

ریاضیات



حسابان (۱)

۱- جمله هفتم یک دنباله حسابی برابر ۱۰ است. مجموع ۱۳ جمله اول این دنباله کدام است؟

- ۱۰۵ (۱) ۱۰۰ (۲) ۷۵ (۳) ۱۳۰ (۴)

۲- معادله $x + \sqrt{-2x} = 4$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۳- مجموع ریشه‌های $0 = 15 - \left(\frac{4x+2}{x-5}\right) - \left(\frac{2x+1}{x-5}\right)^2$ کدام است؟

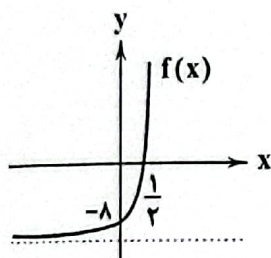
- ۲ (۱) $\frac{172}{15}$ (۲) $\frac{113}{15}$ (۳) $-\frac{113}{15}$ (۴)

۴- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{b}{\sqrt{x-a}-4}$ به صورت $\{a+b\} - [-3, +\infty)$ باشد، $f(6)$ کدام است؟

- ۱۵ (۱) -۱۶ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴)

۵- شکل زیر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -16 + \left(\frac{1}{2}\right)^{ax+b}$ است. $f(-1)$ کدام است؟

- ۱۲ (۱)
-۱۴ (۲)
 $-\frac{31}{2}$ (۳)
-۸ (۴)

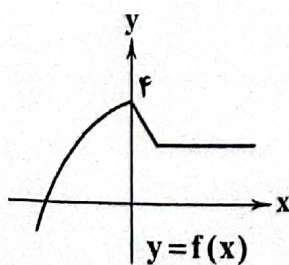


۶- اگر $\log_7 x + \log_7 (x+1) = 3$ باشد، $\log_{125} (2x^2 + 2x + 9)$ کدام گزینه است؟

- $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)

۷- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل باشد، برد تابع $g(x) = \frac{f(x) + |f(x)|}{4}$ کدام است؟

- $[0, 4]$ (۱)
 $[0, 1]$ (۲)
 $[0, 2]$ (۳)
 $[-\infty, 2]$ (۴)



۸- اگر $f(x) = |x-2| - |x+2|$ باشد، آنگاه معادله $|x|f(x) = 1$ چند جواب دارد؟

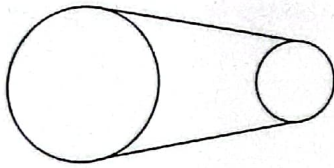
- فاقد جواب (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

۹- طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی 36° در دایره‌ای ۲۴ سانتی‌متر است. شعاع این دایره چند سانتی‌متر است؟

- $\frac{100}{\pi}$ (۱) $\frac{120}{\pi}$ (۲) $\frac{36}{\pi}$ (۳) $\frac{9}{4\pi}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۰- در شکل زیر، یک تسمه دو قرقره به شعاع‌های ۸cm و ۲cm را به هم وصل کرده است. اگر قرقره بزرگ‌تر $\frac{\pi}{4}$ رادیان بچرخد، قرقره کوچک‌تر



چند درجه می‌چرخد؟

(۱) ۱۳۵

(۲) ۱۵۰

(۳) ۲۴۰

(۴) ۲۷۰

ریاضی (۱)

۱۱- کدام گزینه در مورد مجموعه $A = \{1, \{1, 2\}, \{1\}, \{2, 1\}, \{1, 1\}\}$ درست است؟

(۱) $\{1, \{1\}\} \in A$

(۲) $\{1, 1, 2\} \in A$

(۳) $2 \in A$

(۴) ۵ عضو دارد.

۱۲- در یک دنباله هندسی مثبت با قدرنسبت $\frac{1}{4}$ ، اختلاف جمله دوم و پنجم برابر ۲ است. جمله اول دنباله کدام است؟

(۱) $\frac{32}{9}$

(۲) ۴

(۳) $\frac{32}{9}$

(۴) ۱۶

۱۳- خطی که بر خط $y + \sqrt{2}x + 4 = 0$ عمود است، با جهت مثبت محور x ها چه زاویه‌ای می‌سازد؟

(۱) 30°

(۲) 45°

(۳) 60°

(۴) 90°

۱۴- اگر $\frac{1 + \tan \theta}{1 + \cot \theta} = 0.4$ باشد، حاصل $\frac{2 \sin \theta + 4 \cos \theta}{2 \cos \theta - 5 \sin \theta}$ کدام است؟

(۱) $4/8$

(۲) $6/4$

(۳) $-4/8$

(۴) $-6/4$

۱۵- حاصل $\frac{5\sqrt{x} - \sqrt{-125} - 2\sqrt{x} - \sqrt{4x}}{\sqrt{10}}$ کدام است؟ ($x > 0$)

(۱) $\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{2/5}$

(۴) $5\sqrt{2}$

۱۶- اگر یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - ax + 8 = 0$ ، دو برابر ریشه دیگر و مجموع ریشه‌ها منفی باشد، ریشه کوچک‌تر معادله کدام است؟

(۱) -۶

(۲) -۴

(۳) -۳

(۴) -۲

۱۷- دامنه عبارت گویای $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+mx+m}$ برابر $\mathbb{R}$ است. حدود m کدام است؟

(۱) $0 < m < 4$

(۲) $-1 < m < 2$

(۳) $2 < m < 8$

(۴) $-4 < m < -2$

۱۸- جواب دستگاه نامعادلات $\begin{cases} -2x+1 > -5 \\ 3x+4 \leq 2 \end{cases}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3} \leq x < 2$

(۲) $x \leq -\frac{2}{3}$

(۳) $\emptyset$

(۴) $x < -2$

۱۹- برد تابع $y = -x^2 - 4x + 2$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, -2]$

(۲) $(-\infty, 6]$

(۳) $[6, +\infty)$

(۴) $[2, +\infty)$

۲۰- اگر f یک تابع ثابت و g یک تابع همانی با دامنه‌های $\mathbb{R}$ و $f(2) + g(-1) = 3$ باشد، حاصل $f^2(2) + g^2(2)$ کدام است؟

(۱) ۳۲

(۲) ۱۷

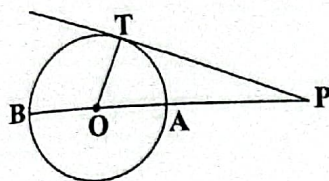
(۳) ۸

(۴) ۵

محل انجام محاسبات

هندسه (۲)

۲۱- در شکل روبه‌رو O مرکز دایره، PA=۶ و PB=۲۰ و PT مماس بر دایره است. مساحت مثلث OTP کدام است؟



$$2\sqrt{20} \quad (۱)$$

$$7\sqrt{20} \quad (۲)$$

$$7\sqrt{30} \quad (۳)$$

$$2\sqrt{30} \quad (۴)$$

۲۲- نقطه A به فاصله ۳ از خط d_1 قرار دارد. نقطه A را ابتدا نسبت به d_1 بازتاب می‌کنیم و آن را A' می‌نامیم، سپس A' را نسبت به d_2 بازتاب می‌کنیم و آن را A'' می‌نامیم. حال A'' را نسبت به خط d_1 بازتاب کرده‌ایم و آن را B می‌نامیم. فاصله نقطه B از A' کدام است؟

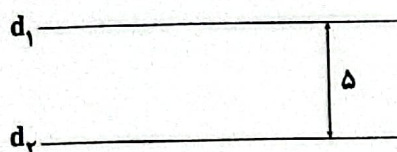
• A

$$۳ \quad (۱)$$

$$۱۰ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۳)$$

$$۵ \quad (۴)$$



۲۳- اگر $A' = (۳, -۲)$ دوران یافته نقطه $A(۱, -۴)$ باشد، مرکز دوران کدام می‌تواند باشد؟

$$(-۱, ۰) \quad (۴)$$

$$(۲, ۱) \quad (۳)$$

$$(۱, ۱) \quad (۲)$$

$$(۰, ۲) \quad (۱)$$

۲۴- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، اگر $a = ۱۰$ و مساحت مثلث ۱۵ واحد مربع باشد، حاصل $\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ کدام است؟

$$\frac{1}{9} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

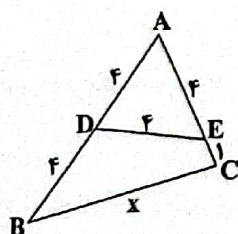
۲۵- در شکل زیر x کدام است؟

$$۷ \quad (۱)$$

$$۵ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۳)$$

$$۸ \quad (۴)$$



هندسه (۱)

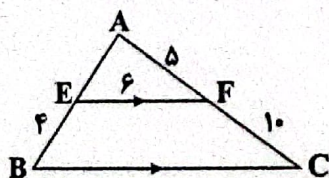
۲۶- محیط مثلث ABC در شکل مقابل، چند واحد است؟

$$۳۸ \quad (۱)$$

$$۳۹ \quad (۲)$$

$$۴۰ \quad (۳)$$

$$۴۱ \quad (۴)$$



۲۷- مثلث با ابعاد ۳، ۴ و ۵ با مثلث با ابعاد ۳ و a و b متشابه است. بیش‌ترین تفاوت محیط دو مثلث کدام است؟

$$۴/۸ \quad (۴)$$

$$۸/۴ \quad (۳)$$

$$۷/۲ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات

۲۸- در یک چهارضلعی مجموع دو زاویه مقابل 120° است. اگر نسبت زاویه‌های خارجی دیگر ۱ به ۳ باشد، بزرگ‌ترین زاویه چهارضلعی کدام است؟

- (۱) 120° (۲) 90° (۳) 170° (۴) 150°

۲۹- در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین با طول وتر $BC=2$ ، طول میانه BM چند برابر طول نیمساز AD است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $2\sqrt{10}$ (۳) $\frac{\sqrt{10}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

۳۰- فاصله خط d از مرکز دایره‌ای به شعاع ۵ برابر ۳ است. چند نقطه روی دایره وجود دارد که از خط d به فاصله ۱ باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

آمار و احتمال

۳۱- اگر $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ و $A \cap B = \{2, 3\}$ باشد و مجموعه $(A-B) \times (B-A)$ دارای ۶ عضو باشد، تعداد عضوهای مجموعه B کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۲- از بین اعداد $\{10, 11, 12, \dots, 90\}$ ، عددی به تصادف انتخاب کرده‌ایم. احتمال آن که این عدد، مضرب ۲ یا ۳ باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{52}{80}$ (۲) $\frac{53}{81}$ (۳) $\frac{68}{81}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳۳- در کیسه‌ای ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه موجود است. به تصادف مهره‌ای از کیسه خارج کرده و پس از مشاهده رنگ آن، کنار گذاشته و سپس دو مهره دیگر به تصادف با هم خارج می‌کنیم. احتمال این که هر سه مهره خارج شده سفید باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{35}$ (۲) $\frac{3}{35}$ (۳) $\frac{2}{35}$ (۴) $\frac{1}{35}$

۳۴- اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر ۳ و واریانس برابر ۲ باشد آن‌گاه حاصل $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$ کدام است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۱۰ (۴) ۱۲۰

۳۵- اگر میانگین و انحراف معیار متغیر تصادفی x به ترتیب ۸ و ۲ باشد، ضریب تغییرات $y = 2x - 6$ کدام است؟

- (۱) $0/5$ (۲) $0/4$ (۳) $0/2$ (۴) $0/6$

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۳۶ تا ۴۵ درس حسابان (۲) و سوالات ۴۶ تا ۵۵ درس هندسه (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

حسابان (۲)

۳۶- به ازای یک مقدار صحیح a تابع $f(x) = |(a+1)x+1| - \frac{x}{p}$ اکیدا نزولی است. $f(3)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۳۷- اگر باقیمانده تقسیم $p(x) = x^6 + x^5 + x^2 + mx - 1$ بر $x+2$ برابر ۳ باشد، باقیمانده تقسیم $q(x) = x^2 p(x) + x p(-2) + x^3$ بر $x - \frac{m}{4}$ چقدر است؟

- (۱) ۴۳ (۲) ۴۱ (۳) ۴۲ (۴) ۴۶

۳۸- تابع $y = x^2|x|$ و $y = 2-|x|$ در چند نقطه متقاطع‌اند؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) صفر

محل انجام محاسبات

۳۹- اگر دوره تناوب تابع $f(x) = 3 - m \sin \frac{\pi x}{4}$ سه برابر دوره تناوب تابع $g(x) = \cos(m\pi x)$ باشد، بیشترین مقدار تابع $f(x)$ چقدر است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{9}{2} \quad (2)$$

$$\frac{9}{4} \quad (1)$$

۴۰- اگر k ، یک عدد طبیعی باشد، خط $y = k$ ، نمودار تابع $f(x) = 2 \sin(kx)$ در بازه $[0, 2\pi]$ را حداکثر در چند نقطه قطع می‌کند؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۴۱- اگر تابع $f(x) = \cos(ax)$ ، نسبت به دو خط $x = 1$ و $x = 3$ ، متقارن باشد، مقدار $|a|$ کدام است؟

$$\frac{\pi}{6} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (1)$$

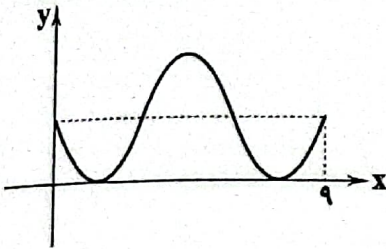
۴۲- اگر نمودار زیر قسمتی از تابع $f(x) = 3a + \sin \frac{\pi x}{b}$ باشد، $f(0/5)$ چقدر است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$



۴۳- اگر $f(x) = x - 2$ و $g(x) = x^2$ باشد، نمودار تابع $h(x) = |(f \circ g)(x)|$ در کدام بازه اکیداً صعودی است؟

$$(-\infty, 0] \quad (4)$$

$$[-\sqrt{2}, 0] \quad (3)$$

$$[-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \quad (2)$$

$$[0, +\infty) \quad (1)$$

۴۴- دوره تناوب تابع $f(x) = (-1)^{[x]}$ کدام عدد زیر است؟ $[]$ نماد جزء صحیح است.

(4) متناوب نیست

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۴۵- حدود m کدام باشد تا تابع $y = x^2 - \frac{m-2}{m+1}x$ در بازه $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ غیریکنوا باشد؟

$$m < \frac{1}{4} \text{ و } m \neq -1 \quad (4)$$

$$m > \frac{1}{4} \quad (3)$$

$$m < 0 \text{ و } m \neq -1 \quad (2)$$

$$m > 0 \quad (1)$$

هندسه (۳)

۴۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه وارون ماتریس $A^2 - A$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

۴۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل جمع درایه‌های غیر قطر اصلی $(A^{-1} + B)^{-1}$ کدام است؟

$$-\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$\frac{9}{4} \quad (3)$$

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (1)$$

۴۸- مقدار x از تساوی $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ x & 3 & 0 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} \cos 2x & \sin 2x \\ \sin 2x & -\cos 2x \end{vmatrix}$ کدام است؟

$$2/6 \quad (2)$$

$$2/5 \quad (1)$$

$$2/8 \quad (4)$$

$$2/7 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۴۹- اگر $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -5 & 0 \end{bmatrix} = 5I$ باشد، دترمینان $5A$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) -۲۵ (۳) ۱ (۴) -۱

۵۰- اگر A ماتریسی مربعی از مرتبه ۲ باشد، آن گاه کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ (۲) $A \times (B + C) = A \times B + A \times C$

(۳) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ (۴) $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

۵۱- اگر دو ماتریس $2A$ و $A+I$ وارون یکدیگر باشند، ماتریس $A^2 + A^3$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}I$ (۲) $\frac{1}{2}A$ (۳) I (۴) A

۵۲- اگر دستگاه $\begin{cases} mx + (m+1)y = 2m-1 \\ (m+1)x + 4y = 2 \end{cases}$ بی شمار جواب داشته باشد، چند مقدار m وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۳- اگر دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} k^2a & kb & kc \\ kd & e & f \\ kg & h & i \end{bmatrix}$ برابر دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ باشد، $\det \left(\begin{bmatrix} |k| & 1 \\ 2 & k^2 \end{bmatrix} \right)$ چقدر است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۶۲ (۳) ۶۴ (۴) ۶۶

۵۴- اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر و $A^{-1} + B^{-1} = I$ باشند، حاصل $A+B$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) I (۲) $2I$ (۳) AB (۴) AB^{-1}

۵۵- مقدار دترمینان $\begin{bmatrix} 2\cos\theta & 1 & 0 \\ 1 & 2\cos\theta & 1 \\ 0 & 1 & 2\cos\theta \end{bmatrix}$ برابر با کدام است؟ ($\theta \neq k\pi$)

- (۱) $\frac{\sin 4\theta}{\cos \theta}$ (۲) $\frac{\cos 4\theta}{\sin \theta}$ (۳) $\frac{\sin \theta}{\cos 4\theta}$ (۴) $\frac{\sin 4\theta}{\sin \theta}$

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۶/۳۰

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک	۱۵	اجباری	۵۶	۷۰	۵۰ دقیقه
		۱۵		۷۱	۸۵	
		۱۰	اختیاری	۸۶	۹۵	
۲	شیمی	۱۵	اجباری	۹۶	۱۱۰	۴۰ دقیقه
		۱۵		۱۱۱	۱۲۵	
		۱۰	اختیاری	۱۲۶	۱۳۵	

فیزیک



فیزیک (۲)

۵۶- میدان الکتریکی، کمیتی است و یکای آن در سیستم SI می باشد. (به ترتیب از راست به چپ)

- (۱) برداری - نیوتون بر کولن (۲) نرده‌ای - نیوتون بر کولن (۳) برداری - کولن بر نیوتون (۴) نرده‌ای - کولن بر نیوتون

۵۷- اندازه بار الکتریکی جسمی برابر با $2nC$ است. چه تعداد الکترون به این جسم بدهیم تا نوع بار الکتریکی آن تغییر کرده و اندازه بار

جسم $6nC$ شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) 5×10^{10} (۲) $2/5 \times 10^{10}$ (۳) 5×10^{19} (۴) $2/5 \times 10^{19}$

۵۸- در هسته اتم هلیوم، دو پروتون و دو نوترون قرار دارد و فاصله تقریبی پروتون‌ها از یکدیگر برابر با $2 \times 10^{-15} m$ است. نیروی الکتریکی بین

پروتون‌ها چند نیوتون و از چه نوعی است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$, $e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) $57/6$ - جاذبه (۲) $56/7$ - دافعه (۳) $56/7$ - جاذبه (۴) $57/6$ - دافعه

۵۹- دو بار الکتریکی نقطه‌ای Q با بار مثبت که در یک فاصله معین از یکدیگر قرار دارند، نیرویی به بزرگی F به هم وارد می‌کنند. چه کسری از

بار Q را از یکی برداشته و روی دیگری قرار دهیم تا در همان فاصله قبلی نیرویی به بزرگی $\frac{A}{9} F$ به یکدیگر وارد کنند؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۶۰- نسبت به را ظرفیت خازن می‌نامند و ظرفیت خازن همواره تغییرات دو کمیت اول است.

(۱) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن - بار الکتریکی ذخیره شده روی خازن - مستقل از

(۲) بار الکتریکی ذخیره شده روی خازن - اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن - وابسته به

(۳) بار الکتریکی ذخیره شده روی خازن - اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن - مستقل از

(۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن - بار الکتریکی ذخیره شده روی خازن - وابسته به

۶۱- آذرخش، تخلیه بارهای الکتریکی بین ابرهای باردار و زمین است. در یک آذرخش در مدت زمان $10ms$ ، جریان متوسطی که بین ابر و زمین

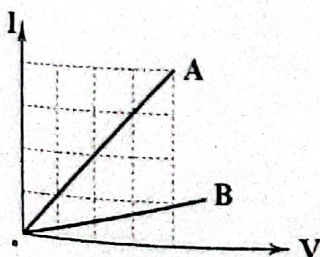
برقرار می‌شود، برابر با $1kA$ است. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی میان ابرهای باردار و زمین برابر با $2 \times 10^7 V$ باشد، در این مدت چند

مگاژول انرژی به زمین منتقل می‌شود؟

- (۱) 2×10^8 (۲) 200 (۳) 2×10^{14} (۴) 2000

۶۲- شکل زیر، رابطه بین جریان عبوری از مقاومت‌های اهمی A و B و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن مقاومت‌ها را نشان می‌دهد. مقاومت

الکتریکی A چند برابر مقاومت الکتریکی B است؟



(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) 4

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات

۶۳- طول یک سیم فلزی، ۰.۴۵m ، قطر سطح مقطع آن ۰.۲۵mm و مقاومت الکتریکی آن ۱۰۰Ω است. سیم را با عبور از غلتک‌هایی، نازک‌تر می‌کنیم به طوری که مقاومت الکتریکی آن به ۴۰۰Ω می‌رسد. طول جدید سیم چند متر است؟ (دمای سیم را ثابت در نظر بگیرید).

(۴) ۱۲۵

(۳) ۹۰۰

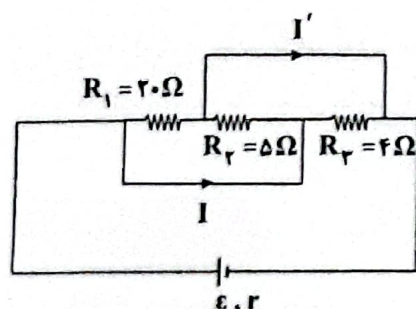
(۲) ۹۰

(۱) ۱۸۰

۶۴- یک باتری را در نظر بگیرید که وقتی به مدار بسته نیست، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن ۱۶V و وقتی با یک مقاومت ۲Ω اهمی در یک مدار تک حلقه‌ای بسته می‌شود، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن به ۱۲V کاهش می‌یابد. مقاومت داخلی این باتری چند اهم است؟

(۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۱) $\frac{1}{3}$

۶۵- با توجه به مدار زیر، نسبت $\frac{I'}{I}$ برابر کدام گزینه است؟

(۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{9}{5}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{3}{9}$

۶۶- دو میله A و B را به یک‌دیگر نزدیک کرده‌ایم و شکل زیر یکی از خطوط میدان مغناطیسی میان آن‌ها را نشان می‌دهد. کدام گزینه در



ارتباط با این دو میله صحیح است؟

(۱) حتماً میله A آهنربا و میله B یک میله آهنی است.

(۲) حتماً هر دو میله آهنی هستند.

(۳) حتماً یکی از میله‌ها آهنربا است.

(۴) حتماً هر دو میله آهنربا هستند.

۶۷- ذره‌ای به جرم ۰.۰۲g با بار الکتریکی $-۲\mu\text{C}$ با سرعت $۱۰۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سمت غرب و افقی حرکت می‌کند. جهت و اندازه میدان مغناطیسی یکنواختی

(برحسب تسلا) که قادر است مسیر این ذره را در همان جهت و افقی نگه دارد، در کدام گزینه به درستی آمده است؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

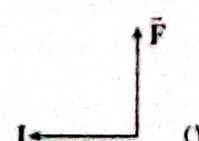
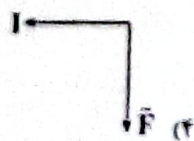
(۴) جنوب - ۱

(۳) جنوب - ۰.۲۵

(۲) شمال - ۱

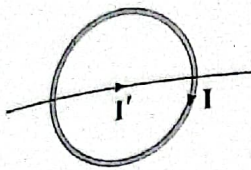
(۱) شمال - ۰.۲۵

۶۸- در کدام گزینه با توجه به جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان، جهت میدان مغناطیسی، درون سیم است؟



محل انجام محاسبات

۶۹- مطابق شکل زیر، حلقه‌ای که از آن جریان I می‌گذرد به موازات صفحه دید ما قرار دارد. سیم روکش‌دار سبکی را که از آن جریان I' می‌گذرد، روی حلقه قرار می‌دهیم. کدام گزینه در ارتباط با این سیم درست است؟



(۱) سیم روی حلقه ساکن می‌ماند.

(۲) سیم روی حلقه می‌چرخد.

(۳) سیم روی حلقه به سمت پایین حرکت می‌کند.

(۴) سیم روی حلقه به سمت بالا حرکت می‌کند.

۷۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد مواد فرومغناطیسی نرم نادرست است؟

(الف) حجم حوزه‌های مغناطیسی در آن‌ها در حضور میدان مغناطیسی به سختی تغییر می‌کند.

(ب) اگر در یک میدان مغناطیسی خارجی قرار بگیرند، به سختی آهنربا می‌شوند.

(ج) در این‌گونه مواد، دو قطبی‌های مغناطیسی به صورت مجزا سمت‌گیری می‌کنند.

(د) اگر در میدان مغناطیسی خارجی قرار بگیرند به راحتی آهنربا می‌شوند.

۳ (۱)

۴ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

فیزیک (۱)

۷۱- کدام گزینه صحیح نمی‌باشد؟

(۱) بررسی و تحلیل پدیده‌های به ظاهر ساده، در فیزیک معمولاً با پیچیدگی‌های زیادی همراه است.

(۲) هدف از مدل‌سازی این است که مسئله به قدر کافی ساده شود تا تجزیه و تحلیل آن به سادگی امکان‌پذیر باشد.

(۳) در مدل‌سازی پرتاب یک توپ بسکتبال در هوا، از نیروی گرانش وارد بر توپ صرف‌نظر می‌شود.

(۴) در مدل‌سازی باریکه نور لیزر، با وجود واگرایی کم پرتوها، آن‌ها را موازی در نظر می‌گیرند.

۷۲- جرم یک قطعه سنگ، ۵۰۰ قیراط است و هر قیراط معادل ۲۰۰ میلی‌گرم است. جرم این سنگ چند کیلوگرم است؟

۰/۱ (۱)

۱۰ (۲)

۲۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

۷۳- مایعی به چگالی $3 \frac{g}{cm^3}$ را با آب مخلوط می‌کنیم. اگر چگالی مخلوط حاصل برابر $1/5 \frac{g}{cm^3}$ باشد، نسبت حجم مایع به حجم آب در کدام

گزینه به درستی آمده است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3}$)

$\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)

۷۴- فلزها و نمک‌ها جزء دسته جامدهای هستند. این نوع از جامدها زمانی به وجود می‌آیند که (به ترتیب از راست به چپ)

(۱) بلورین - مایعی را به آهستگی سرد کنیم.

(۲) آمورف - مایعی را به آهستگی سرد کنیم.

(۳) بلورین - مایعی را به سرعت سرد کنیم.

(۴) آمورف - مایعی را به سرعت سرد کنیم.

۷۵- علت کدام یک از پدیده‌های زیر، کشش سطحی نیست؟

(۱) قرار گرفتن گیره فلزی روی سطح آب

(۲) تشکیل حباب‌های آب و صابون

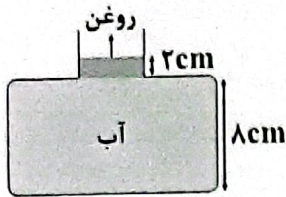
(۳) کروی بودن قطره‌های آب در حال سقوط

(۴) نفوذ آب در دیوارهای بتنی

محل انجام محاسبات

۷۶- مطابق شکل زیر، ظرفی که از دو قسمت استوانه‌ای شکل با سطح مقطع‌های 5cm^2 و 10cm^2 تشکیل شده است، در اختیار داریم. اندازه

نیروی که از طرف مایع‌ها به کف ظرف وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $(\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



۰/۹۶ (۱)

۹۶۰۰ (۲)

۰/۴۸ (۳)

۴۸۰۰ (۴)

۷۷- آهنگ جریان آب در یک لوله به سطح مقطع 20cm^2 برابر $12 \frac{\text{L}}{\text{min}}$ است. تندی عبور آب از این سطح مقطع چند متر بر ثانیه است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۱ (۱)

۷۸- گلوله‌ای به جرم 40g با تندی $90 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طور افقی به تنه درخت برخورد کرده و با تندی افقی $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از طرف دیگر آن خارج می‌شود. اگر

قطر تنه درخت 30cm باشد، بزرگی متوسط نیروی که درخت بر گلوله وارد می‌کند، چند نیوتون است؟

۴۸۰ (۴)

۴۶۶ (۳)

۲۶۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

۷۹- جسمی از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر بعد از 6m سقوط، 40% درصد از انرژی پتانسیل گرانشی آن کاهش یابد، ارتفاع h چند متر

بوده است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ و مقاومت هوا ناچیز است.

۳۷/۵ (۴)

۲۵ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۸۰- گلوله‌ای از ارتفاع 15m از سطح زمین با تندی اولیه $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در راستای قائم رو به پایین پرتاب می‌شود. انرژی جنبشی این گلوله بعد از 2m

پایین آمدن، چند برابر حالت اولیه می‌شود؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ و از مقاومت هوا صرف نظر کنید.

۴۴ (۴)

۲۴ (۳)

۱۷ (۲)

۱۱ (۱)

۸۱- از بالگردی که در ارتفاع 50m از سطح زمین با تندی $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در حال پرواز است، بسته‌ای به جرم 6kg رها می‌شود. اگر بزرگی کار نیروی

مقاومت هوا در طول مسیر بر روی بسته برابر با $1/5 \times 10^3 \text{J}$ باشد، تندی این بسته در لحظه برخورد با سطح زمین چند متر بر ثانیه

است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۳۴ (۴)

۳۲ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

۸۲- اتومبیلی به جرم 900kg از حال سکون به حرکت در می‌آید و پس از یک دقیقه تندی آن به $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد. توان متوسط برایند نیروهای

وارد بر این اتومبیل در این مدت چند کیلووات است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

۸۳- مکعبی فلزی به ضلع 30cm دارای حفره‌ای کروی شکل به شعاع 6cm است. در اثر افزایش دمای مکعب، ضلع آن به اندازه 0.003mm

افزایش می‌یابد. کدام گزینه درباره شعاع این کره در این شرایط درست است؟

(۲) 0.0006mm افزایش می‌یابد.

(۱) 0.003mm افزایش می‌یابد.

(۴) 0.0006mm کاهش می‌یابد.

(۳) 0.003mm کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

۸۴- یک گرماسنج با ظرفیت گرمایی $\frac{J}{C} 120$ محتوی $400g$ آب با دمای $5^{\circ}C$ است. یک قطعه فلز به دمای $88^{\circ}C$ را در آن وارد می‌کنیم. دمای تعادل

مجموعه $8^{\circ}C$ می‌شود. ظرفیت گرمایی قطعه فلز چند ژول بر درجه سلسیوس است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ و از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید).

۷۴ (۴)

۶۷/۵ (۳)

۶۴ (۲)

۵۸/۴ (۱)

۸۵- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) در روز، پدیده همرفت موجب نسیمی از سوی دریا به سمت ساحل می‌شود.

(۲) گرم شدن هوای اتاق به وسیله رادیاتور شوفاژ بر اثر همرفت واداشته است.

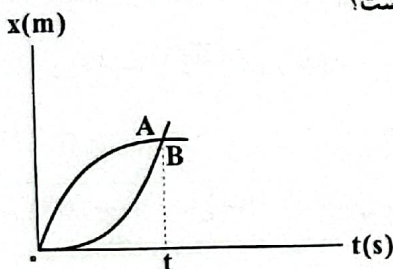
(۳) در شب، پدیده همرفت موجب نسیمی از سوی ساحل به سمت دریا می‌شود.

(۴) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن بر اثر همرفت طبیعی است.

توجه: داوطلب گرمایی، می‌توانید به سوالات ۸۶ تا ۹۵ درس فیزیک (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

فیزیک (۳)

۸۶- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور X حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در ارتباط با مقایسه بین اندازه سرعت متحرک A و B در لحظه t و سرعت متوسط این دو متحرک در t ثانیه اول حرکت درست است؟



$$v_{avA} = v_{avB} \text{ و } v_B > v_A \quad (۱)$$

$$v_{avA} < v_{avB} \text{ و } v_B < v_A \quad (۲)$$

$$v_{avA} > v_{avB} \text{ و } v_B > v_A \quad (۳)$$

$$v_{avA} = v_{avB} \text{ و } v_B < v_A \quad (۴)$$

۸۷- متحرکی با شتاب ثابت، در مسیری در حال حرکت است. اگر در یک بازه زمانی خاص مانند Δt_1 ، تندی متوسط این متحرک از قدرمطلق

سرعت متوسط آن در این بازه زمانی بیشتر باشد، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) نوع حرکت متحرک الزاماً تندشونده است.

(ب) این متحرک ابتدا حرکت کندشونده داشته و سپس حرکت آن تندشونده بوده است.

(ج) الزاماً بردار شتاب این متحرک، در جهت مثبت محور است.

(د) مسافت طی شده توسط این متحرک بیشتر از اندازه جابه‌جایی آن است.

۳ (۴)

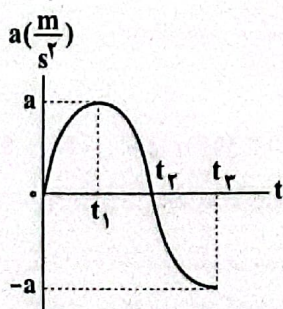
۴ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

۸۸- نمودار شتاب - زمان متحرکی که از مبدأ مکان و در جهت محور X از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. به ترتیب

(از راست به چپ) در کدام لحظه بزرگی سرعت متحرک، بیشینه است و در چه لحظه‌ای متحرک بیشترین فاصله را از مبدأ مکان دارد؟



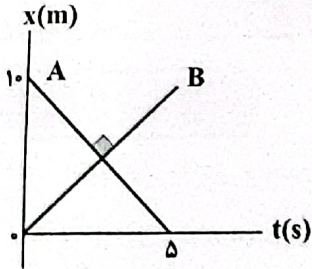
(۱) t_3 و t_1

(۲) t_1 و t_2

(۳) t_2 و t_1

(۴) t_3 و t_2

۸۹- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه این دو متحرک به هم می‌رسند؟



(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۹۰- مدت ۳s طول می‌کشد تا قطاری با سرعت ثابت از کنار ناظر ساکنی بگذرد و مدت ۱۵s طول می‌کشد تا همین قطار از روی پلی به طول ۶۰m به طور کامل با همان سرعت بگذرد. به ترتیب (از راست به چپ) سرعت قطار چند متر بر ثانیه و طول آن چند متر است؟

(۴) ۷۵ و ۵

(۳) ۷۵ و ۵

(۲) ۱۵ و ۵

(۱) ۱۵ و ۵

۹۱- در یک جاده مستقیم و افقی، اتومبیل A با سرعت ثابت $20 \frac{m}{s}$ در حرکت است، از اتومبیل B که با سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ در حرکت است، سبقت می‌گیرد. در همان لحظه اتومبیل کندتر شروع به افزایش سرعت خود با آهنگ ثابت می‌کند تا به اتومبیل دیگر برسد. در لحظه‌ای که این دو اتومبیل به هم می‌رسند، سرعت اتومبیل B چند متر بر ثانیه است؟

(۴) ۴۰

(۳) ۱۰

(۲) ۳۰

(۱) ۲۰

۹۲- چه تعداد از عبارات‌های زیر، در مورد نمودار شکل مقابل صحیح است؟

(الف) در بازه زمانی t_1 تا t_4 اندازه شتاب متحرک در حال افزایش است.

(ب) در بازه زمانی t_4 تا t_3 متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

(ج) در بازه زمانی t_3 تا t_5 متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده حرکت کرده است.

(د) شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی t_5 تا t_4 منفی است.

(ه) متحرک در سه لحظه تغییر جهت داده است.

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

۹۳- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است. این متحرک در ۳ ثانیه اول حرکتش، ۲۰ متر و در ۳ ثانیه سوم حرکتش، ۸۰ متر را طی می‌کند. متحرک در ۹ ثانیه اول حرکتش چند متر طی کرده است؟

(۴) ۱۳۰

(۳) ۱۴۰

(۲) ۱۵۰

(۱) ۱۰۰

۹۴- متحرکی با سرعت ثابت v در حال حرکت است، ناگهان این متحرک با شتاب ثابت شروع به ترمز گرفتن می‌کند و پس از t ثانیه می‌ایستد. نسبت مسافت طی شده توسط این متحرک در مدت زمان $\frac{t}{4}$ پس از لحظه ترمز گرفتن به مسافت طی شده توسط این متحرک در

مدت زمان $\frac{3t}{4}$ باقی‌مانده تا لحظه توقف برابر کدام گزینه است؟

(۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{7}{9}$ (۱) $\frac{9}{7}$

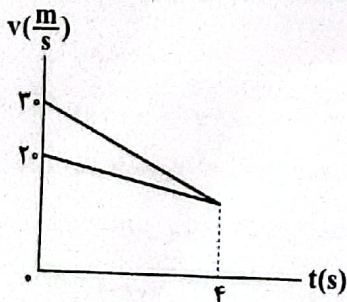
۹۵- نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B که در مبدأ زمان از کنار هم عبور کرده‌اند، مطابق شکل زیر می‌باشد. هنگامی که اندازه سرعت دو متحرک برابر می‌شود، فاصله دو متحرک از هم چند متر است؟

(۱) ۲۰

(۲) ۳۰

(۳) ۴۰

(۴) ۵۰



شیمی



شیمی (۲)

۹۶- آلکن A در واکنش با مقدار کافی آب به ترکیب آلی X تبدیل می‌شود که جرم آن تقریباً ۳۲٪ بیش‌تر از جرم آلکن A است. اگر به آلکن A مقدار کافی برم اضافه شود، جرم ترکیب آلی تولیدشده، چند برابر جرم آلکن A خواهد بود؟ ($C=12, H=1, O=16, Br=80: g.mol^{-1}$)

۲/۶۵ (۴)

۲/۹۰ (۳)

۳/۲۸ (۲)

۳/۸۵ (۱)

۹۷- براساس قواعد آیوپاک در نام‌گذاری آلکانی با فرمول $(CH_3)_7CHC(CH_3)_7CH_2CH_2CH_2C(CH_3)_7$ ، مجموع شماره‌های شاخه‌های فرعی کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۲۲ (۲)

۲۳ (۱)

۹۸- برای افزایش دمای نمونه‌ای از بنزن که شامل $3/01 \times 10^{25}$ اتم هیدروژن است، از $25^\circ C$ به $45^\circ C$ ، به $19/5 kJ$ گرما نیاز است. ظرفیت گرمایی یک مول بنزن، چند ژول بر کلون است؟ ($C=12, H=1: g.mol^{-1}$)

۹۷/۵ (۴)

۱۱۷ (۳)

۱۷۵/۵ (۲)

۱۴۰/۴ (۱)

۹۹- با توجه به داده‌های جدول زیر، آنتالپی واکنش گازی تجزیه یک مول متانول به گازهای هیدروژن و کربن مونوکسید، چند کیلوژول است؟

پیوند	$C \equiv O$	$H-H$	$C-H$	$O-H$	$C-O$
آنتالپی پیوند ($kJ.mol^{-1}$)	۱۰۷۷	۴۳۶	۴۱۵	۴۶۳	۳۸۰

-۱۳۹ (۱)

-۱۹۳ (۲)

+۱۳۹ (۳)

+۱۹۳ (۴)

۱۰۰- یون سولفات موجود در $2/45 g$ از نمونه‌ای کود شیمیایی را با استفاده از یون باریم، جداسازی کرده و $1/864 g$ گرم باریم سولفات به دست آمده است. درصد خلوص کود شیمیایی برحسب یون سولفات کدام است؟ ($Ba=137, S=32, O=16: g.mol^{-1}$)

۳۹/۴ (۴)

۳۱/۳ (۳)

۲۳/۹ (۲)

۴۶/۲ (۱)

۱۰۱- کدام عبارت‌های زیر درست‌اند؟

(آ) تفاوت شمار عنصرهای گازی شکل دوره‌های دوم و سوم جدول برابر با یک عنصر است.

(ب) اگر میزان بخارهای بنزینی که وارد شش‌های انسان می‌شود، زیاد باشد، ممکن است سبب مرگ فرد شود.

(پ) سیلیسیم عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی است که از واکنش میان SiO_2 و کربن با نسبت‌های مولی برابر به دست می‌آید.

(ت) از آن‌جا که طول عمر ذخایر زغال‌سنگ بسیار بیشتر از نفت است، زغال‌سنگ می‌تواند به عنوان سوخت، جایگزین نفت شود.

«ت»، «پ» (۴)

«ت»، «ب» (۳)

«آ»، «پ» (۲)

«ب»، «آ» (۱)

۱۰۲- کدام جفت ترکیب‌های زیر، ایزومرهای ساختاری یک‌دیگر محسوب می‌شوند؟

(ب) اتانول، دی‌اتیل‌اتر

(آ) سیکلوهگزان، ۴-متیل-۲-پنتن

(ت) ۲-هپتانول، بنزالدهید

(پ) ۳-اتیل پنتان، ۲-متیل هگزان

«ت»، «پ» (۴)

«ت»، «ب» (۳)

«آ»، «پ» (۲)

«ب»، «آ» (۱)

محل انجام محاسبات

۱۰۳- ۵ مول از هر کدام از گازهای آمونیاک و اکسیژن را وارد یک ظرف سربسته چهارلیتری می‌کنیم تا مطابق معادله

$$\text{NH}_3(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{NO}(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{g})$$
 با یکدیگر واکنش دهند. اگر پس از گذشت ۴۰ ثانیه از آغاز واکنش، شمار مول‌های NH_3 و H_2O با یکدیگر برابر شود و پس از گذشت ۱۹۰ ثانیه از آغاز واکنش، شمار مول‌های NO ، $1/2$ برابر شمار مول‌های O_2 شود، سرعت متوسط واکنش از ثانیه ۴۰ تا ثانیه ۱۹۰ چند $\text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$ است؟

۰/۰۲ (۱) ۰/۱۵ (۲) ۰/۰۱ (۳) ۰/۰۰۵ (۴)

۱۰۴- یک تیغه آهنی وارد محلولی از مس (II) سولفات می‌شود که شامل ۰/۰۶ مول حل‌شونده است. اگر با انجام واکنش میان تیغه و محلول، تمام مس (II) سولفات، مصرف و ۰/۳۲ گرم بر جرم تیغه آهنی افزوده شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (تمام مس تولید شده بر روی تیغه آهنی می‌نشیند.) ($\text{Fe} = 56, \text{Cu} = 64: \text{g.mol}^{-1}$)

۵۰ (۱) ۷۵ (۲) ۸۰ (۳) ۶۶/۷ (۴)

۱۰۵- چه تعداد از ویژگی‌های زیر در اتانول بیشتر از اتان است؟

• گرمای سوختن (kJ.mol^{-1})

• دمای جوش

• ارزش سوختی (kJ.g^{-1})

• مقدار اکسیژن لازم برای سوختن کامل یک مول

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

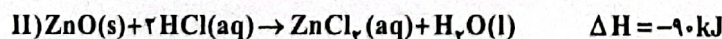
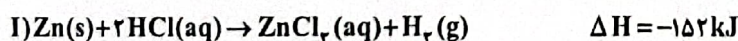
۱۰۶- اگر به مقداری آب 40°C ، همان مقدار اتانول 50°C اضافه کنیم، چه تعداد از موارد زیر در محلول حاصل، نسبت به نمونه آب اولیه افزایش می‌یابد؟
 « • دمای جوش / • ظرفیت گرمایی / • گرمای ویژه / • میانگین تندی مولکول‌ها / • انرژی گرمایی »

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۰۷- ۳۰ گرم از یک ماده غذایی شامل ۴ گرم چربی، ۳ گرم کربوهیدرات، $1/5$ گرم پروتئین و بقیه آن، شامل آب، ویتامین‌ها و مواد معدنی است. ارزش سوختی این ماده غذایی چند kJ.g^{-1} است؟ (ارزش سوختی چربی و پروتئین به ترتیب ۳۸ و ۱۷ کیلوژول بر گرم است.)

۶/۰۶ (۱) ۶/۷۶ (۲) ۸/۶۶ (۳) ۷/۶۱ (۴)

۱۰۸- با توجه به واکنش‌های زیر، از اکسایش $2/6$ گرم روی، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ ($\text{Zn} = 65 \text{g.mol}^{-1}$)



۱۳/۹۲ (۱) ۲۷/۸۴ (۲) ۸/۹۶ (۳) ۱۷/۹۲ (۴)

۱۰۹- در واکنش مقابل n_A, n_B و n_C ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها هستند:

$$n_A \text{A}(\text{g}) \rightarrow n_B \text{B}(\text{g}) + n_C \text{C}(\text{g})$$
 اگر سرعت مصرف A برابر $0.04 \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$ و سرعت تولید B و C به ترتیب ۰/۰۸ و ۰/۰۲ مول بر لیتر بر ثانیه باشد، ضرایب n_B و n_A به ترتیب از راست به چپ کدامند؟ (n_C, n_B, n_A کوچک‌ترین اعداد صحیح ممکن هستند.)

۱، ۲ (۱) ۴، ۲ (۲) ۲، ۱ (۳) ۲، ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

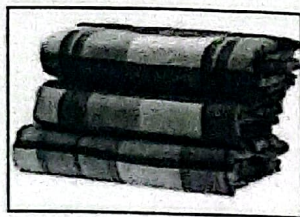
۱۱۰- هر یک از شکل‌های زیر، کاربرد یک نوع پلیمر را نشان می‌دهد. مقایسه میان جرم مولی مونومر سازنده پلیمرهای موردنظر در کدام گزینه،

درست آمده است؟ ($C=12, H=1, N=14, F=19, Cl=35.5: g.mol^{-1}$)



(d)

$a < b < c < d$ (۴)



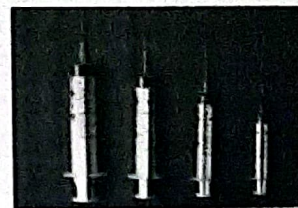
(c)

$a < c < b < d$ (۳)



(b)

$a < b < d < c$ (۲)

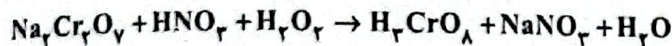


(a)

$b < a < d < c$ (۱)

شیمی (۱)

۱۱۱- در معادله واکنش زیر، پس از موازنه، تفاوت مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها با مجموع ضرایب فراورده‌ها کدام است؟



۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۱۲- در چه تعداد از گونه‌های زیر، نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به شمار الکترون‌های پیوندی، حداقل برابر ۲ است؟



۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۱۳- برای کاهش pH آب از کدام ترکیب‌های زیر می‌توان استفاده کرد؟

(۲) آهک، سدیم اکسید

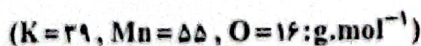
(۱) آهک، کربن دی‌اکسید

(۴) سدیم اکسید، گوگرد دی‌اکسید

(۳) گوگرد دی‌اکسید، کربن دی‌اکسید

۱۱۴- از تجزیه پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$) در اثر گرما، می‌توان منگنز (IV) اکسید، پتاسیم منگنات (K_2MnO_4) و گاز اکسیژن به دست آورد.

اگر این واکنش در یک ظرف سرباز انجام شود، درصد کاهش جرم مواد در پایان واکنش کدام است؟



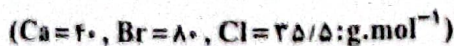
۱۷/۳۳ (۴)

۱۴/۲۶ (۳)

۱۰/۱۲ (۲)

۸/۹۲ (۱)

۱۱۵- درصد جرمی محلولی از کلسیم برمید برابر ۸۰ است. چند گرم کلسیم کلرید جامد را به ۸۰ گرم از این محلول اضافه کنیم تا درصد جرمی



کلسیم در محلول نهایی برابر ۲۵ شود؟

۹۶/۵ (۴)

۸۲/۵ (۳)

۶۵/۵ (۲)

۴۲/۵ (۱)

۱۱۶- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) در مدل کوانتومی برخلاف مدل اتمی بور، انرژی الکترون به صورت کوانتومی در نظر گرفته می‌شود.

(۲) عدد اتمی یک عنصر، تأثیری بر روی نیم‌عمر ایزوتوپ‌های آن ندارد.

(۳) مطابق نظریه مه‌بانگ، قدمت فلز لیتیم بیشتر از فلز آهن است.

(۴) در جدول دوره‌ای امروزی تفاوت شمار عنصرهای دسته P و دسته S برابر با ۲۴ عنصر است.

محل انجام محاسبات

۱۱۷- با توجه به اعداد اتمی عناصرهای J، G، E، D و A چه تعداد از ترکیبهای یونی زیر درست است؟



۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۱۸- اگر در اتم هیدروژن، الکترون از لایه الکترونی پنجم به لایه الکترونی اول منتقل شود، چند پروتو می تواند منتشر شود که طول موج آنها بیش تر از ۷۰۰ نانومتر باشد؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۱۱۹- عنصر X دارای دو ایزوتوپ $^{2Z+5}_Z X$ و $^{2Z+7}_Z X$ است. اگر فراوانی ایزوتوپ سبک تر به فراوانی ایزوتوپ سنگین تر برابر با ۲/۱۲۵ و جرم اتمی میانگین برابر با ۶۳/۶۴ amu باشد، عنصر X در چندمین خانه جدول قرار دارد؟ (جرم هر پروتون و هر نوترون را برابر با ۱ amu در نظر بگیرید.)

۲۷ (۴)

۳۰ (۳)

۲۸ (۲)

۲۹ (۱)

۱۲۰- یک کره توپر مسی که قطر آن ۴ cm است، شامل چه تعداد اتم Cu است؟ ($\pi = 3$ ، $d_{Cu} = 8/96 \text{ g.cm}^{-3}$ ، $Cu = 64 \text{ g.mol}^{-1}$)

۵/۳۹ × ۱۰^{۲۴} (۴)۲/۶۹ × ۱۰^{۲۴} (۳)۷/۵۲ × ۱۰^{۲۴} (۲)۳/۷۶ × ۱۰^{۲۴} (۱)

۱۲۱- مخلوطی از کربن و گوگرد به جرم ۳/۰ گرم به طور کامل می سوزد و مخلوطی از SO_2 و CO_2 با جرم ۹/۲ گرم به دست می آید. درصد جرمی گوگرد در مخلوط اولیه چقدر بوده است؟ ($C = 12$ ، $S = 32 \text{ g.mol}^{-1}$)

۸۳ (۴)

۱۷ (۳)

۶۴ (۲)

۳۶ (۱)

۱۲۲- یک سنگ معدن مس که شامل ۳۸٪ جرمی مس (I) سولفید است با هوایی که درصد حجمی اکسیژن در آن ۲۲٪ است، حرارت داده می شود و طی آن فلز مس و گاز گوگرد دی اکسید به دست می آید. برای تبدیل یک تن از این سنگ معدن به مس، به تقریب چند متر مکعب

هوا در شرایط STP لازم است؟ ($Cu = 64$ ، $S = 32 \text{ g.mol}^{-1}$)

۳۰۴ (۴)

۲۳۰ (۳)

۲۴۲ (۲)

۳۰۰ (۱)

۱۲۳- در محلولی از نمک سدیم سولفات، درصد جرمی یون سدیم برابر با ۱/۱۵٪ است. غلظت نمک سدیم سولفات در این محلول برحسب ppm

کدام است؟ ($O = 16$ ، $Na = 23$ ، $S = 32 \text{ g.mol}^{-1}$)

۳۵۵۰۰ (۴)

۳۵۵۰ (۳)

۷۱۰۰۰ (۲)

۷۱۰۰ (۱)

۱۲۴- اتم عنصر X دارای ۱۵ الکترون با $I = 2$ است. در آرایش الکترونی آن چند زیر لایه اشغال شده از الکترون وجود دارد؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

۱۲۵- اتم چه تعداد از عناصرهای زیر دارای دو الکترون ظرفیتی است؟

• فراوان ترین عنصر سازنده زمین

• نخستین عنصر ساخت بشر

• عنصری که در خانه ۳۸ ام جدول دوره ای جای دارد.

• عنصر X^{2+} که تفاوت شمار الکترون ها و نوترون های آن برابر با ۴۰ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۱۲۶ تا ۱۳۵ درس شیمی (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

شیمی (۳)

۱۲۶- نوعی ضد اسید که درصد جرمی جوش شیرین و آلومینیم هیدروکسید در آن به ترتیب برابر $37/8$ و $19/5$ است، مصرف می‌شود تا pH اسید معده را از $2/4$ به $3/7$ برساند. اگر حجم اسید معده ۳ لیتر فرض شود، چند میلی‌گرم از این ضد اسید لازم است؟

($Na=23, H=1, Al=27, O=16, C=12; g.mol^{-1}$)

۶۳۰ (۴)

۷۴۰ (۳)

۸۲۰ (۲)

۹۵۰ (۱)

۱۲۷- غلظت تعادلی در محلولی از فورمیک اسید، ۵ برابر غلظت تعادلی در محلولی از هیدروسیانیک اسید است. تفاوت pH این دو محلول کدام است؟

($K_a(HCOOH)=1/8 \times 10^{-4}$, $K_a(HCN)=4/9 \times 10^{-10}$), ($\log 3=0/5$, $\log 7=0/85$)

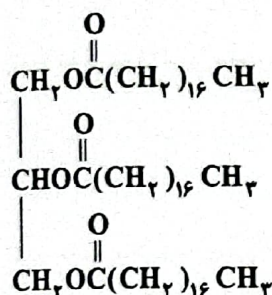
۳/۱۵ (۴)

۲/۱۵ (۳)

۴/۸۵ (۲)

۳/۸۵ (۱)

۱۲۸- ساختار زیر یکی از اجزای سازنده را نشان می‌دهد که تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن دو مولکول آلی سازنده آن برابر با است.



(۱) اسیدهای چرب - ۲۸

(۲) اسیدهای چرب - ۲۷

(۳) چربی‌ها - ۲۸

(۴) چربی‌ها - ۲۷

۱۲۹- ۳۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $pH=2/7$ را با ۲۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $pH=2/3$ مخلوط کرده و سپس به ۵ میلی لیتر از آن، مقدار کافی نقره نیترات اضافه می‌کنیم. جرم رسوب تولید شده چند میلی‌گرم است؟

($N=14, O=16, Ag=108, Cl=35/5; g.mol^{-1}$)

۲/۸۷۰ (۴)

۳/۴۴۴ (۳)

۵/۷۴۰ (۲)

۲/۲۹۶ (۱)

۱۳۰- غلظت محلولی از استیک اسید برابر ۲ مولار است. چند میلی لیتر از این محلول شامل $1/806 \times 10^{20}$ یون است؟ ($K_a=1/8 \times 10^{-5}$)

۵۰ (۴)

۲۵ (۳)

۱۰۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

۱۳۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) انحلال پذیری اتیلن گلیکول در آب، بیشتر از انحلال پذیری اتانول در آب است.

(ب) بخش کاتیونی صابون مانند پلی بین چربی و آب قرار می‌گیرد و موجب پاک کردن چربی می‌شود.

(پ) میزان چسبندگی لکه‌های چربی روی پارچه‌های پلی استری، بیشتر از پارچه‌های نخی است.

(ت) در صابون جامد همانند صابون‌های مایع و پاک‌کننده‌های غیرصابونی، بار کاتیون برابر با بار آنیون است.

۴ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۳۲- می‌خواهیم pH دو دسی لیتر محلول پتاس از $13/3$ به $11/6$ برسد. برای این کار به چند دسی لیتر محلول هیدروبرمیک اسید با $pH=1/4$ نیاز است؟

۱/۲۲ (۴)

۱/۱۲ (۳)

۹/۸ (۲)

۸/۹ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۳۳- چهار دسی لیتر محلول ۰/۰۴ مولار کلسیم کلرید با مقدار کافی از یک صابون جامد واکنش داده و در نتیجه ۶/۲۶۴ گرم رسوب تشکیل شده است. اگر بازده واکنش ۷۵٪ باشد، هر واحد فرمولی از صابون شامل چند اتم است؟ (زنجیر هیدروکربنی در صابون، سیرشده است.)

($H=1, C=12, O=16, Ca=40: g.mol^{-1}$)

۴۷ (۲)

۴۴ (۱)

۵۳ (۴)

۵۰ (۳)

۱۳۴- به ۲۰۰ میلی لیتر محلول هیدرویدیک اسید با $pH=1$ ، چند میلی لیتر محلول استرانسیم هیدروکسید با $pH=13$ اضافه کنیم تا محلول حاصل، خنثی باشد؟

۱۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

۱۳۵- باران اسیدی حاوی دو نوع اسید است که در باران معمولی وجود ندارد. این اسیدها در چه تعداد از موارد زیر یکسانند؟

• شمار اتم‌های اکسیژن در فرمول شیمیایی

• شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی

• شمار پیوندهای دوگانه در ساختار لوویس

• شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار لوویس

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

تاریخ آزمون

جمعه ۱۳۵/۰۶/۱۴۰۳

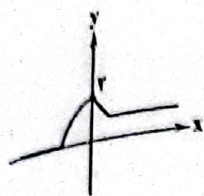
پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۳) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۱۳۵	مدت پاسخگویی: ۱۶۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضیات	۱۰	۱	۱۰	۷۰ دقیقه
		۱۰	۱۱	۲۰	
		۵	۲۱	۲۵	
		۵	۲۶	۳۰	
		۵	۳۱	۳۵	
		۱۰	۳۶	۴۵	
		۱۰	۴۶	۵۵	
۲	فیزیک	۱۵	۵۶	۷۰	۵۰ دقیقه
		۱۵	۷۱	۸۵	
		۱۰	۸۶	۹۵	
۳	شیمی	۱۵	۹۶	۱۱۰	۴۰ دقیقه
		۱۵	۱۱۱	۱۲۵	
		۱۰	۱۲۶	۱۳۵	

۷ ۳ در بازه‌ای که $f(x) \geq 0$ باشد، $f(x) = \frac{f(x)}{x}$ و در بازه‌ای که $f(x) < 0$ باشد $g(x) = 0$ است. نمودار g را ببینید:

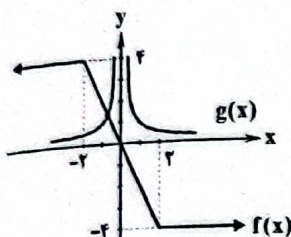


برد g برابر $[0, 2]$ است.

۸ ۲ معادله را به روش هندسی حل می‌کنیم.

$$|x|f(x) = 1 \xrightarrow{x \neq 0} f(x) = \frac{1}{|x|} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = |x-2| - |x+2| \\ g(x) = \frac{1}{|x|} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -4 & x \geq 2 \\ -2x & -2 \leq x < 2 \\ 4 & x < -2 \end{cases}$$



با توجه به این‌که تنها در یک نقطه متقاطع هستند، بنابراین معادله $|x|f(x) = 1$ فقط یک جواب دارد.

$$L = 24$$

$$\theta = 26 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{\Delta}$$

$$L = r\theta \Rightarrow 24 = \frac{\pi}{\Delta} r \Rightarrow r = \frac{120}{\pi}$$

$$L_1 = L_2 \Rightarrow r_1\theta_1 = r_2\theta_2 \Rightarrow 8 \times \frac{\pi}{3} = 2 \times \theta_2$$

$$\Rightarrow \theta_2 = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \theta_2 = 240^\circ$$

۱۱ ۳ بررسی گزینه‌ها:

(۱) می‌دانیم که عضوهای تکراری در یک مجموعه نقشی ندارند، پس مجموعه A به صورت زیر می‌باشد:

$$A = \{1, \{1, 2\}, \{1\}\} \Rightarrow 3 \text{ عضو دارد.}$$

(۲) مجموعه $\{1, 2\} \in A$ است ولی $2 \notin A$

(۳) مجموعه $\{1, 1, 2\}$ در واقع همان $\{1, 2\}$ است و $\{1, 2\} \in A$

(۴) $1 \in A$ و $\{1\} \in A$ ولی $\{1\} \notin A$

۱۲ ۴ چون $0 < q < 1$ لذا دنباله کاهشی است و داریم:

$$a_5 < a_7 \Rightarrow a_7 - a_5 = 2 \xrightarrow{a_n = a_1 q^{n-1}} a_1 q^6 - a_1 q^4 = 2$$

$$\xrightarrow{q = \frac{1}{2}} a_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 - a_1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 2$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{2} - \frac{a_1}{16} = 2 \Rightarrow \frac{8a_1 - a_1}{16} = 2 \Rightarrow 7a_1 = 32 \Rightarrow a_1 = \frac{32}{7}$$



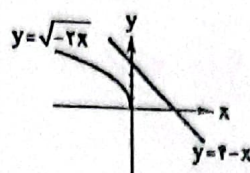
$$a_7 = 10 \Rightarrow a_1 + 6d = 10$$

$$S_{17} = \frac{17}{2}(2a_1 + 16d) = \frac{17}{2}(2(a_1 + 8d)) = 17 \times 10 = 170$$

۲ ۱ روش اول:

$$\sqrt{-2x} = 4 - x \xrightarrow{x \leq 0} -2x = 16 + x^2 - 8x$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 16 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد.}$$



روش دوم: نمودار دو منحنی $y = 4 - x$ و $y = \sqrt{-2x}$ را رسم می‌کنیم. تعداد نقاط برخورد آن‌ها، تعداد جواب‌های معادله است.

با توجه به نمودار، چون دو منحنی یک‌دیگر را قطع نمی‌کنند، معادله جواب ندارد.

۳ ۲

$$\frac{2x+1}{x-5} = t \xrightarrow{x-5 \neq 0} t^2 - 2t - 15 = 0 \Rightarrow (t-5)(t+3) = 0$$

$$\begin{cases} t = 5 \Rightarrow \frac{2x+1}{x-5} = 5 \Rightarrow 5x - 25 = 2x + 1 \Rightarrow 3x = 26 \Rightarrow x = \frac{26}{3} \\ t = -3 \Rightarrow \frac{2x+1}{x-5} = -3 \Rightarrow 2x + 1 = -3x + 15 \Rightarrow 5x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{14}{5}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{26}{3} + \frac{14}{5} = \frac{130 + 42}{15} = \frac{172}{15}$$

$$\sqrt{x-a}: x-a \geq 0 \Rightarrow x \geq a \Rightarrow a = -2$$

$$\sqrt{x+2} - 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{x+2} = 4 \Rightarrow x+2 = 16 \Rightarrow x = 14$$

$$\Rightarrow a+b = 12 \xrightarrow{a=-2} b = 14 \Rightarrow f(x) = \frac{16}{\sqrt{x+2}-4}$$

$$\Rightarrow f(6) = \frac{16}{3-4} = -16$$

۵ ۲ تابع از نقاط $A(\frac{1}{2}, 0)$ و $B(0, -8)$ می‌گذرد. بنابراین داریم:

$$B(0, -8) \Rightarrow -16 + \left(\frac{1}{2}\right)^b = -8 \Rightarrow 2^{-b} = 8$$

$$\Rightarrow -b = 3 \Rightarrow b = -3$$

$$A\left(\frac{1}{2}, 0\right) \Rightarrow -16 + \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{a}{2}-3} = 0 \Rightarrow 2^{\frac{a}{2}-3} = 2^3 \Rightarrow -\frac{a}{2} + 3 = 4$$

$$\Rightarrow -\frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = -16 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x-3}$$

$$f(-1) = -16 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2(-1)-3} = -16 + 2 = -14$$

۶ ۲

$$\log_7 x + \log_7 (x+1) = 3 \Rightarrow \log_7 (x^2 + x) = 3 \Rightarrow x^2 + x = 8$$

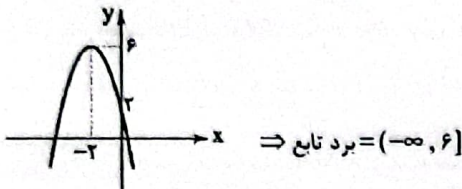
$$\log_{175} (2x^2 + 2x + 9) = \log_{175} (2(x^2 + x) + 9)$$

$$= \log_{175} (2 \times 8 + 9) = \log_{175} 25 = \log_{5^2} 5^2 = \frac{2}{2} = 1$$

۱۹ ۲

$$y = -(x^2 + 4x - 2) = -(x^2 + 4x + 4 - 2 - 2) \\ \Rightarrow y = -(x^2 + 4x + 4) + 6 \Rightarrow y = -(x+2)^2 + 6$$

کافی است نمودار $y = -x^2$ را دو واحد به چپ و ۶ واحد به بالا انتقال دهیم:



$\Rightarrow$ برد تابع $= (-\infty, 6]$

۲۰ ۱

$$\left. \begin{aligned} f \Rightarrow f(x) = c &\Rightarrow f(2) = c \\ g \Rightarrow g(x) = x &\Rightarrow g(-1) = -1 \end{aligned} \right\} \text{تابع همانی} \\ \Rightarrow f(2) + g(-1) = 2 \Rightarrow c - 1 = 2 \Rightarrow c = 3 \\ f'(2) + g'(2) = 2^2 + 2^2 = 8$$

$$OT = OA = OB$$

۲۱ ۳

OT برابر شعاع دایره است و برابر است با:

$$OT = \frac{PB - PA}{2} = \frac{20 - 6}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

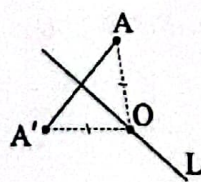
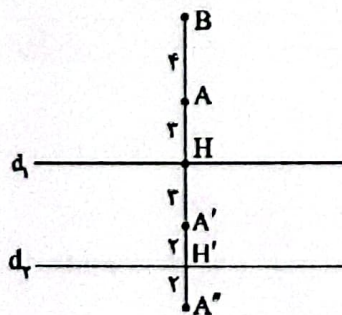
$$PT^2 = PA \times PB = 6 \times 20 \Rightarrow PT = 2\sqrt{30}$$

از طرفی می‌دانیم شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است. بنابراین:

$$S_{\Delta OPT} = \frac{OT \times PT}{2} = \frac{7 \times 2\sqrt{30}}{2} = 7\sqrt{30}$$

۲۲ ۲ با توجه به شکل، $AH = A'H = 2$ می‌باشد و از آنجا که فاصله d_1 و d_2 برابر ۵ می‌باشد، پس $A'H' = A'H = 2$ می‌باشد و حال می‌دانیم $A'H = BH = 7$ می‌باشد و در نهایت داریم:

$$BA' = BH + A'H = 7 + 2 = 9$$



۲۲ ۴ اگر A' دوران یافته نقطه A به مرکز O باشد، آن‌گاه $OA = OA'$ ، در نتیجه نقطه O روی عمود منصف AA' قرار دارد. بنابراین معادله عمود منصف AA' را می‌نویسیم:

$$m_{AA'} = \frac{-4 - (-2)}{1 - 2} = 1 \xrightarrow{\text{عکس و قرینه}} m_L = -1$$

$$AA' \text{ وسط } M = (2, -2)$$

$$L \text{ معادله خط } y + 2 = -1(x - 2) \Rightarrow y = -x - 1$$

از بین گزینه‌ها فقط گزینه (۴) در معادله خط L صدق می‌کند.

۱۳ ۱ تنازعات زاویه این خط با جهت مثبت محور x ها برابر شیب آن است که آن هم برابر قرینه معکوس شیب خط داده شده می‌باشد. پس داریم:

$$y + \sqrt{2}x + 4 = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{2}x - 4$$

$$\Rightarrow m = -\sqrt{2} \Rightarrow m' = -\frac{1}{-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} = \tan 20^\circ \Rightarrow \theta = 20^\circ$$

۱۴ ۱

$$\frac{1 + \tan \theta}{1 + \cot \theta} = 0.4 \Rightarrow \frac{1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} = 0.4 \Rightarrow \frac{\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta}} = 0.4$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 0.4 \Rightarrow \tan \theta = 0.4 (*)$$

$$\text{حاصل} = \frac{2 \sin \theta + 4 \cos \theta}{2 \cos \theta - 5 \sin \theta} = \frac{2 \tan \theta + 4}{2 - 5 \tan \theta}$$

$$(*) \frac{2(0.4) + 4}{2 - 5(0.4)} = \frac{0.8 + 4}{2 - 2} = \frac{4.8}{0} = \text{undefined}$$

۱۵ ۳

$$\frac{5\sqrt{x} - \sqrt{-125} - 2\sqrt{x} - \sqrt{4x}}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{x} - \sqrt{(-5)^2} - 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x}}{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}$$

$$= \frac{(5\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x}) - (-5)}{\sqrt{2} \times \sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{2} \times \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$\text{گویا} \frac{5 \times \sqrt{5}}{\sqrt{2} \times 5} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

تذکره: می‌توانیم مخرج را همان $\sqrt{10}$ بنویسیم و در آخر به صورت زیر گویا کنیم:

$$\frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

۱۶ ۲

اگر ریشه‌های این معادله درجه دوم را m و $2m$ فرض کنیم، آن‌گاه هر دو ریشه منفی هستند، چون مجموع آن‌ها منفی است، پس داریم:

$$(x - m)(x - 2m) = 0 \Rightarrow x^2 - 2mx + 2m^2 = 0, x^2 - ax + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2m = -a \Rightarrow a = 2m \\ 2m^2 = 1 \Rightarrow m^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \xrightarrow{m < 0} m = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \text{ریشه کوچک تر} = 2m = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

۱۷ ۱

برای آن‌که دامنه عبارت گویا برابر $\mathbb{R}$ شود، باید مخرج کسر ریشه حقیقی نداشته باشد. پس نباید معادله درجه دوم $x^2 + mx + m = 0$ ریشه حقیقی داشته باشد، در نتیجه:

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow \Delta = m^2 - 4m < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 < m < 4$$

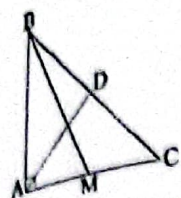
۱۸ ۲

ابتدا جواب هر کدام از نامعادلات را پیدا کرده و سپس بین آن‌ها اشتراک می‌گیریم:

$$\begin{cases} -2x + 1 > -5 \Rightarrow -2x > -6 \Rightarrow -2x > -6 \Rightarrow x < 3 \\ 2x + 4 \leq 2 \Rightarrow 2x \leq -2 \Rightarrow x \leq -1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک جواب‌ها}} x \leq -1$$

۲ ۲۹



$$AB=AC=x \xrightarrow{\text{قضیه فیثاغورس}} x^2 + x^2 = 4$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = 2$$

$$\Rightarrow AB=AC=\sqrt{2} (*) \Rightarrow AM=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2} (**)$$

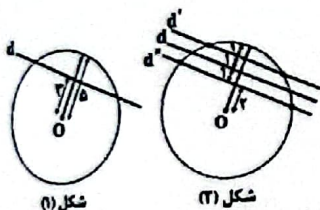
$$\xrightarrow{\text{فیثاغورس در } \triangle ABM} BM^2 = AB^2 + AM^2 = (\sqrt{2})^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow BM^2 = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow BM = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

از طرفی چون $\triangle ABC$ متساوی الساقین است، نیمساز AD همان میانه وارد بر BC است که طول آن نصف طول BC است پس:

$$AD=1 \Rightarrow \frac{BM}{AD} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

۳ ۳۰ وضعیت خط d و دایره به صورت شکل (۱) است.



همه نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۱ باشند، دو خط موازی با d هستند. چون شعاع دایره برابر ۵ است، این دو خط (d'' ، d') دایره را مطابق شکل (۲) قطع می کنند، پس ۴ نقطه روی دایره وجود دارند که از خط d به فاصله ۱ باشند.

۲ ۳۱

$$|A-B| = |A| - |A \cap B|$$

$$|B-A| = |B| - |A \cap B|$$

می دانیم $|A \cap B| = 2$ و $|A| = 5$ است.
حال داریم:

$$|A-B| \times |B-A| = 6$$

$$\Rightarrow (|A| - |A \cap B|) \times (|B| - |A \cap B|) = 6$$

$$(5-2) \times (|B|-2) = 6 \Rightarrow |B|-2=2 \Rightarrow |B|=4$$

$$n(S) = 90 - 10 + 1 = 81$$

$$2 \text{ مضرب } |A| = \left[\frac{90}{2}\right] - \left[\frac{9}{2}\right] = 45 - 4 = 41$$

$$3 \text{ مضرب } |B| = \left[\frac{90}{3}\right] - \left[\frac{9}{3}\right] = 30 - 3 = 27$$

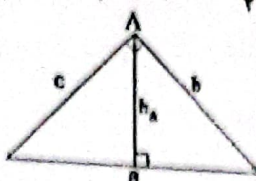
$$2 \text{ و } 3 \text{ مضرب } |A \cap B| = \left[\frac{90}{6}\right] - \left[\frac{9}{6}\right] = 15 - 1 = 14$$

$$P(A \cup B) = \frac{41 + 27 - 14}{81} = \frac{54}{81} = \frac{2}{3}$$

۴ ۳۲

۲ ۲۲

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ah_a \Rightarrow 15 = \frac{1}{2} \times 10 \times h_a \Rightarrow h_a = 3$$



از طرفی در مثل قائم الزاویه $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 90^\circ$) داریم:

$$\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

۱ ۲۵ چون در مثل $\triangle ADE$ هر سه ضلع با هم برابرند پس $\hat{A} = 60^\circ$ حال در مثل $\triangle ABC$ قضیه کسینوس ها را می نویسیم:

$$x^2 = (a)^2 + (b)^2 - 2 \times a \times b \times \cos(A)$$

$$x^2 = 6^2 + 2^2 - 2 \times 6 \times 2 \times \cos(60^\circ) \Rightarrow x = 4$$

$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالی}} \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \frac{AE}{4+AE} = \frac{5}{15} \Rightarrow 15AE = 20 + 5AE \\ \Rightarrow 10AE = 20 \Rightarrow AE = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{5}{15} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow BC = \frac{15 \times 6}{5} = 18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{محیط} = AB + AC + BC = (2+4) + (5+10) + 18 = 39$$

۴ ۲۷ با فرض $a < b$ حالت های تشابه به یکی از صورت های زیر است:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{a} = \frac{5}{b} \Rightarrow a = 6, b = 7.5 \Rightarrow \text{دو مثلث بر هم منطبق اند.}$$

$$\Rightarrow \text{محیط ها } P_2 = P_1 = 12 \Rightarrow |P_2 - P_1| = 0$$

$$\frac{2}{a} = \frac{4}{3} = \frac{5}{b} \Rightarrow a = \frac{3}{2}, b = \frac{15}{4} \Rightarrow P_2 = 3 + \frac{3}{2} + \frac{15}{4} = 9$$

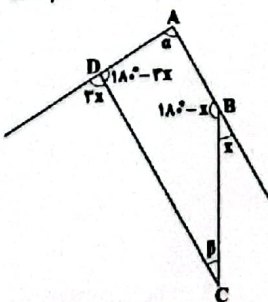
$$\Rightarrow |P_2 - P_1| = |9 - 12| = 3$$

$$\frac{2}{a} = \frac{4}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow a = \frac{3}{2}, b = \frac{12}{5} \Rightarrow P_2 = 3 + \frac{3}{2} + \frac{12}{5} = \frac{26}{5} = 5.2$$

$$\Rightarrow |P_2 - P_1| = |5.2 - 12| = 6.8$$

$$\alpha + \beta = 120^\circ (*)$$

۴ ۲۸



در چهارضلعی $ABCD$ داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + (180^\circ - x) + \beta + (180^\circ - 3x) = 360^\circ$$

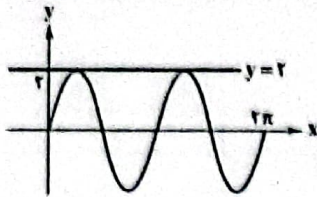
$$\Rightarrow (\alpha + \beta) + 360^\circ - 4x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 4x \xrightarrow{(*)} 4x = 120^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = 180^\circ - x = 150^\circ \\ \hat{D} = 180^\circ - 3x = 90^\circ \end{cases}$$

بنابراین بزرگ ترین زاویه چهارضلعی 150° است. توجه کنید که چون $\alpha + \beta = 120^\circ$ است، هر یک از این زوایا از 120° و در نتیجه از 150° کوچک ترند.

اگر $k=2$ باشد، خط $y=2$ ، بر تابع $f(x)=2\sin(2x)$ مماس است.



در صورتی که $k \geq 3$ باشد، خط $y=k$ ، نمودار $y=2\sin(kx)$ را قطع نمی‌کند.

نکته ۴۱ اگر تابع $f(x)$ نسبت به خط $x=x_0$ متقارن باشد، آن‌گاه $f(x)=f(2x_0-x)$ خواهد بود.

تابع f نسبت به دو خط $x=1$ و $x=3$ متقارن است، پس:

$$f(x)=f(2-x)=f(2 \times 3 - (2-x))$$

$$\Rightarrow f(x)=f(x+4) \Rightarrow T=4 \Rightarrow \frac{2\pi}{|a|}=4 \Rightarrow |a|=\frac{\pi}{2}$$

۴۲

$$1/5 T=9 \Rightarrow T=45 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|}=45 \Rightarrow 2|b|=45 \Rightarrow |b|=22.5$$

با توجه به نمودار، $b < 0$ است، پس $b = -22.5$ صحیح است.

کمترین مقدار تابع برابر صفر است.

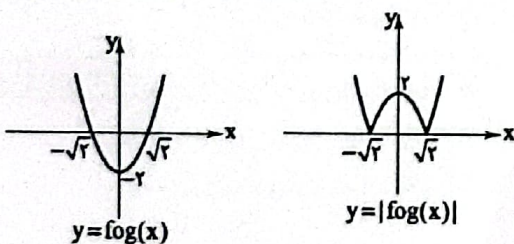
$$\min f(x) = 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

تابع $f(x)$ به صورت $f(x) = 1 - \sin \frac{\pi x}{2}$ خلاصه می‌شود.

$$f(0.5) = 1 - \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$$

۴۳

$$h(x) = |f(g(x))| = |f(x^2)| = |x^2 - 2|$$



تابع $|f(g(x))|$ در فاصله‌های $[-\sqrt{2}, 0]$ و $[\sqrt{2}, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

۴۴ طبق تعریف دوره تناوب، برای کوچک‌ترین T

مثبت، $f(x \pm T) = f(x)$ است. با توجه به گزینه‌ها:

$$f(x+1) = (-1)^{x+1} = -(-1)^x = -f(x)$$

$$f(x+2) = (-1)^{x+2} = (-1)^x \times (-1)^2 = f(x)$$

چون به ازای هر x ، $f(x+2) = f(x)$ است، پس $T=2$ است.

۴۵ بایستی رأس سهمی در بازه $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ قرار گیرد.

$$-\frac{1}{2} < \frac{m-2}{2(m+1)} < \frac{1}{2} \Rightarrow -1 < \frac{m-2}{m+1} < 1 \Rightarrow \left| \frac{m-2}{m+1} \right| < 1$$

$$\xrightarrow{m \neq -1} |m-2| < |m+1| \Rightarrow (m-2-m-1)(m-2+m+1) < 0$$

$$\Rightarrow 2m-1 > 0 \Rightarrow m > \frac{1}{2}$$

۳۳ ۱ طبق قانون ضرب احتمال می‌دانیم احتمال آن‌که دو پیشامد

A و B با هم رخ دهند، برابر است با:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) \text{ یا } P(B) \times P(A|B)$$

اینک می‌خواهیم ابتدا یک مهره (A) و سپس دو مهره با هم (B) خارج کنیم، به طوری که هر سه سفید باشند، پس داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = \frac{4}{7} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{15} = \frac{4}{25}$$

۳۴ ۳ می‌دانیم:

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_{10}^2}{10} - (\bar{x})^2 \Rightarrow 2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_{10}^2}{10} - 3^2$$

$$\xrightarrow{\times 10} 20 = (x_1^2 + \dots + x_{10}^2) - 10 \times 9$$

$$\Rightarrow 20 + 90 = (x_1^2 + \dots + x_{10}^2) \Rightarrow (x_1^2 + \dots + x_{10}^2) = 110$$

۳۵ ۲

$$CV_{(ax-b)} = \frac{|a|\sigma_x}{a\bar{x}-b} = \frac{2 \times 2}{2 \times 8 - 6} = \frac{4}{10} = 0.4$$

۳۶ ۲ **نکته:** تابع $f(x) = |ax+b| + cx + d$ با شرط $|a| < |c|$ اکیداً یکنواست. اگر $c < 0$ باشد اکیداً نزولی و اگر $c > 0$ باشد اکیداً صعودی است.

$$|a+1| < \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} < a+1 < \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2} < a < -\frac{1}{2}$$

عدد صحیح مورد نظر در این بازه $a = -1$ است، پس:

$$f(x) = 1 - \frac{x}{2} \Rightarrow f(2) = 1 - \frac{2}{2} = 0$$

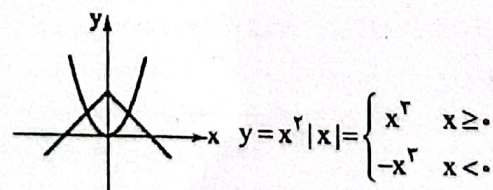
۳۷ ۴

$$p(-2) = 2 \Rightarrow 64 + 16 + 4 - 2m - 1 = 2 \Rightarrow 2m = 80 \Rightarrow m = 40$$

$$\Rightarrow \frac{m}{40} = 1 \Rightarrow x - \frac{m}{40} = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$q(1) = p(1) + p(-2) + 1 = (1 + 1 + 1 + m - 1) + 2 + 1 = 46$$

۳۸ ۳



دو تابع داده شده در دو نقطه متقاطع‌اند.

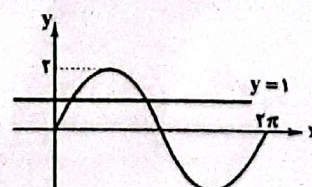
$$\frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|} = 2 \times \frac{2\pi}{|m\pi|} \Rightarrow 4 = \frac{4}{|m|} \Rightarrow |m| = \frac{2}{2} = 1$$

۳۹ ۲

$$\text{Max}(f(x)) = 2 + |-m| = 2 + |m| = 2 + \frac{2}{2} = \frac{9}{2}$$

۴۰ ۲ اگر $k=1$ باشد، خط $y=1$ ، تابع $f(x)=2\sin x$ را در دو

نقطه قطع می‌کند.



۵۱ چون $2A$ و $A+I$ وارون یکدیگرند پس:

$$(2A)(A+I)=I \Rightarrow 2A^2+2A=I \Rightarrow A^2=\frac{1}{2}I-A$$

$$A^2=AA^2=A\left(\frac{1}{2}I-A\right)=\frac{1}{2}A-A^2 \Rightarrow A^2+A^2=\frac{1}{2}A$$

$$\frac{m}{m+1}=\frac{m+1}{4}=\frac{2m-1}{2} \Rightarrow 4m=m^2+2m+1$$

$$\Rightarrow m^2-2m+1=0 \Rightarrow m=1$$

جواب به دست آمده قابل قبول است زیرا در رابطه اصلی صدق می کند.

۵۲ سطر اول و ستون اول در عدد k ضرب شده است، پس

دترمینان k^2 برابر شده است:

$$k^2=16 \Rightarrow |k|=4$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} |k| & 1 \\ 2 & k^2 \end{bmatrix}\right)=\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 16 \end{vmatrix}=64-2=62$$

۵۴ از چپ در A ضرب می کنیم $A^{-1}+B^{-1}=I$

$$A \times A^{-1} + A \times B^{-1} = A \times I$$

از راست در B ضرب می کنیم $I + A \times B^{-1} = A$

$$I \times B + A \times B^{-1} \times B = AB$$

$$\Rightarrow B + A = AB \Rightarrow A + B = AB$$

۵۵ دترمینان را بر حسب سطر اول بسط می دهیم.

$$\text{دترمینان} = 2 \cos \theta (2 \cos^2 \theta - 1) - (2 \cos \theta - 0) = 2 \cos \theta (2 \cos^2 \theta - 2)$$

$$= 4 \cos \theta (2 \cos^2 \theta - 1) = 4 \cos \theta \cos 2\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta \cos 2\theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin 4\theta}{\sin \theta}$$

فیزیک



۵۶ میدان الکتریکی، کمیتی برداری است و یکای آن در SI

نیوتون بر کولن است.

۵۷ می دانیم الکترون، بار منفی دارد. از طرف دیگر چون با دادن

الکترون به جسم، نوع بار الکتریکی آن تغییر کرده است، بنابراین در ابتدا بار الکتریکی جسم مثبت بوده است که با دادن الکترون به جسم، بار جسم، منفی شده و نوع بار آن تغییر کرده است.

$$q_2 = q_1 + \Delta q \quad \begin{matrix} q_2 = -6nC = -6 \times 10^{-9} C \\ \Delta q = -ne, q_1 = 2 \times 10^{-9} C \end{matrix}$$

$$-6 \times 10^{-9} = 2 \times 10^{-9} - n \times 1/6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow -8 \times 10^{-9} = -n \times 1/6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = \frac{8 \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow n = 48 \times 10^9$$

۵۸ طبق قانون کولن داریم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

و از آن جایی که بار الکترون و پروتون هم اندازه است، پس:

$$q_p = +1/6 \times 10^{-19} C$$

۲۶ ماتریس $A^T - A$ را محاسبه می کنیم:

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^T - A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

حال برای محاسبه وارون هر ماتریس به فرم $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ از رابطه

$$\frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$|A^T - A| = 1 \Rightarrow (A^T - A)^{-1} = \frac{1}{1} \times \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۲۷

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2-2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \frac{1}{2-5} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} + B = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -8 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-1} + B)^{-1} = \frac{1}{20-16} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$\frac{5}{4}$ حاصل جمع درایه های غیر قطر اصلی

۲۸

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ x & 2 & 0 & x & 2 \end{vmatrix} = (0-2x+9) - (0-2+2x) = -5x+12$$

$$\begin{vmatrix} \cos 2x & \sin 2x \\ \sin 2x & -\cos 2x \end{vmatrix} = -\cos^2 2x - \sin^2 2x = -1$$

$$\Rightarrow -5x+12=2(-1) \Rightarrow x=\frac{14}{5}=2/8$$

۴۹ اگر A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه باشند، خواهیم داشت:

$$|AB|=|A||B|$$

$$\begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow 5^2 |A| (-(-5)^2) = 5^2$$

$$\Rightarrow |A| = -\frac{1}{25}$$

$$|5A| = 5^2 |A| = -1$$

نکته: اگر A یک ماتریس $n \times n$ و k یک عدد حقیقی باشد:

$$|kA| = k^n |A|$$

۵۰ به برخی از ویژگی های ماتریس وارون توجه کنید.

$$1) (A^{-1})^{-1} = A$$

$$2) A^{-1}A = AA^{-1} = I$$

$$3) (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

$$4) (A^{-1})^n = A^{-n} = (A^n)^{-1}$$

$$5) |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$6) A(B+C) = AB+AC$$

بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

۶۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری در مدار برابر با نیروی محرکه باتری است، بنابراین:

$$\varepsilon = 16V$$

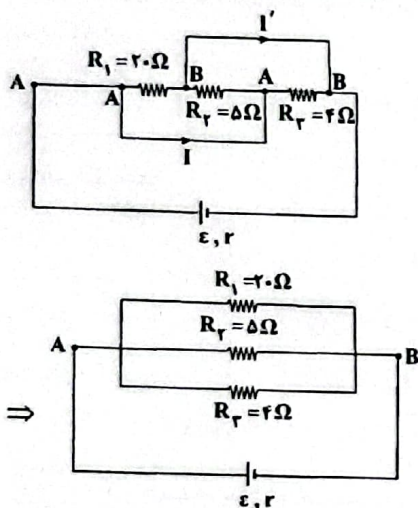
وقتی که باتری در یک مدار قرار می‌گیرد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن از رابطه $V = \varepsilon - Ir$ به دست می‌آید، بنابراین برای محاسبه مقاومت داخلی باتری به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{16}{2+r} \\ V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 12 = 16 - I \times r \end{cases}$$

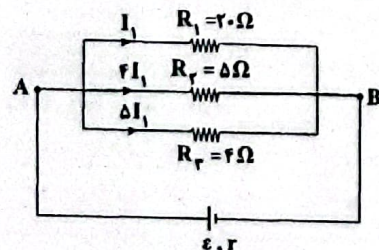
$$\Rightarrow 12 = 16 - \frac{16}{2+r} \times r \Rightarrow \frac{16r}{2+r} = 4 \Rightarrow 16r = 8 + 4r \Rightarrow 12r = 8$$

$$\Rightarrow r = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Omega$$

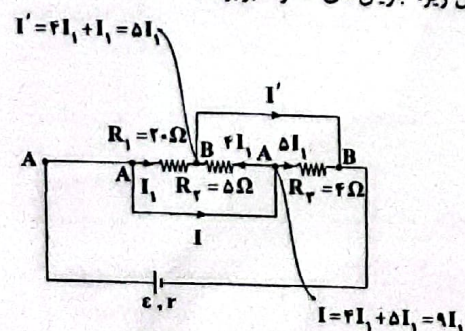
۶۵ ابتدا (با نام‌گذاری گره‌ها) مدار را ساده‌تر می‌کنیم. همان‌طور که مشاهده می‌کنید مقاومت‌ها R_1 ، R_2 و R_3 موازی هستند.



با توجه به این نکته که اندازه جریان در مقاومت‌های موازی با اندازه مقاومت‌ها رابطه عکس دارد، به بزرگ‌ترین مقاومت مجموعه، یعنی مقاومت R_1 ، جریان I_1 اختصاص می‌دهیم، سپس به سایر مقاومت‌های مجموعه به نسبت عکس اندازه‌شان، جریانی بر حسب I_1 را اختصاص می‌دهیم، به طوری که جریان‌گذرنده از مقاومت R_2 را برابر $4I_1$ و جریان‌گذرنده از مقاومت R_3 را برابر $5I_1$ قرار می‌دهیم:



بنابراین با توجه به شکل زیر، جریان‌های I' و I برابرند:



$$\frac{I'}{I} = \frac{9I_1}{I_1} = 9$$

بنابراین:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^{-9} \times 1/6 \times 10^{-19} \times 1/6 \times 10^{-19}}{(2 \times 10^{-15})^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{9 \times 10^{-9} \times 1/6 \times 10^{-19} \times 1/6 \times 10^{-19}}{4 \times 10^{-30}} = 57/6 N$$

واضح است که نیروی بین پروتون‌ها (دو بار هم‌نام مثبت) از نوع دافعه است.

۵۹ فرض کنیم مقدار x از یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم، آن وقت بارهای ثانویه برابر می‌شوند با: $(Q-x)$ و $(Q+x)$ بنابراین با استفاده از قانون کولن داریم:

$$\begin{cases} F = k \frac{Q^2}{r^2} \\ \frac{1}{9} F = k \frac{(Q-x)(Q+x)}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{9} F = \frac{(Q-x)(Q+x)}{Q^2} \Rightarrow \frac{Q^2 - x^2}{Q^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{3} Q$$

۶۰ نسبت بار الکتریکی ذخیره‌شده روی خازن به اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن، ظرفیت خازن نامیده می‌شود و همواره مستقل از تغییرات بار و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن است به طوری که با تغییرات اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن، بار الکتریکی ذخیره‌شده روی صفحات خازن به گونه‌ای تغییر می‌کند که ظرفیت خازن، ثابت می‌ماند.

۶۱ ابتدا بار الکتریکی تخلیه‌شده بین ابر و زمین در مدت زمان $10ms$ را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{q}{\Delta t} \Rightarrow q = I \Delta t = 1000 \times 10 \times 10^{-3} = 10 C$$

به کمک رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ ، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی (انرژی منتقل شده به زمین) را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow \Delta U_E = \Delta V \times q = 2 \times 10^7 \times 10 = 2 \times 10^8 J$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = 2 \times 10^8 = 200 MJ$$

۶۲ طبق رابطه $R = \frac{V}{I}$ برای مقایسه مقاومت‌های الکتریکی A و B می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{V_A}{I_A}}{\frac{V_B}{I_B}} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{V}{I_A}}{\frac{V}{I_B}} = \frac{I_B}{I_A} = \frac{1}{4}$$

۶۳ حجم سیم، ثابت است، بنابراین:

$$V_r = V_l \Rightarrow A_r L_r = A_l L_l \Rightarrow \frac{L_r}{L_l} = \frac{A_l}{A_r} (*)$$

با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ برای مقایسه مقاومت الکتریکی در دو حالت داریم:

$$\begin{aligned} \frac{R_r}{R_l} &= \frac{\rho_r}{\rho_l} \times \frac{L_r}{L_l} \times \frac{A_l}{A_r} \xrightarrow{(*)} \frac{R_r}{R_l} = \left(\frac{L_r}{L_l} \right)^2 \\ \Rightarrow \frac{400}{100} &= \left(\frac{L_r}{L_l} \right)^2 \Rightarrow \frac{L_r}{L_l} = 2 \Rightarrow L_r = 2 L_l \\ \Rightarrow L_r &= 2 \times 45 = 90 m \end{aligned}$$

۷۳ با استفاده از رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1.5} = \frac{V_1 + 2V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 1.5V_1 + 1.5V_2 = V_1 + 2V_2$$

$$\Rightarrow 0.5V_1 = 0.5V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{0.5}{0.5} = 1$$

۷۴ فلزها و نمک‌ها جزء دسته جامدهای بلورین هستند. این نوع از جامدها زمانی به وجود می‌آیند که مایعی را به آهستگی سرد کنیم.

۷۵ نفوذ آب در دیوارهای بتنی به دلیل اثر موینگی است و ربطی به کشش سطحی ندارد.

۷۶ فشار مایع‌ها در کف ظرف، برابر با مجموع فشار آب و روغن است. بنابراین:

$$P = P_{\text{آب}} + P_{\text{روغن}} = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} g h$$

$$\Rightarrow P = 1000 \times 10 \times \frac{1}{100} + 800 \times 10 \times \frac{2}{100} \Rightarrow P = 800 + 160 = 960 \text{ Pa}$$

در نتیجه اندازه نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها برابر است با:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA = 960 \times 10 \times 10^{-4} = 0.96 \text{ N}$$

۷۷ ابتدا آهنگ جریان آب را بر حسب متر مکعب بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$12 \frac{\text{L}}{\text{min}} = 12 \frac{\text{L}}{\text{min}} \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{L}} \times \frac{1}{60} \frac{\text{min}}{\text{s}} = 2 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

از طرفی:

$$Av = Av \Rightarrow 2 \times 10^{-4} = Av$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-4} = 20 \times 10^{-4} \times v$$

$$\Rightarrow v = \frac{2}{20} = 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۷۸ با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_1 = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_1 = \frac{1}{2} \times 0.04 \times (30^2 - 90^2) = -144 \text{ J}$$

نیروی متوسط وارد از طرف درخت بر گلوله در خلاف جهت جابه‌جایی گلوله است. بنابراین:

$$W_1 = F d \cos 180^\circ = -F d \Rightarrow W_1 = -F \times (0.3) = -144 \Rightarrow F = 480 \text{ N}$$

۷۹ انرژی پتانسیل گرانشی جسم ۴۰ درصد کاهش یافته است. بنابراین:

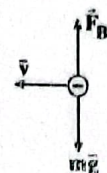
$$U_2 = U_1 - \frac{40}{100} U_1 = \frac{60}{100} U_1 \Rightarrow U_2 = \frac{3}{5} U_1 \Rightarrow mgh_2 = \frac{3}{5} mgh_1$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{3}{5} h_1 \xrightarrow{h_2 = h_1 - 6} h_1 - 6 = \frac{3}{5} h_1 \Rightarrow h_1 - \frac{3}{5} h_1 = 6$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} h_1 = 6 \Rightarrow h_1 = 15 \text{ m}$$

۶۶ اگر یکی از دو میله آهنربا باشد، در دیگری خاصیت مغناطیسی القا می‌کند. به طوری که قطب‌های ناهمنام آن‌ها در مجاورت یکدیگر قرار می‌گیرند. در نتیجه خطوط میدان از یکی خارج و به دیگری وارد می‌شوند. اگر دو میله هر دو آهنربا باشند و قطب‌های ناهمنام آن‌ها در مجاورت یکدیگر قرار گیرند، باز هم خطوط میدان از یکی خارج و به دیگری وارد می‌شوند، ولی وجود خطوط میدان نشان می‌دهد که یکی از دو میله حتماً باید آهنربا باشد.

۶۷ اندازه نیروی مغناطیسی باید با نیروی وزن برابر و جهت آن مخالف نیروی وزن باشد تا یکدیگر را خنثی کنند تا ذره از مسیر خود خارج نشود. پس جهت آن باید رو به بالا باشد.



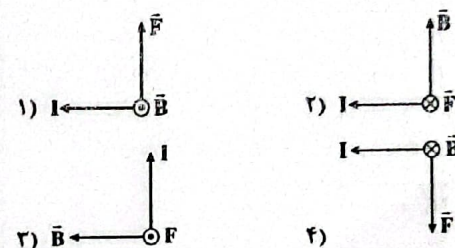
$$F_B = mg \Rightarrow |q| v B = mg$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-6} \times 10^2 \times B = 0.2 \times 10^{-3} \times 10$$

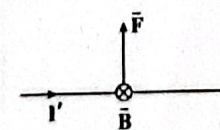
$$\Rightarrow 2 \times 10^{-4} B = 2 \times 10^{-4} \Rightarrow B = 1 \text{ T}$$

بنابراین با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی به سمت شمال (⊗) است.

۶۸ با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی را در هر گزینه به دست می‌آوریم.



۶۹ جهت میدان مغناطیسی حاصل از حلقه درون سو است. بنابراین سیم راست حامل جریان در یک میدان درون سو قرار دارد و طبق قاعده دست راست، نیرویی به سمت بالا به سیم وارد می‌شود. بنابراین سیم روی حلقه به سمت بالا حرکت می‌کند.



۷۰ عبارتهای «الف»، «ب» و «ج» نادرست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

الف و ب) با قرار گرفتن مواد فرومغناطیسی نرم در میدان مغناطیسی خارجی، حجم حوزه‌های مغناطیسی به سادگی تغییر می‌کند؛ به طوری که اگر در میدان مغناطیسی خارجی قرار بگیرند، به سادگی آهنربا شده و پس از خروج از میدان، خاصیت آهنربایی خود را از دست می‌دهند.

ج) در مواد پارامغناطیسی، دوقطبی‌های مغناطیسی به صورت مجزا سمت‌گیری می‌کنند.

۷۱ در مدل‌سازی پرتاب یک توپ بسکتبال در هوا، از تغییر نیروی گرانش وارد بر توپ با تغییر ارتفاع صرف‌نظر می‌شود.

۷۲ با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$500 \text{ قیراط} = 500 \text{ قیراط} \times \frac{200 \text{ mg}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} = 0.1 \text{ kg}$$

فیزیک ۹

$$C_p \Delta \theta_1 + m_p C_p \Delta \theta_p + C_p \Delta \theta_p \\ \Rightarrow (120 \times 3) + (0.4 \times 4200 \times 2) + (C_p \times (-80)) = 0 \\ \Rightarrow 360 + 3360 - 80 C_p \Rightarrow 80 C_p = 3720 \Rightarrow C_p = 46.5 \frac{J}{^\circ C}$$

۸۵ (۲) گرم شدن هوای داخل اتاق به وسیله بخاری و رادیاتور شوفاژ در اثر همرفت طبیعی است.

۸۶ (۱) در نمودار مکان - زمان به دو نکته زیر توجه کنید:

شیب خط واصل بین دو نقطه برابر با سرعت متوسط متحرک در آن بازه زمانی است. بنابراین سرعت متوسط دو متحرک A و B با یکدیگر برابر است ($v_{avA} = v_{avB}$).

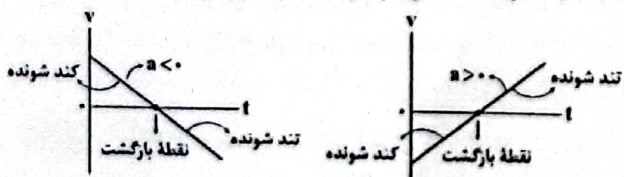
و همچنین شیب خط مماس بر نمودار در یک لحظه برابر با سرعت لحظه‌ای متحرک در آن لحظه است. در لحظه t شیب خط مماس بر نمودار B بیشتر از شیب خط مماس بر نمودار A است، بنابراین در لحظه t، سرعت متحرک B بیشتر از سرعت متحرک A است ($v_B > v_A$).

۸۷ (۱) وقتی در یک حرکت، تندى متوسط متحرک از قدرمطلق سرعت متوسط آن بیشتر است، به این معناست که مسافت طی شده این متحرک از اندازه جابه‌جایی آن بیشتر است. سرعت متوسط از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و تندى متوسط از رابطه $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$s_{av} > v_{av} \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} > \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow l > \Delta x$$

وقتی یک متحرک با شتاب ثابت، مسافت طی شده بیشتری نسبت به جابه‌جایی داشته باشد، یعنی تغییر جهت داده است و وقتی تغییر جهت بدهد باید حتماً حرکتش ابتدا کندشونده شود تا سرعت آن به صفر برسد و سپس حرکتش تندشونده باشد.

با توجه به دو نمودار سرعت - زمان زیر، می‌توان نتیجه گرفت که الزاماً شتاب مثبت نیست و شتاب منفی نیز شرایط بالا را احراز می‌کند:



۸۸ (۴) متحرک از حال سکون، شروع به حرکت می‌کند و تا لحظه t_1 ، تندیش رو به افزایش است. چراکه از لحظه شروع تا لحظه t_1 ، مساحت زیر نمودار $a-t$ که همان Δv است، مثبت است. اما از لحظه t_1 تا t_2 چون مساحت زیر نمودار $a-t$ ، منفی است، تندى متحرک کم می‌شود. در نتیجه بیشترین تندى متحرک در لحظه t_1 است.

متحرک از حال سکون، در جهت مثبت محور xها شروع به حرکت می‌کند، چراکه علامت Δv مثبت است (مساحت زیر نمودار $a-t$ ، بنابراین تا لحظه t_1 ، سرعت متحرک رو به افزایش و در حال دور شدن از مبدأ است.

از لحظه t_1 به بعد، تندى متحرک کم می‌شود، اما به صفر نمی‌رسد (چون مساحت زیر نمودار $a-t$ در بازه زمانی $t_1 \leq t \leq t_2$ کم‌تر از مساحت زیر نمودار در بازه زمانی $t_1 \leq t \leq t_2$ است). در نتیجه همچنان تا لحظه t_2 در جهت مثبت محور xها در حال حرکت است، یعنی همچنان در حال دور شدن از مبدأ است. در نتیجه بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان در لحظه t_2 است.

۸۹ (۱) با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی برای گلوله داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (2)^2 + 10 \times 15 = \frac{1}{2} v_2^2 + 10 \times 13$$

$$\Rightarrow 2 + 150 = \frac{1}{2} v_2^2 + 130 \Rightarrow \frac{1}{2} v_2^2 = 22 \Rightarrow v_2^2 = 44$$

$$\Rightarrow v_2 = 2\sqrt{11} \frac{m}{s}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m v_2^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{11}}{2}\right)^2 = 11$$

بنابراین:

نکته: اگر جسمی از نقطه‌ای پرتاب یا رها شود، سه حالت برای تندى آن در طول مسیر پیش می‌آید:

(۱) اگر جسم از نقطه‌ای رها شود ($v_0 = 0$)، تندى آن در نقطه‌ای به اندازه H پایین‌تر از نقطه رها شدن:

$$v = \sqrt{2gH}$$

(۲) اگر جسم از نقطه‌ای با تندى اولیه v_0 پرتاب شود، تندى آن در نقطه‌ای به اندازه H پایین‌تر از نقطه پرتاب شدن:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$$

(۳) اگر جسم از نقطه‌ای با تندى اولیه v_0 رو به بالا پرتاب شود، تندى آن در نقطه‌ای به اندازه H بالاتر از نقطه پرتاب:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gH}$$

۸۱ (۲) در لحظه رها شدن، تندى بسته و بالگرد (v_1) یکسان است. از قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - \left(\frac{1}{2} m v_1^2 + m g h\right) = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 6 \times v_2^2 - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times (20)^2 + 6 \times 10 \times 50\right) = -1/5 \times 10^4$$

$$\Rightarrow 3v_2^2 - (1200 + 3000) = -1500 \Rightarrow 3v_2^2 - 4200 = -1500$$

$$\Rightarrow 3v_2^2 = 2700 \Rightarrow v_2^2 = 900 \Rightarrow v_2 = 30 \frac{m}{s}$$

۸۲ (۳) از رابطه توان متوسط داریم:

$$P_{av} = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{K_2 - K_1}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow P_{av} = \frac{\frac{1}{2} \times 900 \times (400 - 0)}{60} = 3000 W = 3 kW$$

۸۳ (۲) وقتی دمای جسمی افزایش می‌یابد، همه طول‌ها دچار افزایش می‌شوند. حال برای مقایسه مقدار این افزایش می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \Delta L = \alpha L_0 \Delta T & \text{تغییرات طول ضلع} \\ \Delta R = \alpha R_0 \Delta T & \text{تغییرات شعاع} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta R} = \frac{L_0}{R_0} \Rightarrow \frac{0.002}{\Delta R} = \frac{2}{6}$$

$$\Rightarrow \Delta R = 6 \times 10^{-4} mm = 0.0006 mm$$

۸۴ (۲) دمای اولیه گرماسنج با دمای اولیه آب، برابر است، بنابراین:

$$\begin{cases} Q_1: 5^\circ C \rightarrow 8^\circ C & \text{گرماسنج} \\ Q_2: 5^\circ C \text{ آب} \rightarrow 8^\circ C \text{ آب} & \\ Q_3: 88^\circ C \text{ فلز} \rightarrow 8^\circ C \text{ فلز} & \end{cases} \Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

(ج) در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، حرکت متحرک تندشونده و در بازه زمانی t_2 تا t_3 ، حرکت متحرک کندشونده بوده است. (*)

(د) شتاب متوسط متحرک، شیب خط واصل بین دو لحظه t_1 تا t_2 است که شیب این خط مثبت است، بنابراین شتاب متوسط متحرک در این بازه زمانی مثبت است. (*)

(ه) متحرک در لحظات t_1 و t_2 تغییر جهت داده است، چون در این لحظات علاوه بر صفر شدن سرعت، جهت حرکت (علامت سرعت) نیز تغییر کرده است. (*)

۹۲ (۲) میزان جابه‌جایی در t ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند، بنابراین جابه‌جایی‌ها به صورت زیر می‌شوند:

$$\begin{cases} 20 \text{ m} \Rightarrow 3 \text{ ثانیه اول حرکت} \\ \Delta x \Rightarrow 3 \text{ ثانیه دوم حرکت} \\ 80 \text{ m} \Rightarrow 3 \text{ ثانیه سوم حرکت} \end{cases}$$

همان‌طور که می‌دانیم، جمله دوم از میانگین جملات اول و سوم به دست می‌آید، بنابراین:

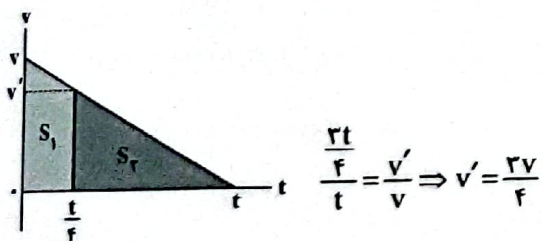
$$\Delta x = \frac{20 + 80}{2} = 50 \text{ m}$$

بنابراین جابه‌جایی در ۹ ثانیه اول حرکت برابر با مجموع جابه‌جایی‌ها (جابه‌جایی‌های به دست آمده در بالا) است، پس:

$$\Delta x_{\text{کل}} = 20 + 50 + 80 = 150 \text{ m}$$

۹۴ (۲) ابتدا نمودار سرعت - زمان این متحرک را رسم می‌کنیم. نمودار به صورت خطی با شیب منفی می‌باشد که پس از t ثانیه مقدار سرعت صفر شده

است. در لحظه $\frac{t}{2}$ ، اندازه سرعت را بر حسب v محاسبه می‌کنیم. برای این کار از تشابه مثلث‌ها استفاده می‌کنیم:

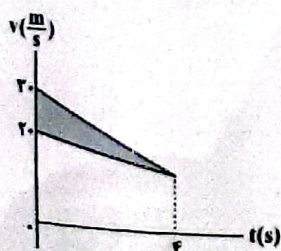


مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. با توجه به عدم تغییر جهت حرکت، اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده با هم برابر هستند، بنابراین:

$$\frac{\text{مسافت از } 0 \text{ تا } \frac{t}{2}}{\text{مسافت از } \frac{t}{2} \text{ تا } t} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{(v + \frac{2v}{3})}{2} \times \frac{t}{2}}{\frac{\frac{2v}{3} \times \frac{t}{2}}{2}} = \frac{\frac{5v}{3} \times \frac{t}{4}}{\frac{2v}{3} \times \frac{t}{4}} = \frac{5v}{2v} = \frac{5}{2}$$

۹۵ (۱) مساحت زیر نمودار سرعت - زمان، برابر با جابه‌جایی متحرک است.

فاصله دو متحرک از هم در لحظه هم‌سرعت شدن، برابر با اختلاف مساحت‌های زیر نمودارهای سرعت - زمان آن‌ها است. به عبارتی با محاسبه مساحت مثلث هاشور خورده در شکل زیر، فاصله دو متحرک از هم به دست می‌آید.



$$t = 4 \text{ s} \Rightarrow \text{فاصله دو متحرک از یک دیگر در لحظه } t = 4 \text{ s} = \frac{10 \times 4}{2} = 20 \text{ m}$$

۸۹ (۱) ابتدا باید معادله حرکت دو متحرک A و B را به دست بیاوریم. هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند، بنابراین از معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت استفاده می‌کنیم و می‌دانیم شیب نمودار مکان - زمان برابر سرعت حرکت متحرک است، پس ابتدا سرعت جسم A را حساب می‌کنیم:

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به این‌که دو نمودار برهم عمودند، شیب و سرعت نمودار B از رابطه زیر

$$v_A \times v_B = -1 \Rightarrow -2 \times v_B = -1 \Rightarrow v_B = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین معادله مکان - زمان برای دو متحرک برابر است با:

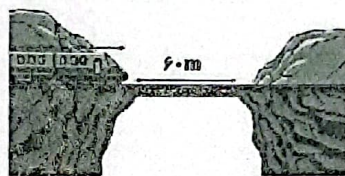
$$x_A = v_A t + x_{A0} = -2t + 10$$

$$x_B = v_B t + x_{B0} = \frac{1}{2}t + 0$$

با مساوی قرار دادن مساوات مکان - زمان دو متحرک، لحظه رسیدن دو

$$\text{متحرک به هم به دست می‌آید: } -2t + 10 = \frac{1}{2}t \Rightarrow \frac{5}{2}t = 10 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

۹۰ (۲) برای عبور قطار به طور کامل از روی پل باید انتهای قطار از انتهای پل عبور کند، پس جابه‌جایی کل برابر می‌شود با $60 + L$ که طبق رابطه سرعت ثابت می‌توان نوشت:



$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 60 + L = 15v \quad (1)$$

توجه داشته باشید همچنین برای عبور از کنار شخص ساکن (ناظر ساکن) باید انتهای قطار به شخص برسد. برای این مرحله نیز از رابطه سرعت ثابت کمک می‌گیریم:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow L = 3v \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$60 + 3v = 15v \Rightarrow 12v = 60 \Rightarrow v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از رابطه (۲) می‌توان طول قطار را به دست آورد:

$$L = 3v = 3 \times 5 = 15 \text{ m}$$

۹۱ (۲) شروع حرکت با شتاب ثابت اتومبیل B از لحظه سبقت گرفتن

اتومبیل A می‌باشد، بنابراین در دومین سبقت، جابه‌جایی دو اتومبیل با هم برابر است. در این مدت، اتومبیل A با سرعت ثابت و اتومبیل B با شتاب ثابت حرکت می‌کند، بنابراین:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow v_1 \times t = \frac{v_1' + v_2'}{2} \times t$$

مدت‌زمان حرکت برای هر دو اتومبیل، یکسان است، پس t از هر دو طرف معادله ساده می‌شود، بنابراین:

$$v_1 = \frac{v_1' + v_2'}{2} \Rightarrow 20 = \frac{10 + v_2'}{2} \Rightarrow v_2' = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۹۲ (۴) بررسی عبارت‌ها،

(الف) در بازه زمانی t_1 تا t_2 اندازه شتاب متحرک در حال کاهش است. (*)

(ب) جهت سرعت (علامت سرعت) معرف جهت حرکت متحرک است، بنابراین در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، سرعت متحرک، مثبت است، پس متحرک در جهت محور x حرکت کرده است. (*)

۱۰۰ ابتدا مقدار یون سولفات موجود در ۱/۸۶۴g باریم سولفات را به دست می آوریم:

$$?g SO_4^{2-} = 1/864g BaSO_4 \times \frac{1mol BaSO_4}{233g BaSO_4} \times \frac{1mol SO_4^{2-}}{1mol BaSO_4}$$

$$\times \frac{96g SO_4^{2-}}{1mol SO_4^{2-}} = 0.768g SO_4^{2-}$$

اکنون درصد خلوص یون سولفات در کود شیمیایی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\%P = \frac{\text{گرم سولفات}}{\text{گرم کود}} \times 100 = \frac{0.768g}{2.45g} \times 100 = 31.3\%$$

۱۰۱ عبارت های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

ا) دوره دوم جدول شامل ۴ عنصر گازی شکل (N_2 , O_2 , F_2 , Ne) ولی

دوره سوم جدول شامل ۲ عنصر گازی شکل (Cl_2 , Ar) است.

پ) مطابق معادله زیر، هر مول SiO_2 با ۲ مول کربن واکنش می دهد تا

سیلیسیم تولید شود: $SiO_2(s) + 2C(s) \xrightarrow{\Delta} Si(l) + 2CO(g)$

۱۰۲ بررسی ترکیب ها:

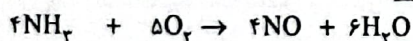
ا) هر دو ترکیب سیکلوهگزان و ۴ - متیل - ۲ - پنتن دارای فرمول مولکولی C_6H_{12} هستند.

ب) فرمول مولکولی اتانول به صورت C_2H_6O و فرمول مولکولی دی اتیل اتر به صورت $C_4H_{10}O$ است.

پ) هر دو ترکیب ۳ - اتیل پنتان و ۲ - متیل هگزان دارای فرمول مولکولی C_7H_{16} هستند.

ت) فرمول مولکولی ۲ - هپتان به صورت $C_7H_{14}O$ و فرمول مولکولی بنزالدهید به صورت C_7H_6O است.

۱۰۳ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$f=0: \quad \Delta \quad \Delta \quad 0 \quad 0$$

$$f=40s: \quad \Delta-4x \quad \Delta-\Delta x \quad 4x \quad 6x$$

$$f=190s: \quad \Delta-4x-4y \quad \Delta-\Delta x-\Delta y \quad 4x+4y \quad 6x+6y$$

$$\Delta-4x=6x \Rightarrow x=0.1$$

مطابق داده های سؤال می توان نوشت:

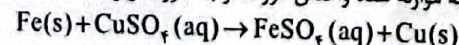
$$1/2(\Delta-\Delta x-\Delta y)=4x+4y \xrightarrow{x=0.1} y=0.1$$

$$\bar{R}_{NO} = \frac{\Delta n}{V \cdot \Delta t} = \frac{4y \text{ mol}}{4L \left(\frac{190-40}{60} \right) \text{ min}} = \frac{0.4}{4 \times 2.5}$$

$$= 0.04 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{NO}}{4} = 0.01 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

۱۰۴ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



در این واکنش مقداری از تیغه آهنی مصرف شده و مقداری مس تولید می شود. افزایش جرم تیغه آهنی برابر با تفاوت جرم آهن مصرف شده و مس تولید شده است. با فرض این که ۱ مول مس (II) سولفات مصرف شود، یک مول آهن ($56gFe$) مصرف شده و یک مول مس ($64gCu$) تولید می شود. در نتیجه $64-56=8g$ بر جرم تیغه آهنی افزوده می شود.

$$\text{افزایش جرم} = \frac{8g}{1mol CuSO_4} \times 0.06mol CuSO_4 = 0.48g$$

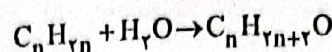
افزایش جرم (مقدار نظری)

$$\text{مقدار عملی} = \frac{0.48g}{0.48g} \times 100 = 100\%$$

$$\text{مقدار نظری} = \frac{0.48g}{0.48g} \times 100 = 100\%$$



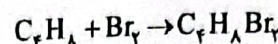
۱ فرمول عمومی آلکن ها به صورت C_nH_{2n} و جرم مولی آن ها $14n$ گرم بر مول است.



مطابق داده های سؤال می توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} C_nH_{2n} & H_2O \\ 14n & 18 \\ 100 & 32 \end{bmatrix} \Rightarrow n=4 \Rightarrow \text{فرمول آلکن } C_4H_8$$

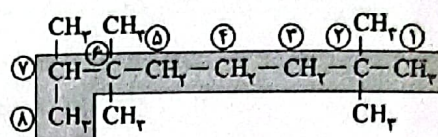
بنابراین خواهیم داشت:



نسبت مورد نظر برابر است با:

$$\frac{\text{جرم مولی } C_4H_8Br_2}{\text{جرم مولی } C_4H_8} = \frac{216}{56} = 3.85$$

۱ ساختار زیر را می توان برای آلکان داده شده در نظر گرفت:



اگر زنجیر را از سمت راست شماره گذاری کنیم، نام آلکان به صورت ۲، ۲، ۴، ۶، ۷- پنتامتیل اوکتان خواهد بود که مجموع شماره های شاخه های فرعی آن برابر است با:

$$2+2+6+6+7=23$$

۱۰۸ فرمول مولکولی بنزن به صورت C_6H_6 است. ابتدا حساب

می کنیم، نمونه مورد نظر شامل چند مول بنزن است.

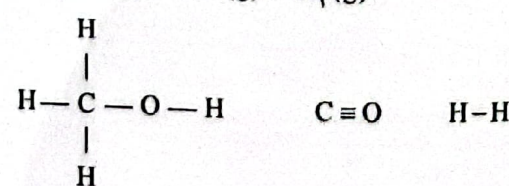
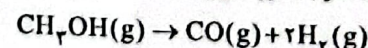
$$?mol C_6H_6 = 3/0.1 \times 10^{25} \text{ atom H} \times \frac{1mol \text{ atom H}}{6/0.2 \times 10^{23} \text{ atom H}}$$

$$\times \frac{1mol C_6H_6}{6mol \text{ atom H}} = \frac{25}{3} mol C_6H_6$$

$$\text{ظرفیت گرمایی یک مول بنزن} = \frac{Q}{n \times \Delta\theta}$$

$$= \frac{19500J}{\frac{25}{3} \times (45-25)^\circ C} = 117J \cdot ^\circ C^{-1} = 117J \cdot K^{-1}$$

۱۰۹ معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده} \right]$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [2\Delta H(C-H) + \Delta H(C-O) + \Delta H(O-H)] -$$

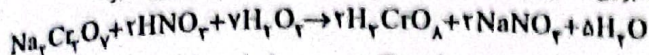
$$[\Delta H(C \equiv O) + 2\Delta H(H-H)] = [2(415) + (380) + (462)] -$$

$$-[(1077) + 2(436)] = +139kJ$$

$$(2 \times 1) + 2a = (2 \times 2) + 2b$$

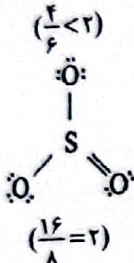
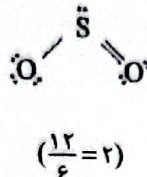
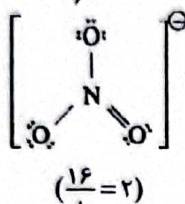
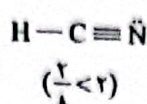
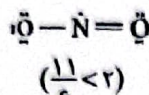
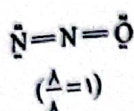
$$\Rightarrow 2 + 2a = 4 + 2b \Rightarrow a - b = 2 \quad (2)$$

از حل معادله‌های (۱) و (۲) مقادیر a و b به ترتیب برابر ۷ و ۵ به دست می‌آید. بنابراین شکل موازنه‌شده معادله مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:



به این ترتیب مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها برابر با ۱۰ و مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر با ۹ و تفاوت آن‌ها برابر با ۱ است.

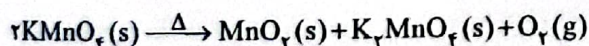
۱۱۲) ساختار لوویس تمام گونه‌ها به همراه نسبت مورد نظر در زیر آورده شده است:



در سه گونه SO_3 ، SO_2 و NO_3^- ، نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به شمار الکترون‌های پیوندی حداقل برابر با ۲ است.

۱۱۳) برای کاهش pH آب از اکسیدهای اسیدی (تافلز) مانند CO_2 و SO_2 می‌توان استفاده کرد.

۱۱۴) مطابق داده‌های سؤال، معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



فرض کنیم ۲ مول $KMnO_4$ که معادل $2 \times 158 = 316g$ است، تجزیه شود در این صورت یک مول گاز اکسیژن که معادل $2 \times 16 = 32g$ است از ظرف واکنش خارج شده و در نتیجه درصد کاهش جرم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{32g}{316g} \times 100 = 10.12\%$$

۱۱۵) ابتدا جرم کلسیم موجود در ۸۰g محلول کلسیم برمید را تعیین می‌کنیم:

$$?g Ca^{2+} = 80g \text{ محلول} \times \frac{80g CaBr_2}{100g \text{ محلول}} \times \frac{1mol CaBr_2}{200g CaBr_2}$$

$$\times \frac{1mol Ca^{2+}}{1mol CaBr_2} \times \frac{40g Ca^{2+}}{1mol Ca^{2+}} = 12.8g Ca^{2+}$$

از طرفی مقدار اضافه‌شده کلسیم کلرید جامد را برابر با m در نظر می‌گیریم و از روی آن، جرم کلسیم را حساب می‌کنیم:

$$?g Ca^{2+} = m g CaCl_2 \times \frac{1mol CaCl_2}{111g CaCl_2} \times \frac{1mol Ca^{2+}}{1mol CaCl_2}$$

$$\times \frac{40g Ca^{2+}}{1mol Ca^{2+}} = \frac{40 \cdot m}{111} g Ca^{2+}$$

۱۰۵) در بین ویژگی‌های اشاره شده، فقط دمای جوش اتانول بیشتر از دمای جوش اتان است.

۱۰۶) از آن‌جا که دمای محلول حاصل و مقدار آن در مقایسه با نمونه آب اولیه افزایش یافته است، ظرفیت گرمایی، میانگین تندی مولکول‌ها و انرژی گرمایی محلول بیشتر از نمونه آب خواهد بود. با توجه به این‌که دمای جوش و گرمای ویژه آب از اتانول بیشتر است، این دو مورد کاهش می‌یابند.

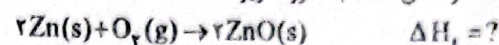
۱۰۷) می‌دانیم ارزش سوختی پروتئین و کربوهیدرات با هم برابر است. بنابراین ارزش سوختی ۳۰g از ماده غذایی مورد نظر به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(4 \times 28) + (2 \times 17) + (1/5 \times 17) = 228/5 kJ$$

به این ترتیب ارزش سوختی این ماده بر حسب $kJ \cdot g^{-1}$ برابر خواهد بود با:

$$\frac{228/5 kJ}{30g} = 7.6 kJ \cdot g^{-1}$$

۱۰۸) معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به این واکنش، باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کعکی اعمال کنیم:

• ضرب واکنش (I) را در عدد ۲ ضرب کنیم.

• واکنش (III) را وارونه کنیم.

• واکنش (II) را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۲ ضرب کنیم.

سپس این واکنش‌ها را با هم جمع کنیم:

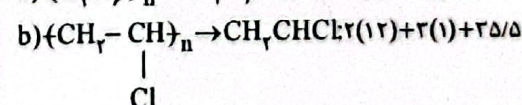
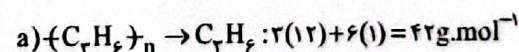
$$\Delta H_f = 2\Delta H_f - \Delta H_{III} - 2\Delta H_{II} = 2(-152) - 572 - 2(-90) = -696 kJ$$

$$?kJ = 2/6g Zn \times \frac{1mol Zn}{65g Zn} \times \frac{696kJ}{2mol Zn} = 12/92kJ$$

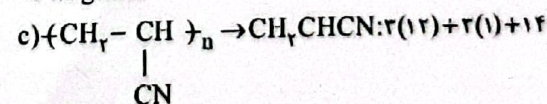
۱۰۹) مطابق داده‌های سؤال، سرعت مصرف A، نصف سرعت تولید B است. بنابراین n_A باید نصف n_B باشد (حذف گزینه‌های ۱ و ۴).

از طرفی چون سرعت تولید C کمتر از سرعت مصرف A است، ضریب n_A نمی‌تواند برابر با یک باشد. به این ترتیب گزینه (۳) نیز حذف می‌شود.

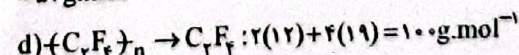
۱۱۰) فرمول پلیمر و مونومر سازنده و جرم مولی مونومر هر چهار شکل در زیر آمده است:



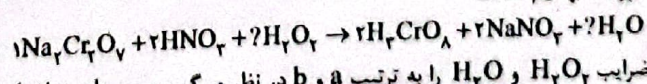
$$= 62/5g \cdot mol^{-1}$$



$$= 52g \cdot mol^{-1}$$



۱۱۱) موازنه را به ترتیب با Na، Cr و N انجام می‌دهیم. در این صورت خواهیم داشت:

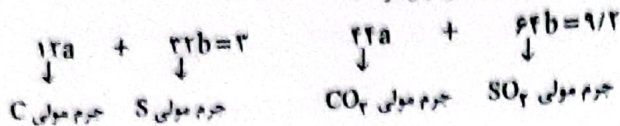


ضرایب H_2O و H_2O را به ترتیب a و b در نظر می‌گیریم و برای موازنه اتم‌های اکسیژن و هیدروژن، معادله‌های زیر را تشکیل می‌دهیم:

$$(1 \times 7) + (2 \times 2) + 2a = (2 \times 8) + (2 \times 2) + b$$

$$\Rightarrow 12 + 2a = 22 + b \Rightarrow 2a - b = 10 \quad (1)$$

۱۲۱) مول‌های کربن و گوگرد را به ترتیب با a و b نمایش می‌دهیم. مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



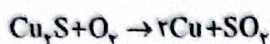
$$32b = 3 - 12a \Rightarrow 12a + 2(3 - 12a) = 9/2$$

$$\Rightarrow 20a = 3/2 \Rightarrow a = 0.15 \Rightarrow 32b = 3 - (12 \times 0.15) = 1.08$$

$$\frac{32b}{3} \times 100 = \frac{1.08}{3} \times 100 = 36\%$$

درصد جرمی گوگرد

۱۲۲) مطابق داده‌های سؤال، معادله واکنش موردنظر به صورت زیر است:



$$m^{\text{Air}} = 10^6 \text{ g سنگ معدن} \times \frac{38 \text{ g Cu}_3\text{S}}{100 \text{ g سنگ معدن}} \times \frac{1 \text{ mol Cu}_3\text{S}}{160 \text{ g Cu}_3\text{S}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol Cu}_3\text{S}} \times \frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{100 \text{ L Air}}{22.4 \text{ L O}_2} \times \frac{1 \text{ m}^3 \text{ Air}}{10^3 \text{ L Air}} = 242 \text{ m}^3 \text{ Air}$$

۱۲۳) فرض می‌کنیم 10^6 g از محلول موردنظر در دسترس است.

$$? \text{ g Na}_2\text{SO}_4 = 10^6 \text{ g محلول} \times \frac{1/15 \text{ g Na}^+}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{23 \text{ g Na}^+}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{2 \text{ mol Na}^+} \times \frac{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} = 35500 \text{ g Na}_2\text{SO}_4$$

۱۲۴) منظور از $l=2$ زیرلایه d است.

$$X: s^2 / r s^2 r p^6 / r s^2 r p^6 r d^1 / r s^2 r p^6 r d^5 / s^2$$

البته آرایش الکترونی اتم X می‌تواند به $d s^1$ نیز ختم شده باشد که در هر دو صورت، شمار زیرلایه‌های اشغال شده از الکترون آن برابر ۱۰ زیرلایه است.

۱۲۵) ۱

• فراوان‌ترین عنصر سازنده زمین همان Fe و نخستین عنصر ساخت بشر، Tc است. Fe و Tc جزو عناصر دسته d هستند و اتم آن‌ها حداقل دارای ۳

الکترون ظرفیتی است.

• عنصر $_{38}\text{A}$ متعلق به گروه دوم جدول تناوبی است و اتم آن دارای ۲ الکترون ظرفیتی است.

• عنصر X^{2+} نیز جزو عناصر دسته d است.

۱۲۶) ۱ جرم مولی جوش شیرین (NaHCO_3) و آلومینیم

هیدروکسید (Al(OH)_3) به ترتیب برابر با ۸۴ و ۷۸ گرم بر مول است. فرض می‌کنیم 100 g از این ضد اسید موجود باشد:

$$? \text{ mol NaHCO}_3 = 27/84 \times \frac{1 \text{ mol}}{84 \text{ g}} = 0.45 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol Al(OH)}_3 = 19/58 \times \frac{1 \text{ mol}}{58 \text{ g}} = 0.25 \text{ mol}$$

۰/۴۵ مول جوش شیرین، می‌تواند ۰/۴۵ مول اسید معده را خنثی کند.

بنابراین ۰/۴۵ مول جوش شیرین معادل ۰/۴۵ مول یون هیدروکسید است. از

طرفی ۰/۲۵ مول آلومینیم هیدروکسید، معادل $3 \times 0.25 = 0.75$ مول یون

اکنون می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{مجموع جرم یون‌های کلسیم}}{\text{جرم نهایی محلول}} \times 100 = \text{درصد جرمی کلسیم در محلول نهایی}$$

$$\Rightarrow 25 = \frac{12/8 + (\frac{40m}{111})}{80 + m} \times 100 \Rightarrow 2000 + 25m = 1280 + 36m$$

$$\Rightarrow m = 68/5 \text{ g}$$

۱۱۶) ۳ بررسی سایر گزینه‌ها،

(۱) در هر دو مدل اتمی بور و کوانتومی، انرژی الکترون به صورت کوانتومی در نظر گرفته می‌شود.

(۲) نیم‌عمر هر ایزوتوپ نشان می‌دهد که آن ایزوتوپ تا چه اندازه پایدار است. از طرفی اغلب هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌های آن‌ها (عدد اتمی) برابر یا بیش از ۱/۵ باشد، ناپایدارند و با گذشت زمان متلاشی می‌شوند.

(۴) در جدول دوره‌ای امروزی شمار عنصرهای دسته s و دسته p به ترتیب برابر با ۱۴ و ۳۶ عنصر بوده که تفاوت آن‌ها برابر با ۲۲ عنصر است.

۱۱۷) ۲ عنصرهای $_{11}\text{A}$ ، $_{19}\text{D}$ ، $_{37}\text{E}$ ، $_{55}\text{G}$ و $_{87}\text{J}$ به ترتیب

همان Mg ، K ، N ، Al و O هستند. در بین فرمول‌های داده شده، ترکیب EJ_2 (NO_2) یونی نیست و فرمول ترکیب DE (KN) هم نادرست است. سه فرمول دیگر (MgO ، Mg_3N_2 ، K_2O) (پتاسیم پراکسید) درست هستند.

۱۱۸) ۳ با توجه به این‌که در اتم هیدروژن انتقال الکترون از

$n=2$ به $n=6, 5, 4, 3$ در ناحیه مرئی قرار می‌گیرد، می‌توان نتیجه گرفت که هر انتقال الکترونی که کم انرژی‌تر از انتقال‌های فوق باشد، انرژی کمتر از نور مرئی منتشر می‌کند و طول موج آن بیشتر از ۷۰۰ نانومتر خواهد بود. به این ترتیب انتقال‌های زیر را می‌توان در نظر گرفت:

$$n=5 \rightarrow n=4$$

$$n=4 \rightarrow n=3$$

$$n=5 \rightarrow n=3$$

۱۱۹) ۱ ایزوتوپ‌های ${}^Z_Z\text{X}$ و ${}^{Z+7}_Z\text{X}$ به ترتیب ایزوتوپ سبک‌تر

و سنگین‌تر عنصر X هستند.

از آن‌جا که $2/125$ معادل $17/8$ است، می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{فراوانی آن} \times \text{جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر}}{\text{مجموع فراوانی‌ها}} = \text{جرم اتمی میانگین}$$

$$\frac{\text{فراوانی آن} \times \text{جرم اتمی ایزوتوپ سنگین‌تر}}{\text{مجموع فراوانی‌ها}} +$$

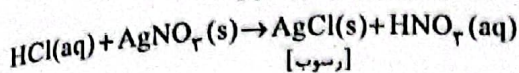
$$\Rightarrow 63/64 = \frac{[(Z+5) \times 17] + [(Z+7) \times 8]}{25} \Rightarrow Z=29$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{r}{4}\right)^3 = 32 \text{ cm}^3$$

$$? \text{ atom Cu} = 32 \text{ cm}^3 \times \frac{8.96 \text{ g Cu}}{1 \text{ cm}^3} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}}$$

$$\frac{6.02 \times 10^{23} \text{ atom Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 2.69 \times 10^{24} \text{ atom Cu}$$

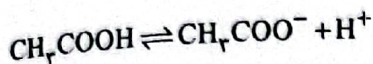
معادله موازنه شده واکنش موردنظر به صورت زیر است:



$$? \text{ g AgCl} = 5 \text{ mL HCl(aq)} \times \frac{2/2 \times 10^{-2} \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl(aq)}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{143/5 \text{ g AgCl}}{1 \text{ mol AgCl}} = 2/296 \text{ mg AgCl}$$

۱۳۰ هر مول استیک اسید (CH_3COOH) بر اثر یونش، دو مول یون تولید می‌کند:



بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در محلولی شامل $1/806 \times 10^{-20}$ یون، شمار یون‌های H^+ برابر با نصف این مقدار یعنی $0/903 \times 10^{-20}$ است.

$$\text{شمار مول های } \text{H}^+ \text{ در حجم موردنظر} = \frac{0/903 \times 10^{-20}}{6/02 \times 10^{-22}} = 1/5 \times 10^{-4} \text{ mol H}^+$$

$$K_a = \alpha^2 \cdot M \Rightarrow 1/8 \times 10^{-5} = \alpha^2 \times 2 \Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-3}$$

$$[\text{H}^+] = \alpha \cdot M = 2 \times 10^{-3} \times 2 = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{\text{مول } \text{H}^+}{\text{حجم محلول (L)}} \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = \frac{1/5 \times 10^{-4}}{V}$$

$$\Rightarrow V = 0/025 \text{ L} = 25 \text{ mL}$$

۱۳۱ عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

(آ) از آن‌جا که اتانول به هر نسبتی در آب حل می‌شود و انحلال‌پذیری آن در آب، نامحدود است، بیشتر بودن انحلال‌پذیری اتیلن گلیکول در آب، در مقایسه با اتانول، بی‌معنی است.

(ب) بخش آنیونی صابون مانند پلی بین چربی و آب قرار می‌گیرد و موجب پاک کردن چربی می‌شود.

۱۳۲ هنگامی که pH محلول پتاس از $13/3$ به $11/6$ می‌رسد،

هم‌چنان یک محلول بازی داریم که غلظت یون OH^- در آن برابر است با:

$$\text{pH} = 11/6 \Rightarrow \text{pOH} = 14 - 11/6 = 2/4 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-2/4}$$

$$= 10^{-0/5} = 10^{-0/2} \times 10^{-0/2} \times 10^{-0/2} = 2 \times 2 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

از طرفی غلظت OH^- در محلول اولیه برابر است با:

$$\text{pH} = 12/3 \Rightarrow \text{pOH} = 14 - 12/3 = 0/7 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-0/7}$$

$$= 10^{-0/3-1} = 2 \times 10^{-1} = 0/2 \text{ mol.L}^{-1}$$

به همین ترتیب غلظت H^+ در محلول اسید اضافه شده برابر است با:

$$\text{pH} = 1/4 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/4} = 10^{-0/6-2} = 2 \times 2 \times 10^{-2}$$

$$= 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

غلظت OH^- در محلول نهایی

$$= \frac{\text{شمار مول های } \text{H}^+ \text{ اسید اضافه شده} - \text{شمار مول های } \text{OH}^- \text{ محلول اولیه}}{\text{حجم کل محلول}}$$

$$4 \times 10^{-2} = \frac{(0/2 \times 0/2) - (0/04 \times V)}{0/2 + V} \Rightarrow V = 0/89 \text{ L} \approx 8/9 \text{ dL}$$

بنابراین در مجموع $0/75 + 0/25 = 1/2$ مول یون هیدروکسید داریم.

$$[\text{H}^+]_1 = 10^{-\text{pH}_1} = 10^{-2/4} = 10^{-0/6-2} = 4 \times 10^{-3} \text{ M}$$

$$[\text{H}^+]_2 = 10^{-\text{pH}_2} = 10^{-3/7} = 10^{-0/4-2} = 2 \times 10^{-4} \text{ M}$$

تفاوت غلظت یون هیدرونیوم در دو حالت برابر است با:

$$0/004 - 0/002 = 0/002 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol H}^+ = 2 \text{ L} \times 0/002 \text{ mol.L}^{-1} = 0/004 \text{ mol H}^+$$

بنابراین به همین مقدار مول هیدروکسید نیاز است.

$$? \text{ mg ضد اسید} = 0/004 \text{ mol OH}^- \times \frac{100 \text{ g ضد اسید}}{1/2 \text{ mol OH}^-}$$

$$\times \frac{1000 \text{ mg ضد اسید}}{1 \text{ g ضد اسید}} = 950 \text{ mg}$$

۱۳۷

$$\text{HCOOH:} K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]}, \text{HCN:} K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{CN}^-]}{[\text{HCN}]}$$

مطابق داده‌های سؤال داریم:

$$[\text{HCOOH}] = 5[\text{HCN}]$$

$$\left(\frac{x^2}{K_a(\text{HCOOH})} \right) = 5 \left(\frac{y^2}{K_a(\text{HCN})} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{K_a(\text{HCOOH})} = \frac{5y^2}{K_a(\text{HCN})} \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{5K_a(\text{HCOOH})}{K_a(\text{HCN})} = \frac{5 \times 1/8 \times 10^{-4}}{4/9 \times 10^{-10}} = \frac{9 \times 10^{-4}}{49 \times 10^{-11}} = \frac{9}{49} \times 10^7$$

$$\Rightarrow \log \frac{x^2}{y^2} = \log \frac{9}{49} \times 10^7 \Rightarrow 2 \log \frac{x}{y} = \log 9 - \log 49 + \log 10^7$$

$$\Rightarrow 2 \log \frac{x}{y} = 2 \log 3 - 2 \log 7 + 7$$

$$\Rightarrow \log \frac{x}{y} = \frac{2(0/5) - 2(0/85) + 7}{2} = 2/15$$

$$\Rightarrow \log x - \log y = 2/15 \Rightarrow -\text{pH}(\text{HCOOH}) + \text{pH}(\text{HCN}) = 2/15$$

۱۳۸ ساختار داده شده یک استر سه عاملی است و یکی از اجزای سازنده چربی‌ها را نشان می‌دهد که فرمول مولکولی الکل سازنده و اسید آلی سازنده آن به ترتیب به صورت $\text{C}_6\text{H}_5(\text{OH})_3$ و $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COOH}$ بوده و

تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن آن‌ها برابر است با:

$$(3 + 16(2) + 1) - (5 + 3) = 28$$

$$\text{pH} = 2/7 \Rightarrow [\text{HCl}] = [\text{H}^+]$$

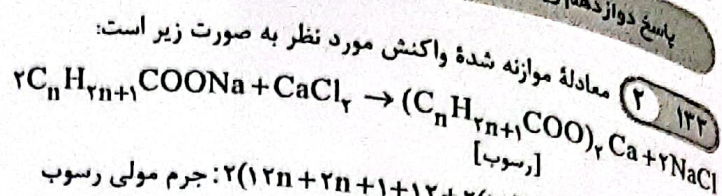
$$= 10^{-2/7} = 10^{-0/2-2} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 2/2 \Rightarrow [\text{HCl}] = [\text{H}^+]$$

$$= 10^{-2/2} = 10^{-0/2-2} = \frac{1}{10^{0/2}} \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+]_{\text{نهایی}} = \frac{[20(0/002)] + [20(0/005)]}{20 + 20} = 2/2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

۱۳۹

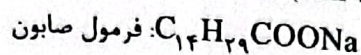


$$2(12n + 2n + 1 + 12 + 2(16)) + 40 = 28n + 130$$

جرم مولی رسوب

$$\frac{\text{جرم مولی رسوب} \times \text{حجم} \times \text{غلظت مولی کلسیم کلرید}}{100} = \frac{\text{جرم رسوب}}{\text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{0.04 \times 0.04 \times \frac{75}{100}}{1} = \frac{6/264}{1 \times (28n + 130)} \Rightarrow n = 14$$



$$\Rightarrow \text{شمار اتم ها} = 14 + 29 + 1 + 1 + 1 + 1 = 47$$

۱۳۴ ۱ این سؤال به راحتی از روی مفهوم واکنش خنثی شدن و بدون نوشتن معادله واکنش حل می شود. واکنش خنثی شدن اسید - باز، چیزی جز واکنش میان یون های H^+ اسید و یون های OH^- باز نیست. اگر شمار این یون ها با هم برابر باشد، محلول حاصل، خنثی و pH آن برابر با ۷ خواهد بود.

$$Sr(OH)_2: pH = 13 \Rightarrow pOH = 14 - 13 = 1$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 10^{-1} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$HI: pH = 1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\underbrace{[H^+] \times \text{حجم اسید}}_{\text{مول } H^+} = \underbrace{[OH^-] \times \text{حجم باز}}_{\text{مول } OH^-} \Rightarrow 20.0 \text{ mL} \times 0.1 = V \times 0.1$$

$$\Rightarrow V = 20.0 \text{ mL}$$

۱۳۵ ۱ باران اسیدی حاوی نیتریک اسید (HNO_3) و سولفوریک اسید (H_2SO_4) است. همان طور که از فرمول شیمیایی این اسیدها مشخص است، در شمار اتم های H و O با هم تفاوت دارند. هم چنین با توجه به ساختار لوویس آن ها، شمار جفت الکترون های ناپیوندی و پیوندهای دوگانه آن ها نیز متفاوت است.

