

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۸/۱۸

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه یازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضیات	۱۰	۱	۱۰	۴۵ دقیقه
			۱۱	۲۰	
			۲۱	۳۰	
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۵۵	۳۰ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۸۰	۲۵ دقیقه

ریاضیات



حسابان (۱)

-۱ یکی از ریشه‌های کدام معادله $2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$ است؟

$$x^2 + 60x^2 + 36 = 0 \quad (1) \quad x^2 + 60x^2 - 36 = 0 \quad (2) \quad x^2 - 60x^2 + 36 = 0 \quad (3) \quad x^2 - 60x^2 - 36 = 0 \quad (4)$$

-۲ ریشه‌های معادله $2x^2 - 5x + 1 = 0$ برابر $\sqrt{\alpha}$ و $\sqrt{\beta}$ هستند، کدام معادله ریشه‌هایش $\frac{1}{\alpha}$ و $\frac{1}{\beta}$ هستند؟

$$x^2 + 21x + 4 = 0 \quad (1) \quad x^2 - 21x + 4 = 0 \quad (2) \quad x^2 - 21x - 4 = 0 \quad (3) \quad x^2 + 21x - 4 = 0 \quad (4)$$

-۳ دنباله بازگشتی فیبوناچی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_1 = 1, F_2 = 1 \\ F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \quad (n \geq 1) \end{cases}$$

اگر فرض کنیم نسبت طلایی در یک مستطیل برابر K باشد (نسبت طول به عرض) و $K^m = F_m K + F_m$ حاصل $m+n$ کدام است؟

$$9 \quad (1) \quad 10 \quad (2) \quad 11 \quad (3) \quad 12 \quad (4)$$

-۴ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - x - 5 = 0$ باشند و برای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $K_n = \alpha^n - \beta^n$ ، حاصل عبارت $\frac{(K_{15} - K_{14})(K_{12} - K_{11})}{K_{13}K_{12}}$ کدام است؟

$$\frac{1}{25} \quad (1) \quad \frac{1}{25} \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad \frac{1}{5} \quad (4)$$

-۵ بر روی محور طول‌ها چند نقطه وجود دارد که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه به طول ۲ و -۴، سه برابر فاصله آن‌ها از مبدأ است؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad \text{بی‌شمار} \quad (3) \quad 4 \quad \text{صفر} \quad (4)$$

-۶ معادله $|x^2 - 2x| + x^2 = |kx + m|$ دارای بی‌شمار جواب است. مقدار $\frac{m+1}{k^2}$ کدام است؟

$$0/25 \quad (1) \quad 0/5 \quad (2) \quad 0/75 \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$

-۷ به ازای چند مقدار k معادله $\frac{x+1+3k}{x^2 + (k+2)x + 1 - 2k^2 + k} = \frac{1}{x-2}$ در \mathbb{R} جوابی ندارد؟

$$2 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 5 \quad (4)$$

-۸ مجموع جواب‌های معادله $|||2x-1|-1|-1| = x$ کدام است؟

$$4 \quad (1) \quad \frac{13}{3} \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad \frac{16}{3} \quad (4)$$

-۹ جواب معادله $\frac{(x+1)^2 + (x+2)^2 + \dots + (x+49)^2}{x^2 + (x+2)^2 + \dots + (x+48)^2} = 1$ برابر k است. حاصل $|2k+1|$ کدام است؟

$$46 \quad (1) \quad 47 \quad (2) \quad 48 \quad (3) \quad 49 \quad (4)$$

-۱۰ حاصل عبارت $A = \frac{x^{14} + x^{13} + \dots + x^2 + x + 1}{x^{12} + x^9 + x^6 + x^3 + 1}$ به ازای یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + x - 7 = 0$ کدام است؟

$$8 \quad (1) \quad 6 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 2 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال

۱۱- اگر n عدد صحیح باشد، آنگاه مجموعه $\mathbb{R} - (n, n+1)$ برابر کدام است؟

- (۱) $(-\infty, n) \cup (n+1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, n] \cup (n+1, +\infty)$
 (۳) $(-\infty, n] \cup [n+1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, n) \cup [n+1, +\infty)$

۱۲- گزاره سوری $\exists x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}; p(x, y)$ با کدام گزاره نمای $p(x, y)$ دارای ارزش نادرست است؟

- (۱) $2x + y = 1$ (۲) $5x + y = 13$
 (۳) $xy = 13$ (۴) $x^2 + 2y^2 = 5$

۱۳- اگر گزاره q نادرست باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- (۱) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ (۲) $(\sim q \wedge p) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
 (۳) $(q \Rightarrow p) \Rightarrow r$ (۴) $(\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow (p \wedge q)$

۱۴- اگر ارزش گزاره p درست، q نادرست و r دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره نادرست است؟

- (۱) $(q \wedge r) \Rightarrow r$ (۲) $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$
 (۳) $(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$ (۴) $(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$

۱۵- نقیض گزاره « $(\exists x \in \mathbb{R}; x > 1) \vee (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0)$ » کدام است؟

- (۱) $(\exists x \in \mathbb{R}; x \leq 1) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0)$ (۲) $(\forall x \in \mathbb{R}; x \leq 1) \vee (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0)$
 (۳) $(\forall x \in \mathbb{R}; x \leq 1) \vee (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0)$ (۴) $(\forall x \in \mathbb{R}; x \leq 1) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0)$

۱۶- دو مجموعه متناهی A و B ، به ترتیب دارای m و n عضو هستند. اگر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A ، ۱۱۲ تا بیشتر از تعداد

زیرمجموعه‌های B باشد، مقدار $m+n$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۷- اگر مجموعه تهی باشد، آنگاه $n(P(P(P(A))))$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۶ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۸- مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ مفروض است. اگر مجموعه A دارای ۱۲۸ زیرمجموعه باشد، این مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد که

هیچ دو عدد آن متوالی نباشد؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۹- اگر $A = \{n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3; n \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{9n; n \in \mathbb{N}\}$ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $A \subseteq B$ (۲) $B \subseteq A$ (۳) $A = B$ (۴) $A' = B$

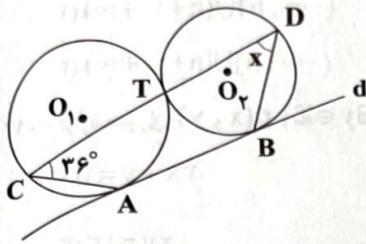
۲۰- اگر $U = \{1, 2, 3\}$ و $A = \{1, 2\}$ ، آنگاه $(P(A))'$ نسبت به $P(U)$ کدام است؟

- (۱) $\{\{3\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset\}$ (۲) $\{\{3\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$
 (۳) $\{\{3\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset\}$ (۴) $\{\{3\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2\}\}$

محل انجام محاسبات

هندسه (۲)

۲۱- با توجه به شکل، خط d بر دو دایره در نقاط A و B مماس است. اگر $\widehat{DCA} = 36^\circ$ باشد، آن گاه $\widehat{CDB} = x$ چند درجه است؟



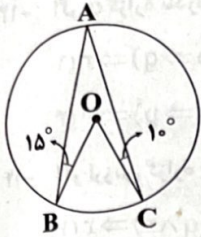
۳۶ (۱)

۴۸ (۲)

۵۴ (۳)

۶۶ (۴)

۲۲- با توجه به شکل، O مرکز دایره است. اگر $\widehat{ABO} = 15^\circ$ و $\widehat{OCA} = 10^\circ$ باشد، آن گاه \widehat{BOC} چند درجه است؟



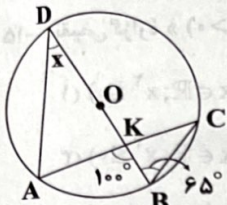
۲۵ (۱)

۳۰ (۲)

۴۰ (۳)

۵۰ (۴)

۲۳- با توجه به شکل، O مرکز دایره است. اگر $\widehat{AKB} = 100^\circ$ و $\widehat{KBC} = 65^\circ$ باشد، آن گاه $\widehat{ADK} = x$ چند درجه است؟



۳۵ (۱)

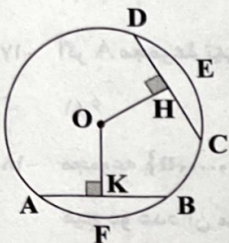
۴۰ (۲)

۴۵ (۳)

۵۰ (۴)

۲۴- با توجه به شکل، O مرکز دایره است. اگر $\widehat{DEC} = \widehat{AFB}$ ، $OK \perp AB$ ، $OH \perp DC$ ، $DC = 4x + 2$ ، $AB = 5x - 5$ ، $OH = y + 5$ و

و $OK = 3y - 1$ آن گاه شعاع دایره کدام است؟



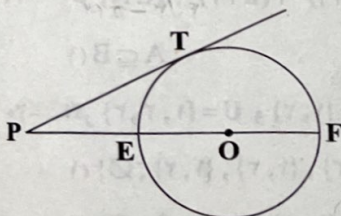
۱۲ (۱)

۱۳ (۲)

۱۵ (۳)

۱۷ (۴)

۲۵- با توجه به شکل، O مرکز دایره و PT مماس بر دایره است. اگر $PE = 2x + 3$ و $PF = 8x + 1$ و $PT = 4x + 3$ باشد، آن گاه طول PT کدام است؟



۱۲ (۱)

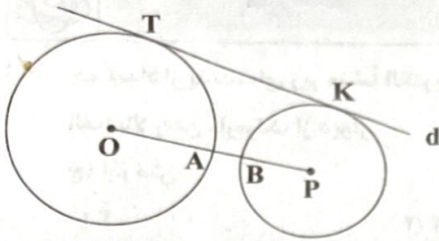
۱۴ (۲)

۱۷ (۳)

۱۵ (۴)

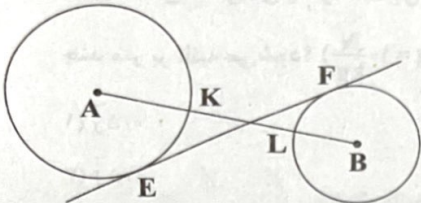
محل انجام محاسبات

۲۶- O و P مرکز دو دایره و خط d در دو نقطه T و K بر دو دایره مماس است. اگر $OA = 8$ ، $AB = 2$ و $BP = 6$ باشد؛ آن گاه $TK = x$ کدام است؟



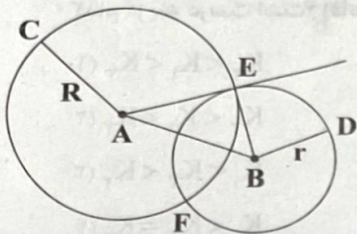
- (۱) $4\sqrt{3}$
- (۲) $8\sqrt{3}$
- (۳) $6\sqrt{7}$
- (۴) $10\sqrt{6}$

۲۷- با توجه به شکل، نقاط A و B مراکز دو دایره هستند. اگر $AK = 5$ ، $LB = 3$ و $EF = 15$ باشد، آن گاه طول KL کدام است؟



- (۱) ۷
- (۲) ۹
- (۳) ۱۱
- (۴) ۱۷

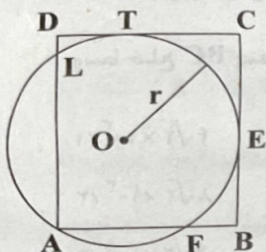
۲۸- با توجه به شکل، A و B مرکز دو دایره و AE مماس بر دایره کوچک تر می باشد. اگر $AC = R$ ، $BD = r$ ، $R + r = 21$ و $AB = 15$ باشد؛



آن گاه، مساحت $\triangle ABE$ کدام است؟

- (۱) ۴۸
- (۲) ۵۴
- (۳) $36\sqrt{3}$
- (۴) $27\sqrt{3}$

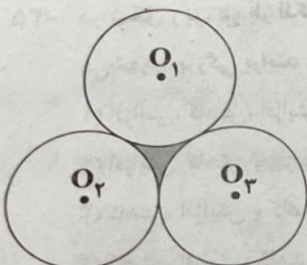
۲۹- با توجه به شکل، O مرکز دایره و ABCD مستطیل است. اگر $AD = 25$ و $AB = 18$ باشد؛ آن گاه شعاع دایره کدام است؟ (دو ضلع



مستطیل در نقاط T و E بر دایره مماس هستند.)

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۳
- (۳) ۱۵
- (۴) ۱۷

۳۰- با توجه به شکل، سه دایره با شعاع های برابر ۲ سانتی متر بر هم مماس هستند. مساحت قسمت رنگی کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{3} - \pi$
- (۲) $2\sqrt{3} - 2\pi$
- (۳) $4\sqrt{3} - 2\pi$
- (۴) $2\sqrt{3} - \pi$

محل انجام محاسبات

فیزیک



۳۱- چه تعداد از پدیده‌های زیر منشأ الکتریکی دارند؟

(الف) بالا رفتن مارمولک از دیوار

(ج) آذرخش

(ب) انتقال پیام‌های عصبی در دستگاه اعصاب

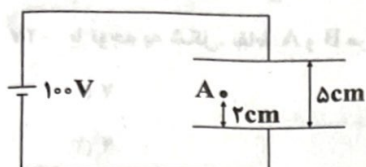
(د) تولیدمثل برخی از گل‌ها به واسطهٔ زنبور عسل

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۳ (۱)



۳۲- مطابق شکل مقابل، گلولهٔ کوچکی به جرم $2 \times 10^{-10} \text{ kg}$ و بار الکتریکی $q = -1/5 \times 10^{-12} \text{ C}$ از نقطهٔ

A در میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحهٔ فلزی مشابه رها می‌شود. $0/15$ بعد سرعت گلوله

چند متر بر ثانیه می‌شود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۲) $0/5 \text{ J}$

(۱) $0/5 \text{ J}$

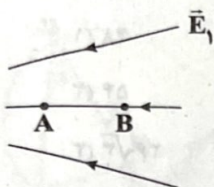
(۴) $1/5 \text{ J}$

(۳) $1/5 \text{ J}$

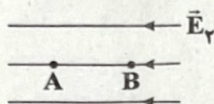
۳۳- در شکل‌های زیر، ذره‌ای به جرم m با بار الکتریکی مثبت از نقطهٔ A با سرعت اولیهٔ یکسان در خلاف جهت میدان الکتریکی پرتاب

می‌شود. اگر انرژی جنبشی این ذره در نقطهٔ B در شکل‌های «الف»، «ب» و «ج» به ترتیب برابر با K_1 ، K_2 و K_3 باشد، رابطهٔ داده‌شده در

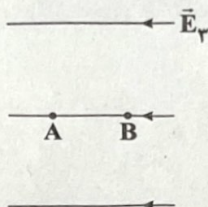
کدام گزینه درست است؟ (فاصلهٔ نقطهٔ A تا نقطهٔ B در هر سه شکل، یکسان است.)



(الف)



(ب)



(ج)

(۱) $K_2 < K_1 < K_3$

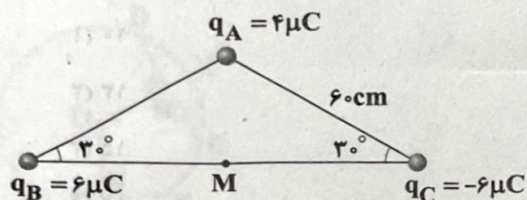
(۲) $K_3 < K_1 < K_2$

(۳) $K_1 < K_2 < K_3$

(۴) $K_1 < K_2 = K_3$

۳۴- در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی حاصل از سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_A ، q_B و q_C که در سه رأس مثلث ثابت شده‌اند، در نقطهٔ M

وسط ضلع BC چند نیوتون بر کولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)



(۱) $4\sqrt{2} \times 10^3$

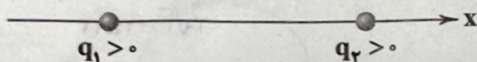
(۲) $8\sqrt{2} \times 10^3$

(۳) $4\sqrt{2} \times 10^5$

(۴) $8\sqrt{2} \times 10^5$

۳۵- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه روی محور X قرار دارند. روی عمودمنصف خط واصل بین دو بار از $-\infty$ تا $+\infty$ جابه‌جا

می‌شویم. بزرگی برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در این جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) افزایش، کاهش، افزایش و کاهش

(۲) افزایش، کاهش و افزایش

(۳) کاهش، افزایش و کاهش

(۴) کاهش، افزایش، کاهش و افزایش

محل انجام محاسبات

۳۶- اندازه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B برابر با کدام گزینه است؟

(۱) تغییر انرژی جنبشی واحد بار الکتریکی در انتقال بین آن دو نقطه

(۲) اندازه کار انجام شده توسط میدان الکتریکی برای انتقال واحد بار مثبت بین آن دو نقطه

(۳) کار نیرویی که به واحد بار الکتریکی مثبت وارد می‌کنیم تا بین آن دو نقطه جابه‌جا شود.

(۴) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی که بین آن دو نقطه شارش می‌شود.

۳۷- دو کره فلزی کوچک مشابه دارای بار الکتریکی همانم می‌باشند و بار الکتریکی یکی از آن‌ها ۱۵ برابر بار الکتریکی دیگری است و در فاصله

d به یکدیگر نیرویی الکتریکی به بزرگی F وارد می‌کنند. اگر آن‌ها را به هم تماس داده و دوباره در همان فاصله d از یکدیگر قرار دهیم،

بزرگی نیروی الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند، چند برابر F خواهد شد؟

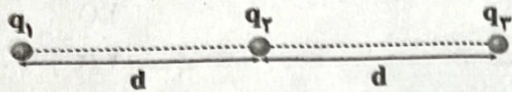
$$\frac{64}{15} \quad (۴)$$

$$\frac{16}{15} \quad (۳)$$

$$\frac{15}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{8} \quad (۱)$$

۳۸- اگر در شکل زیر، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی، صفر باشد، نسبت‌های $\frac{q_1}{q_2}$ و $\frac{q_1}{q_3}$ به ترتیب از راست به چپ



در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

(۱) ۱ و -۴

(۲) -۴ و ۱

(۳) -۱ و ۲

(۴) ۲ و -۱

۳۹- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار دارند و $|q_1| > |q_2|$ است. اگر اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در

مکان بار q_2 برابر با E_1 ، اندازه نیروی الکتریکی که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند برابر F_1 ، اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در مکان

بار q_1 برابر با E_2 و اندازه نیروی الکتریکی که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند برابر F_2 باشد، کدام گزینه درست است؟

(۴) $F_1 > F_2$ و $E_1 > E_2$

(۳) $F_1 = F_2$ و $E_1 > E_2$

(۲) $F_1 > F_2$ و $E_1 = E_2$

(۱) $F_1 = F_2$ و $E_1 = E_2$

۴۰- از یک کره رسانای خنثی به شعاع r_۱ به تعداد 10^{13} الکترون می‌گیریم. سپس آن را به کره رسانای خنثی مشابه دیگری تماس داده و سپس

در فاصله ۳ سانتی‌متری از آن قرار می‌دهیم. بزرگی نیروی الکتریکی که دو کره به یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون خواهد

شد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, e = 1.6 \times 10^{-19} C)$

۳/۲ (۴)

(۳) کوچک‌تر از ۶/۴

(۲) بزرگ‌تر از ۳/۲

۶/۴ (۱)

۴۱- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 4q_1$ در فاصله r از یکدیگر قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی ناشی از دو بار در فاصله d_1 از بار q_1 برابر

صفر است. اگر فاصله دو بار از هم ۲ برابر شود، میدان الکتریکی برآیند در فاصله d_2 از بار q_2 برابر صفر می‌شود. d_2 چند برابر d_1 است؟

۴ (۴)

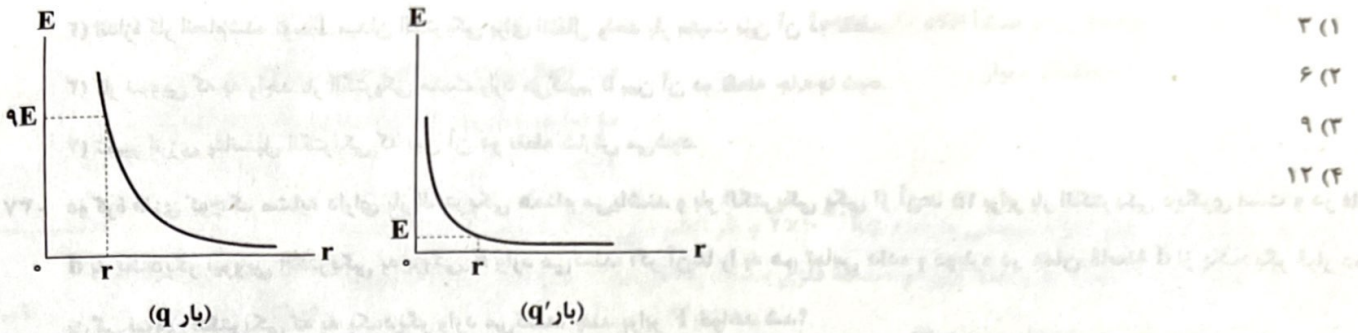
۲ (۳)

۳ (۲)

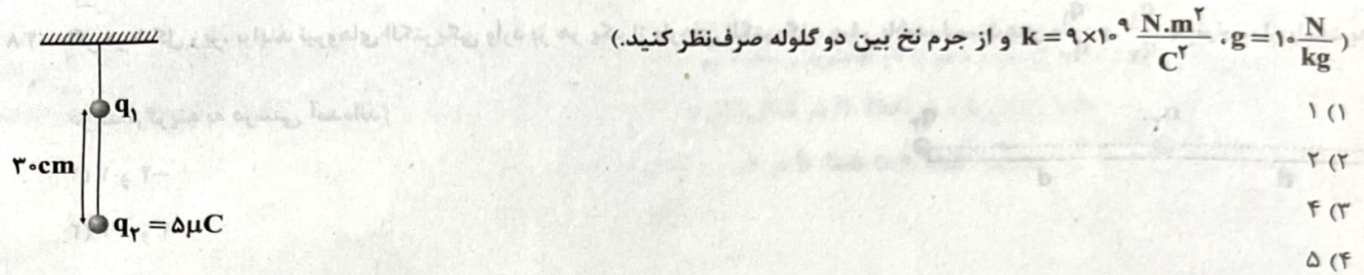
۴ (۱)

صحل انجام محاسبات

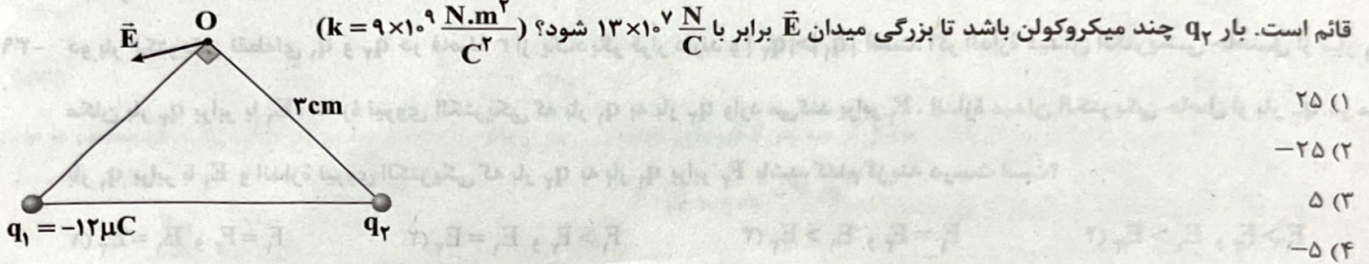
۴۲- دو ذره باردار ناهمنام q و q' در فاصله 18cm از یکدیگر قرار گرفته‌اند و اندازه میدان الکتریکی حاصل از هر یک برحسب فاصله از آنها در نمودارهای زیر رسم شده است. در فاصله چند سانتی‌متری از بار q' برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از هر دو بار، صفر است؟



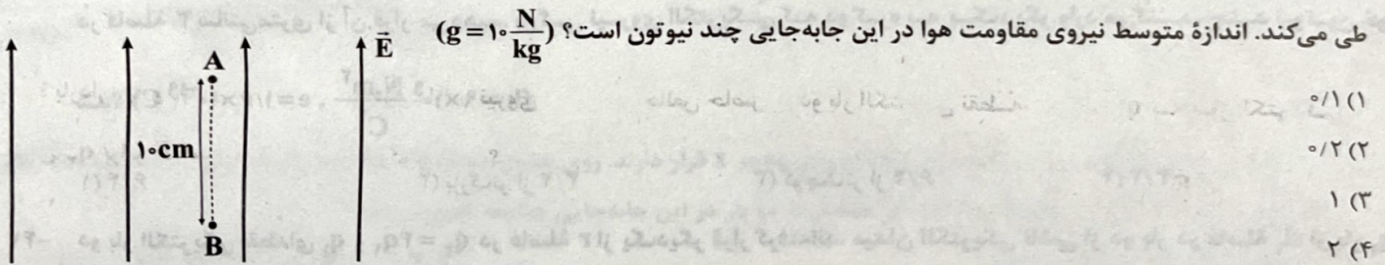
۴۳- مطابق شکل زیر، دو گلوله کوچک باردار با بارهای همنام که جرم هر کدام 200g است با نخ به هم متصل بوده و در حال تعادل قرار دارند. اگر در این حالت بزرگی نیروی کشش نخ بین دو گلوله برابر 3N باشد، اندازه بار q_1 چند میکروکولن است؟



۴۴- در شکل زیر، دو ذره باردار q_1 و q_2 در دو رأس مثلث متساوی‌الساقین ثابت شده‌اند و \vec{E} بردار برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از این دو بار در رأس قائم است. بار q_2 چند میکروکولن باشد تا بزرگی میدان \vec{E} برابر با $13 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ شود؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$)



۴۵- ذره بارداری با بار $q = 2\mu\text{C}$ و به جرم 20g درون میدان الکتریکی یکنواخت و قائم \vec{E} به بزرگی $5 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ با تندی ثابت مسیر A تا B را طی می‌کند. اندازه متوسط نیروی مقاومت هوا در این جابه‌جایی چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۴۶- میله‌ای با بار الکتریکی منفی را به آرامی به کلاهک یک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم. ملاحظه می‌شود که ورقه‌های الکتروسکوپ ابتدا بسته می‌شوند و سپس به آرامی باز می‌شوند. بار الکتریکی الکتروسکوپ در ابتدا از چه نوعی بوده است؟

- (۱) مثبت (۲) منفی (۳) خنثی یا مثبت (۴) خنثی یا منفی

محل انجام محاسبات

۴۷- نقاط A و B بر روی یک خط میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای Q واقع شده‌اند و پتانسیل الکتریکی آن‌ها $V_A = -30V$ و

$V_B = -10V$ می‌باشد. کدام گزینه در مورد جهت میدان الکتریکی درست است؟

(۱) الزاماً از نقطه A به نقطه B است. (۲) الزاماً از نقطه B به نقطه A است.

(۳) ممکن است از نقطه A به نقطه B باشد. (۴) ممکن است از نقطه B به نقطه A باشد.

۴۸- سه کره یاردار مطابق شکل زیر در اختیار داریم. اگر کره‌های A و B مشابه باشند و بعد از تماس کره‌ها با هم، بار کره C برابر با $6\mu C$ شود،

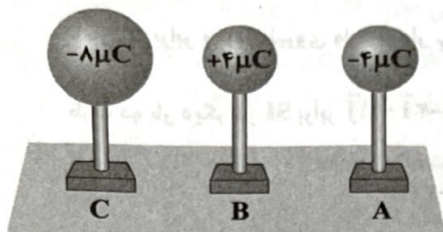
بار کره‌های A و B به ترتیب برابر چند میکروکولن می‌شوند؟

(۱) $1/5$ و $0/5$

(۲) $-0/5$ و $-1/5$

(۳) ۱ و ۱

(۴) -1 و -1



۴۹- دو بار الکتریکی نقطه‌ای مثبت در فضا موجود است و برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از این دو بار در نقطه M صفر شده است. هر دو بار

را به یک اندازه به سمت نقطه M جابه‌جا می‌کنیم ولی بارها به نقطه M نمی‌رسند. کدام گزینه در ارتباط با برآیند میدان‌های الکتریکی

حاصل از این دو بار در نقطه M در حالت جدید، درست است؟

(۱) به سمت بار کوچک‌تر است.

(۲) به سمت بار بزرگ‌تر است.

(۳) صفر است.

(۴) بسته به مقدار جابه‌جایی، هر سه گزینه ممکن است رخ دهند.

۵۰- دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه و ناهمنام، در فاصله r بر یکدیگر نیرویی به بزرگی F را وارد می‌کنند. اگر ۲۰ درصد یکی از بارها را کم

کرده و آن را بر دیگری بیفزاییم، فاصله بین دو بار الکتریکی را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟

(۱) $\frac{5}{4}$

(۲) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{4}{25}$

(۴) $\frac{16}{25}$

۵۱- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 2q_1$ در فاصله r از یکدیگر قرار دارند و به یکدیگر نیروی دافعه وارد می‌کنند. چند درصد از بار q_2 را

به بار q_1 منتقل کنیم تا در همان فاصله نیروی دافعه بین بارهای الکتریکی، بیشینه شود؟

(۱) ۱۵

(۲) ۲۵

(۳) ۴۰

(۴) ۵۰

۵۲- دو کره فلزی کوچک با بار الکتریکی منفی، دارای بارهای q_1 و $q_2 = 5q_1$ در فاصله ۳ متری از هم قرار دارند و نیروی دافعه‌ای به بزرگی $0.2N$

را به یکدیگر وارد می‌کنند. کره با بار الکتریکی q_1 چند الکترون بیشتر از پروتون‌هایش دارد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, e = 1.6 \times 10^{-19} C)$

(۱) $2/5 \times 10^{12}$

(۲) $1/25 \times 10^{12}$

(۳) $2/5 \times 10^{13}$

(۴) $1/25 \times 10^{13}$

۵۳- دو ذره یاردار q_1 و q_2 مطابق شکل زیر قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 به بار الکتریکی

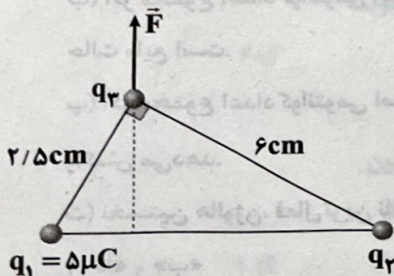
نقطه‌ای q_3 برابر \vec{F} است. q_3 چند میکروکولن است؟

(۱) ۱۰۸

(۲) ۲۴

(۳) ۱۲

(۴) ۶



محل انجام محاسبات

۵۴- شانه‌ای پلاستیکی را با موی خشک و تمیز سر مالش می‌دهیم. چه تعداد از موارد زیر می‌تواند اندازه بار الکتریکی این شانه باشد؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

- (الف) $3 \times 10^{-4} pC$ (ب) $16 \times 10^{-8} C$ (ج) $48 nC$ (د) $1.28 \times 10^{-14} \mu C$
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

۵۵- سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 ، q_2 و q_3 در سه رأس یک مثلث در یک صفحه به گونه‌ای ثابت نگه داشته شده‌اند که فواصل بارهای q_2 و q_3 تا بار q_1 برابر و بردار نیروی وارد بر بار q_2 از طرف بار q_1 در SI به صورت $\vec{F}_{12} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ است. اگر بردار نیروی برآیند وارد بر بار q_1 از طرف دو بار دیگر در SI برابر $\vec{F}_T = -2\vec{i} - 11\vec{j}$ باشد، نسبت $\frac{q_2}{q_3}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

شیمی



۵۶- چه تعداد از ویژگی‌های زیر برای عنصرهای A و X مشابه هم است؟ (برای عنصر A که دارای چندین آلوتروپ است، پایدارترین آن را در نظر بگیرید.)

- رسانایی یا عدم رسانایی الکتریکی
- سطح کدر و مات
- شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه
- به اشتراک گذاشتن الکترون در واکنش با سایر اتم‌ها

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۵۷- در مجموع پنج دوره نخست جدول دوره‌ای، به تقریب چند درصد عنصرها جزء عنصرهای اصلی هستند؟

- (۱) ۵۲ (۲) ۶۳ (۳) ۴۱ (۴) ۷۱

۵۸- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با آهن نادرست است؟

- (۱) آهن فلزی است که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد.
- (۲) آهن در طبیعت، تنها به شکل اکسید یافت می‌شود.
- (۳) آهن دو اکسید طبیعی دارد که در هیچ‌کدام، شمار کاتیون‌ها بیشتر از شمار آنیون‌ها نیست.
- (۴) آهن با اکسیژن در هوای مرطوب به کندی واکنش می‌دهد و به زنگ آهن تبدیل می‌شود.

۵۹- کدام مطالب زیر در ارتباط با هالوژن‌ها درست است؟

(آ) با چشم‌پوشی از گازهای نجیب، اتم‌های هالوژن‌ها دارای بیشترین الکترون ظرفیتی هستند.
 (ب) اگر مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آخرین زیرلایه اتم یک هالوژن برابر ۲۵ باشد، آن هالوژن در دما و فشار اتاق به حالت مایع است.

(پ) اگر مجموع اعداد کوانتومی اصلی الکترون‌های ظرفیت اتم یک هالوژن برابر ۲۱ باشد، آن هالوژن در دمای اتاق به آرامی با گاز H_2 واکنش می‌دهد.

(ت) نخستین هالوژن، فعال‌ترین نافلز جدول دوره‌ای به شمار می‌آید.

- (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «ب»، «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

۶- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) چرخ‌های اقتصادی کشورها به تولید و مصرف فلزها گره خورده است.
 - ۲) هیچ‌کدام از شبه‌فلزهای جدول دوره‌ای، جزء عنصرهای دسته‌های s و d نیستند.
 - ۳) نخستین عنصرهای گروه پانزدهم و شانزدهم جدول دوره‌ای به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.
 - ۴) هر دوره جدول تناوبی با یک فلز شروع شده و به یک گاز نجیب ختم می‌شود.
- ۶- هر کدام از فلزهای کروم (Cr ۲۴) و وانادیم (V ۲۳)، دو نوع کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهند. اگر ترکیب یونی A، اکسیدی از کروم و ترکیب یونی B، برمیدی از وانادیم باشد، چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟ (در A، کروم با کم‌ترین بار الکتریکی و در B، وانادیم با بیشترین بار الکتریکی حضور دارد.)
- آ) شمار الکترون‌های $3d$ یون کروم در ترکیب A، نصف شمار الکترون‌های $3d$ در اتم هشتمین عنصر دسته d دوره چهارم است.
 - ب) شمار یون‌های موجود در هر مول از ترکیب B، دو برابر شمار یون‌های موجود در هر مول از ترکیب A است.
 - پ) از نظر شمار زیرلایه‌های دو الکترونی، یون وانادیم در ترکیب B و اتم سومین فلز قلیایی خاکی، وضعیت یکسانی دارند.
 - ت) نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در ترکیب A، دو برابر همین نسبت در مس (I) سولفید است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷- کدام مطالب زیر درست است؟

- آ) نمونه‌هایی از فلزهای نقره و مس به صورت عنصری و آزاد در طبیعت گزارش شده است.
- ب) هیچ‌کدام از نافلزهای جامد به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی‌شوند.
- پ) فلزهای کلسیم و منگنز در طبیعت به شکل ترکیب یونی دارای کربنات یافت می‌شوند.
- ت) در میان فلزها تنها طلا و پلاتین به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های رنگی لابه‌لای خاک یافت می‌شوند.

۱ (۱) «آ»، «ب» و «ت» ۲ «آ»، «ب» و «پ» ۳ «آ» و «پ» ۴ «پ» و «ت»

۸- برای استخراج آهن از سنگ معدن آن، از چه تعداد از عنصرهای زیر می‌توان استفاده کرد؟

«کربن / سدیم / مس / منیزیم / آلومینیم / کلسیم»

۱ (۱) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵) ۶ (۶)

۹- عنصرهای A، X و D سه عنصر نخست جدول دوره‌ای هستند که اتم هر کدام از آن‌ها دارای 10 الکترون با $I=2$ است. چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با این سه عنصر درست است؟ ($Z_D > Z_X > Z_A$)

- هر سه عنصر، جریان گرما را از خود عبور می‌دهند.
- عنصر D برخلاف دو عنصر دیگر جزء عنصرهای اصلی است.
- واکنش میان فلز A و کاتیون X در حالت محلول، به طور طبیعی پیشرفت می‌کند.
- برای نام‌گذاری کاتیون تک‌اتمی X برخلاف کاتیون تک‌اتمی A، از عدد رومی استفاده نمی‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰- در گروه فلزهای قلیایی خاکی از بالا به پایین، چه تعداد از ویژگی‌های زیر افزایش می‌یابد؟

- شعاع اتمی
- شمار زیرلایه‌های دارای دو الکترون
- شدت واکنش با گاز کلر
- تمایل به تشکیل کاتیون

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

نتیجه محاسبات

۶۶- کدام مطالب زیر در ارتباط با واکنش $\text{Al(s)} + \text{CuSO}_4(\text{aq}) \rightarrow \dots\dots\dots$ درست است؟

(آ) واکنش پذیری فراورده‌ها از واکنش دهنده‌ها کم تر است.

(ب) اگر محلول مس (II) سولفات را با محلول سدیم نیترات، جایگزین کنیم، واکنش به طور طبیعی انجام نمی‌شود.

(پ) اگر به جای فلز آلومینیم، از فلز منیزیم استفاده کنیم، شدت انجام واکنش بیشتر می‌شود.

(ت) مجموع ضرایب اجزای واکنش پس از موازنه (با کوچک‌ترین اعداد صحیح) برابر با ۸ است.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «آ»، «ب» و «پ» (۳) «ب»، «پ» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۶۷- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

• جاذبه هسته اتم کلر بر روی الکترون‌های ظرفیتی آن، بیشتر از جاذبه هسته اتم گوگرد بر روی الکترون‌های ظرفیتی آن است.

• هالوژنی که عدد جرمی آن ۵۳ است، برای واکنش با گاز هیدروژن، به دمای بالاتر از 400°C نیاز دارد.

• عنصری که آرایش الکترونی اتم آن به زیر لایه $3p^1$ ختم می‌شود، سطح صیقلی و صاف دارد.

• مقدار مصرفی مواد معدنی در جهان، از مقدار مصرفی فلزها و نیز از مقدار مصرفی سوخت‌های فسیلی در جهان، بیشتر است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۶۸- کدام مطالب زیر درست است؟

(آ) استخراج فلز آهن در مقایسه با فلز نقره، دشوارتر است.

(ب) فلز نقره در مقایسه با فلز روی، میل کم‌تری به ایجاد ترکیب دارد.

(پ) شرایط نگهداری فلز منیزیم، دشوارتر از شرایط نگهداری فلز پتاسیم است.

(ت) در واکنش مربوط به استخراج آهن در فولاد مبارکه، به‌ازای تولید ۲ مول آهن، سه مول گاز CO آزاد می‌شود.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۶۹- کدام یک از عبارات‌های زیر در ارتباط با طلا نادرست است؟

(۱) طلا در گذر زمان جلای فلزی خود را حفظ می‌کند و خوش‌رنگ و درخشان باقی می‌ماند.

(۲) ساخت برگه‌ها و رشته سیم‌های بسیار نازک از این فلز که به نخ طلا معروف است، به راحتی امکان‌پذیر است.

(۳) طلا با گازهای موجود در هوا کره و مواد موجود در بدن انسان واکنش نمی‌دهد.

(۴) برای ساخت یک حلقه عروسی از جنس طلا، حدود سه دهم تن پسماند ایجاد می‌شود.

۷۰- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با نافلزها درست است؟ (از گازهای نجیب چشم‌پوشی کنید).

(آ) نافلزها در سمت راست و بالای جدول دوره‌ای چیده شده‌اند.

(ب) شعاع اتمی یک نافلز از شعاع اتمی شبه‌فلز هم‌دوره با آن، کوچک‌تر است.

(پ) رفتار شیمیایی شبه‌فلزها همانند نافلزها است.

(ت) هر کدام از نافلزها در واکنش با فلزها، الکترون می‌گیرند و آنیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۱- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با اسکاندیم نادرست است؟

(۱) آرایش الکترونی یون پایدار آن مشابه آرایش الکترونی یون پایدار فعال‌ترین نافلز دوره سوم جدول دوره‌ای است.

(۲) نخستین عنصر گروه سوم جدول دوره‌ای به شمار می‌آید.

(۳) یکی از اجزای اصلی سازنده شیشه‌ها است.

(۴) چکش‌خوار است و قابلیت ورقه شدن دارد.

محل انجام محاسبات

- ۷۲- آرایش الکترونی اتم شماری از عنصرها به زیرلایه ns^2 ختم می‌شود ($n \leq 4$). کدام مطالب زیر در ارتباط با این عنصرها درست است؟
 (آ) شمار این عنصرها برابر با ۱۲ است.
 (ب) تمامی این عنصرها در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
 (پ) $\frac{1}{4}$ این عنصرها در یک گروه از جدول دوره‌ای جای دارند.
 (ت) عدد اتمی واکنش‌پذیرترین عنصر این مجموعه، برابر با ۲۰ است.
- ۷۳- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با عنصرهای دسته d نادرست است؟
 (۱) اتم آن‌ها دست‌کم دارای سه الکترون ظرفیتی است.
 (۲) در واکنش با اتم‌های نافلز، تمایل به از دست دادن الکترون دارند.
 (۳) مجموع شماره دوره و گروه آخرین عنصر دسته d ، برابر با عدد اتمی نخستین عنصر دوره چهارم است.
 (۴) به هنگام تشکیل کاتیون، ابتدا الکترون‌های زیرلایه‌ای از لایه ظرفیت را از دست می‌دهند که $n+1$ آن بزرگ‌تر است.
- ۷۴- لایه ظرفیت اتم A شامل دو زیرلایه دو الکترونی است و اعداد کوانتومی اصلی دو زیرلایه با هم برابر است. کدام عبارت‌ها در ارتباط با عنصر A به یقین درست است؟
 (آ) عنصر A در دما و فشار اتاق، به حالت جامد است.
 (ب) در صورتی که عنصر A رسانایی الکتریکی بالایی داشته باشد، قابلیت چکش‌خواری دارد.
 (پ) عنصر A به جای این‌که الکترون بگیرد یا از دست بدهد، الکترون‌ها را با دیگر اتم‌ها به اشتراک می‌گذارد.
 (ت) عنصر A جریان گرما را از خود عبور می‌دهد.
- (۱) فقط «آ» (۲) «آ» و «ب» (۳) «آ» و «پ» (۴) «پ» و «ت»
- ۷۵- اگر شمار زیرلایه‌های دو الکترونی اتم A در مقایسه با اتم X ، یک واحد بیشتر و شمار زیرلایه‌های شش الکترونی اتم A در مقایسه با اتم X ، یک واحد کم‌تر باشد، کدام عبارت‌ها در ارتباط با عنصرهای A و X درست است؟ (تمام زیرلایه‌های A و X ، دو الکترونی و یا شش الکترونی هستند.)
 (آ) هر دو عنصر A و X جزء عنصرهای واسطه هستند.
 (ب) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم X ، سه برابر شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم A است.
 (پ) مجموع شماره گروه A و X در جدول دوره‌ای برابر با عدد اتمی فلز قلیایی خاکی دوره سوم جدول دوره‌ای است.
 (ت) شمار عنصرهای میان A و X در جدول دوره‌ای برابر با عدد اتمی نخستین فلز قلیایی است.
- (۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «ت» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ»، «پ» و «ت»
- ۷۶- از نمک‌های کدام عنصر می‌توان در ساخت شیشه‌های رنگی استفاده کرد و کاتیون « $2+$ » آن شامل چند الکترون با $l=2$ است؟
 (۱) M^{2+} ، ۸ (۲) D^{2+} ، ۴ (۳) A^{2+} ، ۲، صفر (۴) X^{2+} ، ۱۰، ۳۴
- ۷۷- در زنگ آهن، کدام یون وجود دارد و برای حل شدن آن، کدام ماده مناسب است؟
 (۱) Fe^{2+} ، سدیم هیدروکسید (۲) Fe^{3+} ، سدیم هیدروکسید
 (۳) Fe^{2+} ، هیدروکلریک اسید (۴) Fe^{3+} ، هیدروکلریک اسید

۷۸- اگر شعاع اتمی عنصرهای منیزیم، کلسیم، سدیم و گوگرد بدون در نظر گرفتن ترتیب آن‌ها ۱۰۴، ۱۸۴، ۱۶۰ و ۱۰۰ پیکومتر باشد، شعاع اتمی سیلیسیم با یکای پیکومتر کدام عدد می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۴۴
- (۲) ۱۳۸
- (۳) ۱۱۸
- (۴) ۱۱۲

۷۹- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی نادرست است؟

- (۱) عنصرهایی که رسانای گرما هستند، جریان برق را نیز از خود عبور می‌دهند.
- (۲) عنصرهایی که سطح صیقلی دارند، در برابر ضربه مقاوم بوده و چکش خوارند.
- (۳) در این دوره، شمار عنصرهای نافلزاتی بیشتر از شمار عنصرهای فلزی است.
- (۴) دست‌کم دو مورد از عنصرهای این دوره به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند.

۸۰- چه تعداد از عنصرهای زیر با عدم رعایت قاعده هشت‌تایی، کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهند؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۸۱- در یک سلول گالوانی، الکترودهای مس و آهن در محلول‌های Cu^{2+} و Fe^{2+} قرار دارند. در این شرایط، کدام یک از الکترودها به قطب مثبت تبدیل می‌شود؟

- (۱) آهن
- (۲) مس
- (۳) هر دو
- (۴) هیچ‌کدام

۸۲- در یک سلول گالوانی، الکترودهای مس و آهن در محلول‌های Cu^{2+} و Fe^{2+} قرار دارند. اگر در این سلول، یک سیم مسی را به الکترود آهن وصل کنیم، چه اتفاقی می‌افتد؟

- (۱) هیچ اتفاقی نمی‌افتد.
- (۲) آهن به قطب مثبت تبدیل می‌شود.
- (۳) مس به قطب مثبت تبدیل می‌شود.
- (۴) هیچ‌کدام.

۸۳- در یک سلول گالوانی، الکترودهای مس و آهن در محلول‌های Cu^{2+} و Fe^{2+} قرار دارند. اگر در این سلول، یک سیم مسی را به الکترود آهن وصل کنیم، چه اتفاقی می‌افتد؟

- (۱) آهن به قطب مثبت تبدیل می‌شود.
- (۲) مس به قطب مثبت تبدیل می‌شود.
- (۳) هیچ‌کدام.
- (۴) هر دو.

۸۴- در یک سلول گالوانی، الکترودهای مس و آهن در محلول‌های Cu^{2+} و Fe^{2+} قرار دارند. اگر در این سلول، یک سیم مسی را به الکترود آهن وصل کنیم، چه اتفاقی می‌افتد؟

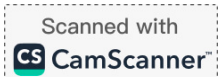
- (۱) آهن به قطب مثبت تبدیل می‌شود.
- (۲) مس به قطب مثبت تبدیل می‌شود.
- (۳) هیچ‌کدام.
- (۴) هر دو.

۸۵- در یک سلول گالوانی، الکترودهای مس و آهن در محلول‌های Cu^{2+} و Fe^{2+} قرار دارند. اگر در این سلول، یک سیم مسی را به الکترود آهن وصل کنیم، چه اتفاقی می‌افتد؟

- (۱) آهن به قطب مثبت تبدیل می‌شود.
- (۲) مس به قطب مثبت تبدیل می‌شود.
- (۳) هیچ‌کدام.
- (۴) هر دو.

۸۶- در یک سلول گالوانی، الکترودهای مس و آهن در محلول‌های Cu^{2+} و Fe^{2+} قرار دارند. اگر در این سلول، یک سیم مسی را به الکترود آهن وصل کنیم، چه اتفاقی می‌افتد؟

- (۱) آهن به قطب مثبت تبدیل می‌شود.
- (۲) مس به قطب مثبت تبدیل می‌شود.
- (۳) هیچ‌کدام.
- (۴) هر دو.



تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۸/۱۸

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه یازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه	تعداد سوال: ۸۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۴۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۱	۱ ریاضیات
	۲۰	۱۱	۱۰	آمار و احتمال	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۲	
۳۰ دقیقه	۵۵	۳۱	۲۵	فیزیک	۲
۲۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	شیمی	۳

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری - حسین نادری هایده جواهری	محدثه کارگرفرد مهدی وارسته - ندا فرهختی مینا نظری - زهرا ساسانی
فیزیک	مروارید شاه حسینی	سارا دانایی کجانی
شیمی	مریم تمدنی	ایمان زارعی - یاسر راش

آماده سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزروعی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مریم پارسائیان - سپیده سادات شریفی - فاطمه عبدالله خانی - زهرا ساسانی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف نگاران: ربابه الطافی - فرزانه رجبی - مینا عباسی - مهناز کاظمی - سحر فاضلی - حدیث فیض الهی - فاطمه میرزایی

چون α و β ریشه‌های معادله هستند، پس در خود معادله صدق می‌کنند:

$$\begin{cases} \alpha^2 - \alpha - \Delta = 0 \\ \beta^2 - \beta - \Delta = 0 \end{cases}$$

رابطه اول را در α^{n-2} و رابطه دوم را در β^{n-2} ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \alpha^n - \alpha^{n-1} - \Delta \alpha^{n-2} = 0 \\ \beta^n - \beta^{n-1} - \Delta \beta^{n-2} = 0 \end{cases}$$

با تفاضل این دو رابطه داریم:

$$(\alpha^n - \beta^n) - (\alpha^{n-1} - \beta^{n-1}) = \Delta(\alpha^{n-2} - \beta^{n-2})$$

$$\Rightarrow K_n - K_{n-1} = \Delta K_{n-2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_{15} - K_{14} = \Delta K_{13} \\ K_{14} - K_{13} = \Delta K_{12} \end{cases}$$

در این صورت حاصل عبارت برابر است با:

$$\frac{(K_{15} - K_{14})(K_{14} - K_{13})}{K_{13}K_{12}} = \frac{(\Delta K_{13})(\Delta K_{12})}{K_{13}K_{12}} = 25$$

نقطه روی محور طول‌ها را x در نظر می‌گیریم، در این صورت حل معادله زیر مدنظر است:

$$|x-2| + |x+4| = 3|x|$$

با توجه به ریشه‌های درون قدرمطلق، جدول زیر را داریم:

x	$-\infty$	$x \leq -4$	$-4 < x \leq 0$	$0 < x \leq 2$	$2 < x < +\infty$
$x-2$	-	-	-	-	+
$x+4$	-	+	+	+	+
x	-	-	+	+	+

$$x \leq -4: -x+2-x-4 = -3x \Rightarrow x=2 \times$$

$$-4 < x \leq 0: -x+2+x+4 = -3x \Rightarrow x=-2 \checkmark$$

$$0 < x \leq 2: -x+2+x+4 = 3x \Rightarrow x=2 \checkmark$$

$$x > 2: x-2+x+4 = 3x \Rightarrow x=2 \times$$

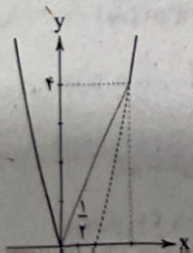
معادله دو جواب $x=2$ و $x=-2$ دارد.

ابتدا نمودار تابع $f(x) = |x^2 - 2x| + x^2$ را رسم می‌کنیم.

برای این کار ابتدا عبارت درون قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$x^2 - 2x$	+	+	-	+

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 2x, & x \leq 0, x \geq 2 \\ 2x, & 0 < x < 2 \end{cases}$$



$$x = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 = 12 + 18 - 2(2\sqrt{3})(3\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow x^2 = 30 - 12\sqrt{6} \Rightarrow 12\sqrt{6} = 30 - x^2$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 144(6) = 900 - 60x^2 + x^4 \Rightarrow x^4 - 60x^2 + 360 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \frac{\Delta}{\gamma} \\ \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta} = \frac{1}{\gamma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = \frac{25}{4} \\ \alpha\beta = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{21}{4} \\ \alpha\beta = \frac{1}{4} \end{cases}$$

معادله‌ای که ریشه‌هایش α و β باشد به صورت $x^2 - \frac{21}{4}x + \frac{1}{4} = 0$ است و

معادله‌ای که ریشه‌هایش $\frac{-1}{\alpha}$ و $\frac{-1}{\beta}$ باشد به صورت $\frac{1}{4}x^2 + \frac{21}{4}x + 1 = 0$

است (تعویض جای ضرایب a و c و قرینه کردن b).

$$\Rightarrow x^2 + 21x + 4 = 0$$

اعداد دنباله فیبوناچی به صورت زیر هستند:

$$F_n: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots$$

نسبت طلایی در یک مستطیل با طول L و عرض W از رابطه

$$\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L}$$

پیدا می‌شود، این نسبت طبق صورت سؤال K نام دارد، پس:

$$\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L} = K \Rightarrow \frac{L}{W} = \frac{W}{L} + 1 = K \Rightarrow K = \frac{1}{K} + 1$$

$$\Rightarrow K^2 = K + 1$$

از معادله درجه دوم روبه‌رو می‌توان K را پیدا کرد.

در این‌جا هدف یافتن مقدار عددی نسبت طلایی نیست، بلکه هدف یافتن رابطه بین توان‌های نسبت طلایی است.

$$K^3 = KK^2 = K(K+1) = K^2 + K = K + 1 + K = 2K + 1$$

$$K^4 = KK^3 = K(2K+1) = 2K^2 + K = 2(K+1) + K = 3K + 2$$

$$K^5 = KK^4 = K(3K+2) = 3K^2 + 2K = 3(K+1) + 2K = 5K + 3$$

$$K^6 = KK^5 = K(5K+3) = 5K^2 + 3K = 5(K+1) + 3K = 8K + 5$$

با توجه به رابطه داده‌شده، داریم:

$$K^6 = F_m K + F_n$$

$$\Rightarrow F_m = 8, F_n = 5 \Rightarrow m = 6, n = 5 \Rightarrow m + n = 11$$

در حالت کلی می‌توان ثابت کرد که:

$$\begin{cases} |2x-1|-1=-x+1 \Rightarrow |2x-1|=-x+2 \\ \Rightarrow \begin{cases} 2x-1=-x+2 \Rightarrow x=1 \quad (\checkmark) \\ 2x-1=x-2 \Rightarrow x=-1 < 0 \text{ غیرممکن} \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} |2x-1|-1=-(-x+1) \Rightarrow |2x-1|=x \\ \Rightarrow \begin{cases} 2x-1=x \Rightarrow x=1 \quad (\checkmark) \\ 2x-1=-x \Rightarrow x=\frac{1}{3} \quad (\checkmark) \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

پس مجموعه جواب x به صورت $\{\frac{1}{3}, 1, 3\}$ است که مجموع آن‌ها برابر $\frac{13}{3}$

خواهد بود.

با طرفین وسطین داریم: **۳ ۹**

$$\begin{aligned} (x+1)^2 + (x+3)^2 + \dots + (x+49)^2 &= x^2 + (x+2)^2 + \dots + (x+48)^2 \\ \Rightarrow [(x+1)^2 - x^2] + [(x+3)^2 - (x+2)^2] + \dots \\ &+ [(x+49)^2 - (x+48)^2] = 0 \\ \Rightarrow (2x+1) + (2x+5) + (2x+9) + \dots + (2x+97) &= 0 \end{aligned}$$

حال یک دنباله حسابی با جمله اول $2x+1$ و قدرنسبت ۴ داریم که مجموع جملات آن برابر صفر است. تعداد جملات برابر ۲۵ ناست، بنابراین:

$$S_{25} = 0 \Rightarrow (a_1 + a_{25}) \frac{n}{2} = 0 \Rightarrow a_1 + a_{25} = 0$$

$$\Rightarrow 2x+1 + 2x+97 = 0 \Rightarrow x = -\frac{49}{2}$$

$$k = -\frac{49}{2} \Rightarrow |2k+1| = 48$$

ابتدا عبارت صورت را می‌یابیم: **۱ ۱۰**

$$\begin{cases} r = \frac{1}{x} \\ a_1 = x^{14} \end{cases} \Rightarrow S_{15} = x^{14} + x^{12} + x^{10} + \dots + x^2 + x + 1$$

$$S_{15} = \frac{a_1(1-r^{15})}{1-r} = \frac{x^{14}(1-\frac{1}{x^{15}})}{1-\frac{1}{x}} = \frac{x^{14}-1}{x-x^{-1}} \Rightarrow S_{15} = \frac{x^{15}-1}{x-1}$$

حال در مخرج داریم:

$$\begin{cases} r = \frac{1}{x^2} \\ a_1 = x^{12} \end{cases} \Rightarrow S_{\Delta} = x^{12} + x^8 + x^4 + x^0 + 1$$

$$S_{\Delta} = \frac{a_1(1-r^5)}{1-r} = \frac{x^{12}(1-\frac{1}{x^{10}})}{1-\frac{1}{x^2}} = \frac{x^{12}-x^2}{x^2-x^{-2}}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta} = \frac{x^{15}-1}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\frac{x^{15}-1}{x^2-1}}{\frac{x^{15}-1}{x-1}} = \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1} = (x^2+x-7)+8 = 0+8=8$$

برای مثال اگر $n=1$ باشد، آن‌گاه: **۳ ۱۱**

$$R - (1, 2) = (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$$

تابع $y=2x$ در بازه $[0, 2]$ تابعی خطی است که از دو نقطه $(0, 0)$ و $(2, 4)$ عبور می‌کند و برای این‌که معادله داده شده دارای بی‌شمار جواب باشد بایستی سمت راست معادله، تابع $y=|kx+m|$ که فرمی خطی دارد بر این خط منطبق باشد و از آن دو نقطه عبور کند:

$$\begin{cases} y=|kx+m| \xrightarrow{(0,0)} 0=|m| \Rightarrow m=0 \\ y=|kx+m| \xrightarrow{(2,4)} |2k|=4 \Rightarrow |k|=2 \Rightarrow k^2=4 \\ \Rightarrow \frac{m+1}{k^2} = \frac{1}{4} = 0.25 \end{cases}$$

طبق بررسی دامنه: **۳ ۷**

$$x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$$

$$\Rightarrow x^2 + (k+2)x + (-2k^2+k+1) \neq 0 \Rightarrow (x+1+2k)(x+1-k) \neq 0$$

$$\Rightarrow x \neq -2k-1, x \neq k-1$$

حال معادله را حل می‌کنیم:

$$(x+1+2k)(x-2) = x^2 + (k+2)x + 1 - 2k^2 + k$$

$$\Rightarrow x^2 + (2k-1)x - 2 - 2k^2 + k = x^2 + (k+2)x + 1 - 2k^2 + k$$

$$\Rightarrow (2k-3)x = -2k^2 + 7k + 3$$

اگر این معادله جواب نداشته باشد، دو حالت رخ می‌دهد.

الف) به حالت غیرممکن رسیده‌ایم، ضریب x صفر و عدد ثابت غیر صفر شود:

$$2k-3=0, -2k^2+7k+3 \neq 0 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

ب) جواب آن برابر اعدادی است که در دامنه نیست:

$$x = \frac{-2k^2+7k+3}{2k-3} = 2, -2k-1, k-1$$

$$\begin{cases} \frac{-2k^2+7k+3}{2k-3} = 2 \Rightarrow 2k^2 - 2k - 9 = 0 \Rightarrow k = 3, -\frac{3}{2} \\ \frac{-2k^2+7k+3}{2k-3} = -2k-1 \Rightarrow 2k^2 + 2k = 0 \Rightarrow k = 0, -\frac{3}{2} \\ \frac{-2k^2+7k+3}{2k-3} = k-1 \Rightarrow k^2 - 2k = 0 \Rightarrow k = 0, 2 \end{cases}$$

پس مجموعه جواب k به صورت $\{0, 2, -\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\}$ است.

چون جواب قدرمطلق همیشه نامنفی است، پس $x \geq 0$ و در نتیجه صورت سؤال به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$||2x-1|-1|-1| = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ||2x-1|-1|-1 = x \Rightarrow ||2x-1|-1| = x+1 \quad (*) \\ ||2x-1|-1|-1 = -x \Rightarrow ||2x-1|-1| = -x+1 \quad (**) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (*) \Rightarrow \begin{cases} |2x-1|-1 = x+1 \Rightarrow |2x-1| = x+2 \\ \Rightarrow \begin{cases} 2x-1 = x+2 \Rightarrow x=3 \quad (\checkmark) \\ 2x-1 = -x-2 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} < 0 \text{ غیرممکن} \end{cases} \\ |2x-1|-1 = -(x+1) \Rightarrow |2x-1| = -x \end{cases} \end{aligned}$$

$$(**) \Rightarrow ||2x-1|-1| = -x+1 \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ که داریم، } -x+1 \geq 0$$

۱ ۱۹

$$\text{اگر } n=1 \Rightarrow n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 36 = 9 \times 4$$

$$\text{اگر } n=2 \Rightarrow 2^2 + 3^2 + 4^2 = 9 \times 11$$

$$\text{اگر } n=3 \Rightarrow 3^2 + 4^2 + 5^2 = 9 \times 24$$

نتیجه می‌گیریم اعضای A همگی مضرب ۹ هستند، بنابراین $A \subseteq B$.

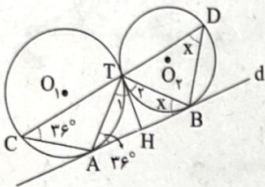
۲ ۲۰

$$U = \{1, 2, 3\} \Rightarrow P(U) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset\}$$

$$A = \{1, 2\} \Rightarrow P(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \emptyset\}$$

$$\Rightarrow (P(A))' = \{\{3\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

از نقاط A و B به نقطه T وصل می‌کنیم.



$$\begin{cases} \text{ظلی } \hat{T}_1 = \hat{T}AB = \frac{\widehat{AT}}{r} \Rightarrow AH = TH \\ \text{ظلی } \hat{T}_2 = \hat{T}BA = \frac{\widehat{BT}}{r} \Rightarrow BH = TH \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{میانۀ } TH = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \hat{ATB} = 90^\circ$$

از طرفی:

$$\text{محاطی } \hat{TC}A = \hat{T}AB = \text{ظلی} = 36^\circ$$

$$\text{محاطی } \hat{T}DB = \hat{T}BA = \text{ظلی} = x$$

$$\Delta \text{ATB: } 36^\circ + 90^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 54^\circ$$

روش اول: ۴ ۲۲



$$\text{محاطی } \hat{A} = \frac{1}{2}\widehat{BC} = \alpha$$

$$\text{مرکزی } \hat{B}OC = \widehat{BC} = 2\alpha$$

$$2\alpha = \frac{2\alpha + 20^\circ + 20^\circ}{2} \Rightarrow 4\alpha = 2\alpha + 40^\circ \Rightarrow 2\alpha = 40^\circ$$

روش دوم: با توجه به شکل:

$$2\alpha = 40^\circ$$

۴ ۱۲

هر دو سور استفاده شده، سور وجودی می‌باشد، پس چنانچه اگر تنها یک مورد هم پیدا کنیم که $p(x, y)$ درست باشد، کل گزاره درست می‌باشد، حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

بررسی گزینه‌ها:

(۱) اگر $x=1$ و $y=-2$ باشد، $3x+y=1$ است و گزاره درست است.

(۲) اگر $x=2$ و $y=3$ باشد، $5x+y=13$ است و گزاره درست است.

(۳) اگر $x=1$ و $y=13$ باشد، $xy=13$ است و گزاره درست است.

(۴) هیچ دو عدد صحیحی یافت نمی‌شود که $x^2 + 2y^2 = 5$ شود.

بررسی گزینه‌ها: ۲ ۱۳

(۱) در حالتی که p و r نادرست باشند، گزاره نادرست است.

(۲) چون q نادرست، پس تالی همواره درست و در نتیجه ارزش گزاره شرطی همواره درست است.

(۳) در حالتی که r نادرست باشد، ارزش گزاره نادرست است.

(۴) در حالتی که p نادرست باشد، گزاره نادرست می‌شود.

بررسی گزینه‌ها: ۳ ۱۴

$$1) (q \wedge r) \Rightarrow r \equiv (F \wedge r) \Rightarrow r \equiv F \Rightarrow r \equiv T$$

$$2) (q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv (F \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow T) \equiv r \Rightarrow T \equiv T$$

$$3) (\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q) \equiv (T \Rightarrow T) \Leftrightarrow (T \Leftrightarrow F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

$$4) (\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q \equiv (F \Rightarrow r) \Rightarrow T \equiv T \Rightarrow T \equiv T$$

$$\sim[(\exists x \in \mathbb{R}; x > 1) \vee (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0)]$$

$$\equiv \sim(\exists x \in \mathbb{R}; x > 1) \wedge \sim(\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0)$$

$$\equiv (\forall x \in \mathbb{R}; x \leq 1) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0)$$

۴ ۱۵

۲ ۱۶

$$2^m = 2^n + 112 \Rightarrow 2^m - 2^n = 112 \Rightarrow 2^n(2^{m-n} - 1) = 2^4 \times 7$$

$$\begin{cases} 2^n = 2^4 \Rightarrow n = 4 \\ \Rightarrow 2^{m-n} - 1 = 7 \Rightarrow 2^{m-4} = 8 \\ \Rightarrow 2^{m-4} = 2^3 \Rightarrow m - 4 = 3 \Rightarrow m = 7 \end{cases}$$

$$m + n = 7 + 4 = 11$$

$$n(P(A)) = 2^0 = 1 \Rightarrow n(P(P(A))) = 2^1 = 2$$

$$\Rightarrow n(P(P(P(A)))) = 2^2 = 4$$

۴ ۱۷

۳ ۱۸

روش اول: تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر 2^n است پس داریم:

$$2^n = 128 \Rightarrow n = 7$$

اگر به روش کدگذاری زیرمجموعه‌های A را بنویسیم دارای ۳ عدد ۱ و ۴ عدد صفر است که چنانچه صفرها را در یک صف قرار دهیم، ۵ جای خالی وجود دارد که اعداد ۱ باید بین آن‌ها صف شود.

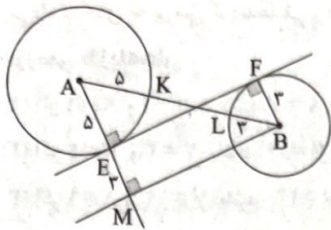
$$\binom{5}{3} = 10$$

روش دوم:

$$\{1, 3, 5\}, \{1, 3, 6\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 4, 6\}, \{1, 4, 7\}, \{1, 5, 7\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}$$

۲۷ از B به موازات EF پاره خط BM را رسم می‌کنیم، چهارضلعی

EFBM مستطیل است، بنابراین:



$$\begin{cases} BL = FB = 2 \Rightarrow ME = 2 \\ AK = AE = 5 \end{cases} \Rightarrow AM = 8$$

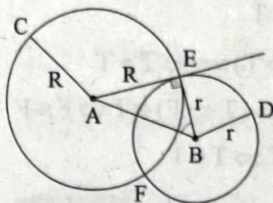
FE = MB = 15

Δ AMB: $AB^2 = 15^2 + 8^2 \Rightarrow AB^2 = 225 + 64 \Rightarrow AB = 17$

$AB = AK + KL + LB \Rightarrow 17 = 5 + KL + 2 \Rightarrow KL = 9$

۲۸ با توجه به شکل، AE مماس و BE شعاع دایره:

پس $\angle AEB = 90^\circ$



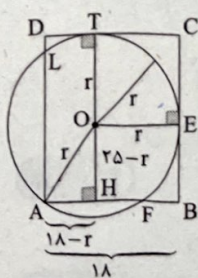
Δ AEB: $AB^2 = r^2 + R^2 \Rightarrow 15^2 = r^2 + R^2 \Rightarrow r^2 + R^2 = 225$

$r + R = 21 \Rightarrow (r + R)^2 = 21^2 \Rightarrow r^2 + R^2 + 2rR = 441$

$\Rightarrow 225 + 2rR = 441 \Rightarrow rR = 108$

$S_{\Delta ABE} = \frac{R \cdot r}{2} = \frac{108}{2} = 54$

۲۹ با توجه به شکل:



$\angle D\hat{T}O = \angle C\hat{E}O = 90^\circ$

$AD = 25 \Rightarrow OH = 25 - r$

$AB = 18 \Rightarrow AH = 18 - r$

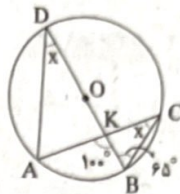
Δ OHA: $r^2 = (25 - r)^2 + (18 - r)^2$

$\Rightarrow r^2 = 625 + r^2 - 50r + 324 + r^2 - 36r$

$\Rightarrow r^2 - 86r + 949 = 0$

$\Rightarrow (r - 13)(r - 73) = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = 13 \text{ قی غ} \\ r = 73 \text{ قی غ} \end{cases}$

۲۳ با توجه به شکل:



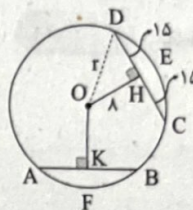
محاطی $\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = x \Rightarrow \widehat{AB} = 2x$

محاطی $\hat{B} = 65^\circ \Rightarrow \widehat{DC} = 130^\circ$

$\widehat{AKB} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{DC}}{2} \Rightarrow 100^\circ = \frac{2x + 130^\circ}{2}$

$\Rightarrow 200^\circ - 130^\circ = 2x \Rightarrow 2x = 70^\circ \Rightarrow x = 35^\circ$

۲۴ از مرکز O به D وصل می‌کنیم:



فرض: $\widehat{DEC} = \widehat{AFB} \Rightarrow DC = AB$

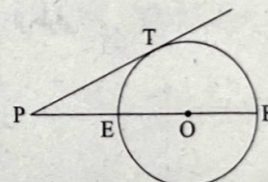
$\Rightarrow 4x + 2 = 5x - 5 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow DC = 30 \Rightarrow DH = CH = 15$

$DC = AB \Rightarrow OH = OK \Rightarrow y + 5 = 2y - 1$

$\Rightarrow y = 3 \Rightarrow OH = OK = 8$

Δ OHD: $r^2 = 15^2 + 8^2 \Rightarrow r^2 = 225 + 64 = 289 \Rightarrow r = 17$

۲۵ با توجه به شکل داریم:



$PT^2 = PE \cdot PF$

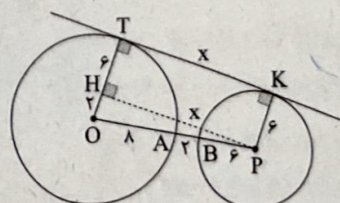
$\Rightarrow (4x + 3)^2 = (2x + 3)(8x + 1)$

$\Rightarrow 16x^2 + 24x + 9 = 16x^2 + 24x + 24x + 3$

$\Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$

$PT = 4x + 3 = 4(3) + 3 = 15$

۲۶ PH را به موازات TK رسم می‌کنیم. چهارضلعی PHTK مستطیل است.



$TK = PH = x, PB = PK = TH = 6$

$OT = 8 \xrightarrow{TH=6} OH = 2$

Δ PHO: $x^2 + 2^2 = 16^2 \Rightarrow x^2 = 252 \Rightarrow x = 6\sqrt{7}$

نیروی که میدان به ذره باردار وارد می‌کند، در خلاف جهت میدان الکتریکی است، بنابراین کاری که میدان الکتریکی روی ذره انجام می‌دهد، منفی است، بنابراین:

$$K_B = K_A - |W_E| \quad (1)$$

با توجه به رابطه کار میدان الکتریکی داریم:

$$W_E = |q|Ed \cos \theta \xrightarrow[\text{ثابت: } d_{AB}]{\text{ثابت: } |q|} W_E \propto E$$

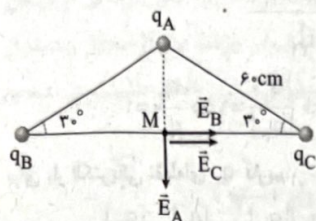
$$\xrightarrow{E_p > E_1 > E_r} |W_{E_p}| > |W_{E_1}| > |W_{E_r}| \quad (2)$$

در نتیجه با توجه به روابط (1) و (2) داریم:

$$K_p < K_1 < K_r$$

ابتدا میدان الکتریکی حاصل از هر کدام از بارها را در نقطه M

رسم می‌کنیم:



فاصله هر کدام از بارها را تا نقطه M به دست می‌آوریم:

$$r_A = 60 \times \sin 30^\circ = 60 \times \frac{1}{2} = 30 \text{ cm}$$

$$r_B = r_C = 60 \times \cos 30^\circ = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3} \text{ cm}$$

با توجه به این‌که بارهای qB و qC هم‌اندازه هستند و فاصله آن تا نقطه M یکسان است، بنابراین بزرگی میدان حاصل از آن‌ها در نقطه M، برابر است، بنابراین:

$$E_B = E_C = \frac{k|q_B|}{r_B^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6}}{(30\sqrt{3} \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 6 \times 10^3}{9 \times 3 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^5 \text{ N/C}$$

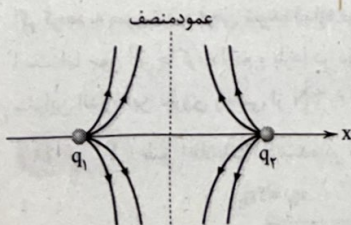
بزرگی میدان حاصل از بار qA در نقطه M برابر است با:

$$E_A = \frac{k|q_A|}{r_A^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(30 \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 4 \times 10^3}{9 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$$

بنابراین بزرگی برابندی میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار در نقطه M برابر است با:

$$E = \sqrt{E_A^2 + E_{B,C}^2} = \sqrt{(4 \times 10^5)^2 + (2 \times 10^5)^2} = 4\sqrt{5} \times 10^5 \text{ N/C}$$

اگر خطوط میدان الکتریکی حاصل از دو بار را رسم کنیم، داریم:

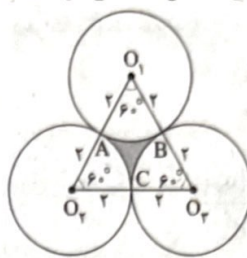


با توجه به شکل بالا مشاهده می‌شود که برابندی میدان‌های حاصل از دو بار در فواصل بی‌نهایت دور، صفر است و در وسط بین دو بار نیز برابندی میدان‌ها صفر می‌شود.

با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \quad \Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta V = \frac{-W_E}{q} \Rightarrow |\Delta V| = \frac{|W_E|}{|q|}$$

مثلاً O_1, O_2, O_3 متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴ سانتی‌متر است.



$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{مثلث}} - 3 \times S_{\text{قطاع}}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{4^2 \times \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{\pi \times 2^2 \times 60^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi}{3}$$

$$S_{\text{رنگی}} = 4\sqrt{3} - 3 \times \frac{2\pi}{3} = 4\sqrt{3} - 2\pi$$

فیزیک



هر چهار پدیده منشأ الکتریکی دارند.

دقت کنید: درخشش لامپ‌ها، آنچه آن‌ها را به شکل مولکول به هم پیوند می‌دهد و قابلیت چسبیدن نوار سلولفان بر دیواره ظروف نیز پدیده‌هایی هستند که منشأ الکتریکی دارند.

با توجه به جهت میدان الکتریکی که از بالا به سمت پایین است و همچنین منفی بودن بار گلوله، نتیجه می‌گیریم که نیروی الکتریکی وارد بر گلوله به سمت بالا می‌باشد و اندازه آن برابر است با:

$$F_E = E|q| \xrightarrow{E = \frac{|\Delta V|}{d}} F_E = \frac{|\Delta V|}{d} \times |q|$$

$$\Rightarrow F_E = \frac{100}{5 \times 10^{-2}} \times 1/5 \times 10^{-12} = 2 \times 10^{-9} \text{ N}$$

علاوه بر نیروی الکتریکی، نیروی وزن نیز به گلوله وارد می‌شود، بنابراین:

$$W = mg = 2 \times 10^{-10} \times 10 = 2 \times 10^{-9} \text{ N}$$

بزرگی برابندی نیروهای وارد بر گلوله برابر است با:

$$F_{\text{net}} = F_E - W = 2 \times 10^{-9} - 2 \times 10^{-9} = 1 \times 10^{-9} \text{ N}$$

با توجه به این‌که $F_E > W$ است، پس گلوله به سمت بالا حرکت می‌کند. حال با توجه به قانون دوم نیوتون، اندازه شتاب حرکت گلوله را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 1 \times 10^{-9} = 2 \times 10^{-10} \times a \Rightarrow a = \frac{5 \text{ m}}{\text{s}^2}$$

بردار سرعت گلوله در 0/1s بعد برابر است با:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow +5 \vec{j} = \frac{\Delta \vec{v}}{0/1} \Rightarrow \Delta \vec{v} = +0/5 \vec{j} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \Rightarrow \vec{v}_p - \vec{v}_i = 0/5 \vec{j}$$

$$\xrightarrow{v=0} \vec{v}_p = 0/5 \vec{j} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

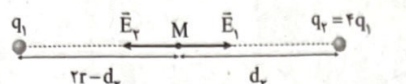
با توجه به تراکم خطوط میدان الکتریکی می‌توان نتیجه گرفت که میدان در شکل «ب» از میدان در شکل‌های «الف» و «ج» قوی‌تر است. همچنین میدان الکتریکی شکل «ج» از میدان شکل «الف» نیز ضعیف‌تر است.

با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_E} W_E = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_E = K_B - K_A \Rightarrow K_B = K_A + W_E$$

در حالت دوم، فاصله بین دو بار برابر ۲r شده و میدان در فاصله d_p از بار q_p صفر شده است، بنابراین:



$$E_M = 0 \Rightarrow E_1 = E_p \Rightarrow \frac{k|q_1|}{(2r - d_p)^2} = \frac{k|q_p|}{d_p^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d_p^2}{(2r - d_p)^2} = \frac{|q_p|}{|q_1|} = 4 \Rightarrow \frac{d_p}{2r - d_p} = 2 \Rightarrow d_p = \frac{2}{3}r$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

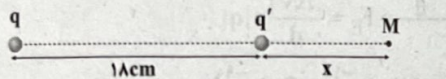
$$\frac{d_p}{d_1} = \frac{\frac{2}{3}r}{\frac{1}{3}r} = 4$$

۴۲ با توجه به رابطه بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار داریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{|q'|}{|q|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \rightarrow r = r'$$

$$\frac{E}{9E} = \frac{|q'|}{|q|} \Rightarrow |q| = 9|q'|$$

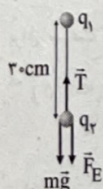
حال با توجه به این که دو ذره باردار، ناهمنام هستند، برآیند میدان‌های الکتریکی در نقطه‌ای خارج از فاصله بین دو بار، نزدیک به بار کوچک‌تر، صفر است. از آن جا که $|q'|$ کوچک‌تر است، داریم:



$$E = E' \Rightarrow \frac{|q|}{(18+x)^2} = \frac{|q'|}{x^2} \Rightarrow \frac{9|q'|}{(18+x)^2} = \frac{|q'|}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{18+x} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 9 \text{ cm}$$

۴۳ مطابق شکل زیر، بر گلوله پایینی نیروهای وزن و دافعه الکتریکی به سمت پایین و نیروی کشش نخ به سمت بالا وارد می‌شوند. چون گلوله‌ها در حال تعادل هستند، برآیند نیروهای وارد بر هر یک برابر با صفر است، در نتیجه برای گلوله پایینی داریم:



$$T = F_E + mg \Rightarrow 3 = F_E + 0.2 \times 10 \Rightarrow F_E = 1 \text{ N}$$

حال با استفاده از قانون کولن داریم:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 1 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1| \times 5 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow |q_1| = 2 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow |q_1| = 2 \mu\text{C}$$

۳۷ بار هر کدام از کره‌ها پس از تماس برابر است با:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{15q_p + q_p}{2} = 8q_p$$

با توجه به قانون کولن داریم:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q_1'|}{|q_1|} \times \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{16|q_p|}{15|q_p|} \times \frac{16|q_p|}{|q_p|} \times 1 = \frac{64}{15}$$

۳۸ برای آن که برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی، صفر باشد، باید بارهای q_1 و q_p همنام و بار q_p ناهمنام با آن‌ها باشد. حال برای بار الکتریکی نقطه‌ای q_p داریم:

$$F_{12} = F_{p2} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k|q_p||q_2|}{r_{p2}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{d^2} = \frac{|q_p|}{d^2} \Rightarrow |q_1| = |q_p| \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_p|} = 1 \Rightarrow \frac{q_1}{q_p} = 1$$

برای بار الکتریکی نقطه‌ای q_p داریم:

$$F_{12} = F_{p2} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k|q_p||q_2|}{r_{p2}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_{12}^2} = \frac{|q_p|}{r_{p2}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{4d^2} = \frac{|q_p|}{d^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_p|} = 4 \Rightarrow \frac{q_1}{q_p} = -4$$

۳۹ بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذره از رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$

به دست می‌آید و با توجه به این که $|q_1| > |q_p|$ است، بنابراین $E_1 > E_p$ می‌باشد. طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که بار q_1 به بار q_p وارد می‌کند، هم‌اندازه با نیرویی است که بار q_p به بار q_1 وارد می‌کند.

۴۰ بار کره اول برابر است با:

$$q_1 = ne = 1.6 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{-6} \times 10^6 = 1.6 \times 10^{-6} \text{ C} = 1.6 \mu\text{C}$$

بار کره‌ها پس از تماس برابر است با:

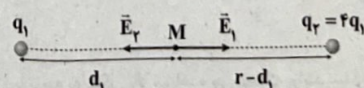
$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{1.6 + 0}{2} = 0.8 \mu\text{C}$$

با استفاده از قانون کولن داریم:

$$F = \frac{k|q_1'||q_2'|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 0.8 \times 10^{-6} \times 0.8 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 6/4 \text{ N}$$

اگر کره‌ها به صورت ذره فرض شوند، اندازه نیروی رانشی بین آن‌ها برابر $6/4 \text{ N}$ است. اما چون این جا کره داریم و بارها در دورترین فاصله از هم قرار می‌گیرند، بنابراین اندازه این نیروی رانشی از $6/4 \text{ N}$ کوچک‌تر است.

۴۱ طبق اطلاعات داده شده در سؤال داریم:



$$E_M = 0 \Rightarrow E_1 = E_p \Rightarrow \frac{k|q_1|}{d_1^2} = \frac{k|q_p|}{(r - d_1)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(r - d_1)^2}{d_1^2} = \frac{|q_p|}{|q_1|} = 4 \Rightarrow \frac{r - d_1}{d_1} = 2 \Rightarrow d_1 = \frac{1}{3}r$$

۴۸ ۴ با توجه به این که کره های A و B مشابه هستند، بنابراین بعد از تماس بار آن‌ها با هم برابر می‌شود و بار هر کدام از آن‌ها بعد از تماس را با q' نشان می‌دهیم. اگر بار کره C پس از تماس را نیز با q'_C نشان دهیم، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$q_A + q_B + q_C = q' + q' + q'_C \\ \Rightarrow (-4) + (+4) + (-8) = 2q' - 6 \Rightarrow 2q' = -2 \Rightarrow q' = -1 \mu C$$

۴۹ ۲ با توجه به این که برابری میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای همان در نقطه M صفر شده است، میتوان نتیجه گرفت که نقطه M روی خط واصل بین دو بار قرار دارد و هم‌چنین به بار کوچک‌تر نزدیک‌تر است.

برای صفر ماندن برابری میدان‌ها در نقطه M باید جابه‌جایی بارها نیز به همان نسبت بارها باشد ولی با یکسان جابه‌جا کردن بارها، بار کوچک‌تر بیشتر از نسبت فوق جابه‌جا شده است، پس میدان بزرگ‌تری خواهد داشت و در نتیجه میدان به سمت بار بزرگ‌تر خواهد بود.

۵۰ ۲ بارها در حالت جدید برابر هستند با:

$$q'_1 = q - \frac{1}{5}q = \frac{4}{5}q \\ q'_2 = -q + \frac{1}{5}q = -\frac{4}{5}q$$

با توجه به قانون کولن داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \quad F' = F \rightarrow 1 = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \\ \Rightarrow \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{r}{r'} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{4}{5}$$

۵۱ ۲ فرض کنید x درصد از بار q_2 را به بار q_1 منتقل کرده‌ایم:

$$F' = \frac{k|q'_1||q'_2|}{r^2} = \frac{k(|q_1| + x|q_2|)(|q_2| - x|q_2|)}{r^2} \\ \xrightarrow{q_2 = 2q_1} F' = \frac{k(q_1 + x \times 2q_1)(2q_1 - x \times 2q_1)}{r^2} \\ \Rightarrow F' = \frac{kq_1 \times 2q_1(1 + 2x)(1 - x)}{r^2} = \frac{2kq_1^2}{r^2}(1 + x - 2x^2)$$

حال باید مقدار بیشینه تابع به دست آمده را محاسبه کنیم. همان‌طور که می‌دانیم، در توابع درجه دو به فرم $y = ax^2 + bx + c$ برای به دست آوردن رأس سهمی می‌توانیم از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ استفاده کنیم، بنابراین:

$$x = -\frac{1}{2 \times (-2)} = \frac{1}{4} = 25\%$$

۵۲ ۴ با توجه به قانون کولن داریم:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 0.02 = \frac{9 \times 10^9 \times 5|q_1|}{r^2} \\ \Rightarrow |q_1|^2 = 4 \times 10^{-12} \Rightarrow |q_1| = 2 \times 10^{-6} C \\ |q_1| = ne \Rightarrow 2 \times 10^{-6} = n \times (1.6 \times 10^{-19}) \Rightarrow n = 1.25 \times 10^{13}$$

۴۴ ۳ بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در نقطه O برابر است با:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 12 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 12 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

با توجه به این که میدان‌های \vec{E}_1 و \vec{E}_2 در نقطه O بر هم عمود هستند، بنابراین:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow 12 \times 10^7 = \sqrt{(12 \times 10^7)^2 + E_2^2} \\ \Rightarrow E_2 = 5 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \quad E_2 = 5 \times 10^7 \frac{N}{C} \rightarrow 5 \times 10^7 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{9 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow |q_2| = 5 \times 10^{-6} C$$

$$\Rightarrow |q_2| = 5 \mu C \xrightarrow{q_2 > 0} q_2 = 5 \mu C$$

۴۵ ۱ می‌دانیم نیروی مقاومت هوا همیشه در خلاف جهت حرکت

جسم به آن وارد می‌شود، بنابراین نیروهای وارد بر ذره در این جابه‌جایی به شکل زیر است:



با توجه به این که ذره با تندی ثابت مسیر A تا B را طی کرده است، بنابراین طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = 0 \Rightarrow W_E + W_{mg} + W_{f_D} = 0$$

$$\Rightarrow E|q|d \cos \theta + mg \Delta h + W_{f_D} = 0$$

$$\Rightarrow (5 \times 10^4 \times 2 \times 10^{-6} \times \frac{1}{10} \times (-1)) + (0.02 \times 10 \times \frac{1}{10}) + W_{f_D} = 0$$

$$\Rightarrow (-0.01) + (0.02) + W_{f_D} = 0 \Rightarrow W_{f_D} = -0.01 J$$

طبق رابطه کار انجام شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W_{f_D} = f_D d \cos \theta \Rightarrow -0.01 = f_D \times \frac{1}{10} \times (-1) \Rightarrow f_D = 0.1 N$$

۴۶ ۱ اگر بار الکتریکی الکتروسکوپ، مثبت باشد، با نزدیک کردن

تدریجی میله با بار منفی به کلاهک الکتروسکوپ، تعدادی از الکترون‌های آزاد کلاهک الکتروسکوپ به علت نیروی رانشی بار میله، به ورقه‌های الکتروسکوپ انتقال یافته و باعث کاهش بار اضافی مثبت ورقه‌ها می‌شوند. بنابراین زاویه بین ورقه‌ها کاهش می‌یابد و در فاصله مناسبی از میله با کلاهک، این زاویه به صفر می‌رسد و دو ورقه به هم می‌چسبند. اما اگر میله را از این فاصله بیشتر به کلاهک نزدیک کنیم، مجدداً تعدادی دیگری از الکترون‌های آزاد کلاهک به تدریج به ورقه‌ها انتقال می‌یابند، در نتیجه هر دو ورقه دارای بار اضافی منفی می‌شوند، بنابراین به علت نیروی دافعه بین بار همنام دو ورقه، زاویه دو ورقه افزایش می‌یابد، یعنی ورقه‌ها از هم باز می‌شوند.

۴۷ ۲ جهت خطوط میدان الکتریکی همواره از پتانسیل الکتریکی

بیشتر به پتانسیل الکتریکی کم‌تر است. در این سؤال، نقطه B در سطح پتانسیل بالاتری نسبت به پتانسیل الکتریکی نقطه A قرار گرفته است.

اندازه هر یک از نیروهای \vec{F}_{r1} و \vec{F}_{r2} برابر است با:

$$F_{r1} = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} = 10 \text{ N}$$

$$F_{r2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 \text{ N}$$

با استفاده از قانون کولن داریم:

$$\begin{cases} F_{r1} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \Rightarrow 10 = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \\ F_{r2} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{21}^2} \Rightarrow 5 = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{21}^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_{12}}{r_{21}}\right)^2 \xrightarrow{r_{12}=r_{21}} \frac{10}{5} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = 2$$

از طرفی با توجه به جهت بردارهای نیروهای وارد بر بار q_1 داریم:

$$\begin{cases} q_1 q_2 < 0 \\ q_1 q_2 < 0 \end{cases} \Rightarrow q_1 q_2 > 0$$

$$\frac{q_2}{q_1} = 2$$

بنابراین:

شیمی



۵۶ ۲ A و X به ترتیب، کربن (گرافیت) و ژرمانیم هستند.

به جز ویژگی نخست، سایر ویژگی‌ها برای این دو عنصر، مشابه هم است.

بررسی ویژگی‌ها:

- گرافیت، کدر و مات است در حالی که ژرمانیم سطح درخشانی دارد.
- هر دو عنصر، جریان الکتریسیته را از خود عبور می‌دهند، هر چند ژرمانیم، رسانایی الکتریکی کمی دارد.
- هر دو عنصر در گروه چهاردهم جدول جای دارند و آرایش الکترونی آخرین زیرلایه آن‌ها به صورت np^2 است.
- هر دو عنصر در برابر ضربه، خرد می‌شوند.
- هر دو عنصر در واکنش با سایر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارند.

۵۷ ۲ پنج دورهٔ نخست جدول شامل ۵۴ عنصر است که ۲۰ عنصر

جزء عنصرهای دسته d (واسطه) بوده و ۳۴ عنصر دیگر جزء عنصرهای اصلی هستند:

$$\frac{34}{54} \times 100 = 63\%$$

۵۸ ۲ آهن اغلب در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود.

۵۹ ۳ بررسی عبارت‌ها:

(آ) اتم‌های شماری از عنصرهای واسطه، بیش از ۷ الکترون ظرفیتی دارند، در حالی که شمار الکترون‌های ظرفیتی هالوژن‌ها برابر با ۷ است.

(ب) برم در دما و فشار اتاق به حالت مایع است و مجموع n و l الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ اتم آن ($4p^5$) برابر با ۲۵ است:

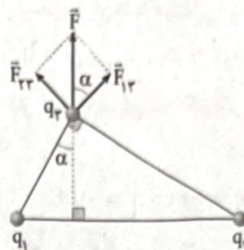
(پ) کلر در دمای اتاق به آرامی با گاز H_2 واکنش می‌دهد و مجموع اعداد

کوانتومی اصلی الکترون‌های ظرفیت اتم آن ($3s^2 3p^5$) برابر با ۲۱ است:

$$(2 \times 2) + (5 \times 2) = 21$$

(ت) فلوروتر نخستین هالوژن و فعال‌ترین نافلز جدول دوره‌ای به شمار می‌آید.

۵۲ ۲ نیروی \vec{F} را به مؤلفه‌های قائم و افقی آن تجزیه می‌کنیم:



$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{2/5}{6} = \frac{5}{12} \\ \tan \alpha = \frac{F_{r2}}{F_{r1}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{r2}}{F_{r1}} = \frac{5}{12} (*)$$

حال با توجه به قانون کولن داریم:

$$\frac{F_{r2}}{F_{r1}} = \frac{|q_2| \times |q_2|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r_{12}}{r_{21}}\right)^2 \xrightarrow{(*)} \frac{5}{12} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{2/5}{6}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{|q_2|}{5} \times \frac{25}{144} \Rightarrow |q_2| = 12 \mu\text{C} \xrightarrow{q_2 > 0} q_2 = 12 \mu\text{C}$$

۵۴ ۲ با توجه به ویژگی کوانتیده بودن بار الکتریکی، تعداد

الکترون‌های مبادله‌شده (n) را محاسبه می‌کنیم. اگر n عددی صحیح باشد، آن‌گاه چنین باری وجود دارد.

بررسی موارد:

الف) $q = ne \Rightarrow 3 \times 10^{-4} \times 10^{-12} = n \times 1.6 \times 10^{-19}$

$$\Rightarrow n = \frac{3 \times 10^{-16}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.875 \times 10^3 = 1875 \quad (\checkmark)$$

ب) $q = ne \Rightarrow 16 \times 10^{-8} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 10 \times 10^{11} \quad (\checkmark)$

ج) $q = ne \Rightarrow 48 \times 10^{-9} = n \times 1.6 \times 10^{-19}$

$$\Rightarrow n = \frac{48 \times 10^{-9}}{1.6 \times 10^{-19}} = 30 \times 10^{10} \quad (\checkmark)$$

د) $q = ne \Rightarrow 1.28 \times 10^{-14} \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19}$

$$\Rightarrow n = \frac{1.28 \times 10^{-20}}{1.6 \times 10^{-19}} = 0.8 \times 10^{-1} \quad (*)$$

۵۵ ۱ بردار نیروی وارد بر بار q_2 از طرف بار q_1 در SI برابر

با $\vec{F}_2 = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ است، بنابراین طبق قانون سوم نیوتون، بردار نیروی واردشده از طرف بار q_2 بر بار q_1 در SI برابر است با:

$$\vec{F}_1 = -6\vec{i} - 8\vec{j} \text{ (N)}$$

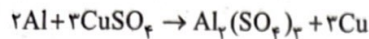
بردار نیروی برابری وارد بر بار q_1 از طرف دو بار q_2 و q_3 در SI برابر است با:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r2} \Rightarrow -2\vec{i} - 11\vec{j} = \vec{F}_{r1} + (-6\vec{i} - 8\vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{r1} = 4\vec{i} - 3\vec{j} \text{ (N)}$$

۶۶ ۲ واکنش پذیری فلز Al از فلز Cu بیشتر بوده و واکنش مورد

نظر به طور طبیعی انجام می‌شود:



بررسی عبارت‌ها:

(آ) در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است.

(ب) Al در مقایسه با Na، واکنش‌پذیری کم‌تری دارد و واکنش فلز Al با محلول $NaNO_3$ به طور طبیعی انجام نمی‌شود.

(پ) Mg در مقایسه با Al واکنش‌پذیری بیشتری دارد و واکنش فلز Mg با محلول $CuSO_4$ با شدت بیشتری انجام می‌شود.

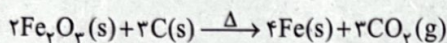
(ت) مجموع ضرایب اجزای واکنش برابر با ۹ است.

۶۷ ۲ به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

• هالوژنی که عدد اتمی آن ۵۳ است، در دمای بالاتر از $400^\circ C$ با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۶۸ ۱ بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) پتاسیم واکنش‌پذیرتر از منیزیم بوده و شرایط نگهداری آن دشوارتر است.
(ت) در واکنش مربوط به استخراج آهن در فولاد مبارکه، به‌ازای تولید ۴ مول آهن، ۳ مول گاز CO_2 آزاد می‌شود:



۶۹ ۴ برای ساخت یک حلقهٔ عروسی از جنس طلا، حدود سه تن

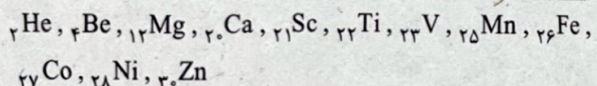
پسماند ایجاد می‌شود.

۷۰ ۳ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند. کربن یک

نافلز بوده و الکترون نمی‌گیرد.

۷۱ ۳ اسکاندیم در برخی شیشه‌ها وجود دارد.

۷۲ ۲ آرایش الکترونی اتم عنصرهای زیر به $(n \leq 4)ns^2$ ختم می‌شود:



• هلیوم گازی شکل است.

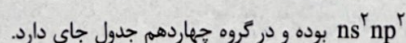
• سه عنصر Be، Mg و Ca متعلق به گروه دوم هستند.

• Ca واکنش‌پذیرترین عنصر این مجموعه است.

۷۳ ۴ فلزهای دسته d به هنگام تشکیل کاتیون، ابتدا الکترون‌های

بیرونی‌ترین زیرلایه (ns) را از دست می‌دهند که $n+1$ آن کوچک‌تر از زیرلایه $(n-1)d$ است.

۷۴ ۱ مطابق داده‌های سؤال، آرایش الکترونی اتم A به صورت



بوده و در گروه چهاردهم جدول جای دارد.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) تمامی عنصرهای گروه چهاردهم در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.

(ب) گرافیت (C) رسانایی الکتریکی بالایی دارد و در اثر ضربه خرد می‌شود.

(پ) فلزهای Sn و Pb در واکنش با نافلزها، الکترون از دست می‌دهند.

(ت) گرافیت جریان گرما را از خود عبور نمی‌دهد.

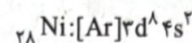
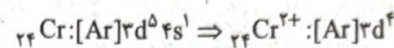
۶۰ ۴ دوره اول جدول تناوبی فاقد عنصر فلزی است.

۶۱ ۳ به‌جز عبارت «ت»، سایر عبارت‌ها درست هستند.

ترکیب‌های A و B به ترتیب CrO و VBr_3 هستند.

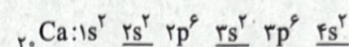
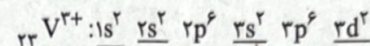
بررسی عبارت‌ها:

(آ) یون Cr^{2+} و اتم Ni^{28} (هشتمین عنصر دسته d دوره چهارم) به ترتیب دارای ۴ و ۸ الکترون در زیرلایه ۳d هستند:



(ب) هر مول VBr_3 شامل ۴ مول یون و هر مول CrO شامل ۲ مول یون است.

(پ) یون V^{3+} همانند اتم Ca^{20} (سومین فلز قلیایی خاکی) شامل ۴ زیرلایهٔ دوالکترونی است:



(ت) نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در CrO برابر با ۱ و در Cu_2S برابر با ۲ است.

۶۲ ۳ بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) نافلز جامد گوگرد به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شود.

(ت) در میان فلزها تنها طلا به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود.

۶۳ ۳ به‌جز مس که واکنش‌پذیری آن کم‌تر از آهن است، سایر

عنصرهای ذکرشده در صورت سؤال برای استخراج آهن از سنگ معدن آن، مناسب هستند.

۶۴ ۳ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

عنصرهای A، X و D به ترتیب Cu^{29} ، Zn^{30} و Ga^{31} هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• هر سه عنصر مس، روی و گالیم فلز بوده و جریان گرما را از خود عبور می‌دهند.

• گالیم جزء عنصرهای اصلی (دسته p)، در حالی‌که روی و مس جزء عنصرهای واسطه (دسته d) هستند.

• واکنش‌پذیری Cu کم‌تر از Zn بوده؛ در نتیجه واکنش میان فلز Cu با کاتیون Zn^{2+} به طور طبیعی پیشرفت نمی‌کند.

• برای نام‌گذاری Zn^{2+} برخلاف یون‌های Cu^+ و Cu^{2+} از عدد رومی استفاده نمی‌شود.

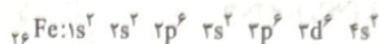
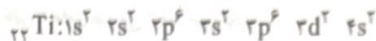
۶۵ ۱ در گروه فلزهای قلیایی خاکی (گروه دوم) از بالا به پایین با

افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی به دلیل افزایش شمار لایه‌های الکترونی، زیاد می‌شود. از طرفی هر فلز قلیایی خاکی نسبت به فلز قلیایی خاکی بالاتر از خود، یک زیرلایهٔ دوالکترونی بیشتر دارد.

با افزایش شعاع اتمی در یک گروه، خاصیت فلزی و واکنش‌پذیری عنصرها نیز

افزایش می‌یابد. به این ترتیب تمایل به تشکیل کاتیون M^{2+} و واکنش با یک هالوژن مانند Cl_2 نیز افزایش می‌یابد.

۷۵ ۴ عنصرهای A و X به ترتیب Ti و Fe هستند:



بررسی عبارتها:

(آ) Fe و Ti جزء عنصرهای واسطه دوره چهارم هستند.

(ب) اتمهای Ti و Fe به ترتیب دارای ۴ و ۸ الکترون ظرفیتی هستند.

(پ) Fe و Ti به ترتیب در گروههای ۴ و ۸ جدول دوره‌ای جای دارند. عدد اتمی فلز قلیایی خاکی دوره سوم (Mg) برابر با ۱۲ است.

(ت) بین Fe و Ti سه عنصر دیگر در جدول دوره‌ای جای دارد. عدد اتمی نخستین فلز قلیایی (Li) برابر با ۳ است.

۷۶ ۱ از نمک‌های فلزهای واسطه مانند M و D که به ترتیب

همان Ni و Fe هستند، در ساخت شیشه‌های رنگی استفاده می‌شود.

یون‌های Fe^{2+} و Ni^{2+} به ترتیب دارای ۸ و ۶ الکترون با $l=2$ هستند.

۷۷ ۴ در رنگ آهن $(\text{Fe}(\text{OH})_3)$ ، یون Fe^{3+} وجود دارد و برای

این‌که این ماده نامحلول را در آب حل کنیم، می‌توان از یک اسید مانند $\text{HCl}(\text{aq})$ استفاده کرد.

۷۸ ۳ با توجه به این‌که در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی

کاهش می‌یابد، مقایسه میان شعاع اتمی عنصرهای داده شده به صورت زیر است:

شعاع اتمی (pm): $\text{Na} > \text{Mg} > \text{S} > \text{Cl}$

(۱۰۰) (۱۰۴) (۱۶۰) (۱۸۴)

از طرفی تفاوت شعاع اتمی عنصرها در ابتدای دوره، بیشتر از انتهای دوره است. به این ترتیب می‌توان نوشت:

$$r_{\text{Na}} - r_{\text{Si}} > r_{\text{Si}} - r_{\text{Cl}} \Rightarrow 184 - r_{\text{Si}} > r_{\text{Si}} - 100$$

$$\Rightarrow 284 > 2r_{\text{Si}} \Rightarrow r_{\text{Si}} < 142 \Rightarrow (1)$$

همچنین در ارتباط با عنصرهای متوالی در این دوره، بیشترین تفاوت در شعاع اتمی مربوط به Al و Si است:

$$r_{\text{Al}} - r_{\text{Si}} > r_{\text{Na}} - r_{\text{Mg}}$$

$$\Rightarrow r_{\text{Al}} - r_{\text{Si}} > 24 \Rightarrow r_{\text{Al}} > r_{\text{Si}} + 24$$

اگر فرض کنیم r_{Si} برابر با ۱۳۸ pm (گزینه (۲)) باشد، در این صورت $r_{\text{Al}} > 162$ خواهد بود که غیرقابل قبول است، زیرا شعاع آلومینیم نمی‌تواند از شعاع منیزیم بیشتر باشد.

در نهایت با توجه به تفاوت ۴ پیکومتری شعاع S و Cl، می‌توان نتیجه گرفت که تفاوت شعاع S و P و نیز تفاوت شعاع Si و P باید بیشتر از ۴ pm باشد و به این ترتیب، شعاع ۱۱۲ pm نیز برای Si غیرقابل قبول است.

۷۹ ۲ سیلیسیم (Si) با این‌که سطح صیقلی دارد، اما در اثر

ضربه خرد می‌شود.

۸۰ ۳ • سه فلز Sn، Pb و Co بدون این‌که قاعده

هشت‌تایی را رعایت کنند، کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهند.

• Sr با رعایت قاعده هشت‌تایی، کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهد.

• Se یک نافلز بوده و آنیون تشکیل می‌دهد.