

تاریخ آزمون

۱۴۰۳/۰۷/۲۰ جمعه

سوالات آزمون

دفترچه شماره (۱)

دوره دوم متوسطه

پایه دوازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه	تعداد سوال: ۵۵

عنوانی مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

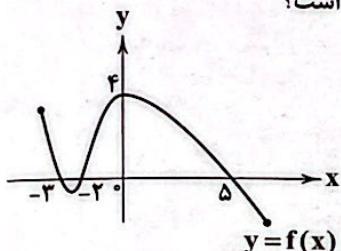
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	حسابان ۲	۱۰	اجباری	۱۰	۱	۸۵ دقیقه
	ریاضیات گسته	۱۰		۲۰	۱۱	
	هندسه ۳	۱۰		۳۰	۲۱	
	ریاضی ۱	۵		۳۵	۳۱	
	حسابان ۱	۵		۴۰	۳۶	
	هندسه ۱	۵		۴۵	۴۱	
	آمار و احتمال	۱۰		۵۵	۴۶	

ریاضیات



حسابان (۲)

-۱ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، آن‌گاه مجموع ریشه‌های معادله $f(f(x+1)) = 4$ کدام است؟



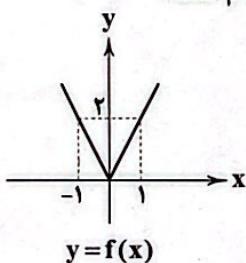
-۵ (۱)

-۳ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

-۲ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، سطح محدود به نمودار توابع $y = 4 - f(x-1)$ و $y = 4 - f(x)$ کدام است؟



۸ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۴ (۴)

-۳ نمودار تابع $|x| = y$ را در امتداد محور x ها، ۲ واحد در جهت منفی می‌بریم و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را در امتداد محور y ها، ۶ واحد در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. سطح محدود به نمودار به دست آمده و نمودار تابع اولیه کدام است؟

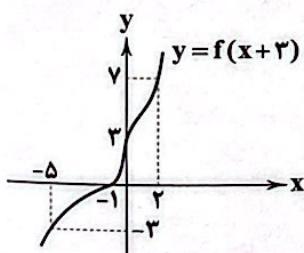
۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

-۴ اگر نمودار تابع $y = f(x+3)$ به صورت زیر باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{f(-2)+f(5)}{f^{-1}(0)}$ کدام است؟



-۲ (۱)

-۱ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)

-۵ نقطه $A(-1, 3)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ و نقطه متناظر با آن یعنی $A'(a, b)$ روی نمودار تابع $y = 3f(2x-5)-7$ قرار دارد. $a+b$ کدام است؟

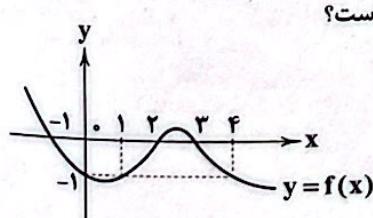
-۲ (۴)

-۴ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

-۶ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل زیر باشد، آن‌گاه مجموع ریشه‌های معادله $f(x-2) = -1$ کدام است؟



۱۱ (۱)

۱۰ (۲)

۹ (۳)

۷۱ (۴)

محل انجام محاسبات

- ۷ اگر تابع $f(x+2)$ به صورت $\{(2, 3), (0, 5), (-1, 1), (0, 2), (-3, 0)\}$ و تابع $g(x-1)$ به صورت $\{(2, 3), (0, 5)\}$ تعریف شده باشد، آن‌گاه $a+b$ کدام است؟

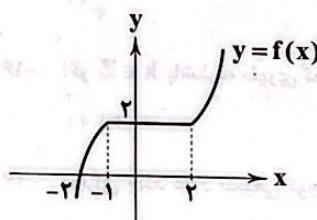
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

- ۸ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل زیر بوده و $h(x) = \begin{cases} 2 & g(x) > 0 \\ 1 & g(x) = 0 \\ -1 & g(x) < 0 \end{cases}$ آن‌گاه نمودار تابع h در کدام ناحیه محورهای مختصات قرار ندارد؟



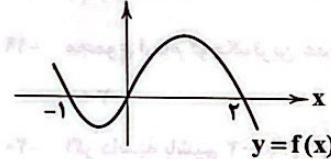
۱) اول

۲) دوم

۳) سوم

۴) چهارم

- ۹ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل زیر باشد، آن‌گاه دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{f(x-1)}{f(1-x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



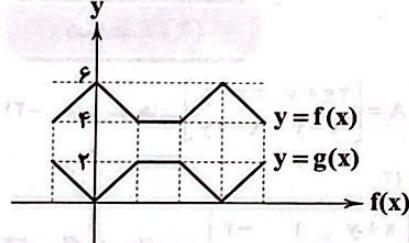
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

- ۱۰ اگر نمودار توابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ به شکل زیر باشند، آن‌گاه ضابطه $y = g(x)$ برابر است با:



۶ + f(-x) (۱)

-6 + f(x) (۲)

6 - f(x) (۳)

6 - f(-x) (۴)

ریاضیات گستاخ

- ۱۱ گزاره «برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ مانند n ، عدد $-1 - \frac{2^n}{n}$ اول است»، چند مثال نقض در بین اعداد طبیعی یک رقمی دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

- ۱۲ اگر $S = \{1, 2, 3, \dots, 51\}$ و $A \subseteq S$ باشد و به ازای هر $x \in A$ ، عبارت $\frac{x^3(x+1)^2}{4}$ زوج باشد، مجموعه A چند زیرمجموعه ۲ عضوی دارد که عضوهای آن اعداد متوالی نیستند؟

۲۸۸ (۴)

۲۶۴ (۳)

۱۴۴ (۲)

۲۵ (۱)

- ۱۳ اگر برای اعداد صحیح x و y داشته باشیم $(x+y)^3 = x^3 + 7x^2y + 3xy^2 + y^3$ ، حاصل عبارت $(x+y)^3 - (x^3 + 7x^2y + 3xy^2 + y^3)$ کدام است؟

-۱ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۰)

-۱۴ کدام عدد کلیت حکم «اگر x عددی گنگ باشد، $-9x+2 - 3x^2$ نیز عددی گنگ است» را نقض می‌کند؟

$$2\sqrt{7} + 2 \quad (4)$$

$$7\sqrt{5} + \frac{3}{2} \quad (3)$$

$$3\sqrt{7} - 2 \quad (2)$$

$$7\sqrt{5} - \frac{3}{2} \quad (1)$$

-۱۵ اگر a و b دو عدد مثبت باشند، بیشترین مقدار $\frac{6ab}{a^2+b^2}$ کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$\frac{7}{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

-۱۶ اگر $k \in \mathbb{Z}$ باشد به طوری که $7|5k+3$ ، در این صورت رابطه $49|25k^2 + mk + 30$ برقرار است، m کدام است؟

$$69 \quad (4)$$

$$65 \quad (3)$$

$$64 \quad (2)$$

$$62 \quad (1)$$

-۱۷ بهزادی چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۲۰۰، رابطه‌های $1 - 28|3^n$ و $1 - 33|2^n$ هر دو برقرار هستند؟

$$9 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$1 \quad (\text{صفر})$$

-۱۸ چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $xy + 5 = 3x^2 + 4x + 3y$ قرار دارد؟

$$8 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

-۱۹ مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه رقمی طبیعی مانند a که در رابطه $20|7a+2$ صدق می‌کند، کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

-۲۰ اگر داشته باشیم $2 - 6|8k+1$ و $2 - 4|3k$ آن‌گاه کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$$24|24k^2 - 11k - 2 \quad (4)$$

$$24|24k^2 - 12k + 1 \quad (3)$$

$$24|11k + 3 \quad (2)$$

$$24|11k - 2 \quad (1)$$

هندسه (۳)

-۲۱ ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 2x+y & 2x-y \\ x-y & x-2y \end{bmatrix}$ و $B = [i+j]$ مفروضند. اگر $A+B$ ماتریس قطری باشد، حاصل $x+y$ کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

-۲۲ اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x+y & 1 & -3 \\ 3 & x-y & y \end{bmatrix}$ و $B = [b_{ij}]_{x \times y}$ با هم برابر باشند، مجموع درایه‌های ماتریس $A - 2B$ کدام است؟

$$-11 \quad (4)$$

$$-10 \quad (3)$$

$$-8 \quad (2)$$

$$-6 \quad (1)$$

-۲۳ اگر $A^T = \alpha A + \beta I$ باشد، مقدار $\alpha^2 - \beta^2$ کدام است؟

$$209 \quad (4)$$

$$208 \quad (3)$$

$$206 \quad (2)$$

$$205 \quad (1)$$

-۲۴ ماتریس‌های $B = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} ab & 6 \\ 7 & a+b \end{bmatrix}$ با هم برابرند، $a^5 + b^5$ کدام است؟

$$88 \quad (4)$$

$$86 \quad (3)$$

$$84 \quad (2)$$

$$82 \quad (1)$$

-۲۵ اگر $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -4 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه واقع بر سطر ۳ و ستون ۳ ماتریس $A^T + 2AB + A + 2B$ کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

- ۲۶- اگر حاصل جمع ریشه‌های معادله $x^3 - 6x + a = 0$ باشد، مقدار a کدام است؟

-۳(۴)

۲(۳)

-۱/۵(۲)

۱/۵(۱)

- ۲۷- برای دو ماتریس $(A+B)^T = A^T + 2AB + B^T$ رابطه $B = \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ بروقرار است. مقدار $x+y$ کدام است؟

 $\frac{5}{3}(4)$ $\frac{4}{3}(3)$

۱(۲)

 $\frac{2}{3}(1)$

- ۲۸- اگر $BA^n = \begin{bmatrix} 4 & 65 \\ 3 & 50 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ آن‌گاه مقدار n کدام است؟

۱۶(۴)

۱۵(۳)

۱۳(۲)

۱۲(۱)

- ۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت مجموع درایه‌های A^{100} کدام است؟

-۲(۴)

-۱(۳)

۲(۲)

۱(۱)

- ۳۰- چند ماتریس مانند A در رابطه $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ صدق می‌کند؟

۴) بی‌شمار

۲(۳)

۲) صفر

۱(۱)

ریاضی (۱)

- ۳۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر، صحیح است؟

الف) تابع $\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} + \cot x$ ثابت است. (x در ناحیه اول)

ب) دو تابع وجود دارد که دامنه و برد آن یکسان ولی هیچ دو زوج مرتبی یکسان نیست.

ج) برد تابع $y = -\sqrt{x^2 - 6x + 9}$ برابر $(3, -\infty)$ است.

۳(۴)

۲(۳)

۱(۲)

۱) صفر

- ۳۲- فرض کنید $f(x)$ تابعی ثابت و $g(x)$ تابع همانی باشد و $f'(x) + f(x) = 10$ باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{f'(5)+g(4)}{2g(6)}$ کدام است؟

 $\frac{1}{3}(4)$ $\frac{3}{2}(3)$ $\frac{5}{6}(2)$ $\frac{6}{5}(1)$

- ۳۳- یک تانکر استوانه‌ای شکل را در نظر بگیرید، اگر مساحت کل تانکر 20 واحد مربع باشد، حجم تانکر برحسب r (شعاع قاعده) کدام گزینه است؟

 $\frac{\pi r^3 - 10r}{4}(4)$ $\frac{10r - \pi r^3}{4}(3)$ $\pi r^3 - 10r(2)$ $10r - \pi r^3(1)$

- ۳۴- در کدام یک از گزینه‌های زیر، y تابعی از x است؟

 $xy^2 - xy - 2x = 0(4)$ $y^2 + y = 0(3)$ $y^2 + \cos x(2)$ $\sqrt{y^2 - 2} + \sqrt{x - 4} = 0(1)$

۴۲(۴)

۱۸(۳)

۱۰۸(۲)

۳۶(۱)

حسابان (۱)

- ۳۶ - برای تابع $\begin{cases} f:[0, 3] \rightarrow [0, 2] \\ f(x)=|x-1| \end{cases}$ کدام نمایش زیر قابل قبول است؟

$$\begin{cases} f:[0, 3] \rightarrow [0, 3] \\ f(x)=|x-1| \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} f:[0, 2] \rightarrow [0, 2] \\ f(x)=|x-1| \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} f:[0, 3] \rightarrow [1, 2] \\ f(x)=|x-1| \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f:[0, 3] \rightarrow [0, 1] \\ f(x)=|x-1| \end{cases} \quad (1)$$

- ۳۷ - در ماشین زیر ضابطه f به صورت «هر عدد ورودی را مربع کرده و بعد ۳ برابر می‌کند سپس آن را با چهار برابر آن عدد جمع می‌کند» تعریف می‌شود. در چند عدد، خروجی یک واحد بیشتر از ورودی است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

- ۳۸ - کدام جفت از توابع زیر با هم برابرند؟

$$\begin{cases} f(x)=\frac{x-x^2}{x-x}+x \\ g(x)=2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} f(x)=\frac{x}{x} \\ g(x)=1 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} f(x)=\sqrt{1-\sin^2 x} \\ g(x)=\cos x \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f(x)=\frac{x-1}{|x-1|} \\ g(x)=\frac{|x-1|}{x-1} \end{cases} \quad (1)$$

- ۳۹ - کدام جمله درست است؟

۱) هم دامنه زیرمجموعه‌ای از دامنه تابع است.

۲) اگر دو تابع دامنه و برد یکسان داشته باشند با هم برابرند.

۳) بی‌شمار تابع وجود دارد که دامنه و برد آن‌ها با هم برابر باشند.

۴) برد و هم دامنه نمی‌توانند با هم برابر باشند.

- ۴۰ - با استفاده از تابع $M(x)=2/89x+70/64$ می‌توان قد یک فرد بزرگسال (مرد) را برحسب طول استخوان بازو محاسبه کرد. (x طول استخوان بازو است). طول استخوان بازوی یک مرد با قد ۱۸۰ سانتی‌متر، تقریباً چقدر است؟

۳۶/۸۴ (۴)

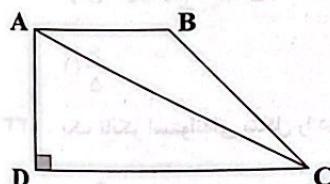
۳۵/۴۸ (۳)

۳۶/۴۸ (۲)

۳۷/۸۴ (۱)

هندسه (۱)

- ۴۱ - در ذوزنقه $ABCD$ و $DC=25$ $AD=15$ $ABCD$ است. عمودمنصف قطر AC ، قاعده DC را در M قطع می‌کند. اندازه MC کدام است؟



۱۵ (۱)

۱۶ (۲)

۱۷ (۳)

۱۸ (۴)

- ۴۲ - در مثلث ABC ، $AC=24$ و $AB=7$ است. اگر عمودمنصف‌های AB و AC در نقطه O بر هم عمود شوند، فاصله نقطه O از رأس A کدام است؟

۱۲/۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱/۵ (۲)

۱۱ (۱)

- ۴۳ - در مثلث ABC ، زاویه بین نیمساز داخلی B و نیمساز خارجی \hat{C} برابر 43 درجه و زاویه بین نیمساز خارجی \hat{A} و نیمساز خارجی \hat{B} برابر 70° است. در این مثلث محل همرسی ارتفاع‌ها در کجا قرار دارد؟

۴) خارج مثلث

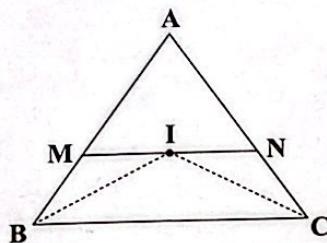
۳) روی رأس C

۲) روی رأس B

۱) داخل مثلث

محل انجام محاسبات

- ۴۴ در مثلث ABC ، محل برخورد نیمسازهای داخلی زوایا B و C است. از I خطی موازی BC رسم شده است تا ضلع AB را در M و AC را در N قطع کند. اگر $AB = 14$ ، $AC = 17$ و $BC = 18$ باشد، محیط مثلث AMN کدام است؟



۳۰ (۱)

۳۱ (۲)

۳۲ (۳)

۳۳ (۴)

- ۴۵ در ذوزنقه $ABCD$ ، $\hat{B} = 2\hat{D}$ و طول قاعده‌های AB و CD به ترتیب ۶ و ۱۱ است. اندازه ساق BC کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

آمار و احتمال

- ۴۶ در جدول ارزش گزاره‌ای شامل p, q, r و s در چند حالت حداقل سه گزاره ساده دارای ارزش نادرست است؟

۱۵ (۴)

۵ (۳)

۱۰ (۲)

۴ (۱)

- ۴۷ اگر دامنه متغیرنامای گزاره‌های زیر مجموعه اعداد طبیعی باشد، آن‌گاه مجموعه جواب کدام گزاره‌نما تهی است؟

$$(n+1)! < 2^n \quad (۴)$$

$$n + \frac{1}{n} \leq 2 \quad (۳)$$

$$n^2 - 8n + 15 < 0 \quad (۲)$$

$$2^n < n^2 \quad (۱)$$

- ۴۸ اگر کوچک‌ترین جواب گزاره‌نماهای $1 + 2^n > n^2 + 1$ و P را به ترتیب a, b و c در نظر بگیریم؛ با توجه طبیعی بودن دامنه هر سه مورد کدام گزینه صحیح است؟ (P مجموعه اعداد اول است).

$$b < a = c \quad (۴)$$

$$b < c < a \quad (۳)$$

$$c < a = b \quad (۲)$$

$$a = b = c \quad (۱)$$

$$c \leq a \leq b \quad (۴)$$

$$b \geq c \text{ و } a \leq b \quad (۳)$$

$$c < a < b \quad (۲)$$

$$b > c \text{ و } a < b \quad (۱)$$

$$p \vee q \quad (۴)$$

$$p \quad (۳)$$

$$p \wedge q \quad (۲)$$

$$q \quad (۱)$$

- ۴۹ می‌دانیم گزاره «اگر $x + 3$ فرد باشد، آن‌گاه y^2 فرد است.» نادرست است. در این صورت:

(۱) $x + 3$ زوج است و y^2 فرد است.

(۲) $x + 3$ زوج است و y^2 زوج است.

(۳) $x + 3$ فرد است و y^2 زوج است.

(۴) $x + 3$ فرد است و y^2 فرد است.

- ۵۰ گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow q)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

$$p \quad (۴)$$

$$\neg p \quad (۳)$$

$$\neg q \quad (۲)$$

$$q \quad (۱)$$

- ۵۱ گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$ هم‌ارز کدام است؟

$$q \quad (۴)$$

$$\neg q \quad (۳)$$

$$\neg p \quad (۲)$$

$$p \quad (۱)$$

- ۵۲ اگر ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg p \Rightarrow q)$ درست باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

$$\neg p \wedge q \quad (۴)$$

$$\neg q \Rightarrow \neg p \quad (۳)$$

$$q \Rightarrow p \quad (۲)$$

$$p \wedge q \quad (۱)$$

- ۵۳ با توجه به جدول ارزش زیر، کدام گزاره نمی‌تواند در ستون آخر قرار گیرد؟

p	q	$p \Leftrightarrow q$	r	$\neg r \vee q$...
...	ن	ن	...	ن	د

$$p \wedge \neg q \quad (۲)$$

$$p \Rightarrow \neg r \quad (۴)$$

$$q \Leftrightarrow \neg r \quad (۱)$$

$$\neg p \vee r \quad (۳)$$

تاریخ آزمون

۱۴۰۳/۰۷/۲۰ جمعه

سوالات آزمون

دفترچه شماره (۲)

دوره دوم متوسطه

پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شعاره داوطلبی:
تعداد سوال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

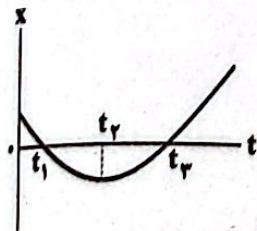
عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک ۳	۲۵	اجباری	۸۰	۵۶	۴۵ دقیقه
	فیزیک ۱	۱۰	زوج کتاب	۹۰	۸۱	
	فیزیک ۲	۱۰		۱۰۰	۹۱	
۲	شیمی ۳	۱۵	اجباری	۱۱۵	۱۰۱	۲۵ دقیقه
	شیمی ۱	۱۰	زوج کتاب	۱۲۵	۱۱۶	
	شیمی ۲	۱۰		۱۳۵	۱۲۶	

فیزیک



- ۵۶ - شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌کند. چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت این متحرک درست است؟



- الف) متحرک از لحظه t_1 تا t_2 به محل شروع حرکت نزدیک می‌شود.
 ب) در مکان‌های منفی، در لحظه t_2 اندازه بردار مکان متحرک، بیشینه است.
 ج) در مدتی که تندی متحرک در حال کاهش است، جایه‌جایی آن در خلاف جهت محور X است.
 د) از لحظه صفر تا t_2 تندی متحرک ابتدا افزایش پافته و سپس کاهش می‌یابد.

۱) ۴

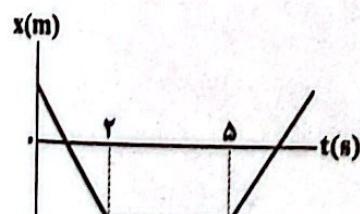
۲) ۳

۴) ۲

۳)

- ۵۷ - متحرکی بر روی محور X در حال حرکت است و در جدول زیر بردار مکان و سرعت آن در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 5\text{s}$ داده شده است. کدام یک از گزینه‌های زیر الزاماً صحیح است؟

$t(\text{s})$	$\ddot{x}(\text{m})$	$\dot{x}(\frac{\text{m}}{\text{s}})$
۰	۱۲	۲
۵	۲	-۶

۱) سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت برابر با $\frac{m}{s} 10$ است.۲) تندی متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت برابر با $\frac{m}{s} 4$ است.۳) اندازه سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول، کوچک‌تر از $\frac{m}{s} 2$ است.۴) تندی متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول، بزرگ‌تر از $\frac{m}{s} 2$ است.- ۵۸ - با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده، کدام گزینه درباره حرکت متحرک نادرست است؟

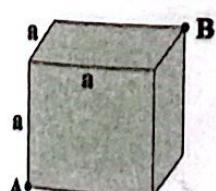
۱) بزرگی جایه‌جایی و مسافت طی شده در ۵ ثانیه اول حرکت با هم برابر است.

۲) بردار مکان متحرک ۲ بار تغییر جهت می‌دهد.

۳) در بازه زمانی $t=2\text{s}$ تا $t=5\text{s}$ متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند.۴) در بازه زمانی $t=5\text{s}$ تا $t=8\text{s}$ سرعت متوسط متحرک، منفی است.

- ۵۹ - در یک اتاق مکعبی شکل به ضلع a ، زنیبوری با تندی ثابت در درون اتاق پرواز می‌کند و لیز مورچه‌ای بر روی دیواره‌های اتاق در حرکت است.

برای رسیدن از نقطه A به نقطه B، حداقل مسافت طی شده توسط زنیبور چند برابر حداقل مسافت طی شده توسط مورچه است؟

 $\sqrt{\frac{2}{5}}$ ۱) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ ۲) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ ۳) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ ۴)

- ۶۰ - مسافت طی شده توسط یک شخص در مسیر مستقیم ۹ برابر بزرگی جایه‌جایی آن است. اگر فاصله نقطه تغییر جهت تا نقطه ہایان حرکت برابر 220m باشد، فاصله نقطه شروع حرکت تا نقطه تغییر جهت چند متر می‌توالد باشد؟ (شخص فقط یک بار تغییر جهت داده است.)

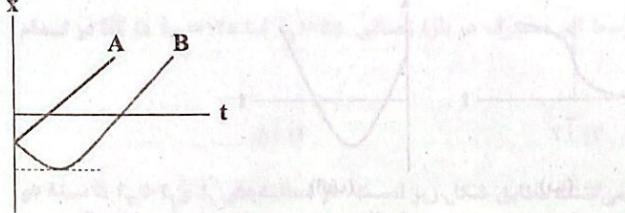
۲۷۰ ۴)

۱۷۶ ۳)

۲۲۰ ۲)

۵۵ ۱)

-۶۱- در شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B رسم شده است. کدام گزینه در مورد تندی متوسط دو متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که از مبدأ مکان عبور می‌کنند، درست است؟



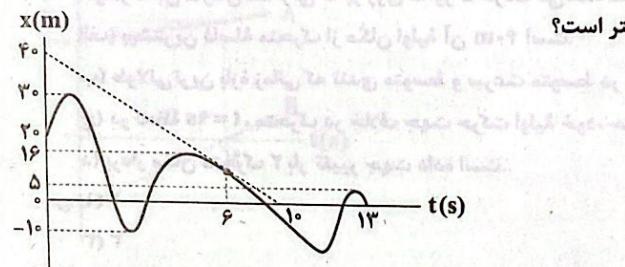
۱) تندی متوسط A بیشتر است.

۲) تندی متوسط B بیشتر است.

۳) تندی متوسط هر دو یکسان است.

۴) بسته به شرایط هر سه گزینه می‌توانند درست باشند.

-۶۲- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط این متحرک در بازه زمانی حرکتش، $\frac{3}{5}$ برابر تندی لحظه‌ای آن در



لحظه $t = 6$ باشد. بیشترین فاصله متحرک از مبدأ حرکت چند متر است؟

۱) ۴۰

۲) ۶۰

۳) ۷۰

۴) ۸۰

-۶۳- متحرکی بر روی محور x، ابتدا به مدت ۵s با سرعت متوسط $\bar{v} = \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند، سپس ۵s توقف می‌کند و پس از آن با سرعت $\frac{m}{s}$

به مدت ۱۰s به حرکت خود ادامه می‌دهد. بردار سرعت متوسط متحرک در کل حرکت بر حسب SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $\bar{v} = 4\bar{v}$ ۲) $\bar{v} = 3\bar{v}$ ۳) $\bar{v} = 2\bar{v}$ ۴) $\bar{v} = 1\bar{v}$

-۶۴- متحرکی بر روی محور x در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. کدام یک از گزینه‌های زیر الزاماً صحیح است؟

۱) بردار سرعت متحرک در خلاف جهت محور x است. ۲) بردار مکان متحرک در جهت محور x است.

۳) بردارهای مکان و سرعت متحرک در خلاف جهت هم هستند. ۴) اندازه بردار سرعت متحرک در حال کاهش است.

-۶۵- متحرکی در یک مسیر دایره‌ای شکل وقتی برای اولین بار به دورترین نقطه از آغاز حرکت خود می‌رسد، مسافت طی شده ۶ متر از جایه‌جایی

آن بیشتر است. اگر متحرک با تندی ثابت در مدت ۱۷s به اندازه ۷۶۵ درجه در این مسیر دایره‌ای شکل حرکت کند، تندی متوسط این

متحرک چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

۱) ۴/۵

۲) ۲/۲۵

۳) ۱/۱۲۵

۴) ۲/۳۸

-۶۶- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = -2t^2 + 2t + 2$ است. کمترین فاصله این متحرک تا مبدأ محور چند متر است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۰

۱) صفر

-۶۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در کدام یک از بازه‌های زمانی زیر، تندی متوسط برابر

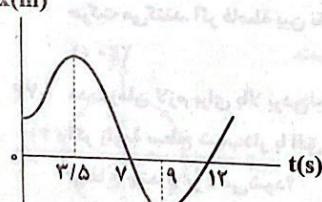
با بزرگی سرعت متوسط است؟

۱) ۳ ثانیه دوم

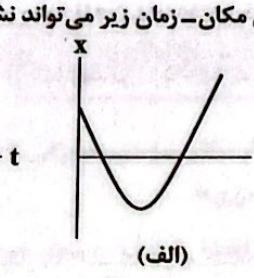
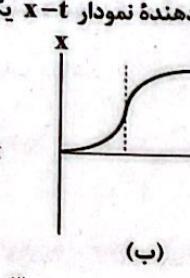
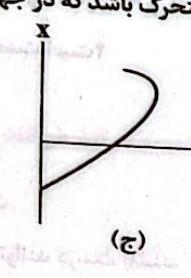
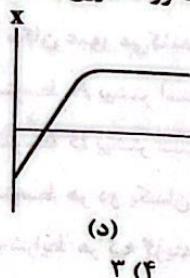
۲) ۳ ثانیه سوم

۳) ۴ ثانیه سوم

۴) ۴ ثانیه اول

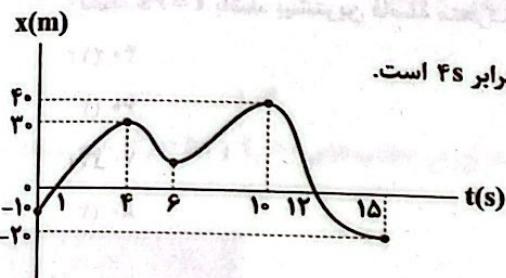


۶۸- چه تعداد از نمودارهای مکان-زمان زیر می‌تواند نشان‌دهنده نمودار $x-t$ یک متحرک باشد که در جهت محور x شروع به حرکت کرده است؟



۱) صفر

۶۹- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟



(الف) بیشترین فاصله متحرک از مکان اولیه آن 40m است.

(ب) طولانی‌ترین بازه زمانی که تندی متوسط و سرعت متوسط در آن هماندازه هستند، برابر 4s است.

(ج) در لحظه $t=9\text{s}$ ، متحرک در خلاف جهت حرکت اولیه خود، حرکت می‌کند.

(د) بردار مکان متحرک ۲ بار تغییر جهت داده است.

۲) ۲
۳) ۴

۷۰- معادله مکان-زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^2 - 16t + 72$ است. اگر کل مدت زمانی که متحرک در حال نزدیک شدن به مکان اولیه خود است، برابر Δt_1 و کل مدت زمانی که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ محور است، برابر Δt_2 باشد،

نسبت $\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) 2
۴) 1

۷۱- سرعت متوسط متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، در هر بازه زمانی دلخواه برابر با $\frac{m}{s}$ است. کدام گزینه در مورد سرعت این متحرک در لحظه‌های مختلف حرکت درست است؟

۱) الزاماً $\frac{m}{s}$ بوده است.
۲) همواره کمتر از $\frac{m}{s}$ بوده است.

۳) همواره بیشتر از $\frac{m}{s}$ بوده است.
۴) گاهی کمتر از $\frac{m}{s}$ و گاهی بیشتر از $\frac{m}{s}$ بوده است.

۷۲- دوچرخه‌سواری فاصله 90 کیلومتری مستقیم بین دو شهر را در مدت زمان $4/5$ ساعت می‌پیمایید. اگر این دوچرخه‌سوار با سرعت ثابت

۱۵) $24\text{ رکاب بزند، اما برای رفع خستگی توقف‌هایی نیز داشته باشد، مدت زمان کل توقف‌های او چند دقیقه است؟}$

۱۵) 4
۲۰) 3
۳۰) 2
۴۵) 2
۸۰) 1

۷۳- دو متحرک که با سرعت‌های ثابت $\frac{m}{s}$ و $\frac{m}{s}$ بر مسیری مستقیم، در یک جهت حرکت می‌کنند، همزمان از نقطه A می‌گذرند و به طرف نقطه B حرکت می‌کنند. اگر فاصله بین نقاط A و B برابر 240m باشد، بیشترین فاصله این دو متحرک از یکدیگر در حرکت از A به B چند متر است؟

۱۶) 4
۴۰) 3
۴۰) 2
۲۰۰) 2
۱۶۰) 4

۷۴- مدت زمان لازم برای بالا بردن جسمی روی یک سطح شیبدار با زاویه 60° درجه نسبت به افق و با سرعت ثابت تا ارتفاع h برابر با t است. اگر زاویه سطح شیبدار با افق را 30° درجه بگیریم و با همان تندی، جسم را جابه‌جا کنیم، مدت زمان لازم برای بالا بردن جسم تا همان ارتفاع چند برابر t می‌شود؟

۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\sqrt{3}$
۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

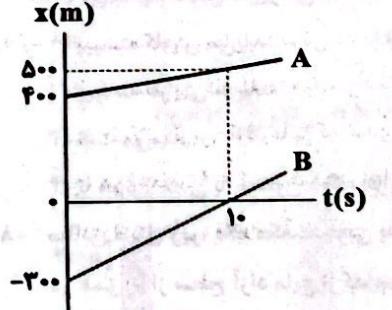
- ۷۵- متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 5\text{s}$ تا $t_2 = 10\text{s}$ در SI برابر $\bar{a} = -2\text{m/s}^2$ و در بازه زمانی $t_1 = 10\text{s}$ تا $t_2 = 12\text{s}$ در SI برابر $\bar{a} = 2\text{m/s}^2$ است. بردار شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی $t_1 = 5\text{s}$ تا $t_2 = 12\text{s}$ در SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۸۱ (۴)

۴۱ (۳)

- $\frac{16}{7}\bar{a}$ (۲)- $\frac{2}{7}\bar{a}$ (۱)

- ۷۶- نمودار مکان - زمان دو خودروی A و B که روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌های t_1 و t_2 فاصله دو متحرک از هم 600m است. نسبت t_2 به t_1 در کدام گزینه به درستی آمده است؟



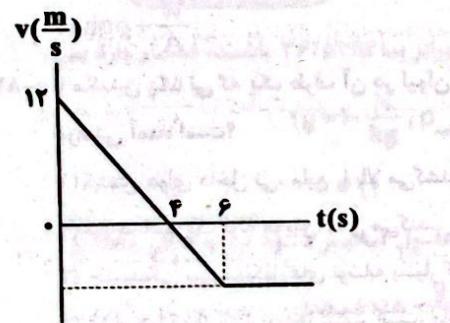
۱۵ (۱)

۱۳ (۲)

۸ (۳)

۵ (۴)

- ۷۷- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t = 3\text{s}$ تا $t = 6\text{s}$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

- ۷۸- معادله سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -12t + 20 = 2t^2$ است. کمترین تندی این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

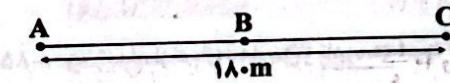
۴ (۳)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

- ۷۹- دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و C با سرعتهای ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطه B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه 165s طول می‌کشد تا متحرک اول از C به B برسد و 25s طول می‌کشد تا متحرک دوم از B به A برسد. بزرگی سرعت متحرک اول چند متر بر ثانیه است؟



۵ (۲)

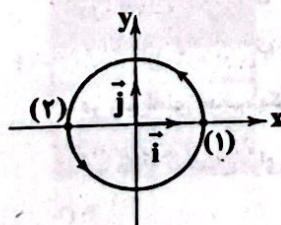
۳ (۱)

۶ (۳)

۸ (۴)

- ۸۰- ذره‌ای روی محیط دایره‌ای به شعاع 2 m با سرعتی به بزرگی ثابت 4 m/s در حال چرخش است.

اگر این ذره در مدت $5/0$ ثانیه از نقطه (۱) به نقطه (۲) برود، به ترتیب از راست به چپ بردارهای سرعت متوسط و شتاب متوسط در این بازه بر حسب SI کدام است؟

(۱) $\bar{a} = -8\bar{i} + \bar{j}$ و $\bar{v} = -4\bar{i} + \bar{j}$ (۲) $\bar{a} = -4\bar{i} + \bar{j}$ و $\bar{v} = -8\bar{i} + \bar{j}$ (۳) $\bar{a} = +4\bar{i} + \bar{j}$ و $\bar{v} = +8\bar{i} + \bar{j}$

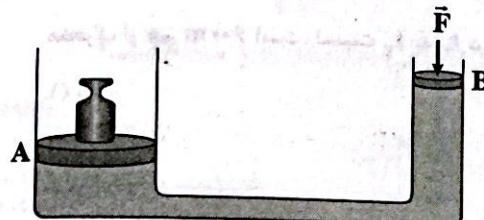
- محل انجام محاسبات

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

فیزیک ۱ (سوالات ۸۱ تا ۹۰)

-۸۱- در شکل زیر، جرم پیستون B ناچیز است و از همه اصطکاک‌ها چشم‌بُوشی می‌شود. اگر این پیستون را به آرامی پایین ببریم، فشار مایع در



زیر آن به چه شکل تغییر می‌کند؟

۱) پیوسته کاهش می‌یابد.

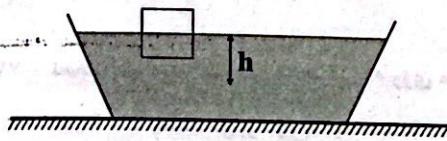
۲) پیوسته افزایش می‌یابد.

۳) ثابت می‌ماند.

۴) تا هم‌تراز شدن با پیستون دیگر، افزایش و پس از آن کاهش می‌یابد.

-۸۲- مطابق شکل زیر، یک مکعب چوبی به وزن W و مساحت قاعده A در مایعی به چگالی ρ شناور است. اگر فشار هوا را P₀ بنامیم، فشار کل

در عمق h از سطح آزاد مایع از کدام رابطه به دست می‌آید؟



$$P_0 + \rho gh + \frac{W}{A} \quad (۱)$$

$$P_0 + \rho gh \quad (۲)$$

$$P_0 + \frac{W}{A} \quad (۳)$$

-۸۳- با مکیدن یک نی که یک طرف آن در لیوان پر از نوشابه قرار دارد، نوشابه به دهان شما وارد می‌شود. علت این اتفاق در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) کشنش هوای داخل نی، مایع را بالا می‌کشد.

۲) نی همانند یک لوله موبین عمل می‌کند.

۳) چسبندگی بین مولکول‌های نوشابه بسیار کم است.

۴) فشار هوا که از فشار ریه‌ها بیشتر است، مایع را به طرف دهان می‌راند.

-۸۴- چه تعداد از پدیده‌های فیزیکی زیر با اصل برنولی قابل توجیه است؟

الف) توپی که با دست به زیر آب برده شده است، پس از رها شدن به سمت بالا جهش پیدا می‌کند.

ب) پوشش بزرگ‌تر کامیون در حال سکون، صاف و تخت و در کامیون در حال حرکت، پف کرده است.

ج) حرکت کاتدار توپ فوتبال پس از شوت کردن

د) باریک‌تر شدن باریکه آب با جریان کم، پس از خروج از شیر و با نزدیک‌تر شدن به زمین

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

-۸۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) پرتقال با پوست چگالی بیشتری نسبت به آب دارد.

ب) یکای نجومی و سال نوری هر دو یکای کمیت طول هستند.

ج) با انتخاب وسیله‌های دقیق و روش صحیح اندازه‌گیری، خطای اندازه‌گیری را می‌توان کاهش داد و به صفر رساند.

د) در زمان‌های قدیم، یکای زمان، ثانیه به صورت $\frac{1}{86400}$ میانگین روز خورشیدی تعریف می‌شد.

ه) آب مایع مناسبی برای خاموش کردن بنزین شعله‌ور نیست، زیرا چگالی آب بیشتر است و بنزین روی آب باقی می‌ماند.

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

محل انجام محاسبات

فیزیک ۱

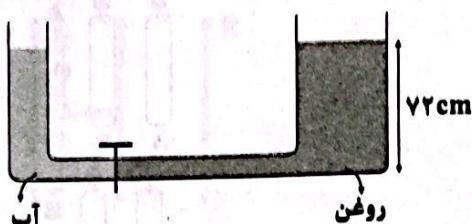
- ۸۶ در شکل زیر، قطر لوله سمت راست، $\sqrt{2}$ برابر قطر لوله سمت چپ است. اگر شیر ارتباطی بین دو لوله باز شود، پس از ایجاد تعادل سطح روغن چند سانتی متر بالا می رود؟ (روغن P و حجم لوله در السمت پائینی ناچیز فرض شود.)

۱/۲ (۱)

۲/۴ (۲)

۳/۶ (۳)

۴/۸ (۴)



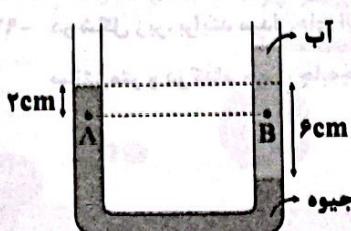
- ۸۷ در لوله U شکل زیر، اختلاف فشار بین لایات A و B چند پاسکال است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$, $\rho_{آب} = 1000 \frac{kg}{m^3}$, $\rho_{جیوه} = 13500 \frac{kg}{m^3}$)

۱۰۰۰ (۱)

۲۰۰۰ (۲)

۴۰۰۰ (۳)

۵۰۰۰ (۴)



- ۸۸ در استوانه مدرجی، جیوه و آب با جرم‌های مساوی ریخته‌ایم. اگر مجموع عمق دو مایع در ظرف برابر با $36/5\text{ cm}$ باشد، فشار وارد بر

$$(g = 10 \frac{N}{kg}, \rho_{آب} = 1000 \frac{kg}{m^3}, \rho_{جیوه} = 13500 \frac{kg}{m^3})$$

۴/۴

۵

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

- ۸۹ در یک ظرف، محلولی از آب و الكل به جرم 180 g وجود دارد. چند سانتی متر مکعب از الكل محلول تبخیر شود تا چگالی محلول

$$\text{از } \frac{8}{9} \text{ به } \frac{8}{9/6} \text{ برسد؟ (تبخیر آب ناچیز و چگالی آب و الكل به ترتیب } \frac{8}{cm^3} \text{ و } \frac{8}{1/8} \text{ است.)}$$

۷۵/۴

۶۰

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

- ۹۰ از بالنى که با تندی ۷ به طرف بالا حرکت می‌کند، در ارتفاع 80 m از سطح زمین، گلوله‌ای رها می‌شود. در مدل سازی برای حرکت گلوله از کدام یک از کمیت‌های زیر می‌توان چشم پوشید؟

۱) وزن گلوله و تندی بال

۲) مقاومت هوا

۳) فقط تندی بال

۴) فقط وزن گلوله

زوج درس ۲

فیزیک ۲ (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

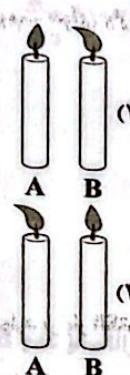
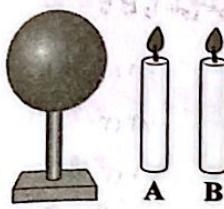
- ۹۱ دو جسم خنثی و عایق A و B را با هم مالش داده تا اندازه بار الکتریکی هر گدام 200 nC شود. با توجه به سری الکتریسیته مالشی زیر، هنگام مالش این دو جسم، چند الکترون و چگونه بین آن‌ها مبادله شده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$)

۱) 8×10^{11} - از جسم A به جسم B۲) 8×10^{11} - از جسم B به جسم A۳) $1/25 \times 10^{12}$ - از جسم A به جسم B۴) $1/25 \times 10^{12}$ - از جسم B به جسم A

الشهابی مشتمل سری
A
B
الشهابی مشتمل سری

۹۲- مطابق شکل زیر، شمع های A و B را در مجاورت کلاهک مولد دارای بار الکتریکی منفی شود.

کدام گزینه وضعیت قرارگیری شعله شمع ها را به درستی نشان می دهد؟



۹۳- در شکل زیر، برایند میدان های الکتریکی حاصل از دو بار در نقطه O برابر صفر است. اگر بار ذره q_1 را چند سانتی متر و در کدام جهت جایه جا کنیم تا برایند میدان های حاصل از دو بار در نقطه O همچنان صفر باشد؟

$$x = -6\text{ cm}$$

$$x = 0$$

$$x = 3\text{ cm}$$

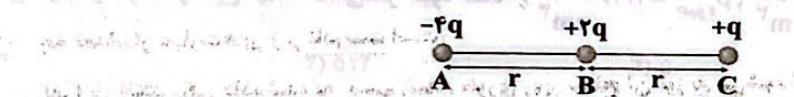
(۴) ۳ - چپ

(۵) راست

(۶) ۳ - چپ

(۱) ۳ - راست

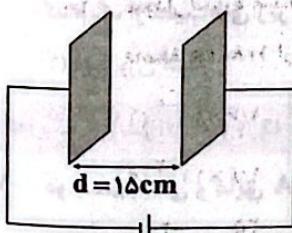
۹۴- در شکل زیر، سه بار الکتریکی در نقاط A، B و C واقع شده اند. با اعمال کدام یک از تغییرات زیر، برایند نیروهای وارد بر بار واقع در نقطه C صفر خواهد شد؟



- (۱) اندازه بار واقع در نقطه A، ۲ برابر شود.
 (۲) علامت بار واقع در نقطه B، قرینه شود.
 (۳) اندازه بار واقع در نقطه C، ۲ برابر شود.
 (۴) اندازه بار واقع در نقطه B، چهار برابر شود.

۹۵- مطابق شکل زیر، پروتونی در میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه رسانا به بزرگی $2 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ از مجاورت صفحه منفی با تنیدی

اولیه $6 \times 10^{-6} \text{ kg}$ برتتاب می شود. اگر این پروتون فقط تحت تأثیر نیروی الکتریکی باشد، در فاصله چند سانتی متری از صفحه مثبت متوقف می شود؟ ($m_p = 1/6 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



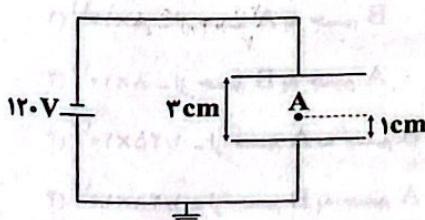
(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

۹۶- با توجه به شکل زیر پتانسیل الکتریکی A چند ولت است؟



-۴۰ (۱)

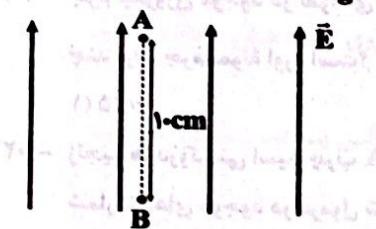
۴۰ (۲)

۶۰ (۳)

-۶۰ (۴)

۹۷- مطابق شکل زیر، ذره باردار $q = 2\mu C$ به جرم $20g$ درون میدان الکتریکی یکنواخت و قائم \vec{E} با تندی ثابت مسیر A را طی می‌کند. اندازه متوسط نیروی مقاومت هوا وارد بر ذره در این جاهه‌جایی چند نیوتن است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

$$\text{تا B را طی می‌کند. اندازه متوسط نیروی مقاومت هوا وارد بر ذره در این جاهه‌جایی چند نیوتن است? } (g = 10 \frac{N}{kg})$$



(۱) ۰/۱

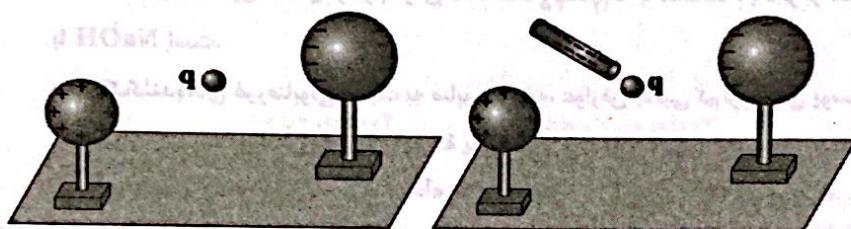
(۲) ۰/۲

(۳) ۱

(۴) ۲

۹۸- در شکل «الف» بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $\vec{F} = (-2 \times 10^{-4} N) \hat{i} + (10^{-4} N) \hat{j}$ است. اگر

میله بارداری مطابق شکل «ب» به مجموعه اخاله شود. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q برابر \vec{F} بود. از میله باردار در SI در محل بار q در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۱) $5\hat{i} + 25\hat{j}$ (۲) $-5\hat{i} - 25\hat{j}$ (۳) $25\hat{i} + 25\hat{j}$ (۴) $-25\hat{i} - 25\hat{j}$

۹۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر فاده‌ست است؟

(الف) بار الکتریکی داده شده به جسم رسانا، طوری روی سطح آن توزیع می‌شود که اندازه میدان الکتریکی در داخل رسانا بیشینه شود.

(ب) تراکم بار الکتریکی در نقاط نوک تیز سطح جسم رسانای باردار از نقاط دیگر آن بیشتر است.

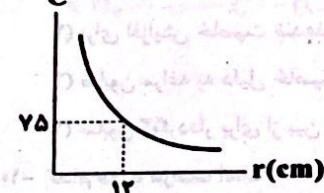
(ج) اگر شمع روشنی در میدان الکتریکی قرار بگیرد، شعله آن به دلیل داشتن یون‌های مثبت در جهت میدان منعرف می‌شود.

(د) در یک میدان الکتریکی یکنواخت، با حرکت در جهت میدان، بدون توجه به نوع بار، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۰- نمودار اندازه میدان الکتریکی حاصل از ذره باردار q بر حسب فاصله از آن مطابق شکل زیر است. اگر بار الکتریکی نقطه‌ای $q' = 9\mu C$ در فاصله 10.8cm از این ذره قرار گیرد، اندازه نیروی الکتریکی که بار q' به ذره q به ذره q' وارد می‌کند، چند نیوتن است؟

$$E(\frac{N}{C})$$

(۱) 1.6×10^{-3} (۲) 1.6×10^{-2} (۳) 2.5×10^{-3} (۴) 2.5×10^{-9}

شیمی



- ۱۰۱- جرم نیتروژن موجود در نمونه‌ای از اوره، دو برابر جرم اکسیژن موجود در نمونه‌ای از اتیلن گلیکول است. جرم نمونه اتیلن گلیکول، به تقریب $(C=12, H=1, N=14, O=16: g/mol^{-1})$ چند برابر جرم نمونه اوره است؟

۰/۴۵ (۴)

۰/۹۹ (۳)

۱/۸۰ (۲)

۰/۲۵ (۱)

- ۱۰۲- زنجیر هیدروکربنی اسید چرب A شامل ۱۶ اتم کربن است. اگر در ساختار اسید چرب، سه پیوند دوگانه وجود داشته باشد، حداقل و حداً کثر شمار اتم‌های موجود در فرمول شیمیایی صابون مایع حاصل از اسید چرب A کدام است؟

۵۳, ۴۹ (۴)

۵۴, ۴۹ (۳)

۵۱, ۴۶ (۲)

۵۰, ۴۶ (۱)

- ۱۰۳- کدام مطالب زیر درست است؟
 آ) شیر، ژله و رنگ‌های پوششی از نظر همگن یا ناهمگن بودن مشابه شربت خاکشیر و از نظر پایداری یا ناپایداری با شربت خاکشیر متفاوت‌اند.
 ب) نقطه ذوب صابون حاصل از گرم کردن $C_{16}H_{34}COOH$ با KOH ، بالاتر از نقطه ذوب صابون حاصل از گرم کردن $NaOH$ است.

۷) ۰۷-۱۵-

۷) ۰۷-۱۵-

پ) پاک‌کننده‌های غیرصابونی نسبت به صابون مراغه، عوارض جانبی کم‌تری برای پوست ایجاد می‌کنند.

ت) میزان چسبندگی لکه روغن روی پارچه پلی‌استری بیشتر از میزان چسبندگی همان لکه روغن روی پارچه نخی است.

۴) فقط «آ»

۳) «ب»، «پ»

۲) «آ»، «ت»

۱) «آ»، «ب» و «ت»

- ۱۰۴- ذره‌های سازنده چه تعداد از مخلوط‌های زیر، یون‌ها هستند؟

آ) ضدیغ

ب) شیر

ت) شربت معده

پ) سنس مایونز

ث) مخلوط مقدار کمی مس (II) سولفات و آب

۱)

۲)

۳)

۴)

- ۱۰۵- با توجه به مطالب کتاب درسی، اگر تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن و کربن در یک پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، برابر $(H=1, C=12, O=16, Na=23, S=32: g/mol^{-1})$ باشد، جرم مولی آن، برابر چند گرم است؟

۱) ۳۴۶ (۱)

۲) ۳۴۸ (۲)

۳۵۰ (۳)

۳۵۲ (۴)

- ۱۰۶- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) انحلال پذیری اوره در آب بیشتر از انحلال پذیری آن در هگزان است.

۲) برای افزایش خاصیت ضدعفونی کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها، در طی فرایند تولید به آن‌ها گاز کلر اضافه می‌کنند.

۳) صابون مراغه به دلیل خاصیت بازی مناسب برای موهای چرب استفاده می‌شود.

۴) صابون گوگرددار برای از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

- ۱۰۷- کدام مورد درست است؟

۱) در فرایند پاک کردن لکه چربی از روی پارچه، آنزیم می‌تواند نقش کاتالیزگر داشته باشد.

۲) افزودن صابون به مخلوط ناهمگن آب و روغن، آن را به مخلوط پایدار و همگن تبدیل می‌کند.

۳) انحلال صابون در آب، مانند انحلال آمونیوم نیترات در آب، نوعی انحلال مولکولی به شمار می‌آید.

۴) اگر صابون حاصل از واکنش چربی با نمک فلزهای قلیایی خاکی دوره‌های سوم و چهارم جدول تناوبی به آب اضافه شود، کلرید تشکیل می‌شود.

محل انجام محاسبات

۱۰۸

- چه تعداد از مواد زیر در ارتباط با صابون‌ها درست است؟
- کاتیون صابون‌ها نقشی در پاک‌کنندگی آن ندارد.
 - شمار کاتیون‌ها با شمار آنیون‌های آن‌ها برابر است.
 - نیروی جاذبه بین مولکول‌های آب و ذره‌های صابون از میانگین پیوند هیدروکسید گرم شود، فراورده آلی به دست آمده خاصیت پاک‌کنندگی داشته و صابون نامیده می‌شود.

۱)

۲)

۳)

۴)

۱۰۹- کدام مواد زیر، شیمی‌دان‌ها را ترغیب کرد تا پس از صابون‌ها، در جست و جوی پاک‌کننده‌های جدید مانند پاک‌کننده‌های غیرصابونی باشند؟

(آ) عملکرد نامناسب صابون‌ها در محیط‌های گوناگون مانند سفرهای دریایی و صنایع وابسته به آب شور

(ب) جالش تأمین مقدار کافی از مواد اولیه موردنیاز برای تولید صابون‌ها در مقیاس انبوه

(پ) سرعت پایین واکنش شیمیایی صابون با آلاینده‌ها

(ت) پیچیده و چندمرحله‌ای بودن واکنش تولید صابون

(۱) «آ»، «ب» و «پ»

۲)

(۳) «آ»، «ب» و «ت»

۴)

(۴) «ب»، «ت»

۱۱۰- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

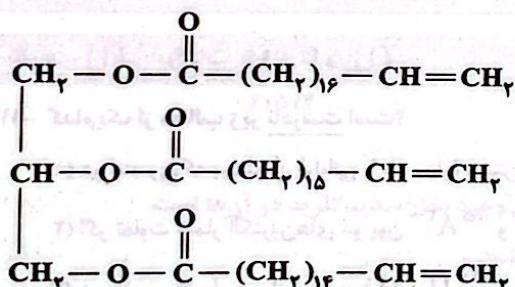
(۱) آب پاکننده مناسبی برای لکه‌های مانند شربت آبلیمو و چای شیرین نیست.

(۲) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه کربوکسیل دارند.

(۳) در فرایند اتحال، اگر و فقط اگر نیروی جاذبه ذره‌های سازنده حل شونده با مولکول‌های حل‌یکسان باشد، حل شونده در حل حل می‌شود.

(۴) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در فرمول تقریبی بینیزین، بزرگ‌تر از همین نسبت در فرمول تقریبی واژلین است.

۱۱۱- با توجه به ساختار زیر که نوعی چربی را نشان می‌دهد، کدام‌یک از مطالب زیر در ارتباط با آن، نادرست است؟



(۱) با روغن زیتون ایزومر است.

(۲) از واکنش آن با سدیم هیدروکسید، سه نوع صابون متفاوت به دست می‌آید.

(۳) یک استر سه عاملی است و اتحال پذیری الكل حاصل از آنکه آن در آب، کمتر از اتانول است.

(۴) مخلوط حاصل از آن با آب و صابون، نور را پخش می‌کند.

۱۱۲- اگر m گرم از صابونی با فرمول شیمیایی $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONa}$ را وارد 20 لیتر آب سخت کنیم که شامل مقدار زیادی یون کلسیم است،

$(\text{C}=12, \text{H}=1, \text{O}=16, \text{Na}=23, \text{Ca}=40: \text{g.mol}^{-1})$

حداکثر چند گرم رسوب تشکیل می‌شود؟

۱/۰۷m (۴)

۱/۰۲m (۳)

۰/۹۹m (۲)

۰/۹۲m (۱)

محل انجام محاسبات

۱۱۳- اگر مسیر عبور نور از میان یک مخلوط مایع قابل تشخیص نباشد، چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با این مخلوط درست است؟

• یک مخلوط پایدار است.

• ذره‌های سازنده آن می‌توانند باردار و یا خنثی (بدون بار) باشند.

• به یقین همگن است.

• محلول آب نمک و مخلوط واژلین و هگزان نمونه‌هایی از آن هستند.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۴- کدام یک از مطالبات زیر نادرست است؟

(۱) مطابق مطالب کتاب درسی، در ساختار هر پاک‌کننده غیرصابوئی، سه پیوند یگانه گوگرد - اکسیژن وجود دارد.

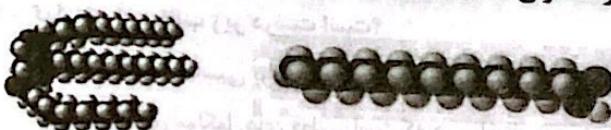
(۲) لزوماً به هر آبی که شامل یون‌های منیزیم و کلسیم باشد، آب سخت نمی‌گویند.

(۳) وبا در طول تاریخ بارها در جهان همه‌گیر شد و جان میلیون‌ها انسان را گرفت، اما امروزه دیگر تهدیدکننده نیست.

(۴) شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین چند سال در این جهان

زندگی می‌کنند.

۱۱۵- نوعی چربی، مخلوطی از ترکیب‌های A و B است. اگر مجموع شمار مول‌های A و B در این چربی برابر ۲ مول باشد و دو ترکیب در حضور مقدار کافی پتانسیم هیدروکسید در مجموع $\frac{4}{4}$ مول صابون تولید کنند، درصد مولی A در چربی، چند برابر درصد مولی B بوده است؟



(A)

(B)

۱/۲۵ (۱)

۱/۵ (۲)

۱/۷۵ (۳)

۲ (۴)

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (شیمی ۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵ (شیمی ۱)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵ (شیمی ۲)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

شیمی (۱) (سوالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- کدام یک از مطالبات زیر نادرست است؟

(۱) دو عنصری که بیشترین فراوانی را در سیارة مشتری دارند، اولین و دومین عنصری هستند که با به عرصه جهان گذاشتند.

(۲) اگر تفاوت شمار الکترون‌های دو یون A^{3-} و X^{2+} برابر با ۴۴ باشد، تفاوت عدد اتمی آن‌ها برابر ۴۹ است.

(۳) در یک نمونه طبیعی از اورانیم، فراوانی U $\frac{235}{238}$ بسیار کمتر از U است.

(۴) نخستین عنصری که بشر موفق شد آن را در آزمایشگاه شیمی بسازد، دارای نماد شیمیابی دوحرفی است.

۱۱۷- با توجه به داده‌های زیر، مجموع ذره‌های دون هسته ایزوتوب A و ذره‌های باردار ایزوتوب B، به تقریب چند برابر شمار ذره‌های زیراتومی ایزوتوب C است؟

A: سنگین‌ترین ایزوتوب طبیعی هیدروژن

B: ناپایدارترین رادیوایزوتوب هیدروژن

C: پایدارترین رادیوایزوتوب ساختگی هیدروژن

۱۱۸- کدام مطالب زیر درست است؟

آ) دمای شعله آبی رنگ اجاق گاز تا $C = 1000^{\circ}$ می‌تواند بیشتر از دمای شعله زردنگ شمع باشد.

ب) اگر یک ترازوی دیجیتالی، جرم یک ظرف را $1895 \pm 76\text{g}$ نشان دهد، دقت اندازه‌گیری آن $\pm 0.1\text{g}$ است.

پ) طول موج نور حاصل از لامپ نفون، کوتاه‌تر از طول موج رنگ شعله نمک خوراکی است.

ت) هیدروژن و لیتیم از نظر شمار خطهای رنگی در ناحیه مرئی طیف نشری خطی و نیز شمار ایزوتوپ‌های طبیعی و پایدار، مشابه هماند.

۱) «ب»، «ت» ۲) «آ»، «ب» و «ت» ۳) فقط «ب» ۴) «آ»، «ب»

۱۱۹- اگر تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون‌های X^{2+} ، X^{19} و X^{-10} به ترتیب برابر با $7a$ و $3a$ باشد، حاصل $x - 3Z_y - 7Z_x = ?$

۸۶) ۴ ۸۲) ۳ ۹۵) ۲ ۹۰) ۱

۱۲۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۰ شمام انسان تنها می‌تواند گستره محدودی از نور مرئی را ببیند.

۰ نور خورشید با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا تجزیه شده و گستره‌ای پیوسته که شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون است ایجاد می‌کند.

۰ شمار خطهای در ناحیه مرئی طیف نشری خطی سدیم، بیشتر از طیف نشری خطی هلیم است.

۰ دانشمندان با دستگاهی به قام طیف‌سنج جرمی می‌توانند از پرتوهای گسیل شده از مواد گوناگون، اطلاعات ارزشمندی درباره آن‌ها به دست آورند.

۴) ۴ ۳) ۳ ۲) ۲ ۱) ۱

۱۲۱- حاصل $\frac{x}{y+z}$ به طور دقیق یا تقریبی، در کدام گزینه آمده است؟

۰ شمار عنصرهایی از جدول تناوبی که توسط بشر ساخته شده‌اند.

۰ شمار عنصرهای گازی شکل در بین هشت عنصر فراوان سازنده سیاره زمین

۰ شمار ایزوتوپ‌های نخستین فلز جدول در یک نمونه طبیعی از آن

۶/۵) ۴ ۸/۶۶) ۳ ۵/۲) ۲ ۱) ۱

۱۲۲- کدام مطالب زیر درست است؟

آ) نور زرد لامپ‌هایی که شب‌هنگام، بزرگراه‌ها و خیابان‌ها را روشن می‌سازد، به دلیل وجود بخار سدیم کلرید در آن‌ها است.

ب) مطابق تعریف، جرم هر کدام از اتم‌های کربن برابر 12.00amu در نظر گرفته می‌شود.

پ) نسبت عدد جرمی به عدد اتمی رادیوایزوتوپی از تکنسیم که برای تصویربرداری غده تیروئید به کار می‌رود، کوچک‌تر از $2/5$ است.

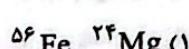
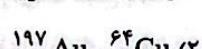
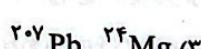
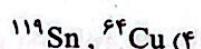
ت) تنها یکی از ایزوتوپ‌های اورانیم به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

۱) «آ»، «ب» و «ت» ۲) «آ»، «ب» و «ت» ۳) «آ»، «ب» و «ت» ۴) «ب»، «ت»

۱۲۳- اتم عنصر X دارای سه ایزوتوپ X^{38} ، X^{86} و X^{88} است. اگر فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ، دو برابر فراوانی سیک‌ترین ایزوتوپ و شمار نوترون‌ها در نمونه‌ای از عنصر X³⁸ که شامل ۱۰۰ اتم است، 106amu واحد بیشتر از شمار پروتون‌ها باشد، جرم اتمی میانگین X در این نمونه چند amu است؟ (جمله هر پروتون و نوترون را 1amu در نظر بگیرید).

۸۵/۸) ۴ ۸۷/۰) ۳ ۸۶/۲) ۲ ۱) ۱

۱۲۴- در یک آلیاز که شامل دو فلز A و X است، جرم فلز A $11/5$ برابر جرم فلز X و شمار اتم‌های A، $21/4$ برابر شمار اتم‌های X است. کدام دو فلز می‌توانند به ترتیب فلزهای A و X باشند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).



۱۲۵- اگر جرم مولی X_2O_3 ، $1/8$ برابر جرم مولی XY_2 و $3/8$ گرم از ترکیب XY_2 شامل $6/02 \times 10^{22}$ اتم باشد، جرم هر مولکول Y_2O_3 به

تقریب چند amu است؟ ($\text{O}=16\text{g.mol}^{-1}$)

۱۶۰ (۴)

۱۱۹ (۳)

۲۰۸ (۲)

۱۱۲ (۱)

شیمی (۲) (سوالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

۱۲۶- با توجه به نمودار زیر که مربوط به سه فلز قلیایی و سه فلز قلیایی خاکی می‌باشد، کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

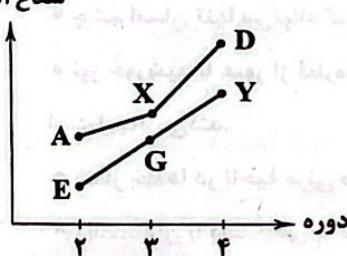
۱) هر کدام از فلزهای A، X و D به سرعت و به شدت با هالوژن گازی‌شکلی واکنش می‌دهند که

در دمای اتفاق به آرامی با گاز H واکنش می‌دهد.

۲) برای استخراج آهن می‌توان فلز X را با اکسید آهن واکنش داد. هرچند این واکنش توجیه اقتصادی ندارد.

۳) خصلت فلزی و واکنش پذیری D از هر کدام از فلزهای X و Y بیشتر است.

۴) در واکنش فلز G با نیترات فلز X، سطح انرژی فراورده‌ها، پایین‌تر از سطح انرژی واکنش دهنده‌ها است.



۱۲۷- آرایش الکترونی اتم‌های A و X به ترتیب به زیرلايه‌های $4p^5$ و $2p^5$ ختم می‌شود. کدام ویژگی‌های زیر در A بیشتر از X است؟

آ) رسانایی گرمایی

ب) نقطه جوش

ت) چگالی

۴) «پ»، «ت»

۳) «ب»، «ت»

۲) «آ»، «ب» و «ت»

۱) «آ»، «پ»

۱۲۸- کدام مطالب زیر درست است؟

آ) تخمیر بی‌هوایی گلوکز با تولید سوخت سبز و انتشار گاز گلخانه‌ای همراه است.

ب) فراورده‌های واکنش آهن (III) اکسید باکردن و واکنش آهن (III) اکسید با گاز کربن مونوکسید، یکسان هستند.

پ) واکنش نخستین عنصر جدول که اتم آن دارای ۱۰ الکترون با $=2$ است، با سولفات آخرین فلز واسطه دوره چهارم به طور طبیعی انجام می‌شود.

ت) اگر در دما و فشار معین، آهن به حالت مذاب باشد، اکسید فلز آلومینیم نیز در آن شرایط به یقین به حالت مذاب است.

۴) «ب»، «ت»

۳) «پ»، «ت»

۲) «آ»، «پ»

۱) «آ»، «ب»

۱۲۹- علاوه بر گروه چهاردهم در شماری از گروه‌های جدول دوره‌ای نیز عنصر شبه‌فلزی وجود دارد که عدد اتمی آن‌ها برابر با ۵، ۳۳، ۵۱، ۵۲، ۵۴ و ۸۴

۸۵ است. در این صورت چه تعداد مطالب زیر درست است؟

آ) در گروه هالوژن‌ها همانند گروه سیزدهم یک شبه‌فلز وجود دارد.

ب) شمار عنصرهای فلزی در گروه چهاردهم، یک مورد بیشتر از گروه پانزدهم است.

پ) به جز دوره‌های اول و آخر جدول، در بقیه دوره‌ها دستکم یک شبه‌فلز وجود دارد.

ت) در مجموع سه دوره چهارم، پنجم و ششم جدول تناوبی، ۶ عنصر نافلزی وجود دارد.

۱) ۱۴

۲) ۲۳

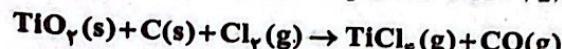
۳) ۲

۴) ۱

محل انجام محاسبات

۱۳۰- مطابق معادله زیر، ۴/۸ گرم کربن با مقدار کافی گاز کلر و TiO_2 واکنش می‌دهد. اگر بازده درصدی واکنش برابر ۶۰ باشد، در مجموع چند

(C=۱۲، O=۱۶، Cl=۳۵/۵، Ti=۴۸: g.mol^{-۱})



۱۱۸/۰۸ (۴)

۲۹/۵۲ (۳)

۵۹/۰۴ (۲)

۱۴/۷۶ (۱)

۱۳۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

۰ هفدهمین عنصر جدول تناوبی برخلاف شانزدهمین عنصر جدول، به حالت آزاد در طبیعت وجود ندارد.

۰ اگر عنصر X دارای بیشترین شعاع اتمی در بین نافلزهای دوره سوم جدول و عنصر D دارای کمترین خصلت فلزی در بین فلزهای دوره سوم باشد، تفاوت عدد اتمی آن‌ها برابر ۲ است.

۰ رسانایی گرمایی و الکتریکی عنصر سی و دوم جدول بیشتر از عنصر سی و هشتم جدول دوره‌ای است.

۰ اگر آرایش الکترونی یون تک‌اتمی عنصری به زیرلایه ۳p^۶ ختم شود، عنصر موردنظر می‌تواند نافلزی از دوره سوم، فلزی واسطه و یا فلزی اصلی از دوره چهارم باشد.

۲۴

۴ (۳)

۱ (۲)

۳ (۱)

۱۳۲- خواص فیزیکی A_۴ بیشتر به شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن همانند است. (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

۱۱D, ۲۹X (۴)

۲۵D, ۲۲X (۳)

۴۷D, ۱۵X (۲)

۷D, ۵۴X (۱)

۱۳۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

۰ روش گیاه‌پالایی (بیرون کشیدن فلز از لابه‌لای خاک با استفاده از گیاهان) برای استخراج فلزهای روی و نیکل مقومن به صرفه نیست.

۰ فلزی که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد، اغلب در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود.

۰ نخستین و آخرین فلز واسطه دوره چهارم فقط یک کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهند.

۰ سومین و چهارمین فلز واسطه دوره چهارم، کاتیون‌های تک‌اتمی با بار الکتریکی مشابه تشکیل می‌دهند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۴- کدام مطالب زیر در ارتباط با عنصرهای رو بیدیم و سزیم درست است؟

آ) هر دو عنصر جزو فلزهای قلیایی هستند.

ب) واکنش پذیری این فلزها بیشتر از فلزهای پتانسیم، کلسیم و استرانسیم است.

ب) علاوه بر این دو فلز، چهار فلز دیگر در جدول دوره‌ای وجود دارد که آرایش الکترونی اتم آن‌ها به ns^۱ ختم می‌شود.

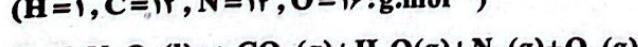
ت) سزیم در واکنش با فلزها، آسان‌تر از رو بیدیم به کاتیون تبدیل می‌شود.

۱) «آ»، «ب» و «ت» ۲) «آ»، «ب» و «ت» ۳) «آ»، «ب» و «ت» ۴) «ب»، «ب» و «ت»

۱۳۵- اگر از تجزیه انفجاری ۳۶۳/۲ گرم $C_3H_5N_3O_9$ همراه با ناخالصی، ۱۲۷/۶۸ لیتر گاز (پس از تبدیل به شرایط استاندارد) تشکیل شود،

درصد خلوص واکنش دهنده در مخلوط آغازی کدام بوده است؟ (معادله واکنش موازنۀ شود، ناخالصی در واکنش شرکت نمی‌کند).

(H=۱, C=۱۲, N=۱۴, O=۱۶: g.mol^{-۱})



۸۷/۵ (۴)

۶۷/۲ (۳)

۷۵/۰ (۲)

۸۳/۶ (۱)

تاریخ آزمون

جمعه ۵ مهر ۱۴۰۳

پاسخنامه آزمون

دفترچه شماره (۴)

دوره دوم متوسطه

پایه دوازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه	تعداد سوال: ۱۱۵

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال از تا	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۲	۱۰	۱۰	۸۵ دقیقه
	ریاضیات گستره	۱۰	۱۱	
	هندسه ۳	۱۰	۲۱	
	ریاضی ۱	۵	۳۱	
	حسابان ۱	۵	۳۶	
	هندسه ۱	۵	۴۱	
	آمار و احتمال	۱۰	۴۶	
۲	فیزیک ۳	۲۵	۵۶	۴۵ دقیقه
	فیزیک ۱	۱۰	۸۱	
	فیزیک ۲	۱۰	۹۱	
۳	شیمی ۳	۱۵	۱۰۱	۲۵ دقیقه
	شیمی ۱	۱۰	۱۱۶	
	شیمی ۲	۱۰	۱۲۶	

همین عملیات‌ها را روی A انجام می‌دهیم:

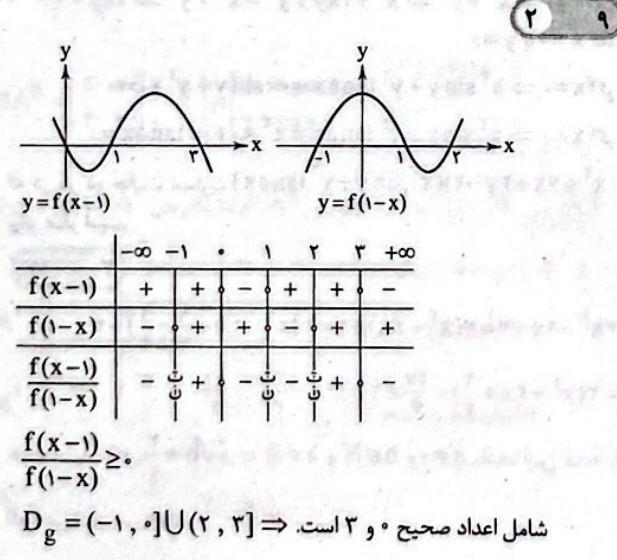
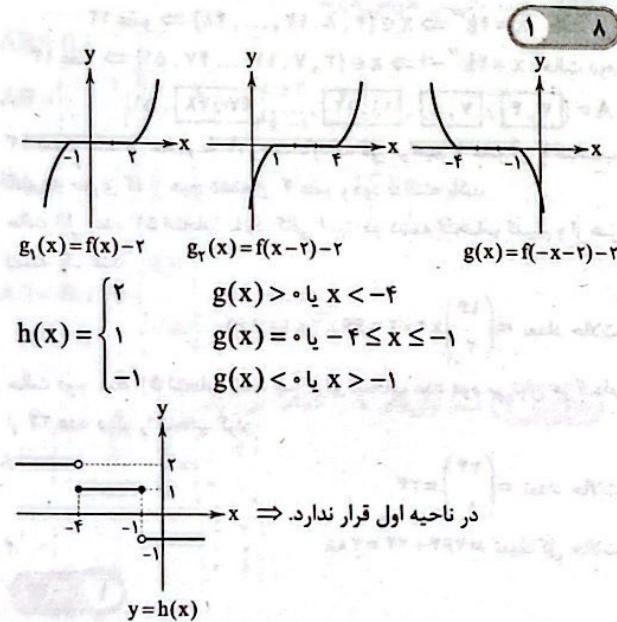
$$\begin{aligned} A(-1, 2) &\xrightarrow{\text{۵ واحد به راست}} (-1+5, 2) = (4, 2) \\ \xrightarrow{\text{انقباض افقی}} \left(\frac{1}{2} \times 4, 2\right) &= (2, 2) \\ \xrightarrow{\text{انساط عمودی}} (2, 9) &\xrightarrow{\text{۷ واحد به پایین}} A'(2, 2) \\ \Rightarrow a+b &= 2+2=4 \end{aligned}$$

۱ ۶

$$\begin{aligned} f(x) = -1 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } 4 \\ \Rightarrow f(x-2) = -1 \Rightarrow x-2 = 0 \text{ یا } 4 \\ \Rightarrow x = 2 \text{ یا } 6 \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = 2+3+6=11 \end{aligned}$$

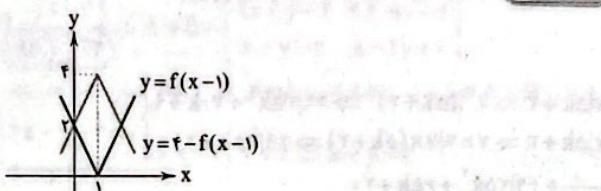
۲ ۷

$$\begin{aligned} g = \{(1, 2), (-1, 5)\} &\xrightarrow{g(b+1)=5} b+1=-1 \Rightarrow b=-2 \\ f = \{(-1, 0), (1, 1), (2, 2), (4, 3)\} \\ \xrightarrow{f(a-1)=3} a-1=4 \Rightarrow a=5 \\ a+b &= 3 \end{aligned}$$

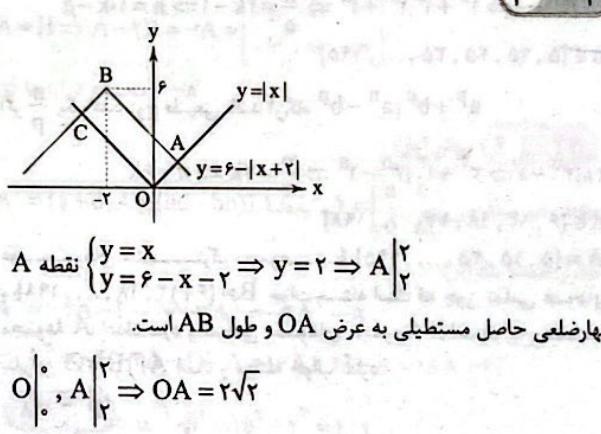


۱ ۱

$$\begin{aligned} f(f(x+1)) = 4 &\xrightarrow{f(\cdot)=4} f(x+1) = 0 \\ \xrightarrow{\text{از روی نمودار}} x+1 &= -3, -2, 5 \\ \xrightarrow{\text{پس ریشه‌های}} f(x+1)=0 &\Rightarrow x = -4, -3, 4 \Rightarrow \text{جمع ریشه‌ها} = -3 \end{aligned}$$



سطح بین دو نمودار یک لوزی به اقطار ۲ و ۴ می‌باشد، بنابراین مساحت آن برابر ۴ می‌باشد.



۴ ۴

برخی از نقاط f به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} x = 2 \Rightarrow f(2+3) &= f(5) = 7 \\ x = -5 \Rightarrow f(-5+3) &= f(-2) = -3 \\ x = -1 \Rightarrow f(-1+3) &= f(2) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = 2 \\ \Rightarrow \frac{f(-2)+f(5)}{f^{-1}(0)} &= \frac{-3+7}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}$$

۱ ۵

$$\begin{aligned} y = f(x) &\xrightarrow{\text{۵ واحد به راست}} y = f(x-5) \\ \xrightarrow{\text{انقباض افقی}} y &= f(2x-5) \\ \xrightarrow{\text{با ضریب } \frac{1}{2}} y &= 2f(2x-5) \\ \xrightarrow{\text{انساط عمودی}} y &= 2f(2x-5) \\ \xrightarrow{\text{با ضریب } 2} y &= 4f(2x-5)-4 \end{aligned}$$

۱۵ می دانیم مجموع هر عدد مثبت با معکوس خودش بزرگتر با $\frac{a+b}{b-a} \geq 2$ مساوی ۲ است.

$$\text{با فرض } A = \frac{ab}{a^2+b^2} \text{ داریم:}$$

$$A = \frac{ab}{a^2+b^2} \Rightarrow \frac{1}{A} = \frac{a^2+b^2}{ab} \xrightarrow{\times 6} \frac{6}{A} = \frac{a^2+b^2}{ab}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{A} = \frac{a^2+b^2}{ab} + \frac{b^2}{ab} \Rightarrow \frac{6}{A} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{6}{A} \geq 2$$

$$\xrightarrow{\text{معکوس می کنیم}} \frac{A}{6} \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 6} A \leq 3$$

$$\left. \begin{aligned} 7|5k+2 &\Rightarrow 7^r|(5k+2)^r \Rightarrow 49|25k^r + 30k + 1 \\ 7|5k+2 &\Rightarrow 7 \times 7|7 \times (5k+2) \Rightarrow 49|35k + 21 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اول}} 49|25k^r + 65k + 20$$

m=65 بنابراین:

۱۶ اگر $\frac{n}{p}$ یک عدد فرد طبیعی باشد آن‌گاه $a^p + b^p | a^n + b^n$

$$22|2^n + 1 \Rightarrow 2^5 + 1^5 | 2^n + 1^n \Rightarrow \frac{n}{5} = 2k - 1 \Rightarrow n = 10k - 5$$

$n \in \{5, 15, 25, 35, \dots, 195\}$

۱۷ اگر $\frac{n}{p}$ یک عدد زوج طبیعی باشد آن‌گاه $a^p + b^p | a^n - b^n$

$$28|3^n - 1 \Rightarrow 3^r + 1^r | 3^n - 1^n \Rightarrow \frac{n}{3} = 2k \Rightarrow n = 6k$$

$n \in \{6, 12, 18, 24, \dots, 198\}$

۱۸ عضوهای متشتمل مجموعه $A = \{5, 15, 25, \dots, 195\}$ جواب مسئله است که چون تمامی عضوهای $B = \{6, 12, 18, \dots, 198\}$ اعداد فرد و تمامی عضوهای مجموعه B اعداد زوج هستند، مجموعه $A \cap B = \emptyset$ است و مسئله جواب ندارد.

$$xy - 2y = 3x^r + 4x - 5 \Rightarrow y(x-2) = 3x^r + 4x - 5$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x^r + 4x - 5}{x-2} \in \mathbb{Z}$$

$$\left. \begin{aligned} x-2 &| 3x^r + 4x - 5 \\ x-2 &| x-3 \xrightarrow{x-2x} x-3 &| -3x^r + 9x \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow x-3 &| 13x - 5 \\ x-2 &| x-3 \Rightarrow x-3 &| -13x + 29 \\ x-2 &\in \{-24, -17, -2, -1, 1, 2, 17, 24\} \\ \Rightarrow x &\in \{-31, -14, 1, 2, 4, 5, 20, 37\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x-3 &| 34$$

پس مسئله ۸ جواب دارد.

$$\left. \begin{aligned} 20|ya+2 &\Rightarrow 20|2ya+6 \\ 20|20 &\Rightarrow 20|-2ya \end{aligned} \right\} \Rightarrow 20|a+6 \Rightarrow a+6 = 20k$$

$$\Rightarrow a = 20k - 6$$

$$a \geq 100 \Rightarrow 20k - 6 \geq 100 \Rightarrow k \geq \frac{106}{20} \Rightarrow k \geq 5.3$$

به ازای k عدد ۶ را قرار می‌دهیم.

$$a = 20(6) - 6 = 114$$

$$a = 1 + 1 + 4 = 6 = \text{مجموع ارقام عدد}$$

۱۹ ابتدا نمودار f نسبت به محور X قرینه شده است و سپس g(x) = 6 - f(x)

واحد به بالا انتقال یافته است:

۲۰ عددی قابل قبول است که به ازای آن عبارت $1 - 2^n$ غیراول باشد، پس هر یک از اعداد ۹, ۳, ۴, ۲, ۱ را بررسی می‌کنیم.

$$n=2 \Rightarrow 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$n=3 \Rightarrow 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$n=4 \Rightarrow 2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$$

$$n=5 \Rightarrow 2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$$

$$n=6 \Rightarrow 2^6 - 1 = 64 - 1 = 63$$

$$n=7 \Rightarrow 2^7 - 1 = 128 - 1 = 127$$

$$n=8 \Rightarrow 2^8 - 1 = 256 - 1 = 255$$

$$n=9 \Rightarrow 2^9 - 1 = 512 - 1 = 511$$

پس اعداد ۴ و ۶ و ۸ و ۹ مثالهای نقطی برای این گزاره هستند.

۲۱ اگر عددی زوج باشد، جذر آن نیز زوج است.

$$\frac{x^2(x+1)^2}{4} = 2k \Rightarrow \frac{x(x+1)}{2} = 2k' \Rightarrow x(x+1) = 4k'$$

۲۲: حالت اول $x = 4k'' \Rightarrow x \in \{4, 8, 12, \dots, 48\} \Rightarrow$ عضو ۱۲

۲۳: عضو ۱۳: $x = 4k''' - 1 \Rightarrow x \in \{3, 7, 11, \dots, 47, 51\} \Rightarrow$ عضو آن را انتخاب

۲۴: دسته عدد در مجموعه A وجود دارد که می‌خواهیم عضو آن را انتخاب کنیم به طوری که از هیچ دسته‌ای ۲ عضو وجود نداشته باشد.

۲۵: حالت اول: عدد ۵۱ انتخاب نشود. کافی است دو دسته انتخاب کنیم و از هر دسته یک عدد:

$$\binom{12}{2} \times 2 \times 2 = 66 \times 2 \times 2 = 264$$

حالت دوم: عدد ۵۱ انتخاب شود، پس برای انتخاب عدد دوم می‌توان هر کدام از ۲۴ عدد دیگر را انتخاب کرد:

$$\binom{24}{1} = 24$$

$$= 264 + 24 = 288$$

۲۶: ۱

$$(x+y)^r = x^r + y^r \Rightarrow x^r + 2xy + y^r = x^r + y^r \Rightarrow 2xy = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } y = 0$$

$$\text{اگر } x = 0 \Rightarrow x^r \sin y + y^r \tan \Delta x = 0 \times \sin y + y^r \times 0 = 0$$

$$\text{اگر } x = 0 \Rightarrow x^r \sin y + y^r \tan \Delta x = x^r \times 0 + 0 \times \tan \Delta x = 0$$

که در هر دو حالت عبارت $(x^r + 2xy + y^r)(x^r \sin y + y^r \tan \Delta x)$ برای صفر است.

۲۷: ۳

$$3x^2 - 9x + 2 = 2(x^2 - 2x) + 2 = 2(x^2 - 2x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}) + 2$$

$$= 2(x^2 - 2x + \frac{9}{4}) - \frac{22}{4} + 2 = 2(x - \frac{3}{2})^2 - \frac{19}{4}$$

هر عدد به شکل $a\sqrt{b} + \frac{c}{d}$ که $a \in \mathbb{Z}$ و $b \in \mathbb{N}$ و $a \neq 0$ باشد، این عدد را

گویا می‌کند، پس جواب $\frac{3}{2} + \sqrt{5}$ است.

۴ ۲۵

$$A^T + ۲AB + A + ۲B = A(A + ۲B) + A + ۲B = (A + ۲B)(A + I)$$

$$= \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

سطر سوم ستون سوم A+۲B A+I

۱ ۲۶

$$\begin{bmatrix} x & ۳ & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۱ \\ ۰ & ۱ & -۱ \\ ۱ & ۰ & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ a \\ -x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & ۳ & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲a \\ a+x \\ -x \end{bmatrix} = ۱$$

$$\Rightarrow ۲ax + ۲a + ۲x - x^T = ۱$$

$$\Rightarrow -x^T + (۲a + ۳)x + ۲a - ۱ = ۰$$

$$-\frac{۲a + ۳}{-۱} = ۶ \Rightarrow ۲a + ۳ = ۶ \Rightarrow a = ۱/۲$$

چون اتحاد جبری برای دو ماتریس A و B برقرار است، بنابراین این دو ماتریس تعویض پذیرند.

$$AB = BA$$

$$AB = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+۲ & y \\ ۳x-۱ & ۲y \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} x & y \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+۳y & ۲x-y \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$AB = BA \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{x}{3} \\ y = \frac{y}{2} \end{cases} \Rightarrow x+y = \frac{4}{3}$$

ابتدا توان های A را حساب می کنیم ۴ ۲۸

$$A^T = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$A^n = \begin{bmatrix} ۱ & n \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$BA^n = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & n \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۳ & ۳n+۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} ۱ = ۱ \\ ۳n+۲ = ۱ \end{cases} \Rightarrow n = ۱/۲$$

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & n \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۳ & ۳n+۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} ۱ = ۱ \\ ۳n+۱ = ۱ \end{cases} \Rightarrow n = ۱/۲$$

برای محاسبه ماتریس Aⁿ، ابتدا ماتریس A^T یا در صورت

نیاز A^T را می باییم، سپس ماتریس Aⁿ را حدس می زنیم.

$$A^T = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & ۲ \\ -۲ & -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = ۲$$

$$A^T = \begin{bmatrix} ۲ & ۲ \\ -۲ & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ & ۲ \\ -۴ & -۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = ۲$$

$$\vdots$$

$$A^n = \begin{bmatrix} n+۱ & n \\ -n & -n+۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = ۲$$

۱ می دانیم اگر c|d و a|b آنگاه ac|bd

$$\left. \begin{array}{l} ۴|۲k-۲ \\ ۶|8k+1 \end{array} \right\} \Rightarrow ۴\times 6|(2k-2)(8k+1) \Rightarrow 24|24k^2-12k-2$$

$$24|24 \Rightarrow 24|-24k^2$$

$$\Rightarrow 24|-12k-2$$

$$\left. \begin{array}{l} 24|-12k-2 \\ 24|24k \end{array} \right\} \Rightarrow 24|11k-2$$

چون A+B قابل تعریف است، پس ماتریس ۲×۲ است. ۱ ۲۱

$$B = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix} \Rightarrow A+B = \begin{bmatrix} ۲x+y+۲ & ۳x-y+۲ \\ x-y+۲ & x-2y+4 \end{bmatrix}$$

ماتریس A+B قطری است، بنابراین درایه های غیر از قطر اصلی صفر هستند.

$$\left. \begin{array}{l} ۳x-y+۲=۰ \\ x-y+۲=۰ \end{array} \right\} \Rightarrow x=0, y=2 \Rightarrow x+y=2$$

۲ ۲۲

$$A_{r \times r} = B_{r \times r} \Rightarrow x=2, y=2 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} ۵ & ۱ & -۲ \\ ۲ & -۱ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$A = B \Rightarrow A - ۲B = -A = \begin{bmatrix} -۵ & -۱ & ۲ \\ -۲ & ۱ & -۲ \end{bmatrix}$$

= مجموع درایه ها = -8

روش اول: ۴ ۲۳

$$A^T = (a+d)A - (ad-bc)I, A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

برقرار است، بنابراین:

$$A^T = -4A - I \xrightarrow{\times A} A^T = -4A^T - A$$

$$\Rightarrow A^T = -(-4A - I) - A = 16A + 4I - A = 15A + 4I$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 15 \\ \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow \alpha^T - \beta^T = 15^T - 4^T = 209$$

روش دوم:

$$A^T = \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & -۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & -۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۵ & ۸ \\ -۱۲ & ۱۹ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} -۵ & ۸ \\ -۱۲ & ۱۹ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & -۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۹ & -۳۰ \\ ۴۵ & -۷۱ \end{bmatrix} (۱)$$

$$\alpha A + \beta I = \begin{bmatrix} \alpha & -2\alpha \\ 2\alpha & -\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha + \beta & -2\alpha \\ 2\alpha & -\alpha + \beta \end{bmatrix} (۲)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \alpha = 15, \beta = 4 \Rightarrow \alpha^T - \beta^T = 209$$

او لاید ab = -1 و a+b = 2 از طرفی می دانیم: ۱ ۲۴

$$\left. \begin{array}{l} a^T + b^T = (a+b)^T - rab(a+b) \\ a^T + b^T = (a+b)^T - 2ab \end{array} \right\}$$

$$a^T + b^T = (a+b)^T - 2(-1) = 6$$

$$a^T + b^T = 2^T - 2(-1)(2) = 8+6 = 14$$

$$(a^T + b^T)(a^T + b^T) = a^{\Delta} + a^T b^T + b^T a^T + b^{\Delta}$$

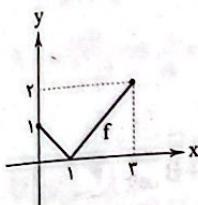
$$\Rightarrow 6 \times 14 = a^{\Delta} + b^{\Delta} + (ab)^T (a+b)$$

$$\Rightarrow a^{\Delta} + b^{\Delta} = 84 - (-1)^T (2) = 82$$

۲ ۳۵

$$\frac{r}{1} = \frac{a}{12} = \frac{9}{b} \Rightarrow a = 36, b = 3 \Rightarrow a \times b = 36 \times 3 = 108$$

نمودار تابع را رسم می کنیم:



برد تابع $[2, 0]$ است، بنابراین هم‌دامنه را می‌توان هر مجموعه دلخواهی شامل برد تابع در نظر گرفت دامنه نیز حتماً $[3, 0]$ باشد.

برد تابع در واقع ضابطه تابع $y = 3x^2 + 4x - 1$ خواهد بود.

$$3x^2 + 4x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

دو مقدار فقط در گزینه (۱) دامنه دو تابع و مقادیر آن‌ها با هم برابرند:

$$f(x) = \frac{x-1}{|x-1|} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$g(x) = \frac{|x-1|}{x-1} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

ضمناً برای هر $x \neq 1$ داریم:

گزینه (۱) نادرست است مثلاً دو تابع x^2 و x^4 دامنه و برد

یکسان دارند اما با هم برابر نیستند.

گزینه (۲) نادرست است، زیرا برد زیرمجموعه‌ای از هم‌دامنه است و ربطی به دامنه ندارد.

گزینه (۴) نادرست است، زیرا برد هم‌دامنه می‌توانند با هم برابر باشند.

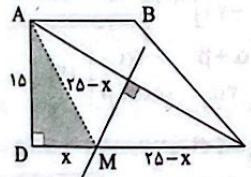
$$180 = 2/89x + 70/64 \Rightarrow x = \frac{180 - 70/64}{2/89} = 37/84 \quad 1 \quad ۴۰$$

اگر آن‌گاه $DM = x$ است و می‌دانیم فاصله هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره خط از دو سر پاره خط با هم برابر است پس $MA = MC = 25 - x$ ، در مثلث قائم الزاویه ADM داریم:

$$AM^2 = AD^2 + DM^2 \Rightarrow (25-x)^2 = 15^2 + x^2$$

$$\Rightarrow 625 - 50x + x^2 = 225 + x^2 \Rightarrow 50x = 400 \Rightarrow x = 8$$

$$\Rightarrow MC = 25 - 8 = 17$$



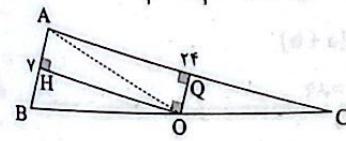
در چهارضلعی $AHOQ$ داریم: $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{H} = \hat{O} = \hat{Q} = 90^\circ$ پس

و مثلث ABC قائم الزاویه است و در مثلث قائم الزاویه محل تقاطع عمودمنصف‌ها وسط وتر است. از طرفی با توجه به رابطه فیثاغورس داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 49 + 576 = 625 \Rightarrow BC = 25$$

می‌دانیم طول میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

$$AO = CO = \frac{BC}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$$



۲ ۳۶

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a+2b+3c=3 & (1) \\ 3a+2b+c=3 & (2) \\ a+b+c=4 & (3) \end{cases}$$

طرفین رابطه‌های (۱)، (۲) و (۳) را با هم جمع می‌کنیم.

$$5a + 5b + 5c = 10 \Rightarrow 5(a+b+c) = 10 \Rightarrow a+b+c = 2 \quad (4)$$

طبق رابطه‌های (۳) و (۴) معادله جواب ندارد، بنابراین هیچ ماتریسی مانند

یافت نمی‌شود که در معادله صدق کند.

۲ ۳۷

بررسی گزاره‌ها:

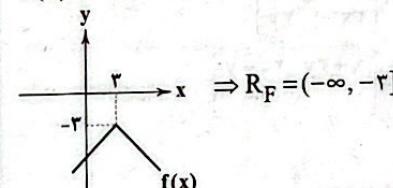
$$\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} + \cot x = \sqrt{\frac{(1-\cos x)^2}{\sin^2 x}} + \cot x = \frac{1-\cos x}{\sin x} + \cot x \quad \text{الف) نادرست:}$$

$$\frac{1-\cos x}{\sin x} + \cot x = \frac{1}{\sin x} \quad \text{تابع ثابت نیست.}$$

$$f = \{(0, 1), (1, 0)\}, g = \{(0, 0), (1, 1)\}$$

ج) نادرست است.

$$f(x) = -\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 3 = -\sqrt{(x-3)^2} - 3 = -|x-3| - 3$$



$$f(x) = k \Rightarrow k^2 + k - 10 = 0$$

$$\Delta \leftarrow (k-2)(k^2 + 2k + 5) = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow f(x) = 2, g(x) = x$$

$$\frac{f'(5)+g(4)}{2g(6)} = \frac{(2)^2 + 4}{2 \times 6} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

۱ ۳۳

$$h \cdot 20 = 2\pi r^2 + 2\pi rh \Rightarrow h = \frac{20 - 2\pi r^2}{2\pi r}$$

$$V = \pi r^2 h = \pi r^2 \left(\frac{20 - 2\pi r^2}{2\pi r} \right) = \frac{20r - 2\pi r^3}{2} = 10r - \pi r^3$$

بررسی گزینه‌ها:

$$1) \quad y = \pm \sqrt{2} \Rightarrow \{(4, \sqrt{2}), (4, -\sqrt{2})\} \quad (\times)$$

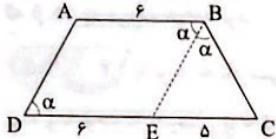
$$2) \quad x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow y^2 + y = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \left\{ \left(\frac{\pi}{4}, 0 \right), \left(\frac{\pi}{4}, -1 \right) \right\} \quad (\times)$$

۳) (✓)

$$4) \quad x = 1 \Rightarrow y^2 - y - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \{(1, -1), (1, 2)\} \quad (\times)$$

بنابراین $\hat{BEC} = \alpha$ و در نتیجه:

$$\Delta BEC: \hat{BEC} = \hat{CBE} = \alpha \xrightarrow{\text{متوازن}} BC = EC = 5$$



دو حالت ممکن است. ۴۶

۱) سه گزاره از چهار گزاره نادرست باشد و یک گزاره درست باشد.

$$\binom{4}{3} = 4 \quad \text{حالت ۴}$$

$$\binom{4}{4} = 1 \quad \text{حالت ۱}$$

۲) هر چهار گزاره نادرست است.

حالت $5 = 4 + 1 = 5$ کل حالات

به ترتیب ۴ ۴۷ جواب‌های برای

گزینه‌های (۱) تا (۳) هستند در صورتی که گزینه (۴) هیچ جواب طبیعی ندارد.

به ترتیب ۵ ۴۸ $n = 5, n = 3, n = 2, n = 1$ کوچکترین جواب برای

گزاره‌های فوق هستند؛ پس $b < a = c$ است و $c = 5, b = 3, a = 2$ است و $b < c < a > b$ ۴۹ طبق قانون $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

نقیض شده و «یا» به «و» تبدیل شود.

$b \geq c$ و $a \leq b$

با استفاده از توزیع پذیری و سایر خواص گفته شده: ۵۰

$$p \vee (\neg p \wedge q) \equiv \underbrace{(p \vee \neg p)}_{\equiv T} \wedge (p \vee q) \equiv p \vee q$$

۳ ۵۱

$$\left. \begin{array}{l} x+2=p \\ y=2 \end{array} \right\} \text{فرد است} \Rightarrow (p \Rightarrow q) \text{ نادرست} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p \text{ درست} \\ q \text{ نادرست} \end{array} \right.$$

پس p درست است یعنی $x+2$ فرد است و q نادرست است، یعنی y فرد

نیست پس y زوج است. در نتیجه x فرد و y زوج است.

روش اول: اگر q درست باشد، هر دوی $p \Rightarrow q$

و $\neg p \Rightarrow q$ بدون توجه به ارزش p درست بوده و کل گزاره درست خواهد بود.

اگر q نادرست باشد، دقیقاً یکی از q و $\neg p \Rightarrow q$ درست و دیگری

نادرست می‌شود در نتیجه کل گزاره عطفی نادرست خواهد بود.

پس داریم: $(p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow q) \equiv q$

روش دوم: می‌دانیم گزاره $(p \Rightarrow q)$ هم‌ارز با $\neg p \vee q$ است. پس داریم:

$$(p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \wedge q) \equiv \underbrace{q \vee (\neg p \wedge q)}_F \equiv q$$

روش اول: اگر هر دو گزاره p و q درست باشد، ارزش گزاره

سؤال برابر است با: رد گزینه (۲) و (۳) \Rightarrow درست $\equiv (d \wedge d) \wedge (d \wedge d) \equiv d$

برای انتخاب بین گزینه‌های اول و چهارم p را درست و q را نادرست قرار می‌دهیم:

رد گزینه (۱) \Rightarrow نادرست $\equiv (n \wedge d) \wedge (n \wedge d) \equiv d$

ن د

روش دوم:

$$(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q) \equiv (q \vee \neg p) \wedge (q \vee p) \equiv q \vee \underbrace{(\neg p \wedge p)}_F \equiv q$$

۱) می‌دانیم زاویه بین نیمساز داخلی \hat{B} و نیمساز خارجی \hat{C} ۴۲

برابر $\frac{\hat{A}}{2}$ است. پس داریم:

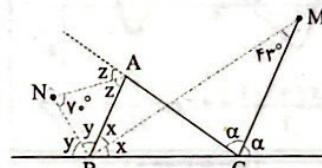
$$\frac{\hat{A}}{2} = 42^\circ \Rightarrow \hat{A} = 86^\circ$$

زاویه بین نیمساز خارجی A و نیمساز خارجی B برابر $(90^\circ - \frac{\hat{C}}{2})$ است، پس داریم:

$$90^\circ - \frac{\hat{C}}{2} = 70^\circ \Rightarrow \frac{\hat{C}}{2} = 20^\circ \Rightarrow \hat{C} = 40^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 86^\circ + \hat{B} + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 54^\circ$$

روش دوم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + 2x = 2\alpha \Rightarrow \hat{A} = 2(\alpha - x) \\ \hat{M} + x = \alpha \Rightarrow \alpha - x = \hat{M} = 42^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} = 2\hat{M} = 2 \times 42^\circ = 86^\circ$$

$$\text{ABN}: y + z = 110^\circ \xrightarrow{z = \frac{1}{2}(180^\circ - 86^\circ)} y + 47^\circ = 110^\circ$$

$$\Rightarrow y = 63^\circ \Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 2y = 54^\circ$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (86^\circ + 54^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

چون هر سه زاویه مثلث حاده هستند، پس نقطه همرسی ارتفاع‌ها درون مثلث است.

۲ ۴۴

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{خطوط موازی} \\ MN \parallel BC, BI \text{ مورب} \end{array} \right. \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{I}_1$$

$$BI \text{ نیمساز} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2$$

$$\Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{I}_1 \Rightarrow IM = MB$$

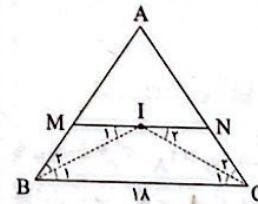
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{خطوط موازی} \\ MN \parallel BC, CI \text{ مورب} \end{array} \right. \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{I}_2$$

$$CI \text{ نیمساز} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2$$

$$\Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{I}_2 \Rightarrow IN = NC$$

$$\Delta AMN: AM + MN + AN = AM + MI + IN + AN = AM + MB + NC + AN = AB + AC$$

$$\Rightarrow \Delta AMN = 14 + 12 = 26$$



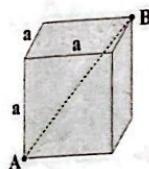
۲) نیمساز زاویه B را رسم می‌کنیم تا ضلع DC را در نقطه E قطع کند. در چهارضلعی $ABED$ $\hat{A}BED = \hat{D} = \alpha$.

$AB \parallel DE$ و $ABED$ چهارضلعی متوازن است، پس $DE = AB = 6$

$EC = 11 - 6 = 5$ است. و داریم:

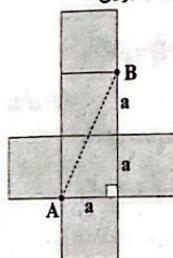
$$\hat{B}ED + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}ED = 180^\circ - \alpha$$

۵۹ برای زنیبور، کوتاه‌ترین مسیر بین نقاط A و B برابر قطر مکعب است، بنابراین:



$$l = a\sqrt{3}$$

برای مورچه، اگر سطوح این مکعب را باز کنیم، شکل زیر به دست می‌آید. با توجه به این شکل، حداقل مسافتی که مورچه باید طی کند تا از نقطه A به نقطه B برسد، مسیر مستقیم بین نقاط A و B می‌باشد، بنابراین:



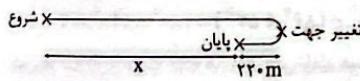
$$l' = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5a}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{l'}{l} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{5a}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$$

۶۰ دو حالت زیر را بررسی می‌کنیم:

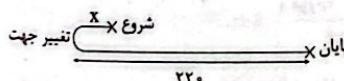
حالات اول:



$$x + 2x \times 220 = 9x \Rightarrow 8x = 440 \Rightarrow x = 55m$$

$$55 + 220 = 275m$$

حالات دوم:



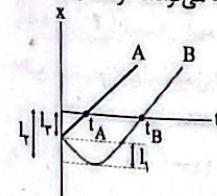
$$220 + x = 9(220 - x) \Rightarrow 220 + x = 1980 - 9x \Rightarrow 10x = 1760$$

$$x = 176m$$

۶۱ می‌دانیم لحظه‌ای که نمودار مکان - زمان محور زمان راقطع می‌کند، متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند و مطابق شکل زیر، متحرک A در لحظه t_A و متحرک B در لحظه t_B از مبدأ مکان عبور می‌کند. مطابق این شکل، مسافتی که متحرک A در بازه زمانی صفر تا t_A طی می‌کند، برابر $l_A = l_A$ و مسافتی که متحرک B در بازه زمانی صفر تا t_B طی می‌کند، برابر $l_B = l_B$ است، بنابراین طبق تعریف تندی متوسط داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} s_{av_A} = \frac{l_A}{t_A} \\ s_{av_B} = \frac{l_B + l_A}{t_B} \end{array} \right.$$

با توجه به این که $t_A > t_B$ است، اما مشخص نیست $t_B + l_A$ چه مقدار از t_A بزرگ‌تر است، بنابراین بسته به شرایط هر سه گزینه می‌توانند درست باشند.

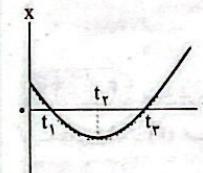


۵۴ چون $p \sim p^8$ همواره نادرست است باید $q \Rightarrow p$ نیز نادرست باشد؛ یعنی p درست و q نادرست باشد و در چنین حالتی واضح است که $q \Rightarrow p$ درست خواهد بود.

۵۵ با توجه به نادرستی گزاره دو شرطی $q \Leftrightarrow p$ ، گزاره p درست بوده و با توجه به نادرستی $t \sim t^7$ ـ گزاره ـ نادرست در نتیجه t نیز درست است. با بررسی هر گزینه به آسانی می‌بینید که فقط $t \sim p$ نادرست است و نمی‌تواند در ستون آخر قرار گیرد.



۵۶ بررسی عبارت‌ها:



(الف) با توجه به نمودار، متحرک از لحظه t_1 تا t_3 از محل شروع حرکت دور شده و از لحظه t_2 تا t_3 به محل شروع حرکت نزدیک می‌شود. (۵)

(ب) در لحظه t_2 متحرک در مکان‌های منفی و در بیشترین فاصله از مبدأ مکان است، بنابراین در مکان‌های منفی، در لحظه t_2 بردار مکان متحرک دارای اندازه بیشینه است. (۷)

(ج) در بازه زمانی صفر تا t_3 ، اندازه شبی خطاهای مماس بر نمودار مکان - زمان در حال کاهش بوده و تندی متحرک در حال کاهش است. با توجه به نمودار، در این بازه زمانی، متحرک در خلاف جهت محور X در حال حرکت است. (۷)

(د) از لحظه صفر تا t_3 تندی متحرک در حال کاهش و از لحظه t_2 تا t_3 تندی متحرک ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد. (۵)

۵۷ سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2-12}{5} = -2 \frac{m}{s}$$

متحرک در لحظه $t=0$ در حال حرکت در جهت مثبت محور X است، ولی مکان نهایی آن عقب‌تر از مکان اولیه است، بنابراین متحرک حداقل یک بار تغییر جهت داده است. هنگامی که متحرک تغییر جهت می‌دهد، تندی متوسط بزرگ‌تر از اندازه سرعت متوسط است، بنابراین تندی متوسط متحرک بزرگ‌تر از $\frac{m}{s}$ است.

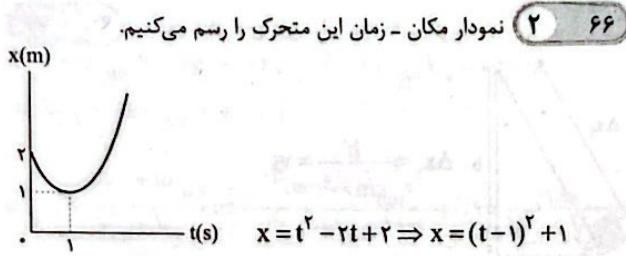
۵۸ در بازه زمانی $t=2s$ تا $t=5s$ ، نمودار مکان - زمان، افقی است، بنابراین متحرک، ساکن است.

بررسی سایر گزینه‌ها،

(۱) در بازه زمانی $t=5s$ تا $t=10s$ ، جهت حرکت متحرک عوض نشده و در این مدت، بزرگی جایه‌جایی برابر با مسافت طی شده است.

(۲) جهت بردار مکان متحرک یک بار در بازه زمانی $t=2s$ تا $t=5s$ و یک بار هم بعد از لحظه $t=5s$ عوض شده است.

(۴) در بازه زمانی $t=5s$ تا $t=10s$ ، مکان نهایی متحرک عقب‌تر از مکان اولیه بوده ($\Delta x < 0$) و سرعت متوسط، منفی است.



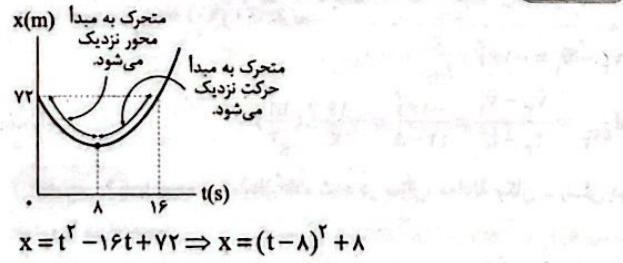
با توجه به نمودار بالا، در لحظه $t=1s$ ، فاصله متوجه تا مبدأ کمینه است و برابر $1m$ می باشد.

۶۷ در ۳ ثانية سوم ($6s < t < 9s$)، متوجه بدون تغییر جهت حرکت کرده است، بنابراین تندی متوسط و سرعت متوسط در این بازه همان‌باره هستند. دقیق کنید: در لحظات $t_1 = 3/5s$ و $t_2 = 9s$ ، جهت حرکت متوجه تغییر کرده است.

۶۸ نمودارهای «ب» و «ج» نمی‌توانند نمودار مکان - زمان متوجه باشند. در نمودار «الف» نیز متوجه در خلاف جهت محور x شروع به حرکت کرده است. اما نمودار «د»، نمودار مکان - زمان متوجه است که در جهت محور x شروع به حرکت کرده است.

۶۹ فقط عبارت «د» درست است. در لحظات $t=1s$ و $t=12s$ ، جهت بردار مکان عوض می‌شود، بنابراین بردار مکان دو بار تغییر جهت داده است.

۷۰ نمودار مکان - زمان را رسم می کنیم.



در بازه زمانی $0 < t < 8s$ ، متوجه به مبدأ محور نزدیک می‌شود ($\Delta t_1 = 8s$) و در بازه $8s < t < 16s$ ، متوجه به مکان شروع حرکت نزدیک می‌شود ($\Delta t_2 = 8s$). بنابراین داریم:

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{1} = 1$$

۷۱ حرکت این متوجه، یکنواخت است و باید همواره سرعت ثابتی داشته باشد، بنابراین سرعت آن در هر لحظه الزاماً $\frac{m}{s} 20$ بوده است.

۷۲ مدت زمانی که دوچرخه‌سوار مشغول رکاب زدن بوده است، برابر است با:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 90 = 24 \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 3.75h$$

بنابراین مدت زمان توقف دوچرخه‌سوار برابر است با:

بنابراین دوچرخه‌سوار ۴۵ دقیقه توقف داشته است.

۷۳ پس از عبور دو متوجه از نقطه A، چون متوجه سریع‌تر، در هر ثانیه مسافت بیشتری را می‌پیماید، فاصله دو متوجه، پیوسته افزایش می‌یابد. به این ترتیب بیشترین فاصله دو متوجه در حرکت از A به B به لحظه‌ای است که متوجه سریع‌تر به نقطه B می‌رسد. مدت زمانی که طول می‌کشد تا متوجه سریع‌تر به نقطه B برسد، برابر است با:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 240 = 12 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 20s$$

اکنون باید دید در همین مدت زمان، متوجه دیگر چه مسافتی را طی کرده است، بنابراین:

بنابراین بیشترین فاصله دو متوجه برابر با $40m$ است.

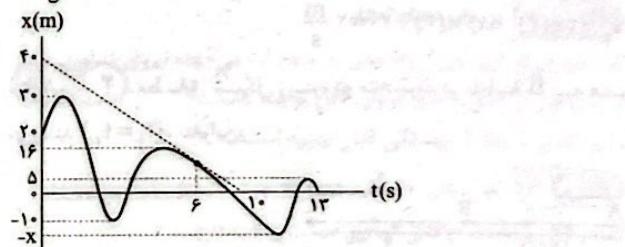
۶۲ تندی لحظه‌ای برابر اندازه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان

در آن لحظه است، بنابراین:

$$t = 6s \quad \text{شیب} = s_t = \frac{40}{10} = 4 \frac{m}{s}$$

تندی متوسط متوجه در کل زمان حرکتش برابر است با:

$$s_{av} = \frac{1}{5} \times 4 = 14 \frac{m}{s}$$



$$s_{av} = \frac{1}{12} \times 40 = \frac{10.2 + 2x}{12} \Rightarrow 10.2 + 2x = 182 \Rightarrow x = 40m$$

بنابراین بیشترین فاصله از مبدأ حرکت ($x = 20m$) برابر است با: $= 40 + 20 = 60m$

۶۳ جابه‌جایی متوجه در هر بازه زمانی برابر است با:

$$0 < t < 5s: \Delta x_1 = v_{av} \Delta t_1 = 4 \times 5 = 20m$$

$5s < t < 10s: \Delta x_2 = 0$

$$10s < t < 12s: \Delta x_3 = v_{av} \Delta t_3 = -8 \times 10 = -80m$$

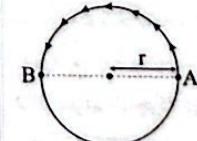
بنابراین سرعت متوسط در کل حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20 + 0 - 80}{20} = -3 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \bar{v}_{av} = -3 \frac{m}{s}$$

۶۴ اگر متوجه در مکان‌های مثبت ($x > 0$) باشد، برای آن که به مبدأ مکان نزدیک شود، باید در خلاف جهت محور حرکت کند، یعنی $v < 0$ است. اگر متوجه در مکان‌های منفی ($x < 0$) باشد، برای آن که به مبدأ مکان نزدیک شود، باید در جهت محور حرکت کند، یعنی $v > 0$ است. با توجه به این توضیحات می‌توان فهمید علامت‌های x و v مخالف هم هستند.

۶۵



$$\begin{cases} \text{محیط دایره} \\ I = \frac{2\pi r}{2} = \pi r \\ \Delta x = 2r \end{cases} \Rightarrow 2\pi - 2r = 6 \Rightarrow r = 6m$$

$$765 = 2 \times 260 + 45 \Rightarrow I = 2(2\pi r) + \frac{2\pi r}{\lambda} = 2\pi r(2 + \frac{1}{\lambda})$$

$$\Rightarrow I = \frac{17}{\lambda} \times 2\pi r = \frac{17}{\lambda} \times 2 \times 3 \times 6 = \frac{17 \times 36}{\lambda} m$$

بنابراین تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{\lambda}{17} = \frac{36}{17} = 4/5 \frac{m}{s}$$

معادله داده شده، یک معادله درجه دو دارای مینیمم است. بنابراین:

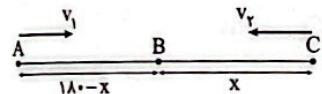
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \times 2 \times 20 = -1620$$

پس تندی این متحرک هرگز صفر نخواهد شد، پس کمترین تندی این متحرک در رأس سهمی آن رخ می‌دهد، در نتیجه داریم:

$$t_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(12)}{2 \times 2} = 3s$$

$$v_s = 2 \times (3)^2 - 12 \times (3) + 20 = 2 \frac{m}{s}$$

مطابق شکل زیر، دو متحرک در نقطه B به هم می‌رسند ($t_1 = t_2$). بنابراین:



$$t_1 = t_2 \Rightarrow \frac{x_1}{v_1} = \frac{x_2}{v_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{x}{180-x} \quad (1)$$

از طرفی در ادامه، متحرک (1) مسافت X را در مدت زمان ۱۶۵ و متحرک (2) مسافت $-X$ را در مدت زمان ۲۵S طی می‌کند، پس می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} x = v_1 \times 16 \\ (180-x) = v_2 \times 25 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{180-x} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{16}{25} \quad (2)$$

با توجه به روابط (1) و (2) داریم:

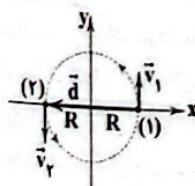
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{16}{25} \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{5}$$

در نتیجه با توجه به رابطه (1) داریم:

$$\frac{x}{180-x} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5x = 4 \times 180 - 4x \Rightarrow 9x = 4 \times 180 \Rightarrow x = 80m$$

حال با توجه به این که $x = 16v_1$ است، داریم:

بردار جایه‌جایی (\vec{d})، برداری است که از نقطه (1) به نقطه (2) رسم می‌شود:



$$d = 2R \Rightarrow \vec{d} = -2R\vec{i} = -4\vec{i}(m)$$

$$\bar{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{-4\vec{i}}{0/5} = -8\vec{i}\left(\frac{m}{s}\right)$$

بردار سرعت متحرک در هر نقطه از مسیر مماس بر دایره است، برای محاسبه بردار شتاب متوسط در این مدت می‌توان نوشت:

$$\bar{a}_{av} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{(-4\vec{j}) - (+4\vec{j})}{0/5} = -16\vec{j}\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

تا قبل از همتراز شدن دو پیستون، اگر اختلاف ارتفاع آن‌ها را

بنامیم، داریم: $h = P_A - P_B + \rho gh$

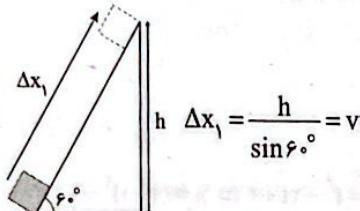
بنابراین هر چه h کاهش یابد، P_B بزرگ‌تر می‌شود تا پس از همسطح شدن دو

پیستون، P_B با P_A برابر می‌شود. پس از آن با پایین رفتن پیستون B می‌توان نوشت:

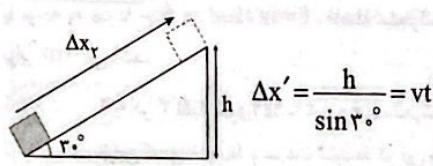
$$P_B = P_A + \rho gh$$

در این حال نیز واضح است که با افزایش h فشار P_B نیز افزایش می‌یابد.

مطابق شکل‌های زیر، برای دو حالت داریم:



$$\Delta x_1 = \frac{h}{\sin 60^\circ} = vt$$



$$\Delta x'_1 = \frac{h}{\sin 30^\circ} = vt'$$

$$\frac{h}{\sin 60^\circ} = \frac{t}{t'} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{t}{t'} \Rightarrow t' = \sqrt{3}t$$

با استفاده از رابطه شتاب متوسط، بردار تغییر سرعت در بازه زمانی t_1 تا t_2 و t_2 تا t_3 را به دست می‌آوریم:

$$\bar{a}_{av_1} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow -4\vec{i} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{10-5} \Rightarrow \bar{v}_2 - \bar{v}_1 = -20\vec{i}\left(\frac{m}{s}\right) \quad (1)$$

$$\bar{a}_{av_2} = \frac{\bar{v}_3 - \bar{v}_2}{t_3 - t_2} \Rightarrow 2\vec{i} = \frac{\bar{v}_3 - \bar{v}_2}{12-10} \Rightarrow \bar{v}_3 - \bar{v}_2 = 4\vec{i}\left(\frac{m}{s}\right) \quad (2)$$

حال با جمع دو رابطه (1) و (2) داریم:

$$\bar{v}_3 - \bar{v}_1 = -16\vec{i}$$

$$\bar{a}_{av_3} = \frac{\bar{v}_3 - \bar{v}_1}{t_3 - t_1} = \frac{-16\vec{i}}{12-5} = -\frac{16}{7}\vec{i}\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

با توجه به نمودار داده شده در سؤال، معادله مکان - زمان دو خودرو را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} v_A = \frac{500-400}{10-0} = 10 \frac{m}{s} \\ x_A = v_A t + x_{A_0} \Rightarrow x_A = 10t + 400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_B = \frac{0-(-300)}{10-0} = 30 \frac{m}{s} \\ x_B = v_B t + x_{B_0} \Rightarrow x_B = 30t - 300 \end{cases}$$

با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال، متحرک A در لحظه $t_1 = 600m$ ، $t_2 = 1200m$ جلوتر از متحرک B قرار می‌گیرد و سپس متحرک B در لحظه $t_3 = 600m$ جلوتر از متحرک A خواهد بود، بنابراین:

$$(1): x_A - x_B = 10t_1 + 400 - (30t_1 - 300) = 600$$

$$\Rightarrow 20t_1 = 1000 \Rightarrow t_1 = 50s$$

$$(2): x_B - x_A = 30t_2 - 300 - (10t_2 + 400) = 600$$

$$\Rightarrow 20t_2 - 700 = 600 \Rightarrow 20t_2 = 1300 \Rightarrow t_2 = \frac{130}{2} s$$

بنابراین:

چون نمودار سرعت - زمان در بازه زمانی $t = 6s$ تا $t = 12s$ یک خط راست است، بنابراین در این بازه زمانی، شتاب متحرک ثابت است، پس

برای محاسبه شتاب متوسط در بازه زمانی $t = 3s$ تا $t = 6s$ $\bar{a}_{av} = \frac{v_3 - v_1}{t_3 - t_1} = \frac{v_3 - v_1}{3s} = \frac{v_3 - v_1}{3s}$ می‌توانیم شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه از $t = 6s$ تا $t = 12s$ را حساب کنیم، بنابراین:

$$|a_{av(3,6)}| = |a_{av(6,12)}| = \frac{0-12}{4} = 3 \frac{m}{s^2}$$

۴ ۸۹

$$\text{اکل} V_{اب} + \text{اکل} m_{اب} = 180 \text{ g} \quad (1)$$

$$\Rightarrow V_{اب} = \frac{180}{\text{اکل}} \text{ cm}^3$$

$$\text{اکل} V_{اب} + \text{اکل} m_{اب} = 180 \text{ g}$$

$$\Rightarrow V_{اب} = \frac{180}{\text{اکل}} \text{ cm}^3 \quad (2)$$

اگر طرفین رابطه (1) را از طرفین رابطه (2) کم کنیم، حجم اکل در حالت اول به دست می آید:

$$V_{اب} = 200 - \frac{180}{\text{اکل}} \quad (3)$$

$$\Rightarrow V_{اب} = 100 \text{ cm}^3$$

و با توجه به رابطه (2):

$$V_{اب} = 100 \text{ cm}^3 \quad (4)$$

در حالت دوم مقداری از اکل تبخیر می شود و چگالی محلول به $\frac{0.96}{\text{cm}^3}$ می رسد. از طرفی تبخیر آب هم ناچیز است، بنابراین با استفاده از رابطه چگالی مخلوط می توانیم بنویسیم:

$$\frac{\rho_{اب} V_{اب} + \rho_{اکل} V_{اکل}}{V_{اب} + V_{اکل}} = \frac{0.96 \text{ g/cm}^3}{\text{cm}^3}$$

$$\Rightarrow \frac{100 + 180}{100 + V'} = 0.96$$

$$\Rightarrow V' = 25 \text{ cm}^3$$

حجم اکل از 100 cm^3 به 25 cm^3 رسیده است، پس 75 cm^3 از حجم اکل کم شده است.

وقتی گلوله از بال رها می شود، با همان تندی بال شروع به حرکت می کند، بنابراین چون تندی اولیه گلوله همان تندی بال است، از تندی بال نمی توان صرف نظر کرد. از طرف دیگر، چون وزن گلوله عامل حرکت و شتاب گلوله است، لذا از وزن گلوله نیز نمی توان صرف نظر کرد. پس عامل تقریباً نی تأثیر، مقاومت هوا است.

$$|q| = ne \Rightarrow n = \frac{1}{25} \times 10^{12} \quad (5)$$

طبق سری الکتریسیته مالشی جسم A الکترون از دست می دهد و جسم B

کلکترون می گیرد.

کلاهک مولد وان دوگراف، بار منفی بسیار زیادی دارد که یون های مثبت درون شعله شمع A را جذب می کند و شعله شمع A به سمت کلاهک کشیده می شود.

شمع B در فاصله دورتری از کلاهک قرار گرفته که تحت تأثیر میدان الکتریکی ضعیفتری قرار می گیرد، بنابراین شعله شمع B به حالت عادی قرار می گیرد.

با توجه به این که برایند میدان ها در نقطه O صفر است،

بنابراین این نقطه، نقطه تعادل دو ذره است، بنابراین با توجه به رابطه بزرگی

$$\frac{|q_1|}{r_1} = \frac{|q_2|}{r_2} \Rightarrow |q_1| = 4|q_2|$$

۴ ۸۲ می دانیم فشار کل در عمق h از یک مایع از رابطه $P = \rho_p + \rho gh$ به دست می آید. توجه کنید که حضور مکعب، به صورت مستقیم تأثیری در رابطه فشار در عمق h ندارد، اما وجود آن سبب می شود که مقدار h برای یک نقطه معین نسبت به زمانی که مکعب نبوده است، بیشتر شود.

۴ ۸۳ با مکین یک نی که یک طرف آن در لیوان پر از نوشابه قرار دارد، فشار هوا که از فشار ریه ها بیشتر است، مایع را به طرف دهان می راند.

۲ ۸۴ بررسی عبارت ها:

(الف) علت این که توب پس از رها شدن به سطح آب می جهد، نیروی شناوری است.

(ب و ج) این دو اتفاق با اصل بزنولی قابل توجیه هستند.

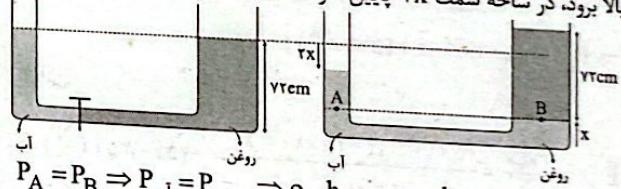
(د) این اتفاق با معادله پیوستگی قابل توجیه است.

۴ ۸۵ عبارت های «الف» و «ج» نادرست هستند.

(الف) پرتوال با پوست، چگالی کم تری نسبت به آب دارد.

(ج) با انتخاب وسیله های دقیق و روش صحیح اندازه گیری خطای اندازه گیری را می توان کاهش داد، ولی به صفر نمی توان رساند.

۴ ۸۶ قطر لوله سمت راست $\sqrt{2}$ برابر قطر لوله سمت چپ است، بنابراین مساحت مقطع لوله در سمت راست $\sqrt{2}$ برابر مساحت مقطع لوله سمت چپ است. با باز کردن شیر ارتباط اگر آب به اندازه X در شاخه سمت راست پالا برود، در شاخه سمت $2X$ پایین خواهد آمد.

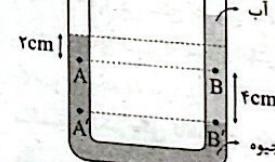


$$P_A = P_B \Rightarrow P_{آب} = P_{آب} h_{آب} \Rightarrow \rho_{آب} h_{آب} = \rho_{آب} h_{آب}$$

$$\Rightarrow 1 \times (72 - 7x) = 0.8 \times 72$$

$$\Rightarrow 72 - 7x = 0.8 \times 72 \Rightarrow 3x = 0.2 \times 72 \Rightarrow x = 4/8 \text{ cm}$$

۴ ۸۷ با توجه به نقاط همتراز A' و B' داریم:



$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow \rho_{آب} gh_{آب} + P_A = \rho_{آب} gh_{آب} + P_B$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = (13500 - 1000) \times \frac{4}{100} = 5000 \text{ Pa}$$

۳ ۸۸ اگر اطلاعات مربوط به آب را باندیس (1) و اطلاعات مربوط به

جیوه را باندیس (2) نشان دهیم، آنکه با توجه به برای بودن جرم آب و جیوه داریم:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Rightarrow \rho_1 Ah_1 = \rho_2 Ah_2$$

$$\Rightarrow h_1 = 13/6 h_2 \quad (*)$$

از طرفی داریم:

$$h_1 + h_2 = 36/5 \quad (*)$$

$$\Rightarrow h_2 = 2/5 \text{ cm} \Rightarrow h_1 = 24 \text{ cm}$$

حال فشار حاصل از ستون آب به ارتفاع ۲۴ cm را بر حسب سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$جیوه h_{آب} = \rho_{آب} h_{آب} \Rightarrow 1 \times 24 = 13/6 \times h_{آب} \Rightarrow h_{آب} = 2/5 \text{ cm} \Rightarrow P_{آب} = 2/5 \text{ cmHg}$$

بنابراین فشار وارد بر انتهای طرف از طرف دو مایع برابر است با:

$$P_t = P_2 + P_1 = 2/5 + 2/5 = 5 \text{ cmHg}$$

۱ ۹۷ نیروهای وارد بر ذره را رسم می‌کنیم:



با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = 0 \Rightarrow W_E + W_{mg} + W_{f_D} = 0$$

$$\Rightarrow E|q|dcos\theta + mg\Delta h + W_{f_D} = 0$$

$$\Rightarrow (5 \times 10^{-8} \times 2 \times 10^{-6} \times \frac{1}{10} \times (-1)) + (0.02 \times 10 \times \frac{1}{10}) + W_{f_D} = 0$$

$$\Rightarrow (-0.01) + (0.02) + W_{f_D} = 0 \Rightarrow W_{f_D} = -0.01 \text{ J}$$

بنابراین:

$$W_{f_D} = f_D d \cos \theta \Rightarrow -0.01 = f_D \times \frac{1}{10} \times (-1) \Rightarrow f_D = 0.1 \text{ N}$$

در حالت دوم (شکل «ب») داریم:

$$\bar{F}' = \bar{F}_E + \bar{F}_{میله} \quad \text{میله کوی ها}$$

$$\Rightarrow (2 \times 10^{-8})\bar{i} + (6 \times 10^{-8})\bar{j} = (-2 \times 10^{-8})\bar{i} + (10^{-8})\bar{j} + \bar{F}_{میله}$$

$$\Rightarrow \bar{F}_{میله} = (5 \times 10^{-8})\bar{i} + (5 \times 10^{-8})\bar{j} \text{ (N)}$$

بنابراین:

$$\bar{E}_E = \frac{\bar{F}_{میله}}{q} = \frac{(5 \times 10^{-8})\bar{i} + (5 \times 10^{-8})\bar{j}}{-2 \times 10^{-9}} = -25\bar{i} - 25\bar{j} \left(\frac{N}{C} \right)$$

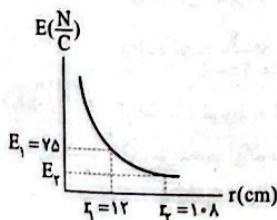
عبارت‌های «ب» و «ج» درست هستند.

۳ ۹۹

بررسی عبارت‌های نادرست،

الف) وقتی به جسم رسانا بار الکتریکی می‌دهیم، پس از مدت کوتاهی (کمتر از 10^{-9} s) بار در سطح خارجی رسانا توزیع می‌شود و نحوه توزیع بار در سطح جسم رسانا به گونه‌ای است که میدان الکتریکی در داخل جسم رسانا صفر می‌شود.
د) بدون توجه به نوع بار، هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بالعکس.

۴ ۱۰۰



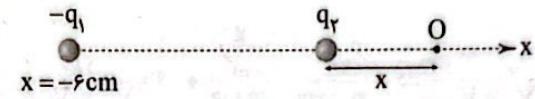
$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_2}{75} = \left(\frac{12}{108} \right)^2 = \frac{1}{81} \Rightarrow E_2 = \frac{75}{81} \text{ N} = \frac{25}{27} \text{ N}$$

پس میدان الکتریکی حاصل از بار q در نقطه‌ای به فاصله 108 cm اندازه $\frac{25}{27} \text{ N/C}$ است که اگر در آن نقطه بار $q' = 9 \mu\text{C}$ را قرار دهیم، اندازه نیروی وارد بر آن برابر است با:

$$F = E_2 |q'| = \frac{25}{27} \times 9 \times 10^{-6} = \frac{25}{3} \times 10^{-6} \text{ N}$$

از طرفی چون نقطه تعادل بین دو بار است، پس دو بار، همنام هستند. اگر بار q_1 را قرینه کنیم، دو بار، ناهمنام می‌شوند و نقطه تعادل که همچنان نقطه O است، خارج دو بار قرار می‌گیرد، پس بار q_2 باید به سمت چپ منتقل شود.



$$\frac{|q_1|}{r_1} = \frac{|q_2|}{r_2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

پس از نقطه $x = 2 \text{ cm}$ باید به نقطه $x = -2 \text{ cm}$ منتقل شود. به عبارتی باید 6 cm به سمت چپ برود.

۱ ۹۴ برای صفر شدن برایند نیروهای وارد بر بار واقع در نقطه C باید نیروهای وارد بر آن از طرف دو بار دیگر هماندازه ولی در خلاف جهت هم باشند، طبعاً اندازه خود بار واقع در نقطه C در این امر بی‌تأثیر است. به کمک قانون کولن، برای نیروهای وارد بر این بار می‌توان نوشت:

$$F_{AC} = F_{BC} \Rightarrow k \frac{|q_A||q_C|}{(2r)^2} = k \frac{|q_B||q_C|}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_A|}{4r^2} = \frac{|q_B|}{r^2} \Rightarrow |q_B| = \frac{|q_A|}{4} \Rightarrow |q_A| = 4|q_B|$$

طبق رابطه $|q_A| = 4|q_B|$ مشخص شد که اندازه بار واقع در نقطه A باید برابر اندازه بار واقع در نقطه B باشد و تنها اگزینه (۱) منجر به این اتفاق خواهد شد.

۱ ۹۵ ابتدا تغییرات انرژی جنبشی پروتون را حساب می‌کنیم:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m(v_r^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 1/6 \times 10^{-27} \times (-36 \times 10^{12})$$

$$\Rightarrow \Delta K = -18 \times 1/6 \times 10^{-15} \text{ J}$$

تغییرات انرژی جنبشی، قرینه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است، بنابراین:

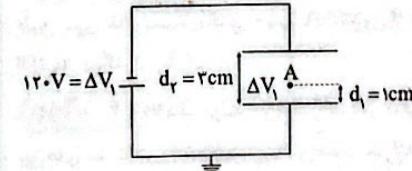
$$\Delta K = -\Delta U_E \Rightarrow \Delta K = E|q|dcos\theta$$

$$\Rightarrow -18 \times 1/6 \times 10^{-15} = 2 \times 10^6 \times 1/6 \times 10^{-9} \times d \times \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow d = \frac{18 \times 10^{-15}}{2 \times 10^{-13}} = 9 \times 10^{-2} \text{ m} = 9 \text{ cm}$$

بنابراین پروتون در فاصله ۶ سانتی‌متری از صفحه مثبت متوقف خواهد شد.

۱ ۹۶ با توجه به ثابت بودن میدان الکتریکی بین صفحات رسانا داریم:



$$\frac{\Delta V_1}{d_1} = \frac{\Delta V_2}{d_2}$$

$$\Rightarrow \frac{120}{3} = \frac{\Delta V_1}{1} \rightarrow \Delta V_1 = 40 \text{ V}$$

پتانسیل الکتریکی صفحه پایین از صفحه بالا بیشتر است و هر چه از صفحه پایینی به سمت صفحه بالایی می‌رویم، پتانسیل الکتریکی کمتر می‌شود. از طرفی صفحه پایین چون به زمین متصل است، پتانسیل الکتریکی آن صفر می‌شود، بنابراین $V_A = -40 \text{ V}$ است.

شیمی



۱۰۸ ۳ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

صابون‌ها، نمک سدیم، پتانسیم یا آمونیوم اسید چرب هستند.
اسید چرب، یک کربوکسیلیک اسید با زنجیر کربنی بلند است.
استیک اسید، اسید چرب محاسبه نمی‌شود.

۱۰۹ ۲ برورس موارد نادرست:

ب) صابون‌ها همانند پاک‌کننده‌های غیرصابونی با آلینده‌ها واکنش نمی‌دهند.
ت) واکنش تولید پاک‌کننده‌های غیرصابونی در مقایسه با واکنش تولید
صابون‌ها، به مراتب پیچیده‌تر است.

۱۱۰ ۴ برورس گزینه‌ها:

۱) آب پاک‌کننده مناسبی برای لکه‌های مانند شربت آبلیمو و چای شیرین است.
۲) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی

گروه هیدروکسیل دارند.

۳) در فرایند انحلال، اگر ذره‌های سازنده حل شونده با مولکول‌های حلال،
جادبه‌های مناسب برقرار کنند، حل شونده در حلال حل می‌شود.

۴) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در فرمول تقریبی
بنزین (C_6H_{14}) و ازالین ($C_{25}H_{52}$) به ترتیب $\frac{2}{25}$ و $\frac{2}{52}$ است.

۱۱۱ ۳ الكل حاصل از آبکافت چربی داده شده، دارای فرمول

$C_3H_5(OH)_2$ بوده و همانند اتانول، به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

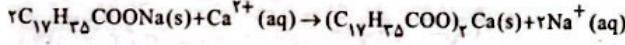
۱) فرمول روغن زیتون همانند چربی موردنظر به صورت $C_{57}H_{104}O_6$ است.

۲) از آن جا که زنجیرهای هیدروکربنی این چربی، یکسان نیستند، در واکنش

با سدیم هیدروکسید، صابون‌های متفاوت تولید می‌کنند.

۳) مخلوط حاصل از چربی با آب و صابون، یک کلورید بوده و نور را پخش می‌کند

۱۱۲ ۲ معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



$$\frac{mg}{2 \times 206} = \frac{xg}{1 \times 66} \Rightarrow x = 0.99m$$

۱۱۳ ۱ هر چهار عبارت پیشنهادشده، درست هستند. مسیر عور نور

در محلول‌ها قابل تشخیص نیست.

• محلول‌ها، مخلوط‌هایی همگن و پایدار هستند.

• ذره‌های سازنده محلول‌ها، یون‌ها یا مولکول‌ها هستند.

• مخلوط ازالین و هگزان همانند مخلوط نمک خوارکی و آب، جزو محلول‌ها
طبقه‌بندی می‌شوند.

۱۱۴ ۳ وبا در طول تاریخ بارها در جهان همه‌گیر شد و جان میلیون‌ها

انسان را گرفت و هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه تهدیدکننده باشد.

۱۱۵ ۲ • یک استر سه‌عاملی و B یک اسید چرب است. از

واکنش یک مول A و یک مول B با مقدار کافی KOH، به ترتیب ۳ و ۱

مول صابون تولید می‌شود.

• شمار مول‌های A در مخلوط (چربی) را با a و b نشان می‌دهیم.

در این صورت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} a+b=2 \\ 2a+b=\frac{4}{4} \end{cases} \Rightarrow a=\frac{1}{2}, b=\frac{1}{2}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{\text{شمار مول های } A}{\text{شمار مول های } B} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1/2$$

۱۰۱ ۴ جرم اوره ($CO(NH_2)_2$) و جرم اتین گلیکول ($C_2H_6O_2$) را به ترتیب با a و b نشان می‌دهیم. مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

جرم مولی O تعداد N جرم مولی اوره

$$\frac{a}{60} \times 2 \times 14 = 2 \left(\frac{b}{62} \times 2 \times 16 \right)$$

$$\frac{N}{\text{تعداد}} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{اتین گلیکول}}$$

۱۰۲ ۴ مطابق داده‌های سؤال، در ساختار اسید چرب A یک پیوند

دوگانه $C=O$ و دو پیوند دوگانه $C=C$ وجود دارد و فرمول شیمیایی آن

$C_{16}H_{29}COOH$ به صورت مقابل است:

فرمول صابون مایع حاصل از اسید A به یکی از دو صورت زیر خواهد بود:

a) $C_{16}H_{29}COOK$

b) $C_{16}H_{29}COONH_4$

مجموع شمار اتم‌ها در صابون‌های a و b به ترتیب برابر با 49 و 53 اتم است.

۱۰۳ ۲ برورسی عبارت‌های نادرست:

ب) نقطه ذوب صابون حاصل از گرم کردن $C_{17}H_{35}COOH$ با KOH

پایین‌تر از نقطه ذوب صابون حاصل از گرم کردن $C_{16}H_{21}COOH$ با

$NaOH$ است. زیرا اولی یک صابون مایع، در حالی که دومی صابون جامد است.

پ) صابون مراغه نسبت به پاک‌کننده‌های غیرصابونی، عوارض جانبی کمتری

برای پوست ایجاد می‌کند، زیرا افزودنی شیمیایی ندارد.

۱۰۴ ۱ ذره‌های سازنده محلول‌ها، یون‌ها یا مولکول‌ها هستند. در بین

مخلوط‌های داده شده، فقط «آ» و «ث» محلول هستند. ذره‌های سازنده ضدیخ

(اتین گلیکول)، مولکول‌ها و ذره‌های سازنده محلول $CuSO_4$ در آب،

یون‌های Cu^{2+} و SO_4^{2-} هستند.

۱۰۵ ۲ مطابق داده‌های سؤال، فرمول شیمیایی پاک‌کننده غیرصابونی به

صورت $C_nH_{2n+1}C_6H_5SO_3Na$ بوده که در آن $n=11=11-(n+6)-(n+4)$

است. به این ترتیب مقدار n و از روی آن، جرم مولی پاک‌کننده به دست می‌آید:

$(2n+5)-(n+6)=11 \Rightarrow n=12$

۱۰۶ ۲ فرمول پاک‌کننده $C_{18}H_{29}SO_3Na \Rightarrow$ جرم مولی $= 348 \text{ g.mol}^{-1}$

۱۰۷ ۱ برای افزایش خاصیت ضدغوفونی‌کننده و میکروب‌کشی صابون‌ها

به آن‌ها ماده شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند.

۱۰۸ ۱ آنزیم موجود در صابون موجب افزایش سرعت پاک کردن لکه

چربی از روی پارچه می‌شود و به نوعی نقش کاتالیزگر را ایفا می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱۰۹ ۲ افزودن صابون به مخلوط ناهمگن آب و روغن، آن را به مخلوط پایدار تبدیل

می‌کند اما هم‌چنان ناهمگن است.

۱۱۰ ۳ انحلال صابون در آب، مانند انحلال آمونیوم نیترات در آب، نوعی انحلال

یونی به شمار می‌آید.

۱۱۱ ۴ ترکیب‌های $(RCOO)_2Ca$ و $(RCOO)_2Mg$ در آب نامحلول هستند.

١٢٢ برورسی عبارت‌های نادرست.

(آ) نور زرد لامپ‌هایی که شب‌هنگام، بزرگراه‌ها و خیابان‌ها را روشن می‌سازد، به دلیل وجود بخار سدیم در آن‌ها است.

(ب) مطابق تعریف، جرم هر کدام از اتم‌های کربن - ۱۲ برابر 12amu در نظر گرفته می‌شود.

١ فراوانی ایزوتوپ‌های X^{84} , X^{86} و X^{88} را به ترتیب با f ,

و $2f$ نشان می‌دهیم.

$$f + a + 2f = 100 \Rightarrow a + 2f = 100 \quad (\text{I})$$

از طرفی شمار نوترون‌های ایزوتوپ‌های X^{84} , X^{86} و X^{88} در مقایسه با شمار پروتون‌های آن‌ها به ترتیب 8 , 10 و 12 واحد بیشتر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$8f + 10a + 24f = 106 \quad (\text{II})$$

از حل هم‌زمان معادله‌های (I) و (II) مقادیر f و a به ترتیب برابر با 30 و 10 به دست می‌آید.

$$\bar{X} = X_1 + \frac{f_1}{100} (X_2 - X_1) + \frac{f_2}{100} (X_3 - X_1)$$

$$\bar{X} = 84 + \frac{10}{100} (86 - 84) + \frac{30}{100} (88 - 84) = 86.6$$

٤ نسبت شمار اتم‌های دو فلز معادل نسبت شمار مول‌های آن‌ها است.

$$\frac{\text{جرم}}{\text{شمار اتم‌های A}} = \frac{\text{شمار مول‌های A}}{\text{شمار مول‌های X}} = \frac{\text{شمار مول‌های X}}{\text{شمار اتم‌های X}} = \frac{\text{جرم مولی A}}{\text{جرم مولی X}}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم مولی A}}{\text{جرم مولی X}} \times \frac{\text{جرم مولی X}}{\text{جرم مولی A}} = \frac{21/4}{11/5} = 21/4$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم مولی A}}{\text{جرم مولی X}} = 1/86 < 2$$

تنها در گزینه (۴) جرم مولی X کم‌تر از دو برابر جرم مولی A است.

٣ مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{2(X) + 2(16)}{X + 2(16)} = 1/8 \Rightarrow 1/8X + 32/8 = 2X + 48$$

$$\Rightarrow 1/8 = 1/2X \Rightarrow X = 48 \text{ g.mol}^{-1}$$

در ادامه خواهیم داشت:

$$2/8 \text{ g } XY_f \times \frac{1 \text{ mol } XY_f}{A \text{ g } XY_f} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule}}{1 \text{ mol } XY_f} \times \frac{5 \text{ atom}}{1 \text{ molecule}}$$

$$= 6.02 \times 10^{22} \text{ atom} \Rightarrow A = 19 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$19 = 48 + 4(Y) \Rightarrow Y = 25/5 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$? \text{ amu} = 1 \text{ molecule } Y_2O_3 \times \frac{1 \text{ mol } Y_2O_3}{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule}}$$

$$\times \frac{2(25/5) + 3(16) \text{ g}}{1 \text{ mol } Y_2O_3} \times \frac{1 \text{ amu}}{1/66 \times 10^{-24} \text{ g}} = 119 \text{ amu}$$

١١٦ اساساً عنصرهای ساختگی در راکتورهای هسته‌ای ساخته

می‌شوند، نه آزمایشگاه شیمی‌ای

بررسی سایر گلریزهای

(۱) هیدروژن و هلیوم علاوه بر این که اولین و دومین عنصرهایی هستند که پا به

عرضه جهان گذاشتند، فراوان ترین عنصرهای سازنده سیاره مشتری نیز هستند.

(۲) کافیست تفاوت بارهای دو یون را با تفاوت شمار الکترون‌های آن‌ها جمع کنیم تا تفاوت عدد اتمی عنصرها به دست آید.

$$44 - (-3) = 49$$

(۳) فراوانی U 235 در مخلوط طبیعی اورانیم بسیار ناچیز و کمتر از $0/7$ درصد است.

١١٧ ایزوتوپ‌های A, B, C به ترتیب H^5 , H^3 , H^1

هستند. هسته H^3 شامل ۳ ذره است. شمار ذره‌های باردار ایزوتوپ H^1 برابر

با ۲ بوده و ایزوتوپ H^5 شامل ۴ نوترون، ۱ پروتون و ۱ الکترون است.

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\frac{3+2}{(4+1+1)} = 0/83$$

١١٨ برورسی عبارت‌ها:

(آ) دمای شعله آبی رنگ اجاق گاز در حدود 275°C و دمای شعله زرد رنگ شمع در حدود 175°C است.

(ب) بدون شرح!

(پ) نور لامپ نئون، سرخ‌رنگ بوده و طول موج آن، بلندتر از طول موج نور زرد شعله نمک خوارکی است.

(ت) هیدروژن و لیتیم هر دو دارای چهار نوار نورانگی در طیف نشری خطی و نیز دارای دو ایزوتوپ طبیعی و پایدارند.

١١٩ ۲ اگر عدد اتمی یون‌های X^{2+} و Y^{4-} را به ترتیب با x و y نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$\{(119-x)-(x-2)=2a \Rightarrow 121-2x=2a \quad (\text{I})\}$$

$$\{(80-y)-(y+1)=3a \Rightarrow 79-2y=3a \quad (\text{II})\}$$

اگر طرفین معادله‌های (I) و (II) را به ترتیب در ۳ و ۷ ضرب کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 363-6x=21a \\ 553-14y=21a \end{cases} \Rightarrow 363-6x=553-14y$$

$$\Rightarrow 14y-6x=190 \Rightarrow 7y-3x=95$$

١٢٠ ۲ عبارت‌های اول و آخر نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• چشم انسان تنها می‌تواند گستره محدودی از نور را ببیند که به این گستره، نور مرئی می‌گویند.

• داشمندان با دستگاهی به نام طیفسنج می‌توانند از پرتوهای گسیل شده از مواد گوناگون، اطلاعات ارزشمندی درباره آن‌ها به دست آورند.

• نخستین فلز جدول دوره‌ای، Li است. x , y و z به ترتیب برابر با 26 , 1 و 2 هستند:

$$\frac{x}{y+z} = \frac{26}{1+2} = 8/66$$

۱۳۱ ۱ بجز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

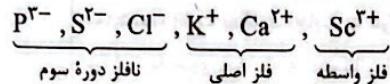
بررسی عبارت‌ها:

• Cl_{17} برخلاف S_{16} به حالت آزاد در طبیعت وجود ندارد.

• عنصرهای X و D به ترتیب P_{15} و Al_{13} هستند.

• رسانایی الکتریکی شبهفلز Ge_{32} به مرتبه Kr_{36} از فلز قلیایی Sc_{21} است.

• آرایش الکترونی هر کدام از یون‌های زیر به $3p^6$ ختم می‌شود:



نافلز دوره سوم

۱۳۲ ۲ A_{14} همان سیلیسیم بوده و یک شبهفلز است. خواص

فیزیکی شبهفلزها بیشتر به فلزها (Ti_{22} و Cu_{29}) شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن همانند نافلزها (Br_{35}) است.

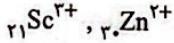
۱۳۳ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده، درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• روش گیاپالایی (بیرون کشیدن فلز از لابلای خاک با استفاده از گیاهان) برای استخراج فلزهای روی و نیکل مقومن به صرفه نیست. زیرا درصد این فلزها در کانه‌های سنگی آن‌ها به اندازه‌ای است که استخراج از معادن آن‌ها اقتصادی بیشتری دارد. همچنین حجم گیاه مصرفی نسبت به درصد ارزش ریالی این فلزها مقومن به صرفه نیست و سطح زیادی از زمین زیر کشت می‌رود.

• آهن در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد و اغلب در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود.

• نخستین و آخرین فلز واسطه دوره چهارم یعنی Sc_{21} و Zn_{30} فقط یک کاتیون تکاتمی تشکیل می‌دهند:



• سومین و چهارمین فلز واسطه دوره چهارم یعنی V_{22} و Cr_{24}

کاتیون‌های تکاتمی X^{2+} و X^{3+} را تشکیل می‌دهند.

۱۳۴ ۱ بررسی عبارت‌ها نادرست:

ب) آرایش الکترونی اتم شماری از فلزات واسطه به ns^1 ختم می‌شود.

ت) سزیم در واکنش با نافلزها، آسان‌تر از رویدیدم به کاتیون تبدیل می‌شود.

۱۳۵ ۲ در شرایط استاندارد، H_2O به حالت مایع بوده ولی سایر

فرآورده‌ها همچنان گازی‌شکل‌اند. معادله موازن‌شده واکنش به صورت زیر است:

$$4C_3H_5N_3O_9 \rightarrow 12CO_2 + 10H_2O + 6N_2 + O_2$$

$$\frac{263/2g C_3H_5N_3O_9 \times \frac{P}{100}}{4 \times 227} = \frac{127/68 L_{gas}}{(12+6+1) \times 22/4} \Rightarrow \% P = 7.75$$

۱۲۶ ۴ فلز A ، X و D ، سه فلز قلیایی Li_{11} ، Na_{19} و K_{12} هستند. فلزهای E ، G و Y ، سه فلز قلیایی خاکی Be_4 ، Ca_{12} و Mg_{13} هستند. واکنش پذیری G یا همان Mg_{12} کمتر از X یا همان Na_{11} بوده و واکنش میان Mg با $NaNO_3$ به طور طبیعی انجام نشده و سطح انرژی فراورده‌ها بالاتر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هالوژن مورد نظر کلر بوده که با هر کدام از فلزهای قلیایی به سرعت و به شدت واکنش می‌دهد.

۲) برای استخراج آهن می‌توان Na را با FeO یا Fe_2O_3 واکنش داد، اما این کار توجیه اقتصادی ندارد و در صنعت به جای Na از کربن استفاده می‌شود.

۳) واکنش پذیری و خصلت فلزی K از فلزهای قلیایی بالای آن و فلز قلیایی خاکی هم دوره آن بیشتر است.

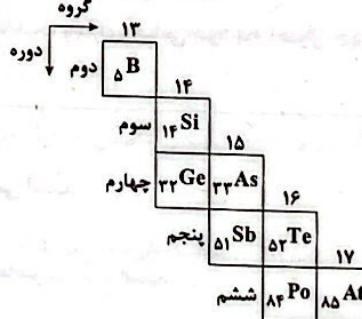
۱۲۷ ۲ عنصرهای A و X به ترتیب Ge_{32} و F_{9} هستند. ژرمانیم برخلاف فلور، تمایلی به تشکیل یون ندارد. سایر ویژگی‌ها در ژرمانیم جامد، بیشتر از فلور گازی‌شکل است.

۱۲۸ ۱ بررسی عبارت‌ها نادرست:

۱) نخستین عنصر جدول که اتم آن دارای ۱۰ الکترون بـ $=2$ می‌باشد، Cl_{29} و آخرین فلز واسطه دوره چهارم، Zn_{30} است. واکنش پذیری مس کمتر از فلز روی بوده و نمی‌تواند به طور طبیعی $ZnSO_4$ واکنش دهد.

ت) نقطه ذوب Al_2O_3 بالاتر از Fe بوده و در شرایطی که آهن به حالت مناسب است، الومینیم اکسید می‌تواند همچنان جامد باشد.

۱۲۹ ۱ ۱ هر چهار عبارت پیشنهادشده، درست هستند.



بررسی عبارت‌ها:

آ و پ) با توجه به چیدمان شبهفلزها در جدول دوره‌ای، درستی این عبارت‌ها بدینه است.

ب) در گروه چهاردهم، سه عنصر زیرین Ge_{32} و در گروه پانزدهم، دو عنصر زیرین Sb_{51} جزو فلزها هستند.

ت) با توجه به این‌که شبهفلزها همانند مرزی بین فلزها و نافلزها هستند، در دوره‌های چهارم، پنجم، ششم، شش عنصر I_{53} , Kr_{36} , Br_{35} , Se_{34} , I_{53} , Xe_{54} و Rn_{66} جزو نافلزها هستند.

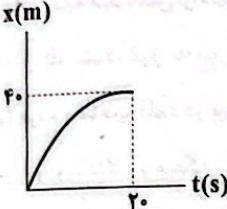
۱۳۰ ۳ معادله موازن‌شده واکنش به صورت زیر است:

$$TiO_2 + 2C + 2Cl_2 \rightarrow TiCl_4 + 2CO$$

$$\frac{4/8g C \times \frac{60}{100}}{2 \times 12} = \frac{xg}{(1 \times 190) + (2 \times 28)} \Rightarrow x = 29/52g$$

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	<p style="text-align: center;">فارسی (۳)</p> <p>معنی واژه‌های مشخص شده را بنویسید.</p> <p>الف) تخم خرمایی به تربیتش نخل <u>باسق</u> گشته.</p> <p>بلند، بالیده (۰/۵)</p> <p>ب) دست <u>انابت</u> به امید اجابت به درگاه حق بدارد.</p> <p>بارگشت به سوی خدا، توبه، پشمایانی (۰/۵) (ذکر یک مورد کافی است)</p>
۲	<p>املای درست واژه‌ها را از داخل کمانک انتخاب کنید.</p> <p>الف) وجه خدا اگر شودت منظر (نذر / نظر) <u>نظر</u> (۰/۵)</p> <p>ب) (انصاف / انساف) و عدل داشت موافق بسی ولی <u>انصاف</u> (۰/۵)</p>
۳	<p>به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) در بیت زیر کدام یک از اجزای جمله حذف شده است؟ نوع حذف را مشخص کنید.</p> <p>«فکری ای هموطنان در ره آزادی خویش / بنمایید که هر کس نکند، مثل من است.»</p> <p>واژه «فکری» (قبل از نکند) (۰/۲۵) / قرینه لفظی (۰/۲۵)</p> <p>ب) کدام یک از ترکیب‌های مشخص شده، «مجاز» است؟ مفهوم آن را بنویسید.</p> <p>«<u>نالة مرغ اسیر</u> این همه بهر وطن است / مسلک مرغ گرفتار قفس، همچو من است.»</p> <p>مرغ اسیر ← مجاز است (به معنای مفهوم غیرحقیقی) (۰/۲۵)؛ مجاز از نوع استعاره ← استعاره از «خود شاعر» (۰/۲۵)</p> <p>ج) تلمیح به کار رفته در بیت زیر را در یک سطر توضیح دهید.</p> <p>«با آن که جیب و جام من از مال و می تهی است / ما را فراغتی است که جمشید جم نداشت»</p> <p>اشارة دارد به زندگی و فرمانروایی جمشید که قدرت و سلطه فراوان داشت و دارای جامی بود که احوال جهان را در آن تماشا می‌کرد. (۱)</p>
۴	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) کتاب گلستان، اثر مترجم کتاب، نصرالله منشی است.</p> <p>سعدی (۰/۵) / کلیله و دمنه (۰/۵)</p> <p>ب) مناظره «مست و هشیار» از بهترین و زیباترین قطعات شاعر معاصر است.</p> <p>بروین اعتمادی (۰/۵)</p> <p>ج) به غزل‌هایی که محتوای آن‌ها بیشتر مسائل سیاسی و اجتماعی است، می‌گویند.</p> <p>غزل اجتماعی (۰/۵)</p>
۵	<p>۱) معنی ایيات و عبارت‌های زیر را به نثر روان بنویسید.</p> <p>الف) با محتسبم عیب مگویید که او نیز / بیوسته چو ما در طلب عیش مدام است</p> <p>محتسب را سرزنش نکنید؛ چرا که او نیز همانند ما همواره به دنبال عیش و نوش و خوش‌گذرانی است. (۰/۵)</p> <p>ب) درختان را به خلعت نوروزی قبای سبز ورق در برگرفته و اطفال شاخ را به قدم موسوم ربیع، کلاه شکوفه بر سر نهاده.</p> <p>بر تن درختان به عنوان لباس نوروزی، برگ سبز پوشانده و با آمدن بهار بر سر شاخه‌های نوDemideh، کلاهی از شکوفه گذاشته است. (۰/۵)</p> <p>ج) باران رحمت بی حسابش همه را رسیده.</p> <p>رحمت فراوان الی همچون باران به همه رسیده است. (۰/۵)</p> <p>د) گفت: نزدیک است والی را سرای، آن جا شویم</p> <p>گفت: خانه حاکم نزدیک است، به آن جا برویم. (۰/۵)</p>

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	<p>۵-۲ با توجه به بیت‌های زیر به سوالات پاسخ دهید.</p> <p>در دفتر زمانه فتد نامش از قلم / هر ملتی که مردم <u>صاحب قلم</u> نداشت</p> <p>جامه‌ای کاو نشود، <u>غرق به خون</u> بهر وطن / پدر آن جامه که ننگ تن و کم از کفن است</p> <p>(الف) مردم «صاحب قلم» در بیت اول چه کسانی هستند؟</p> <p>شاعران و نویسندهان و متفکران (۰/۵)</p> <p>(ب) منظور شاعر از «غرق به خون شدن جامه» در بیت دوم چیست؟</p> <p>کشته شدن، جان فدا کردن (۰/۵)</p> <p>۵-۳ مفهوم کلی ایيات زیر را بیانسید.</p> <p>(الف) هرگز دلم برای کم و بیش غم نداشت / آری نداشت غم که غم بیش و کم نداشت</p> <p>وارسته بودن و عدم تعلق به دنیا و دلبستگی‌های آن (۰/۵)</p> <p>(ب) خانه‌ای کاو شود از دست اجانب آباد / ز اشک ویران کنش آن خانه که بیت‌الحزن است</p> <p>بیگانه‌ستیزی (۰/۵)</p>	۱
۶	فیزیک (۳)	
۶	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) تندی متوسط در حرکت بر روی خط راست، برابر با نسبت جابه‌جایی جسم به زمان است.</p> <p>(ب) شتاب متوسط، کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار تغییر سرعت است.</p> <p>(ج) در حرکت با سرعت ثابت، در بازه‌های زمانی یکسان، اندازه تغییر مکان ثابت است.</p> <p>(د) برای جسمی در حرکت سقوط آزاد، مسافت طی شده در ثانية چهارم با مسافت طی شده در ثانية سوم برابر است.</p>	۱
۷	<p>سنگی از لبه بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلا رها می‌شود و پس از ۸ ثانیه به زمین برخورد می‌کند. سنگ در</p> <p>۲ ثانية آخر حرکت چند متر جابه‌جا می‌شود؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)</p> <p>$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$ (۰/۵)</p> <p>$t_1 = 6 \Rightarrow \Delta y_1 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 36 \Rightarrow \Delta y_1 = -180m$ (۰/۵)</p> <p>$t_2 = 8 \Rightarrow \Delta y_2 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 64 \Rightarrow \Delta y_2 = -320m$ (۰/۵)</p> <p>$\Delta y = -320 + 180 = -140m$ (۰/۵)</p>	۲

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>نمودار مکان - زمان دوچرخه سواری مطابق شکل است. دوچرخه سوار در مبدأ زمان و در مبدأ مکان با سرعت $\frac{4}{s}$ حرکت می کند.</p>  <p>(الف) سرعت متوسط و تندی متوسط دوچرخه سوار از صفر تا $20s$ چند متر بر ثانیه است؟ در این نمودار مسافت پیموده شده و جایه جایی در بازه زمانی صفر تا $20s$ $40m$ برابر است. بنابراین داریم:</p> $s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{40}{20} = 2 \frac{m}{s} \quad (0/5)$ <p>(ب) شتاب متوسط این متوجه از صفر تا $20s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟ در لحظه $20s$، سرعت دوچرخه سوار صفر می باشد.</p> $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{20} = -0.2 \frac{m}{s^2} \quad (0/5)$	۲
۹	<p>آهوبی با سرعت ثابت در جهت محور x حرکت می کند و پس از $2s$ به مبدأ مکان می رسد. این آهو ۲ ثانیه بعد از مکان $x=16m$ می گذرد.</p> <p>(الف) سرعت آهو چند متر بر ثانیه است؟ آهو فاصله مبدأ مکان ($x_0 = 0$) تا $x=16m$ را با سرعت ثابت در مدت $2s$ طی می کند. بنابراین سرعت آن برابر است با:</p> $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16 - 0}{2 - 0} = 8 \frac{m}{s} \quad (0/5)$ <p>(ب) معادله مکان - زمان آن را بنویسید. سرعت آهو ثابت است. برای به دست آوردن معادله حرکت باید مکان اولیه آن را به دست آوریم.</p> $x = vt + x_0 \quad (0/25) \xrightarrow{t=2s \Rightarrow x=0} 0 = 8 \times 2 + x_0 \quad (0/25) \Rightarrow x_0 = -16m \quad (0/5)$ <p>بنابراین معادله مکان - زمان آهو به صورت زیر است:</p> $x = 8t - 16 \quad (0/5)$	۲/۵
۱۰	<p>(۱) معادله سرعت - زمان جسمی که بر روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $v = -4t + 8$ است.</p> <p>(الف) بردار سرعت اولیه جسم را برحسب بردارهای یکه بنویسید.</p> $v_0 = +8\hat{i} \quad (0/5)$ <p>(ب) اندازه سرعت متوسط متوجه بین دو لحظه $t_1 = 0$ و $t_2 = 4s$ چند متر بر ثانیه است؟</p> $v = -4t + 8 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = +8 \frac{m}{s} \quad (0/25) \\ t_2 = 4s \Rightarrow v_2 = -4(4) + 8 = -8 \frac{m}{s} \quad (0/25) \end{cases}$ $\Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad (0/25) \Rightarrow v_{av} = \frac{8 + (-8)}{2} = 0 \quad (0/25)$ <p>(۲) متوجهی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می نماید و در ثانیه اول، مسافت ۲ متر را طی می کند. شتاب حرکت چند متر بر مجدور ثانیه است؟ ثانیه اول یعنی از $t=0$ تا $t=1s$:</p> $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \quad (0/25) \xrightarrow{t=1s} 2 = \frac{1}{2}a \times 1 + 0 \quad (0/25) \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2} \quad (0/5)$	۱/۵
	جمع نمرات	۲۰