\text{دی اسید}} \Rightarrow y = 4$$

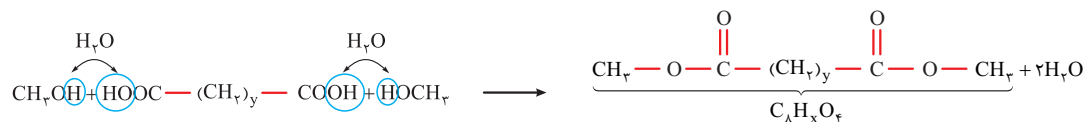
پس یک مول $\text{HOOC}-(\text{CH}_2)_4-\text{COOH}$ با دو مول CH_3OH واکنش داده است. این مولکول‌ها در مجموع ۱۸ اتم هیدروژن دارند. با توجه به این که طی تولید دی‌استر، دو مول H_2O نیز تولید می‌شود، دی‌استر حاصل، $14 = 18 - 4$ اتم هیدروژن خواهد داشت:

$$4 - \text{مجموع شمار اتم‌های هیدروژن الکل و اسید} = \text{شمار اتم‌های هیدروژن دی‌استر}$$

به دلیل تولید $2\text{H}_2\text{O}$

$$\Rightarrow x = \underbrace{10}_{\text{دی اسید}} + \underbrace{(2 \times 4)}_{\text{متانول}} - 4 = 14$$

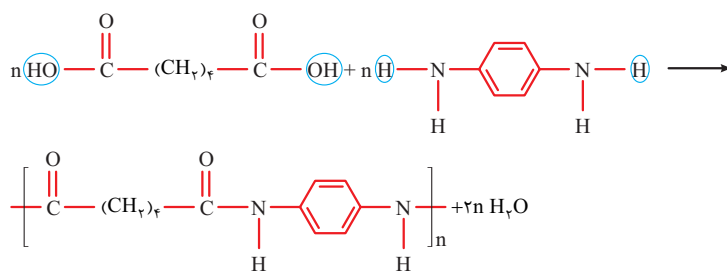
روش دوم: به کمک نوشتن معادله واکنش هم می‌شود به این نتایج رسید:



$$\text{تعداد کربن‌ها: } 4 + y = 8 \Rightarrow y = 4$$

$$\text{تعداد هیدروژن‌ها: } 6 + 2y = x \Rightarrow x = 14$$

برای قسمت دوم سؤال، باید ساختار پلی‌آمید حاصل از واکنش دی‌اسید و دی‌آمین گفته‌شده را به دست آوریم:



با توجه به این که دی‌اسید، یک مولکول شش کربنی است، بدون نوشتن معادله واکنش هم می‌شد فهمید که y درست است.