



کد مدرسه

دفترچه شماره ۱

آزمون

۳



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۶/۲۳

# آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۳	فصل ۱ (درس ۵) فصل ۲ (درس ۳)	فصل ۱ (درس ۲)
هندسه	فصل ۳	—	فصل ۱
گسسته	—	—	فصل ۱ (درس ۳: تا سر معادله هم‌نهشتی) (صفحه ۱۸ تا ۲۴)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۱- اگر  $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}} \times 2^n}{\sqrt{2\sqrt{2}} \times 4^{-\frac{1}{3}}} = 2$  باشد، مقدار  $n$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{1}{6}$       (۳)  $\frac{2}{3}$       (۴)  $\frac{1}{2}$

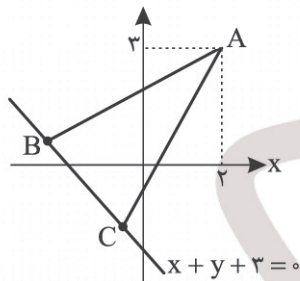
۲- اگر  $x = \sqrt[3]{16-8\sqrt{3}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{3}}$  باشد، حاصل  $\frac{x^3-2}{x+1}$  کدام است؟

- (۱) ۱۸      (۲) ۱۵      (۳) ۶      (۴) ۱۲

۳- اگر  $A(2, a)$ ،  $B(a, 2)$  و  $C(-5, -2)$  سه رأس مستطیل  $ABCD$  باشند، مساحت این مستطیل چقدر است؟

- (۱) ۱۹      (۲) ۱۸      (۳) ۱۲      (۴) ۲۴

۴- در شکل زیر، مثلث  $ABC$  با قاعده  $BC = 4$ ، متساوی الساقین است. مجموع طول نقاط  $B$  و  $C$  کدام است؟



(۱) ۴-

(۲) ۵-

(۳) ۶-

(۴) ۸-

۵- اگر  $f = \{(-1, 2), (1, 2), (-2, -2), (2, -3)\}$  و  $g^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1}$  باشد، حاصل  $f^{-1} \circ g(2)$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) ۱      (۳) -۲      (۴) ۲

۶- نمودار تابع  $f(x) = 2x + \sqrt{2x+1}$ ، تابع وارون خود را در نقطه‌ای به طول  $\alpha$  قطع می‌کند. حاصل  $|\alpha|$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) -۲      (۳) ۴      (۴) ۳

۷- فرض کنید  $f$  و  $g$  دو تابع خطی باشند به طوری که  $(f+g)(x) = 3x+7$  و  $f(x-1) = g(2x+1)$  باشد. ضابطه تابع  $g^{-1}(x)$  کدام است؟

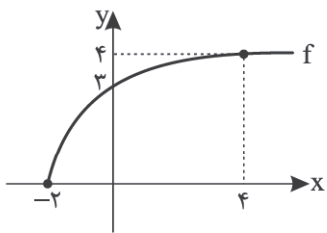
- (۱)  $x-4$       (۲)  $x+4$       (۳)  $x+2$       (۴)  $x-2$

۸- ضابطه وارون تابع  $f(x) = -x + 2\sqrt{1-x}$  به صورت  $y = 2\sqrt{2+ax} + bx - 2$  است. حاصل  $a-b$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) صفر

محل انجام محاسبات

۹- نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است. مجموع اعداد صحیح عضو دامنه تابع  $y = \sqrt{\frac{f(x)}{x - f^{-1}(x)}}$  کدام است؟

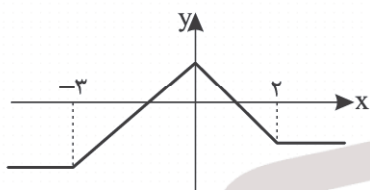


- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

۱۰- مجموعه جواب نامعادله  $(\frac{2}{5})^{1-x^2} > (\frac{1}{125})^{x+1}$  شامل چند عدد صحیح است؟

- ۳ (۴)
- ۴ (۳)
- ۵ (۲)
- ۶ (۱)

۱۱- نمودار تابع  $f(x)$  به صورت زیر است. طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع  $y = 1 - 2f(\frac{1-x}{3})$  در آن بازه، اکیداً صعودی است، کدام است؟



- ۹ (۱)
- ۱ (۲)
- ۶ (۳)
- $\frac{2}{3}$  (۴)

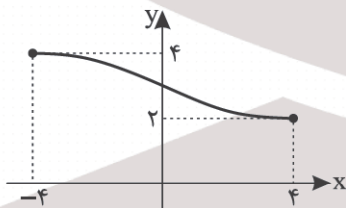
۱۲- تابع  $f + 2g$  با دامنه  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی و  $2f - g$  اکیداً صعودی است. کدام تابع زیر در  $\mathbb{R}$  اکیداً صعودی است؟

- $-g$  (۴)
- $g$  (۳)
- $-f$  (۲)
- $f$  (۱)

۱۳- در مورد یکنوایی تابع  $y = x + \frac{|x^2 - x|}{x}$  در  $\mathbb{R} - \{0\}$  کدام صحیح است؟

- (۱) صعودی است.
- (۲) نزولی است.
- (۳) ابتدا صعودی سپس نزولی است.
- (۴) ابتدا نزولی سپس صعودی است.

۱۴- نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است. مجموعه جواب نامعادله  $f(x^2 + 4x - 1) \geq 2$  شامل چند عدد صحیح است؟



- ۴ (۱)
- ۶ (۲)
- ۷ (۳)
- ۸ (۴)

محل انجام محاسبات

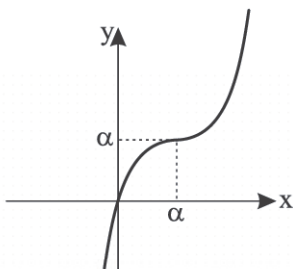
۱۵- چندجمله‌ای  $f(x) = x^6 + ax^3 + bx^2 - 3x + 7$  مفروض است. اگر  $f(x-1)$  بر  $x-2$  و  $f(x+1)$  بر  $x+2$  بخش پذیر باشد، مقدار  $2a-b$  کدام است؟

- ۱۲ (۱)      ۱۴ (۲)      ۱۶ (۳)      ۱۸ (۴)

۱۶- چندجمله‌ای  $P(x) = x^{n+1} + x^n + 3x^2 + ax - 1$  بر  $x-1$  بخش پذیر است. باقیمانده تقسیم  $P(x)$  بر  $x+1$  کدام است؟

- ۳ (۱)      ۲ (۲)      ۶ (۳)      ۴ (۴)

۱۷- نمودار تابع  $f(x) = k(x-2)^3 + b$  به صورت زیر است. باقیمانده تقسیم  $f(x)$  بر  $x+b$  کدام است؟



- ۱۲ (۱)

- ۱۴ (۲)

- ۸ (۳)

- ۱۵ (۴)

۱۸- اگر  $f$  یک چندجمله‌ای و  $f(x) = (x^3 + 1)(x^2 - 1) - 1$  باشد، حاصل  $f(1) + f(-1)$  کدام است؟

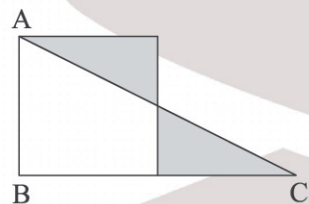
- ۸ (۴)      -۸ (۳)      ۱۶ (۲)      صفر (۱)

۱۹- حاصل ضرب تعداد قطرهای  $(n+1)$  ضلعی منتظم در تعداد قطرهای  $(n+2)$  ضلعی منتظم، برابر با  $15(n^2 - 1)$  است. اندازه یک زاویه داخلی  $n$  ضلعی منتظم چند درجه است؟

- ۱۰۸° (۱)      ۱۴۴° (۲)

- ۱۳۵° (۳)      ۱۱۲° (۴)

۲۰- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  بر روی ضلع  $AB$  مربعی ساخته شده است. اگر دو مثلث رنگی هم‌نهشت باشند، مساحت دوزنقه چند درصد مساحت مربع است؟



- ۵۰ (۱)

- ۸۰ (۲)

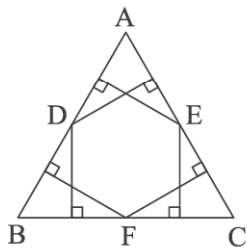
- ۶۰ (۳)

- ۷۵ (۴)

محل انجام محاسبات



۲۱- در شکل زیر، مثلث  $\triangle ABC$  متساوی‌الاضلاع و نقاط  $D$  و  $E$  و  $F$  وسط‌های اضلاع این مثلث هستند. نسبت مساحت شش‌ضلعی به



مساحت مثلث  $\triangle ABC$  کدام است؟

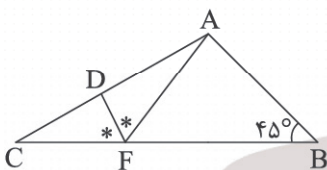
(۱)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{1}{2}$

۲۲- در مثلث  $\triangle ABC$  اندازه پاره‌های  $AB$ ،  $AF$  و  $FC$  به ترتیب  $4\sqrt{2}$ ،  $5$  و  $4$  واحد است. اگر  $FD$  نیمساز زاویه  $\angle AFC$  باشد، مساحت



مثلث  $\triangle DFC$  کدام است؟

(۲)  $\frac{40}{9}$

(۱)  $\frac{22}{9}$

(۴)  $\frac{40}{11}$

(۳)  $\frac{22}{11}$

۲۳- در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  نقاط  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط‌های اضلاع  $AD$  و  $BC$  و نقاط  $P$  و  $Q$  به ترتیب محل تلاقی  $DN$  و  $BM$  با قطر  $AC$  هستند. اگر مساحت این متوازی‌الاضلاع  $48$  سانتی‌متر مربع باشد، مساحت چهارضلعی  $MPQD$  چند سانتی‌متر

مربع است؟

(۴)  $18$

(۳)  $12$

(۲)  $8$

(۱)  $6$

۲۴- در دوزنقه  $ABCD$  قطرهای همدیگر را در نقطه  $O$  قطع کرده‌اند و  $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{5}$  است. اگر  $S_{\triangle OAB} = 9$  باشد، آنگاه مساحت دوزنقه برابر

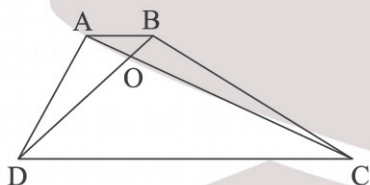
کدام است؟

(۱)  $34$

(۲)  $49$

(۳)  $55$

(۴)  $64$



محل انجام محاسبات

۲۵- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی از مرتبه ۳ به ترتیب قطری و اسکالر باشند،  $C = [c_{ij}]$  با تعریف  $i = j$  و مجموع درایه‌های

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} j \\ i \end{bmatrix} & i > j \\ ij & i = j \\ \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} & i < j \end{cases}$$

ماتریس  $(BA)^3 + C$  برابر ۱۶ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^3 B^3$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

۲۶- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی و  $A^2 + AB = \begin{bmatrix} -6 & -8 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}$ ،  $BA + B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$  و  $A - B = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$  باشند، مجموع درایه‌های

ماتریس  $A$  کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۷- اگر  $A^2 + A - I = \bar{0}$ ، آنگاه وارون ماتریس  $A^3$  برابر کدام است؟

۱ (۱)  $4I - A$

۲ (۲)  $2A - I$

۳ (۳)  $2A + 3I$

۴ (۴)  $3I - 2A$

۲۸-  $A = [a_{ij}]$  و  $B = [b_{ij}]$  ماتریس‌های مربعی از مرتبه ۳ و  $b_{ij} = 3^{(i+j-2)} a_{ij}$  است. در صورتی که دترمینان ماتریس  $B$  برابر با ۸۱

باشد، دترمینان ماتریس  $A$  کدام است؟

۱ (۱)  $\frac{1}{3}$  ۲ (۲) ۳ ۳ (۳)  $\frac{1}{81}$  ۴ (۴)  $\frac{1}{9}$

۲۹- اگر  $\Delta = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 9 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $AB^{-1}C = -4I$  باشند، آنگاه دترمینان ماتریس  $C$  برابر کدام است؟

۱ (۱) ۳۲ ۲ (۲) -۱۲۸ ۳ (۳) -۳۲ ۴ (۴) ۱۲۸

۳۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ |A| & 2 & m \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$  و دترمینان ماتریس  $A^3 (|A| + 1)$  برابر ۸ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای  $m$  کدام است؟

۱ (۱) -۲ ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) -۴ ۴ (۴) ۶

۳۱- اگر  $a \equiv 11$  و  $b \equiv -1$ ، عدد  $a^2 + ab$  به کدام دسته هم‌نهشتی تعلق دارد؟

۱ (۱)  $[2]_7$  ۲ (۲)  $[3]_7$  ۳ (۳)  $[5]_7$  ۴ (۴)  $[4]_7$

محل انجام محاسبات

۳۲- اگر رابطه  $54a \equiv 88b \pmod{20}$  برقرار باشد،  $(a, b \in \mathbb{Z})$  کدام رابطه درست نیست؟

(۱)  $3 \mid b$  (۲)  $5 \mid b$  (۳)  $a \equiv 2b$  (۴)  $b \equiv 3a$

۳۳-  $m$  عددی اول و دورقمی است و  $304$  و  $403$  عضو  $[r]_m$  هستند. حاصل  $m+r$  کدام است؟

(۱) ۱۹ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۱

۳۴- رقم یکان دو عدد  $29a-8$  و  $a+6b$  برابر است. کدام نتیجه‌گیری ممکن است نادرست باشد؟

(۱)  $ab \equiv b+3b^2$  (۲)  $a \equiv 1-2b$  (۳)  $2a+6b+8 \equiv 0$  (۴)  $4a \equiv 3b+4$

۳۵- اگر  $5-abc \equiv 2d \pmod{7}$  باشد، باقیمانده تقسیم عدد چهاررقمی  $abcd$  بر ۷ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۳۶- فرض کنید  $a+b+c-d \equiv abcde \pmod{9}$ . برای  $A$  چند مقدار پنج‌رقمی به دست می‌آید؟

(۱) ۹۹۰۰ (۲) ۱۰۸۰۰ (۳) ۱۱۰۰۰ (۴) هیچ مقدار

۳۷- اولین روز سالی سه‌شنبه است. چهارمین شنبه مه‌ماه همان سال چه روزی از ماه است؟

(۱) ۲۲ (۲) ۲۱ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴

۳۸- اگر  $m$  کوچک‌ترین عدد طبیعی باشد که  $5 \mid (4+2m)!$ ، باقیمانده تقسیم عدد  $m^{62}$  بر ۴۳ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۴۲

۳۹- اگر  $x = 5^{271}$  باقیمانده تقسیم عدد  $(x^2+x+1)(x-1)$  بر ۱۲۶ کدام است؟

(۱) ۷۴ (۲) ۱۲۴ (۳) ۲۶ (۴) ۲

۴۰- به ازای کدام مقادیر طبیعی  $n$ ، عبارت  $2^{6n+4} + 3^{6n+1}$  بر ۱۹ بخش پذیر است؟

(۱) تمام اعداد (۲) فقط اعداد فرد (۳) فقط اعداد زوج (۴) فقط اعداد مضرب ۷

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۲



آزمون

پایه

۳

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۶/۲۳

# آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

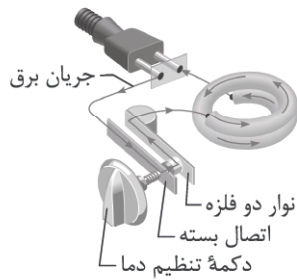
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	۷۱	۹۵	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	فصل ۴	—	فصل ۱
شیمی	فصل ۳ (تا صفحه ۱۰۰، ابتدای انحلال‌پذیری نمک‌ها)	—	فصل ۱ (از صفحه ۱۳ تا ۲۴)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۴۱- شکل زیر مربوط به کدام یک از دستگاه‌های زیر است؟



(۱) دماسنج مقاومت پلاتینی

(۲) تفسنج

(۳) ترموستات (دماپا)

(۴) گرماسنج (کالری‌متر)

۴۲- دمای جسمی برحسب فارنهایت ۵ برابر دمای آن برحسب درجه سلسیوس است. دمای این جسم چند درجه سلسیوس افزایش یابد،

تا دمای جسم برحسب فارنهایت ۲ برابر دمای آن برحسب درجه سلسیوس شود؟

(۱) ۲۷۰ (۲) ۴۳۳ (۳) ۱۵۰ (۴) ۴۲۳

۴۳- کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) در نارساها، گرما صرفاً از طریق ارتعاش اتم‌ها انتقال می‌یابد.

(ب) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن نمونه‌ای از تابش گرمایی است.

(ج) برای اندازه‌گیری دماهای بالای  $1100^{\circ}\text{C}$ ، از تفسنج تابشی به عنوان دماسنج معیار انتخاب شده است.

(د) در جریان‌های باد ساحلی در روز، نسیم از سوی ساحل به سمت دریاست.

(۱) فقط الف (۲) الف و ب (۳) ب و د (۴) ج و د

۴۴- طول اولیه دو میله فلزی A و B یکسان است. پس از چند درجه سلسیوس افزایش دما، اختلاف طول آنها  $0.014\%$  برابر طول اولیه آنها

می‌شود؟  $(\alpha_A = 1.7 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}, \alpha_B = 3.1 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}})$

(۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۵۰۰

۴۵- جرم دو کره فلزی A و B یکسان بوده و چگالی و گرمای ویژه کره A هر کدام دو برابر چگالی و گرمای ویژه کره B است. اگر به هر دو کره،

گرمای یکسان دهیم. تغییر حجم کره A چند برابر تغییر حجم کره B است؟  $(\alpha_A = \frac{1}{4} \alpha_B)$

(۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۴۶- در چاله کوچکی، مقداری آب  $0^{\circ}\text{C}$  قرار دارد. اگر بر اثر تبخیر سطحی قسمتی از آب تبخیر شود و مابقی یخ ببندد، چه کسری از آب

داخل چاله یخ می‌زند؟ (فرض کنید گرمای نهان ویژه ذوب یخ و تبخیر آب به ترتیب  $L_V$  و  $L_F$  است.)

(۱)  $\frac{L_V}{L_F} - 1$  (۲)  $\frac{L_F}{L_V}$  (۳)  $\frac{L_F}{L_V + L_F}$  (۴)  $\frac{L_V}{L_V + L_F}$

محل انجام محاسبات

۴۷- مقدار ۸۰ گرم یخ صفر درجه را با ۸۰ گرم آب  $10^{\circ}\text{C}$  مخلوط می‌کنیم. پس از تعادل گرمایی جرم آب چند درصد افزایش می‌یابد؟

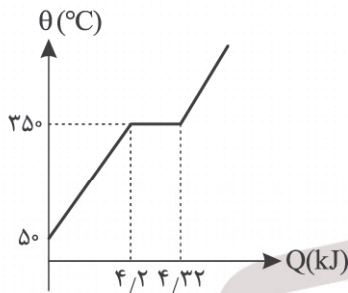
$$(c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{gr}^{\circ}\text{C}}, L_f = 336 \frac{\text{J}}{\text{gr}} \text{ و تبادل گرمایی با محیط خارج ناچیز است.})$$

- ۱۲/۵ (۱)      ۲۵ (۲)      ۷۵ (۳)      ۱۰۰ (۴)

۴۸- یک گرم‌کننده برقی با توان ثابت، می‌تواند در مدت ۱۲ دقیقه، دمای مقداری آب را از  $40^{\circ}\text{C}$  به  $100^{\circ}\text{C}$  برساند. این گرمکن در مدت چند دقیقه، همین مقدار آب  $100^{\circ}\text{C}$  را به بخار آب  $100^{\circ}\text{C}$  تبدیل می‌کند؟ ( $L_v = 540 \text{ cal}$  و تبادل گرما با محیط خارج ناچیز و نقطه جوش آب  $100^{\circ}\text{C}$  فرض می‌شود.)

- ۱۶۲ (۱)      ۱۴۸ (۲)      ۱۱۲ (۳)      ۱۰۸ (۴)

۴۹- نمودار دما برحسب گرما برای ۱۰۰ گرم از یک مایع با دمای اولیه  $50^{\circ}\text{C}$  مطابق شکل رسم شده است. گرمای ویژه در حالت مایع و گرمای نهان تبخیر این مایع به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI است؟



(۱)  $140 - 4320$

(۲)  $126 - 4320$

(۳)  $140 - 1200$

(۴)  $420 - 120$

۵۰- یک ظرف با ضریب انبساط خطی  $10^{-5} / ^{\circ}\text{C}$  و گنجایش  $500 \text{ cm}^3$  پر از مایعی به ضریب انبساط حجمی  $10^{-3} / ^{\circ}\text{C}$  است. اگر دمای مجموعه ظرف و مایع را از  $36^{\circ}\text{C}$  به  $56^{\circ}\text{C}$  برسانیم، چند سانتی‌متر مکعب مایع بیرون از ظرف می‌ریزد؟

- ۰/۲ (۱)      ۱۹/۴ (۲)      ۱/۹۴ (۳)      ۱۹/۸ (۴)

۵۱- دمای گاز کاملی را برحسب کلوین باید چند درصد و چگونه تغییر دهیم تا وقتی فشار آن ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، حجم آن ۲۰ درصد کاهش یابد؟

- (۱) ۹۶ - کاهش      (۲) ۴ - افزایش      (۳) ۹۶ - افزایش      (۴) ۴ - کاهش

۵۲- درون استوانه‌ای ۱۲ لیتر گاز آرمانی با دمای  $7^{\circ}\text{C}$  وجود دارد. فشار گاز درون استوانه را با فشارسنجی اندازه می‌گیریم. فشارسنج ۱۴ atm را نشان می‌دهد. دمای گاز را ۱۲۶ درجه فارنهایت افزایش می‌دهیم و حجم آن را به ۲۵ لیتر می‌رسانیم. فشاری که فشارسنج نشان می‌دهد، چند اتمسفر است؟ (فشار هوای بیرون استوانه ۱ atm است.)

- ۱۰ (۱)      ۸ (۲)      ۹ (۳)      ۶ (۴)

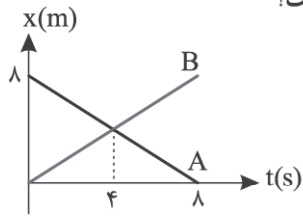
۵۳- درون ۱۰۰ g آب  $40^{\circ}\text{C}$  مقدار ۴۰۰ g یخ  $-70^{\circ}\text{C}$  وارد می‌کنیم. اگر تبادل گرمایی با محیط خارج ناچیز باشد، دمای تعادل چند درجه سلسیوس است؟ ( $L_f = 80 \text{ cal}$  و  $c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}}$ )

- ۴ (۱)      ۲ (۲) صفر      -۸ (۳)      -۱۶ (۴)

محل انجام محاسبات



۵۴- نمودار مکان- زمان دو متحرک در SI مطابق شکل است. اختلاف تندی این دو متحرک چند  $\frac{m}{s}$  است؟



(۱) صفر

(۲)  $0/5$ (۳)  $1/5$ 

(۴) ۲

۵۵- در یک حرکت با تندی ثابت، علی می‌خواهد فاصله منزل تا مدرسه‌اش که یک خط راست است را در مدت زمان معین  $t$  طی کند. اگر

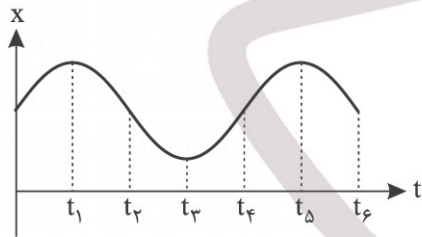
علی با تندی ثابت  $5 \frac{m}{s}$  این مسیر را طی کند، ۲ دقیقه زودتر به مقصد می‌رسد و اگر با تندی ثابت  $2 \frac{m}{s}$  حرکت کند، یک دقیقه دیرتر

به مقصد می‌رسد. علی باید با چه سرعتی بر حسب  $\frac{m}{s}$  مسیر را طی کند تا در مدت زمان موردنظرش به مقصد برسد؟

(۲)  $2/5$ (۱)  $2/2$ (۴)  $3/5$ 

(۳) ۳

۵۶- نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل یک تابع سینوسی است. کدام یک از موارد زیر نادرست است؟



(الف) در بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t_1$  بردار شتاب متحرک خلاف جهت محور  $x$  است.

(ب) شتاب متوسط در بازه زمانی  $t_1$  الی  $t_3$  صفر است.

(ج) در بازه زمانی  $t_4$  تا  $t_5$  بردارهای شتاب و سرعت در یک جهت هستند.

(د) شتاب متوسط در بازه زمانی  $t_2$  تا  $t_4$  در جهت محور  $x$  است.

(۲) الف و د

(۱) فقط د

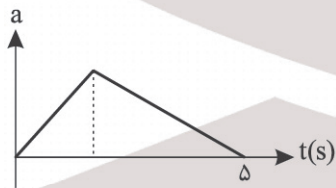
(۴) فقط ج

(۳) ج و د

۵۷- نمودار شتاب- زمان متحرکی در حرکت روی خط راست به صورت زیر است. این متحرک در  $t = 0$ ، با تندی  $8 \frac{m}{s}$  در خلاف جهت

محور  $x$  حرکت می‌کند. اگر در ۵ ثانیه اول، نوع حرکت متحرک کندشونده باشد، بیشترین مقدار ممکن برای شتاب متحرک در این ۵

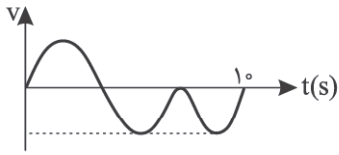
ثانیه چند واحد SI است؟

(۱)  $3/2$ (۲)  $3/6$ (۳)  $2/4$ (۴)  $1/6$ 

محل انجام محاسبات

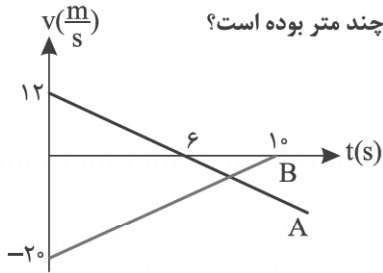


۵۸- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در ۱۰ ثانیه نخست این حرکت، جهت حرکت ..... بار و جهت شتاب ..... بار تغییر می‌کند.



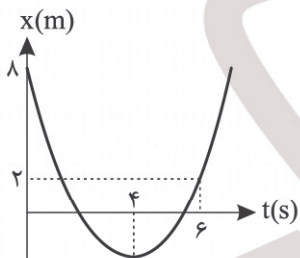
- (۱) یک - سه  
(۲) یک - چهار  
(۳) دو - سه  
(۴) دو - چهار

۵۹- نمودار سرعت - زمان دو متحرک که در لحظه  $t = 0$  در خلاف جهت یکدیگر روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. اگر در  $t = 6s$  این دو متحرک برای اولین بار از کنار هم عبور کنند، فاصله اولیه آنها در  $t = 0$  چند متر بوده است؟



- (۱) ۱۸۰  
(۲) ۱۴۰  
(۳) ۱۲۰  
(۴) ۴۸

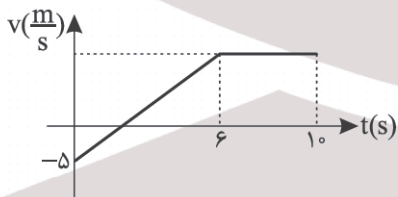
۶۰- سهمی شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی است که بر روی محور x حرکت می‌کند. شتاب متحرک چند واحد SI است؟



- (۱)  $\frac{3}{2}$   
(۲) ۲  
(۳) ۱  
(۴)  $\frac{1}{5}$

۶۱- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی را در حرکت بر روی خط راست نشان می‌دهد. اگر شتاب متوسط این متحرک در ۱۰ ثانیه اول

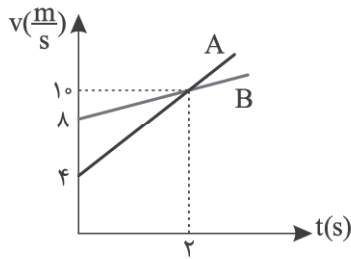
حرکت برابر  $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$  باشد، شتاب متوسط متحرک در مدت زمان حرکت کندشونده چند  $\frac{m}{s^2}$  است؟



- (۱) ۲  
(۲)  $\frac{1}{5}$   
(۳)  $\frac{5}{3}$   
(۴)  $\frac{10}{3}$

محل انجام محاسبات

۶۲- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو خودرو که از یک نقطه همزمان بر روی خط راست و در یک جهت شروع به حرکت کرده‌اند را نشان می‌دهد. در لحظه سبقت گرفتن خودروی A از B، سرعت خودرو A چند برابر سرعت خودرو B می‌باشد؟



(۱)  $\frac{7}{4}$

(۲)  $\frac{5}{4}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴)  $\frac{4}{3}$

۶۳- اتوبوسی در  $t = 0$  با شتاب  $\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$  با سرعت اولیه  $10 \frac{m}{s}$  حرکت خود را آغاز می‌کند. در همین لحظه موتورسواری با تندی ثابت ۷ از

فاصله ۱۰ متری پشت اتوبوس به دنبال اتوبوس حرکت می‌کند، مقدار ۷ چند  $\frac{m}{s}$  باشد، تا پس از ۵ ثانیه خودرو به اتوبوس برسد؟

(۴) ۲۳

(۳) ۳۲

(۲) ۲۲

(۱) ۱۲

۶۴- متحرکی در حرکت بر روی خط راست با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه شروع به حرکت می‌کند. نسبت مدت‌زمان طی مسافت ۴۹

متر اول حرکت به مدت‌زمان طی مسافت ۷۲ متر بعدی حرکت، کدام است؟

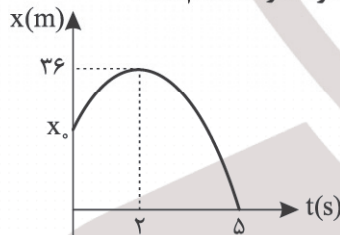
(۴)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۲)  $\frac{4}{3}$

(۱)  $\frac{3}{4}$

۶۵- سهمی شکل زیر نمودار مکان - زمان متحرکی با شتاب ثابت را نشان می‌دهد. مکان اولیه این متحرک در SI کدام است؟



(۱) ۴۰

(۲) ۱۰

(۳) ۱۶

(۴) ۲۰

۶۶- متحرکی با سرعت ثابت بر روی محور x در حال حرکت است. اگر اندازه سرعت متوسط در ۳ ثانیه چهارم حرکت برابر  $\frac{5}{8} \frac{m}{s}$  و مکان

اولیه آن  $\vec{x}_0 = (-15m)\hat{i}$  باشد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه این متحرک از مکان  $\vec{x} = (+15m)\hat{i}$  می‌گذرد؟

(۴) ۱۰

(۳) ۵

(۲) ۱۲

(۱) ۶

۶۷- جابه‌جایی متحرکی که با شتاب ثابت و در جهت محور xها در حال حرکت است، در ۲ ثانیه سوم حرکت صفر است. مسافت طی‌شده

توسط این متحرک در ۱۵ ثانیه اول چند برابر بزرگی جابه‌جایی آن در همین مدت است؟

(۴)  $\frac{3}{2}$

(۳)  $\frac{5}{3}$

(۲) ۳

(۱)  $\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات

۶۸- متحرکی در شرایط خلأ، از ارتفاع ۲۴۰ متری بدون سرعت اولیه رها شده و پس از مدتی به زمین می‌خورد. اگر این حرکت در ۴ بازهٔ

زمانی متوالی و مساوی انجام شده باشد، متحرک در بازهٔ آخر چند متر را طی کرده است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- ۲۰۰ (۱)      ۱۷۵ (۲)      ۱۲۵ (۳)      ۱۰۵ (۴)

۶۹- گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه رها می‌شود و در ۳ ثانیهٔ آخر حرکت مسافت ۹۰ متر را طی می‌کند. تندی برخورد گلوله به

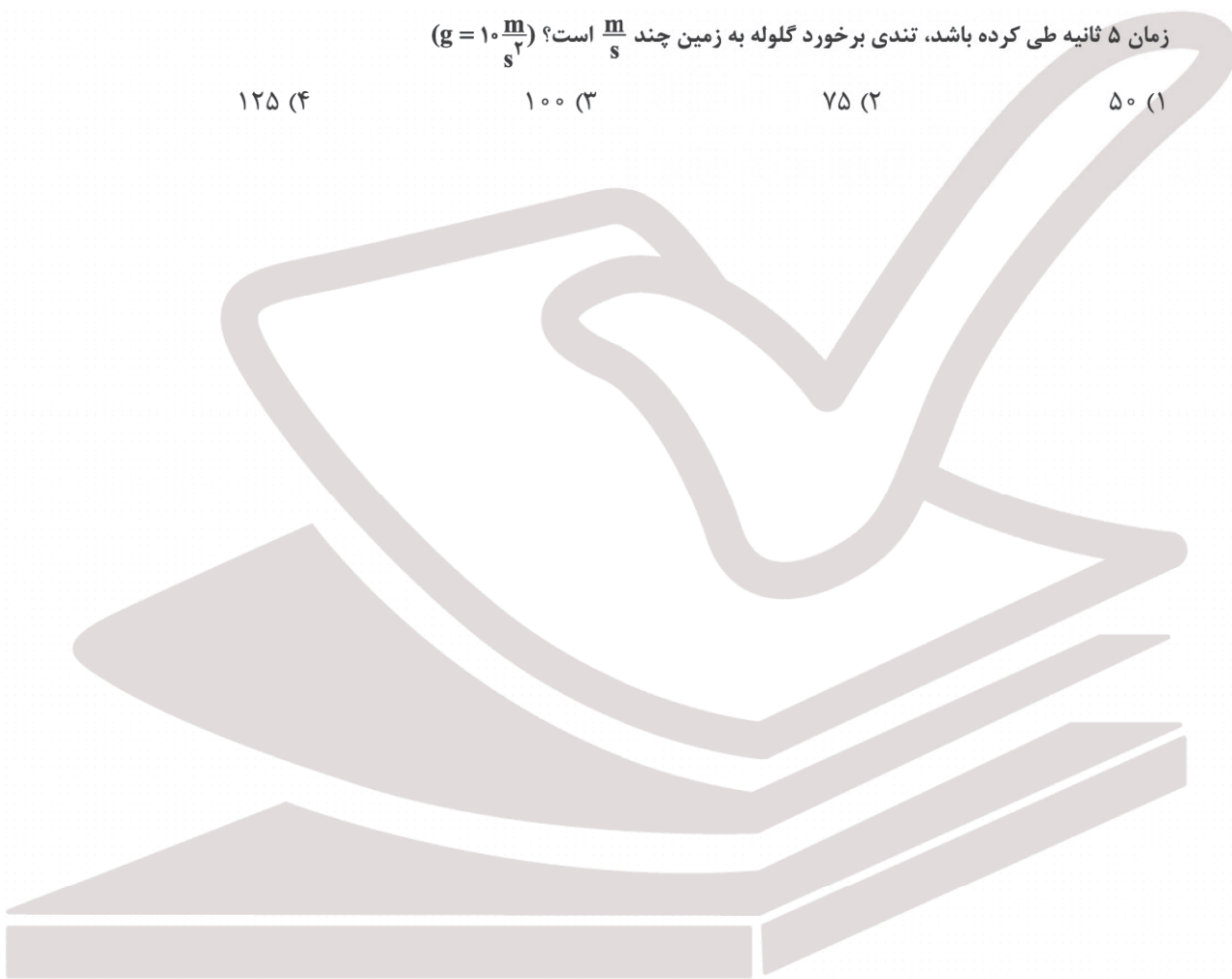
سطح زمین چند  $\frac{m}{s}$  است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- ۳۵ (۱)      ۴۵ (۲)      ۵۰ (۳)      ۵۵ (۴)

۷۰- گلوله‌ای از ارتفاع معینی در شرایط خلأ رها شده و پس از مدتی به زمین می‌خورد. اگر این گلوله  $\frac{1}{4}$  ابتدای مسیر حرکت را در مدت

زمان ۵ ثانیه طی کرده باشد، تندی برخورد گلوله به زمین چند  $\frac{m}{s}$  است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- ۵۰ (۱)      ۷۵ (۲)      ۱۰۰ (۳)      ۱۲۵ (۴)



محل انجام محاسبات

۷۱- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) تفاوت آب آشامیدنی و دیگر آب‌ها در نوع و مقدار حل‌شونده‌های آنها است.
- (۲) آب دریاها مخلوطی ناهمگن از انواع یون‌ها و مولکول‌ها در آب هستند.
- (۳) کره زمین را می‌توان سامانه‌ای بزرگ، شامل چهار بخش هواکره، سنگ‌کره، آب‌کره و زیست‌کره دانست.
- (۴) اگر کره زمین را مسطح در نظر بگیریم؛ آب، همه سطح آن را تا ارتفاع بیش از ۲ کیلومتر می‌پوشاند.

۷۲- در کدام ترکیب نسبت مجموع شمار یون‌ها به مجموع شمار اتم‌ها کمتر از بقیه است؟

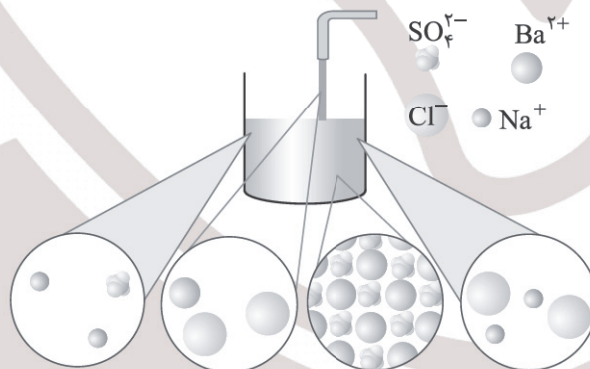
- (۱) آمونیوم کربنات
- (۲) کلسیم سولفات
- (۳) منیزیم هیدروکسید
- (۴) آمونیوم فسفات

۷۳- در مورد جدول یون‌های فراوان موجود در آب دریا، کدام موارد نادرست است؟

- (آ) ترکیب حاصل از فراوان‌ترین کاتیون و آنیون را به روش شیمیایی از آب دریا استخراج می‌کنند.
- (ب) مدل فضا پرکن فراوان‌ترین یون چند اتمی در آب دریا، مشابه یون نیترات است.
- (پ) تنها منبع تهیه عنصر سازنده دومین کاتیون فراوان، آب دریا است.
- (ت) بیشترین کاربرد ترکیب حاصل از فراوان‌ترین یون‌ها، تهیه گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن است.

- (۱) آ، ب و پ      (۲) آ و ت      (۳) ب و پ      (۴) پ و ت

۷۴- با توجه به شکل زیر، چه تعداد از موارد زیر درست است؟



(آ) این واکنش برای شناسایی یکی از کاتیون‌های گروه ۲ جدول دوره‌ای عنصرها، کاربرد دارد.

(ب) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در این واکنش، بزرگ‌تر از مجموع این ضرایب در واکنش سدیم کلرید و نقره نیترات است.

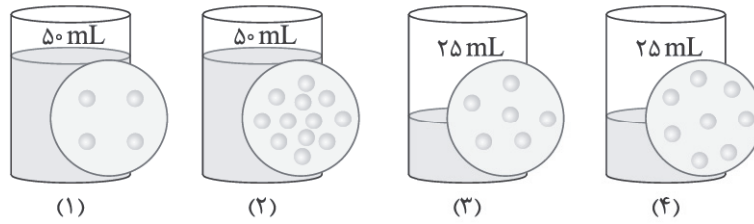
(پ) حالت فیزیکی یکی از فراورده‌ها، مانند فراورده مرحله نخست استخراج منیزیم از آب دریا است.

(ت) غلظت تمامی یون‌ها در محلول نهایی، نسبت به محلول‌های ابتدای واکنش کمتر است.

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۷۵- با توجه به شکل‌های زیر، پاسخ درست هر ۳ پرسش، در کدام گزینه بیان شده است؟ (نوع حل‌شونده‌ها یکسان است و هر ذره را هم‌ارز با  $0.2$  مول در نظر بگیرید.)



(آ) غلظت مولار کدام محلول بیشتر است؟

(ب) غلظت مولار کدام محلول‌ها با هم برابر است؟

(پ) غلظت مولار محلول حاصل از افزودن محلول‌های ۱ و ۴ به همدیگر چقدر است؟

- (۱) ۴ - محلول‌های ۲ و ۳ -  $3/2$  مولار  
 (۲) ۲ - محلول‌های ۱ و ۴ -  $3/2$  مولار  
 (۳) ۴ - محلول‌های ۱ و ۳ -  $2/4$  مولار  
 (۴) ۲ - محلول‌های ۱ و ۳ -  $2/4$  مولار

۷۶- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) مواد شیمیایی موجود در آب دریا را می‌توان به روش‌های فیزیکی یا شیمیایی از آن استخراج کرد.  
 (۲) فلز منیزیم که در تهیه آلیاژها و شربت معده کاربرد دارد را می‌توان از آب دریا استخراج کرد.  
 (۳) در یکی از مراحل استخراج منیزیم از آب دریا، یک ترکیب سه‌تایی را به یک ترکیب دوتایی تبدیل می‌کنند.  
 (۴) در واکنش پایانی استخراج منیزیم از آب دریا که به کمک برق انجام می‌شود، حالت فیزیکی همه مواد مشابه است.

۷۷- کدام موارد درباره آمونیوم سولفات نادرست است؟

- (آ) از انحلال هر واحد از آن در آب، ۳ مول یون تولید می‌شود.  
 (ب) یک کود شیمیایی است که دو عنصر نیتروژن و گوگرد را در اختیار گیاه قرار می‌دهد.  
 (پ) تعداد پیوندهای اشتراکی در هر واحد آمونیوم سولفات، ۲ برابر تعداد اتم‌های هیدروژن است.  
 (ت) در آنیون سولفات، بار الکتریکی یون به اتم مرکزی آن تعلق دارد.
- (۱) پ و ت  
 (۲) ب، پ و ت  
 (۳) آ و ب  
 (۴) آ، پ و ت

۷۸- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (آ) سرکه خوراکی با خاصیت اسیدی ملایم، محلول ۵ درصد حجمی استیک اسید در آب است.  
 (ب) جداسازی حل‌شونده از محلول به شکل بلورهای جامد را تبلور می‌نامند.  
 (پ) در یک لیتر از محلول مولار سدیم نیترات، ۳ مول یون وجود دارد.  
 (ت) خواص محلول‌ها، به خواص حلال، حل‌شونده و مقدار هر یک از آنها بستگی دارد.  
 (ث) تجربه نشان می‌دهد که اندازه‌گیری حجم مواد جامد و مایع (به ویژه در آزمایشگاه آسان‌تر از جرم آنها است).
- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

محل انجام محاسبات



۷۹- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) گلاب مخلوطی همگن از چند ماده آلی در آب است.  
 (۲) هر محلول، مخلوطی همگن از یک حلال و یک حل‌شونده است که حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر آن یکسان و یکنواخت است.  
 (۳) در محلول آبی ضد یخ، حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر مخلوط یکسان و یکنواخت است.  
 (۴) حلال جزئی از محلول است که حل‌شونده را در خود حل می‌کند و شمار مول‌های آن بیشتر است.

۸۰- در ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۲۰ درصد جرمی از سدیم هیدروکسید، چند مول یون سدیم وجود دارد؟ (چگالی محلول را  $1.2 \text{ g.mL}^{-1}$  در نظر بگیرید.  $\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱)  $1/2$  (۲)  $2/4$  (۳) ۲ (۴)  $1/6$

۸۱- در یک مخزن آب به حجم ۵ متر مکعب (چگالی  $1 \text{ g.mL}^{-1}$ )، در مجموع ۲۰ مول یون کلسیم وجود دارد. اگر غلظت مطلوب  $\text{Ca}^{2+}$ ، ۱۰۰ ppm باشد، حداقل چند گرم سدیم فسفات باید به این مخزن اضافه کنیم تا غلظت  $\text{Ca}^{2+}$  به حد مطلوب برسد؟

( $\text{Ca} = 40, \text{Na} = 23, \text{P} = 31, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۸۲۰ (۲) ۴۱۰ (۳) ۱۲۳۰ (۴) ۲۰۵

۸۲- اگر حجم یکسانی از دو محلول متفاوت سدیم هیدروکسید و پتاسیم هیدروکسید و نیز، جرم یکسانی از دو ماده حل‌شده در محلول‌ها را داشته باشیم، با فرض غلظت برابر  $1/5 \text{ mol.L}^{-1}$  برای سدیم هیدروکسید، غلظت مولی محلول پتاسیم هیدروکسید کدام است؟

( $\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Na} = 23, \text{K} = 39: \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱)  $0/35$  (۲)  $0/5$  (۳)  $0/71$  (۴)  $1/07$

۸۳- به ترتیب از راست به چپ، چند لیتر محلول ۲ مولار سدیم هیدروکسید را با ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول ۴ مولار آن مخلوط کنیم تا پس از رقیق‌سازی محلول حاصل تا حجم ۲۰ لیتر، غلظت محلول حاصل به یک مولار برسد و از واکنش ۵ لیتر از محلول نهایی با آهن (III) کلرید، چند گرم رسوب تولید خواهد شد؟ ( $\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Fe} = 56: \text{g.mol}^{-1}$ )

واکنش موازنه شود.  $\text{NaOH(aq)} + \text{FeCl}_3(\text{aq}) \rightarrow \text{Fe(OH)}_3(\text{s}) + \text{NaCl(aq)}$

- (۱)  $178/3 - 9$  (۲)  $178/3 - 18$  (۳)  $89/1 - 9$  (۴)  $89/1 - 18$

۸۴- کدام عبارت درست است؟

- (۱) بازها در تماس با پوست احساس لیزی ایجاد می‌کنند، اما برخلاف اسیدها به آن آسیب نمی‌رسانند.  
 (۲) اسیدهای خوراکی مزه تلخ و بازها مزه ترش دارند.  
 (۳) اسید معده افزون بر فعال‌سازی آنزیم‌ها برای تجزیه مواد غذایی، جانداران ذره‌بینی موجود در غذا را نیز از بین می‌برد.  
 (۴) برای کاهش میزان pH خاک به آن آهک می‌افزایند.

محل انجام محاسبات

۸۵- کدام موارد درست است؟

(آ) مدل آرنیوس تنها محدود به محلول‌های آبی است.

(ب) هر چه  $[H^+]$  در محلول یک اسید بیشتر باشد، آن اسید، اسید قوی‌تری است.

(پ) بر مبنای مدل آرنیوس می‌توان توجیه کرد که  $[H^+]$  در محلول آبی  $Rb_2O$  کمتر از  $HCl$  است.

(ت) اسیدها و بازها الکترولیت قوی هستند و محلول آبی آنها رسانایی الکتریکی دارد.

(۱) آ، ب و پ (۲) ب و ت (۳) آ و پ (۴) ب، پ و ت

۸۶- با توجه به موارد زیر، چه تعداد از عبارتهای داده شده، درست است؟

« $AgCl$ ، استون،  $C_2H_5OH$ ،  $Na_2O$ ،  $SO_3$ ،  $NH_3$ »

(آ) محلول  $Na_2O$ ، در غلظت یکسان رسانایی الکتریکی بیشتری از محلول  $NH_3$  دارد.

(ب) کاغذ pH تنها در محلول حاصل از ۳ ترکیب به رنگ آبی درمی‌آید.

(پ) تنها ۲ ترکیب یونی در میان آنها وجود دارد که محلول هر دو رسانایی الکتریکی زیادی دارد.

(ت) با انحلال یک مول از این مواد در آب کافی، تنها در یک مورد ۴ مول یون به آب افزوده می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۷- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) در واکنش‌های برگشت پذیر همه واکنش دهنده‌ها به فراورده‌ها تبدیل نمی‌شوند.

(۲) هر چه ثابت یونش اسیدی بزرگ‌تر باشد، آن اسید قوی‌تر است.

(۳) در یک سامانه تعادلی، سرعت تولید و مصرف تمامی گونه‌ها با یکدیگر برابر است.

(۴)  $HNO_3$  یک اسید قوی است و در محلول آن غلظت یون‌های  $H^+$  و  $NO_3^-$  با هم برابر است.

۸۸- با توجه به شکل زیر، کدام عبارت‌ها درست است؟



(آ) درجه یونش  $HX$ ، بسیار بزرگ‌تر از درجه یونش  $HA$  و تقریباً برابر ۱۰۰ است.

(ب) در دمای یکسان، همواره سرعت واکنش  $HX$  با فلز منیزیم بیشتر از سرعت واکنش اسید  $HA$  و فلز منیزیم است.

(پ) این نمودارها را تنها می‌توان به یکی از ۳ اسید موجود در باران اسیدی و معمولی نسبت داد.

(ت) در دما و غلظت یکسان رسانایی الکتریکی محلول  $HA$ ، کمتر از محلول  $HX$  است.

(۱) آ و ب (۲) پ و ت (۳) ب و ت (۴) آ و پ

محل انجام محاسبات



۸۹- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) در دما و غلظت یکسان، مجموع غلظت‌های مولی گونه‌های در حال تعادل در محلول HCN کمتر از محلول استیک اسید است.

(۲) در محلول HF، سرعت تولید یون  $H^+$  با سرعت مصرف آن برابر است.

(۳) در دما و غلظت یکسان، رسانایی محلول  $N_2O_5$  بیشتر از محلول HCl است.

(۴) در محلول فرمیک اسید، تعداد زیادی یون با تعداد اندکی مولکول یونیده نشده در تعادل هستند.

۹۰- با افزودن ۵۰۰ مولکول از یک اسید ضعیف به ۵۰۰ میلی لیتر آب، در پایان فرایند انحلال ۵۵۰ ذره به آب افزوده می‌شود. درجه یونش این اسید کدام است؟

- (۱) ۰/۰۵ (۲) ۰/۰۰۵ (۳) ۰/۱ (۴) ۰/۰۱

۹۱- اگر  $K_a$  اسید بسیار ضعیف HA برابر  $10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$  باشد و غلظت  $H^+$  در محلولی از این اسید برابر  $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  باشد، درصد یونش اسید در این شرایط تقریباً کدام است؟

- (۱) ۰/۰۰۱ (۲) ۰/۰۱ (۳) ۰/۱ (۴) ۱

۹۲- با توجه به معادله‌های یونش دو اسید HA و HB، در شرایط یکسان دما و غلظت، کدام مقایسه‌ها در مورد این سامانه‌های تعادلی



درست است؟

(آ) تفاوت غلظت یون‌های تولیدی:  $HA < HB$  (ب) مجموع غلظت تعادلی گونه‌ها:  $HA < HB$

(پ) نسبت  $\frac{\text{غلظت تعادلی اسید}}{\text{غلظت تعادلی آنیون}}$ :  $HB < HA$  (ت) غلظت یون هیدرونیوم:  $HB < HA$

- (۱) ب و پ (۲) ب و ت (۳) آ و ت (۴) آ و پ

۹۳- ۵۰ گرم از اسید ضعیف HA در ۵ لیتر از محلول آن حل شده است. اگر  $[H^+]$  در این محلول ۰/۱ مولار باشد،  $K_a$  این اسید کدام است؟ ( $HA = 20 \text{ g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۰/۰۲ (۲) ۰/۰۲۵ (۳) ۰/۰۱ (۴) ۰/۰۵

۹۴-  $K_a$  یک اسید ضعیف فرضی HA برابر ۰/۱ است. در محلول چند مولار این اسید،  $[H^+] = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$  است؟

- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۴

۹۵- کدام عبارت درست است؟

(۱) مقایسه قدرت اسیدی برخی اسیدها در دمای اتاق به صورت  $HCOOH < H_2CO_3 < HNO_3 < HCl$  است.

(۲)  $H_3PO_4$  از  $HNO_3$  اسید قوی‌تری است، چون هر مولکول آن می‌تواند  $H^+$  بیشتری در محلول تولید کند.

(۳) در کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی، با افزایش تعداد کربن، مقدار  $K_a$  کاهش می‌یابد.

(۴) در کربوکسیلیک اسیدها، تنها هیدروژن گروه هیدروکسیل می‌تواند به صورت  $H_3O^+$  وارد محلول شود.

محل انجام محاسبات



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۳  
۲۳ شهریور ۱۴۰۳



## پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	مهدیار شریف - فاطمه فرجی	
۲	هندسه	مهريار راشدی	حسن محمدیگی - علیرضا شیرازی فرزوش لک	سینا پرهیزکار - مهدیار شریف
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی - مصطفی دیداری	مهدیار شریف - فاطمه فرجی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	مجتبی دانایی - محمد مهدی شریفی	محمد رضا خادمی - مهدیار شریف
۵	شیمی	مسعود جعفری	محسن خوشدل - مراد مدقالچی	محمد داودآبادی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



$$f(x) + g(x) = 3x + 7 \Rightarrow 2ax + 3a + b + ax + b = 3x + 7$$

$$\Rightarrow 2ax + 3a + 2b = 3x + 7 \Rightarrow \begin{cases} 2a = 3 \\ 3a + 2b = 7 \end{cases}$$

$$g^{-1}(x) = x - 2 \text{ بنابرین است. } g(x) = x + 2 \text{ و } b = 2 \text{ و } a = 1 \text{ پس است.}$$

۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$y = -x + 2\sqrt{1-x} = (\sqrt{1-x} + 1)^2 - 2$$

$$y + 2 = (\sqrt{1-x} + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{1-x} + 1 = \sqrt{y+2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1-x} = \sqrt{y+2} - 1 \Rightarrow 1-x = y + 3 - 2\sqrt{y+2}$$

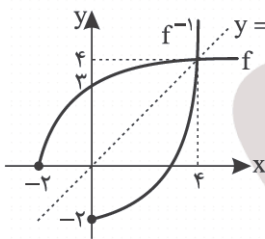
$$\Rightarrow x = 2\sqrt{y+2} - y - 2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 2\sqrt{x+2} - x - 2$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -1 \Rightarrow a - b = 2$$

۹. گزینه ۴ صحیح است.

چون  $f(x) \geq 0$  است، پس کافی



است  $x - f^{-1}(x)$  مثبت باشد (به جز حالت  $x = -2$ ، که جزء دامنه  $f^{-1}(x)$  نیست).

$$x - f^{-1}(x) > 0$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) < x$$

$$\Rightarrow 0 \leq x < 4$$

$$\Rightarrow \text{خواسته سوال} = 0 + 1 + 2 + 3 = 6$$

۱۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{1-x^2} > \left(\frac{5}{4}\right)^{2x+3} \Rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^{x^2-1} > \left(\frac{5}{4}\right)^{2x+3}$$

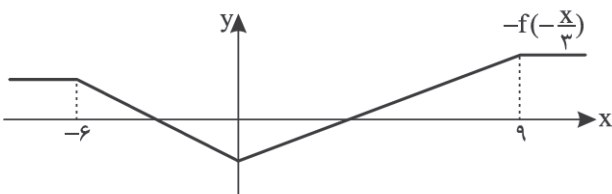
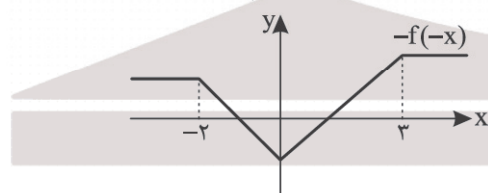
$$\Rightarrow x^2 - 1 < 2x + 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 4 < 0$$

$$\Rightarrow -1 < x < 4 \Rightarrow x = 0, 1, 2, 3$$

۱۱. گزینه ۱ صحیح است.

انتقال عمودی و افقی و انقباض و انقباض عمودی، تأثیری در یکنوایی و

طول بازه ندارند، پس کافی است تابع  $y = -f\left(-\frac{x}{3}\right)$  را بررسی کنیم.



در بازه  $[0, 9]$  تابع، اکیداً صعودی است.

۱۲. گزینه ۴ صحیح است.

چون  $f + 2g$  اکیداً نزولی است، پس  $-2f - 4g$  اکیداً صعودی است،

پس  $(-2f - 4g) + (2f - g) = -5g$  نیز اکیداً صعودی است، پس

$-g$  اکیداً صعودی است.

### حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\sqrt[6]{\sqrt{4 \times 8} \times 2^n} = \sqrt[6]{2^5 \times 2^n} = 2^{n+\frac{5}{6}}$$

$$\sqrt[6]{\sqrt{8 \times 2} \times 2^{-\frac{7}{6}}} = \sqrt[6]{2^3 \times 2^{-\frac{7}{6}}} = 2^{\frac{3}{6} - \frac{7}{6}} = 2^{-\frac{4}{6}} = 2^{-\frac{2}{3}} = 1$$

$$\Rightarrow 2^{n+\frac{5}{6}} = 2 \Rightarrow n + \frac{5}{6} = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{6}$$

۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

دو طرف تساوی را به توان ۳ می‌رسانیم.

$$x^3 = 16 - 8\sqrt{3} + 16 + 8\sqrt{3} + 3\sqrt[3]{16 - 8\sqrt{3}} \sqrt[3]{16 + 8\sqrt{3}} x$$

$$\Rightarrow 32 + 3\sqrt[3]{64(4-3)}x = 32 + 12x$$

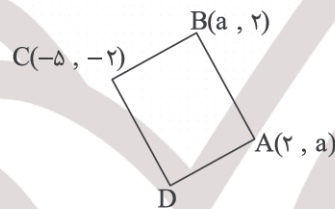
$$\Rightarrow \frac{x^3 - 20}{x+1} = \frac{32 + 12x - 20}{x+1} = \frac{12x + 12}{x+1} = 12$$

۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$m_{AB} \times m_{BC} = -1$$

$$\frac{a-2}{2-a} \times \frac{2+2}{a+5} = -1$$

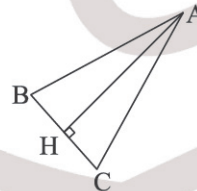
$$\Rightarrow \frac{4}{a+5} = 1 \Rightarrow a = -1$$



$$\Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \\ BC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow S = AB \cdot BC = 24$$

۴. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنید  $B(a, -3-a)$  باشد. دقت کنید که مختصات  $C$  نیز به همین صورت است. فاصله  $A$  از خط  $BC$  را پیدا می‌کنیم.



$$AH = \frac{|2+3+3|}{\sqrt{1+1}} = 4\sqrt{2}$$

$$AB = \sqrt{(2-a)^2 + (3+3+a)^2} = \sqrt{2a^2 + 8a + 40}$$

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow 2a^2 + 8a + 40 = 32 + 4$$

$$\Rightarrow a^2 + 4a + 2 = 0 \Rightarrow a_1 + a_2 = -4$$

۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$g(2) = k \Rightarrow g^{-1}(k) = 2 \Rightarrow \frac{k+1}{k-1} = 2 \Rightarrow k = 3$$

$$f^{-1} \log(2) = a \Rightarrow g(2) = f(a) \Rightarrow f(a) = 3 \Rightarrow a = 1$$

۶. گزینه ۱ صحیح است.

چون  $f$  اکیداً صعودی است، پس کافی است نمودار آن را با  $y = x$  تقاطع دهیم.

$$2x + \sqrt{2x+1} = x \Rightarrow \sqrt{2x+1} = -x$$

$$\xrightarrow{x < 0} 2x + 1 = x^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow [2(1 - \sqrt{2})] = -1$$

۷. گزینه ۴ صحیح است.

فرض کنید  $g(x) = ax + b$  باشد، پس:

$$f(x-1) = g(2x+1) = a(2x+1) + b$$

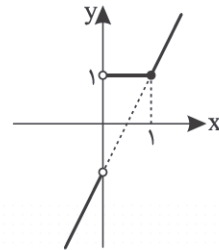
$$\Rightarrow f(x) = a(2x+3) + b$$



۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$1) x < 0 \text{ یا } x > 1 \Rightarrow y = x + \frac{x^2 - x}{x} = x + x - 1 \Rightarrow y = 2x - 1$$

$$2) 0 < x \leq 1 \Rightarrow y = x + \frac{x - x^2}{x} = x + 1 - x = 1$$



نمودار تابع به صورت مقابل است. این تابع همواره صعودی است.

۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

تابع f با دامنه [-۴, ۴] اکیدا نزولی است.

$$f(x^2 + 4x - 1) \geq f(4) \Rightarrow x^2 + 4x - 1 \leq 4$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 5 \leq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 1$$

از طرفی باید  $-4 \leq x^2 + 4x - 1 \leq 4$  باشد.

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 1 \leq 4 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 \leq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 4x - 1 \geq -4 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \leq -3, x \geq -1 \end{cases}$$

اشتراک هر سه شرط بالا به صورت  $-5 \leq x \leq -3$  و  $-1 \leq x \leq 1$  است که شامل ۶ عدد صحیح است.

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} f(x-1) = 0 \xrightarrow{x=2} f(1) = 0 \Rightarrow a + b + 5 = 0 \\ f(x+1) = 0 \xrightarrow{x=-2} f(-1) = 0 \Rightarrow -a + b + 11 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 3, b = -8 \Rightarrow 2a - b = 14$$

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$P(1) = 0 \Rightarrow 1 + 1 + 2 + a - 1 = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$R = P(-1) = (-1)^{n+1} + (-1)^n + 3 - a - 1 = 2 - a = 6$$

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

نمودار  $x^3$ ، ۲ واحد به راست منتقل شده است، پس  $\alpha = 2$  است.

$$\begin{cases} f(2) = 2 \Rightarrow b = 2 \\ f(0) = 0 \Rightarrow -8k + 2 = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x-2)^3 + 2$$

$$R = f(-b) = f(-2) = \frac{1}{4}(-6)^3 + 2 = -14$$

۱۸. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنید  $x^3 = t$  پس:

$$x^{24} - 1 = t^8 - 1 = (t+1)(t^7 - t^6 + t^5 - t^4 + t^3 - t^2 + t - 1)$$

$$\Rightarrow f(x) = x^{21} - x^{18} + x^{15} - x^{12} + x^9 - x^6 + x^3 - 1$$

$$\Rightarrow f(1) = 0, f(-1) = -8 \Rightarrow f(1) + f(-1) = -8$$

هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

تعداد قطرهای هر n ضلعی محدب برابر  $\frac{1}{2}n(n-3)$  است. پس

$(n+1)$  ضلعی منتظم  $\frac{1}{2}(n+1)(n-2)$  قطر و  $(n+2)$  ضلعی

منتظم  $\frac{1}{2}(n+2)(n-1)$  قطر دارد.

با استفاده از فرض سؤال می‌نویسیم:

$$\frac{1}{2}(n+1)(n-2) \times \frac{1}{2}(n+2)(n-1) = 15(n^2 - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(n^2 - 1)(n^2 - 4) = 15(n^2 - 1) \xrightarrow{n \neq 1} n^2 - 4 = 6 \cdot 4$$

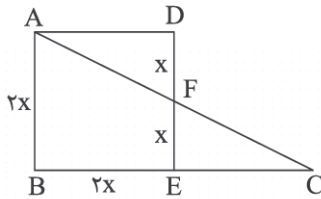
$$\Rightarrow n^2 = 64 \Rightarrow n = 8$$

اندازه یک زاویه داخلی n ضلعی منتظم برابر است با:

$$180^\circ - \frac{360^\circ}{n} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{8} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

(هندسه دهم، صفحه ۵۵)

۲۰. گزینه ۴ صحیح است.



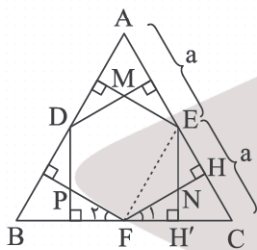
دو مثلث قائم‌الزاویه ADF و EFC هم‌نهشت‌اند. پس  $DF = EF = x$  و در نتیجه اندازه ضلع مربع 2x است. بنابراین:

$$\frac{S_{\text{دورنگه}}}{S_{\text{مربع}}} = \frac{S_{\text{ABEF}}}{S_{\text{ABED}}} = \frac{\frac{1}{2}BE(EF + AB)}{AB^2} = \frac{\frac{1}{2}(2x)(x + 2x)}{(2x)^2}$$

$$= \frac{3x^2}{4x^2} = \frac{3}{4} \times 100 = 75\%$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۵)

۲۱. گزینه ۴ صحیح است.



فرض کنیم اندازه هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC برابر 2a باشد.

در این صورت EF میان‌خط در مثلث ABC است. پس

$$EF = \frac{AB}{2} = a$$

است و نقطه N محل هم‌رسی ارتفاع‌های این مثلث می‌باشد. پس محل هم‌رسی میانه‌ها هم هست.

$$\left. \begin{aligned} FN &= \frac{2}{3}FH = \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}a \\ NE &= \frac{2}{3}EH' = \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}a \end{aligned} \right\} \Rightarrow NE = NF$$

به همین ترتیب ثابت می‌شود سایر اضلاع شش‌ضلعی DMENFP مساوی‌اند. در ضمن با توجه به شکل  $\hat{F}_1 = \hat{F}_2 = 30^\circ$  و به طریق مشابه نتیجه می‌گیریم سایر زاویه‌های شش‌ضلعی DMENFP برابر  $120^\circ$  است. پس این شش‌ضلعی منتظم است.

بنابراین:

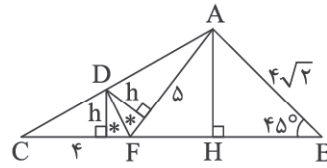
$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}a}{2a} \text{ مساحت شش‌ضلعی منتظم به ضلع } \frac{\sqrt{3}}{3}a = \frac{6\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2\right)}{\frac{\sqrt{3}}{4}(2a)^2} = \frac{1}{2}$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۵)



۲۲. گزینه ۱ صحیح است.

ارتفاع AH را رسم می کنیم.



$$\Delta ABH : AB = 4\sqrt{2}, B = 45^\circ \Rightarrow AH = BH = 4$$

D از دو ضلع زاویه AFC به یک فاصله است. در دو مثلث AFD و

DFC اندازه دو ارتفاع برابر است. نسبت مساحت های این دو مثلث

برابر با نسبت اندازه های قاعده های متناظر این دو ارتفاع است.

$$\frac{S_{\Delta DFC}}{S_{\Delta AFD}} = \frac{CF}{AF} \Rightarrow \frac{S_{\Delta DFC}}{S_{\Delta AFD}} = \frac{4}{4} \Rightarrow \frac{S_{\Delta DFC}}{S_{\Delta AFC}} = \frac{4}{9} \quad (1)$$

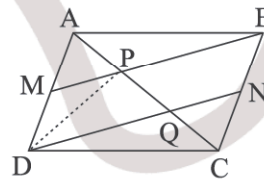
$$S_{\Delta AFC} = \frac{1}{2} \times AH \times FC \Rightarrow S_{\Delta AFC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{S_{\Delta DFC}}{8} = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{\Delta DFC} = \frac{32}{9}$$

(هندسه دهم، صفحه های ۶۵ و ۶۶)

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

بنابر فرض های سؤال شکل زیر را خواهیم داشت:



با توجه به تمرین ۳ صفحه ۶۳ کتاب درسی هندسه دهم

AP = PQ = QC است. می دانیم میانه، هر مثلث را به دو مثلث

هم مساحت تقسیم می کند. پس:

$$S_{\Delta ADP} = S_{\Delta DPQ} = S_{\Delta DQC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ADC} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} S_{ABCD} \right) = \frac{1}{6} S_{ABCD} \quad (1)$$

از طرف دیگر MP میانه در مثلث ADP است. پس:

$$S_{\Delta AMP} = S_{\Delta DMP} = \frac{1}{2} S_{\Delta ADP} \xrightarrow{(1)} S_{\Delta DMP} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{6} S_{ABCD} \right) = \frac{1}{12} S_{ABCD} \quad (2)$$

بنابراین:

$$S_{MPQD} = S_{\Delta DMP} + S_{\Delta DPQ} \xrightarrow{(2),(1)} S_{MPQD} = \frac{1}{12} S_{ABCD} + \frac{1}{6} S_{ABCD} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} (48) = 12 \text{ cm}^2$$

(هندسه دهم، صفحه های ۶۳ و ۶۷)

۲۴. گزینه ۴ صحیح است.

بنابر قضیه شبه پروانه در دوزنقه همواره رابطه زیر در دوزنقه ABCD برقرار است.

$$S_{\Delta OBC} = S_{\Delta OAD} = \sqrt{S_{\Delta OAB} \times S_{\Delta OCD}} \quad (1)$$

با توجه به  $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{5}$ ، داریم:

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \Delta OAB \sim \Delta ODC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta ODC}} = \left( \frac{AB}{DC} \right)^2 = \left( \frac{3}{5} \right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\xrightarrow{S_{\Delta OAB} = 9} \frac{9}{S_{\Delta ODC}} = \frac{9}{25} \Rightarrow S_{\Delta ODC} = 25$$

$$\xrightarrow{(1)} S_{\Delta OBC} = S_{\Delta OAD} = \sqrt{9 \times 25} = 15$$

بنابراین:

$$S_{ABCD} = S_{\Delta OAB} + S_{\Delta ODC} + S_{\Delta OBC} + S_{\Delta OAD} = 9 + 25 + 15 + 15 = 64$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۷)

۲۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{ماتریس } A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}, \text{ اسکالر } B = kI = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$(BA)^T + C = (k^T I^T) A^T + C = k^T A^T + C$$

$$= \begin{bmatrix} k^T a^T & 0 & 0 \\ 0 & k^T b^T & 0 \\ 0 & 0 & k^T c^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} k^T a^T + 1 & 0 & 0 \\ 0 & k^T b^T + 4 & 0 \\ 0 & 0 & k^T c^T + 9 \end{bmatrix}$$

طبق گفته سؤال مجموع درایه های این ماتریس برابر ۱۶ است. پس:

$$k^T a^T + 1 + k^T b^T + 4 + k^T c^T + 9 = 16$$

$$\Rightarrow k^T (a^T + b^T + c^T) = 2 \quad (1)$$

$$A^T B^T = A^T (kI)^T = A^T \times k^T \times I^T = k^T A^T$$

مجموع درایه های ماتریس  $A^T B^T$  برابر است با:

$$k^T (a^T + b^T + c^T) \stackrel{(1)}{=} 2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۱، ۱۲، ۱۶، ۱۸ و ۲۰)

۲۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$(A - B)(A + B) = A^T + AB - BA - B^T$$

بنابراین:

$$(A - B)(A + B) = (A^T + AB) - (B^T + BA)$$

$$(A - B)(A + B) = \begin{bmatrix} -6 & -8 \\ 9 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -12 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{(A-B)^{-1} \times} A + B = (A - B)^{-1} \times \begin{bmatrix} -9 & -12 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + B = \frac{1}{3-6} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -9 & -12 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + B = \frac{-1}{3} \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -12 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$





$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 9 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{دترمینان می‌گیریم}} |B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 9 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -1(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

بنابراین:

$$(1) \quad 1 \times \frac{1}{2} \times |C| = -64 \Rightarrow |C| = -128$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۷)

۳۰. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا از طرفین ماتریس A دترمینان می‌گیریم.

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{سطر اول}} |A| = -1(-2+m) + 1(-|A|-4)$$

$$\Rightarrow |A| = 2-m-|A|-4 = -2-m-|A| \Rightarrow 2|A| = -m-2$$

$$\Rightarrow |A| = \frac{-m-2}{2} = -\frac{m}{2} - 1$$

می‌دانیم عدد از دترمینان بیرون بیاید به توان مرتبه ماتریس می‌رسد. پس:

$$(|A|+1)A^T = 8$$

$$\Rightarrow (|A|+1)^T |A|^T = \left(-\frac{m}{2}\right)^T \left(-\frac{m}{2}-1\right)^T = 8$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{m}{2}\right)^T \left(-\frac{m}{2}-1\right)^T = 2^3 \Rightarrow \left[\frac{m}{2}\left(\frac{m}{2}+1\right)\right]^T = 2^3$$

$$\Rightarrow \frac{m}{2}\left(\frac{m}{2}+1\right) = 2$$

$$\Rightarrow \frac{m^2}{4} + \frac{m}{2} = 2 \xrightarrow{\times 4} m^2 + 2m - 8 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)(m+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-4 \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع}} -2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۷، ۳۰ و ۳۱)

## ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

به جای پیمانه می‌توانیم مقسوم‌علیه‌های آن را قرار دهیم:

$$\begin{cases} a \equiv 11 \pmod{4} \\ a \equiv -1 \pmod{3} \end{cases} \Rightarrow a + b \equiv 3$$

$$a^T + ab = a(a+b) \equiv (4)^T 3 \equiv 5 \pmod{4} \Rightarrow a^T + ab \in [5]_4$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{می‌دانیم } 24 \equiv 24, 54 \equiv 24, 88 \equiv 28 \text{ و } (4, 30) = 2$$

$$24a \equiv 28b \xrightarrow{\div 4} 6a \equiv 7b$$

گزینه ۱ درست است، چون  $3 \mid 15$  داریم:

$$6a \equiv 7b \Rightarrow 6a \equiv 7b \xrightarrow{\div 3} 2a \equiv 0 \Rightarrow 3 \mid b$$

گزینه ۳ درست است، چون  $5 \mid 15$  داریم:

$$6a \equiv 7b \Rightarrow 6a \equiv 7b \xrightarrow{\div 2} 3a \equiv 7b$$

حال ماتریس A را می‌یابیم.

$$A - B = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{+} 2A = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\times \frac{1}{2}} A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \text{مجموع درایه‌های } A$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۲)

۲۷. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا ماتریس  $A^{-1}$  را پیدا می‌کنیم.

$$A^T + A - I = \bar{0} \Rightarrow A(A+I) = I \Rightarrow A^{-1} = A+I$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} (A^{-1})^2 = (A+I)^2 \Rightarrow (A^T)^{-1} = A^T + I + 2A$$

$$\xrightarrow{A^T = I - A} (A^T)^{-1} = I - A + I + 2A \Rightarrow (A^T)^{-1} = 2I + A$$

$$\xrightarrow{A^{-1} \times} (A^T)^{-1} = 2A^{-1} + I$$

$$\xrightarrow{A^{-1} = A+I} (A^T)^{-1} = 2(A+I) + I \Rightarrow (A^T)^{-1} = 2A + 3I$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

۲۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{b_{ij} = 3^{(i+j-2)} a_{ij}} B = \begin{bmatrix} a_{11} & 3a_{12} & 9a_{13} \\ 3a_{21} & 9a_{22} & 27a_{23} \\ 9a_{31} & 27a_{32} & 81a_{33} \end{bmatrix}$$

در محاسبه دترمینان B از سطرهای دوم و سوم و همچنین ستون‌های دوم و سوم به ترتیب از ۳ و ۹ می‌توانیم فاکتور بگیریم.

$$|B| = \begin{vmatrix} a_{11} & 3a_{12} & 9a_{13} \\ 3a_{21} & 9a_{22} & 27a_{23} \\ 9a_{31} & 27a_{32} & 81a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow |B| = (3)(9)(3)(9) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 81 = (3)(9)(3)(9) |A| \Rightarrow |A| = \frac{1}{9}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۲۹. گزینه ۲ صحیح است.

از طرفین تساوی داده شده دترمینان می‌گیریم.

$$AB^{-1}C = -4I \Rightarrow |AB^{-1}C| = |-4I|$$

$$\Rightarrow |A| |B|^{-1} |C| = (-4)^3 |I| \Rightarrow |A| \times \frac{1}{|B|} \times |C| = -64 \quad (1)$$

از طرف دیگر:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{دترمینان می‌گیریم}} |A| = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-1)^6 \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$



کافی است از سه شنبه، چهار روز جلو برویم. اول مهرماه شنبه است.  
پس چهارمین شنبه، ۲۲ مهرماه است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

چون  $۱۷ \times ۳ = ۵۱$ : چون ۱۷ عدد اول است  $۴ + ۲m \geq ۱۷$  باید باشد تا  
عامل ۱۷ در  $(۴ + ۲m)!$  وجود داشته باشد:

$$۴ + ۲m \geq ۱۷ \Rightarrow m \geq \frac{۱۳}{۲} \Rightarrow m \geq ۷$$

پس حداقل  $m$  برابر ۷ است. کافی است باقیمانده  $۷^{۶۲}$  را بر ۴۳ پیدا کنیم:

$$۷^{۶۰} \equiv ۱ \pmod{۴۳} \xrightarrow{\text{توان } ۲} ۷^۲ \equiv ۴۳ \equiv ۱ \pmod{۴۳}$$

$$\xrightarrow{\times ۷^۲} ۷^{۶۲} \equiv ۴۹ \equiv ۶ \pmod{۴۳}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۳۹. گزینه ۲ صحیح است.

طبق اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$(x+1)(x^2-x+1) = x^3-1$$

اگر  $x = ۵^{۲۷۱}$  قرار دهیم، داریم:

$$(۵^{۲۷۱})^۳ - ۱ \equiv (۵^۳)^{۲۷۱} - ۱ \equiv (-۱)^{۲۷۱} - ۱ \equiv -۲ \equiv ۱۲۴ \pmod{۱۲۴}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۱)

۴۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$۳^۶ \equiv ۷ \pmod{۷} \Rightarrow ۳^{۶n} \equiv ۷^n \pmod{۷} \Rightarrow ۳^{۶n+۱} \equiv ۳ \times ۷^n \pmod{۷}$$

$$۲^۶ \equiv ۷ \pmod{۷} \Rightarrow ۲^{۶n} \equiv ۷^n \pmod{۷} \Rightarrow ۲^{۶n+۴} \equiv ۱۶ \times ۷^n \pmod{۷}$$

$$\Rightarrow ۳^{۶n+۱} + ۲^{۶n+۴} \equiv ۱۹ \times ۷^n \pmod{۷}$$

پس به ازای تمام مقادیر طبیعی  $n$  برقرار است.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

### فیزیک

۴۱. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به شکل صفحه ۹۱ کتاب درسی

(فیزیک دهم، صفحه ۹۱)

۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \Delta \theta_1 \\ F_1 &= \frac{9}{5} \theta_1 + 32 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \theta_1 = 10^\circ \text{C} \\ \Rightarrow F_1 = 50^\circ \text{F} \\ \Rightarrow \Delta \theta = 15^\circ \text{C}$$

$$\left. \begin{aligned} F_2 &= 2\theta_2 \\ F_2 &= \frac{9}{5} \theta_2 + 32 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \theta_2 = 16^\circ \text{C} \\ \Rightarrow F_2 = 32^\circ \text{F}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۴۳. گزینه ۱ صحیح است.

الف) درست

ب) نادرست، نمونه‌ای از همرفت طبیعی است.

ج) نادرست، تفسنج نوری به عنوان دماسنج معیار انتخاب شده است.

د) نادرست، در روز نسیم از سوی دریا به سمت ساحل می‌وزد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

گزینه ۴ درست است.

$$۶a \equiv ۷b \pmod{۱۲} \xrightarrow{\times ۲} ۱۲a \equiv ۱۴b \pmod{۱۲} \xrightarrow{۱۴ \equiv -۲} -۳a \equiv -b \pmod{۱۲} \Rightarrow b \equiv ۳a \pmod{۱۲}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ و ۲۲)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

$۴۰۳$  و  $۳۰۴$  به پیمانه  $m$  هم‌نهشت هستند.

$$۴۰۳ \equiv ۳۰۴ \pmod{m} \Rightarrow ۴۰۳ - ۳۰۴ \equiv ۰ \pmod{m} \Rightarrow ۹۹ = ۹ \times ۱۱$$

$$\xrightarrow{\text{عدد اول } m} m = ۱۱$$

باقیمانده  $۴۰۳$  به ۱۱ برابر  $r = ۷$  می‌باشد. پس  $m + r = ۱۸$  است.

۳۴. گزینه ۱ صحیح است.

اگر رقم یکان دو عدد برابر باشند آن دو عدد پیمانه  $۱۰$  هم‌نهشت هستند:

$$۲۹a - ۸ \equiv a + ۶b \pmod{۱۰} \xrightarrow{-۲} -۲a \equiv ۶b + ۸ \pmod{۱۰}$$

$$\Rightarrow ۲۸a \equiv ۶b + ۸ \pmod{۱۰} \xrightarrow{+۲} ۱۴a \equiv ۳b + ۴ \pmod{۱۰}$$

$$\xrightarrow{۱۴ \equiv ۴} ۴a \equiv ۳b + ۴ \pmod{۱۰}$$

$$\xrightarrow{۴ \equiv -۱} -a \equiv ۳b - ۱ \pmod{۱۰} \xrightarrow{\times (-۱)} a \equiv ۱ - ۳b \pmod{۱۰}$$

$$\xrightarrow{\times b} ab \equiv b - ۳b^2 \pmod{۱۰}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۳)

۳۵. گزینه ۴ صحیح است.

فرض کنید  $\overline{abcd} \equiv r$  باشد.

$$\overline{abcd} \equiv \overline{abc} + d \equiv ۱ \cdot \overline{abc} + d \equiv r$$

$$\Rightarrow ۲r \equiv ۲ \cdot \overline{abc} + ۲d \equiv -\overline{abc} + ۲d$$

می‌دانیم  $\overline{abc} = ۲d - ۵$  پس داریم:

$$۲r \equiv -۲d + ۵ + ۲d \Rightarrow ۲r \equiv ۵ \pmod{۱۰} \Rightarrow r \equiv ۶ \pmod{۱۰}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$A \equiv a+b+c+d+e \equiv e-d+c-b+a \Rightarrow ۲b+۲d \equiv ۰$$

$$\Rightarrow b+d \equiv ۰ \pmod{۱۰} \Rightarrow \begin{array}{c|cccccccccc} b & ۰ & ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ & ۶ & ۷ & ۸ & ۹ & ۰ \\ \hline d & ۹ & ۸ & ۷ & ۶ & ۵ & ۴ & ۳ & ۲ & ۱ & ۰ & ۹ \end{array}$$

پس برای انتخاب  $b$  و  $d$ ، ۱۲ حالت داریم:

$$A = \overline{abcde} \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ ۹ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۲ = ۱۰۸۰۰ \\ \downarrow \\ d, b$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۳)

۳۷. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا اولین روز مهرماه را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{آخر تابستان} \\ ۳۰ + ۵ \times ۳۱ + ۱ \equiv ۲ + ۱۵ + ۱ \equiv ۴ \pmod{۷} \\ \text{فروردین} \quad \text{اول مهر}$$





۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

چون طول اولیه برابر است:

$$L_{oA} = L_{oB} = L$$

$$L_B - L_A = 14 \times 10^{-4} L$$

$$L(1 + \alpha_B \Delta\theta) - L(1 + \alpha_A \Delta\theta) = 14 \times 10^{-4} L$$

$$\Delta\theta(\alpha_B - \alpha_A) = 14 \times 10^{-4}$$

$$\Delta\theta(1/4 \times 10^{-5}) = 14 \times 10^{-4}$$

$$\Delta\theta = 10^\circ \text{C}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۹۸)

۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$m_A = m_B$$

$$\rho_A = 2\rho_B, c_A = 2c_B, \alpha_A = \frac{1}{2}\alpha_B$$

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow 2c_B \times \Delta\theta_A = \Delta\theta_B \times c_B \Rightarrow \Delta\theta_B = 2\Delta\theta_A$$

$$\Delta V = V_1(2\alpha)\Delta\theta$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۹۱ تا ۹۴ و ۹۸)

۴۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$Q_{\text{تبخیر}} = |Q_{\text{انجماد}}|$$

 اگر مقدار آب  $M$  فرض شود و  $m$  گرم از آب یخ می‌زند در این صورت مقدار  $(M - m)$  گرم آن تبخیر می‌شود.

$$(M - m)L_V = mL_F$$

$$\frac{M - m}{m} = \frac{L_F}{L_V}$$

$$\frac{M}{m} - 1 = \frac{L_F}{L_V} \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{L_F}{L_V} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{L_F + L_V}{L_V} \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{L_V}{L_V + L_F}$$

(فیزیک دهم، مشابه تمرین ۲۲، صفحه ۱۲۶)

۴۷. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا هر دو ماده را به آب صفر درجه می‌رسانیم:

$$Q_{\text{یخ}} = mL_f = 80 \times 236 = 26880 \text{ J}$$

$$Q_{\text{آب}} = mc\Delta\theta = 80 \times 4/2 \times 10 = 3360 \text{ J}$$

بنابراین با مقایسه گرماها، واضح است که گرمایی که آب می‌دهد، نمی‌تواند باعث ذوب کامل یخ شود. پس دمای تعادل همان صفر درجه است. حال مقدار آبی که در اثر ذوب یخ ایجاد می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$Q = mL_f \Rightarrow 3360 = m \times 236 \Rightarrow m = 10 \text{ g}$$

$$\frac{10}{80} = \frac{1}{8} = 1/8$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۱۷)

۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

با فرض ثابت بودن توان:

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{mc\Delta\theta}{t_1} = \frac{mL_V}{t_2}$$

$$\frac{c_{\text{آب}}(100 - 40)}{12} = \frac{540 \times c_{\text{آب}}}{t_2}$$

$$\Rightarrow \frac{60}{12} = \frac{540}{t_2} \Rightarrow t_2 = 9 \times 12 = 108 \text{ min}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۱۵)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

 وقتی  $4/2$  کیلوژول گرما به مایع داده شده، دمای آن،  $300^\circ\text{C}$  بالا می‌رود و به مرحله تبخیر می‌رسد. در مرحله تبخیر نیز با دادن  $0/12$  کیلوژول گرما به مایع به طور کامل تبخیر می‌شود. دقت کنید که در مرحله تبخیر گاز هیچ تغییر دمایی صورت نمی‌گیرد.

$$1) Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 4/2 \times 10^3 = 1000 \times 10^{-3} \times c \times 300$$

$$\Rightarrow c = 140 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

$$2) Q = mL_V \Rightarrow 0/12 \times 10^3 = 1000 \times 10^{-3} \times L_V$$

$$\Rightarrow L_V = 1200 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۹۸، ۱۰۵ و ۱۰۸)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

میزان حجمی از مایع که بیرون می‌ریزد، اختلاف انبساط مایع و ظرف است.

$$\Delta V = V_0(\beta - 3\alpha)\Delta\theta$$

$$\Delta V = 500 \times (2 \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-5}) \times (56 - 36)$$

$$\Delta V = 500 \times 20 \times (10^{-5})(200 - 6)$$

$$\Delta V = 194 \times 10^{-1} = 19/4 \text{ cm}^3$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰۱)

۵۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{(\frac{12}{100})P_1 (\frac{10}{100})V_1}{T_2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{96}{100}$$

بنابراین دمای مطلق باید ۴ درصد کاهش یابد.

(فیزیک دهم، صفحه ۱۲۰)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد. در قانون گازهای کامل باید از فشار مطلق استفاده کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = P_{g_1} + P_0 = 15 \text{ atm} \\ V_1 = 12 \text{ lit} \\ T_1 = \theta_1 + 273 = 280 \text{ K} \end{array} \right.$$

$$\Delta F = \frac{2}{5} \Delta\theta \Rightarrow 126 = \frac{2}{5} \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 70^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T = 70 \text{ K}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = ? \\ V_2 = 25 \text{ lit} \\ T_2 = 70 + 280 = 350 \text{ K} \end{array} \right.$$

$$P_2 = ?$$

$$V_2 = 25 \text{ lit}$$

$$T_2 = 70 + 280 = 350 \text{ K}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{15 \times 12}{280} = \frac{P_2 \times 25}{350} \Rightarrow P_2 = 9 \text{ atm}$$

 $\Leftarrow$  عددی که فشارسنج نشان می‌دهد برابر است با:  $9 - 1 = 8 \text{ atm}$ 

(فیزیک دهم، صفحه های ۱۱۷ تا ۱۲۳)



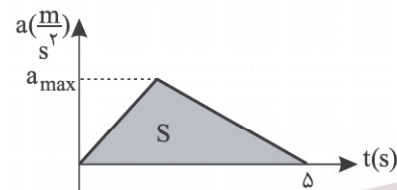
ج) نادرست، زیرا تقعر رو به پایین است، یعنی  $a < 0$  ولی شیب خط مماس‌ها مثبت است. یعنی  $v > 0$

د) درست، زیرا  $v$  در  $t_1$  منفی است و در  $t_2$  مثبت است. بنابراین  $\Delta v$  در این بازه مثبت و در نتیجه  $a_{av}$  نیز مثبت خواهد بود. ( $\vec{a}_{av}$  جهت محور X هاست)

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۷)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

سطح زیر نمودار منحنی شتاب - زمان مقدار  $\Delta v$  را نشان می‌دهد. از آنجایی که  $v_0 = -8 \frac{m}{s}$  است، اگر  $\Delta v$  بیشتر از  $+8 \frac{m}{s}$  شود، حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده خواهد شد. بنابراین بیشترین مقدار  $\Delta v$  برای آنکه حرکت در تمام ۵ ثانیه کندشونده باشد،  $+8 \frac{m}{s}$  است.



با توجه به اینکه سطح محصور بین منحنی شتاب - زمان و محور - زمان، تغییرات سرعت است، داریم:

$$\Rightarrow S = \frac{\Delta \times a_{max}}{2} = 8$$

$$\Rightarrow a_{max} = 3/2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۱)

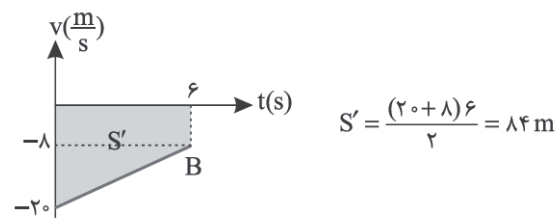
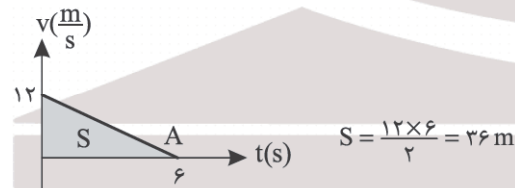
۵۸. گزینه ۲ صحیح است.

منحنی  $(v-t)$  یکبار محور زمان را قطع کرده است. پس جهت حرکت یک بار عوض شده است. این منحنی در دو لحظه بیشینه و در دو لحظه کمینه شده است. پس چهار بار شتاب صفر شده و جهت شتاب نیز چهار بار تغییر کرده است.

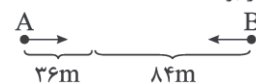
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا سطح زیر هر نمودار را از  $t=0$  تا  $t=6s$  محاسبه می‌کنیم:



از لحظه شروع تا  $t=6s$ ، متحرک A، ۳۶ متر و متحرک B به اندازه ۸۴ متر طی کرده است. چون در  $t=6s$  به هم رسیده‌اند، بنابراین فاصله اولیه آنها  $۳۶+۸۴$  یعنی ۱۲۰ متر بوده است.



(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۵۳. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا تمام مواد را به یخ صفر درجه می‌رسانیم.

یخ صفر  $\rightarrow$  یخ  $-70^\circ C$

$$Q_{\text{یخ}} = mc\Delta\theta = 400 \times \frac{1}{4} c \times 75 = 14000 c_{\text{آب}}$$

$$40^\circ C_{\text{آب}} \rightarrow 0^\circ C_{\text{آب}} \rightarrow 0^\circ C_{\text{یخ}}$$

$$Q_{\text{آب}} = mc\Delta\theta + mL_f = 100 \times c \times 40 + 100 \times 80 c = 12000 c_{\text{آب}}$$

دمای تعادل کمتر از صفر درجه سلسیوس است.

$$Q_{\text{یخ}} > Q_{\text{آب}} \Rightarrow \theta_e < 0$$

$$\begin{cases} Q_{\text{باقیمانده}} = 14000 c - 12000 c = 2000 c_{\text{آب}} \\ m_{\text{کل}} = 400 + 100 = 500 g \end{cases}$$

حال باید ببینیم با گرمای باقیمانده دمای یخ چند درجه سلسیوس پایین می‌رود.

$$2000 c_{\text{آب}} = 500 \times \frac{1}{4} c_{\text{آب}} \times \Delta\theta$$

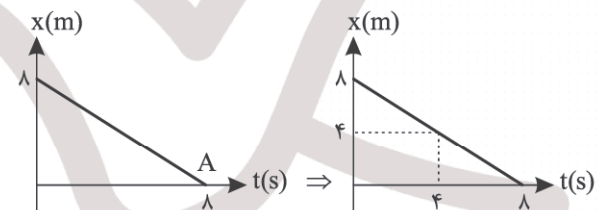
$$|\Delta\theta| = 8^\circ C \Rightarrow \theta_e = 0 - 8 = -8^\circ C$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۲۰)

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

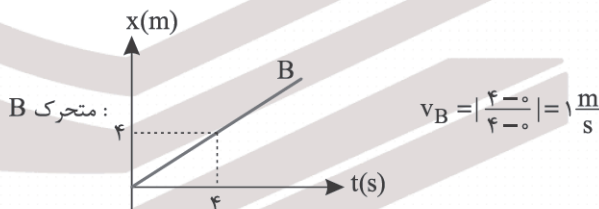
کافی است برای هر نمودار مقدار شیب یا همان  $|\frac{\Delta x}{\Delta t}|$  را محاسبه نماییم.

متحرک A:



با توجه به شیب به دست آمده مکان در  $t=4$  برابر  $4m$  خواهد بود.

$$A \text{ تندى: } v_A = \left| \frac{0-8}{8-0} \right| = 1 \frac{m}{s}$$



$$B \text{ متحرک: } v_B = \left| \frac{4-0}{4-0} \right| = 1 \frac{m}{s}$$

در نتیجه اختلاف تندى این دو متحرک صفر است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱۳)

۵۵. گزینه ۲ صحیح است.

اگر زمان موردنظر  $t$  فرض شود، داریم:

$$\begin{cases} \text{در حالت اول: } d = 5(t-120) \\ \text{در حالت دوم: } d = 2(t+60) \end{cases} \Rightarrow 5(t-120) = 2(t+60)$$

$$\Rightarrow 5t - 600 = 2t + 120 \Rightarrow 3t = 720 \Rightarrow t = 240s$$

$$d = 5(t-120) = 5(240-120) = 600m$$

$$\text{در حالت سوم: } d = vt \Rightarrow 600 = v \times 240 \Rightarrow v = \frac{600}{240} = 2/5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

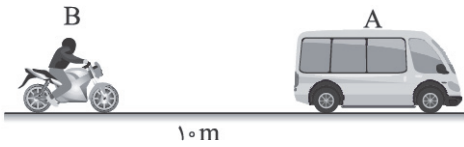
۵۶. گزینه ۴ صحیح است.

الف) درست، زیرا در این بازه، تقعر تابع رو به پایین است. بنابراین بردار شتاب خلاف جهت محور X هاست.

ب) درست، زیرا هم در  $t_1$  و هم در  $t_2$ ،  $v$  صفر است (زیرا شیب خط مماس به نمودار  $x-t$  صفر است)، بنابراین  $\Delta v$  و  $a_{av}$  نیز صفر خواهد بود.



۶۳. گزینه ۲ صحیح است.



اگر مبدأ مکان را نقطه شروع حرکت موتورسوار فرض کنیم، با استفاده از معادله  $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$  داریم:

معادله مکان - زمان اتوبوس:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = 2t^2 + 10t + 10$$

$$x_B = vt \quad \text{معادله مکان - زمان موتورسوار:}$$

$$x_A = x_B \xrightarrow{t=5s} 2(5)^2 + 10(5) + 10 = v \times 5$$

$$110 = 5v \Rightarrow v = 22 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۱)

۶۴. گزینه ۲ صحیح است.

طبق رابطه حرکت با شتاب ثابت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t, v_0 = 0$$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2$$

$$\frac{49}{121} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2 \Rightarrow \text{از طرفین جذر می‌گیریم.}$$

$$\frac{7}{11} = \frac{t_1}{t_1 + t_2}$$

$$7t_1 = 7t_2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{7}{4}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۷)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

در لحظه  $t = 2s$  سرعت متحرک صفر است. پس برای بازه زمانی از  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 5s$  می‌توان گفت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + (v_{t=2s}) \times t$$

$$-36 = \frac{1}{2}a(3)^2 + 0 \Rightarrow a = -8 \frac{m}{s^2}$$

از رابطه  $\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$  برای ۲ ثانیه اول داریم:

$$\Delta x' = -\frac{1}{2}at^2$$

$$\Delta x' = -\frac{1}{2}(-8)(2)^2 = 16 \Rightarrow 36 - x_0 = 16 \Rightarrow x_0 = 20m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۶)

۶۶. گزینه ۱ صحیح است.

چون سرعت ثابت است، پس سرعت متوسط و لحظه‌ای با هم برابر است:

$$v = v_{av} = 5 \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 5t - 15$$

$$15 = 5t - 15 \Rightarrow t = 6s$$

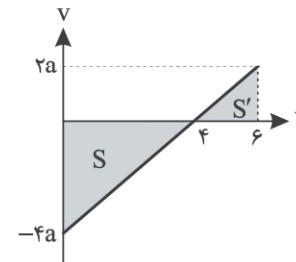
(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴)

۶۷. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اطلاعات مسئله به راحتی می‌توان نمودار  $(v-t)$  را رسم نمود و از روی سطح زیر نمودار میزان مسافت و جابه‌جایی را برحسب هم به دست آورد.

۶۰. گزینه ۳ صحیح است.

یکی از بهترین شیوه‌های حل، ترسیم نمودار  $(v-t)$  است.  $(S)$  و  $(S')$  چون مساحت‌اند مثبت در نظر گرفته شده‌اند.



$$\left. \begin{aligned} t=0 &\Rightarrow x_0 = 8m \\ t=6s &\Rightarrow x_f = 2m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = 2 - 8 = -6m$$

$$S = \frac{4(4a)}{2} = 8a$$

$$S' = \frac{2(2a)}{2} = 2a$$

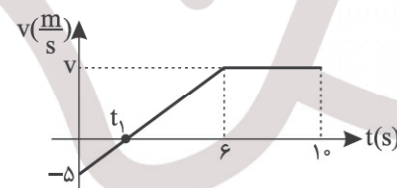
$$\Delta x = -6m \Rightarrow -S + S' = -6$$

$$2a - 8a = -6 \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۷)

۶۱. گزینه ۴ صحیح است.

اگر سرعت نهایی متحرک در  $t = 10s$  را  $v$  فرض کنیم، داریم:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

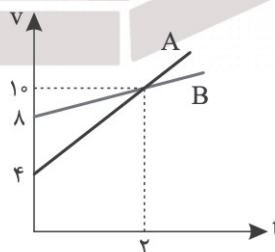
$$2 = \frac{v - (-5)}{10} \Rightarrow v = 15 \frac{m}{s}$$

در بازه زمانی  $0 < t < t_1$  حرکت متحرک کندشونده است و شتاب متوسط در این بازه با شتاب متوسط در بازه زمانی  $0 < t < 6s$  یکسان است.

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - (-5)}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۲. گزینه ۴ صحیح است.



$$a_A = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3 \frac{m}{s^2}, v_{0A} = 4 \frac{m}{s}$$

$$a_B = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2}{2} = 1 \frac{m}{s^2}, v_{0B} = 8 \frac{m}{s}$$

در لحظه سبقت  $\Delta x_A = \Delta x_B$  است و با توجه به رابطه

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\frac{1}{2} \times 3t^2 + 4t = \frac{1}{2}t^2 + 8t \Rightarrow t = 4s$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{v_{0A} + a_A t}{v_{0B} + a_B t} = \frac{4 + 3 \times 4}{8 + 1 \times 4} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۲)





## ۷۲. گزینه ۴ صحیح است.

فرمول شیمیایی این ترکیبات و نسبت خواسته شده به ترتیب برابر است با:

$$1) (NH_4)_2CO_3 \quad \frac{2+1}{2 \times 5 + 4} = \frac{3}{14}$$

$$2) CaSO_4 \quad \frac{1+1}{1+5} = \frac{2}{6}$$

$$3) Mg(OH)_2 \quad \frac{1+2}{1+2 \times 2} = \frac{3}{5}$$

$$4) (NH_4)_3PO_4 \quad \frac{3+1}{3 \times 5 + 5} = \frac{4}{20}$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۲)

## ۷۳. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) این ترکیب NaCl است که به روش فیزیکی تبلور از آب دریا استخراج می‌شود.

ب)  $NO_3^-$  و  $SO_4^{2-}$  ساختار لوویس و در نتیجه مدل فضاپرکن کاملاً متفاوتی دارند.

پ) آب دریا یکی از منابع تهیه فلز منیزیم است.

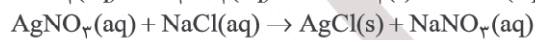
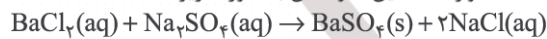
(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۷، ۹۱ و ۹۷)

## ۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

آ) این واکنش برای شناسایی یون  $Ba^{2+}$  انجام می‌شود.

ب) معادله موازنه‌شده این ۲ واکنش به صورت زیر است:



پ) فرآورده مرحله نخست استخراج Mg،  $Mg(OH)_2$  است که مانند  $BaSO_4$  در آب نامحلول بوده و به شکل رسوب (s) تولید می‌شود.

ت) چون حجم محلول نهایی از حجم هر ۲ محلول ابتدایی بیشتر است، پس غلظت تمامی یون‌ها کاهش یافته است. چه یون‌هایی که هنوز در

حالت محلول مانده‌اند ( $Cl^-$ ،  $Na^+$ ) و چه یون‌هایی که رسوب کرده‌اند و از محلول خارج شده‌اند ( $SO_4^{2-}$ ،  $Ba^{2+}$ ).

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۹، ۹۰ و ۹۸)

## ۷۵. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا غلظت مولار هر ۴ محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$M_1 = \frac{4 \times 0.02}{50 \times 10^{-3}} = 1.6 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \quad M_2 = \frac{12 \times 0.02}{50 \times 10^{-3}} = 4.8 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$M_3 = \frac{6 \times 0.02}{25 \times 10^{-3}} = 4.8 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \quad M_4 = \frac{8 \times 0.02}{25 \times 10^{-3}} = 6.4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

پس غلظت مولار محلول ۴ از بقیه بیشتر بوده و غلظت مولار محلول‌های ۲ و ۳ نیز با هم برابر خواهد بود.

با مخلوط کردن محلول‌های ۱ و ۴ با همدیگر خواهیم داشت:

$$M_5 = \frac{(4+8) \times 0.02}{(50+25) \times 10^{-3}} = \frac{0.24}{75 \times 10^{-3}} = 3.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۹)

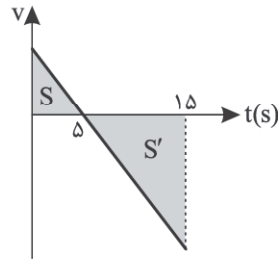
## ۷۶. گزینه ۴ صحیح است.

در واکنش پایانی استخراج منیزیم از آب دریا یک گاز و دو مذاب حضور دارند:  $MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$

توضیح گزینه ۳: در یکی از مراحل استخراج منیزیم از آب دریا، رسوب  $Mg(OH)_2$  در واکنش با HCl به  $MgCl_2$  تبدیل می‌شود.

(شیمی دهم، صفحه ۹۸)

چون جابه‌جایی در دو ثانیه سوم ( $4 < t < 6$ ) صفر است، بنابراین در وسط این بازه یعنی  $t = 5s$  علامت سرعت عوض شده است.



با توجه به نمودار و نسبت تشابه مثلث‌ها داریم:  $S' = 4S$

$$\Rightarrow \begin{cases} S + S' = 5S \\ |S - S'| = 3S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{مسافت: } S + S' = 5S \\ \text{پاسخ نهایی: } \frac{5S}{3S} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

## ۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$|\Delta y| = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 240 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = 48 \Rightarrow t = 4\sqrt{3}s$$

بنابراین این حرکت در ۴ بازه متوالی به میزان  $\sqrt{3}$  ثانیه در هر بازه انجام شده است. کافی است مسافت طی شده در بازه زمانی

$$t_1 = 3\sqrt{3}s \text{ تا } t_2 = 4\sqrt{3}s \text{ را به دست آوریم.}$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$$

$$t_1 = 3\sqrt{3}s \Rightarrow \Delta y_1 = 5 \times 9 \times 3 = 135 \text{ m}$$

$$t_2 = 4\sqrt{3}s \Rightarrow \Delta y_2 = 5 \times 16 \times 3 = 240 \text{ m}$$

$$\Delta y = \Delta y_2 - \Delta y_1 = 240 - 135 = 105 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

## ۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

اگر کل زمان حرکت،  $t$  و ارتفاع محل رها شدن جسم،  $h$  فرض شود با استفاده از رابطه  $|\Delta y| = \frac{1}{2}gt^2$  داریم:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = 5t^2$$

$$h - 90 = \frac{1}{2}g(t-3)^2 \Rightarrow h - 90 = 5(t-3)^2$$

با کم کردن این دو معادله از هم داریم:

$$90 = 5(t^2 - (t-3)^2) \Rightarrow 18 = 6t - 9 \Rightarrow 6t = 27 \Rightarrow t = \frac{9}{2}s$$

$$\Rightarrow v = gt = 10 \times \frac{9}{2} = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۰)

## ۷۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$|\Delta y| = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\frac{1}{4}h = \frac{1}{2} \times 10 \times (\Delta)^2 \Rightarrow h = 500 \text{ m}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y$$

$$v^2 - 0 = 20 \times 500 = 10000 \Rightarrow v = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۲)

شیمی

## ۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

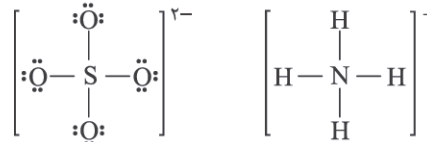
آب دریاها مخلوطی همگن از انواع یون‌ها و مولکول‌ها در آب است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱)



۷۷. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

 (آ) از انحلال هر مول از آن در آب، ۳ مول یون تولید می‌شود.  
 (پ) با توجه به فرمول شیمیایی  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  و ساختار لوویس این یون‌ها، نسبت درست  $\frac{12}{8}$  است.


(ت) در یون‌های چنداتی هم‌چون سولفات، بار یون به کل یون تعلق دارد نه به یک اتم خاص.

(شیمی دهم، صفحه ۹۲)

۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

 موارد (آ)، (پ) و (ت) نادرست هستند و شکل درست آنها به صورت زیر است:  
 (آ) سرکه خوراکی با خاصیت اسیدی ملایم، محلول ۵ درصد جرمی استیک اسید در آب است.  
 (پ) در یک لیتر از محلول مولار (یک مولار) سدیم نیترات، در مجموع ۲ مول یون  $\text{Na}^+$  و  $\text{NO}_3^-$  وجود دارد.  
 (ت) تجربه نشان می‌دهد که اندازه‌گیری حجم مواد مایع (به ویژه در آزمایشگاه) آسان‌تر از جرم آنها است.

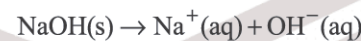
(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۲، ۹۴ و ۹۸)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

یک محلول می‌تواند بیش از چند حل‌شونده داشته باشد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۸۰. گزینه ۱ صحیح است.

 ابتدا به کمک چگالی و درصد جرمی محلول جرم  $\text{NaOH}$  را محاسبه می‌کنیم و سپس به مول  $\text{Na}^+$  می‌رسیم.


$$1,2 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = \frac{x}{200 \text{ mL}} \Rightarrow x = 240 \text{ g}$$

$$20\% = \frac{y}{240} \times 100 \Rightarrow y = 48 \text{ g NaOH}$$

با توجه به فرایند انحلال:

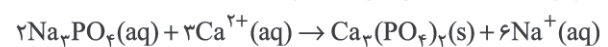
$$48 \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol NaOH}} = 1,2 \text{ mol Na}^+$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۶)

۸۱. گزینه ۱ صحیح است.

 ابتدا جرم  $\text{Ca}^{2+}$  مجاز در ۵ متر مکعب آب مخزن ( $5 \times 10^6 \text{ g}$ ) را محاسبه می‌کنیم:

$$100 \text{ ppm} = \frac{x}{5 \times 10^6} \times 10^6 \Rightarrow x = 500 \text{ g Ca}^{2+}$$

 در حالی که در این مخزن ۲۰ مول معادل  $800 \text{ g}$  کلسیم وجود دارد، پس باید  $300 \text{ g}$  از این یون با سدیم فسفات رسوب داده شود.


$$300 \text{ g Ca}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{40 \text{ g Ca}^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4}{3 \text{ mol Ca}^{2+}} \times \frac{164 \text{ g Na}_3\text{PO}_4}{1 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4} = 820 \text{ g Na}_3\text{PO}_4$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۵)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

 جرم ماده حل‌شده در دو محلول  $\text{NaOH}$  و  $\text{KOH}$   
 $m = \text{NaOH}$  و  $V = \text{NaOH}$  و  $\text{KOH}$ 

$$? \text{ mol NaOH} = \frac{m}{M} \text{ mol}$$

$$M = \frac{m}{V} \Rightarrow 1,5 = \frac{40}{V} \Rightarrow \frac{m}{V} = 1,5 \times 40 = 60$$

$$? \text{ mol KOH} = \frac{m}{M} \text{ mol}$$

$$M = \frac{m}{V} \Rightarrow M = \frac{1}{56} \times \frac{m}{V} = \frac{60}{56} \Rightarrow M \approx 1,07 \text{ mol.L}^{-1}$$

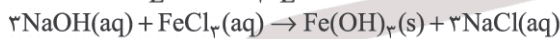
(شیمی دهم، صفحه ۹۷)

۸۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{محلول اول: } V(\text{L}) \times 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 2V \text{ mol}$$

$$\text{محلول دوم: } \frac{1}{4} \text{ L} \times 4 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 1 \text{ mol}$$

$$\frac{1 \text{ mol}}{\text{L}} = \frac{(2V + 1) \text{ mol}}{20 \text{ L}} \Rightarrow 2V + 1 = 20 \Rightarrow V = 9 \text{ L}$$



$$\text{Fe}(\text{OH})_2 = 107 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$9 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}(\text{OH})_2}{2 \text{ mol NaOH}} \times \frac{107 \text{ g Fe}(\text{OH})_2}{1 \text{ mol Fe}(\text{OH})_2}$$

$$= 178,3 \text{ g Fe}(\text{OH})_2$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۷)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

شکل درست دیگر گزینه‌ها:

(۱) بازها در تماس با پوست احساس لیزی ایجاد می‌کنند، اما به آن آسیب می‌رسانند.

(۲) اسیدهای خوراکی مزه ترش و بازها مزه تلخ دارند.

(۴) برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک (افزایش pH) به آن آهک می‌افزایند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

 توجه کنید که در عبارت (پ)، یک محلول اسیدی ( $\text{HCN}$ ) و یک محلول بازی ( $\text{Rb}_2\text{O}$ ) با هم مقایسه شده‌اند که با مدل آرنیوس ممکن است. در حالی که مقایسه  $[\text{H}^+]$  در دو محلول اسیدی طبق این مدل امکان‌پذیر نیست.

بررسی موارد نادرست:

 (ب) هر چه  $[\text{H}^+]$  در یک محلول بیشتر باشد، آن محلول اسیدی‌تر است، یعنی خاصیت اسیدی بیشتری دارد و لزوماً اسید آن قوی‌تر است ( $K_a$  بیشتر) نیست.

(ت) اسیدها و بازهای ضعیف الکترولیت قوی نیستند و به طور ناقص و جزئی در آب یونیده می‌شوند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸ و ۲۳)

۸۶. گزینه ۲ صحیح است.

موارد (آ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

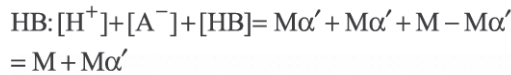
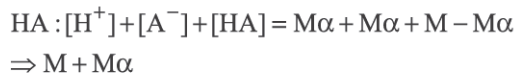
 (آ)  $\text{Na}_2\text{O}$  برخلاف  $\text{NH}_3$  یک الکترولیت قوی است و در آب کاملاً تفکیک می‌شود و در غلظت یکسان یون‌های بیشتری در محلول آن وجود دارد.



## ۹۲. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به مقادیر  $K_a$  برای این دو اسید، می‌دانیم HB اسید قوی‌تری است و در غلظت یکسان  $\alpha$  آن نیز بزرگ‌تر خواهد بود، حال به بررسی موارد می‌پردازیم.

(آ) غلظت یون‌های تولیدی در هر دو واکنش با هم برابر است، در نتیجه تفاوت غلظت آنها در هر دو محلول برابر صفر بوده و با هم برابر است. (ب) مجموع غلظت تعادلی گونه‌ها در هر محلول برابر است با:



چون غلظت اسیدها برابر است و HB اسید قوی‌تری است پس:

$$\alpha' > \alpha \Rightarrow M + M\alpha' > M + M\alpha$$

(پ) غلظت تعادلی آنیون با  $[H^+]$  برابر است. هر چه یک اسید ضعیف‌تر باشد، یونش آن ناقص‌تر بوده و غلظت تعادلی اسید (اسید یونیده‌نشده) در آن بیشتر و غلظت آنیون آن کمتر خواهد بود. پس نسبت خواسته‌شده برای اسید ضعیف‌تر HA بیشتر خواهد بود.

(ت) در دما و غلظت یکسان از اسیدها،  $[H^+]$  در محلول اسید قوی‌تر (HB) بالاتر خواهد بود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

## ۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

مقدار اسید اولیه و غلظت اولیه آن برابر است با:

$$50 \text{ g HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{200 \text{ g HA}} = 0.25 \text{ mol HA}$$

$$M = \frac{0.25}{5} = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به غلظت تعادلی  $H^+$ ، داریم:

$$[H^+] = M\alpha = 0.1$$

$$K_a = \frac{(M\alpha)(M\alpha)}{M - M\alpha} \Rightarrow K_a = \frac{(0.1)(0.1)}{0.05 - 0.1} = 0.25$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

## ۹۴. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به تعریف  $K_a$  داریم:

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{(M\alpha)(M\alpha)}{M - M\alpha}$$

$$K_a = 0.1 = \frac{(0.1)(0.1)}{M - 0.1} \Rightarrow M - 0.1 = 0.1 \Rightarrow M = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

## ۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

شکل درست سایر عبارت‌ها:

(۱) مقایسه قدرت اسیدی ( $K_a$ ) این اسیدها به صورت زیر است:



(۲)  $H_3PO_4$  یک اسید سه‌پروتون‌دار و  $HNO_3$  یک اسید تک‌پروتون‌دار است اما قدرت اسیدها به میزان یونش آنها بستگی دارد و  $HNO_3$  قوی‌تر است. چون برخلاف  $H_3PO_4$  کامل یونیده می‌شود.

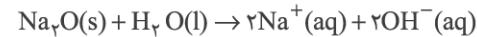
(۴) در کربوکسیلیک اسیدها، تنها هیدروژن گروه کربوکسیل می‌تواند به صورت  $H^+$  یا  $H_3O^+$  وارد محلول شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۳)

(ب) در میان این مواد تنها  $Na_2O$  و  $NH_3$  باز هستند و محلول آنها کاغذ pH را آبی می‌کند.

(پ) دو ترکیب  $AgCl$  و  $Na_2O$  یونی هستند، اما  $AgCl$  یک رسوب است و به مقدار ناچیزی در آب حل می‌شود، پس محلول آن برخلاف محلول  $Na_2O$  رسانایی الکتریکی بسیار کمی دارد.

(ت) از میان مواد گفته شده، تنها در اثر انحلال یک مول  $Na_2O$ ، ۴ مول یون به محلول افزوده می‌شود:



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

## ۸۷. گزینه ۳ صحیح است.

در یک سامانه تعادلی، سرعت تولید و مصرف هر گونه برابر است. اما رابطه میان سرعت‌های گونه‌های مختلف به نسبت ضرایب استوکیومتری آنها بستگی دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

## ۸۸. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) HX یک اسید قوی بوده و یونش آن کامل است. پس درجه یونش آن برابر یک خواهد بود.

(ب) سرعت واکنش اسیدها با فلز منیزیم به  $[H^+]$  بستگی دارد و می‌توان محلولی از HA تهیه کرد که غلظت  $H^+$  در آن بیشتر از محلول HX باشد.

(پ) HA و HX اسید تک‌پروتون‌دار هستند و در میان اسیدهای موجود در باران معمولی و باران اسیدی ( $H_2CO_3$ ،  $HNO_3$  و  $H_2SO_4$ ) تنها اسید  $HNO_3$  تک‌پروتون‌دار است که نمودار آن همانند نمودار اسید قوی HX خواهد بود.

(ت) چون HA اسید ضعیف‌تری از HX است، در شرایط یکسان غلظت یون‌ها و در نتیجه رسانایی الکتریکی محلول آن پایین‌تر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۲۴)

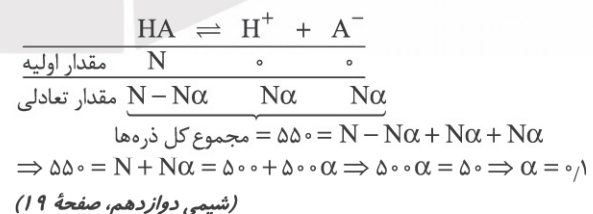
## ۸۹. گزینه ۴ صحیح است.

فرمیک اسید یک اسید ضعیف بوده و یونش آن جزئی است. پس در محلول آن تعداد زیادی مولکول یونیده‌نشده، با تعداد اندکی یون تعادل هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۳)

## ۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

اگر تعداد اولیه مولکول‌های اسید را با N نمایش دهیم، داریم:



(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۹)

## ۹۱. گزینه ۳ صحیح است.

چون اسید بسیار ضعیف است، می‌توانیم از رابطه تقریبی زیر برای  $K_a$  استفاده کنیم:

$$K_a \simeq M\alpha^2 \Rightarrow K_a = (M\alpha)\alpha = [H^+]\alpha$$

$$\text{درجه یونش: } \alpha = 10^{-3} = 10^{-2} \times \alpha \Rightarrow \alpha = 10^{-5}$$

پس درصد یونش برابر است با:  $\alpha = 0.1\%$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)