

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۸/۱۸

# سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	۱۰	اجباری	۱	۱۰	۸۵ دقیقه
		۱۰		۱۱	۲۰	
		۱۰		۲۱	۳۰	
		۵		۳۱	۳۵	
		۵		۳۶	۴۰	
		۵		۴۱	۴۵	
		۱۰		۴۶	۵۵	



## ریاضیات



## حسابان (۲)

۱- اگر  $f(x) = x^3 + 3x - 12$  و دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{x - f^{-1}(x)}$  به صورت بازه  $[a, +\infty)$  باشد، کمترین مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      -۱ (۳)      -۲ (۴)

۲- اگر تابع  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ، تابعی اکیدا یکنوا و گذرنده از مبدأ مختصات و در نقطه  $(-1, 2)$  بر خط  $x = 2$  عمود باشد،

آن‌گاه  $f(4)$  کدام است؟

- ۴ (۱)      -۳ (۲)      -۲ (۳)      -۵ (۴)

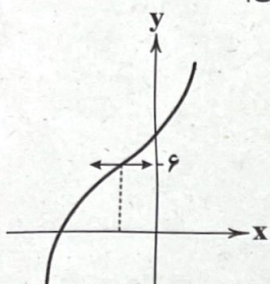
۳- اگر  $f$  تابعی خطی و نمودار تابع  $y = x^3 + 6x^2 + 9x + f(x)$  به صورت شکل زیر باشد، آن‌گاه مقدار  $f(1)$  کدام است؟

۲۰ (۱)

۱۹ (۲)

۱۸ (۳)

۱۷ (۴)



۴- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} 4x+1 & ; x \geq 1 \\ mx+2 & ; x < 1 \end{cases}$  به ازای مقدار  $m$  متعلق به بازه  $[a, b]$  تابعی صعودی باشد، بیشترین مقدار  $b-a$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۵- اگر به ازای مقادیر  $k$  متعلق به بازه  $(a, b)$ ، تابع  $f(x) = k|x-2| + |x-3|$  در بازه  $(-\infty, 3)$  اکیدا نزولی باشد، بیشترین مقدار  $b-a$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۶- اگر تابع  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  بر عبارت  $(x+2)(x^2-1)$  بخش پذیر باشد و از نقطه  $(2, 96)$  عبور کند، آن‌گاه  $a+d$  کدام است؟

- ۲ (۱)      -۴ (۲)      -۶ (۳)      -۸ (۴)

۷- اگر  $x^7 - 3 = 0$  باشد، آن‌گاه حاصل  $(x-1)(x^{14} + x^{15} + x^{16} + \dots + x^{41})$  کدام است؟

- ۷۲۰ (۱)      ۶۴۰ (۲)      ۶۸۶ (۳)      ۵۴۹ (۴)

۸- اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $P(x)$  بر  $x-3$ ،  $x+2$  و  $x^3 - x^2 - 6x$  به ترتیب ۵، ۱۰ و  $ax+b$  باشد، آن‌گاه حاصل  $a \times b$  کدام است؟

- ۱۲ (۱)      -۱۰ (۲)      -۸ (۳)      -۶ (۴)

۹- باقی مانده تقسیم  $x^{11} - x$  بر  $x^2 + x$  کدام است؟

- ۲x (۱)      -x (۲)      -۱ (۳)      -۲ (۴)

۱۰- مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم  $x^8 + 1$  بر  $x^3 - 2$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



## گسسته

۱۱- حاصل  $([a, (a, b)], (a, [a, b]))$  کدام است؟  $(a, b \in \mathbb{N})$

(۱)  $a$  (۲)  $b$  (۳)  $(a, b)$  (۴)  $[a, b]$

۱۲- برای دو عدد طبیعی  $a$  و  $b$  اگر  $(a, b) = 2$  و  $[a, b] = 222$  باشد، کمترین مقدار  $a+b$  کدام است؟

(۱) ۸۱ (۲) ۸۰ (۳) ۸۲ (۴) ۲۲۴

۱۳- اگر برای عدد صحیح  $a$ ، دو عدد  $2a-5$  و  $a^2-6a+3$  نسبت به هم اول نباشند، آنگاه بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن‌ها کدام است؟

(۱) ۲۳ (۲) ۱۹ (۳) ۱۷ (۴) ۱۳

۱۴- اگر باقی مانده تقسیم عدد  $a$  بر  $3$ ،  $4$  و  $5$  به ترتیب برابر  $2$ ،  $3$  و  $4$  باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم عدد  $a$  بر  $30$  کدام است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۹ (۴) ۲۸

۱۵- در تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر عدد طبیعی  $b$ ، باقی مانده  $12$  و خارج قسمت  $23$  می‌باشد. اگر  $a$  مضرب  $5$  باشد، مجموع ارقام کوچکترین مقدار  $a$  کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۶- اگر  $a = 4k+1$  و  $b = 4k+3$ ، آنگاه باقی مانده تقسیم  $2a^4 - b^4$  بر  $8$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۷- باقی مانده عدد  $8^{47} - 4^{37}$  بر عدد  $33$  کدام است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۴ (۳) ۱۳ (۴) ۱۹

۱۸- عدد شش رقمی  $a63b29$  بر  $99$  بخش پذیر است. رقم  $a$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹- رقم یکان عدد  $\sum_{n=1}^{1403} n \cdot n!$  کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۰- اگر در یک سال، نهم دی ماه یکشنبه باشد، سیزدهم اردیبهشت ماه در همان سال چه روزی از هفته بوده است؟

(۱) سه‌شنبه (۲) چهارشنبه (۳) پنجشنبه (۴) جمعه

## هندسه (۲)

۲۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های وارون ماتریس  $A^{-1} + A^{1403}$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲- اگر ماتریس وارون پذیر  $A_{2 \times 2}$  در رابطه  $A^2 = 5A + I$  صدق کند، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $(A - A^{-1} - 3I)^5$  کدام است؟

(۱) ۵۴ (۲) ۶۴ (۳) ۷۲ (۴) ۸۱

۲۳- هرگاه داشته باشیم  $A + A^{-1} = A \cdot A^{-1}$ ، حاصل  $A^{1403}$  کدام است؟

(۱)  $I - 2A$  (۲)  $2A - I$  (۳)  $A - I$  (۴)  $I - A$

انجام محاسبات



۲۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}B^{-1}$  کدام است؟

- ۱)  $3I$  (۱)      ۲)  $2I$  (۲)      ۳)  $\frac{1}{2}I$  (۳)      ۴)  $\frac{1}{3}I$  (۴)

۲۵- اگر  $A$  یک ماتریس وارون‌پذیر باشد و  $A - A^{-1} = 2\sqrt{3}I$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $(A^T + (A^{-1})^T)(A + A^{-1})$  کدام است؟

- ۱)  $256$  (۱)      ۲)  $361$  (۲)      ۳)  $416$  (۳)      ۴)  $576$  (۴)

۲۶- اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$  وارون‌پذیر نباشد و  $B = \begin{bmatrix} 3x & y \\ y & x \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های سطر دوم ماتریس  $(6x) \cdot B^{-1}$  کدام است؟

( $x \neq 0$ )؟

- ۱)  $12$  (۱)      ۲)  $10$  (۲)      ۳)  $9$  (۳)      ۴)  $8$  (۴)

۲۷- اگر دستگاه  $\begin{cases} 3x + my = 12 \\ nx + 4y = 8 \end{cases}$  بی‌شمار جواب داشته باشد، دستگاه  $\begin{cases} (m-n)x + (m+n)y = 5 \\ 4x + 8y = -3 \end{cases}$  چند جواب دارد؟

- ۱) صفر (۱)      ۲)  $1$  (۲)      ۳)  $2$  (۳)      ۴) بی‌شمار (۴)

۲۸- در معادله  $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ،  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  کدام است؟

- ۱)  $13$  (۱)      ۲)  $-13$  (۲)      ۳)  $8$  (۳)      ۴)  $-8$  (۴)

۲۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  و  $X$  یک ماتریس  $3 \times 3$  داشته باشیم  $AX + X = 3A^T - 4A - I$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس  $X$  کدام است؟

- ۱)  $25$  (۱)      ۲)  $21$  (۲)      ۳)  $30$  (۳)      ۴)  $32$  (۴)

۳۰- اگر  $(A - I)^T = \bar{O}$  باشد، حاصل  $A^{-1} + 3A - 2I$  کدام است؟

- ۱)  $A$  (۱)      ۲)  $A + 2I$  (۲)      ۳)  $A^T + I$  (۳)      ۴)  $A^T$  (۴)

### ریاضی (۱)

۳۱- اگر مجموعه جواب نامعادله  $\frac{-x^2 + bx + a}{2x^2 - 3x + 4} \geq 0$  به صورت  $[1, 2]$  باشد، حاصل  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{2}{3}$  (۱)      ۲)  $\frac{2}{3}$  (۲)      ۳)  $-\frac{2}{3}$  (۳)      ۴)  $-\frac{3}{2}$  (۴)

۳۲- اگر مجموعه جواب نامعادله  $2x > |x+1| - 5$  به صورت  $(a, -\infty)$  باشد، حاصل  $2a^2 + 1$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{32}{9}$  (۱)      ۲)  $\frac{41}{9}$  (۲)      ۳)  $\frac{24}{9}$  (۳)      ۴)  $\frac{26}{9}$  (۴)

۳۳- اگر مجموعه جواب نامعادله  $\frac{(b-ax+4)(2x-3\sqrt{x}+1)}{x-\frac{5}{6}} \geq 0$  به ازای  $x > \frac{5}{6}$  به صورت  $[1, 2]$  باشد، آن‌گاه یکی از ریشه‌های

معادله  $(-2a+b)x^2 + 8x + 12 = 0$  کدام است؟ ( $a > 0$ )

- ۱)  $-3$  (۱)      ۲)  $3$  (۲)      ۳)  $-4$  (۳)      ۴)  $4$  (۴)

محل انجام محاسبات



۲۴- اگر جدول تعیین علامت  $y = x^2 + 2ax^2 + bx + c$  به صورت زیر باشد، حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

x	1	3
y	-	+

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (3)$$

۲۵- اگر تابع  $f(x) = \sqrt{4x^2 - (2m-1)x + 1}$  به ازای هر مقدار  $x$  تعریف شده باشد و محدوده  $m$  به صورت  $[a, b]$  باشد،  $a^2 + b^2$  کدام است؟

$$\frac{25}{4} \quad (4)$$

$$\frac{27}{4} \quad (3)$$

$$\frac{17}{2} \quad (2)$$

$$\frac{35}{4} \quad (1)$$

### حسابان (۱)

۲۶- فرض کنید  $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, -2)\}$  و  $g = \{(2, 1), (4, 4), (1, -2)\}$  باشد. در این صورت مجموع اعضای برد تابع

$$\frac{f+g}{f^2-g^2}$$

کدام است؟

$$\frac{1}{6} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۲۷- فرض کنید  $f = \{(1, a), (3, b), (b, 3a)\}$  تابعی باشد که  $f$  و  $f^{-1}$  هر دو سه‌عضوی و  $f = f^{-1}$  باشد. اگر عدد ۱۰ عضو برد  $f + f^{-1}$  باشد،

آن‌گاه  $a+b$  کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۲۸- فرض کنید دامنه تابع  $f(x)$  برابر با بازه  $[-2, 2]$  باشد. از کدام یک از رابطه‌های زیر، وارون‌پذیری  $f$  نتیجه می‌شود؟

$$D_f \neq R_f \quad (4)$$

$$D_f = R_f \quad (3)$$

$$f(f(x)) = x + 1 \quad (2)$$

$$f(f(x)) = x^2 \quad (1)$$

۲۹- اگر  $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x > 2 \\ 1+x & x \leq 2 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} 4x & x > a \\ x-1 & x \leq a \end{cases}$  باشد، آن‌گاه مقدار  $x$  از معادله  $2f(x) + g(5) = 12$  کدام است؟

$$-5 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

$$-3 \text{ یا } -1 \quad (2)$$

$$-2 \text{ یا } 3 \quad (1)$$

۴۰- فرض کنید  $f(x) - g(x) = [x] + [2x]$  و  $f^2(x) - g^2(x) = x^2 + 3$  باشد. در این صورت مقدار  $f(\sqrt{3}) - g(\sqrt{2})$  کدام است؟

$$\frac{43}{12} \quad (4)$$

$$\frac{33}{8} \quad (3)$$

$$\frac{41}{12} \quad (2)$$

$$\frac{31}{8} \quad (1)$$

### هندسه (۱)

۴۱- مجموع تعداد قطرهای متمایز دور رأس غیرمجاور یک  $n$  ضلعی محدب برابر ۴۳ می‌باشد. اگر یک رأس از این  $n$  ضلعی را حذف کنیم، تعداد

قطرهای چندضلعی جدید چقدر کم‌تر از چندضلعی اولیه است؟

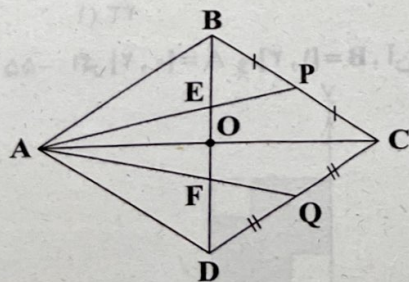
$$21 \quad (4)$$

$$24 \quad (3)$$

$$23 \quad (2)$$

$$22 \quad (1)$$

۴۲- در لوزی شکل زیر اگر  $P$  و  $Q$  وسط اضلاع لوزی باشند، نسبت مساحت مثلث  $AEF$  به مساحت مثلث  $BCD$  کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

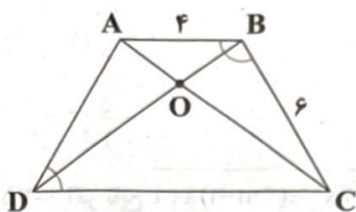
$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

حل انجام محاسبات



در ذوزنقه شکل زیر اگر  $AB=4$ ،  $BC=6$ ،  $\hat{B}=146^\circ$  و  $\hat{D}=73^\circ$ ، مساحت مثلث  $OAB$  چند برابر مساحت مثلث  $OCD$  می باشد؟



- ۰/۰۸ (۱)
- ۰/۱۵ (۲)
- ۰/۱۶ (۳)
- ۰/۲۰ (۴)

در یک ذوزنقه متساوی الساقین به قاعده های ۴ و ۱۲ و ارتفاع ۸، اوساط اضلاع را متوالیاً به هم وصل کرده ایم، محیط چهارضلعی حاصل کدام است؟

- $20\sqrt{2}$  (۴)
- $16\sqrt{2}$  (۳)
- $12\sqrt{2}$  (۲)
- $8\sqrt{2}$  (۱)

مثلثی به اضلاع ۱۰، ۱۲ و ۱۶ با مثلثی که یکی از اضلاع آن ۸ می باشد، متشابه است. حداکثر مقدار محیط مثلث دوم چقدر می تواند باشد؟

- $\frac{112}{3}$  (۴)
- $\frac{112}{5}$  (۳)
- $\frac{56}{3}$  (۲)
- $\frac{56}{5}$  (۱)

آمار و احتمال

اگر  $(A-B) \cup B = B$  درست است؟

- $B \subseteq A$  (۱)
- $A \subseteq B$  (۲)
- $A = \emptyset$  (۳)
- $B = U$  (۴)

برای دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، اگر رابطه  $(A \cap B) \subseteq (B \cap A)$  برقرار باشد، آن گاه کدام یک از روابط زیر همواره صحیح است؟

- $A \subseteq B'$  (۱)
- $A \subseteq B'$  (۲)
- $A \cup B = B$  (۳)
- $A = B$  (۴)

اگر  $A \subseteq X \cup Y'$  و  $A \subseteq X \cup Y$  باشد، آن گاه کدام مورد درست است؟

- $A \subseteq Y'$  (۱)
- $A \subseteq X'$  (۲)
- $A \subseteq X$  (۳)
- $A \subseteq Y$  (۴)

حاصل  $(A-B') \cup A$  کدام است؟

- $A'$  (۱)
- $A$  (۲)
- $B$  (۳)
- $B'$  (۴)

حاصل  $[A \cap (A \cup B)] \cap [B' \cap (B' \cup A)]$  کدام است؟

- $A - B$  (۱)
- $A \cap B$  (۲)
- $A$  (۳)
- $A - B'$  (۴)

اگر  $B - C = B = A$ ، مجموعه  $(A - B) \cup (A - C) \cup (A - D)$  با کدام گزینه برابر است؟

- $A - (B \cup C \cup D)$  (۱)
- $A - (B \cup D)$  (۲)
- $A \cap B$  (۳)
- $A$  (۴)

اگر داشته باشیم  $A \times B \subseteq B \times A$ ، آن گاه الزاماً:

- $A = \emptyset$  (۱)
- $B = \emptyset$  (۲)
- $A \cup B = A \cap B$  (۳)
- هیچ کدام (۴)

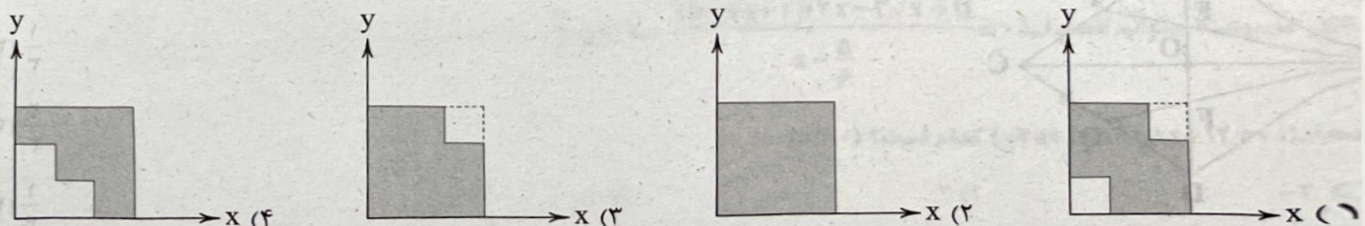
دو زیرمجموعه  $A$  و  $B$  را از مجموعه  $\{1, 2, \dots, 9\}$  انتخاب کرده و مجموعه  $A \times B$  را می سازیم.  $n(A \times B)$  کدام نمی تواند باشد؟

- ۴۸ (۱)
- ۵۶ (۲)
- ۶۵ (۳)
- صفر (۴)

دو مجموعه  $A$  و  $B$  به ترتیب ۳ و ۵ عضو دارند. به هر کدام سه عضو جدید اضافه کرده ایم. تعداد اعضای حاصل ضرب دو مجموعه جدید، چند واحد از تعداد اعضای مجموعه  $A \times B$  بیشتر است؟

- ۳۳ (۱)
- ۳۵ (۲)
- ۳۷ (۳)
- ۳۹ (۴)

اگر  $A = [0, 2]$  و  $B = [1, 3]$ ، آن گاه  $(A \times B) \cup (B \times A)$  کدام است؟







تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۸/۱۸

# سؤالات آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک ۳	۲۵	اجباری	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه
				۸۱	۹۰	
				۹۱	۱۰۰	
۲	شیمی ۳	۱۵	اجباری	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه
				۱۱۶	۱۲۵	
				۱۲۶	۱۳۵	



## فیزیک



۵۶- معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، در SI به صورت  $x = -4t^2 + 16t + 9$  است. کدام یک از عبارات‌های زیر در مورد حرکت این متحرک صحیح است؟

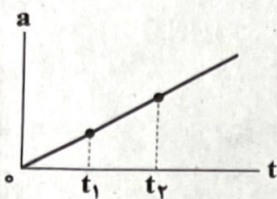
(الف) در لحظه‌ای که جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند، متحرک در فاصله ۲۸ متری مبدأ محور است.

(ب) به مدت ۲۵، حرکت متحرک کندشونده است.

(ج) در پایان ثانیه چهارم، جهت بردار مکان متحرک تغییر می‌کند.

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب» (۳) «الف» و «ج» (۴) «ب» و «ج»

۵۷- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. حرکت این متحرک با شتاب ..... انجام می‌شود و شتاب متوسط آن در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  ..... شتاب متوسط آن در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  است.



(۱) ثابت - کم‌تر از

(۲) ثابت - برابر با

(۳) متغیر - کم‌تر از

(۴) متغیر - برابر با

۵۸- متحرکی با سرعت ثابت، در مبدأ زمان از مکان  $x = -4\text{m}$  می‌گذرد و ۴s بعد، از مبدأ مکان می‌گذرد. معادله مکان - زمان این متحرک در SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟

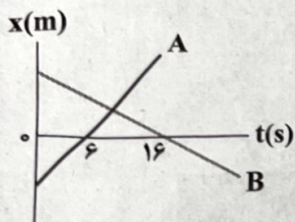
$$x = t - 4 \quad (۴)$$

$$x = 4t - 4 \quad (۳)$$

$$x = 4t + 4 \quad (۲)$$

$$x = t + 4 \quad (۱)$$

۵۹- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر فاصله دو متحرک از هم در لحظه  $t = 3\text{s}$ ، دو برابر فاصله آن‌ها از یک‌دیگر در مبدأ زمان باشد، آن‌گاه تندی متحرک A چند برابر تندی متحرک B است؟



$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$۱ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

۶۰- متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت فاصله ۱۵۰ متری را در مدت زمان ۱۰s طی می‌کند و در لحظه رسیدن به نقطه پایان، سرعتش به  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. شتاب متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$۱ \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$۳ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۱)$$

۶۱- متحرکی بر روی محور  $x$  از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و پس از جابه‌جایی  $x$  سرعتش به  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. این

متحرک  $3x$  دیگر با این سرعت می‌پیماید و  $2x$  دیگر مسیر را با شتاب ثابت می‌پیماید تا متوقف شود. سرعت متوسط متحرک در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

$$۲۵ \quad (۴)$$

$$۲۰ \quad (۳)$$

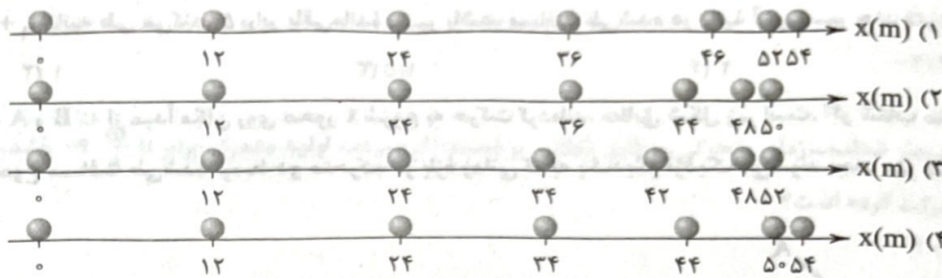
$$۱۵ \quad (۲)$$

$$۱۰ \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات



۶۲- متحرکی از مبدأ مکان به مدت زمان ۳s با سرعت ثابت  $12 \frac{m}{s}$  حرکت می‌کند و سپس با شتاب ثابتی به بزرگی  $4 \frac{m}{s^2}$  ترمز می‌گیرد تا متوقف شود. اگر در ثانیه‌های متوالی، مکان متحرک را روی محور x نشان دهیم، کدام شکل می‌تواند صحیح باشد؟



۶۳- متحرکی روی محور xها با شتاب ثابت در حال حرکت است. بزرگی شتاب متحرک  $2 \frac{m}{s^2}$  و در خلاف جهت سرعت اولیه آن است. متحرک ۴s بعد از شروع حرکت از نقطه M عبور می‌کند. در صورتی که متحرک در مبدأ زمان در مکان صفر باشد، فاصله نقطه M از مبدأ مکان چند متر است؟

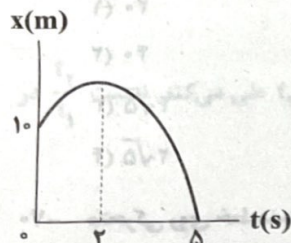
۳۲ (۴)

۸ (۳)

۴۸ (۲)

۱۲ (۱)

۶۴- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در ۵ ثانیه اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟



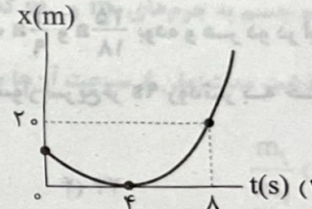
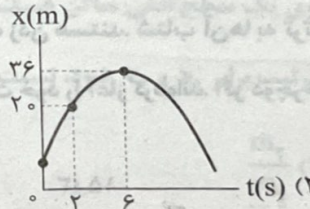
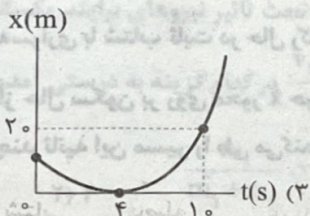
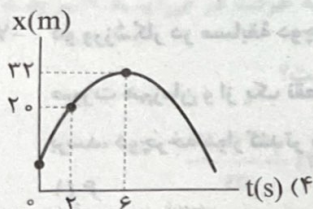
۲۶ (۱)

۵/۲ (۲)

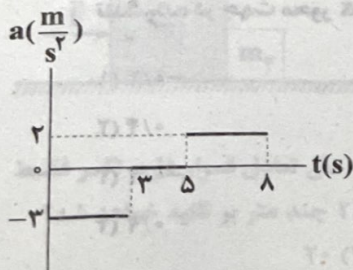
۱۰ (۳)

۲ (۴)

۶۵- کدام یک از نمودارهای زیر، می‌تواند مربوط به متحرکی باشد که با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند و در فاصله ۲۰ متری مبدأ محور، تندی آن برابر با  $8 \frac{m}{s}$  است؟



۶۶- نمودار شتاب- زمان متحرکی که در مسیر مستقیم با تندی اولیه  $9 \frac{m}{s}$  در جهت محور xها شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد حرکت این متحرک درست است؟



الف) متحرک ۲s متوقف شده است.

ب) مدت زمان حرکت متحرک به صورت تندشونده و کندشونده یکسان است.

ج) متحرک تغییر جهت نداده است.

د) متحرک تا لحظه  $t=8s$ ،  $22/5m$  در جهت محور xها حرکت کرده است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات



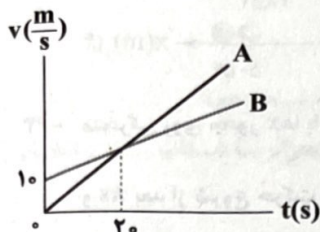
۶۷- راننده خودرویی که در مبدأ زمان با سرعت ثابت  $v_0$  در جهت محور  $x$  در حال حرکت است، در لحظه  $t = 1s$  ترمز گرفته و در لحظه  $t = 3s$  متوقف می‌شود. این راننده به مدت  $t_1$  ثانیه با شتاب ثابتی به بزرگی  $1 \frac{m}{s^2}$  و سپس با شتاب ثابتی به بزرگی  $3 \frac{m}{s^2}$  حرکت می‌کند تا بایستد.

اگر مسافتی که خودرو تا لحظه  $t_1 + 1$  ثانیه طی می‌کند،  $5$  برابر باقی‌مانده مسیر باشد، مسافت طی شده در ثانیه آخر مسیر چند متر است؟

- ۱)  $0.5$  (۱)      ۲)  $1$  (۲)      ۳)  $1.5$  (۳)      ۴)  $2$  (۴)

۶۸- نمودار سرعت - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  که از مبدأ مکان روی محور  $x$  شروع به حرکت کرده‌اند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب متحرک  $B$

نصف شتاب متحرک  $A$  باشد، مجموع مسافت طی شده توسط دو متحرک، در بازه زمانی که به یک‌دیگر نزدیک می‌شوند، چند متر است؟



۱)  $1100$

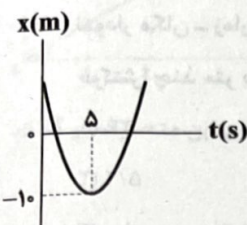
۲)  $1000$

۳)  $1200$

۴)  $900$

۶۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور  $x$  با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در ثانیه هشتم حرکتش،  $10m$

در جهت محور  $x$  جا به جا شود، تندی آن در لحظه عبور از مبدأ محور چند متر بر ثانیه است؟



۱)  $20$

۲)  $40$

۳)  $4\sqrt{5}$

۴)  $2\sqrt{5}$

۷۰- متحرکی روی خط مستقیمی با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  از حال سکون شروع به حرکت می‌کند.  $4s$  بعد، متحرک دیگری از همان نقطه با سرعت اولیه  $2 \frac{m}{s}$  و

شتاب ثابت  $4 \frac{m}{s^2}$  به دنبال متحرک اول شروع به حرکت می‌کند. پس از چند ثانیه از شروع حرکت متحرک دوم، دو متحرک به هم می‌رسند؟

۱)  $12$

۲)  $8$

۳)  $6$

۴)  $2$

۷۱- دو ورزشکار در مسابقه دوچرخه‌سواری با شتاب ثابت در حال رکاب زدن هستند. شتاب آن‌ها به ترتیب  $\frac{2}{9}a$  و  $\frac{2}{18}a$  بوده و هر دو در ابتدا به

صورت هم‌زمان و از یک نقطه، از حال سکون بر روی محور  $x$  حرکت خود را آغاز کرده‌اند. اگر دوچرخه‌سوار سریع‌تر  $9s$  زودتر به خط پایان برسد، دوچرخه‌سوار کندتر در چند ثانیه این مسیر را طی می‌کند؟

۱)  $6$

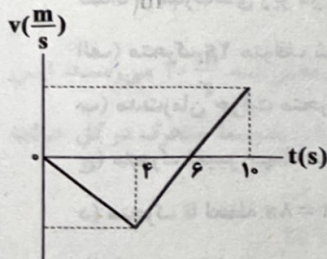
۲)  $9$

۳)  $15$

۴)  $24$

۷۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متوسط متحرک در مدتی که به صورت

تندشونده در جهت محور  $x$  حرکت می‌کند، برابر  $2 \frac{m}{s^2}$  باشد، سرعت متوسط متحرک در  $10$  ثانیه نخست حرکتش چند متر بر ثانیه است؟



۱)  $0.4$

۲)  $0.14$

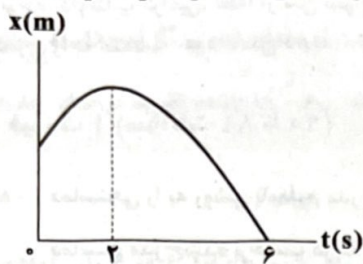
۳)  $0.2$

۴)  $0.2$

محل انجام محاسبات



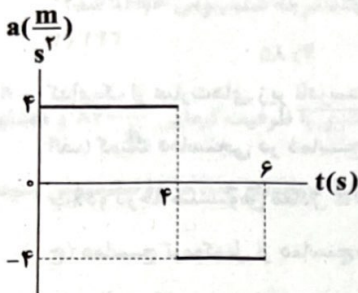
۷۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر مسافتی که متحرک در ۶ ثانیه نخست



حرکتش طی می‌کند، برابر  $20\text{ m}$  باشد، شتاب حرکت متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۱  
(۲) -۱  
(۳) ۲  
(۴) -۲

۷۴- نمودار شتاب - زمان متحرکی، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت اولیه متحرک برابر با  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، متحرک چند ثانیه در جهت محور  $x$  حرکت کرده است؟



حرکت کرده است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۵  
(۳) ۱  
(۴) ۳

۷۵- گلوله  $A$  در شرایط خلأ و از ارتفاع  $80$  متری سطح زمین رها می‌شود.  $2\text{ s}$  بعد، گلوله  $B$  در شرایط خلأ از ارتفاع  $h$  متری سطح زمین رها

می‌شود.  $h$  چند متر باشد تا گلوله‌ها هم‌زمان به زمین برسند؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

- (۱) ۲۰  
(۲) ۱۰  
(۳) ۴۰  
(۴) ۳۰

۷۶- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع  $h$  رها می‌شود و  $\frac{1}{16}$  ابتدای مسیر را در مدت‌زمان  $t_1$  و بقیه مسیر را در مدت‌زمان  $t_2$  طی می‌کند. نسبت  $\frac{t_2}{t_1}$  در

کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱) ۴  
(۲)  $\frac{1}{4}$   
(۳)  $\frac{1}{3}$   
(۴) ۳

۷۷- هر گاه به جسمی که در حال حرکت است، نیرویی وارد نشود، چه اتفاقی برای جسم می‌افتد؟

(۱) متوقف می‌شود.

(۲) با شتاب ثابت به صورت تندشونده به حرکت خود ادامه می‌دهد.

(۳) با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

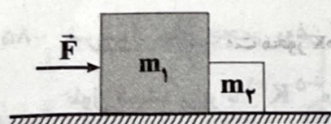
(۴) یکی از گزینه‌های (۱) یا (۳) اتفاق می‌افتد.

۷۸- دو جسم به جرم‌های  $m_1$  و  $m_2$  که روی یک سطح افقی ساکن هستند، تحت تأثیر نیروهای برابری یکسانی به حرکت در می‌آیند. اگر بعد از

گذشت مدت‌زمان  $t$ ، سرعت آن‌ها به ترتیب برابر  $v_1$  و  $v_2$  شود، نسبت  $\frac{v_2}{v_1}$  در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱)  $\frac{m_1}{m_2}$   
(۲)  $\frac{m_2}{m_1}$   
(۳)  $\frac{m_1}{m_1 + m_2}$   
(۴)  $\frac{m_1 + m_2}{m}$

۷۹- در شکل زیر، اصطکاک وزنه‌ها با سطح افقی ناچیز است. بزرگی نیرویی که وزنه  $m_1$  به وزنه  $m_2$  وارد می‌کند، در کدام گزینه به درستی آمده است؟



- (۱)  $\frac{m_2 \times F}{m_1}$   
(۲)  $\frac{m_1 \times F}{m_2}$   
(۳)  $\frac{m_2 \times F}{m_1 + m_2}$   
(۴)  $\frac{m_1 \times F}{m_1 + m_2}$

۸۰- به یک جسم  $2$  کیلوگرمی هم‌زمان چهار نیرو به اندازه‌های  $8\text{ N}$ ،  $10\text{ N}$ ،  $15\text{ N}$ ، و  $20\text{ N}$  وارد می‌شوند و جسم در حال تعادل قرار دارد. اگر فقط

نیروی  $15$  نیوتونی حذف شود و دیگر نیروها با همان اندازه و جهت اثرگذار باشند، تغییر سرعت جسم بعد از  $2\text{ s}$  چند متر بر ثانیه خواهد شد؟

- (۱) ۸  
(۲) ۱۰  
(۳) ۱۵  
(۴) ۲۰

محل انجام محاسبات



توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس ۲ (فیزیک (۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

## زوج درس ۱

## فیزیک ۱ (سؤالات ۸۱ تا ۹۰)

۸۱- دماسنجی را به روشی نامعلوم مدرج کرده‌اند. این دماسنج، دمای  $40^{\circ}\text{C}$  را با عدد ۱۱۲ نشان می‌دهد. اگر به ازای هر  $1^{\circ}\text{C}$  افزایش دما در دماسنج مدرج شده برحسب درجه سلسیوس، دمای این دماسنج  $20^{\circ}$  درجه افزایش یابد، در چه دمایی برحسب کلون این دو دماسنج یک عدد را نشان خواهند داد؟ (رابطه دمای دماسنج‌ها را خطی در نظر بگیرید).

-۲۰۵ (۴)

۲۰۵ (۳)

-۶۸ (۲)

۳۴۱ (۱)

۸۲- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست هستند؟

الف) کمیت دماسنجی در دماسنج ترموکوپل، اختلاف پتانسیل الکتریکی است.

ب) دو درجه سلسیوس معادل  $275$  کلون است.

ج) دماسنج ترموکوپل از دماسنج‌های معیار است.

د) دماسنج گازی از دماسنج‌های معیار نیست.

ه) کمیت دماسنجی در دماسنج‌های جیوه‌ای و الکلی، حجم مایع درون دماسنج‌ها است.

(۴) «ب»، «ج» و «د»

(۳) «د» و «ه»

(۲) «ج» و «د»

(۱) «الف»، «د» و «ه»

۸۳- اختلاف طول دو خطکش فلزی با جنس‌های A و B در دمای  $\theta_1$  برابر  $10\text{cm}$  است. دمای هر دو خطکش را به یک اندازه افزایش می‌دهیم. اگر در این وضعیت، اختلاف طول آن‌ها تغییری نکند، طول خطکش کوتاه‌تر در دمای  $\theta_2$  چند سانتی‌متر بوده است؟

$$(\alpha_A = 3 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}, \alpha_B = 2 \times 10^{-5} \text{K}^{-1})$$

۴۰ (۴)

۱۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

۸۴- دمای یک مخزن (حوضچه) آب شیرین در فصل زمستان به صفر درجه سلسیوس رسیده است. پس از مدتی دمای سطح آب به  $20^{\circ}\text{C}$  می‌رسد. ولی دمای قسمت‌های پایینی آن کم‌تر از این دما باقی مانده‌اند. چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

الف) در کف مخزن آب صفر درجه سلسیوس می‌تواند وجود داشته باشد.

ب) آب صفر درجه سلسیوس بالای ظرف جمع می‌شود.

ج) در هیچ جای مخزن، آب صفر درجه سلسیوس نمی‌تواند وجود داشته باشد.

د) دمای قسمت‌های پایینی مخزن پس از مدتی با هم برابر شده و کم‌تر از دمای سطح آن خواهد بود.

۳ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۵- ضریب انبساط حجمی روغن کنگد کمی بیشتر از سایر روغن‌ها نظیر روغن زیتون بوده و تقریباً برابر  $8 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$  است. اگر ضریب انبساط طول شیشه برابر با  $10^{-5} \text{K}^{-1}$  باشد، در یک بطری شیشه‌ای به حجم خالص  $1/5 \text{L}$  حداکثر چند سی‌سی روغن کنگد بریزیم تا در مناطق

گرمسیر که احتمال افزایش دما تا  $5^{\circ}\text{C}$  وجود دارد، روغنی از ظرف بیرون نریزد؟ (دمای اولیه روغن و بطری شیشه‌ای را صفر درجه سلسیوس در نظر بگیرید).

۷۰۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۱۴۴۰ (۲)

۱۴۰۰ (۱)

محل انجام محاسبات



۸۶- در پالایشگاه تهران یک مخزن استوانه‌ای شکل برای نگهداری مشتقات نفتی به قطر سطح مقطع  $5\text{ m}$  و ارتفاع  $10\text{ m}$  از فلزی با آلیاژ خاص ساخته شده که ضریب انبساط آن ناچیز بوده و در برابر خوردگی و پوسیدگی ناشی از برف و باران مقاومت می‌کند. در دمای  $5^\circ\text{C}$  فاصله سطح مایع درون مخزن تا لبه آن تقریباً برابر  $0.5\text{ m}$  است. اگر ضریب انبساط حجمی مایع درون مخزن برابر با  $10^{-3}\text{ K}^{-1}$  باشد، تقریباً در دمای چند درجه سلسیوس خطر سرریز شدن مخزن وجود دارد؟

۴۷/۶ (۴)

۵۲/۶ (۳)

۵۰/۶ (۲)

۴۰/۶ (۱)

۸۷- سه گلوله هم‌جنس با دماهای اولیه  $5^\circ\text{C}$ ،  $7^\circ\text{C}$  و  $66^\circ\text{C}$  را در مجاورت یک‌دیگر قرار می‌دهیم. اگر سیستم با محیط تبادل انرژی گرمایی نداشته باشد و تبادل انرژی گرمایی تنها بین سه گلوله انجام شود، پس از رسیدن به تعادل گرمایی، دمای گلوله‌ها چند درجه سلسیوس خواهد شد؟

۵۸ (۴)

۶۸ (۳)

۶۲ (۲)

۵۲ (۱)

۸۸-  $2\text{ kg}$  آب با دمای  $2^\circ\text{C}$  را درون گرماسنجی با ظرفیت گرمایی  $1/5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$  می‌ریزیم و بلافاصله گلوله‌ای فلزی با ظرفیت گرمایی  $84^\circ \frac{\text{J}}{\text{K}}$  و دمای اولیه  $16^\circ\text{C}$  را به محتویات مجموعه اضافه می‌کنیم. اگر دمای تعادل مجموعه به  $6^\circ\text{C}$  برسد. دمای اولیه گرماسنج چند درجه سلسیوس بوده است؟ (سیستم را بسته فرض کنید و  $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ )

۱۲۸ (۴)

۲۲۸ (۳)

۱۶۸ (۲)

۱۰۸ (۱)

۸۹- در ظرفی به جرم  $1500\text{ g}$  با گرمای ویژه  $1680 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}}$  و دمای اولیه  $3^\circ\text{C}$  مقداری آب با دمای  $6^\circ\text{C}$  با ظرفیت گرمایی  $7560 \frac{\text{J}}{\text{K}}$  و یک گلوله فلزی به جرم  $6\text{ kg}$  و دمای اولیه  $15^\circ\text{C}$  می‌ریزیم. با صرف نظر کردن از گرمای مبادله‌شده با محیط، دمای تعادل مجموعه چند درجه سلسیوس خواهد شد؟ ( $c_{\text{فلز}} = 420 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}}$ )

۵۲ (۴)

۷۲ (۳)

۷۴ (۲)

۶۸ (۱)

۹۰- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

(ب) یکای ظرفیت گرمایی ژول بر کلون است.

(الف) گرمای ویژه جسم، تابع جرم و جنس آن است.

(د) ظرفیت گرمایی جسم تنها به جرم آن بستگی دارد.

(ج) دماسنج‌ها دمای خودشان را اندازه‌گیری می‌کنند.

(و) گرمای ویژه جسم تابع جنس آن است.

(ه) ظرفیت گرمایی جسم تنها به جنس آن بستگی دارد.

۴ (۴)

۲ (۳)

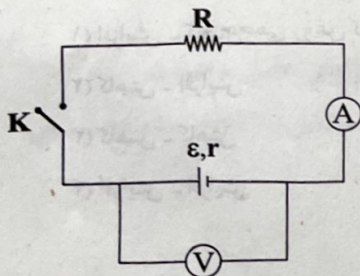
۳ (۲)

۱ (۱)

## زوج درس ۲

## فیزیک ۲ (سؤالات ۹۱ تا ۱۰۰)

۹۱- در مدار شکل زیر، مقاومت داخلی باتری برابر با  $0.5\Omega$  و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری  $30\%$  درصد کم‌تر از نیروی محرکه آن است. اگر آمپرسنج ایده‌آل  $4/5\text{ A}$  را نشان دهد، در صورتی که کلید  $K$  را قطع کنیم، ولت‌سنج ایده‌آل چند ولت را نشان خواهد داد؟



۲/۲۵ (۱)

۷/۵ (۲)

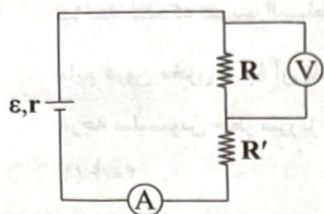
۴/۵ (۳)

۱۵ (۴)

محل انجام محاسبات



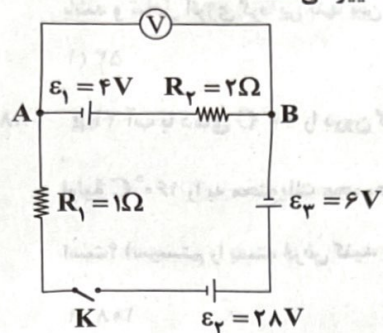
۹۲- اگر در مدار شکل زیر، ولتسنج و آمپرسنج ایده‌آل نباشند، نسبت اختلاف پتانسیلی که ولتسنج اندازه‌گیری می‌کند، به شدت جریان



اندازه‌گیری شده توسط آمپرسنج کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

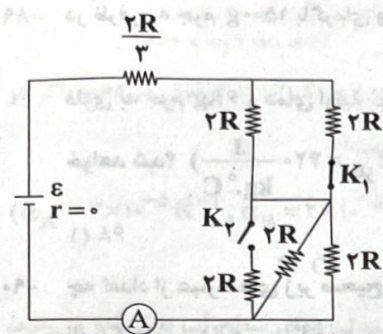
- (۱) بزرگ‌تر از R است.
- (۲) ممکن است کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از R باشد.
- (۳) کوچک‌تر از R است.
- (۴) ممکن است برابر یا کوچک‌تر از R باشد.

۹۱- در مدار شکل زیر، با بسته شدن کلید K عددی که ولتسنج ایده‌آل نشان می‌دهد، چند ولت و چگونه تغییر می‌کند؟



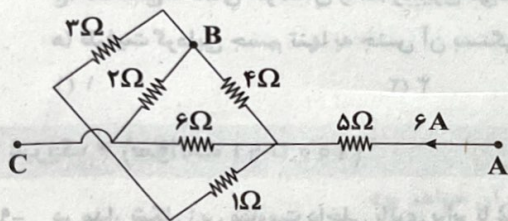
- (۱) ۱۲ - کاهش
- (۲) ۱۲ - افزایش
- (۳) ۱۶ - کاهش
- (۴) ۱۶ - افزایش

۹۰- در مدار شکل مقابل، هنگامی که کلید K₁ بسته و کلید K₂ باز است، آمپرسنج جریان ۱۰A را نشان می‌دهد. اگر کلید K₁ باز شده و کلید K₂ بسته شود، شدت جریان نشان داده‌شده توسط آمپرسنج برابر ..... آمپر بوده و نسبت به جریان قبلی ..... درصد، ..... می‌یابد. (آمپرسنج را ایده‌آل در نظر بگیرید.)



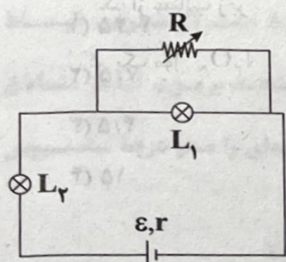
- (۱) ۴۰ - کاهش
- (۲) ۸ - ۲۰ - کاهش
- (۳) ۱۲ - ۲۰ - افزایش
- (۴) ۱۴ - ۴۰ - افزایش

در قسمتی از یک مدار که در شکل زیر آمده است،  $V_A - V_B$  چند ولت است؟



- (۱) ۳۵/۸
- (۲) ۳۰/۲
- (۳) ۳۷/۲
- (۴) ۲۲/۸

در مدار شکل زیر، اگر اندازه مقاومت متغیر (R) افزایش یابد، نور لامپ‌های  $L_1$  و  $L_2$  به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



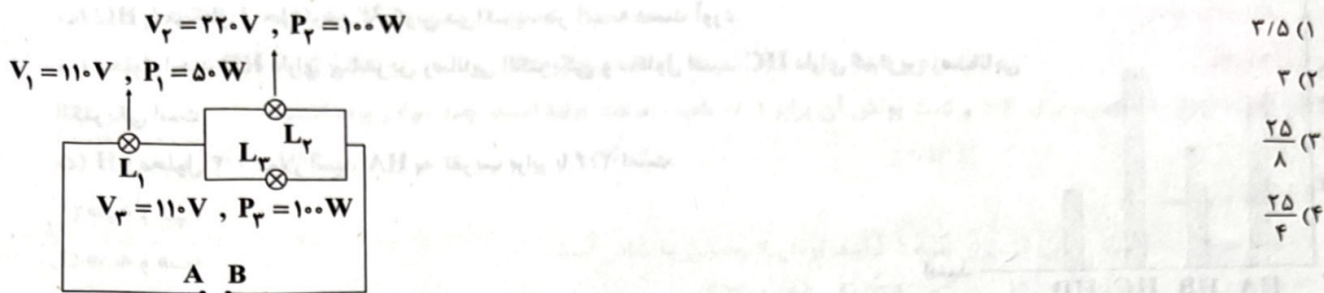
- (۱) افزایش - کاهش
- (۲) کاهش - افزایش
- (۳) کاهش - کاهش
- (۴) افزایش - افزایش

انجام محاسبات

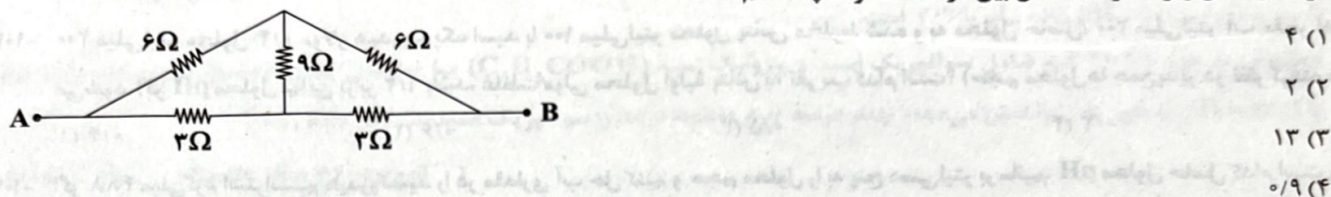


۹۷- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B به صورتی تأمین می‌شود که هیچ یک از لامپ‌ها آسیب نمی‌بینند. توان مصرفی

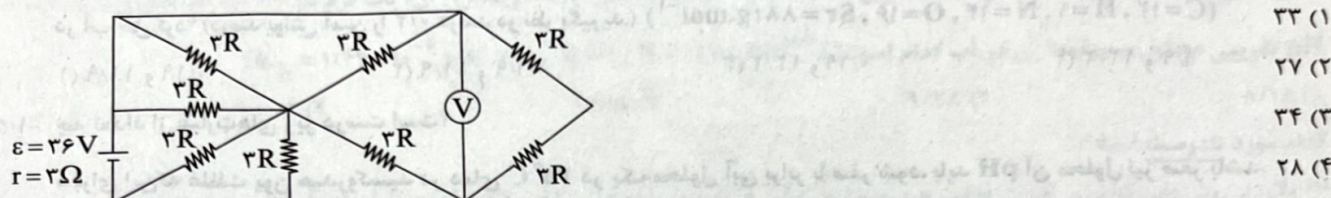
لامپ  $L_1$  چند برابر توان مصرفی لامپ  $L_3$  خواهد بود؟ (اختلاف پتانسیل در نقطه A و B و مقاومت الکتریکی لامپ‌ها را ثابت فرض کنید).



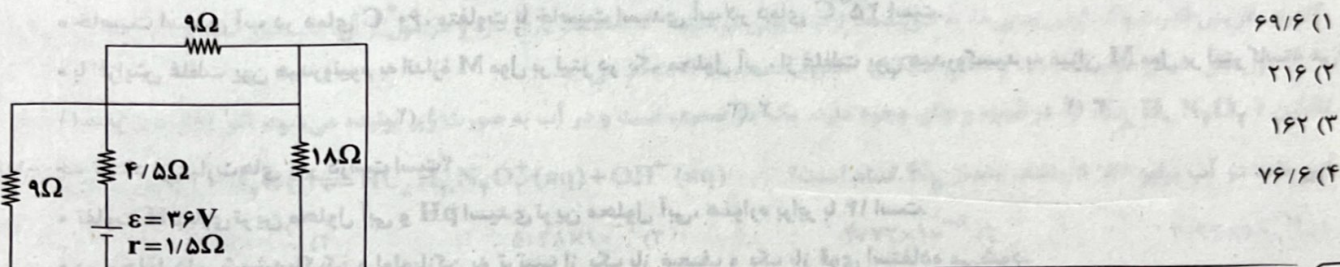
۹۸- در مدار شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟



۹۹- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت  $R = 6\Omega$  در نظر گرفته شود، ولت‌سنج ایده‌آل چند ولت را نشان خواهد داد؟



۱۰۰- در مدار شکل زیر، توان مصرفی مدار چند وات است؟



## شیمی



۱- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با اکسیدهای  $SO_3$ ،  $N_2O_5$ ،  $Li_2O$  و  $BaO$  نادرست است؟

- (۱) اگر یک مول  $N_2O_5$  و یک مول  $Li_2O$  به طور جداگانه در ۱۰ لیتر آب حل شوند، رسانایی الکتریکی محلول‌های حاصل با هم برابر است.
- (۲) اگر یک مول  $BaO$  و یک مول  $SO_3$  به طور جداگانه در ۱۰ لیتر آب حل شوند، رسانایی الکتریکی محلول حاصل از  $BaO$ ، کم‌تر از رسانایی الکتریکی محلول دیگر نیست.

(۳) در دما و فشار اتاق، دو اکسید بازی برخلاف دو اکسید اسیدی، به حالت جامدند.

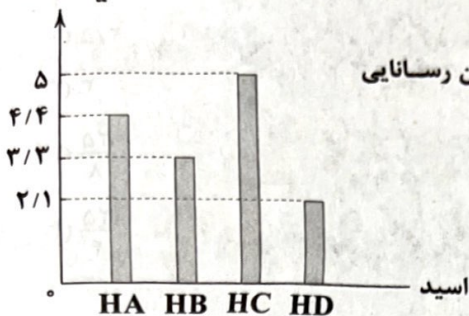
(۴) هر مول از این اکسیدها با یک مول آب واکنش می‌دهند.

انجام محاسبات



۱۰- با توجه به شکل زیر که مربوط به محلول چهار اسید تک پروتون دار در دما و غلظت یکسان است، کدام عبارت‌های پیشنهاد شده درست می‌باشند؟

$-\log K_a$



(ا) اگر HD فورمیک اسید باشد، هیچ‌کدام از سه اسید دیگر نمی‌توانند هیدروفلوئوریک اسید باشند.

(ب) HC را می‌توان از حل کردن گاز کربن دی‌اکسید در آب به دست آورد.

(پ) محلول اسید HD دارای بیشترین رسانایی الکتریکی و محلول اسید HC دارای کم‌ترین رسانایی الکتریکی است.

(ت) pH محلول ۰/۴ مولار اسید HA به تقریب برابر با ۲/۴ است.

(۱) «ب» و «پ»

(۲) «ب» و «ت»

(۳) «آ» و «پ»

(۴) «آ»، «ب» و «ت»

۱۰- ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۴ مولار هیدرویدیک اسید با ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول پتاس مخلوط شده و به محلول حاصل، ۲۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر اضافه می‌شود. اگر pH محلول نهایی برابر ۱/۲ باشد، غلظت مولی محلول اولیه پتاس به تقریب کدام است؟ (حجم محلول‌ها جمع‌پذیر در نظر گرفته شود).

۰/۳ (۴)

۰/۵ (۳)

۰/۶ (۲)

۰/۴ (۱)

۱۰- اگر ۴۸۸ میلی‌گرم استرانسیم هیدروکسید را در مقداری آب حل کنیم و حجم محلول را به پنج دسی‌لیتر برسانیم، pH محلول حاصل کدام است و برای تهیه دو لیتر محلول متیل‌آمین ( $CH_3NH_2$ ) که pH آن، ۳/۴ واحد کم‌تر از pH محلول استرانسیم هیدروکسید است، چند گرم از این آمین را باید

در آب حل کرد؟ (درصد یونش آمین را ۰/۲ درصد در نظر بگیرید.) ( $C=12, H=1, N=14, O=16, Sr=88: g.mol^{-1}$ )

۱/۹ و ۱۲/۲ (۴)

۰/۱۹ و ۱۲/۲ (۳)

۱/۹ و ۱۱/۹ (۲)

۰/۱۹ و ۱۱/۹ (۱)

۱۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• برای این‌که غلظت یون هیدروکسید در دمای  $25^\circ C$  در یک محلول آبی برابر با صفر شود، باید pH آن محلول نیز صفر باشد.

• اگر pH محلول اسید A کوچک‌تر از pH محلول اسید B باشد، به این معنی است که اسید A قوی‌تر از اسید B است.

• خاصیت اسیدی آب در دمای  $60^\circ C$ ، متفاوت با خاصیت اسیدی آب در دمای  $25^\circ C$  است.

• با افزایش غلظت یون هیدرونیوم به اندازه M مول بر لیتر در یک محلول آبی، از غلظت یون هیدروکسید به میزان M مول بر لیتر کاسته می‌شود.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• تفاوت pH بازی‌ترین محلول آبی و pH اسیدی‌ترین محلول آبی، همواره برابر با ۱۴ است.

• در محلول‌های شیشه‌پاک‌کن و لوله‌بازکن به ترتیب از یک باز ضعیف و یک باز قوی استفاده می‌شود.

• در واکنش میان جوهرنمک و سود سوز آور، یون‌های  $Na^+(aq)$  و  $Cl^-(aq)$  دست‌نخورده باقی می‌مانند.

• واکنش خنثی شدن اسید و باز، مبنایی برای کاربرد شوینده‌ها و پاک‌کننده‌هاست.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کدام گزینه درست است؟

(۱) دستگاه گوارش انسان یک سامانه اسیدی به شمار می‌آید.

(۲) ثابت یونش، تنها برای اسیدهای ضعیف، یک عدد معین است.

(۳) باران اسیدی و باران معمولی، با توجه به نوع اسیدهای حل‌شده و غلظت آن‌ها مشخص می‌شوند.

(۴) ثابت یونش بوتانوئیک اسید، کوچک‌تر از ثابت یونش استیک اسید و فورمیک اسید است.

تجزیه محاسبات



تجزیه محاسبات



۱۰۸- در کدام موارد زیر، غلظت یون هیدرونیوم بیشتر از غلظت یون هیدروکسید است؟

- (آ) آب گازدار  
(ب) محیط روده کوچک  
(ج) خون انسان  
(د) خاکی که گل ادریسی در آن، به رنگ آبی شکوفا می‌شود.
- (۱) فقط «آ»  
(۲) «آ» و «ت»  
(۳) «ب» و «ت»  
(۴) «ب» و «پ»

۱۰۹- اگر pH محلول یک اسید برابر ۱/۴ و ثابت یونش آن برابر ۰/۰۱ باشد، غلظت اولیه اسید، چند مولار بوده است؟

- (۱) ۰/۱۲  
(۲) ۰/۱۶  
(۳) ۰/۲۴  
(۴) ۰/۲۰

۱۱۰- کدام مورد درست است؟

(۱) ثابت یونش یک اسید، بیانی از میزان سرعت فرایند یونش تا رسیدن به تعادل است.

(۲) آب آشامیدنی برخلاف آب خالص، رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد.

(۳) دیواره داخلی معده به طور طبیعی مقدار زیادی از یون‌های هیدرونیوم حاصل از شیرۀ معده را دوباره جذب می‌کند.

(۴) در زمان استراحت، pH معده برابر با ۳/۷ است.

۱۱۱- مخلوطی به جرم ۳۰/۲۸ گرم شامل سولفوریک اسید و بنزوئیک اسید ( $C_6H_5COOH$ ) با ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول باریم هیدروکسید

با  $pH = 13/9$  به طور کامل واکنش می‌دهد. چند درصد جرم مخلوط اولیه را سولفوریک اسید تشکیل داده است؟

( $C = 12, H = 1, O = 16, S = 32 : g.mol^{-1}$ )

- (۱) ۸/۲  
(۲) ۱۹/۴  
(۳) ۲۹/۳  
(۴) ۴۰/۴

۱۱۲- نفتیل آمین ( $C_{10}H_7NH_2$ ) ماده‌ای است که برای ساخت رنگ استفاده می‌شود و انحلال‌پذیری آن، یک گرم در ۷۰۰ گرم آب گزارش شده است.

pH تقریبی محلول سیرشده آن در آب کدام است؟ ( $K_b = 1/44 \times 10^{-6}$ ) ( $C = 12, H = 1, N = 14 : g.mol^{-1}$ )

- (۱) ۸/۱۸  
(۲) ۹/۲۸  
(۳) ۱۰/۰۸  
(۴) ۱۱/۱۲

۱۱۳- کدام مورد نادرست است؟

(۱) یکی از روش‌هایی که برای تعیین غلظت هیدرونیوم می‌توان به کار برد، سنجش رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی است.

(۲) سفیدکننده‌ها، پاک‌کننده‌هایی هستند که از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خوردگی دارند.

(۳) برای افزایش قدرت پاک کردن چربی‌ها، به شوینده‌ها ترکیب یونی می‌افزایند که خاصیت بازی دارد و هر مول از آن، یک مول اسید معده را خنثی می‌کند.

(۴) محلول‌های هیدروسیانیک اسید و اتیلن گلیکول، الکترولیت ضعیف به شمار می‌آیند.

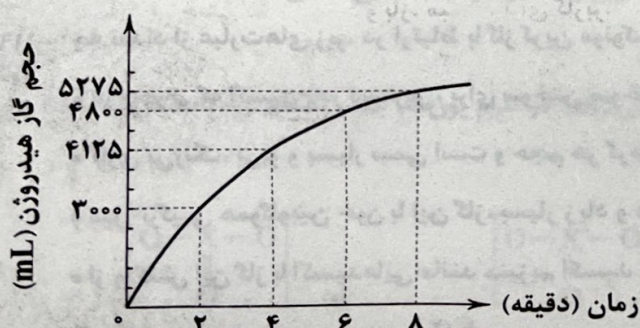
۱۱۴- کافئین ( $C_8H_{10}N_4O_2$ ) که در قهوه و چای وجود دارد، یک باز ضعیف است و در آب به صورت زیر یونیده می‌شود. اگر pH محلول ۰/۲ مولار

این ماده در آب برابر ۸/۵۶ باشد، مقدار  $K_b$  کدام است؟

- (۱)  $3/92 \times 10^{-10}$   
(۲)  $4/72 \times 10^{-8}$   
(۳)  $5/38 \times 10^{-9}$   
(۴)  $6/85 \times 10^{-11}$

۱۱۵- یک ورقه نازک منیزیم را وارد پنج دسی لیتر محلول ۰/۸ مولار هیدروبرمیک اسید می‌کنیم. با توجه به نمودار زیر، چند دقیقه پس از آغاز

واکنش، pH محلول، ۶ برابر می‌شود؟ (حجم مولی گازها در شرایط آزمایش ۳۰ لیتر است و از تغییرات حجم محلول چشم‌پوشی کنید).



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

ل انجام محاسبات



وجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

## زوج درس ۱

## شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱- کدام مطالب زیر در ارتباط با اکسیژن نادرست است؟

(آ) مقدار گاز اکسیژن در لایه‌های گوناگون هواکره با هم تفاوت دارد.

(ب) عنصر اکسیژن در ساختار همه مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها یافت می‌شود.

(پ) به ترکیب حاصل از اکسیژن با هر کدام از عنصرهای سیلیسیم و آلومینیم به ترتیب سیلیس و بوکسیت گفته می‌شود.

(ت) علاوه بر اغلب نافلزها، شمار محدودی از فلزها نیز در شرایط مناسب با گاز اکسیژن می‌سوزند.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «پ» و «ت» (۳) «آ» و «ت» (۴) «ب» و «پ»

۱۱- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

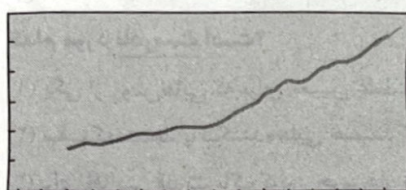
(۱) از روی مدل فضاپرن نمی‌توان پیوندهای یگانه و چندگانه را از هم تشخیص داد.

(۲) در واکنش تولید اوزون تروپوسفری در حضور نور خورشید، به جز یک ترکیب، سایر اجزای واکنش، قاعده هشت‌تایی را رعایت می‌کنند.

(۳) در واکنش تولید آب از گازهای هیدروژن و اکسیژن، می‌توان از فلزی که به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شود، به عنوان کاتالیزگر استفاده کرد.

(۴) در باتری‌های قابل شارژ، واکنش‌های برگشت‌پذیری که انجام می‌شوند، از نوع شیمیایی هستند.

۱۱- با توجه به شکل‌های زیر، کدام عبارت‌ها درست می‌باشند؟



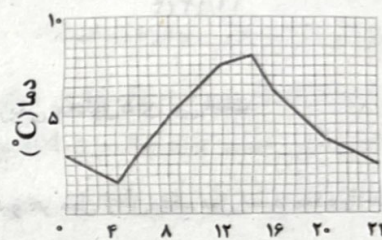
D



C



B



A

(آ) نمودار (A) تغییر دمای درون یک گلخانه را در ۲۴ ساعت شبانه‌روز یک روز زمستانی نشان می‌دهد.

(ب) شکل (B) حسگر گازی را نشان می‌دهد که شمار پیوندهای کووالانسی آن با شمار پیوندهای کووالانسی مولکول  $\text{SO}_2$  برابر است.

(پ) در شکل (C) از ترکیبی استفاده می‌شود که شمار کاتیون‌ها با آنیون‌های آن برابر است.

(ت) نمودار (D) میانگین جهانی دمای سطح زمین را در صد سال گذشته نشان می‌دهد.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «آ» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

چه تعداد از عبارت‌های زیر، در ارتباط با گاز کربن مونوکسید، به درستی بیان شده است؟

• در صورتی که اکسیژن در دسترس، برای سوختن سوخت‌های فسیلی، خالص نباشد، این گاز تولید می‌شود.

• گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است و حجم هر گرم از آن، بیشتر از حجم یک گرم هوا است.

• میل ترکیبی همگلوبین خون با این گاز، بسیار زیاد و در حدود  $20^\circ$  برابر اکسیژن است.

• واکنش این گاز با اکسیدهایی مانند منیزیم اکسید و کلسیم اکسید، می‌تواند ترکیب‌های معدنی تولید کرد.

۳ (۴)

۲ (۳)

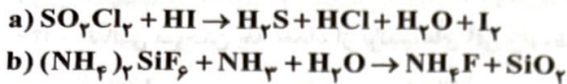
۱ (۲)

صفر

ام محاسبات



۱۲۰- پس از موازنه واکنش‌های (a) و (b)، تفاوت مجموع ضرایب اجزای شرکت‌کننده در دو واکنش کدام است؟



۵ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

۱۲۱- کدام مطالب زیر، در ارتباط با گوگرد درست است؟

- (آ) برای تهیه سولفوریک اسید، نخست گوگرد را با اکسیژن واکنش می‌دهند و می‌سوزانند.  
 (ب) میانگین طول موج نور حاصل از سوختن گوگرد، بلندتر از نور حاصل از سوختن سدیم است.  
 (پ) گوگرد دو نوع اکسید با فرمول‌های  $\text{SO}_2$  و  $\text{SO}_3$  تشکیل می‌دهد که از نظر شمار پیوندهای دوگانه، وضعیت مشابهی دارند.  
 (ت) بر اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی در خودروها، دو نوع اکسید از گوگرد به طور مستقیم وارد هواکره می‌شود.
- (۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «پ» (۳) «آ»، «پ» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۱۲۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر، در ارتباط با اکسیدهای نیتروژن که در هوای آلوده وجود دارند، درست است؟

- گاز دی‌نیتروژن مونوکسید به رنگ قهوه‌ای است و هوای آلوده کلان‌شهرها به این علت، اغلب به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.
- هنگام رعد و برق، گازهای نیتروژن و اکسیژن در هوا ترکیب شده و به این اکسیدها تبدیل می‌شوند.
- این گازها از واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن درون موتور خودرو و به دلیل فشار بالا به وجود می‌آیند.
- این گازها عامل پیدایش اوزون تروپوسفری هستند و با تولید اوزون تروپوسفری، مقدار هر کدام از این اکسیدها کاهش می‌یابد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

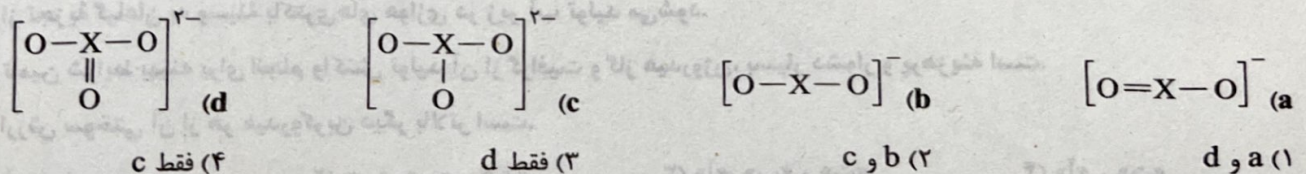
۱۲۳- کدام یک از عبارت‌های زیر از نظر درستی یا نادرستی، متفاوت با سه عبارت دیگر است؟

- (۱) برای نام‌گذاری هر یک از ترکیب‌های شامل کروم، از یکی از اعداد رومی (II) یا (III) استفاده می‌شود.
- (۲) در رسم ساختار لوویس ترکیب‌های مولکولی، اتم‌های هالوژن و هیدروژن هرگز نمی‌توانند اتم مرکزی باشند.
- (۳) بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی که به سمت زمین تابیده می‌شود، به وسیله هواکره جذب می‌شود.
- (۴) در تولید برق با استفاده از منابعی غیر از سوخت‌های فسیلی، ردپای کربن دی‌اکسید توسط انرژی خورشید بیشتر از ردپای کربن دی‌اکسید توسط گرمای زمین است.

۱۲۴- چه تعداد از ویژگی‌های زیر در اوزون بیشتر از اکسیژن است؟

• واکنش‌پذیری	• غلظت در لایه استراتوسفر	• نقطه جوش	• طول موج رنگ آن در حالت مایع خالص
۲ (۱)	۳ (۲)	۳ (۳) صفر	۱ (۴)

۱۲۵- در ساختار هر کدام از یون‌های زیر، تمامی اتم‌ها قاعده هشت‌تایی را رعایت می‌کنند. در کدام یون‌ها، عنصر X هم‌گروه با  $\text{Ge}$  است؟



حل انجام محاسبات



## زوج درس ۲

## شیمی (۲) (سؤالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

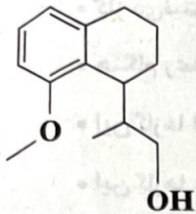
۱- آنتالپی سوختن چه تعداد از ترکیب‌های آلی زیر، منفی‌تر (بیشتر) از آنتالپی سوختن اتانول است؟ (دما یکسان است).

• متانول	• اتان	• اتین	• اتن
(۱) صفر	(۲) ۱	(۳) ۲	(۴) ۳

۱- کدام مطالب نادرست است؟

- (آ) یک ویژگی بنیادی در همه واکنش‌های شیمیایی، داد و ستد گرما با محیط پیرامون است.  
 (ب) هر چه پیوند میان دو اتم، سست‌تر باشد، انرژی تشکیل و آنتالپی شکستن آن پیوند، کم‌تر است.  
 (پ) محتوای انرژی ۵۰ گرم آب با دمای  $25^{\circ}\text{C}$  در فشار محیط، لزوماً ثابت نیست و به روش تهیه آن نیز بستگی دارد.  
 (ت) گرمای واکنش  $\text{PCl}_5(\text{g}) \rightarrow \text{PCl}_3(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g})$  که در یک ظرف در بسته انجام می‌شود، معادل آنتالپی واکنش است.  
 (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «آ» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۱۲- کدام مطالب در ارتباط با ساختار زیر درست است؟ ( $\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )



- (آ) جرم مولی آن با مجموع جرم مولی آلدهید موجود در بادام و کتون موجود در میخک برابر است.  
 (ب) نسبت آنتالپی سوختن به ارزش سوختی آن،  $\frac{11}{9}$  نسبت آنتالپی سوختن به ارزش سوختی گلوکز است.  
 (پ) در ساختار آن، گروه‌های عاملی اتری و هیدروکسید وجود دارد.  
 (ت) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی آن برابر با  $9/75$  است.  
 (۱) «آ» و «ب» (۲) «آ»، «ب» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۱- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) تفاوت شمار اتم‌های کربن ساده‌ترین مولکول آلدهید و ساده‌ترین مولکول کتون برابر با یک است.  
 (۲) الماس، ناپایدارتر از گرافیت بوده و آنتالپی سوختن آن، منفی‌تر (بیشتر) از آنتالپی سوختن گرافیت است.  
 (۳) ارزش سوختی چربی و پروتئین به تقریب با هم برابر است.  
 (۴) با انجام یک واکنش شیمیایی و تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، تفاوت آشکاری در انرژی جنبشی وابسته به آن‌ها ایجاد می‌شود.  
 بر اثر واکنش گاز متان با بخار برم، گاز A و گاز هیدروژن برمی‌آید می‌شود. اگر آنتالپی واکنش مورد نظر به ازای مصرف یک مول متان برابر  $-86 \text{ kJ}$  باشد، فرمول گاز A کدام است؟

پیوند	C—H	Br—Br	C—Br	H—Br
( $\text{kJ.mol}^{-1}$ ) آنتالپی پیوند	۴۱۵	۱۹۳	۲۸۵	۳۶۶

$\text{CBr}_4$  (۴)  $\text{CHBr}_3$  (۳)  $\text{CH}_2\text{Br}_2$  (۲)  $\text{CH}_3\text{Br}$  (۱)

کدام مطالب زیر در ارتباط با ساده‌ترین هیدروکربن درست است؟

- (آ) بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد و به گاز مرداب معروف است.  
 (ب) از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های هوازی در زیر آب تولید می‌شود.  
 (پ) تأمین شرایط بهینه برای انجام واکنش تولید آن از گرافیت و گاز هیدروژن، بسیار دشوار و پرهزینه است.  
 (ت) ارزش سوختی آن از هر هیدروکربن دیگر بالاتر است.  
 (۱) «آ»، «ب» و «پ» (۲) «ب»، «پ» و «ت» (۳) «آ»، «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

محاسبات



۱۳۲- اگر ارزش سوختی الکل موجود در گشنیز (A)،  $1/2$  برابر ارزش سوختی اتر موجود در رازیانه (B) باشد، گرمای حاصل از سوختن کامل  $4/5$

گرم الکل A با گرمای حاصل از سوختن کامل چند گرم اتر B برابر است؟ ( $H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$ )

۷/۲۵ (۴)

۶/۴ (۳)

۳/۷۵ (۲)

۵/۴ (۱)

۱۳۳- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با واکنش تولید آمونیاک از گازهای نیتروژن و هیدروژن که طی دو مرحله انجام می‌شود، نادرست است؟

(۱) هیدرازین در مرحله اول، تولید و در مرحله دوم، مصرف می‌شود.

(۲) در شرایط یکسان، آمونیاک پایدارتر از هیدرازین است.

(۳) علامت آنتالپی واکنش کلی، با علامت آنتالپی واکنش مرحله دوم یکسان است.

(۴) مقدار هیدروژن مصرفی در مرحله اول، کم‌تر از هیدروژن مصرفی در مرحله دوم است.

۱۳۴- برای چه تعداد از پیوندها در مولکول‌های داده‌شده از مفهوم «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود؟

• پیوند  $C=O$  در کربن دی‌اکسید

• پیوند  $H-S$  در هیدروژن سولفید

• پیوند  $H-Cl$  در هیدروژن کلرید

• پیوند  $C\equiv O$  در کربن مونوکسید

• پیوند  $N-H$  در آمونیاک

۵ (۴)

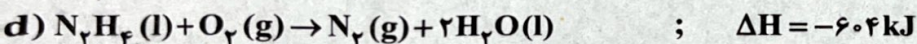
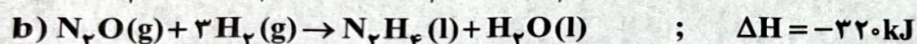
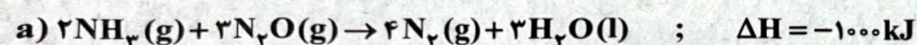
۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۳۵- از سوختن آمونیاک می‌توان آب و هیدرازین به دست آورد. اگر تفاوت جرم فراورده‌های این واکنش برابر  $5/6$  گرم باشد، مقدار گرمای

مبادله‌شده این واکنش با توجه به واکنش‌های ترموشیمیایی زیر، چند کیلوژول است؟ ( $N=14, H=1, O=16: g.mol^{-1}$ )



۷۵/۶ (۴)

۵۷/۶ (۳)

۳۸/۲ (۲)

۲۸/۳ (۱)



## دفعه شماره (۳)

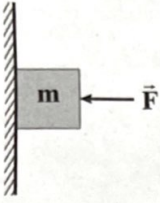
نام خانوادگی: کد داوطلب:	نام: نام خانوادگی: کد داوطلب:	سؤالات تشریحی دوازدهم ریاضی	نام درس: فارسی و فیزیک زمان آزمون: ۱۱۰ دقیقه
-----------------------------	-------------------------------------	--------------------------------	-------------------------------------------------------

ردیف	نمره	سؤال
		<b>فارسی (۲)</b>
۱	۰/۵	معنی واژه مشخص شده را بنویسید. سریر ملک، عطا داد کردگار تو را به جای خویش دهد هر چه کردگار دهد.
۲	۰/۵	املاي درست را در جمله زیر، انتخاب نمایید. گاهی می ایستد و علف و (خواری / خاری) را پوزه می زند.
۳	۰/۵	در گروه واژگان زیر، نادرستی املايي به کار رفته است، درست آن را بنویسید. «ضجّه و شیون - ستوران و حیوانات - شرزّه و خشمگین - طریاق و پادزهر»
۴	۰/۵	نقش ضمیر پیوسته در مصراع «بعد از این وادی توحید آیدت» مشابه گزینه ..... است؟ الف) در عشق کسی قدم نهد کیش جان نیست ب) آن خضر که فرخنده پیش نام نهادند
۵	۱	نقش دستوری واژه های مشخص شده را بنویسید. الف) عشق حقیقی دل و جان را پاک می گرداند. ب) برخی عاشق را دیوانه می بندارند.
۶	۱	در بیت زیر، «وابسته و وابسته» را مشخص کنید و نمودار پیکانی آن را رسم نمایید. «هر کسی کاو دور ماند از اصل خویش / باز جوید روزگار وصل خویش»
۷	۱/۵	نام پدیدآورنده هر یک از آثار زیر را بنویسید. الف) فیه مافیه ب) قصه شیرین فرهاد ج) مثنوی معنوی
۸	۱	آرایه درست را از داخل کمانک برگزینید. الف) تو قلب فسرده زمینی / از درد ورم نموده یک چند (ایهام - جناس) ب) خانه ای کاو شود از دست اجانب آباد / ز اشک ویران گشش آن خانه که بیت الحزن است (متناقض نما - تضاد)



ردیف	نمره	سؤال
۹	۰/۵	بیت زیر را کامل کنید. آیینۀ نگاهت، پیوند صبح و ساحل / .....
۱۰	۰/۵	مفهوم بیت زیر از کدام گزینه دریافت می شود؟ «در ره عشق نشد کس به یقین محرم راز / هر کسی بر حسب فکر گمانی دارد» الف) هر کسی از ظنّ خود شد یار من / از درون من نجست اسرار من ب) سرّ من از ناله من دور نیست / لیک چشم و گوش را آن نور نیست
۱۱	۱/۵	با توجه به ابیات زیر، به پرسش ها پاسخ دهید. پنهان مکن آتش درون را / زین سوخته جان شنو، یکی پند تو قلب فسرده زمینی / از درد، وّرم نموده یک چند الف) در بیت اول، منظور از «آتش» و «سوخته جان» چیست؟ ب) با توجه به بیت دوم، چرا شاعر، خطاب به «دماوند» این چنین گفته است؟
۱۲	۱	معنای ابیات و عبارات زیر را به نثر روان بنویسید. الف) بفکن ز بی این اساس تزویر ب) محرم این هوش جز بی هوش نیست
<b>فیزیک (۳)</b>		
۱۳	۱	درستی یا نادرستی هر یک از جمله های زیر را مشخص کنید. الف) نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می شوند و هم نوع هستند. ب) فضا پیمایی با موتور خاموش که در فضا و دور از ستاره ها و سیارات دیگر در حال حرکت است، با حرکتی شتاب دار به حرکت خود ادامه می دهد. ج) هر چه لختی جسم بیشتر باشد، هنگام اعمال یک نیروی معین، شتاب حرکت جسم بیشتر می شود. د) واکنش نیروی وزن، نیرویی است که در خلاف جهت آن از طرف جسم به زمین وارد می شود.
۱۴	۱	به سوالات زیر، پاسخ کوتاه دهید: الف) در هنگام ترمز ناگهانی، در اثر چه خاصیتی به جلو پرتاب می شویم؟ ب) اندازه نیروی مقاومت شاره وارد بر جسم در حال حرکت درون شاره به چه عواملی بستگی دارد؟ ج) با چه وسیله ای نیرو را اندازه گیری می کنیم؟
۱۵	۱	شخصی درون آسانسور ساکن روی ترازوی فنری ایستاده است و ترازو وزن او را ۶۰۰ نیوتون نشان می دهد. در لحظه شروع حرکت آسانسور رو به بالا، ترازو عدد ۷۵۰ نیوتون را نشان می دهد. شتاب حرکت آسانسور در این لحظه چقدر است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



ردیف	نمره	سؤال
۱۶	۳	<p>مطابق شکل زیر، جسمی به جرم <math>۰/۵ \text{ kg}</math> را با نیروی <math>F = ۲۰ \text{ N}</math> به دیوار قائم فشرده‌ایم و جسم در آستانه حرکت به طرف پایین است. <math>(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})</math></p>  <p>الف) ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار چقدر است؟</p> <p>ب) نیروی قائم و رو به بالای <math>F'</math> که باید بر جسم وارد شود تا جسم را در آستانه حرکت به سمت بالا قرار دهد، چند نیوتون است؟</p>
۱۷	۱	<p>توپی به جرم <math>۰/۷۵ \text{ kg}</math> با سرعت ثابت <math>۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}</math> به طور افقی حرکت می‌کند.</p> <p>الف) تکانه توپ را حساب کنید.</p> <p>ب) اگر تکانه توپ دو برابر شود، انرژی جنبشی آن چند برابر می‌شود؟</p>
۱۸	۰/۵	<p>پره یک بالگرد با دوره <math>۰/۰۳ \text{ s}</math> به طور یکنواخت می‌چرخد. اگر شعاع پره <math>۲/۵</math> متر باشد، تندی نوک پره چقدر است؟ <math>(\pi = ۳)</math></p>
۱۹	۰/۵	<p>حداقل نیروی اصطکاک ایستایی بین چرخ‌های خودرو و سطح جاده چقدر باشد تا خودرویی به جرم <math>۸۰۰ \text{ kg}</math> بتواند با تندی <math>۵۴ \frac{\text{km}}{\text{h}}</math> پیچ افقی مسطحی را که شعاع آن <math>۵۰</math> متر است، دور بزند؟</p>



نمبره	سؤال	دیف
۱	<p>ماهواره‌ای به جرم ۱۰۰ کیلوگرم در فاصله ۲۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین به دور زمین در حال چرخش است. نیروی گرانشی وارد بر این ماهواره از طرف زمین چند نیوتون است؟ <math>(G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}, R_e = 6400 \text{ km}, M_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg})</math></p>	۲۰
۱	<p>اگر جسمی را به اندازه شعاع کره زمین در راستای قائم از سطح زمین بالا ببریم، وزن جسم چند برابر وزن آن روی سطح زمین می‌شود؟</p>	۱
۲۰	جمع نمرات	



تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۸/۱۸

# پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۴) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱	۵	ریاضی ۱	
	۴۰	۳۶	۵	حسابان ۱	
	۴۵	۴۱	۵	هندسه ۱	
	۵۵	۴۶	۱۰	آمار و احتمال	
۴۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	فیزیک ۳	۲
	۹۰	۸۱	۱۰	فیزیک ۱	
	۱۰۰	۹۱	۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۱۵	۱۰۱	۱۵	شیمی ۳	۳
	۱۲۵	۱۱۶	۱۰	شیمی ۱	
	۱۳۵	۱۲۶	۱۰	شیمی ۲	



دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری - حسین نادری مفید ابراہیم پور - مہدی وارستہ مجید فرہندپور - مہدی گرمی	محدثہ کارگرفرد - ابوالفضل قاسمی نبا فرہختی - علی عرب مینا نظری - زہرا ساسانی
فیزک	مازیار چراغی - مروارید شاہ حسینی	سارا دانایی کجانی
شیمی	پویا الفتی	ایمان زارعی - میلاد عزیز یاسر راش

### آمادہ سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعی

بازبینی و نظارت نہایی: سارا نظری

برنامہ ریزی و ہمہنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچہ: بہارہ سلیمی - عطیہ خادمی

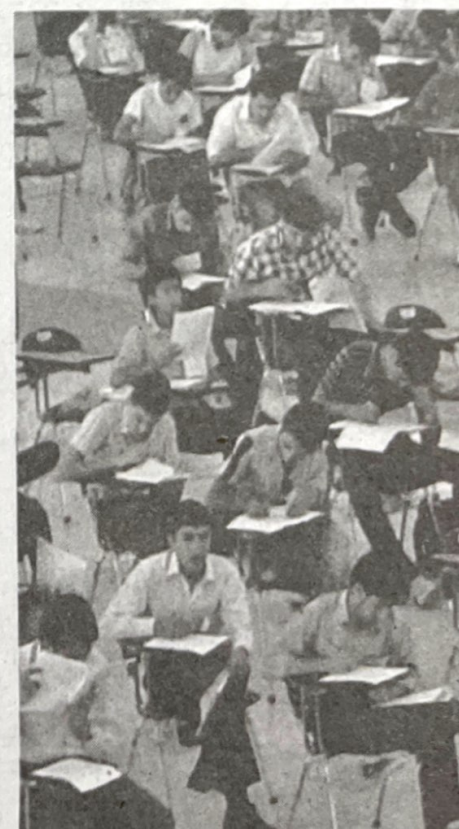
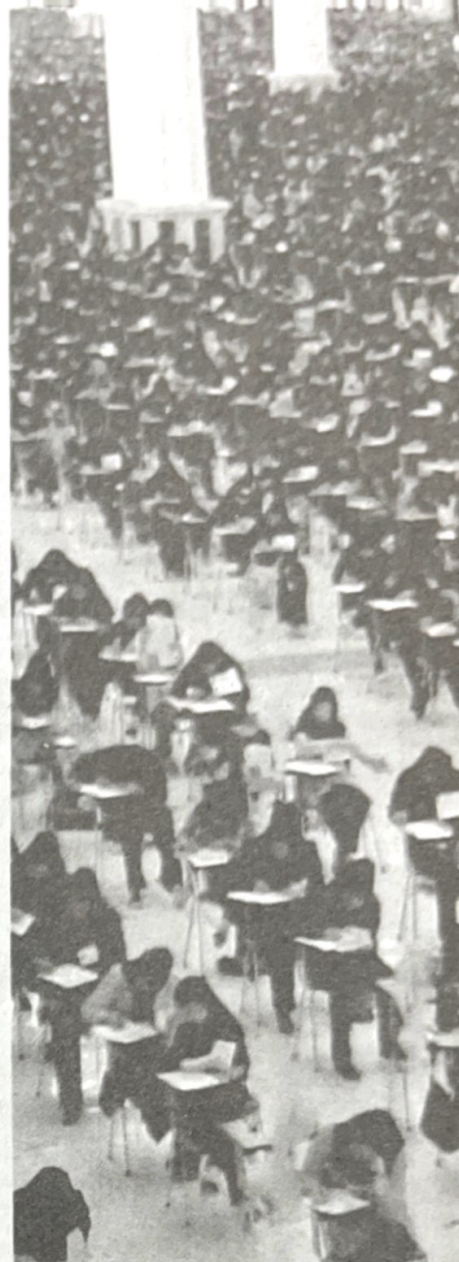
ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مریم پارسائیان - سنیدہ سادات شریفی - فاطمہ عبدالہخانی

سرپرست واحد فنی: سعیدہ قاسمی

صفحہ آرا: فرہاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف نگاران: ربابہ الطافی - فرزانیہ رجبی - مینا عباسی - مہناز کاظمی - سحر فاضلی - حدیث فیض الہی - فاطمہ میرزایی





۴ ۶

$$f(x) = a(x+2)(x+1)(x-1) \xrightarrow{(2, 96)} 96 = a \times 4 \times 3 \times 1$$

$$\Rightarrow a = 8$$

$$f(x) = \lambda(x+2)(x+1)(x-1) \Rightarrow d = f(0) = \lambda(2)(1)(-1) = -16$$

$$a + d = 8 - 16 = -8$$

۱ ۷

$$\text{عبارت} = (x-1)x^{1^f}(1+x+x^2+\dots+x^{2^f}) = x^{1^f}(x^{2^f}-1)$$

$$= (x^9)^f((x^9)^f-1) = (9)^f((9)^f-1) = 9 \times 80 = 720$$

۳ ۸

$$P(x) = (x^r - x^r - 6x)Q(x) + ax + b \Rightarrow \begin{cases} P(r) = ra + b = 5 \\ P(-r) = -ra + b = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -1, b = 8 \Rightarrow a \times b = -8$$

۱ ۹

$$x^{110} - x = (x^r + x)Q(x) + ax + b$$

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow 0=b \\ x=-1 \Rightarrow 1+1=a(-1)+b \Rightarrow a=-2 \end{cases}$$

$$\text{باقی مانده} = -2x$$

۳ ۱۰

$$x^r - 2 = 0 \Rightarrow x^r = 2$$

$$P(x) = x^A + 1 = (x^r)^r x^r + 1$$

$$\text{مجموع ضرایب خارج قسمت برابر با } Q(1) \text{ است:}$$

$$x^A + 1 = (x^r - 2)Q(x) + 4x^r + 1 \xrightarrow{x=1} 1+1 = (-1)Q(1) + 4+1$$

$$\Rightarrow Q(1) = 2$$

۱ ۱۱

$$(a, b) = d \Rightarrow d|a \Rightarrow [a, d] = a$$

$$[a, b] = c \Rightarrow a|c \Rightarrow (a, c) = a$$

$$\Rightarrow ([a, (a, b)], (a, [a, b])) = ([a, d], (a, c))$$

$$= (a, a) = a$$

برای دو عدد صحیح  $a$  و  $b$  داریم:

۲ ۱۲

$$(a, b) = d, [a, b] = c \Rightarrow \begin{cases} a = a'd \\ b = b'd \end{cases}, c = a'b'd, (a', b') = 1$$

$$c = a'b'd \Rightarrow 222 = a'b' \times 2 \Rightarrow a'b' = 111 = 1 \times 111 = 3 \times 37$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b'=1 \\ a'=111 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=222 \end{cases} \begin{cases} a'=37 \Rightarrow a=74 \\ b'=3 \Rightarrow b=6 \end{cases}$$

کمترین مقدار  $a+b$  برابر  $80$  است.

ریاضیات



۲ ۱

$$D_g : x - f^{-1}(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq f^{-1}(x)$$

$$\frac{f(x) = x^r + 2x - 12}{\text{تابعی اکیدا صعودی}} \rightarrow f(x) \geq f(f^{-1}(x))$$

$$\Rightarrow x^r + 2x - 12 \geq x \Rightarrow x^r + 2x - 12 \geq 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{(x-2)(x^r + 2x + 6)}_{\text{همواره مثبت}} \geq 0$$

$$\Rightarrow x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow D_g = [2, +\infty) \Rightarrow a = \text{کمترین مقدار} = 2$$

نمودار  $f$  از انتقال تابع  $y = ax^r$  به اندازه  $2$  واحد به راست و

$1$  واحد به پایین به دست می‌آید.

$$f(x) = a(x-2)^r - 1 \xrightarrow{(0,0)} a(-2) - 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{8}$$

$$f(x) = -\frac{1}{8}(x-2)^r - 1 \Rightarrow f(4) = -1 - 1 = -2$$

اگر تابع خطی  $f$  را به صورت  $f(x) = ax + b$  و طول نقطه

دارای عرض  $6$  را  $\alpha$  در نظر بگیریم، داریم:

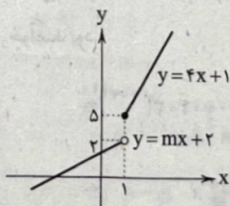
$$y = (x - \alpha)^r + 6$$

$$x^r - 2ax^r + 2a^r x - a^r + 6 = x^r + 6x^r + 9x + ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a = 6 \Rightarrow a = -3 \\ 2a^r = 9 + a \Rightarrow a = 3 \\ -a^r + 6 = b \Rightarrow b = 14 \end{cases}$$

$$f(x) = 3x + 14 \Rightarrow f(1) = 17$$

۳ ۴



$$f(x) = \begin{cases} 4x + 1; & x \geq 1 \Rightarrow \text{شیب} = 4 > 0 \\ mx + 2; & x < 1 \Rightarrow \text{شیب} = m \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \geq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow 4(1) + 1 \geq m + 2 \Rightarrow m \leq 3 \quad (2)$$

$$(2), (1) \Rightarrow 0 \leq m \leq 3 \Rightarrow b - a = 3$$

۲ ۵

$$f(x) = k|x-2| + |x-3| = \begin{cases} (-k-1)x + 2k+3; & x \leq 2 \\ (k-1)x - 2k+3; & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -k-1 < 0 \Rightarrow k > -1 \\ k-1 < 0 \Rightarrow k < 1 \end{cases} \Rightarrow -1 < k < 1 \Rightarrow b - a = 2$$



$$b = 4k + 3 = 4k + 4 - 1 = 4k' - 1$$

$$\Rightarrow b^2 = 16k'^2 - 8k' + 1 = 8k'' + 1 \Rightarrow b^2 = 64k'' + 16k'' + 1 = 8t + 1$$

بنابراین  $b^2 = 8t + 1$  است.

$$\begin{cases} a^2 = 8k'' + 1 \Rightarrow a^2 \equiv 1 \pmod{8} \xrightarrow{\times 2} 2a^2 \equiv 2 \\ b^2 = 8t + 1 \Rightarrow b^2 \equiv 1 \pmod{8} \end{cases} \Rightarrow 2a^2 - b^2 \equiv 2 - 1 \pmod{8}$$

$$\Rightarrow 2a^2 - b^2 \equiv 1 \pmod{8} \xrightarrow{-17} 2a^2 - b^2 - 17 \equiv -16 \pmod{8}$$

بنابراین باقی مانده صفر است.

$$8^{47} = 2^{141}, 4^{37} = 2^{74}$$

۱۷ ۴

$$3^5 \equiv -1 \xrightarrow{\text{توان } 28} 3^{140} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2} 3^{141} \equiv 3 \quad (1)$$

$$3^5 \equiv -1 \xrightarrow{\text{توان } 14} 3^{70} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2} 3^{74} \equiv 16 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 3^{141} - 3^{74} \equiv 3 - 16 \pmod{19} \Rightarrow 3^{141} - 3^{74} \equiv -13 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 3^{141} - 3^{74} \equiv 19$$

باقی مانده برابر ۱۹ است.

۱۸ ۳ کافی است از سمت راست دو رقم، دو رقم جدا کرده و با هم

جمع کنیم و در نهایت باقی مانده تقسیم را بر ۹۹ بیابیم.

$$\overline{a63b29} \equiv \overline{a6} + \overline{3b} + \overline{29} \pmod{99}$$

$$\Rightarrow 10a + 6 + 30 + b + 29 \equiv 0 \pmod{99} \Rightarrow 10a + b \equiv -65 \pmod{99}$$

$$\Rightarrow 10a + b \equiv 34 \pmod{99} \Rightarrow ab \equiv 34 \pmod{99} \Rightarrow ab = 34 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$$

۱۹ ۳ رقم یکان اعداد! ۵، ۶، ... و ۱۴۰۳! برابر صفر است، زیرا

همگی مضرب ۱۰ هستند. بنابراین به هر توانی هم برسند باز هم مضرب ۱۰ خواهند بود.

$$\sum_{n=1}^{1403} n! = 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 1403! \equiv 1 \pmod{10}$$

$$1 + 2! + 6 + 24 + 120 + 720 + \dots + 1403! \equiv 1 \pmod{10}$$

$$1 + 4 + 6 + 6 + 0 + \dots + 10 \equiv 17 \pmod{10}$$

توجه کنید که عدد دارای یکان ۶ به هر توانی برسد باز یکانش ۶ است و عدد دارای یکان ۴ به توان زوج برسد، یکانش ۶ می شود.

۲۰ ۳ تعداد روزها از ۱۳ اردیبهشت تا ۹ دی را می شماریم.

$$\text{دی - آذر - آبان - مهر - شهریور - مرداد - تیر - خرداد - اردیبهشت} \\ 18 + 31 + 31 + 31 + 31 + 30 + 30 + 30 + 9 = 241$$

$$241 \equiv 3 \pmod{7}$$

چون نهم دی یکشنبه بوده است، پس ۳ روز به عقب برمی گردیم، یعنی سیزدهم اردیبهشت پنجشنبه بوده است.

۱۳ ۱ می دانیم که:

$$(a, b) = d \Rightarrow \begin{cases} d|a \\ d|b \end{cases}$$

فرض می کنیم  $d = (2a - 5, a^2 - 6a + 3)$ . آن گاه داریم:

$$\begin{cases} d|2a - 5 \Rightarrow d|a(2a - 5) \Rightarrow d|2a^2 - 5a \\ d|a^2 - 6a + 3 \Rightarrow d|2(a^2 - 6a + 3) \Rightarrow d|2a^2 - 12a + 6 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل را می شمارد}} d|7a - 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d|7a - 6 \Rightarrow d|2(7a - 6) \\ d|2a - 5 \Rightarrow d|7(2a - 5) \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل را می شمارد}}$$

$$d|23 \xrightarrow{\substack{d \in \mathbb{N} \\ d \neq 1}} d = 23$$

۱۴ ۳ می دانیم:

(الف)

$$\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \\ a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m, n, t]} \\ a \equiv b \pmod{t} \end{cases}$$

(ب) اگر  $a \equiv b \pmod{m}$ ،  $n|m$ ، آن گاه  $a \equiv b \pmod{n}$

$$\begin{cases} a^2 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv -1 \pmod{3} \\ a^4 \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow a^4 \equiv -1 \pmod{5} \xrightarrow{[3, 4, 5] = 60} a^{60} \equiv -1 \pmod{60} \\ a^5 \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow a^5 \equiv -1 \pmod{5} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{30 \cdot 60} a^{30} \equiv -1 \pmod{60} \Rightarrow a^{29} \equiv 29 \pmod{60}$$

۱۵ ۲

$$a \mid b \\ \frac{-}{12} 23 \Rightarrow a = b \times 23 + 12, b > 12$$

$$\Rightarrow a = b \times 23 + 12 + 23 - 23 = (b - 1) \times 23 + 35$$

چون  $a$  و  $35$  هر دو مضرب ۵ هستند و ۲۳ مضرب ۵ نیست؛ پس  $(b - 1)$  مضرب ۵ خواهد بود.

$$\begin{cases} b - 1 = 5k \Rightarrow \min(b) = 16 \Rightarrow \min(a) = 16 \times 23 + 12 = 380 \\ b > 12 \end{cases}$$

$$\text{مجموع ارقام} = 3 + 8 + 0 = 11$$

$$\text{اگر } a = 4k + 1 \Rightarrow a^2 = 16k^2 + 8k + 1 = 8k' + 1$$

۱۶ ۴

$$\Rightarrow a^4 = 64k'^2 + 16k' + 1 = 8k'' + 1$$



۲۵ ۳ چون  $A.A^{-1} = A^{-1}.A$  است، کلیه اتحادها بین دو

ماتریس  $A$  و  $A^{-1}$  برقرار است.

$$(A+A^{-1})^2 - (A-A^{-1})^2 = 4AA^{-1}$$

$$\Rightarrow (A+A^{-1})^2 - 12I^2 = 4I \Rightarrow (A+A^{-1})^2 = 16I \quad (*)$$

$$(A+A^{-1}).(A^T + (A^{-1})^T)$$

$$= (A+A^{-1}).[(A+A^{-1})^T - 2 \frac{AA^{-1}}{I} (A+A^{-1})]$$

$$= (A+A^{-1})^2 - 2(A+A^{-1})^T = (16I)^2 - 2(16I)$$

$$= 256I - 32I = 224I = \begin{bmatrix} 224 & 0 \\ 0 & 224 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌ها  $= 224 + 224 = 448$

۲۶ ۱

$$A = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -y & -x \end{bmatrix}$$

چون  $A$  وارون پذیر نیست، پس  $|A| = 0$ .

$$|A| = (-2x - 2y)(-2x - 2y) = 0 \Rightarrow x = -y$$

بنابراین برای ماتریس  $B$  داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 2x & -x \\ -x & x \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 2x^2 - x^2 = x^2$$

$$B^{-1} = \frac{1}{2x^2} \begin{bmatrix} x & x \\ x & 2x \end{bmatrix} = \frac{1}{2x} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$6x \times B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های سطر دوم  $= 3 + 9 = 12$

۲۷ ۱ در دستگاه  $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$  داریم:

$$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \Rightarrow \text{جواب منحصر به فرد دارد}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \text{بی شمار جواب دارد}$$

$$\frac{2}{n} = \frac{m}{4} = \frac{12}{8} \Rightarrow \begin{cases} n=2 \\ m=6 \end{cases} \quad \text{پس داریم:}$$

دستگاه جدید به صورت  $\begin{cases} 4x+8y=5 \\ 2x+4y=-3 \end{cases}$  است و چون دو خط موازی

هستند  $(\frac{4}{2} = \frac{8}{4} \neq \frac{5}{-3})$ ، پس دستگاه جواب ندارد.

$$۲۸ ۲ اگر  $B = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ، آن گاه  $B^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ ، پس داریم:$$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -26 & -7 \\ -4 & 11 & 2 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس  $A = 10 - 26 - 7 - 4 + 11 + 2 = -13$

۲۱ ۳

$$A^T = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$A^T = (A^T)^T = I$$

چون  $14 \cdot 2! = 28$  مضرب از ۴ است  $(4! = 24)$ ، داریم:

$$\begin{cases} A^{14 \cdot 2!} = (A^T)^k = I^k = I \\ A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A^{14 \cdot 2!} + A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(A^{14 \cdot 2!} + A^{-1})^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(A^{14 \cdot 2!} + A^{-1})^{-1} \text{ مجموع درایه‌های } = \frac{1}{2}(-1-1+5+2) = 3$$

۲۲ ۲

$$A^T = 5A + I \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1} \times A^T = 5A^{-1} \times A + A^{-1} \times I$$

$$\Rightarrow (A^{-1}.A)A = 5I + A^{-1} \Rightarrow A - A^{-1} = 5I$$

$$(A - A^{-1} - 5I)^5 = (5I - 5I)^5 = 32I = \begin{bmatrix} 32 & 0 \\ 0 & 32 \end{bmatrix}$$

$$(A - A^{-1} - 5I)^5 \text{ مجموع درایه‌های } = 32 + 32 = 64$$

$$۲۳ ۴ می‌دانیم  $AA^{-1} = A^{-1}A = I$$$

$$A + A^{-1} = A.A^{-1} \Rightarrow A + A^{-1} = I \xrightarrow{\times A} A(A + A^{-1}) = AI$$

$$\Rightarrow A^T + I = A \Rightarrow A^T - A + I = \bar{O}$$

$$\xrightarrow{\times (A+I)} (A+I)(A^T - A + I) = \bar{O} \Rightarrow A^T + I^T = \bar{O}$$

$$\Rightarrow A^T = -I$$

پس  $A^T = -I$  و  $A^T = A - I$  است.

$$A^{14 \cdot 2} = A^{14 \cdot 1} \times A^T = (A^T)^{14 \cdot 2} \times A^T = (-I)^{14 \cdot 2} \times A^T$$

$$= -I \times A^T = -A^T = I - A$$

۲۴ ۴ نکته:

$$(ABC)^{-1} = C^{-1}.B^{-1}.A^{-1}$$

$$A^{-1}.(A^{-1} + B^{-1})^{-1}.B^{-1} = (B.(A^{-1} + B^{-1}).A)^{-1}$$

$$= ((BA^{-1} + BB^{-1}).A)^{-1} = (BA^{-1}.A + IA)^{-1} = (B+A)^{-1}$$

$$B+A = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ -5 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = 3I$$

$$\Rightarrow (B+A)^{-1} = \frac{1}{3}I$$



۲ ۳۳ به ازای  $x > \frac{5}{6}$  مخرج کسر مثبت است، پس  $x=2$  و  $x=1$

ریشه‌های صورت می‌باشند:

$$x=2 \Rightarrow -2a+b+4=0 \Rightarrow -2a+b=-4$$

$$-4x^2+8x+12=0 \xrightarrow{+(-4)} x^2-2x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=3 \end{cases}$$

$$y=(x-2)^2(x-1) \Rightarrow y=x^3-7x^2+15x-9 \quad ۴ \quad ۳۴$$

$$\Rightarrow 2a=-7 \Rightarrow a=-\frac{7}{2}, b=15, c=-9$$

$$a+b+c=-\frac{7}{2}+15-9=\frac{5}{2}$$

$$f(x)=\sqrt{4x^2-(2m-1)x+1} \quad ۲ \quad ۳۵$$

برای اینکه تابع رادیکالی به ازای هر  $x$  تعریف شده باشد عبارت زیر رادیکال همواره بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد، بنابراین:

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow (2m-1)^2-16 \leq 0 \Rightarrow (2m-1)^2 \leq 16$$

$$\Rightarrow |2m-1| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq 2m-1 \leq 4 \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}$$

$$\begin{cases} a=-\frac{3}{2} \\ b=\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2=\frac{9}{4}+\frac{25}{4}=\frac{34}{4}=\frac{17}{2}$$

۳ ۳۶ دامنه مشترک  $f$  و  $g$  مجموعه  $\{2, 4, 1\}$  است. در بین این اعداد

هم  $f^{-1}(1)=g^{-1}(1)$  است. پس دامنه تابع  $\frac{f+g}{f^2-g^2}$  مجموعه  $\{2, 4\}$  است.

حال می‌دانیم  $\frac{f+g}{f^2-g^2}=\frac{1}{f-g}$  است، در نتیجه برد این تابع اعداد زیر است:

$$۱) \frac{1}{f(2)-g(2)}=\frac{1}{2-1}=\frac{1}{2} \Rightarrow \text{مجموع}=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$

$$۲) \frac{1}{f(4)-g(4)}=\frac{1}{-2-4}=-\frac{1}{6}$$

۱ ۳۷ با توجه به سه عضو بودن مجموعه‌های  $D_f$  و  $R_f$  داریم:

$$\{1, 2, b\}=\{a, b, 2a\} \Rightarrow \{1, 2\}=\{a, 2a\} \Rightarrow a=1$$

در نتیجه داریم:

$$f^{-1}=\{(1, 1), (b, 2), (2, b)\} \text{ و } f=\{(1, 1), (2, b), (b, 2)\}$$

$$f+f^{-1}=\{(1, 2), (2, 2b), (b, 6)\} \quad \text{بنابراین:}$$

تنها عددی که در برد می‌تواند ۱۰ باشد،  $2b$  است، بنابراین:

$$2b=10 \Rightarrow b=5 \Rightarrow a+b=6$$

۲ ۳۸ گزینه (۱) نادرست است. زیرا اگر  $f(x)=x^2$  باشد،

آن‌گاه  $f(f(x))=x^4$  در حالی که  $f$  وارون پذیر نیست.

گزینه (۲) درست است. زیرا اگر  $f(x_1)=f(x_2)$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$f(x_1)=f(x_2) \Rightarrow f(f(x_1))=f(f(x_2)) \Rightarrow x_1+1=x_2+1$$

$$\Rightarrow x_1=x_2 \text{ یک به یک است.}$$

۲ ۳۹

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$A^T = A^T \times A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \bar{O} \Rightarrow A^T + I = I$$

$$\Rightarrow (A+I)(A^T-A+I)=I \quad (*)$$

$$AX+X=2A^T-4A-I$$

$$\Rightarrow (A+I).X=2A^T-4A-I \xrightarrow{\times(A^T-A+I)}$$

$$\underbrace{(A^T-A+I)(A+I)}_I X = (A^T-A+I)(2A^T-4A-I)$$

$$\xrightarrow{(*)} X = \frac{2A^T}{\bar{O}} - \frac{4A}{\bar{O}} - A^T - \frac{2A^T}{\bar{O}} + 4A^T + A + 2A^T - 4A - I$$

$$\Rightarrow X = 6A^T - 2A - I = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 36 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cdot & -6 & 2 \\ \cdot & \cdot & -9 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} -1 & -6 & 39 \\ \cdot & -1 & -9 \\ \cdot & \cdot & -1 \end{bmatrix}$$

$X$  مجموع درایه‌های ماتریس  $X = -1-6+39-1-9-1=21$

$$(A-I)^T = \bar{O} \Rightarrow A^T - 2A^T + 2A - I = \bar{O} \quad ۴ \quad ۳۰$$

$$\Rightarrow A(A^T - 2A + 2I) = I$$

بنابراین:

$$A^{-1} = A^T - 2A + 2I$$

$$A^{-1} + 2A - 2I = A^T - 2A + 2I + 2A - 2I = A^T$$

۳ ۳۱ با توجه به این که در مخرج  $\Delta < 0$  است، پس مخرج کسر

همواره مثبت است، بنابراین ۱ و ۲ ریشه‌های صورت هستند:

$$x=1 \Rightarrow a+b-1=0 \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=-2 \end{cases}$$

$$x=2 \Rightarrow a+2b-4=0$$

$$\frac{a}{b} = -\frac{2}{3}$$

$$5-|x+1| > 2x \Rightarrow |x+1| < 5-2x \xrightarrow{\frac{5-2x > 0}{x < \frac{5}{2}} (1)} \quad ۲ \quad ۳۲$$

$$\begin{cases} x+1 > 2x-5 \Rightarrow x < 6 \quad (2) \\ 2x-5 < x+1 < 5-2x \Rightarrow \begin{cases} x+1 < 5-2x \Rightarrow x < \frac{4}{3} \quad (3) \end{cases} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2) \cap (3)} (-\infty, \frac{4}{3}) \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow 2a^2+1 = 2\left(\frac{16}{9}\right)+1 = \frac{32}{9}+1 = \frac{41}{9}$$



۴۱) تعداد قطرهای گذرنده از هر رأس یک  $n$  ضلعی محدب برابر  $n-2$ ، مجموع تعداد قطرهای متمایز دو رأس غیرمجاور برابر  $2(n-2)-1=2n-7$  و تعداد کل قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب  $\frac{n(n-3)}{2}$  می‌باشد.

$$2n-7=43 \Rightarrow 2n=50 \Rightarrow n=25$$

$$\begin{aligned} \text{تعداد قطرهای } 25\text{-ضلعی} &= \frac{25 \times (25-3)}{2} = \frac{25 \times 22}{2} = 275 \\ \text{تعداد قطرهای } 24\text{-ضلعی} &= \frac{24 \times (24-3)}{2} = \frac{24 \times 21}{2} = 252 \\ \text{تفاوت} &= 275 - 252 = 23 \end{aligned}$$

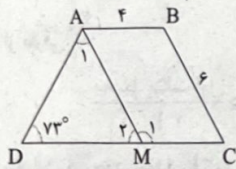
۴۲) در هر لوزی قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند، یعنی  $O$  وسط  $AC$  و  $BD$  می‌باشد. در مثلث  $ABC$ ،  $AP$  و  $BO$  هر دو میانه بوده و  $E$  محل برخورد میانها می‌باشد. می‌دانیم در مرکز ثقل، هر میانه به نسبت  $1$  به  $2$  تقسیم می‌شود، یعنی  $OE = \frac{1}{3}OB$ ، به همین ترتیب  $OF = \frac{1}{3}OD$ . از طرفی مثلث‌های  $ABD$  و  $AEF$  دارای ارتفاع یکسانی هستند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها همان نسبت قاعده‌هایشان می‌باشد.

$$\frac{S_{\Delta AEF}}{S_{\Delta ABD}} = \left(\frac{EF}{BD}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

در لوزی قطرها مساحت را نصف می‌کنند، یعنی  $S_{\Delta ABD} = S_{\Delta BCD}$ ، بنابراین:

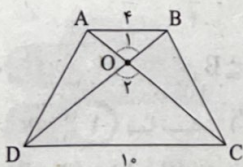
$$\frac{S_{\Delta AEF}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{1}{9}$$

۴۳)  $AM$  را موازی  $BC$  رسم می‌کنیم،  $ABCM$  متوازی‌الاضلاع است، پس  $AB=MC=4$ ،  $AM=BC=6$  و  $\hat{M}_1 = \hat{B} = 146^\circ$ ، بنابراین  $\hat{M}_1 = 180^\circ - 146^\circ = 34^\circ$



$$\hat{A}_1 = 180^\circ - (34^\circ + 73^\circ) = 73^\circ$$

بنابراین مثلث  $AMD$  متساوی‌الساقین است، یعنی  $AM=MD=6$  و از آنجا  $DC=6+4=10$



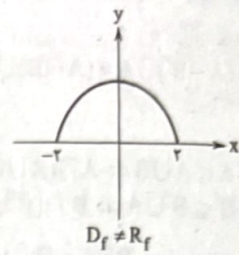
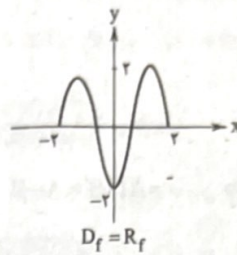
دو مثلث  $OAB$  و  $OCD$  متشابهند، زیرا:

$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (مقابل به رأس)} \\ \hat{B} = \hat{D} \text{ (خطوط موازی و مورب)} \\ \hat{A} = \hat{C} \text{ (خطوط موازی و مورب)} \end{cases}$$

$$\frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta OCD}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 = \left(\frac{4}{10}\right)^2 = 0.16$$

پس:

گزینه (۳) و (۴) هر دو نادرست هستند.

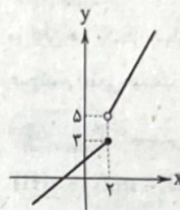


۳۹) دو حالت در نظر می‌گیریم.

حالت (۱) اگر  $a \geq 5$  باشد، آن‌گاه  $g(5) = 5 - 1 = 4$  است و داریم:

$$2f(x) + 4 = 12 \Rightarrow f(x) = 4$$

اما نمودار  $y = f(x)$  به صورت زیر است:



که  $4$  در برد آن نیست، پس در این حالت معادله بالا جواب ندارد.

حالت (۲) اگر  $a < 5$  باشد، آن‌گاه  $g(5) = 20$  است:

$$2f(x) + 20 = 12 \Rightarrow f(x) = -4$$

با توجه به نمودار تابع  $f(x)$ ، در این حالت  $-4$  در برد تابع  $f(x)$  قرار دارد و داریم:

$$1+x = -4 \Rightarrow x = -5$$

۴۰) با قرار دادن  $x = \sqrt{2}$  در هر دو رابطه داریم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(\sqrt{2}) - g(\sqrt{2}) = 1 + 2 = 3 \\ f^2(\sqrt{2}) - g^2(\sqrt{2}) = 5 \end{cases} \\ \Rightarrow (f(\sqrt{2}) - g(\sqrt{2}))(f(\sqrt{2}) + g(\sqrt{2})) = 5 \\ \Rightarrow f(\sqrt{2}) + g(\sqrt{2}) = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) - g(\sqrt{2}) = 3 \\ f(\sqrt{2}) + g(\sqrt{2}) = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow g(\sqrt{2}) = -\frac{2}{3}$$

به طور مشابه با قرار دادن  $x = \sqrt{3}$  داریم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(\sqrt{3}) - g(\sqrt{3}) = 1 + 3 = 4 \\ f^2(\sqrt{3}) - g^2(\sqrt{3}) = 6 \end{cases} \\ \Rightarrow (f(\sqrt{3}) - g(\sqrt{3}))(f(\sqrt{3}) + g(\sqrt{3})) = 6 \\ \Rightarrow f(\sqrt{3}) + g(\sqrt{3}) = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} f(\sqrt{3}) - g(\sqrt{3}) = 4 \\ f(\sqrt{3}) + g(\sqrt{3}) = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow f(\sqrt{3}) = \frac{11}{4}$$

$$f(\sqrt{3}) - g(\sqrt{2}) = \frac{11}{4} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{41}{12}$$



۲ ۴۹

قانون  
جذب

$$(A-B') \cup A = (A \cap B) \cup A = A$$

۱ ۵۰ می دانیم

$$A \subseteq A \cup B \Rightarrow A \cap (A \cup B) = A$$

$$B' \subseteq B' \cup A \Rightarrow B' \cap (B' \cup A) = B' \Rightarrow A \cap B' = A - B$$

۴ ۵۱ طبق فرض  $B - C = B$ ، بنابراین  $B \cap C = \emptyset$  و به عبارت

دیگر  $B' \cup C' = U$  پس داریم:

$$(A-B) \cup (A-C) \cup (A-D) = (A \cap B') \cup (A \cap C') \cup (A \cap D')$$

$$= A \cap \underbrace{(B' \cup C' \cup D')} = A \cap U = A$$

۴ ۵۲ با توجه به عبارت داده شده  $A \times B = B \times A$  و از این تساوی

می توان هر یک از موارد  $A = B$  و  $B = \emptyset$ ،  $A = \emptyset$  را نتیجه گرفت، ولی هیچ کدام قطعی نیست.

۳ ۵۳

می دانیم در ضرب دکارتی دو مجموعه  $A$  و  $B$

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$$

با توجه به مجموعه  $\{1, 2, \dots, 9\}$  و  $A$  و  $B$  می توانند مجموعه  $\emptyset$ ، یک عضوی و ... و نه عضوی باشند؛ از طرفی  $65 = 5 \times 13$ ، بنابراین این حالت امکان ندارد.

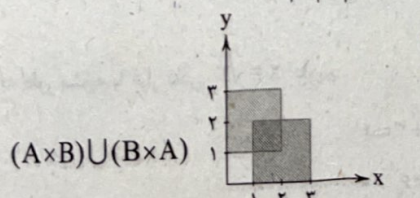
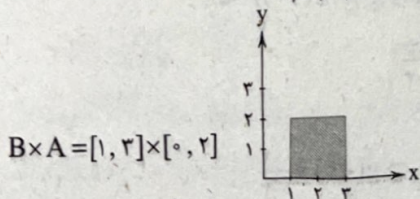
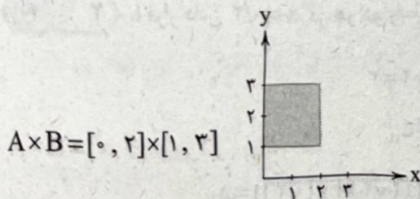
۱ ۵۴

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B) = 3 \times 5 = 15$$

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B) = 6 \times 8 = 48$$

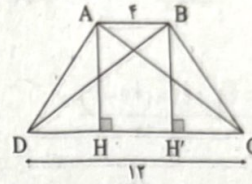
$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 48 - 15 = 33$$

۱ ۵۵



۳ ۴۴ تذکر ۱: اگر وسط اضلاع یک چهارضلعی محدب را متوالیاً به

هم وصل کنیم، محیط چهارضلعی حاصل برابر مجموع دو قطر چهارضلعی اولیه است.  
تذکر ۲: شکل حاصل از اتصال وسط اضلاع یک دوزنقه متساوی الساقین، لوزی است.



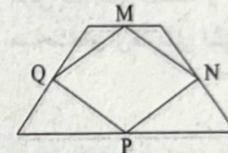
$$AB = 4 \Rightarrow HH' = 4 \Rightarrow DH = CH' = \frac{1}{2}(12 - 4) = 4$$

$$\Rightarrow CH = 8, AH = 8$$

$$\Delta ACH: AC^2 = AH^2 + CH^2 = 64 + 64 = 128$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

در دوزنقه متساوی الساقین دو قطر با هم برابرند، پس  $BD = 8\sqrt{2}$



چهارضلعی حاصل از به هم وصل کردن وسط اضلاع دوزنقه متساوی الساقین، لوزی است و محیط آن برابر مجموع دو قطر چهارضلعی اولیه یعنی  $8\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$  می باشد.

۴ ۴۵

تذکر ۱: نسبت تشابه، همان نسبت دو ضلع متناظر است.

تذکر ۲: نسبت محیط دو مثلث متشابه، همان نسبت تشابه می باشد.

فرض کنیم اضلاع مثلث دوم  $a$ ،  $b$  و  $8$  باشد، نسبت تشابه، نسبت ضلع با طول  $8$  به یکی از اضلاع مثلث به اضلاع  $12$ ،  $10$  و  $6$  می باشد. بنابراین:

$$k = \frac{12}{8} \text{ یا } \frac{10}{8} \text{ یا } \frac{6}{8}$$

از طرفی:

$$\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = k \Rightarrow \text{محیط مثلث دوم} = \frac{\text{محیط مثلث اول}}{k}$$

بنابراین هر چقدر مقدار  $k$  کم تر باشد، محیط مثلث دوم بیشتر خواهد بود، در

بین مقادیر  $k$ ، مقدار  $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$  کم ترین است، پس:

$$\text{حداکثر مقدار محیط مثلث دوم} = \frac{12 + 10 + 6}{\frac{3}{4}} = \frac{28}{\frac{3}{4}} = \frac{112}{3}$$

۲ ۴۶  $(A-B) \cup B = B \Rightarrow A-B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B$

۱ ۴۷ با تبدیل  $(B \cap A')$  و  $(A \cap B')$  به تفاضل، باید

$(B-A) \subseteq (A-B)$  باشد؛ چون  $A-B$  و  $B-A$  کاملاً جدا از هم

هستند، پس باید  $B-A = \emptyset$  باشد:

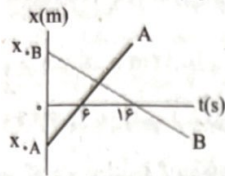
$$B-A = \emptyset \Rightarrow B \subseteq A \Rightarrow A' \subseteq B'$$

۳ ۴۸

$$\{A \subseteq X \cup Y \Rightarrow A \subseteq (X \cup Y) \cap (X \cup Y') \Rightarrow A \subseteq X \cup (Y \cap Y')\}$$



۴ ۵۹ با توجه به نمودار مکان - زمان زیر داریم:



$$v_A = \text{شیب نمودار A} = \frac{-x_{A_0}}{6} \Rightarrow x_{A_0} = -6v_A$$

$$x = vt + x_0 \rightarrow x_A = v_A t - 6v_A$$

$$v_B = \text{شیب نمودار B} = \frac{-x_{B_0}}{16} \Rightarrow x_{B_0} = -16v_B$$

$$x = vt + x_0 \rightarrow x_B = v_B t - 16v_B$$

حالا باید فاصله دو متحرک را در لحظه‌های  $t=0$  و  $t=3$  به دست آوریم:

$$t=0 \text{ : فاصله دو متحرک در لحظه } L_1 = x_{B_0} - x_{A_0}$$

$$\Rightarrow L_1 = -16v_B - (-6v_A) = -16v_B + 6v_A$$

$$t=3 \text{ : فاصله دو متحرک در لحظه } L_2 = x_A - x_B$$

$$\Rightarrow L_2 = (3v_A - 6v_A) - (3v_B - 16v_B) = 24v_A - 14v_B$$

با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

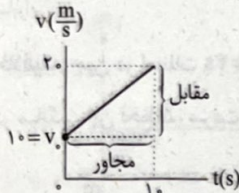
$$L_2 = 2L_1 \Rightarrow 24v_A - 14v_B = 2(-16v_B + 6v_A)$$

$$\Rightarrow 12v_A - 7v_B = -16v_B + 6v_A \Rightarrow 6v_A = -9v_B \Rightarrow \left| \frac{v_A}{v_B} \right| = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

۴ ۶۰ ابتدا سرعت اولیه متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_0 + 20}{2} \times 10 = 150 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

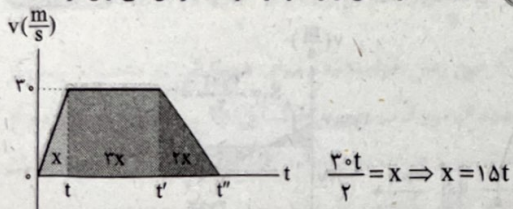
با استفاده از نمودار سرعت - زمان متحرک، داریم:



شیب نمودار سرعت - زمان، بیان‌کننده شتاب متحرک است، بنابراین:

$$a = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{10}{10} = 1 \frac{m}{s^2}$$

۳ ۶۱ با استفاده از سطح زیر نمودار سرعت - زمان می‌توان نوشت:



$$30 \times (t' - t) = 2x = 2x \Rightarrow 2t' - 2t = 2t$$

$$\Rightarrow 2t' = 5t \Rightarrow t' = 2.5t$$

$$\frac{30 \times (t'' - t)}{2} = 2x = 2 \times 15t \Rightarrow t'' - 2.5t = 2t \Rightarrow t'' = 4.5t$$

بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6x}{4.5t} = \frac{6 \times 15t}{4.5t} = 20 \frac{m}{s}$$



۲ ۵۶ با مقایسه معادله داده شده با معادله مکان - زمان حرکت با

شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases} x = -4t^2 + 16t + 9 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -8 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 16 \frac{m}{s} \\ x_0 = 9m \end{cases}$$

بنابراین معادله سرعت - زمان متحرک به صورت زیر است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -8t + 16$$

بررسی عبارت‌ها:

الف) لحظه تغییر علامت سرعت را پیدا می‌کنیم:

$$v = -8t + 16 \xrightarrow{v=0} -8t + 16 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

در این لحظه مکان متحرک برابر است با:

$$x = -4t^2 + 16t + 9 \xrightarrow{t=2s} x = -4 \times 2^2 + 16 \times 2 + 9 = 25m$$

بنابراین در لحظه مورد نظر، متحرک در فاصله ۲۵ متری مبدأ محور قرار دارد. (X)

ب) شتاب متحرک همواره منفی است. در ۲ ثانیه اول حرکت، سرعت مثبت

است و در نتیجه حرکت کندشونده می‌باشد. (✓)

t	0	2s
v = -8t + 16	+	-

ج) در پایان ثانیه چهارم، مکان متحرک برابر است با:

$$x = -4t^2 + 16t + 9 \xrightarrow{t=4s} x = -4 \times 4^2 + 16 \times 4 + 9 = 9m$$

چون مکان متحرک صفر نشده است، در این لحظه بردار مکان نمی‌تواند تغییر

جهت دهد. (X)

۳ ۵۷ با توجه به نمودار داده شده در سؤال، شتاب متحرک به تدریج

در حال افزایش است، بنابراین حرکت با شتاب متغیر انجام می‌شود.

با توجه به این که شتاب در همه لحظات بازه زمانی صفر تا  $t_1$  کم‌تر از شتاب در

همه لحظات بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  است، شتاب متوسط نیز در بازه زمانی صفر

تا  $t_1$  کم‌تر از شتاب متوسط در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  است.

۴ ۵۸ چون حرکت با سرعت ثابت است، داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t=0: x_0 = -4m \\ t=4s: 0 = v \times 4 + x_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v = 1 \frac{m}{s}$$

بنابراین معادله مکان - زمان این متحرک برابر است با:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = t - 4$$

خلاصه: می‌توانستیم به کمک چک کردن مکان متحرک در لحظات  $t=0$

و  $t=4s$  به کمک گزینه‌ها، به گزینه (۴) برسیم.



## ۶۵ بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱) و (۳): در هر دو نمودار، سرعت متحرک در لحظه  $t = 4s$  (رأس سهمی) صفر است و می‌خواهیم سرعت در مکان  $x = 20m$  به  $\frac{8}{s}$  برسد، بنابراین در بازه زمانی  $t = 4s$  تا  $t = 8s$  داریم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 20 = \frac{0 + 8}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta t = 5s$$

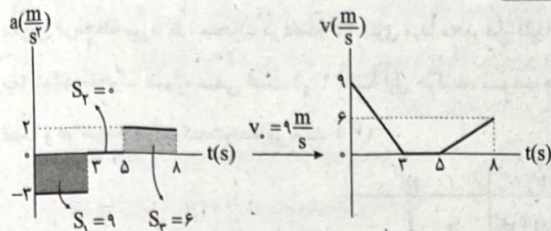
بنابراین متحرک باید در لحظه  $t = 9s$  از مکان  $x = 20m$  بگذرد و شکل‌های گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست رسم شده‌اند.

گزینه‌های (۲) و (۴): در هر دو نمودار، متحرک در مدت زمان  $4s$ ، سرعت خود را از  $\frac{8}{s}$  به صفر رسانده است، بنابراین در بازه زمانی  $t = 2s$  تا  $t = 6s$  داریم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{8 + 0}{2} \times 4 = 16m$$

بنابراین متحرک باید در این مدت از مکان  $x = 20m$  به مکان  $x = 36m$  برسد که در گزینه (۲) به درستی رسم شده است.

۶۶ به کمک سطح زیر نمودار  $a-t$ ، نمودار  $v-t$  را رسم می‌کنیم:



## بررسی عبارت‌ها:

(الف) در بازه زمانی  $t = 3s$  تا  $t = 5s$  متوقف بوده است، بنابراین متحرک متوقف شده است. (✓)

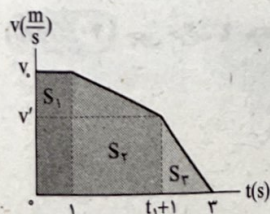
(ب) در بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t = 3s$  حرکت کندشونده و در بازه زمانی  $t = 5s$  تا  $t = 8s$  حرکت تندشونده است. (✓)

(ج) طبق نمودار سرعت-زمان، سرعت متحرک هیچ‌گاه منفی نشده است، پس متحرک فقط توقف داشته، اما تغییر جهت نداده است. (✓)

(د) می‌دانیم سطح زیر نمودار برابر با مسافت پیموده شده است، بنابراین:

$$l = S_1 + S_2 = \frac{9 \times 3}{2} + \frac{3 \times 6}{2} = \frac{27 + 18}{2} = \frac{45}{2} = 22.5m \quad (\checkmark)$$

۶۷ به کمک نمودار سرعت-زمان زیر داریم:



برای بازه زمانی  $t = 1s$  تا  $t_1 + 1$  ثانیه داریم:

$$v = at + b = -t + b \xrightarrow{t=1s, v=v_0} v_0 = -1 + b \Rightarrow b = v_0 + 1$$

$$\Rightarrow v = -t + (v_0 + 1)$$

$$\xrightarrow{t=t_1+1s, v=v'} v' = -t_1 - 1 + v_0 + 1 = v_0 - t_1 \Rightarrow v' = v_0 - t_1$$

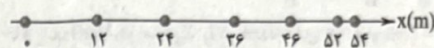
۶۲ در ۳ ثانیه اول، متحرک با سرعت ثابت  $12 \frac{m}{s}$  حرکت می‌کند

و در هر ثانیه  $12m$  جلو می‌رود، بنابراین در لحظات  $t_1 = 1s$ ،  $t_2 = 2s$  و  $t_3 = 3s$  به ترتیب از مکان‌های  $x_1 = 12m$ ،  $x_2 = 24m$  و  $x_3 = 36m$  می‌گذرد و در نتیجه گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

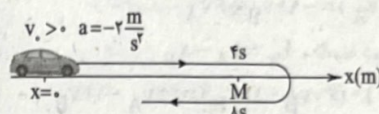
مسافت ترمز متحرک برابر است با:

$$\Delta x_{\text{ترمز}} = \frac{v_0^2}{|2a|} = \frac{(12)^2}{2 \times 4} = 18m$$

بنابراین متحرک در نهایت در مکان  $x = 36 + 18 = 54m$  متوقف می‌شود و گزینه (۱) صحیح است.



۶۳ با فرض این‌که  $v_0 > 0$  باشد، مطابق شکل زیر داریم:



$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{x_0=0} x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

$$\begin{cases} t = 4s \Rightarrow x_M = \frac{1}{2} \times (-2) \times 4^2 + v_0 \times 4 = -16 + 4v_0 \\ t = 8s \Rightarrow x_M = \frac{1}{2} \times (-2) \times 8^2 + v_0 \times 8 = -64 + 8v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -64 + 8v_0 = -16 + 4v_0 \Rightarrow 4v_0 = 48 \Rightarrow v_0 = 12 \frac{m}{s}$$

$$x_M = -16 + 4 \times 12 = 32m$$

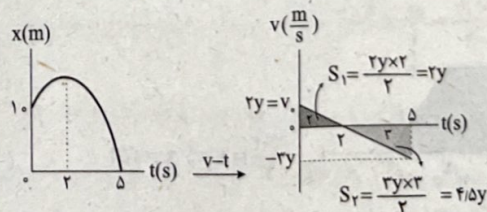
بنابراین:

**خلاصیت:** چون در لحظات  $t = 4s$  و  $t = 8s$  متحرک در یک نقطه است، پس در میانگین این لحظات، سرعت متحرک، صفر است و داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=\frac{4+8}{2}=6s} 0 = -2(6) + v_0 \Rightarrow v_0 = 12 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_M = \frac{1}{2} \times (-2) \times 4^2 + 12 \times 4 + 0 = 32m$$

۶۴ به کمک نمودار  $v-t$  و با تشابه مثلث‌های نشان داده شده داریم:



$$\Delta x_{(0-5s)} = x_5 - x_0 = 0 - 10 = -10m$$

$$\Delta x = S_1 - S_2 \Rightarrow -10 = 2y - 4/\Delta y \Rightarrow -2/\Delta y = -10 \Rightarrow y = 4$$

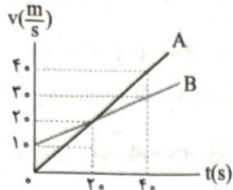
$$S_1 = 2y = 8$$

$$S_2 = 4/\Delta y = 18$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{\Delta t} = \frac{8 + 18}{5} = \frac{26}{5} = 5.2 \frac{m}{s}$$



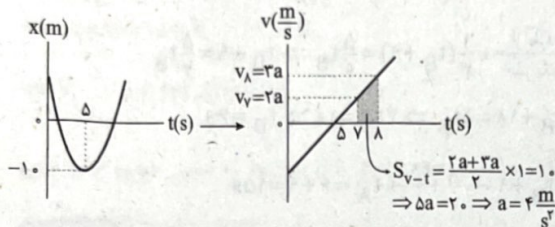
در ۲۰ ثانیه اول، سرعت متحرک B بیشتر از سرعت متحرک A است و فاصله دو متحرک افزایش می‌یابد. از لحظه  $t = 20s$  به بعد، سرعت متحرک A بیشتر می‌شود و متحرک A به تدریج فاصله را جبران می‌کند تا دو متحرک به هم نزدیک شوند و پس از لحظه  $t = 40s$  به بعد، متحرک A جلو می‌زند و فاصله دوباره شروع به افزایش می‌کند. بنابراین بازه زمانی مورد نظر سؤال، بازه زمانی  $20s \leq t < 40s$  است. حال کافی است از مساحت زیر نمودار سرعت - زمان کمک بگیریم:



$$\begin{cases} \Delta x_A = \frac{20+40}{2} \times 20 = 600 \text{ m} \\ \Delta x_B = \frac{20+30}{2} \times 20 = 500 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_A + \Delta x_B = 1100 \text{ m}$$

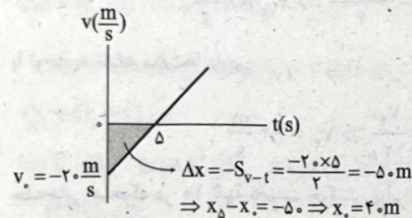
در لحظه  $t = \Delta s$  سرعت متحرک صفر شده است. بنابراین به

کمک تحلیل نمودار سرعت - زمان داریم:



پس سرعت اولیه برابر است با:

$$a = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \Rightarrow 4 = \frac{|v_0|}{\Delta} \Rightarrow |v_0| = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_0 = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



در بازه زمانی ۰ تا  $t$  متحرک  $-40 \text{ m}$  جابه‌جا شده است، بنابراین:

$$\begin{aligned} v^2 - v_0^2 &= 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - (-20)^2 = 2 \times 4 \times (-40) \\ \Rightarrow v^2 - 400 &= -320 \Rightarrow v^2 = 80 \Rightarrow |v| = 4\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

چون زمان خواسته شده برای هم‌مکانی دو متحرک، پس از

شروع حرکت متحرک دوم است، پس متحرک اول  $4s$  بیشتر حرکت کرده و از طرفی چون نقطه شروع حرکت دو متحرک، یکسان است، پس می‌توانیم مکان اولیه آن‌ها را صفر در نظر بگیریم و داریم:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} a_1 (t+4)^2 + v_1 t \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (t+4)^2 + 0 = t^2 + 8t + 16 \\ x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 + v_2 t \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 2t = 2t^2 + 2t \end{cases}$$

شرط هم‌مکانی  $\rightarrow x_2 = x_1 \Rightarrow 2t^2 + 2t = t^2 + 8t + 16$

$$\Rightarrow t^2 - 6t - 16 = 0 \Rightarrow (t-8)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 8s \quad (\checkmark) \\ t = -2s \quad (\times) \end{cases}$$

۸ ثانیه بعد از شروع حرکت متحرک دوم، دو متحرک مجدد هم‌مکان می‌شوند.

برای بازه زمانی  $t_1 + 1$  تا  $t = 3s$  نیز داریم:

$$\begin{aligned} v &= a't + b' = -2t + b' \\ t &= t_1 + 1s, v = v' = v_0 - t_1 \rightarrow v_0 - t_1 = -2t_1 - 2 + b' \Rightarrow b' = 2t_1 + v_0 + 2 \\ \Rightarrow v &= -2t + (2t_1 + v_0 + 2) \xrightarrow{t=3s, v=0} 0 = -6 + 2t_1 + v_0 + 2 \\ \Rightarrow t_1 &= 3 - \frac{1}{2}v_0 \end{aligned}$$

$$v' = \frac{3}{2}v_0 - 2$$

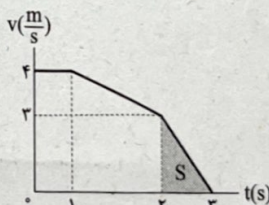
بنابراین:

در ادامه به کمک سطح زیر نمودار داریم:

$$\begin{aligned} S_1 + S_2 &= \Delta S_2 \Rightarrow v_0 + \frac{(v_0 + v') \times t_1}{2} = \Delta s \times \frac{(2 - t_1)v'}{2} \\ \Rightarrow v_0 + \frac{(\frac{3}{2}v_0 - 2)(3 - \frac{1}{2}v_0)}{2} &= \frac{\Delta}{2} (\frac{3}{2}v_0 - 2) \\ \Rightarrow v_0 - \frac{\Delta}{8}v_0^2 + \frac{9}{2}v_0 - \frac{9}{2} &= \frac{1\Delta}{2} (\frac{3}{2}v_0 - 2) \\ \Rightarrow -\frac{\Delta}{8}v_0^2 + \frac{11}{2}v_0 - \frac{9}{2} &= \frac{1\Delta}{8}v_0^2 - \frac{1\Delta}{2}v_0 + \frac{1\Delta}{2} \Rightarrow \frac{\Delta}{2}v_0^2 - 13v_0 + 12 = 0 \\ \Rightarrow \Delta &= (-13)^2 - 4 \times (\frac{\Delta}{2}) \times (12) = 169 - 12\Delta = 49 \Rightarrow v_0 = \frac{13 \pm 7}{\Delta} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} v_0 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\checkmark) \\ v_0 = \frac{6}{\Delta} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\times) \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = 3 - \frac{1}{2}v_0 = 1s \\ v' = \frac{3}{2}v_0 - 2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$



$$\text{مسافت طی شده در ثانیه آخر مسیر } S = \frac{(3-2) \times (2)}{2} = 1/5 \text{ m}$$

می‌دانیم شیب نمودار سرعت - زمان برابر با شتاب است، بنابراین:

$$\begin{aligned} v &= a_1 t + v_1 \\ v &= a_2 t + v_2 \\ a_A &= 2a_B \Rightarrow \frac{v_1}{v_0} = 2 \times \frac{v_1 - 10}{20} \\ \Rightarrow v_1 &= 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} a_A = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ a_B = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{cases}$$



۲ ۷۴ می‌دانیم مساحت زیر نمودار  $a-t$  برابر با تغییرات سرعت

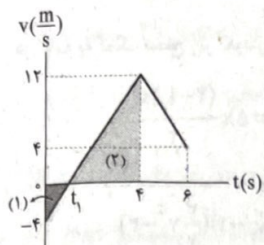
است، بنابراین:

$$\Delta v_{-f} = 4 \times 4 = 16 \frac{m}{s} \Rightarrow v_f - v_0 = 16 \Rightarrow v_f - (-4) = 16$$

$$\Rightarrow v_f = 12 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v_{f-6} = 2 \times (-4) = -8 \frac{m}{s} \Rightarrow v_6 - v_f = -8 \Rightarrow v_6 - 12 = -8$$

$$\Rightarrow v_6 = 4 \frac{m}{s}$$



با توجه به تشابه مثلث‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{t_1}{4} = \frac{4-t_1}{12} \Rightarrow t_1 = 1s$$

بنابراین متحرک  $\Delta S$  در جهت محور  $x$  حرکت کرده است.

مدت زمان سقوط گلوله  $A$  برابر است با: ۱ ۷۵

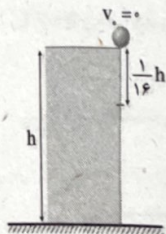
$$y_A = \Delta t_A^2 \Rightarrow 80 = \Delta t_A^2 \Rightarrow t_A^2 = 16 \Rightarrow t_A = 4s$$

بنابراین مدت زمان سقوط گلوله  $B$  برابر با  $2s$  است، در نتیجه:

$$y_B = \Delta t_B^2 \Rightarrow y = 8 \times 2^2 = 20m$$

۴ ۷۶ معادله مکان - زمان را یک بار برای  $\frac{1}{16}$  ابتدای مسیر و یک بار

برای کل مسیر می‌نویسیم:



$$\begin{cases} \frac{1}{16}h = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ h = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2)^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{طرفین را به هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{1}{16} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{4} = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \Rightarrow 4t_1 = t_1 + t_2 \Rightarrow 3t_1 = t_2 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 3$$

۳ ۷۷ هر گاه نیرویی به جسم وارد نشود یا نیروهای وارد بر جسم،

متوازن باشند، اگر جسم ساکن باشد، هم‌چنان ساکن باقی می‌ماند و اگر در

حال حرکت باشد، سرعت جسم تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

۱ ۷۸ با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow m_1 \times \frac{v_1 - 0}{t} = m_2 \times \frac{v_2 - 0}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_2}$$

۳ ۷۱ با توجه به معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت،

می‌توان نوشت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{v_0=0} \Delta x = \frac{1}{2}at^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = \frac{1}{2}a_A t_A^2 \\ \Delta x_B = \frac{1}{2}a_B t_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} a_A = \frac{2}{9}a \\ a_B = \frac{2\Delta}{18}a \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = \frac{1}{2} \times \frac{2}{9} a \times t_A^2 \\ \Delta x_B = \frac{1}{2} \times \frac{2\Delta}{18} a \times t_B^2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{t_A = t_B + 9} \begin{cases} \Delta x_A = \frac{1}{9} a (t_B + 9)^2 \\ \Delta x_B = \frac{2\Delta}{36} a t_B^2 \end{cases}$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \rightarrow \frac{1}{9} a (t_B + 9)^2 = \frac{2\Delta}{36} a t_B^2 \Rightarrow \frac{1}{9} (t_B + 9)^2 = \frac{2\Delta}{36} t_B^2$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین جذر بگیریم}} \frac{1}{3} (t_B + 9) = \frac{\Delta}{6} t_B \Rightarrow t_B + 9 = \frac{\Delta}{2} t_B$$

$$\Rightarrow 2t_B + 18 = \Delta t_B \Rightarrow 2t_B = 18 \Rightarrow t_B = 9s$$

$$t_A = t_B + 9 \xrightarrow{t_B = 9s} t_A = 9 + 9 = 18s$$

۲ ۷۲ در بازه زمانی  $t = 6s$  تا  $t = 10s$  علامت سرعت مثبت است و

اندازه آن نیز در حال افزایش است.

$$a_{av} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} \Rightarrow 2 = \frac{v_1 - 0}{4} \Rightarrow v_1 = 8 \frac{m}{s}$$

با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{v_1}{10-6} = \frac{v_4}{6-4} \Rightarrow \frac{8}{4} = \frac{v_4}{2} \Rightarrow v_4 = -4 \frac{m}{s}$$

جابه‌جایی متحرک در  $10$  ثانیه نخست حرکتش برابر است با:

$$\Delta x = -S_{6-4} + S_{4-10} = \frac{-4 \times 6}{2} + \frac{4 \times 8}{2} = -12 + 16 = 4m$$

سرعت متوسط در  $10$  ثانیه نخست حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0.4 \frac{m}{s}$$

۴ ۷۳

$$\begin{matrix} 2x & x & 0 & -x & -2x & -\Delta x & -7x \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix}$$

مسافت طی شده:  $2x + x + |-x| + |-2x| + |-\Delta x| + |-7x| = 20m$

$$\Rightarrow 20x = 20 \Rightarrow x = 1m$$

سرعت متوسط در بازه زمانی  $t = 2s$  تا  $t = 6s$  برابر است با:

$$\frac{v_2 + v_6}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{0 + v_6}{2} = \frac{16}{4} \Rightarrow v_6 = -8 \frac{m}{s}$$

شتاب حرکت متحرک برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8 - 0}{6 - 2} = -2 \frac{m}{s^2}$$



۸۴ ۴ چگالی آب  $4^\circ\text{C}$  بیشترین مقدار بوده و با افزایش دما از صفر

تا  $4^\circ\text{C}$  حجم کاهش یافته و با افزایش چگالی، حرکت آب موجود در سطح به طرف قسمت‌های زیرین آغاز می‌گردد. اگر روند تابش گرما ادامه یابد. آب با دمای  $4^\circ\text{C}$  در قسمت تحتانی باقی مانده و با بالا رفتن دمای قسمت فوقانی از  $4^\circ\text{C}$  چگالی آن شروع به کاهش نموده، به طوری که تمایل به باقی ماندن آب گرم شده با دمای بالاتر از  $4^\circ\text{C}$  روی سطح بیشتر خواهد بود و دمای سطح شروع به افزایش می‌نماید، بنابراین عبارت‌های «الف»، «ب» و «ج» نادرست هستند.

۸۵ ۲ برای این‌که روغن از ظرف بیرون نریزد، باید حجم نهایی روغن و ظرف برابر شود، بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} V_{\text{ظرف}} &= V_{\text{روغن}} \\ \Rightarrow V_1 (1 + 3\alpha \Delta\theta) &= V_1 (1 + \beta \Delta\theta) \\ \Rightarrow V_1 \times (1 + 3 \times 10^{-5} \times 50) &= V_1 \times (1 + 8 \times 10^{-4} \times 50) \\ \Rightarrow 1/5 \times 1/100 \times 15 &= V_1 \times 1/0.4 \\ \Rightarrow V_1 &= 1/44 L = 144 \text{ cc} \end{aligned}$$

۸۶ ۴ سرریز شدن، زمانی آغاز می‌شود که تغییر حجم مایع درون مخزن برابر حجم فضای خالی بالای مخزن شود، بنابراین با چشم‌پوشی از انبساط مخزن می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} \Delta V &= \beta V \Delta\theta \Rightarrow 50 \times A = 10^{-3} \times 950 \times A \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 52/6^\circ\text{C} \\ \Delta\theta &= \theta_p - \theta_1 \Rightarrow 52/6 = \theta_p - (-5) \Rightarrow \theta_p = 47/6^\circ\text{C} \end{aligned}$$

۸۷ ۲ با توجه به این‌که گلوله‌ها به تعادل گرمایی رسیده‌اند، داریم:

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 + Q_3 &= 0 \\ \Rightarrow C_1(\theta_e - 50) + C_2(\theta_e - 70) + C_3(\theta_e - 66) &= 0 \\ \frac{C_1 = C_2 = C_3}{\rightarrow 3\theta_e = 50 + 70 + 66} \Rightarrow \theta_e &= \frac{186}{3} = 62^\circ\text{C} \end{aligned}$$

۸۸ ۳ با توجه به تعادل گرمایی مجموعه داریم:

$$\begin{aligned} Q_{\text{آب}} + Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{گرماسنج}} &= 0 \\ \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + C_2 (\theta_e - \theta_2) + C_3 (\theta_e - \theta_3) &= 0 \\ \Rightarrow 2 \times 4200 \times (60 - 20) + 840 \times (60 - 160) + 1500 \times (60 - \theta_p) &= 0 \\ \Rightarrow 2 \times 4200 \times 40 + 840 \times (-100) + 1500 \times (60 - \theta_p) &= 0 \\ \Rightarrow 60 - \theta_p = -168 \Rightarrow \theta_p &= 228^\circ\text{C} \end{aligned}$$

۸۹ ۳ با توجه به تعادل گرمایی مجموعه داریم:

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 + Q_3 &= 0 \\ \Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta_1 + C_2 \Delta\theta_2 + m_3 c_3 \Delta\theta_3 &= 0 \\ \Rightarrow 1/5 \times 1680 \times (\theta_e - 30) + 7560 \times (\theta_e - 60) + 6 \times 4200 \times (\theta_e - 150) &= 0 \\ \Rightarrow 2520 \times (\theta_e - 30) + 7560 \times (\theta_e - 60) + 25200 \times (\theta_e - 150) &= 0 \\ \Rightarrow \theta_e &= 72^\circ\text{C} \end{aligned}$$

۷۹ ۳ اگر دو وزنه را با هم به عنوان یک جسم به جرم  $m_1 + m_2$  در

نظر بگیریم، طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} \quad (*)$$

اگر اندازه نیروی راکه وزنه  $m_1$  به وزنه  $m_2$  وارد می‌کند، برابر  $F_1$  در نظر بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$F_1 = m_2 a \xrightarrow{(*)} F_1 = m_2 \times \frac{F}{m_1 + m_2} \Rightarrow F_1 = \frac{m_2 \times F}{m_1 + m_2}$$

۸۰ ۳ اگر برابند چند نیرو صفر شود، در صورتی که یکی از نیروها

حذف شود، بزرگی برابند نیروهای باقی‌مانده هم‌اندازه با بزرگی نیروی حذف‌شده است.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_4$$

بنابراین طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_4 = ma \Rightarrow 15 = 2a \Rightarrow a = 7/5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

تغییرات سرعت جسم پس از ۲s برابر است با:

$$\Delta v = a \Delta t \Rightarrow \Delta v = 7/5 \times 2 = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۸۱ ۳ رابطه دمای دماسنج سلسیوسی و دماسنج نامعلوم، خطی است،

بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} \frac{x - 40}{x - 112} = \frac{12}{20} &\Rightarrow \frac{x - 40}{x - 112} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x - 200 = 3x - 336 \\ \Rightarrow 2x &= -136 \Rightarrow x = -68^\circ\text{C} \end{aligned}$$

دما برحسب کلونین خواسته شده است، بنابراین:

$$T = \theta + 273 = 20.5 \text{ K}$$

۸۲ ۳ عبارت‌های «ج»، «د» و «ه» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ج) دماسنج ترموکوپل جزء دماسنج‌های معیار نیست.

د) دماسنج گازی جزء دماسنج‌های معیار است.

ه) کمیت دماسنجی در دماسنج‌های جیوه‌ای و الکلی، ارتفاع مایع درون دماسنج بوده و اساس کار آن‌ها انبساط گرمایی مایع درون دماسنج‌ها است.

۸۳ ۱ چون اختلاف طول میله‌ها تغییر نکرده است، بنابراین می‌توانیم

نتیجه‌گیری کنیم که تغییر طول آن‌ها با هم برابر است.

$$\Delta L_A = \Delta L_B \Rightarrow L_A \alpha_A \Delta\theta = L_B \alpha_B \Delta\theta$$

$$\Rightarrow L_A \times 3 \times 10^{-5} = L_B \times 2 \times 10^{-5} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{2}{3} \quad (*)$$

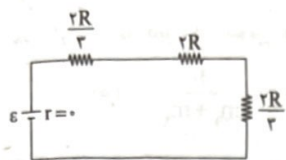
اختلاف طول دو خطکش در دمای  $\theta_1$  برابر با ۱۰cm است، بنابراین:

$$L_B - L_A = 10 \xrightarrow{(*)} L_B - \frac{2}{3} L_B = 10$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} L_B = 10 \Rightarrow L_B = 30 \text{ cm} \Rightarrow L_A = \frac{2}{3} \times 30 = 20 \text{ cm}$$



اگر کلید  $K_1$  را باز و کلید  $K_2$  را ببندیم:



$$I' = \frac{\epsilon}{\frac{2R}{3} + 2R} = \frac{\epsilon}{\frac{10}{3}R} = \frac{3}{10} \frac{\epsilon}{R}$$

$$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{3}{10} \frac{\epsilon}{R}}{\frac{1}{10} \frac{\epsilon}{R}} = \frac{3}{1} = 3 \Rightarrow I' = 3A$$

بنابراین:

درصد تغییرات جریان برابر است با:

$$\frac{I' - I}{I} \times 100 = \frac{3 - 1}{1} \times 100 = 200\%$$

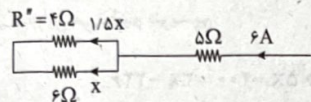
جریان ۲۰ درصد کاهش یافته است.

۹۵ با توجه به شکل، مقاومت‌های  $1\Omega$  و  $3\Omega$  با هم متوالی و

موازی مقاومت  $4\Omega$  می‌باشند که مقاومت معادل آن‌ها ( $R'$ ) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

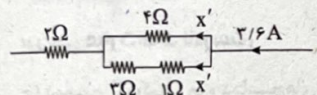
$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow R' = 2\Omega$$

مقاومت  $R'$  و مقاومت  $2\Omega$  با هم متوالی بوده و مقاومت معادل آن‌ها ( $R''$ ) برابر  $4\Omega$  می‌باشد که همان‌طور که مشاهده می‌کنیم با مقاومت  $6\Omega$  نشان داده‌شده روی شکل، موازی است:



$$x + \frac{1}{5}x = 6 \Rightarrow \frac{6}{5}x = 6 \Rightarrow x = \frac{6 \times 5}{6} = 5A$$

جریان عبوری از مقاومت  $R''$  برابر  $1/5x$  یعنی  $1A$  است که با یک تقسیم جریان، جریان عبوری از مقاومت  $4\Omega$  را به دست می‌آوریم:



$$2x' = 3/6 \Rightarrow x' = 1/4A$$

در نهایت برای محاسبه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B ( $V_A - V_B$ ) از نقطه B به سمت نقطه A حرکت می‌کنیم:

$$V_B + 4 \times 1/4 + 5 \times 6 = V_A \Rightarrow V_A - V_B = 31/2V$$

۹۶ با افزایش مقاومت R مقاومت معادل مجموعه افزایش می‌یابد،

بنابراین طبق رابطه  $I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r}$  شدت جریان عبوری از باتری کاهش یافته

و نور لامپ  $L_1$  کاهش خواهد یافت. برای بررسی نور لامپ  $L_1$  ابتدا تغییر اختلاف پتانسیل دو سر باتری را بررسی می‌کنیم.

طبق رابطه  $V = \epsilon - Ir$  با کاهش شدت جریان عبوری از باتری، افت پتانسیل ( $Ir$ ) کاهش یافته و اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش می‌یابد. در عین حال مقاومت معادل لامپ  $L_1$  و مقاومت R نیز افزایش یافته و در نتیجه سهم بیشتری از اختلاف پتانسیل باتری را به خود اختصاص می‌دهند. در نتیجه با افزایش اختلاف پتانسیل دو سر لامپ  $L_1$ ، نور آن افزایش خواهد یافت.

۹۰ عبارت‌های «ب»، «ج» و «د» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) گرمای ویژه جسم تنها به جنس جسم بستگی دارد.  
د و ه) ظرفیت گرمایی از حاصل ضرب جرم جسم در گرمای ویژه آن به دست می‌آید، بنابراین تابع جرم و جنس جسم است.

۹۱ در حالتی که کلید K وصل است، اختلاف پتانسیل دو سر

باتری برابر است با:

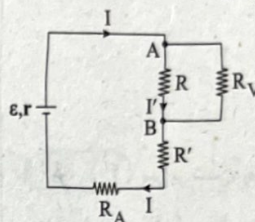
$$V = \epsilon - Ir \xrightarrow{V = 0.7\epsilon} 0.7\epsilon = \epsilon - Ir$$

$$\Rightarrow Ir = 0.3\epsilon \Rightarrow 0.5 \times 4/5 = 0.3\epsilon \Rightarrow \epsilon = 7/5V$$

اگر کلید K را قطع کنیم، جریانی از باتری عبور نمی‌کند و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن برابر نیروی محرکه باتری، یعنی  $7/5V$  خواهد بود، بنابراین ولت‌سنج ایده‌آل در این حالت  $7/5V$  را نشان می‌دهد.

۹۲ ولت‌سنج و آمپرسنج ایده‌آل نیستند، بنابراین مقاومت ولت‌سنج

را با  $R_V$  و مقاومت آمپرسنج را با  $R_A$  نشان می‌دهیم:



$$V_{AB} = RI' \Rightarrow I' = \frac{V_{AB}}{R} \Rightarrow R = \frac{V_{AB}}{I'}$$

$$I' < I \xrightarrow{R = \frac{V_{AB}}{I'}} \frac{V_{AB}}{I} < R$$

۹۳ قبل از بسته شدن کلید K، جریان در مدار برقرار نیست،

بنابراین ولت‌سنج ایده‌آل نیروی محرکه  $\epsilon_1$  را نشان می‌دهد که برابر  $4V$  است. بعد از بسته شدن کلید K، جریان برقرار می‌شود و ولت‌سنج ایده‌آل اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را نشان خواهد داد:

$$I = \frac{\epsilon_2 - (\epsilon_1 + \epsilon_3)}{R_1 + R_2} = \frac{28 - 10}{3} = 6A$$

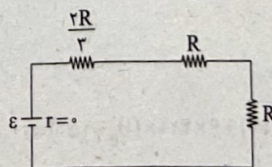
با توجه به این‌که جهت جریان در مدار پادساعتگرد است، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را به دست می‌آوریم:

$$V_A + \epsilon_1 + IR_2 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = \epsilon_1 + IR_2$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = 4 + (6 \times 2) = 16V$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم عددی که ولت‌سنج اندازه‌گیری می‌کند،  $12V$  افزایش یافته است.

۹۴ وقتی کلید  $K_1$  بسته و کلید  $K_2$  باز است:



$$I = \frac{\epsilon}{\frac{2R}{3} + R + R} = \frac{\epsilon}{\frac{8}{3}R} = \frac{3}{8} \frac{\epsilon}{R}$$



مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{36 \times 12}{36 + 12} = 9 \Omega$$

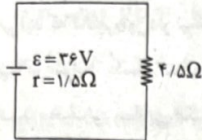
جریان اصلی مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{36}{9 + 3} = \frac{36}{12} = 3A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد، بنابراین:

$$V = \varepsilon - rI = 36 - 3 \times 3 = 36 - 9 = 27V$$

با توجه به شکل، دو مقاومت  $9 \Omega$  و مقاومت  $18 \Omega$  با هم موازی بوده و هر سه اتصال کوتاه شده‌اند، بنابراین هر سه مقاومت از مدار حذف خواهند شد:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{36}{4/5 + 1/5} = \frac{36}{6} = 6A$$

توان مصرفی مدار برابر است با:

$$P = R_{eq} I^2 = 4/5 \times 6^2 = 162W$$

**دقت کنید:** توان مصرفی مدار را می‌توانستیم از رابطه  $P = \varepsilon I - rI^2$  (توان خروجی باتری) نیز محاسبه کنیم.

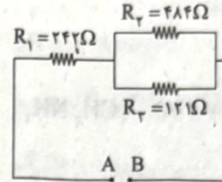
۹۷ با استفاده از رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$  مقاومت الکتریکی هر لامپ را

محاسبه می‌کنیم:

$$R_1 = \frac{(110)^2}{50} = 242 \Omega$$

$$R_2 = \frac{(220)^2}{100} = 484 \Omega$$

$$R_3 = \frac{(110)^2}{100} = 121 \Omega$$



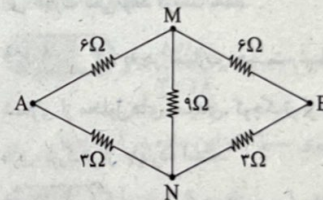
توان در شاخه‌های موازی با اندازه مقاومت، رابطه عکس دارد، بنابراین اگر توان مقاومت  $R_p$  را برابر  $P$  در نظر بگیریم، توان مقاومت  $R_p$  برابر  $4P$  یعنی  $4P$  خواهد بود. توان مقاومت معادل آن‌ها  $R' = 96/8 \Omega$  برابر مجموعه توان آن‌ها یعنی  $5P$  خواهد شد. مقاومت  $R'$  با مقاومت  $R_1$  متوالی است و در مقاومت‌های متوالی، توان با اندازه مقاومت، رابطه مستقیم دارد، در نتیجه:

$$R_1 = 2/5 R' \Rightarrow P_1 = 2/5 \times 5P = 12/5 P$$

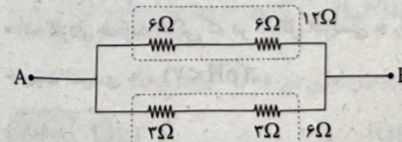
همان‌طور که مشاهده می‌کنیم توان لامپ  $L_1$  برابر  $12/5 P$  و توان مصرفی لامپ  $L_2$  برابر  $4P$  به دست آمده که در نتیجه نسبت توان آن‌ها برابر است با:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{12/5 P}{4P} = 3/125 = \frac{25}{8}$$

۹۸ ۱

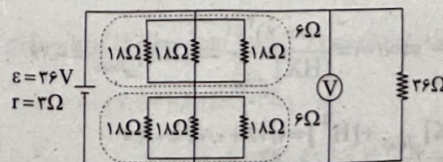


نقطه  $M$  و  $N$  دقیقاً بین دو نقطه  $A$  و  $B$  قرار دارند و مدار، متقارن است. یعنی مقاومت‌های میان این نقاط و نقطه  $A$  و  $B$  کاملاً مشابه هم هستند. در نتیجه دو نقطه  $M$  و  $N$  هم‌پتانسیل بوده و از مقاومت  $9 \Omega$  جریانی عبور نمی‌کند و می‌توانیم آن را از مدار حذف کنیم. در نتیجه:



$$R_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = \frac{12}{3} = 4 \Omega$$

۹۹ ۲ ابتدا مدار را به صورت زیر ساده می‌کنیم:





$$[\text{OH}^-] = 2[\text{Sr}(\text{OH})_2] = 2 \times 8 \times 10^{-3} = 16 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pOH} = -\log[\text{OH}^-] = -\log(16 \times 10^{-3}) = -[\log 4 + \log 10^{-3}] \\ = -(\log 4 - 3) = 3 - \log 4 \Rightarrow \text{pH} = 14 - 3 + \log 4 = 11 + \log 4$$

برای متیل آمین می توان نوشت:

$$\text{pH} = 11 + \log 4 = 11 + 0.6 = 11.6$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-11.6} = 10^{-12} \times 10^{0.4} = (10^{0.4}) \times 10^{-12}$$

$$= 2.5 \times 10^{-12} = 2.5 \times 10^{-12}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-14}}{2.5 \times 10^{-12}} = 4 \times 10^{-3}$$

$$[\text{OH}^-] = \alpha[\text{CH}_3\text{NH}_2] \Rightarrow \frac{1}{16} \times 10^{-2} = 0.2 \times 10^{-2} [\text{CH}_3\text{NH}_2]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_2] = \frac{5}{16} \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{g CH}_3\text{NH}_2 = 2 \text{L} \times \frac{5}{16} \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times \frac{31 \text{g}}{1 \text{mol}} = 0.19 \text{g CH}_3\text{NH}_2$$

هر چهار عبارت پیشنهاد شده، نادرست هستند. ۱ ۱۰۵

#### بررسی عبارت‌ها:

- در تمامی محلول‌های آبی، هر دو یون هیدرونیوم و هیدروکسید وجود دارد.
- کم‌تر بودن pH محلول اسید A در مقایسه با محلول اسید B، می‌تواند به خاطر بیشتر بودن غلظت اولیه اسید A باشد و لزوماً به معنای بیشتر بودن ثابت یونش اسید A و قوی‌تر بودن آن نیست.

• آب در تمامی دماها خنثی است.

- با توجه به ثابت بودن حاصل ضرب غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید، این عبارت نمی‌تواند درست باشد.

۱۰۶ ۳ به‌جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند. pH

شماره‌ای از محلول‌های اسیدی، کوچک‌تر از صفر و pH شماره‌ای از محلول‌های بازی، بزرگ‌تر از چهارده است.

۱۰۷ ۴ در اسیدهای آلی با فرم کلی RCOOH، با بزرگ شدن زنجیر

هیدروکربنی، قدرت اسیدی و  $K_a$  کاهش می‌یابد.

۱۰۸ ۲ pH خون انسان و محتویات روده کوچک، بزرگ‌تر از ۷ بوده

و در نتیجه غلظت یون هیدرونیوم کم‌تر از یون هیدروکسید است. • آب‌گازدار همانند خاکی که در آن گل ادریسی به رنگ آبی شکوفا می‌شود، خاصیت اسیدی دارد ( $\text{pH} < 7$ ).

۱۰۹ ۴

$$\text{pH} = 1/4 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1/4} = 10^{-2} \times 10^{3/4} \times 10^{3/4}$$

$$= 10^{-2} \times 2 \times 2 = 0.04$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{HX}]_{\text{تعادلی}}} \Rightarrow 0.01 = \frac{(0.04)^2}{[\text{HX}]_{\text{تعادلی}}} \Rightarrow [\text{HX}]_{\text{تعادلی}} = 0.16$$

$$[\text{HX}]_{\text{اولیه}} = [\text{HX}]_{\text{تعادلی}} + [\text{H}^+] = 0.16 + 0.04 = 0.20$$

#### شیمی



۱۰۱ ۳ به‌جز  $\text{SO}_2$  که در دما و فشار اتاق، گازی شکل است، سه

اکسید دیگر در این شرایط جامدند.

۱۰۲ ۴ مقایسه میان  $K_a$  و قدرت اسیدی چهار اسید مورد نظر به

صورت مقابل است:  $K_a: \text{HD} > \text{HB} > \text{HA} > \text{HC}$

#### بررسی عبارت‌ها:

(ا) با توجه به این‌که در شرایط یکسان، HF قوی‌تر از HCOOH است، درستی این عبارت بدیهی است.

(ب) از حل کردن گاز  $\text{CO}_2$  در آب، کربنیک اسید ( $\text{H}_2\text{CO}_3$ ) به دست می‌آید که تک‌پروتون‌دار نیست.

(ب) در شرایط یکسان دما و غلظت، اسید قوی‌تر، رسانایی الکتریکی بیشتر و اسید ضعیف‌تر، رسانایی الکتریکی کم‌تری دارد.

(ت)

$$\text{HA}: -\log K_a = 4/4 \Rightarrow K_a = 10^{-4/4} = 10^{-1} = 0.1$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{HA}]} \Rightarrow 4 \times 10^{-5} = \frac{[\text{H}^+]}{0.4} \Rightarrow [\text{H}^+] = 4 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(4 \times 10^{-3}) = -(\log 4 + \log 10^{-3})$$

$$= -(2(0.3) - 3) = 2.4$$

۱۰۳ ۳

• با توجه به این‌که pH محلول نهایی کم‌تر از ۷ است، می‌توان نتیجه گرفت که محلول نهایی خاصیت اسیدی داشته و تمام پتاس (KOH) مصرف شده است.

• هر مول HI با یک مول KOH به طور کامل واکنش می‌دهد.

• از روی pH محلول نهایی، می‌توان شمار مول‌های  $\text{H}^+$  باقی‌مانده از HI را به دست آورد:

$$\text{pH} = 1/2 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1/2} = 10^{-2} \times 10^{3/2} \times 10^{3/2}$$

$$= 10^{-2} \times 2 \times 2 = 0.06 \text{ mol.L}^{-1}$$

? mol  $\text{H}^+$  (باقی‌مانده از HI)

$$= 0.06 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times \frac{(200 + 100 + 200)}{1000} \text{L} = 0.03 \text{ mol}$$

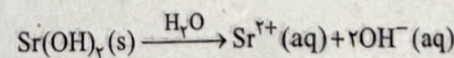
$$? \text{ mol } \text{H}^+ (\text{اولیه اسید}) = 0.2 \text{L} \times 0.4 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0.08 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } \text{H}^+ (\text{مصرف‌شده اسید}) = 0.08 - 0.03 = 0.05 \text{ mol}$$

بنابراین شمار مول‌های KOH مصرف‌شده نیز برابر با ۰/۰۵ بوده است.

$$[\text{KOH}] = [\text{OH}^-] = \frac{0.05 \text{ mol}}{0.1 \text{L}} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

۱۰۴ ۳  $\text{Sr}(\text{OH})_2$  یک باز قوی دوظرفیتی است.



$$[\text{Sr}(\text{OH})_2] = \frac{488 \times 10^{-2} \text{g} \times \frac{1 \text{mol}}{122 \text{g}}}{(5 \times 0.1) \text{L}} = 8 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

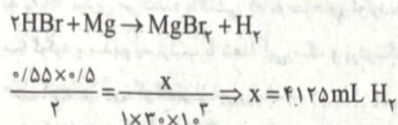


۴ ۱۱۴

$$\begin{aligned} \text{pH} = 8/56 &\Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-8/56} = 10^{-(0/48)-10} \\ &= 3^7 \times 10^{-10} = 27 \times 10^{-10} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{1}{27} \times 10^{-4} \\ K_b &= \frac{[\text{OH}^-]^2}{[\text{C}_8\text{H}_9\text{N}_3\text{O}_7]} = \frac{(\frac{1}{27} \times 10^{-4})^2}{0/2} \\ &= \frac{10^{-8}}{27 \times 27 \times 0/2} = 6/85 \times 10^{-11} \end{aligned}$$

۲ ۱۱۵

$$\begin{aligned} \text{pH} = -\log(0/8) &= -(\log 8 + \log 10^{-1}) \\ &= -(0/3) - 1 = 0/10 \\ \text{pH} = 6 \times 0/1 &= 0/6 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-0/6} = 10^{-0/3} \times 10^{-0/3} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0/25 \\ \text{H}^+ \text{ غلظت} &= 0/8 - 0/25 = 0/55 \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned}$$

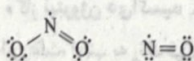
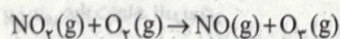


با توجه به نمودار سؤال پس از ۴ دقیقه، ۴۱۲۵ میلی لیتر گاز هیدروژن آزاد می شود.

۲ ۱۱۶ بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) بوکسیت سنگ معدن آلومینیم است که شامل  $\text{Al}_2\text{O}_3$  به همراه ناخالصی است. (ت) اغلب فلزها در شرایط مناسب با گاز اکسیژن می سوزند.

۲ ۱۱۷ در واکنش تولید اوزون تروپوسفری که در حضور نور خورشید انجام می شود، دو ترکیب  $\text{NO}$  و  $\text{NO}_2$  قاعده هشت تایی را رعایت نمی کنند:

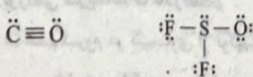


در گزینه (۳) فلز مورد نظر پلاتین است.

۲ ۱۱۸ بررسی عبارت‌ها:

(آ) نمودار (A) تغییر دمای بیرون یک گلخانه را در ۲۴ ساعت شبانه روز یک روز زمستانی نشان می دهد.

(ب) شکل (B) حسگر گاز CO را نشان می دهد که شمار پیوندهای کووالانسی آن با شمار پیوندهای کووالانسی مولکول  $\text{SO}_2$  برابر است:



(پ) در شکل (C) از CaO استفاده می شود که شمار کاتیون‌ها با آنیون‌های آن برابر است.

(ت) نمودار (D) میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد را در صد سال گذشته نشان می دهد.

۴ ۱۱۰ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ثابت یونش یک اسید، بیانی از میزان پیشرفت فرایند یونش تا رسیدن به تعادل است.

(۲) آب خالص، رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد.

(۳) دیواره داخلی معده به طور طبیعی مقدار کمی از یون‌های هیدرونیوم حاصل از شیرۀ معده را دوباره جذب می کند.

۲ ۱۱۱ ابتدا غلظت مولی باریم هیدروکسید ( $\text{Ba}(\text{OH})_2$ ) را به

دست می آوریم:

$$\text{pH} = 13/9 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13/9} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-0/1} = 10^{-0/9-1}$$

$$= 8 \times 10^{-1} \Rightarrow [\text{Ba}(\text{OH})_2] = \frac{1}{2} [\text{OH}^-] = 0/4 \text{ mol.L}^{-1}$$

• هر مول باریم هیدروکسید با یک مول  $\text{H}_2\text{SO}_4$  خنثی می شود، در حالی که یک مول باریم هیدروکسید با دو مول  $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$  واکنش می دهد؛ زیرا  $\text{H}_2\text{SO}_4$  یک اسید دوپروتون دار و بنزوئیک اسید یک اسید تک پروتون دار است. اگر جرم  $\text{H}_2\text{SO}_4$  و  $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$  در مخلوط اولیه را با a و b نشان دهیم، می توان نوشت:

$$\frac{a}{1 \times 98} = \frac{0/4 \times V_1}{1} \Rightarrow a = 39/2 V_1$$

$$\frac{b}{2 \times 122} = \frac{0/4 \times V_2}{1} \Rightarrow b = 97/6 V_2$$

• از طرفی می دانیم:  $V_1 + V_2 = 0/4$  و  $a + b = 30/28$  است.

• از حل همزمان معادله‌های فوق مقادیر a, b,  $V_1$  و  $V_2$  به دست می آید:

$$\begin{cases} V_1 = 0/15 \Rightarrow a = 5/88 \\ V_2 = 0/25 \Rightarrow b = 24/4 \end{cases}$$

$$a \text{ درصد جرمی} = \frac{5/88}{30/28} \times 100 = 19/4$$

۲ ۱۱۲ با توجه به انحلال پذیری بسیار کم این ماده در آب، چگالی آب

را  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  در نظر گرفته و محاسبات را بر مبنای یک لیتر آب (یک لیتر محلول) که معادل ۱۰۰۰ g است، انجام می دهیم:

$$? \text{ mol C}_1\text{H}_7\text{NH}_2 = 1000 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ g C}_1\text{H}_7\text{NH}_2}{(700+1) \text{ g H}_2\text{O}}$$

$$\frac{1 \text{ mol C}_1\text{H}_7\text{NH}_2}{142 \text{ g C}_1\text{H}_7\text{NH}_2} = 0/01 \text{ mol C}_1\text{H}_7\text{NH}_2$$

واضح است که غلظت مولی نفتیل آمین نیز ۰/۰۱ خواهد بود.

$$K_b = \frac{[\text{OH}^-]^2}{[\text{C}_1\text{H}_7\text{NH}_2]} \Rightarrow 1/44 \times 10^{-6} = \frac{[\text{OH}^-]^2}{0/1}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 1/2 \times 10^{-4} \Rightarrow [\text{H}^+] = \frac{1}{1/2} \times 10^{-10} = \frac{5}{6} \times 10^{-10}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log\left(\frac{5}{6} \times 10^{-10}\right) = -(\log 5 - \log 6 + \log 10^{-10})$$

$$= -(0/7 - (0/3 + 0/48) - 10) = 10/08$$

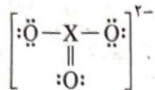
۴ ۱۱۳ محلول اتیلن گلیکول، غیرالکترولیت است.



۱۲۴ ۱ • واکنش پذیری و نقطه جوش آوزون بیشتر از اکسیژن است.

• در تمامی لایه‌های هواکره، غلظت  $O_3$  بیشتر از  $O_2$  است.  
• آوزون همانند اکسیژن در حالت مایع به رنگ آبی دیده می‌شود، اما شدت رنگ و انرژی رنگ آن در حالت مایع، بیشتر از  $O_2$  بوده و در نتیجه طول موج رنگ آن کم‌تر است.

۱۲۵ ۳ عنصر  $Ge$  ۳۲ در گروه چهاردهم جدول دوره‌ای جای دارد. تنها در ترکیب  $d$ ، عنصر  $X$  دارای ۴ الکترون ظرفیتی است.



مجموع شمار الکترون‌های [مجموع عددهای یکان = بار یون موجود در ساختار شماره گروه آنها]

$$-2 = [X + 3(6)] - [12(2)] \Rightarrow X = 4$$

با استفاده از همین رابطه، در یون‌های  $a$ ،  $b$  و  $c$ ، عنصر  $X$  متعلق به گروه‌های ۱۵، ۱۷ و ۱۶ است.

۱۲۶ ۳ آنتالپی سوختن اتان ( $C_2H_6$ ) و اتن ( $C_2H_2$ )، منفی‌تر از آنتالپی سوختن اتانول ( $C_2H_5OH$ ) است.

۱۲۷ ۴ بررسی عبارتهای نادرست:

(پ) محتوای انرژی  $50^\circ C$  گرم آب با دمای  $25^\circ C$  در فشار محیط، همواره ثابت بوده و مستقل از روش تهیه آن است.

(ت) واکنش  $PCl_5(g) \rightarrow PCl_3(g) + Cl_2(g)$  با افزایش شمار مول‌های گازی همراه است. در صورتی که این واکنش در ظرف در بسته انجام شود، با افزایش فشار همراه خواهد بود و گرمای چنین واکنشی در این شرایط، معادل آنتالپی واکنش نیست. آنتالپی واکنش، مقدار گرمای مبادله‌شده در فشار ثابت است.

۱۲۸ ۱ فرمول مولکولی ساختار داده‌شده به صورت  $C_{14}H_{10}O_2$  است.

بررسی عبارتهای:

(آ) فرمول آلدئید موجود در بادام،  $C_7H_6O$  و فرمول کتون موجود در میخک  $C_7H_{14}O$  است. واضح است که اگر این دو فرمول را جمع کنیم، به فرمول  $C_{14}H_{20}O_2$  می‌رسیم.

(ب) نسبت آنتالپی سوختن به ارزش سوختی هر ترکیب برابر با جرم مولی آن ترکیب است. جرم مولی ترکیب مورد نظر  $220$  گرم و جرم گلوکز

$$\frac{220}{180} = \frac{11}{9} \quad (C_6H_{12}O_6) \text{ برابر } 180 \text{ گرم است:}$$

(پ) در ساختار آن، گروه‌های عاملی اتری و هیدروکسیل وجود دارد.

(ت) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی آن برابر با  $10$  است:

$$\text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی} = \frac{14(4) + 20(1) + 2(2)}{2} = 40$$

$$4 = 2(2) = (\text{شمار اتم‌های اکسیژن}) \times 2 = \text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی}$$

$$\frac{\text{جفت الکترون‌های پیوندی}}{\text{جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{40}{4} = 10$$

۱۱۹ ۲ فقط عبارت دوم به درستی بیان شده است.

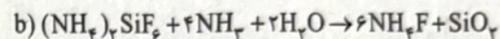
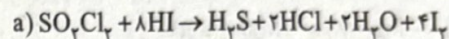
بررسی عبارتهای:

• در صورتی که اکسیژن در دسترس، برای سوختن سوخت‌های فسیلی کافی نباشد، گاز  $CO$  تولید می‌شود.

• گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است و حجم هر گرم از آن، بیشتر از حجم یک گرم هوا است، زیرا چگالی آن کم‌تر از چگالی هوا است.

• میل ترکیبی هم‌گلوبین خون با این گاز بسیار زیاد و بیش از  $200$  برابر اکسیژن است.  
• از واکنش گاز  $CO_2$  با اکسیدهایی مانند منیزیم اکسید و کلسیم اکسید، می‌توان ترکیب‌های معدنی تولید کرد.

۱۲۰ ۳ معادله موازنه‌شده دو واکنش، در زیر آمده است:



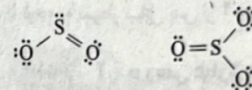
مجموع ضرایب در واکنش‌های (a) و (b) به ترتیب ۱۸ و ۱۴ و تفاوت آن‌ها برابر ۴ است.

۱۲۱ ۲ بررسی عبارتهای:

(آ) در صنعت برای تهیه سولفوریک اسید، نخست گوگرد را در واکنش با اکسیژن به  $SO_2$  تبدیل می‌کنند؛ واکنشی که به سوختن گوگرد معروف است.

(ب) گوگرد و سدیم به ترتیب با شعله آبی‌رنگ و زردرنگ می‌سوزند. میانگین طول موج نور آبی، کوتاه‌تر از نور زرد است.

(پ) ساختارهای  $SO_2$  و  $SO_3$  به صورت زیر است:



همان‌طور که قابل مشاهده است، هر دو ترکیب یک پیوند دوگانه  $S=O$  دارند.  
(ت) اکسید گوگردداری که بر اثر سوختن سوخت‌های فسیلی در خودروها به طور مستقیم وارد هواکره می‌شود، تنها  $SO_2$  است.

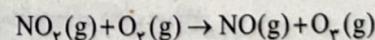
۱۲۲ ۱ فقط عبارت دوم درست است.

بررسی عبارتهای نادرست:

• گاز نیتروژن دی‌اکسید به رنگ قهوه‌ای است و هوای آلوده کلان‌شهرها به این علت، اغلب به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.

• این گازها از واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن درون موتور خودرو و به دلیل دمای بالا به وجود می‌آیند.

• مطابق معادله زیر، با تولید آوزون تروپوسفری، مقدار گاز  $NO_2$  کاهش اما مقدار گاز  $NO$  افزایش می‌یابد:



۱۲۳ ۴ فقط عبارت آخرین گزینه درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) اتم کروم در شماری از ترکیب‌های شامل آن به شکل‌هایی غیر از

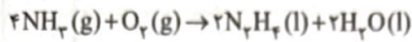
کاتیون  $Cr^{2+}$  و  $Cr^{3+}$  حضور دارد، مانند  $Na_2CrO_4$ .

(۲) واضح است که در ترکیبی مانند  $ClF_3$ ، یکی از اتم‌های هالوژن (در این‌جا کلر) اتم مرکزی است.

(۳) بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی که به سمت زمین تابیده می‌شود، به وسیله زمین جذب می‌شود.



۱۳۵ ۳ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کرد:

- ضرایب اجزای واکنش a را در عدد ۲ ضرب کرد.
- واکنش b را وارونه و ضرایب اجزای آن را در عدد ۶ ضرب کرد.
- واکنش d را وارونه و ضرایب اجزای آن را در عدد ۸ ضرب کرد.
- ضرایب اجزای واکنش c را در عدد ۹ ضرب کرد.

$$\Delta H(\text{هدف}) = 2\Delta H_a - 6\Delta H_b - 8\Delta H_d + 9\Delta H_c$$

$$= 2(-1000) - 6(-320) - 8(-604) + 9(-560) = -288 \text{ kJ}$$

$\Delta H$  به دست آمده مربوط به تولید ۲ مول آب (۳۶g  $\text{H}_2\text{O}$ ) و ۲ مول هیدرازین (۶۴g  $\text{N}_2\text{H}_4$ ) است. در صورتی که تفاوت جرم فرآورده‌ها برابر ۵/۶g باشد، مقدار گرمای مبادله شده برابر است با:

$$? \text{ kJ} = 5/6 \text{ g (تفاوت جرم)} \times \frac{288 \text{ kJ}}{(64-36) \text{ g (تفاوت جرم)}} = 57/6 \text{ kJ}$$

۱۳۹ ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

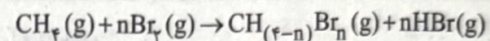
۱) تفاوت شمار اتم‌های کربن ساده‌ترین مولکول آلدهید و ساده‌ترین مولکول کتون برابر با ۲ است:



۳) ارزش سوختی چربی، بیش از دو برابر ارزش سوختی پروتئین است.

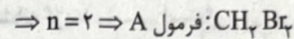
۴) با انجام یک واکنش شیمیایی و تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، تفاوت آشکاری در انرژی پتانسیل وابسته به آن‌ها ایجاد می‌شود.

۱۳۰ ۲ مطلق داده‌های سؤال، معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت



$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوندهای فرآورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش دهنده‌ها}]$$

$$-86 = [4(415) + n(193)] - [(4-n)(415) + n(285) + n(366)]$$



۱۳۱ ۳ ساده‌ترین هیدروکربن همان متان ( $\text{CH}_4$ ) است.

بررسی عبارت نادرست:

(ب) متان از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب، تولید می‌شود.

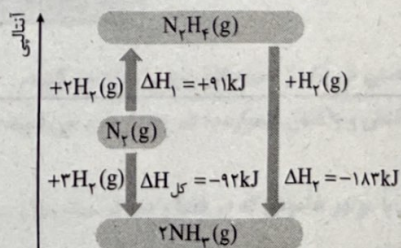
۱۳۲ ۱ مطلق داده‌های سؤال، گرمای حاصل از سوختن یک گرم الکل A،

۱/۲ برابر گرمای حاصل از سوختن یک گرم اتر B است. به عبارت دیگر، گرمای حاصل از سوختن یک گرم الکل A با گرمای حاصل از سوختن ۱/۲ گرم اتر B برابر است؛ بنابراین گرمای حاصل از سوختن ۴/۵g الکل A با گرمای حاصل از سوختن (۴/۵ × ۱/۲)g اتر B برابر است:

$$4/5 \times 1/2 = 5/4 \text{ g}$$

۱۳۳ ۴ شواهد تجربی نشان می‌دهند که تهیه آمونیاک به روش هابر از

گازهای نیتروژن و هیدروژن مطابق نمودار زیر یک واکنش دومرحله‌ای است.



واضح است که در مرحله اول، هیدروژن بیشتری مصرف می‌شود.

۱۳۴ ۲ فقط در مولکول‌های دو اتمی مانند کربن مونوکسید ( $\text{CO}$ ) و

هیدروژن کلرید ( $\text{HCl}$ )، برای پیوند موجود، از مفهوم «میانگین آنتالپی پیوند»

استفاده نمی‌شود، در سه مورد دیگر از مفهوم فوق استفاده می‌شود.

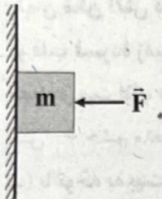
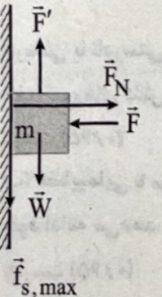


ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	<b>فارسی (۲)</b>	
۱	معنی واژه مشخص شده را بنویسید. <u>سریر</u> ملک، عطا داد کردگار تو را به جای خویش دهد هر چه کردگار دهد. سریر: تخت پادشاهی (۰/۵)	۰/۵
۲	املای درست را در جمله زیر، انتخاب نمایید. گاهی می‌ایستد و علف و (خواری / خاری) را پوزه می‌زند. خاری (۰/۵)	۰/۵
۳	در گروه واژگان زیر، نادرستی املایی به کار رفته است، درست آن را بنویسید. «ضجّه و شیون - ستوران و حیوانات - شرزه و خشمگین - طریاق و پادزهر» تریاق (۰/۵)	۰/۵
۴	نقش ضمیر پیوسته در مصراع «بعد از این وادی توحید آیدت» مشابه گزینه ..... است؟ الف) در عشق کسی قدم نهاد کیش جان نیست ب) آن خضر که فرخنده پی‌اش نام نهادند الف) در عشق کسی قدم نهاد کیش جان نیست (۰/۵)	۰/۵
۵	نقش دستوری واژه‌های مشخص شده را بنویسید. الف) <u>عشق حقیقی</u> دل و جان را پاک می‌گرداند. نهاد (۰/۵) ب) برخی عاشق را <u>دیوانه</u> می‌پندارند. مسنند (۰/۵)	۱
۶	در بیت زیر، «وابسته و وابسته» را مشخص کنید و نمودار پیکانی آن را رسم نمایید. «هر کسی کاو دور ماند از اصل خویش / باز جوید روزگار وصل خویش» خویش (۰/۵) <u>روزگار وصل خویش</u> (۰/۵)	۱
۷	نام پدیدآورنده هر یک از آثار زیر را بنویسید. الف) فیه‌مافیه مولوی (مولانا) (۰/۵) ب) قصه شیرین فرهاد احمد عربلو (۰/۵) ج) مثنوی معنوی مولوی (مولانا) (۰/۵)	۱/۵



ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>آرایه درست را از داخل گمانک برگزینید.</p> <p>الف) تو قلب فسرده زمینی / از درد ورم نموده یک چند (ایهام - جناس) ایهام (۰/۵)</p> <p>ب) خانه‌ای گاو شود از دست اجانب آباد / ز اشک ویران گنش آن خانه که بیت‌الخرن است (مناقض نما - تضاد) تضاد (۰/۵)</p>	۱
۹	<p>بیت زیر را کامل کنید.</p> <p>آیینۀ نگاهت، پیوند صبح و ساحل / ..... لبخند گاه‌گاهت، صبح ستاره‌باران (۰/۵)</p>	۰/۵
۱۰	<p>مفهوم بیت زیر از کدام گزینه دریافت می‌شود؟</p> <p>«در ره عشق نشد کس به یقین محرم راز / هر کسی بر حسب فکر گمانی دارد»</p> <p>الف) هر کسی از ظن خود شد یار من / از درون من نجست اسرار من ب) سر من از ناله من دور نیست / لیک چشم و گوش را آن نور نیست الف) هر کسی از ظن خود شد یار من / از درون من نجست اسرار من (۰/۵)</p>	۰/۵
۱۱	<p>با توجه به ابیات زیر، به پرسش‌ها پاسخ دهید.</p> <p>پنهان مکن آتش درون را / زین سوخته جان شنو، یکی پند تو قلب فسرده زمینی / از درد، ورم نموده یک چند</p> <p>الف) در بیت اول، منظور از «آتش» و «سوخته جان» چیست؟ آتش ← خشم و نفرت و اعتراض (۰/۲۵) / سوخته جان ← شاعر (ملک‌الشعراى بهار) (۰/۲۵)</p> <p>ب) با توجه به بیت دوم، چرا شاعر، خطاب به «دماوند» این چنین گفته است؟ شاعر (ظاهراً) دماوند را قلب یخ‌زده‌ای می‌داند که از شدت درد، ورم کرده است (۰/۵)؛ اما در باطن، دماوند (آزادی‌خواهان) را افسرده، منجمد و منفعل می‌پندارد که کاری بر ضد استبداد و ستم انجام نمی‌دهد. (۰/۵)</p>	۱/۵
۱۲	<p>معنای ابیات و عبارات زیر را به نثر روان بنویسید.</p> <p>الف) بگن ز پی این اساس تزویر پایه‌های ریا و دورویی (۰/۲۵) را نابود گردان. (۰/۲۵)</p> <p>ب) محرم این هوش جز بی‌هوش نیست تنها عاشق واقعی (۰/۲۵) محرم حقیقت عشق است. (۰/۲۵)</p>	۱
۱۳	<p><b>فیزیک (۳)</b></p> <p>درستی یا نادرستی هر یک از جمله‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می‌شوند و هم‌نوع هستند. درست (۰/۲۵)</p> <p>ب) فضاپیمایی با موتور خاموش که در فضا و دور از ستاره‌ها و سیارات دیگر در حال حرکت است، با حرکتی شتاب‌دار به حرکت خود ادامه می‌دهد. نادرست (۰/۲۵)</p> <p>ج) هر چه لختی جسم بیشتر باشد، هنگام اعمال یک نیروی معین، شتاب حرکت جسم بیشتر می‌شود. نادرست (۰/۲۵)</p> <p>د) واکنش نیروی وزن، نیرویی است که در خلاف جهت آن از طرف جسم به زمین وارد می‌شود. درست (۰/۲۵)</p>	۱



ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	<p>به سوالات زیر، پاسخ کوتاه دهید:</p> <p>الف) در هنگام ترمز ناگهانی، در اثر چه خاصیتی به جلو پرتاب می‌شویم؟ لختی (۰/۷۵)</p> <p>ب) اندازه نیروی مقاومت شاره وارد بر جسم در حال حرکت درون شاره به چه عواملی بستگی دارد؟</p> <p>۱- تندی جسم (۰/۷۵)</p> <p>۲- سطح جسم (۰/۷۵)</p> <p>ج) با چه وسیله‌ای نیرو را اندازه‌گیری می‌کنیم؟ نیروسنج (۰/۷۵)</p>	۱
۱۵	<p>شخصی درون آسانسور ساکن روی ترازوی فنری ایستاده است و ترازو وزن او را ۶۰۰ نیوتون نشان می‌دهد. در لحظه شروع حرکت آسانسور رو به بالا، ترازو عدد ۷۵۰ نیوتون را نشان می‌دهد. شتاب حرکت آسانسور در این لحظه چقدر است؟ <math>(g = 10 \frac{N}{kg})</math></p> <p><math>F_N - mg = ma \quad (0/5) \Rightarrow 750 - 600 = 60a \quad (0/75) \Rightarrow a = \frac{150}{60} = 2.5 \frac{m}{s^2} \quad (0/75)</math></p>	۱
۱۶	<p>مطابق شکل زیر، جسمی به جرم <math>0.5 \text{ kg}</math> را با نیروی <math>F = 20 \text{ N}</math> به دیوار قائم فشرده‌ایم و جسم در آستانه حرکت به طرف پایین است. <math>(g = 10 \frac{N}{kg})</math></p>  <p>الف) ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار چقدر است؟ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و طبق قانون دوم نیوتون داریم:</p> <p><math>F_{(net)x} = ma_x \xrightarrow{a_x=0} F - F_N = 0 \quad (0/5) \Rightarrow F_N = 20 \text{ N} \quad (0/75)</math></p> <p><math>F_{(net)y} = ma_y \xrightarrow{a_y=0} f_{s,max} - mg = 0 \quad (0/5)</math></p> <p><math>\Rightarrow f_{s,max} = mg = 0.5 \times 10 = 5 \text{ N} \quad (0/75)</math></p> <p><math>f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow 5 = \mu_s \times 20 \Rightarrow \mu_s = 0.25 \quad (0/5)</math></p> <p>ب) نیروی قائم و رو به بالای <math>F'</math> که باید بر جسم وارد شود تا جسم را در آستانه حرکت به سمت بالا قرار دهد، چند نیوتون است؟ با رسم نیروها در این حالت داریم:</p>  <p><math>F_{(net)y} = ma_y \xrightarrow{a_y=0} F' - (mg + f_{s,max}) = 0 \quad (0/5) \Rightarrow F' = f_{s,max} + mg \quad (0/75)</math></p> <p><math>f_{s,max} = 5 \text{ N} \rightarrow F' = 5 + 5 = 10 \text{ N} \quad (0/75)</math></p>	۳



ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۷	<p>توپیی به جرم <math>0.75 \text{ kg}</math> با سرعت ثابت <math>10 \frac{\text{m}}{\text{s}}</math> به طور افقی حرکت می‌کند: الف) تکانه توپ را حساب کنید.</p> $p = mv (0.75) \Rightarrow p = 0.75 \times 10 = 7.5 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}} (0.75)$ <p>ب) اگر تکانه توپ دو برابر شود، انرژی جنبشی آن چند برابر می‌شود؟</p> $K = \frac{p^2}{2m} (0.75) \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{2p_1}{p_1}\right)^2 = 4 (0.75)$	۱
۱۸	<p>پره یک بالگرد با دوره <math>0.3 \text{ s}</math> به طور یکنواخت می‌چرخد. اگر شعاع پره <math>2/5</math> متر باشد، تندی نوک پره چقدر است؟ (<math>\pi = 3</math>)</p> $v = \frac{2\pi r}{T} (0.75) \Rightarrow v = \frac{2 \times 3 \times 2/5}{3 \times 10^{-2}} = 500 \frac{\text{m}}{\text{s}} (0.75)$	۰/۵
۱۹	<p>حداقل نیروی اصطکاک ایستایی بین چرخ‌های خودرو و سطح جاده چقدر باشد تا خودرویی به جرم <math>800 \text{ kg}</math> بتواند با تندی <math>54 \frac{\text{km}}{\text{h}}</math> پیچ افقی مسطحی را که شعاع آن <math>50</math> متر است، دور بزند؟</p> $F = f_s = m \frac{v^2}{r} (0.75) \xrightarrow{v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} f_s = 800 \times \frac{15^2}{50} \Rightarrow f_s = 3600 \text{ N} (0.75)$	۰/۵
۲۰	<p>ماهواره‌ای به جرم <math>100</math> کیلوگرم در فاصله <math>2600</math> کیلومتری از سطح زمین به دور زمین در حال چرخش است. نیروی گرانشی وارد بر این ماهواره از طرف زمین چند نیوتون است؟ (<math>G = 6.6 \times 10^{-11} \frac{\text{N.m}^2}{\text{kg}^2}</math>, <math>R_e = 6400 \text{ km}</math>, <math>M_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg}</math>)</p> $F = G \frac{mM_e}{(R_e + h)^2} (0.75) \Rightarrow F = \frac{6.6 \times 10^{-11} \times 100 \times 6 \times 10^{24}}{[(6400 + 2600) \times 10^3]^2} (0.75) \Rightarrow F = \frac{6.6 \times 6 \times 10^{15}}{81 \times 10^{12}} = 480 \text{ N} (0.75)$	۱
۲۱	<p>اگر جسمی را به اندازه شعاع کره زمین در راستای قائم از سطح زمین بالا ببریم، وزن جسم چند برابر وزن آن روی سطح زمین می‌شود؟ وزن جسم روی سطح زمین از رابطه <math>W = G \frac{mM_e}{R_e^2}</math> به دست می‌آید. اگر جسم به اندازه شعاع زمین از سطح زمین دور شود.</p> $r = R_e + h \xrightarrow{h = R_e} r = 2R_e (0.75)$ <p>در نتیجه داریم:</p> $\frac{W_2}{W_1} = \frac{G \frac{mM_e}{r_2^2}}{G \frac{mM_e}{r_1^2}} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 (0.75) \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{R_e}{2R_e}\right)^2 \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{1}{4} (0.75)$ <p>یعنی وزن جسم <math>\frac{1}{4}</math> برابر می‌شود.</p>	۱
۲۰	جمع نمرات	