

## دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



## آزمون ۲ آذر ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۲	۱۰	۱	۱۰	۱۵ دقیقه
۲	ریاضی پایه	۱۰	۱۱	۲۰	۱۵ دقیقه
۳	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	۱۵ دقیقه
۴	ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۵	آمار و احتمال	۱۰	۴۱	۵۰	۱۵ دقیقه
	آمار و احتمال		۵۱	۶۰	

روزی یک دقیقه برای دفتر برنامه‌ریزی وقت بگذارید و پیشرفت کنید

اگر از دانش آموزانی که دفتر برنامه‌ریزی کانون را تکمیل می‌کنند بپرسید مهم‌ترین فایده‌ی دفتر برنامه‌ریزی چیست؟ می‌گویند ساعت مطالعه‌ام بیشتر شد. به همین سادگی! روزی یک دقیقه برای دفتر برنامه‌ریزی وقت بگذارید. دفتر برنامه‌ریزی موتور درونی شما را برای بهتر شدن و بیشتر تلاش کردن روشن می‌کند.



## آزمون « ۲ آذر ۱۴۰۳ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

# دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه  
تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
ریاضی پایه	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
زوج کتاب	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
		۵۱-۶۰	
جمع کل	۵۰	۱-۶۰	۷۵'

### دیداورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۲	بهمن امیدی-علی آزاد-داود بوالحسینی-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-محمد رضا راسخ-ستار زواری-محمد رضا کشاورزی مهسان گودرزی-میلاد منصوری-علیرضا نداف‌زاده-جهانبخش نیکنام	
هندسه	اسحاق اسفندیار-آرین تفضلی‌زاده-سیدمحمد رضا حسینی‌فرد-کیوان دارابی-فرشاد صدیقی‌فر-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح مجتبی مظاهری‌فر-نیما مهندس	
آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-آرین تفضلی‌زاده-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-مصطفی دیداری سوگند روشنی-احمد رضا فلاح-نیلوفر مهدوی-نیما مهندس	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته
گزینشگر	علیرضا نداف‌زاده	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب مهذب خالقی امیرمحمد کریمی محمد خندان	امیرحسین ابومحبوب مهذب خالقی امیرمحمد کریمی محمد خندان
ویراستاری رتبه‌های برتر	امیرحسین ملازینل سپهر متولیان سیدماهد عیدی محمدپارسا سبزه‌ای	امیرحسین ملازینل سپهر متولیان محمدپارسا سبزه‌ای	امیرحسین ملازینل سپهر متولیان محمدپارسا سبزه‌ای
بازنویسی آزمون	محمد رضا راسخ	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران (مستندسازی)	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد-معصومه صنعت کار		

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴ / حسابان ۱: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲

۱- مقدار عبارت  $A = 10 \cos^2 x - 6 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x$  به ازای  $x = \frac{\pi}{12}$  کدام است؟

$$(1) \quad 4/5 + \sqrt{3} \quad (2) \quad 2/5 + 2\sqrt{3}$$

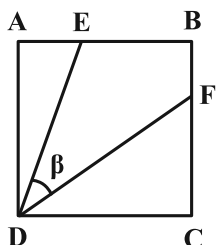
$$(3) \quad 4/5 + 2\sqrt{3} \quad (4) \quad 2/5 + \sqrt{3}$$

۲- اگر  $\frac{\cos(x+y)}{\cos(x-y)} = \frac{m+n}{m-n}$  باشد، مقدار  $\tan(x)\tan(y)$  کدام است؟ ( $m, n \neq 0, m \neq n$ )

$$(1) \quad \frac{m}{n} \quad (2) \quad -\frac{m}{n}$$

$$(3) \quad \frac{n}{m} \quad (4) \quad -\frac{n}{m}$$

۳- در شکل زیر چهارضلعی ABCD مربع است. اگر  $AD = 3$ ،  $AE = 1$  و  $DF = 4$  باشد، حاصل  $\cos \beta + 2 \sin \beta$  کدام است؟



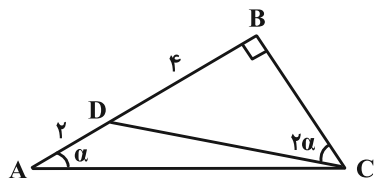
$$(1) \quad \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

$$(2) \quad \frac{3\sqrt{10}}{4}$$

$$(3) \quad \frac{3\sqrt{5}}{4}$$

$$(4) \quad \frac{2\sqrt{10}}{3}$$

۴- در مثلث شکل زیر، مقدار  $\sin \alpha$  کدام است؟ آزمون وی ای پی




$$(1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{1}{2}$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{5}}{3} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$(1) \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{5}}{5}$$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۵- اگر  $2 \tan \beta + \cot \beta = \tan \alpha$ ، آنگاه حاصل  $\frac{\cot \beta}{\tan(\alpha - \beta)}$  کدام است؟  $(\alpha - \beta \neq \frac{k\pi}{2})$

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۳

۶- اگر  $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})}{\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})} = 2$  و  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$  باشد، مقدار  $\tan \beta$  کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) ۷ (۳) ۳ (۴) -۳

۷- اختلاف جواب‌های معادله  $\cos 2x + \sin x = 0$  در بازه  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{4}$  (۲)  $\frac{2\pi}{3}$  (۳)  $\frac{\pi}{4}$  (۴)  $\frac{\pi}{3}$

۸- معادله مثلثاتی  $(\sin x + \cos x)(2 + \sin x + \cos x) = -1$  در فاصله  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۹- معادله  $\tan(\frac{\pi}{4} + x) = 1 + \tan x$  در بازه  $[0, \pi]$  دارای چند جواب است؟ آزمون وی ای پی

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) فاقد جواب

۱۰- به ازای  $m \in [a, b]$ ، نمودارهای توابع  $y = \cos 4x + m$  و  $y = 2 \sin^2 x$  در بازه  $[\frac{2\pi}{3}, \pi]$  نقطه مشترک دارند. بیشترین مقدار

$b - a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{25}{4}$  (۲)  $\frac{25}{8}$  (۳)  $\frac{17}{4}$  (۴)  $\frac{17}{8}$

## ریاضی پایه: مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، جبر و معادله

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: صفحه‌های ۱ تا ۲۷ و ۴۷ تا ۶۷ / حسابان ۱: صفحه‌های ۱ تا ۶

۱۱- فرض کنید  $A = [1, 10]$ ،  $B = \{x - k \mid x + k \in A\}$  و  $C = \{x + k \mid x - k \in A\}$  باشند. اگر حدود  $k$  برای این که  $B$  و  $C$  حداقل

یک عضو مشترک داشته باشند به صورت  $[a, b]$  باشد، حاصل  $b - a$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴/۵ (۳) ۶ (۴) ۷/۵

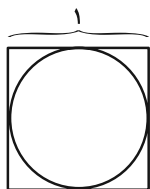
۱۲- در یک مدرسه با ۱۱۲ دانش‌آموز، ۲۲ دانش‌آموز فقط والیبال بازی می‌کنند. اگر تعداد دانش‌آموزانی که فوتبال بازی می‌کنند نصف

تعداد دانش‌آموزانی باشد که نه فوتبال و نه والیبال بازی می‌کنند و همچنین تعداد دانش‌آموزانی که والیبال بازی نمی‌کنند چهار

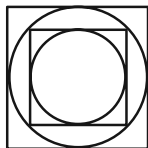
برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که فقط فوتبال بازی می‌کنند، آن‌گاه در این مدرسه چند نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۱۵

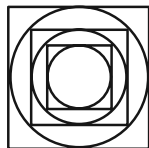
۱۳- با توجه به الگوی زیر، طول شعاع کوچک‌ترین دایره در مرحله نهم برابر کدام است؟



(۱)



(۲)



(۳)

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{32}$

(۲)  $\frac{1}{32}$

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{64}$

(۴)  $\frac{1}{64}$

۱۴- فرض کنید  $S_n$ ، مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی باشد. اگر  $S_{14} = S_{16}$  باشد، آن‌گاه مجموع چند جمله اول این دنباله

برابر صفر است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۹ (۳) ۳۰ (۴) ۳۱

۱۵- اعداد  $x$ ،  $y$  و  $z$  (با همین ترتیب) سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی اند. اگر یک واحد از  $x$  کم کرده و یک واحد به  $y$  اضافه

کنیم، اعداد جدید (با همان ترتیب) سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی خواهند بود. قدرنسبت دنباله هندسی چقدر از

قدرنسبت دنباله حسابی بیشتر است؟ آزمون وی ای پی

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۶- دنباله حسابی غیر ثابت  $a, b, c, d, e, \dots$  و دنباله هندسی  $a, c, d, \dots$  مفروض اند. مجموع ۵ جمله اول دنباله حسابی، چند

برابر مجموع سه جمله اول دنباله هندسی است؟

$$\frac{11}{9} \quad (1) \qquad \frac{11}{7} \quad (2)$$

$$\frac{10}{9} \quad (3) \qquad \frac{10}{7} \quad (4)$$

۱۷- حدود  $x$ ، برای این که  $[x-1]$ ،  $[x]$  و ۴ به ترتیب جملات سوم، ششم و نهم یک دنباله هندسی باشند، به صورت بازه  $[a, b)$

است، مقدار  $a+2b$  کدام است؟  $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.

$$6 \quad (1) \qquad 7 \quad (2)$$

$$8 \quad (3) \qquad 9 \quad (4)$$

۱۸- حاصل ضرب جملات دوم و دوازدهم یک دنباله حسابی برابر ۱ و حاصل ضرب جملات چهارم و دهم همان دنباله برابر ۵ می باشد.

جمله هفتم این دنباله کدام است؟

$$\pm \frac{5}{2} \quad (1) \qquad \pm \frac{\sqrt{29}}{2} \quad (2)$$

$$\pm 4 \quad (3) \qquad \pm \frac{\sqrt{27}}{2} \quad (4)$$

۱۹- حاصل  $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^3 (2 - \sqrt{3})^2$  کدام است؟

$$2(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \quad (1) \qquad 4 - 2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$4(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \quad (3) \qquad 8 - 4\sqrt{3} \quad (4)$$

۲۰- اگر  $x + \frac{4}{x+1} = 3 + 4\sqrt{3}$  باشد، آن گاه حاصل  $\sqrt{x+1} + \frac{2}{\sqrt{x+1}}$  کدام است؟

$$\sqrt{6} + \sqrt{2} \quad (1) \qquad \sqrt{3} + 2 \quad (2)$$

$$\sqrt{3} + 1 \quad (3) \qquad 2\sqrt{3} + 2 \quad (4)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱

۲۱- اگر  $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 12 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ،  $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ،  $D = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  و بدانیم که  $AB - BC = BD$ ، آن‌گاه دترمینان ماتریس A

کدام است؟ آزمون وی ای پی

- ۱۴ (۴)                      -۱۴ (۳)                      ۷ (۲)                      -۷ (۱)

۲۲- اگر  $k = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ a & 0 & 1 \end{vmatrix}$  باشد، حاصل  $\begin{vmatrix} 6 & 1 & 8 \\ 18 & 4 & 8 \\ 6a & 0 & 8 \end{vmatrix}$  کدام است؟

- ۴۸k (۴)                      ۳۲k (۳)                      ۲۴k (۲)                      ۱۶k (۱)

۲۳- اگر دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & x \\ x & 0 & 1 \end{bmatrix}$  برابر ۸ باشد، مقدار  $\log_3 x^2$  کدام است؟

- $\log_3 6$  (۴)                       $\log_3 9$  (۳)                      ۲ (۲)                      صفر (۱)

۲۴- ماتریس‌های  $2A = \begin{bmatrix} |A| & 2 \\ -2 & |A| \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$  مفروضند. حاصل دترمینان ماتریس  $-|A|B^{-1}$  کدام است؟


- ۴ (۴)                      -۱۶ (۳)                      -۴ (۲)                      ۱۶ (۱)

۲۵- اگر  $\begin{vmatrix} 3 & 11 & -9 \\ 0 & -7 & 3 \\ a & 1 & -4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & a \\ 10 & 11 \end{vmatrix}$  باشد، حاصل  $\begin{vmatrix} a & 1-a \\ 2a & a+1 \end{vmatrix}$  کدام است؟

- ۴ (۴)                      ۳ (۳)                      ۲ (۲)                      ۱ (۱)

۲۶- ماتریس مربعی A از مرتبه ۳ مفروض است. اگر  $\|A\| = \|A\| + \frac{1}{\|A\|} A$  باشد، مقدار  $|A|$  کدام است؟

- ۲ (۴)                      ۱ (۳)                       $-\frac{1}{2}$  (۲)                      -۱ (۱)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۲۷- اگر تساوی  $k + \begin{vmatrix} x & y & 2 \\ 4 & -1 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$  به ازای تمامی مقادیر حقیقی  $x$  و  $y$  برقرار باشد،  $k$  کدام است؟

(۱) ۴۲

(۲) -۴۲

(۳) ۳۸

(۴) -۳۸

۲۸- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & x & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2x & 3 \end{bmatrix}$  مفروض است. به هر یک از درایه‌های آن به اندازه شماره سطرشان اضافه کرده و از هر یک از آنها

به اندازه شماره ستونشان کم می‌کنیم و ماتریس  $B$  را تشکیل می‌دهیم. اگر  $|A| = |B|$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

(۱)  $\frac{52}{9}$

(۲)  $\frac{28}{3}$

(۳)  $\frac{20}{3}$

(۴)  $\frac{8}{9}$

۲۹- بیشترین مقدار  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 + \sin \theta & 1 \\ 1 & 1 & 1 + \cos \theta \end{vmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ۲

۳۰- ماتریس مربعی  $A$  از مرتبه ۲ با دترمینان -۱ مفروض است. اگر  $A^2 - A - I = \bar{O}$  باشد، حاصل دترمینان ماتریس  $A + 2I$  کدام است؟

(۱)  $\pm 5$

(۲) فقط -۵

(۳) فقط ۵

(۴) ماتریس  $A$  با شرایط داده شده وجود ندارد.



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد (از ابتدای فعالیت صفحه ۲۲ تا پایان معادله هم‌نهمی): صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵

۳۱- اگر عدد پنج رقمی  $\overline{ab321}$  مضرب ۹۹ باشد، آن‌گاه  $2a + b$  کدام است؟ آزمون وی ای پی

۱۸ (۲)

۱۹ (۱)

۱۶ (۴)

۱۷ (۳)


۳۲- اگر رقم یکان دو عدد طبیعی  $3a - a^2$  و  $a + 2$  یکسان باشد، آن‌گاه نسبت کوچک‌ترین عدد طبیعی دو رقمی  $a$  به بزرگ‌ترینعدد طبیعی یک رقمی  $a$  کدام است؟

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

۲/۵ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۳۳- می‌دانیم در یک سال، ۱۷ شهریور پنجشنبه یا جمعه نیست. ۱۲ بهمن همان سال به‌طور حتم کدام یک از روزهای هفته نمی‌تواند باشد؟ 

دوشنبه (۲)

شنبه (۱)

پنجشنبه (۴)

سه‌شنبه (۳)


۳۴- اگر بدانیم  $1403x \equiv 2024 \pmod{7}$ ، آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم  $2024x$  بر ۷ کدام است؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۳۵- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی  $n$ ، معادله  $x^{7n+2} \equiv 80 \pmod{17n+11}$  در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب می باشد؟

۸۸ (۴)

۸۷ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۳۶- اگر مجموعه مقادیر  $x$  در معادله  $ax - 1 \equiv 2 \pmod{13}$  برابر  $\{ \dots, 19, 6, -7, -20, \dots \}$  باشد، مجموع ارقام بزرگترین مقدار دو رقمی  $a$  کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

۳۷- مجموع ارقام بزرگترین عدد طبیعی دو رقمی  $a$  که  $5$  برابر آن به علاوه  $9$ ، بر  $11$  بخش پذیر باشد، کدام است؟

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۳۸- اختلاف بزرگترین و کوچکترین اعداد سه رقمی به صورت  $\overline{xyx}$  که در تقسیم بر عدد  $30$  باقی مانده شان  $1$  بشود، کدام است؟

۱۰۱ (۲)

۲۰۲ (۱)

۵۰ (۴)

۶۰ (۳)

۳۹- جواب معادله هم نهشتی  $x^2 - 16x + 63 \equiv 0 \pmod{9}$  به کدام صورت نمی تواند باشد؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

۹k + 7 (۲)

۹k (۱)

۳k + 1 (۴)

۳k + 2 (۳)

۴۰- چند عدد سه رقمی طبیعی به صورت  $\overline{aba}$  وجود دارد که مضرب  $33$  باشد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱ تا ۳۴

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۴۱ تا ۵۰) و (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- برای دو مجموعه  $A$  و  $B$  داریم  $A' - (A - B) = B - A$ ؛ کدام نتیجه‌گیری درباره این دو مجموعه صحیح می‌باشد؟

$$A - B = \emptyset \quad (۲) \qquad A' \cup B' = U \quad (۱)$$

$$B - A = \emptyset \quad (۴) \qquad A \cup B = U \quad (۳)$$

۴۲- اگر مجموعه  $A$  به عنوان دامنه متغیر گزاره‌نمای « $(x^2 - 3)(2x^2 + 5x + 2) = 0$ » در نظر گرفته شود،  $A$  برابر با کدام مجموعه

انتخاب شود تا مجموعه جواب این گزاره‌نما فقط دارای یک عضو باشد؟

$$\mathbb{Z} \quad (۲) \qquad \mathbb{N} \quad (۱)$$

$$\mathbb{Q}' \quad (۴) \qquad \mathbb{Q} \quad (۳)$$

۴۳- اگر تعداد اعضای مجموعه حاصل از ضرب دکارتی دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابر ۴۵ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $A$  کدام

نمی‌تواند باشد؟

$$۳۲ \quad (۲) \qquad ۸ \quad (۱)$$

$$۵۱۲ \quad (۴) \qquad ۶۴ \quad (۳)$$

۴۴- نقیض کدام یک از گزاره‌های سوری زیر صحیح می‌باشد؟

$$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}; x + y = y \quad (۲) \qquad \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}, \exists y \in \mathbb{R}; xy = 1 \quad (۱)$$

$$\exists x \in \mathbb{R} - \{0\}, \forall y \in \mathbb{R}; xy = 1 \quad (۴) \qquad \exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}; xy = y \quad (۳)$$

۴۵- گزاره شرطی  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$  با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

$$p \Leftrightarrow \sim q \quad (۲) \qquad p \Leftrightarrow q \quad (۱)$$

$$p \Leftrightarrow \sim q \quad (۴) \qquad (p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q) \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات

۴۶- اگر مجموعه  $A$ ، ۲ عضو بیشتر از مجموعه  $B$  داشته باشد و تعداد اعضای مجموعه توانی  $A$ ، ۴۹ تا بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های سره مجموعه  $B$  باشد، با فرض این که نیمی از اعضای مجموعه  $A$  با مجموعه  $B$  مشترک باشند، مجموعه  $P(A) \cap P(B)$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۷  
 (۲) ۸  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

۴۷- مجموعه‌های  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = 1\}$  و  $B = [-2, 2]$  مفروض‌اند. فاصله نقاط مجموعه  $A \times B$  از یکدیگر، همواره کوچک‌تر از  $a$  است. کمترین مقدار  $a$  کدام است؟ (منظور از  $[x]$ ، جزء صحیح  $x$  است.)

- (۱)  $2\sqrt{5}$   
 (۲)  $2\sqrt{10}$   
 (۳) ۵  
 (۴) ۶

۴۸- اگر  $p$  و  $r$  گزاره‌هایی درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست باشد، ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست می‌باشد؟

- (الف)  $((p \Rightarrow \sim r) \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow \sim p)$   
 (ب)  $((p \Leftrightarrow r) \Rightarrow \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$   
 (پ)  $((r \Rightarrow q) \Rightarrow p) \wedge (q \Rightarrow (p \vee r))$   
 (۱) ۳  
 (۲) ۲  
 (۳) ۱  
 (۴) صفر

۴۹- اجتماع متمم مجموعه  $((A \cup C) - C') \cap (B \cup C')$  با کدام یک از مجموعه‌های زیر به یقین برابر  $B'$  می‌شود؟ ( $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه متمایز و غیرتهی می‌باشند.)

- (۱)  $C - B$   
 (۲)  $B' \cap C'$   
 (۳)  $B' \cap A'$   
 (۴)  $C$

۵۰- اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  مجموعه‌هایی دلخواه و غیرتهی باشند، کدام یک از مجموعه‌های زیر الزاماً تهی است؟

- (۱)  $A \times B - B \times A$   
 (۲)  $A \times (B \cap C) - A \times B$   
 (۳)  $A \times (A \cup B) - A \times A$   
 (۴)  $A \times B - B \times (A \cup C)$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار توصیفی: صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۴۱ تا ۵۰) و (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- مجموع داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر ۱۲۰ می‌باشد. اگر ضریب تغییرات داده‌های مذکور  $\frac{4}{3}$  ضریب تغییرات داده‌های

$$kx_i + \frac{1}{k} \quad (i=1, \dots, n) \text{ باشد، مقدار } k \text{ کدام است؟ } (k > 0)$$

$$(1) \quad \frac{1}{4} \quad (2) \quad \frac{1}{2}$$

$$(3) \quad \frac{1}{3} \quad (4) \quad 2$$

۵۲- اگر حقوق کارمندان شرکتی ۲۵٪ کاهش یابد، ضریب تغییرات آن چه تغییری می‌کند؟ آزمون وی ای بی

$$(1) \quad ۷۵\% \text{ کاهش می‌یابد.} \quad (2) \quad ۵۰\% \text{ کاهش می‌یابد.}$$

$$(3) \quad ۲۵\% \text{ کاهش می‌یابد.} \quad (4) \quad \text{تغییر نمی‌کند.}$$

۵۳- دانش‌آموزی در محاسبه میانگین اعداد ۱۲، ۱۶،  $a$ ، ۷ و ۳ به اشتباه عدد  $a$  را دو بار می‌نویسد و به این ترتیب مقدار میانگین

۱ واحد کمتر می‌شود. مقدار واقعی میانگین کدام است؟

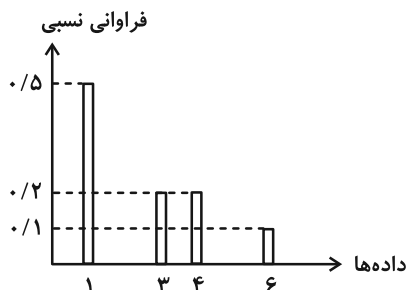
$$(1) \quad 7 \quad (2) \quad 7/2 \quad (3) \quad 7/5 \quad (4) \quad 8$$

۵۴- به ۸ داده آماری با واریانس ۴، ۸ داده برابر اضافه می‌کنیم به طوری که میانگین داده‌ها ثابت می‌ماند. واریانس داده‌های جدید

چقدر است؟

$$(1) \quad 4 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 1 \quad (4) \quad 8$$

۵۵- نمودار میله‌ای مربوط به ۱۰ داده به صورت زیر است. کدام گزینه نادرست است؟



(۱) حاصل ضرب میانه و مد برابر ۲ است.

(۲) حاصل ضرب میانگین و مد برابر ۲/۵ است.

(۳) مجموع میانگین و میانه برابر ۵/۵ است.

(۴) مجموع میانه و مد برابر ۳ است.

محل انجام محاسبات

۵۶- ضریب تغییرات اعداد طبیعی دو رقمی که در تقسیم بر ۷ دارای باقی مانده ۳ هستند، تقریباً کدام است؟

۰/۳۵ (۱)                      ۰/۵ (۲)

۰/۶۵ (۳)                      ۰/۸ (۴)

۵۷- جمعیت دانش آموزان شهرهای A، B، C، D، E و F (برحسب هزار نفر) به ترتیب ۲۵، ۱۳، ۳۵، ۴۲، m و ۲۵ است. به ازای

کدام مقدار m، در نمودار دایره‌ای جمعیت دانش آموزان این ۶ شهر، زاویه مربوط به شهر E برابر ۴۵° است؟

۲۰ (۱)                      ۲۴ (۲)

۲۵ (۳)                      ۳۰ (۴)

۵۸- به ازای کدام مقدار غیر صحیح a، انحراف معیار داده‌های ۳، ۴a و ۵a برابر  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  است؟

$\frac{3}{7}$  (۱)                       $\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{2}{7}$  (۳)                       $\frac{3}{5}$  (۴)

۵۹- واریانس داده‌های  $x_1$ ،  $x_2$ ،  $x_3$ ،  $x_4$  برابر صفر است. اگر میانگین داده‌های  $x_1 + 1$ ،  $x_2 + 2$ ،  $x_3 + 3$  و  $x_4 + 4$

واریانس این داده‌ها کدام است؟

۲۰ (۱)                      ۲۵ (۲)

۳۰ (۳)                      ۴۰ (۴)

۶۰- اگر دامنه میان چارکی برای داده‌های ۲۴،  $2a+1$ ، a، a، ۴۲، ۳، ۱، ۳۹، ۲۴، ۱۸، ۹، برابر ۲۶ باشد، میانگین داده‌های درون

جعبه در نمودار جعبه‌ای این داده‌ها کدام است؟ ( $a > 3$ )

۱۸/۴ (۱)                      ۱۹ (۲)

۱۹/۶ (۳)                      ۲۰ (۴)



# دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



## آزمون ۲ آذر ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
۳۰ دقیقه	۸۰	۶۱	۲۰	فیزیک ۳	۱
۱۵ دقیقه	۹۰	۸۱	۱۰	فیزیک ۱	۲
	۱۰۰	۹۱		فیزیک ۲	
۱۰ دقیقه	۱۱۰	۱۰۱	۱۰	شیمی ۳	۳
۱۰ دقیقه	۱۲۰	۱۱۱	۱۰	شیمی ۱	۴
	۱۳۰	۱۲۱		شیمی ۲	





## آزمون « ۲ آذر ۱۴۰۳ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

### دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۶۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
فیزیک ۳	۲۰	۶۱-۸۰	۳۰'
زوج کتاب	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
شیمی ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
زوج کتاب	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
		۱۲۱-۱۳۰	
جمع کل	۵۰	۶۱-۱۳۰	۶۵'

#### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کامران ابراهیمی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-علیرضا جباری-سیاوش خادمی-مسعود خندانی-محمدرضا شریفی-مهدی شریفی پوریا علاقه‌مند-سیاوش فارسی-ادریس محمدی-آراس محمدی-محمد مقدم-محمد کاظم منشادی-امیراحمد میرسعید حسام نادری-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
امیرعلی بیات-علیرضا بیانی-محمدرضا پورچاوید-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرحسین حسن‌نژاد پیمان خواجهی‌مجد-یاسر راش-محمدرضا طاهری‌نژاد-امیرحسین طیبی-آرمین عظیمی-محمد عظیمیان‌زواره-آرمان قنواتی محسن مجنونی-فرشید مرادی-امیرحسین ملازینل	شیمی	

#### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه‌شاهی امیرحسین کمره‌ای
ویراستاری رتبه‌های برتر	سینا صالحی ماهان فرهنگدفر	آرمان قنواتی امیرحسین ملازینل
بازنویسی آزمون	سینا صالحی	-----
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	مهدی گنجی‌وطن علی سلطانی محمد زنگنه	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی ملینا ملاتی

#### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

#### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: دینامیک و حرکت دایره‌ای (تا پایان نیروی کشش طناب): صفحه‌های ۲۹ تا ۴۶

۶۱- چند مورد از عبارتهای زیر الزاماً درست است؟

(الف) نیروی خالص وارد بر جسم، در جهت حرکت آن است.

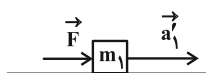
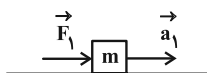
(ب) برابندی نیروهای کنش و واکنش صفر است.

(پ) هر چه تغییر سرعت بر مسیر مستقیم ناگهانی‌تر باشد، خاصیت لختی قابل ملاحظه‌تر است.

(ت) اگر نیروی خالص وارد بر جسمی صفر باشد، جسم ساکن است. آزمون وی ای پی

۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
-------	-------	-------	-------

۶۲- با توجه به اشکال زیر، چند مورد از جملات زیر صحیح است؟ (سطح افقی بدون اصطکاک است.)

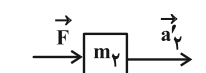
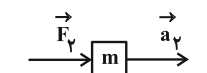


(الف) هر دو شکل (۱) و (۲)، بیانگر قانون دوم نیوتون است.

(ب) با توجه به شکل (۱)، شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم رابطه مستقیم

دارد.

(پ) با توجه به شکل (۲)، نیرو با جرم رابطه مستقیم دارد.



۱ (۲)	صفر (۱)
-------	---------

۳ (۴)	۲ (۳)
-------	-------

(۱)

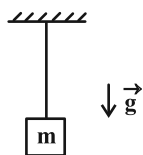
(۲)

۶۳- نیروی خالص  $2\vec{F}$ ، جسمی به جرم  $4m$  را با شتاب  $\vec{a}$  به حرکت درمی آورد. اگر  $400$  گرم به جرم جسم اضافه شود، نیروی خالص $\vec{F}$  جسم را با شتاب  $\frac{\vec{a}}{8}$  به حرکت درمی آورد.  $m$  چند گرم است؟

$\frac{100}{3}$ (۴)	$\frac{1}{30}$ (۳)	۴۰ (۲)	$\frac{2}{50}$ (۱)
---------------------	--------------------	--------	--------------------

۶۴- با توجه به شکل زیر، اگر بردار نیروی گرانش وارد بر جرم  $m$  از طرف زمین برابر با  $\vec{W}$  باشد، عکس‌العمل نیروی وارد بر سقف از

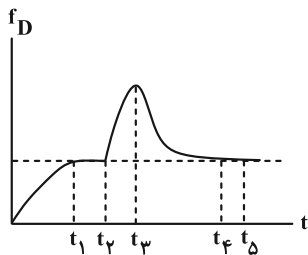
طرف نخ و عکس‌العمل نیروی وارد بر جسم از طرف نخ، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (جرم نخ ناچیز است.)

(۱)  $-\vec{W}$  ،  $\vec{W}$ (۲)  $\vec{W}$  ،  $-\vec{W}$ (۳)  $-\vec{W}$  ،  $-\vec{W}$ (۴)  $\vec{W}$  ،  $\vec{W}$ ۶۵- وزن شخصی به جرم  $60\text{ kg}$  در سطح ماه، تقریباً ..... درصد ..... از وزن همان شخص در سطح زمین است.
 $(g_{\text{زمین}} = 9.8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \text{ و } g_{\text{ماه}} = 1.6 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$ 

۱۶- کمتر (۱)	۱۶- بیشتر (۲)	۸۴- کمتر (۳)	۸۴- بیشتر (۴)
--------------	---------------	--------------	---------------

مشابه سؤال‌هایی که با آیگون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۶۶- نمودار بزرگی نیروی مقاومت هوا بر حسب زمان، برای چتربازی که از یک بالگرد می‌پرد، به صورت شکل زیر است. کدام گزینه در مورد حرکت چترباز درست نیست؟ (چترباز پس از پریدن از بالگرد، بلافاصله چتر خود را باز نمی‌کند و پس از یک بازه زمانی معین آن را باز می‌کند.)

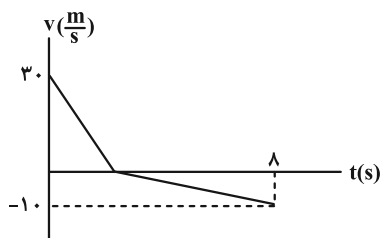


- (۱) در بازه زمانی صفر تا  $t_1$ ، نوع حرکت تندشونده است.
- (۲) در لحظه‌های  $t_2$  و  $t_4$ ، تندی چترباز یکسان است.
- (۳) در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_4$ ، چترباز به تندی حدی می‌رسد.
- (۴) تندی چترباز در لحظه  $t_1$  بیشینه است.

۶۷- دو گوی به جرم‌های  $m_1 = 5 \text{ kg}$  و  $m_2 = 10 \text{ kg}$  را همزمان از ارتفاع  $18 \text{ m}$  از سطح زمین رها می‌کنیم. اگر نیروی مقاومت هوا، برای هر دو گوی، یکسان و ثابت و اندازه آن برابر با  $f_D = 10 \text{ N}$  باشد، بیشترین فاصله این دو گوی در طی مسیر چند متر خواهد بود؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

- (۱) ۸      (۲) ۹      (۳) ۱۶      (۴) ۲

۶۸- نمودار سرعت- زمان جسمی به جرم  $300 \text{ g}$  که از سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود، مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت،  $f_D$  و در مسیر برگشت،  $f'_D$  باشد، حاصل  $\frac{f'_D}{f_D}$  کدام است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و  $t = 8 \text{ s}$ )

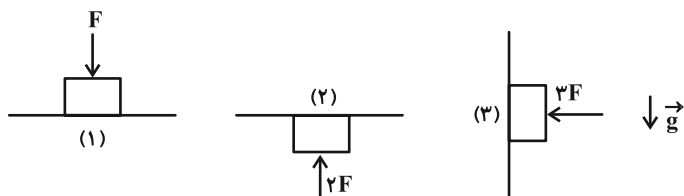


لحظه برخورد جسم به زمین است.)

- (۱) ۱
- (۲)  $\frac{5}{3}$
- (۳)  $\frac{7}{3}$
- (۴)  $\frac{1}{3}$

۶۹- نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم ساکنی به جرم  $m$  را در شکل‌های (۱)، (۲) و (۳)، به ترتیب با  $F_{N_1}$ ،  $F_{N_2}$  و  $F_{N_3}$  نمایش

می‌دهیم. اگر رابطه  $3F_{N_1} = F_{N_2} + F_{N_3}$  برقرار باشد، حاصل  $\frac{F_{N_2}}{F_{N_1}}$  کدام است؟

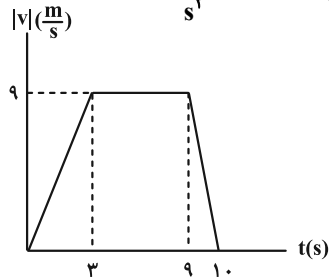


- (۱)  $\frac{1}{4}$
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) ۲



۷۰- نمودار تغییرات تندی بر حسب زمان برای آسانسوری به صورت شکل زیر است. شخص درون آسانسور بر روی ترازو ایستاده

است. نسبت عدد ترازو در لحظه  $t_1 = 18$  به عدد ترازو در لحظه  $t_2 = 8s$  مطابق با کدام گزینه است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



(۱) ۱

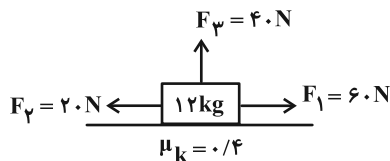
(۲) ۰/۸ یا ۱/۴

(۳) ۰/۷ یا ۱/۳

(۴) ۱/۴

۷۱- در شکل زیر، جسم تحت تأثیر سه نیروی ثابت  $F_1$ ،  $F_2$  و  $F_3$  در حال حرکت به سمت راست است. بزرگی شتاب حرکت جسم چند

متر بر مجذور ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

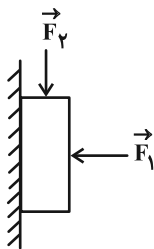
(۲)  $\frac{2}{3}$ 

(۱) ۲

(۴)  $\frac{1}{4}$ (۳)  $\frac{1}{2}$ 

۷۲- قطعه چوبی به جرم ۱۵۰ گرم با نیروی افقی  $\vec{F}_1$ ، مطابق شکل زیر به دیوار قائم فشرده شده است. اگر با وارد کردن نیروی

$F_2 = 1/5 N$ ، چوب در آستانه لغزش قرار گیرد و در این حالت اندازه نیرویی که دیوار به چوب وارد می‌کند، ۵ N باشد، ضریب



اصطکاک ایستایی بین دیوار و چوب چقدر است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

(۱) ۰/۲۵

(۲) ۰/۵

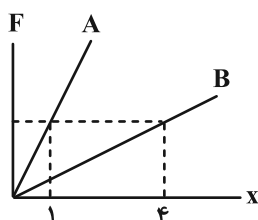
(۳) ۰/۷۵

(۴) ۰/۳

۷۳- نمودار اندازه نیروی کشسانی برای دو فنر A و B بر حسب تغییر طول آنها مطابق شکل زیر است. اگر جسمی را به فنر A ببندیم

و روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی  $\mu_k = 0/1$  با سرعت ثابت به حرکت درآوریم، تغییر طول آن  $x_A$  می‌شود. اگر همان

جسم را به فنر B ببندیم و از سقف آویزان کنیم، پس از رسیدن به تعادل، تغییر طول فنر  $x_B$  می‌شود. نسبت  $\frac{x_A}{x_B}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{40}$ (۲)  $\frac{1}{20}$ 

(۳) ۴۰

(۴) ۲۰

۷۴- وزنه‌ای به جرم  $m$  را به انتهای فنری که از سقف آویزان است، می‌بندیم و پس از رسیدن به تعادل، طول فنر  $8\text{ cm}$  افزایش می‌یابد. اگر همین وزنه را به همین فنر متصل کرده و آن را روی سطح افقی به ضریب اصطکاک جنبشی  $\mu_k = 0.5$  با شتاب

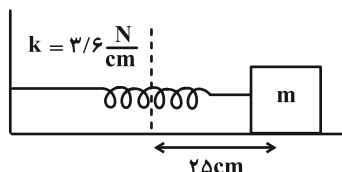
$$a = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- ۴ (۱)      ۵/۶ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)

۷۵- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $5\text{ kg}$  به فنری با جرم ناچیز و ثابت فنر  $3/6 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$  متصل است. جسم را از حالت تعادل،  $25\text{ cm}$

در جهت مثبت محور  $x$  کشیده و رها می‌کنیم. بردار شتاب جسم در لحظه رها شدن آن، در SI کدام است؟

(نیروی اتلافی ناچیز است.)



(۱)  $-0.18 \vec{i}$

(۲)  $+0.18 \vec{i}$

(۳)  $-18 \vec{i}$

(۴)  $+18 \vec{i}$

۷۶- شخصی به جرم  $50\text{ kg}$  روی یک ترازو ایستاده است. در هر یک از دستان شخص، یک فنر وجود دارد که سر دیگر آن به ترازو متصل است. شخص در راستای قائم طوری فنرها را نگه داشته است که افزایش طول یکی از آن‌ها نسبت به حالت آزادشان

$40\text{ cm}$  و دیگری  $60\text{ cm}$  است. اگر ثابت هر دو فنر  $500 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  باشد، ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

- ۵۰۰ (۱)      ۶۰۰ (۲)      ۱۰۰۰ (۳)      صفر (۴)

۷۷- فنری به طول  $40\text{ cm}$  با جرم ناچیز و ثابت فنر  $132 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  از سقف آویزان است. وزنه‌ای به جرم  $600$  گرم را به انتهای این فنر متصل

و رها می‌کنیم تا به طرف پایین بیاید. در لحظه‌ای که شتاب وزنه به  $\vec{a} = (1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \vec{j}$  می‌رسد، طول فنر چند سانتی‌متر خواهد شد؟

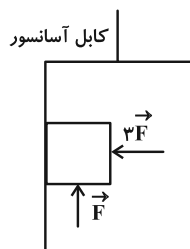
( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و جهت مثبت محور رو به بالا است.)

- ۴۲ (۱)      ۴۵ (۲)      ۴۶ (۳)      ۴۸ (۴)

۷۸- در شکل زیر، اگر آسانسور با شتاب ثابت به اندازه  $1 \frac{m}{s^2}$  به طور کندشونده به سمت بالا در حرکت باشد، جسم به جرم  $5 \text{ kg}$  در

آستانه لغزش به سمت پایین و چنانچه آسانسور با شتاب ثابت به اندازه  $4 \frac{m}{s^2}$  تندشونده به سمت پایین حرکت کند، جسم در

آستانه لغزش به سمت بالا قرار می‌گیرد. ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار آسانسور کدام است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



(۱)  $\frac{1}{3}$

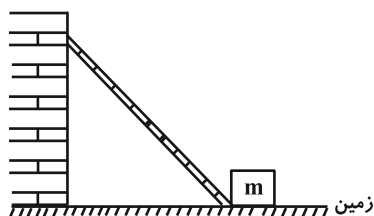
(۲)  $\frac{1}{6}$

(۳)  $\frac{1}{15}$

(۴)  $\frac{1}{25}$

۷۹- در شکل زیر، یک نردبان به جرم  $24 \text{ kg}$  به دیوار قائم و بدون اصطکاک تکیه دارد. اگر اندازه نیروی وارد از طرف دیوار به نردبان  $260 \text{ N}$  و نردبان در آستانه سر خوردن باشد، جرم جعبه‌ای که در تماس با انتهای نردبان و در آستانه سر خوردن است، چند

کیلوگرم می‌باشد؟ (ضریب اصطکاک ایستایی زمین با جعبه و نردبان هر دو یکسان و برابر با  $0.4$  و  $g = 10 \frac{N}{kg}$  است.)



(۱)  $20/5$

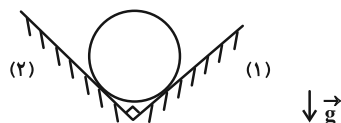
(۲)  $36$

(۳)  $41$

(۴)  $96$

۸۰- مطابق شکل زیر، کره‌ای به جرم  $50 \text{ kg}$  بین دو دیوار بدون اصطکاک (۱) و (۲) قرار گرفته است. اندازه نیروهای عمودی

سطح وارد بر کره از طرف دو دیوار چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



(۱) صفر

(۲)  $500$

(۳)  $250$

(۴)  $1000$

فیزیک ۱: فیزیک و اندازه‌گیری + ویژگی‌های فیزیکی مواد + کار، انرژی و توان + دما و گرما: صفحه‌های ۱ تا ۱۲۶ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- کدام موارد زیر درست است؟

الف) نیرو همانند تندی، یک کمیت فرعی برداری است.

ب) قطر موی انسان که برابر با  $0.00000801\text{ m}$  است، به صورت نمادگذاری علمی برابر با  $8.01 \times 10^{-6}\text{ m}$  است.

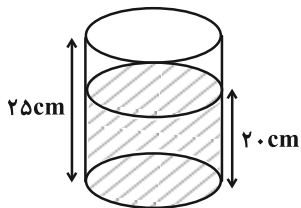
پ) یک پیکومتر،  $1000$  برابر یک نانومتر است.

الف (۱) ب و پ (۲) ب (۳) الف و پ (۴)

۸۲- مطابق شکل زیر، درون ظرفی استوانه‌ای شکل با شعاع مقطع  $10\text{ cm}$ ، تا ارتفاع  $20\text{ cm}$  روغن ریخته‌ایم. اگر قطعه فلزی به چگالی

$\frac{2700\text{ kg}}{\text{m}^3}$  را درون ظرف بیندازیم،  $900$  گرم روغن از ظرف بیرون می‌ریزد. اگر جرم قطعه فلز  $1620$  گرم باشد، حجم حفره

درون آن چند سانتی‌متر مکعب است؟ ( $\rho_{\text{روغن}} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  و  $\pi = 3$ )



(۱) ۲۶۲۵

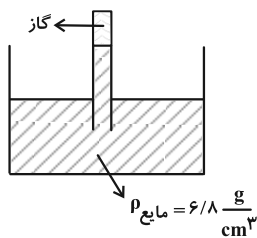
(۲) ۳۲۲۵

(۳) ۲۰۲۵

(۴) قطعه فلز حفره ندارد.

۸۳- آزمایش شکل زیر، در محیطی که در آن فشار هوا معادل با  $74\text{ cmHg}$  است، انجام شده است. ارتفاع مایع درون لوله چند

سانتی‌متر است؟ ( $\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و فشار گاز محبوس در لوله  $4\text{ cmHg}$  است.)



(۱) ۱۴۰

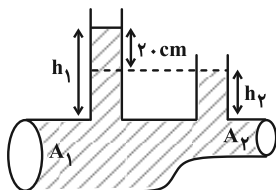
(۲) ۷۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۲۰۰

۸۴- در شکل زیر، آب به‌طور پایا و لایه‌ای در لوله افقی جاری می‌باشد. کدام گزینه درست نمی‌باشد؟

( $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ،  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ) و آب را شاره تراکم‌ناپذیر در نظر بگیرید و فشار هوا در بالای هر دو لوله یکسان است.)



(۱) فشار در سطح مقطع  $A_1$  بیشتر از  $A_2$  است.

(۲) تندی آب در  $A_1$  کمتر از  $A_2$  است.

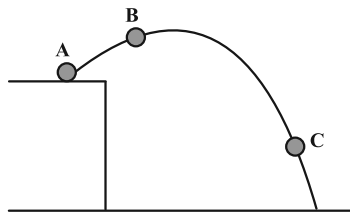
(۳) اختلاف فشار در  $A_1$  و  $A_2$ ،  $2000\text{ Pa}$  است.

(۴) آهنگ جریان آب در  $A_1$  بیشتر از  $A_2$  است.

محل انجام محاسبات



۸۵- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای را از نقطه A به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. انرژی جنبشی گلوله در نقطه‌های B و C، به ترتیب ۴۰ درصد کمتر و ۶۰ درصد بیشتر از انرژی جنبشی آن در نقطه A است. اگر انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه B و C به ترتیب ۲۰ ژول بیشتر و ۲۰ درصد کمتر از انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه A باشد، انرژی مکانیکی گلوله در نقطه C چند ژول است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید و سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)



- (۱) ۱۰۰  
(۲) ۱۵۰  
(۳) ۱۸۰  
(۴) ۲۰۰

۸۶- بالابری با توان مصرفی ۳۰۰ وات، در مدت زمان ۱۰ ثانیه یک بسته ۶۰ کیلوگرمی را با تندی ثابت تا ارتفاع معینی از سطح زمین بالا می‌برد. اگر این بسته بدون سرعت اولیه از همان ارتفاع رها شود، با تندی  $9 \frac{m}{s}$  به سطح زمین می‌رسد. بازده این بالابر چند

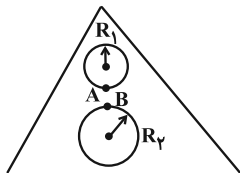
درصد است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و از نیروی مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.)

- (۱) ۳۰ (۲) ۵۰ (۳) ۷۵ (۴) ۸۱

۸۷- اگر دمای یک محیط برحسب درجه سلسیوس ۶ برابر شود، دمای محیط برحسب کلوین سه برابر می‌شود. دمای اولیه محیط برحسب سلسیوس چند درجه است؟ آزمون وی ای پی

- (۱) ۹۱ (۲) ۲۷۳ (۳) ۱۸۲ (۴) ۴۵/۵

۸۸- مطابق شکل زیر، از یک صفحه مثلثی فلزی دو حفره دایره‌ای شکل جدا کرده‌ایم و ضریب انبساط سطحی این صفحه  $(\frac{1}{K}) \times 10^{-5} / ^\circ C$  می‌باشد. اگر دمای مجموعه را ابتدا ۲۰ کلوین و سپس  $54^\circ F$  افزایش دهیم، در پایان این افزایش دماها



کدام مورد زیر صحیح می‌باشد؟

- (۱) مساحت حفره‌ها ۵۶٪ درصد افزایش می‌یابد.  
(۲) شعاع حفره‌ها ۲۸٪ درصد کاهش می‌یابد.  
(۳) فاصله بین دو نقطه A و B در شکل، ۱۴٪ درصد افزایش می‌یابد.  
(۴) فاصله بین مراکز دایره‌ها تغییر نخواهد کرد.

۸۹- درون دو ظرف A و B، مقداری آب با دمای  $30^\circ C$  وجود دارد. یک گرمکن الکتریکی با توان گرمایی معین می‌تواند در مدت زمان ۱۵ دقیقه، دمای آب ظرف‌های A و B را به ترتیب  $20^\circ C$  و  $32^\circ C$  بالا ببرد. اگر همه آب دو ظرف را در ظرف خالی C بریزیم، همان گرمکن با همان توان گرمایی دمای آب ظرف C را در مدت زمان ۱۹/۵ دقیقه، چند درجه سلسیوس افزایش می‌دهد؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر شود.)

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۹۰- دمای مقدار معینی از یک گاز آرمانی را از  $277^\circ C$  به  $-23^\circ C$  می‌رسانیم. اگر طی این فرایند، فشار گاز ۱۵۰ درصد افزایش یابد، چگالی گاز چند برابر خواهد شد؟

- (۱) ۵/۵ (۲) ۴/۵ (۳) ۳/۵ (۴) ۲/۵



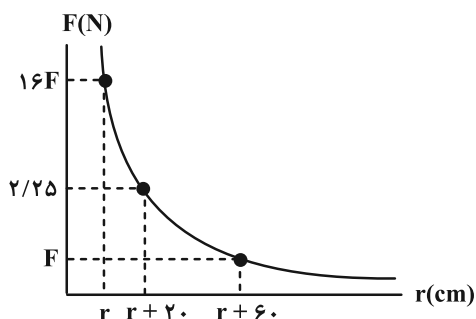


وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الکتروستاتیک ساکن + جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم + مغناطیس: صفحه‌های ۱ تا ۱۰۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- نمودار بزرگی نیروی الکتریکی که دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $2q$  و  $5q$  به هم وارد می‌کنند، بر حسب فاصله بین دو بار مطابق شکلزیر است. اندازه بار  $2q$ ، چند میکروکولن است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$ 

۲ (۱)

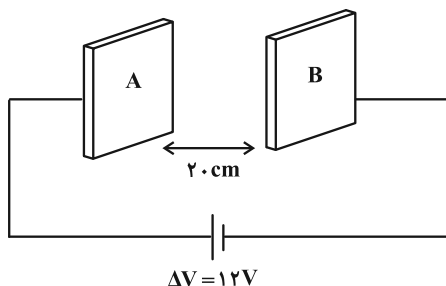
۱ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۹۲- دو صفحه رسانای موازی را مطابق شکل زیر، در یک مدار قرار می‌دهیم. ذره‌ای با بار  $-2mC$  و جرم  $200g$  را از مجاورت صفحه باپتانسیل بزرگ‌تر در راستای افقی با سرعت  $30 \frac{cm}{s}$  پرتاب می‌کنیم. ذره در فاصله چند سانتی‌متری از صفحه B متوقف می‌شود؟

(از اتلاف انرژی و نیروی وزن ذره صرف‌نظر شود.)



۷/۵ (۱)

۶/۵ (۲)

۱۲/۵ (۳)

۱۳/۵ (۴)

۹۳- فاصله بین صفحات خازن تختی از جنس برنج، با دی‌الکتریکی به ثابت ۲ پر شده است. اگر فاصله بین صفحات و مساحت آن‌ها به

ترتیب  $3mm$  و  $800cm^2$  باشد، با افزایش دمای  $180^\circ F$ ، ظرفیت خازن چند pF تغییر می‌کند؟  $(\frac{1}{C} = 2 \times 10^{-5} \alpha)$ ، برنج  $\alpha$  $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$  و فاصله بین صفحات ثابت می‌ماند.)

۴/۰۴ (۴)

۲/۰۲ (۳)

۱/۹۲ (۲)

۰/۹۶ (۱)

محل انجام محاسبات

۹۴- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف) آمپر- ساعت (Ah)، یکی از یكاهای انرژی الکتریکی است.

ب) اندازه سرعت سوق در سیمهای مسی از مرتبه  $10^5 \frac{m}{s}$  یا  $10^4 \frac{m}{s}$  است.

پ) نمودار جریان برحسب ولتاژ برای یک دیود نورگیسل، به صورت خط راستی گذرا از مبدأ است.

ت) با افزایش دمای یک نیم رسانا، تعداد حاملهای بار افزایش و در نتیجه مقاومت کاهش می‌یابد.

ث) از مقاومت‌های LDR در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش استفاده می‌شود.

۱ (۴)

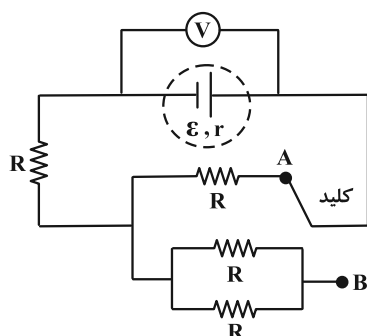
۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۹۵- در مدار شکل زیر، مقاومت‌ها مشابه‌اند و اندازه مقاومت درونی باتری نیز برابر اندازه هر یک از مقاومت‌ها است. اگر کلید را از

نقطه A به B وصل کنیم، عددی که ولتسنج آرمانی نشان می‌دهد، نسبت به قبل چند برابر می‌شود؟



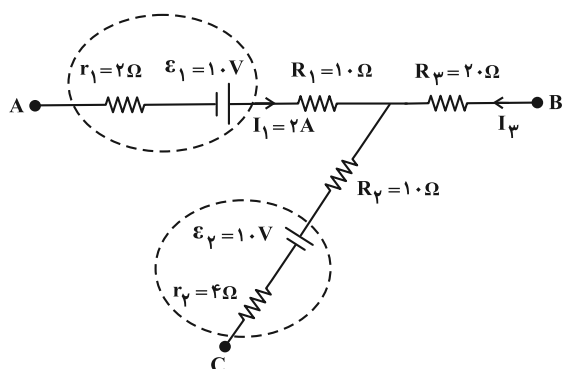
۱)  $\frac{9}{10}$

۲)  $\frac{3}{4}$

۳)  $\frac{10}{9}$

۴)  $\frac{4}{3}$

۹۶- شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی است. اگر  $V_A - V_B = -46V$  باشد، توان ورودی باتری «۲» چند وات است؟



۱) ۵۰

۲) ۱۰۰

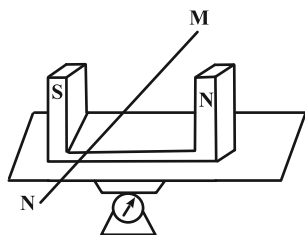
۳) ۱۵۰

۴) ۲۰۰

۹۷- از یک سیملوله آرمانی و پیچۀ مسطح باتعداد دورهای برابر، جریان الکتریکی یکسانی می‌گذرد. اگر طول سیملوله ۳ برابر قطر پیچه و اندازه میدان مغناطیسی درون سیملوله  $30\text{ G}$  کمتر از اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ مسطح باشد، اندازه میدان در مرکز پیچه چند میلی‌گوس است؟

- (۱) ۴۵ (۲)  $45 \times 10^3$  (۳) ۱۵ (۴)  $15 \times 10^3$

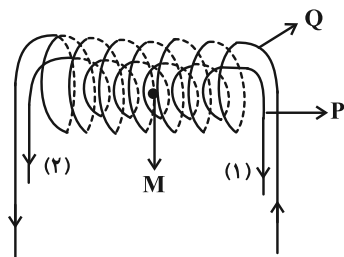
۹۸- در شکل زیر، سیم MN به طول  $75\text{ cm}$  در میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی  $0.5\text{ T}$  قرار دارد. از این سیم برای بار اول جریان  $2\text{ A}$  در جهت M به N و بار دوم جریان I در جهت N به M عبور می‌کند. اگر اختلاف اعداد خواننده شده توسط ترازو در دو حالت برابر با  $15\text{ N}$  باشد، جریان I چند آمپر است؟ (جریان الکتریکی بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است.)



- (۱) ۴۲ (۲) ۴۰ (۳) ۳۸ (۴) ۳۶

۹۹- در شکل زیر، دو سیملوله P و Q هم محورند و طول هر دو، برابر با ۱ متر است. اگر تعداد دور سیملوله‌های P و Q به ترتیب برابر با ۳۰۰ و ۲۰۰ باشد، چه جریانی برحسب آمپر و در کدام جهت از سیملوله P عبور کند تا میدان مغناطیسی برآیند در

نقطه M روی محور سیملوله‌ها، ماکزیمم و برابر با  $216\text{ G}$  گردد؟ ( $I_Q = 3I_P$  و  $\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}$ )



- (۱) ۲- (۲) ۲- (۳) ۲۰- (۴) ۲۰-

۱۰۰- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) دو سیم موازی و بلند حامل جریان‌های همسو، یکدیگر را دفع می‌کنند.
- (۲) اورانیوم و پلاتین از جمله مواد پارامغناطیسی‌اند.
- (۳) پس از حذف میدان مغناطیسی خارجی، ماده فرومغناطیس سخت، به‌طور کامل خاصیت آهنربایی خود را از دست می‌دهد.
- (۴) قطب شمال مغناطیسی و شمال جغرافیایی کره زمین بر یکدیگر منطبق‌اند.

شیمی ۳: آسایش و رفاه در سایه شیمی (تا انتهای جاری شدن انرژی با سفر الکترون): صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۱۰۱- با توجه به شکل زیر که در مورد قلمروهای الکتروشیمی مطرح شده است، ..... مربوط به قلمرو ..... است و ..... می‌تواند



نام قلمرو: C  
مثال: F



نام قلمرو: B  
مثال: E



نام قلمرو: A  
مثال: D

..... باشد.

(۱) A، تأمین انرژی، E، برقکافت

(۲) B، تولید مواد، F، آبکاری

(۳) C، اندازه‌گیری و کنترل کیفی،

E، سلول سوختی

(۴) B، تأمین انرژی، D، برقکافت

۱۰۲- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) برخی از واکنش‌های شیمیایی بدون داد و ستد الکترون انجام می‌شوند.

(ب) فرو بردن دو تیغه فلزی از جنس روی در لیمو، منجر به تولید باتری لیمویی می‌شود.

(پ) واکنش‌های شامل مبادله الکترون، مبنایی برای تولید انرژی الکتریکی در الکتروشیمی هستند.

(ت) در پدیده‌هایی مانند تندر و آذرخش بخشی از انرژی به شکل انرژی الکتریکی بین سامانه واکنش و محیط جاری می‌شود.

(ث) باتری مولدی است که در آن بخشی از انرژی شیمیایی در طی واکنش‌هایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۳- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

(الف) الکتروشیمی افزون بر تهیه مواد جدید به کمک انرژی گرمایی، می‌تواند در راستای پیاده کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.


(ب) بهبود خواص مواد و تأمین انرژی پاک و سبز در گرو این است که بدانیم در چه واکنش‌هایی الکترون داد و ستد می‌شود.

(پ) کسب اطمینان از کیفیت فرآورده‌های دارویی، بهداشتی، غذایی و ... در قلمرو علم ترموشیمی قرار دارد.

(ت) دو رکن اساسی تحقق فناوری‌هایی مثل قطار برقی، باتری و ...، دستیابی به مواد مناسب و تأمین انرژی است.

(۱) الف و پ (۲) پ و ت

(۳) الف و ب (۴) ب و ت

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۰۴- در واکنش تشکیل آلومینیم اکسید از فلز آلومینیم و گاز اکسیژن، .....

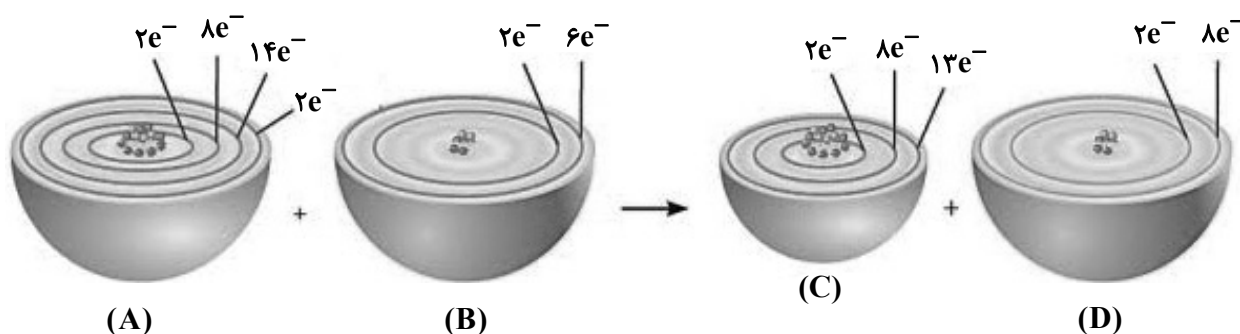
(۱) به ازای تشکیل هر مول ترکیب یونی، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

(۲) اتم فلزی به یونی با شعاع بزرگ‌تر از شعاع اتمی خود تبدیل می‌شود.

(۳) هر اتم فلزی سه الکترون از دست داده و نقش کاهنده را دارد.

(۴) نیم‌واکنش کاهش به صورت  $2O^{2-}(s) \rightarrow O_2(g) + 4e^-$  است.

۱۰۵- با توجه به شکل زیر که مربوط به واکنش فلز آهن و گاز اکسیژن است، کدام گزینه نادرست است؟ ( $Fe = 56, O = 16 : g.mol^{-1}$ )



(۱) ضمن انجام واکنش، اتم موجود در گونه B به آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسد.

(۲) در این واکنش، اتم‌های فلزی آهن، کاهنده هستند.

(۳) اتم آهن ضمن تبدیل به یون آهن، فقط الکترون‌هایی با مشخصات  $n+1=4$  را از دست می‌دهد.

(۴) بر اثر مبادله ۰/۰۶ مول الکترون بین گونه‌های اکسند و کاهنده، ۱۶۰۰ میلی‌گرم اکسید فلزی تشکیل می‌شود.

۱۰۶- همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز:

(۱) یکی از راه‌های بهره‌گیری از انرژی ذخیره شده در فلزها، اتصال آنها در شرایط مناسب به یکدیگر است.

(۲) در واکنش فلز روی با اکسیژن، فلز روی الکترون از دست داده و نقش اکسند را دارد.

(۳) اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند یک یا چند الکترون خود را به نافلزها داده و ضمن اکسایش به کاتیون تبدیل شوند.

(۴) اغلب فلزها در واکنش با محلول اسیدها، گاز هیدروژن و نمک تولید می‌کنند و در این واکنش یون‌های هیدرونیوم اسید کاهش می‌یابند.

۱۰۷- در صورت قرار دادن یک تیغه از جنس فلز روی در محلول مس (II) سولفات، چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

( $Zn = 65, Cu = 64 : g \cdot mol^{-1}$ ) آزمون وی ای پی

الف) محلول آبی با گذشت زمان کمرنگ تر می شود.


ب) مجموع غلظت یونهای فلزی در محلول افزایش می یابد.

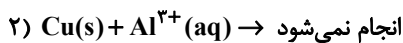
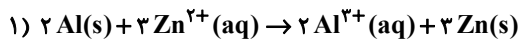
پ) گونه اکسند و گونه حاصل از اکسایش به ترتیب Cu و  $Zn^{2+}$  هستند.

ت) اگر تمام فلز تولید شده بر روی تیغه رسوب کند، جرم تیغه افزایش می یابد.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۸- با توجه به معادلات زیر چند مورد نادرست است؟ ( $Al = 27, Zn = 65 : g \cdot mol^{-1}$ ) 



الف) فلز آلومینیم، کاهنده قوی تری نسبت به فلز مس است.

ب) اگر تیغه‌ای آلومینیمی را در محلول روی سولفات بیندازیم و در این واکنش  $3/0 \times 10^{24}$  الکترون مبادله شود، با فرض این که ۶۰ درصد

از یونهای  $Zn^{2+}$  بر روی تیغه رسوب کند، تغییر جرم تیغه برابر ۵۲/۵ گرم خواهد بود.

پ) ترتیب قدرت کاهندگی گونه‌ها به صورت  $Al^{3+} > Zn^{2+} > Cu^{2+}$  است.

ت) گونه اکسند سمت راست واکنش (۱) از گونه اکسند سمت چپ آن قوی تر است.

۴ (۱) ۳ (۲)

۲ (۳) ۱ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۰۹- جدول زیر داده‌هایی را از قرار دادن برخی تیغه‌های فلزی غیر مسی درون محلول مس (II) سولفات در دمای اولیه  $20^{\circ}\text{C}$  و با

شرایط یکسان، نشان می‌دهد. کدام یک از عبارتهای زیر درست هستند؟ (یون پایدار تمام فلزات، بار  $2+$  دارد و محلول حاصل

ناماد فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ( $^{\circ}\text{C}$ )
A	۲۳ / ۷
B	۲۰
C	۲۶
D	۲۲ / ۵

از آن‌ها رنگی نیست.)

الف) محلول دارای کاتیون  $\text{C}^{2+}$  را می‌توان در ظرفی از جنس فلز B

نگهداری کرد.

ب) تمایل به گرفتن الکترون در یون  $\text{A}^{2+}$  نسبت به یون  $\text{D}^{2+}$  بیشتر بوده، زیرا قدرت کاهندگی فلز D کمتر است.

پ) در واکنش  $\text{Cu(s)} + \text{B}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + \text{B(s)}$ ، پایداری واکنش‌دهنده‌ها از فرآورده‌ها بیشتر است.

ت) در محلول مس (II) سولفات، سرعت تغییر رنگ آبی در محلول در صورتی بیشترین مقدار است که از بین ۴ تیغه، تیغه C در آن قرار

گرفته باشد.

(۲) ب و پ

(۱) الف و ب

(۴) الف و ت

(۳) پ و ت

۱۱۰- تیغهای از جنس روی در محلولی به حجم یک لیتر دارای  $\text{HCl}$  و  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$  قرار گرفته است. اگر در پایان واکنش حجم گاز

هیدروژن تولیدی در شرایط STP برابر  $17/92$  لیتر و جرم تیغه روی  $65/2$  گرم کاهش یافته باشد، غلظت اولیه مس (II)

نیترات در محلول چند مولار بوده است؟ (نیمی از فلز مس تشکیل شده بر روی تیغه رسوب کرده و فلز روی به مقدار کافی برای

واکنش وجود دارد.) ( $\text{Zn} = 65$  ,  $\text{Cu} = 64$  :  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

(۲) ۰/۴

(۱) ۰/۲

(۴) ۱

(۳) ۰/۸

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه انبای هستی + ردیای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی (تا انتهای قسمت در میلیون): صفحه‌های ۱ تا ۹۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟ آزمون وی ای پی

(۱) نخستین عنصری که در واکنشگاه هسته‌ای ساخته شده است، با چهارمین عنصر دسته d هم‌گروه بوده و رادیوایزوتوپ آن در ایران نیز ساخته می‌شود.

(۲) در ایزوتوپی از شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزا که اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود، مجموع ذره‌های زیراتمی باردار برابر با ۲۳۵ است.

(۳) چهارمین عنصر فراوان سیاره زمین، می‌تواند با عنصری که دارای ۱۲ الکترون با  $I = 0$  است، هم‌گروه باشد و یون پایدار  $X^{2+}$  ایجاد کند.

(۴) هر خانه از جدول دوره‌ای به یک عنصر معین تعلق داشته و با استفاده از اطلاعات موجود در آن، می‌توان شماره گروه و عدد جرمی اتم مورد نظر را مشخص کرد.

۱۱۲- اگر عنصری دارای سه ایزوتوپ  ${}^20B$ ،  ${}^{22}B$  و  ${}^{24}B$  باشد و فراوانی ایزوتوپ  ${}^{20}B$  برابر با ۱۰ درصد و فراوانی ایزوتوپ  ${}^{24}B$  چهار

برابر ایزوتوپ  ${}^{22}B$  باشد، جرم اتمی میانگین عنصر B چند amu است؟ (عدد جرمی را معادل جرم اتمی در نظر بگیرید.)

۲۱/۳۶ (۴)

۲۲/۸۶ (۳)

۲۲/۱۶ (۲)

۲۳/۲۴ (۱)

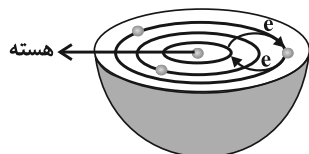
۱۱۳- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(۱) رنگ بنفش در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، ناشی از بازگشت الکترون از آخرین لایه به دومین لایه است.

(۲) اگر آرایش الکترونی  $X^+$  و  $Y^+$  به ترتیب با آرایش الکترونی نخستین و دومین گاز نجیب یکسان باشد، طول موج شعله حاصل از X کوتاه‌تر از طول موج شعله حاصل از Y می‌باشد.

(۳) در انتقال الکترون از لایه  $n+1$  به لایه n، هر چه مقدار n بزرگ‌تر باشد، طول موج پرتوی آزاد شده کمتر می‌شود.

(۴) شکل زیر توسط مدل اتمی بور قابل توجیه نبوده و با تعیین دقیق طول موج نوارهای طیف



نشری خطی اتم نشان داده شده در شکل، می‌توان تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی آن به

دست آورد.



۱۱۴- اگر در گونه پایدار  ${}^{32}\text{X}^{2-}$ ، اختلاف شمار نوترون ها و الکترون ها دو واحد باشد، مجموع  $n+1$  الکترون های موجود در آخرین

زیرلایه همه عنصرهای موجود در گروهی که عنصر X در آن قرار دارد، کدام است؟

۱۰۸ (۲)

۱۳۲ (۱)

۳۳ (۴)

۲۷ (۳)

۱۱۵- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) برای استخراج هلیوم در مقیاس صنعتی، منابع زمینی مناسبتر از هواکره است.

ب) یافتههای تجربی نشان می دهد که حدود ۷ درصد جرمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می دهد.

پ) فلز آلومینیم به شکل بوکسیت ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )، در سنگ کره وجود دارد.

ت) نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب یونی مس (I) اکسید، برابر همین نسبت در سدیم اکسید می باشد.

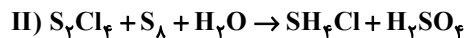
۳ (۲)

۲ (۱)

صفر (۴)

۱ (۳)

۱۱۶- پس از موازنه دو واکنش زیر، مجموع ضرایب فراورده ها در واکنش (I) چند برابر مجموع ضرایب فراورده ها در واکنش (II) است؟



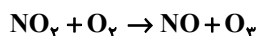
۰/۲ (۲)

۵ (۱)

۴ (۴)

۰/۲۵ (۳)

محل انجام محاسبات
-------------------



۱۱۷- کدام موارد از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟

الف) در فرمول شیمیایی یک سوخت سبز، همواره تعداد عنصرها، عددی بزرگتر از ۲ می‌باشد.

ب) گرمای آزاد شده (کیلوژول بر گرم)، برخلاف قیمت (ریال به ازای یک گرم) در بنزین کمتر از گاز طبیعی است.

پ) در ساختار لوویس دگرشکلی از اکسیژن که نقطه جوش بالاتری دارد، شمار جفت الکترون‌های پیوندی برابر با ۲ است.

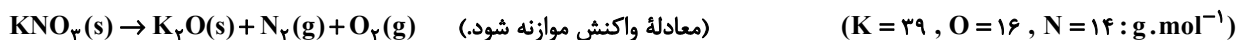
ت) بین کیفیت خودروهای تولید شده در کارخانه‌ها و میزان اثر گلخانه‌ای حاصل از کربن دی‌اکسید تولید شده از این خودروها، رابطه مستقیم وجود دارد.

ث) در واکنش تشکیل اوزون تروپوسفری از  $\text{NO}_2$  مجموع ضریب گونه‌های ۳ اتمی با ۲ اتمی برابر است.

(۱) پ و ت (۲) ب، ت و ث (۳) الف، ب و ث (۴) الف، ب و ت

۱۱۸- مقداری پتاسیم نیترات مطابق واکنش زیر به طور کامل تجزیه می‌گردد. اگر اختلاف جرم پتاسیم نیترات آغازی با فراورده جامد

تولید شده برابر ۵/۴ گرم باشد، حجم گاز اکسیژن تولید شده در دمای  $546^\circ\text{C}$  و فشار ۲ اتمسفر برابر چند لیتر است؟



(۱) ۴/۲ (۲) ۵/۸ (۳) ۲/۸ (۴) ۰/۸۴

۱۱۹- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(۱) در حال حاضر ۶۶ درصد از مردم جهان از کم آبی رنج می‌برند.

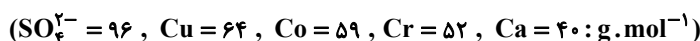
(۲) محلول آب و یخ، مخلوطی همگن از دو ماده است.

(۳) در یون  $\text{SO}_4^{2-}$  بار الکتریکی -۲ به اتم گوگرد تعلق دارد.

(۴) هنگامی که اجزاء محلول مایع باشند، حلال جزئی است که شمار مول‌های آن بیشتر از سایر اجزاء باشد.

۱۲۰- ۳۷ / گرم از سولفات فلز دو ظرفیتی X را در مقداری آب حل کرده و با افزودن آب مقطر حجم محلول را به ۱۰۰ میلی‌لیتر می‌رسانیم.

اگر غلظت یون سولفات در محلول برابر ۲۴۰۰ ppm باشد، فلز X کدام است؟ (چگالی محلول را  $1 \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$  در نظر بگیرید.)



(۱) Ca (۲) Cr (۳) Co (۴) Cu

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم + در پی غذای سالم: صفحه‌های ۱ تا ۹۸

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- اگر شعاع دو اتم فرضی X و Y به ترتیب ۱۳۰ و ۱۱۵ پیکومتر باشد، چند مورد از عبارتهای زیر همواره درست خواهند بود؟

• در صورتی که این دو عنصر هم‌دوره باشند، X فلز بوده و Y نافلز خواهد بود.

• خاصیت فلزی عنصر X از عنصر Y بیشتر است. آزمون وی ای ای

• در صورتی که این دو عنصر هم‌گروه باشند، عدد اتمی عنصر X از Y بیشتر خواهد بود.

• عنصر X در مقایسه با عنصر Y واکنش‌پذیری شیمیایی بیشتری دارد.

۱ (۲) صفر (۱)

۳ (۴) ۲ (۳)

۱۲۲- نمونه‌ای از  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  به جرم ۶۴ g و درصد خلوص ۷۵٪ که ناخالصی‌های آن را یک اکسید فلزی تشکیل می‌دهد، را با مقدار کافی

فلز سدیم واکنش می‌دهیم. اگر پس از اتمام واکنش (ها)،  $\frac{۸۰}{۶}$  گرم  $\text{Na}_2\text{O}$  تولید شده باشد، فرمول شیمیایی ناخالصی این

نمونه کدام است؟ ( $\text{Rb} = ۸۵$ ,  $\text{Zn} = ۶۵$ ,  $\text{Fe} = ۵۶$ ,  $\text{K} = ۳۹$ ,  $\text{Mg} = ۲۴$ ,  $\text{Na} = ۲۳$ ,  $\text{O} = ۱۶$ :  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

$\text{K}_2\text{O}$  (۲)  $\text{ZnO}$  (۱)

$\text{Rb}_2\text{O}$  (۴)  $\text{MgO}$  (۳)

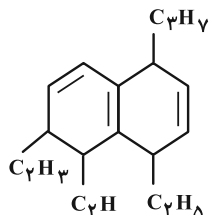
محل انجام محاسبات

۱۲۳- نسبت جرم مولی آلکانی به تعداد پیوندهای اشتراکی آن برابر  $4/5$  می‌باشد. چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ این آلکان در دمای اتاق نادرست می‌باشد؟

- در بین آلکان‌های راست زنجیر مایع، کمترین نقطه جوش را دارد.
- شمار اتم‌های هیدروژن مولکول آن با پنجمین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها برابر است.
- ترکیبی با این فرمول مولکولی، دارای ۲ ایزومر می‌باشد.
- از سوختن کامل  $1/10$  مول از آن در شرایطی که حجم مولی گازها برابر  $20$  لیتر بر مول می‌باشد، تقریباً  $80$  لیتر هوا مصرف می‌شود.
- نام آن می‌تواند ۳-متیل بوتان باشد.

- ۴ (۱)  
 ۳ (۲)  
 ۲ (۳)  
 ۱ (۴)

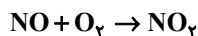
۱۲۴- چند مورد از مطالب زیر در مورد هیدروکربنی با ساختار زیر صحیح می‌باشد؟



- الف) ترکیبی آروماتیک بوده و دارای یک حلقهٔ بنزنی و یک حلقهٔ غیربنزنی می‌باشد.  
 ب) هر مول از آن با  $9/632 \times 10^{24}$  اتم هیدروژن به‌طور کامل سیر می‌شود.  
 پ) تعداد اتم‌های هیدروژن آن، با تعداد کل اتم‌های اوکتن برابر می‌باشد.  
 ت) دارای ۸ اتم کربن می‌باشد که تنها به یک اتم هیدروژن متصل هستند.

- ۱) صفر  
 ۱ (۲)  
 ۲ (۳)  
 ۳ (۴)

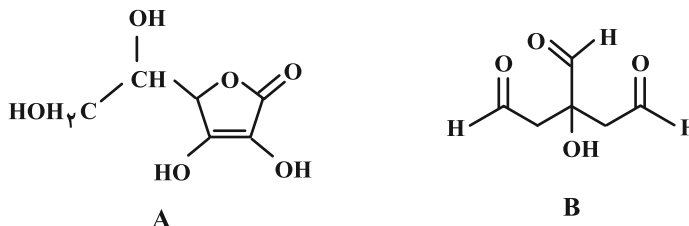
۱۲۵- با توجه به جدول و واکنش‌های موازنه نشدهٔ زیر،  $\Delta H$  تقریبی واکنش تولید  $NO_2$  از  $N_2$  و  $O_2$  چند کیلوژول است؟ (اعداد فرضی هستند، همهٔ مواد در حالت گازی می‌باشند).



$\Delta H$	پیوند
۲۰۱	N-O
۳۹۸	N=O
۴۹۵	O=O

- ۱۵۷ (۱)  
 ۱۸۴ (۲)  
 -۱۵۷ (۳)  
 -۱۸۴ (۴)

۱۲۶- با توجه به ساختار ترکیبات A و B کدام گزینه درست است؟ ( $C = ۱۲$ ,  $O = ۱۶$ ,  $S = ۳۲$ ,  $H = ۱$ :g.mol<sup>-1</sup>)



(۱) ماده A برخلاف ماده B، می‌تواند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کند.

(۲) تعداد کربن‌های هر دو مولکول همانند تعداد اکسیژن‌های آن‌ها برابر می‌باشند.

(۳) تعداد نوع گروه‌های عاملی متفاوت موجود در هر یک از دو ساختار برابر اختلاف جرم مولی گوگرد دی‌اکسید و اتیلن گلیکول می‌باشد.

(۴) ساختار A به دلیل داشتن پیوند دوگانه در حلقه، آروماتیک به حساب می‌آید.

۱۲۷- عبارت کدام گزینه نادرست است؟

(۱) به دلیل اینکه تا جای ممکن، امکان رشد موجودات ذره‌بینی در محیط خشک وجود ندارد، نگهداری خشکبار در این محیط آسان‌تر است.

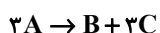
(۲) ماندگاری روغن در ظروف مات و کدر از ماندگاری آن در ظروف شفاف و روشن بیشتر است.

(۳) با انجام آزمایش‌های مختلف می‌توان گفت با افزایش دما، انحلال‌پذیری تمامی مواد در آب بیشتر می‌شود.

(۴) با توجه به سوختن الیاف آهن در ارلن پر از اکسیژن می‌توان گفت، با افزایش غلظت مواد واکنش‌دهنده، سرعت واکنش بیشتر می‌شود.

۱۲۸- واکنش تجزیه ماده A در یک ظرف ۲/۵ لیتری در حال انجام است. اگر پس از گذشت ۴۰ ثانیه در مجموع ۱۷ مول ماده در ظرف

وجود داشته باشد، در صورتی که سرعت متوسط مصرف A، ۰/۳ مول بر ثانیه باشد، مقدار اولیه ماده A چند گرم است؟



$$(A = ۳۹ : \text{g.mol}^{-1})$$

۵۶۵/۵ (۴)

۵۴۶ (۳)

۵۲۶/۵ (۲)

۵۰۷ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۲۹- قند مالتوز بر اثر واکنش با آب به گلوکز تبدیل می‌شود. با توجه به جدول زیر، سرعت متوسط مصرف مالتوز در ۷ دقیقه ابتدایی

واکنش، چند برابر سرعت تولید گلوکز در ۷ دقیقه پایانی واکنش است؟ (سرعت‌ها را برحسب مولار بر دقیقه در نظر بگیرید.)

		زمان (دقیقه)				
		۱۴	۷	۳	۱	۰
غلظت مولی ( $\text{mol.L}^{-1}$ )						
$[\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6]$		۰/۰۴	a	۰/۰۲	۰/۰۱	۰
$[\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}]$		۰/۰۸	۰/۰۸۵	۰/۰۹	۰/۰۹۵	b

$$\frac{4}{3} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۳)}$$

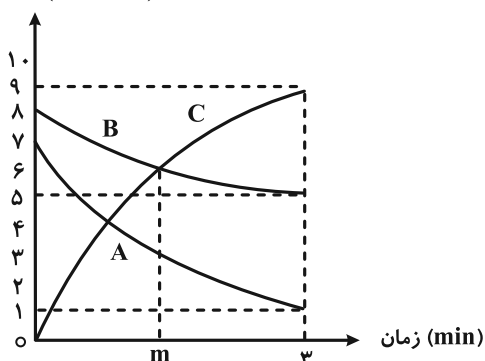
$$\frac{3}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۱)}$$

۱۳۰- نمودار زیر، تغییرات غلظت برحسب زمان را برای مواد حاضر در یک واکنش نشان می‌دهد. با توجه به آن چند مورد از موارد زیر

نادرست هستند؟ (جرم‌های مولی مواد A و B به ترتیب ۲۰ و ۵۰ گرم بر مول می‌باشد.)

غلظت مولی ( $\text{mol.L}^{-1}$ )



• هنگامی که غلظت مواد A و C با هم برابر می‌شود، مجموع غلظت

واکنش‌دهنده‌های موجود در ظرف  $10/8 \text{ mol.L}^{-1}$  می‌باشد.

• این نمودار می‌تواند به واکنش  $2\text{A(s)} + \text{B(g)} \rightarrow 3\text{C(g)}$  تعلق

داشته باشد.

• در لحظه m، حدود ۱۱/۱۱٪ از جرم کل مواد درون ظرف را ماده

A تشکیل می‌دهد. (با فرض بسته بودن درب ظرف)

• اگر غلظت ماده A در پایان دقیقه یکم واکنش  $4/25 \text{ mol.L}^{-1}$  باشد، در پایان دقیقه دوم ممکن است غلظت ماده C موجود در ظرف

$8/25 \text{ mol.L}^{-1}$  باشد. آزمون وی ای پی

$$1 \text{ (۴)}$$

$$2 \text{ (۳)}$$

$$3 \text{ (۲)}$$

$$4 \text{ (۱)}$$



# دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۲ آذر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، سجاد محمدنژاد، حمید گنجی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

\* طبق متن زیر برگرفته از کتاب «چهار سیمای اسطوره‌ای» نوشته‌ی «جلال ستّاری» به هفت پرسش بعدی پاسخ دهید. متن چهار جای خالی دارد که در پرسش‌ها باید آن‌ها را کامل کنید. همچنین یک نادرستی نگارشی نیز در متن گنجانده‌ایم که باید آن را بیابید.

افسانه‌ی سنتی مرد ماجراجو و جادوگر و . . (۱) . . و نیرنگ‌بازی به نام «فاوست» که روحش را به شیطان فروخت تا قدرت فوق‌انسانی به‌چنگ آورد، داستانی قدیمی از مردی حقیقی است که واقعاً در حدود سده‌ی پانزدهم در . . (۲) . . زاده شد و از سحر و جادو و جنبل آگاهی‌هایی داشت و مدعی غیب‌دانی و طالع‌بینی بود و بدین جهت، مردم معتقد ساده‌دل در بابِ قدرت کرامات و معجزه‌نمایی‌های او افسانه می‌بافتند و این‌چنین پیروانی می‌یافت. این افسانه‌ها به‌ویژه در سده‌ی شانزدهم، با جدال‌های کاتولیک‌ها و پروتستان‌ها که متقابلاً یک‌دیگر را از آلودن و تباهی روحِ فاوست متهم می‌کردند، رونق و رواج بیشتر می‌یافت.

در سده‌های بعد، فاوست همچنان دستمایه‌ی داستان‌ها و افسانه‌ها و عروسک‌های خیمه‌شب‌بازی و نمایش‌های دیگری بود که البته در محتوا، کاملاً یکسان نبود، در برخی، فاوست همراه با شیطان به قعر جهنّم می‌رفت و در برخی شایسته‌ی بخشایش خداوندی قلمداد می‌شد. به بیان دیگر، فاوست در این روایت‌ها، . . . (۳) . . داستان فاوستِ «گوته»، که در اوایل سده‌ی نوزدهم تکمیل شد، داستان مرد دانشمندی است که با وجود احاطه بر علوم مختلف، راه به دهی نمی‌برد زیرا علم حدّی دارد. پس روح شر، «مفیستوفلس»، بر فاوست افسرده که در آستانه‌ی نابودی خویش است، ظاهر می‌شود و وعده می‌دهد که نشاط جوانی را به او برگرداند و لذّات نفسانی را به او بچشاند، به شرطی که فاوست روحش را به وی بفروشد. فاوست نیز می‌پذیرد و پیمان را با خونس امضا می‌کند.

مفیستوفلس در داستان گوته، فاوست را به عشق اما عشقی پرفریب می‌کشاند. سپس، او را به ورطه‌ی قدرت می‌برد، اما قدرت‌خواهی برای فاوست جاه‌طلب پایانی ندارد. فاوست پس از مدّتی به این نتیجه می‌رسد که باید خود را وقف نجات بشریت کند و کمر به خدمت خلق بندد، ولی مدّت عمر او به‌سرآمده و زمان مرگ او رسیده است و روحش باید با مفیستوفلس به قعر جهنّم برود. با این حال، در داستان گوته، فاوست از سوی خداوند شایسته‌ی آموزش قلمداد می‌شود، چرا که می‌باید وعده‌ی حق محقق شود، پس فاوست را با فرستادن فرشتگانی می‌بخشد و . . . (۴) . .

فاوست گوته، تصویر انسان متجدّد غربی است که اسطوره‌ای بسیار پیچیده است و به‌سختی می‌توان آن را شرح داد. تقریباً هر اندیشمندی از آن تعبیری خاص کرده‌است که لاجرم تعبیرهایی متضادند، چون هر کدام وجهی را که به کارش می‌آمده برابر خویش قرارداد و لایه‌های دیگر داستان را از نظر انداخته است. با این حال باید گفت فاوست نماد روح و ذهن بشر است که هم خیر است و هم شر، «آدمیزاد طرفه معجونی است / از فرشته سرشته وز حیوان» و در ضمیرش دو روان هست، یک بسته به امور زمینی و دیگری طالب و مشتاقِ ملکات آسمانی.

۲۵۱- جای خالی شماره‌ی «۱» متن با واژه‌ای چهارحرفی کامل می‌شود. حروف این واژه کدام است؟

(۲) ا د ش ی

(۱) ا ب ق ل

(۴) ا ش ع ق

(۳) ا ر ص غ



۲۵۲- جای خالی شماره‌ی «۲» متن با نام کشوری پُر می‌شود که با حروف «آ ل م ن» ساخته می‌شود. حرف سوم این واژه کدام است؟

۱ (۱) ل (۲)

۳ (۳) م (۴) ن

۲۵۳- جمله‌ی زیر که کلمات آن بدون ترتیب درست و با تعداد و جایگاه نادرست نقاط نوشته شده است، جای خالی شماره‌ی «۳» متن را کامل می‌کند:

«اشت گاه گاه ظلمائی ثوژائی و»

در شکل درست جمله، چند نقطه هست؟

۱ (۱) چهار (۲) پنج

۳ (۳) شش (۴) هفت

۲۵۴- جای خالی شماره‌ی «۴» متن با جمله‌ای پُر می‌شود که از واژه‌ها و ترکیب‌های زیر ساخته می‌شود:

«می‌ماند - فریفتن - خدا - شیطان - خلیفه (ی) - ناکام - در»

در شکل درست این جمله، کدام گزینه پس از واژه‌ی «در» قرار می‌گیرد؟

۱ (۱) فریفتن (۲) شیطان

۳ (۳) خلیفه (۴) ناکام

۲۵۵- با حروف به‌هم‌ریخته‌ی کدام گزینه، معنایی برای واژه‌ی «احاطه» که در متن مشخص شده است، ساخته می‌شود؟

۱ (۱) ت س ط ل (۲) ب ت ح ق ی

۳ (۳) ب ط ل (۴) ب ت ت ث ی

۲۵۶- دو بیت زیر با بند چهارم متن هم‌معناست. ولی دو مصراع بیت دوم، با کلماتی به‌هم‌ریخته نوشته شده است.

«در تو هم دیوی است، هم ملکی / هم زمینی به‌قدر و هم فلکی

«کنی باشی ملک ترک دیوی / باشی فلک شرف برتر ز از»

دو واژه‌ی نخست دو مصراع بیت دوم، به ترتیب کدام است؟

۱ (۱) کنی - ملک (۲) دیوی - از

۳ (۳) باشی - فلک (۴) ترک - ز

۲۵۷- در کدام بند (پاراگراف) از متن بالا، عبارتی نادرستی نگارشی دارد؟

۱ (۱) بند نخست (۲) بند دوم

۳ (۳) بند سوم (۴) بند چهارم

۲۵۸- می‌دانیم الفبای فارسی (بدون محاسبه تنوع الف، همزه، تشدید، ساکن، تنوین‌ها و سایر اصوات و الحانِ نانوخته) سی‌ودو حرف دارد. در نوشتار، چند

کلمه سه حرفی در زبان فارسی می‌توان ساخت، به شرطی که دو حرف نقطه‌دار در کنار هم قرار نگیرند؟ تأکید این‌که  $\overset{\sim}{\text{و}} \overset{\sim}{\text{ه}} \overset{\sim}{\text{م}} \overset{\sim}{\text{ن}}$  تفاوت ایجاد

نمی‌کنند، معنای کلمات و تکرار حروف نیز اهمیتی ندارد.

(۲) ۱۷۹۲۴

(۱) ۱۶۵۴۸

(۴) ۱۹۴۲۰

(۳) ۱۸۱۱۶

\* در یک بازی سودوکو با مربع  $5 \times 5$  به شکل زیر، عددهای طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ باید به گونه‌ای قرار گیرند که در هر ردیف و هر ستون دقیقاً

یکی از این اعداد وجود داشته باشد. بر این اساس به سه پرسش بعدی پاسخ دهید.

۲۵۹- پس از حل جدول، حاصل جمع دو خانه‌ای که با علامت سؤال مشخص شده است، کدام خواهد بود؟

	۱		۳	?
	۵			
۲		۱		?
				۳
۱				۵

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۲۶۰- عدد چند خانه جدول به‌طور قطعی معلوم نمی‌شود؟

(۲) ۸

(۱) ۷

(۴) ۱۰

(۳) ۹

۲۶۱- با دانستن عدد حداقل چند خانه دیگر، جدول به‌طور کامل حل می‌شود؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۲۶۲- در الگوی عددی زیر، سومین عدد سمت راست عدد ۴۷، چندمین عدد سمت چپ عدد ۱۵۳۵ است؟

۲, ۵, ۱۱, ۲۳, ۴۷, ...

(۲) دومین

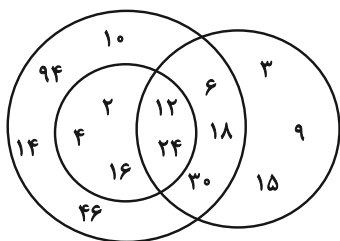
(۱) اولین

(۴) چهارمین

(۳) سومین

۲۶۳- تعدادی از اعداد طبیعی را طبق قاعده‌ای ریاضی به سه دسته تقسیم کرده و در شکل زیر نشان داده‌ایم، اما یکی از اعداد اشتباه نوشته شده است.

الگوی این قسمت بعدی را کشف و عدد نادرست را از گزینه‌ها انتخاب کنید.



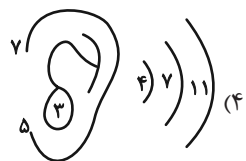
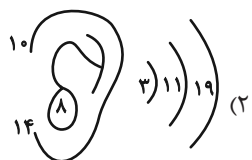
(۱) ۲

(۲) ۳

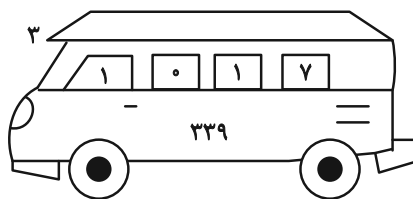
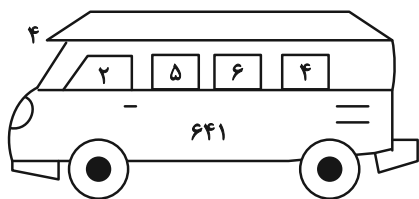
(۳) ۱۴

(۴) ۳۰

۲۶۴- الگوی ثابتی در گزینه‌های زیر هست، ولی در یک گزینه یکی از اعداد نادرست نوشته شده است. آن گزینه را بیابید.

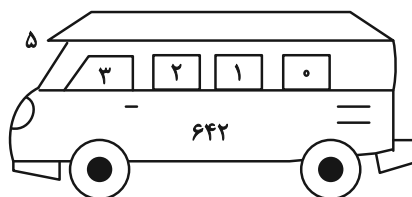
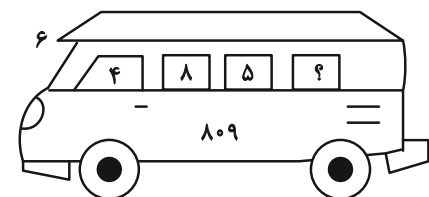


۲۶۵- در الگوی عددی زیر کدام گزینه به جای علامت سؤال قرار می‌گیرد؟



(۱) ۱

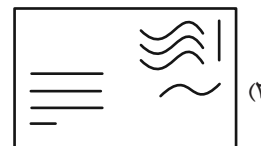
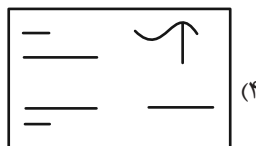
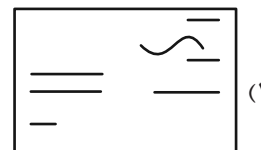
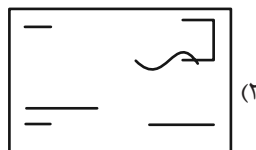
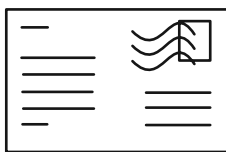
(۲) ۲



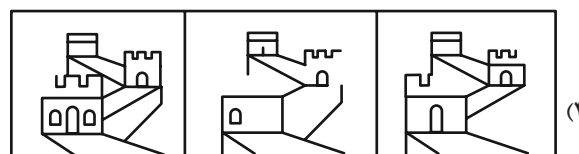
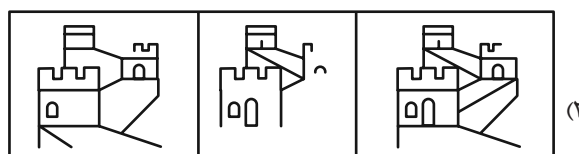
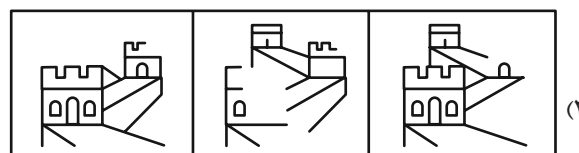
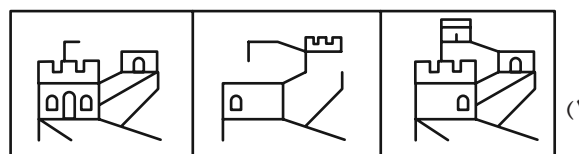
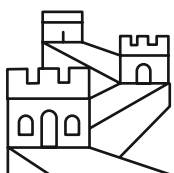
(۳) ۳

(۴) ۴

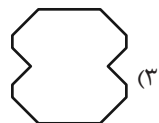
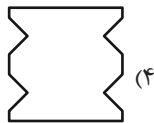
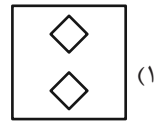
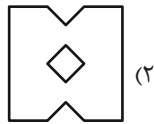
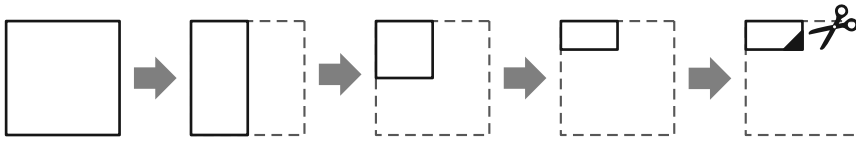
۲۶۶- شکل زیر از روی هم افتادن سه برگه شفاف ساخته شده است. کدام گزینه یکی از این سه برگه نیست؟



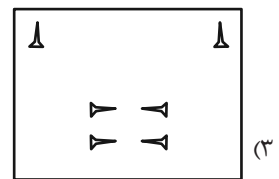
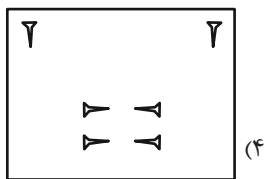
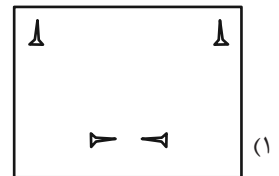
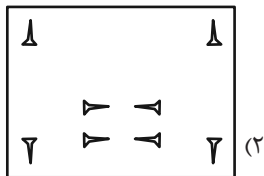
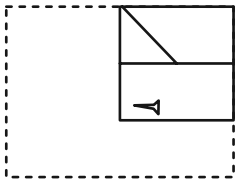
۲۶۷- از روی هم افتادن سه کاغذ شفاف کدام گزینه، شکل زیر کامل می‌شود؟



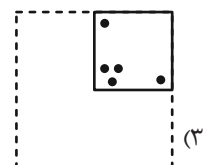
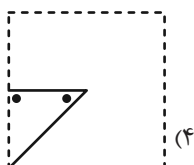
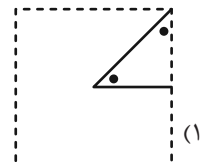
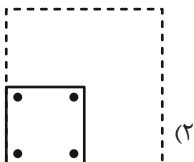
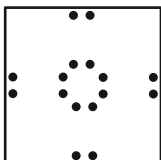
۲۶۸- برگه کاغذی را مطابق با مراحل زیر تا می‌کنیم و طرح مشخص شده را از آن می‌بریم. کاغذ باز شده به کدام گزینه شبیه‌تر خواهد بود؟



۲۶۹- برگه کاغذی را مثل سؤال قبل تا کرده و طرحی را از آن بریده و شکل زیر را ساخته‌ایم. طرح مشخص شده را از آن می‌بریم. کاغذ باز شده به کدام گزینه شبیه‌تر خواهد بود؟



۲۷۰- کاغذ تا و سوراخ شده کدام گزینه را اگر باز کنیم، شکل زیر ساخته می‌شود؟



## خودارزیابی توجه و تمرکز

آزمون ۲ آذر ۱۴۰۳

دانش آموز عزیز!

توجه و تمرکز برای یادگیری، مطالعه و دستیابی به موفقیت تحصیلی بسیار مهم است. این مهارت‌های شناختی دانش‌آموزان را قادر می‌سازد تا اطلاعات را دریافت کنند، روی کارها و تکالیف متمرکز بمانند و به طور موثر زمان و منابع خود را مدیریت کنند. بهبود توجه و تمرکز می‌تواند منجر به درک بهتر مطالب، نمرات بالاتر و به طور کلی تجربه یادگیری موثرتر شود. برای کمک به ارزیابی ظرفیت‌های توجه خود، از شما دعوت می‌کنیم با سوالات زیر خود را ارزیابی کنید. مهم است که به هر سؤال صادقانه پاسخ دهید. با درک نقاط قوت و زمینه‌های پیشرفت، می‌توانید برای ارتقای عملکرد تحصیلی خود قدم بردارید.

سوالات را به دقت بخوانید و نزدیکترین پاسخ مرتبط با خود را انتخاب و در پاسخبرگ علامت بزنید. دقت داشته باشید که سوالات از شماره ۲۷۱ شروع شده است.

۲۷۱. حواس من در طول کلاس، به راحتی توسط دانش‌آموزان دیگر پرت نمی‌شود.

۱. هرگز      ۲. به ندرت      ۳. گاهی اوقات      ۴. همیشه

۲۷۲. من می‌توانم در طول بحث‌های گروهی توجه خود را به یک موضوع واحد حفظ کنم.

۱. هرگز      ۲. به ندرت      ۳. گاهی اوقات      ۴. همیشه

۲۷۳. می‌توانم بدون حواس پرتی و به مدت طولانی، بر روی درس خواندن برای امتحانات تمرکز کنم.

۱. هرگز      ۲. به ندرت      ۳. گاهی اوقات      ۴. همیشه

۲۷۴. من می‌توانم در طول پروژه‌ها یا بحث‌های گروهی طولانی، توجه خودم را حفظ کنم.

۱. هرگز      ۲. به ندرت      ۳. گاهی اوقات      ۴. همیشه

۲۷۵. حتی اگر صداهایی در راهرو وجود داشته باشد، می‌توانم در حین آزمون متمرکز بمانم.

۱. هرگز      ۲. به ندرت      ۳. گاهی اوقات      ۴. همیشه

۲۷۶. من می‌توانم اطلاعات نامربوط را در نظر نگیرم و روی آنچه مهم است تمرکز کنم.

۱. هرگز      ۲. به ندرت      ۳. گاهی اوقات      ۴. همیشه

۲۷۷. من می‌توانم تمرکز را از یک پروژه به پروژه دیگر بدون مشکل تغییر دهم.

۱. هرگز      ۲. به ندرت      ۳. گاهی اوقات      ۴. همیشه

۲۷۸. وقتی از من خواسته می‌شود تکلیف جدید انجام دهم، می‌توانم به سرعت توجه خود را تطبیق دهم.

۱. هرگز      ۲. به ندرت      ۳. گاهی اوقات      ۴. همیشه

۲۷۹. من می‌توانم تکالیفم را انجام دهم و در عین حال به زمان نیز توجه کنم.

۱. هرگز      ۲. به ندرت      ۳. گاهی اوقات      ۴. همیشه

۲۸۰. من می‌توانم بدون از دست دادن تمرکز، هم زمان درس بخوانم و به صحبت‌های کسی هم گوش دهم.

۱. هرگز      ۲. به ندرت      ۳. گاهی اوقات      ۴. همیشه



## آزمون ۲ آذر ۱۴۰۳ اختصاصی دوازدهم ریاضی

# دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
بهمن امیدی-علی آزاد-داود بوالحسینی-افشین خاصه-خان-سینا خیرخواه-محمد رضا راسخ-ستار زواری-محمد رضا کشاورزی مهسان گودرزی-میلاد منصوری-علیرضا نداف-زاده-جهانبخش نیکتام	حسابان ۲	
اسحاق اسفندیار-آرین تفضلی-زاده-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-کیوان دارابی-فرشاد صدیقی-فر-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح مجتبی مظاهری-فر-نیما مهندس	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-آرین تفضلی-زاده-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-مصطفی دیداری سوگند روشنی-احمد رضا فلاح-نیلو فر مهدوی-نیما مهندس	آمار و ریاضیات گسسته	
کامران ابراهیمی-حسین الهی-بهزاد آزاد-فر-علیرضا جباری-سیاوش خادمی-مسعود خندانی-محمد رضا شریفی-مهدی شریفی پوریا علاقه‌مند-سیاوش فارسی-ادریس محمدی-آراس محمدی-محمد مقدم-محمد کاظم منشادی-امیر احمد میرسعید حسام نادری-مجتبی نکوتیان	فیزیک	
امیر علی بیات-علیرضا بیانی-محمد رضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیر حسین حسن-نژاد پیمان خواجهی-مجد-یاسر راش-محمد رضا طاهری-نژاد-امیر حسین طیبی-آرمین عظیمی-محمد عظیمیان-زواره-آرمان قنواتی محسن مچنونی-فرشید مرادی-امیر حسین ملازینل	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علیرضا نداف-زاده	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب مهید خاتمی امیر محمد کریمی محمد خندان	امیر حسین ابومحبوب مهید خاتمی امیر محمد کریمی محمد خندان	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	محمد حسن محمدزاده مقدم احسان پنجه‌شاهی امیر حسین کمره ای
ویراستاری رتبه های برتر	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان سیدماهد عبیدی محمدپارسا سبزه‌ای	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان محمدپارسا سبزه‌ای	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی ماهان فرمندفر	آرمان قنواتی امیر حسین ملازینل
بازنویسی آزمون	محمد رضا راسخ	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل	سینا صالحی	----
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیر علی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی-زاهد-معصومه صنعت کار مهدی گنجی‌وطن علی سلطانی محمد زنگنه				

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

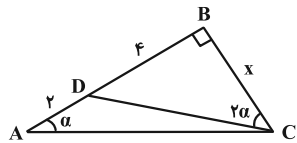
### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

(سینا فیروزه)

۴- گزینه «۳»

با توجه به نام گذاری در شکل زیر داریم:



$$\Delta ABC: \tan \alpha = \frac{x}{6}, \quad \Delta BCD: \tan 2\alpha = \frac{4}{x}$$

حال به کمک رابطه تانژانت مجموع زوایا داریم:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{\frac{2x}{6}}{1 - \frac{x^2}{36}}$$

$$\Rightarrow 4 - \frac{x^2}{9} = \frac{x^2}{3} \Rightarrow x^2 = 9 \xrightarrow{x > 0} x = 3$$

حال در مثل ABC داریم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 6^2 + 3^2 \Rightarrow AC = 3\sqrt{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

(مسئله ۲- صفحه های ۴۲ تا ۴۴)

(مهم در نظر است)

۵- گزینه «۲»

با توجه به فرض سوال داریم:

$$\cot \beta = \tan \alpha - 2 \tan \beta \quad (*)$$

عبارت مورد نظر را به صورت زیر ساده می کنیم:

$$\frac{\cot \beta}{\tan(\alpha - \beta)} = \frac{\cot \beta}{\tan \alpha - \tan \beta} = \frac{\cot \beta (1 + \tan \alpha \tan \beta)}{\tan \alpha - \tan \beta}$$

$$= \frac{\cot \beta + \tan \alpha}{\tan \alpha - \tan \beta} \xrightarrow{(*)} = \frac{\tan \alpha - 2 \tan \beta + \tan \alpha}{\tan \alpha - \tan \beta}$$

$$= \frac{2(\tan \alpha - \tan \beta)}{\tan \alpha - \tan \beta} = 2$$

(مسئله ۲- صفحه ۴۲)

(علی آزار)

۶- گزینه «۱»

ابتدا تساوی اول را به صورت زیر می نویسیم:

$$\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})}{\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})} = \frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2})}{\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})} = \frac{-\sin(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \frac{\pi}{4}))}{\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})}$$

$$= \frac{-\cos(\alpha + \frac{\pi}{4})}{\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})} = -\cot(\alpha + \frac{\pi}{4}) = 2 \Rightarrow \tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{2}$$

حسابان ۲

۱- گزینه «۳»

(علیرضا نرافزاده)

ابتدا عبارت A را به کمک روابط مثلثاتی  $2\alpha$  به صورت ساده تر می نویسیم:

$$A = 2 \cos^2 x - 3 \sin 2x + 2 \sin^2 x + 8 \cos^2 x$$

$$\Rightarrow A = 2(\sin^2 x + \cos^2 x) - 3 \sin 2x + 8(\frac{1 + \cos 2x}{2})$$

$$\Rightarrow A = 2 - 3 \sin 2x + 4 + 4 \cos 2x = 6 - 3 \sin 2x + 4 \cos 2x$$

$$\xrightarrow{x = \frac{\pi}{12}} A = 6 - 3 \sin \frac{\pi}{6} + 4 \cos \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow A = 6 - \frac{3}{2} + 2\sqrt{3} = \frac{9}{2} + 2\sqrt{3}$$

(مسئله ۱- صفحه های ۱۰ و ۱۱)

۲- گزینه «۴»

(مهم در نظر است)

با توجه به فرض و روابط کسینوس مجموع و تفاضل زوایا داریم:

$$m \cos(x+y) - n \cos(x-y) = m \cos(x-y) + n \cos(x-y)$$

$$m \cos(x+y) - m \cos(x-y) = n \cos(x-y) + n \cos(x+y)$$

$$\Rightarrow m(\cos x \cos y - \sin x \sin y - (\cos x \cos y + \sin x \sin y))$$

$$= n(\cos x \cos y + \sin x \sin y + \cos x \cos y - \sin x \sin y)$$

$$\Rightarrow -2m \sin x \sin y = 2n \cos x \cos y$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x \sin y}{\cos x \cos y} = \frac{2n}{-2m} \Rightarrow \tan(x) \tan(y) = -\frac{n}{m}$$

(مسئله ۱- صفحه ۱۱)

۳- گزینه «۲»

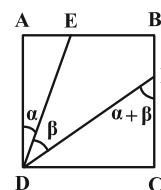
(مهم در نظر است)

در مثل DAE داریم:

$$AE^2 + AD^2 = DE^2 \Rightarrow 1^2 + 3^2 = DE^2 \Rightarrow DE = \sqrt{10}$$

با توجه به شکل داریم:

$$AD \parallel BC \xrightarrow{\text{مورب DF}} \widehat{DFC} = \alpha + \beta$$



$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}, \quad \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}, \quad \sin(\alpha + \beta) = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \frac{3}{4} = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{\sqrt{10}} \cos \beta + \frac{3}{\sqrt{10}} \sin \beta \Rightarrow \frac{3\sqrt{10}}{4} = \cos \beta + 3 \sin \beta$$

(مسئله ۱- صفحه های ۱۰ و ۱۱)





$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}) \\ \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{3\pi}{2} \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \pi, (k \in \mathbb{Z}) \\ \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \pi \end{cases}$$

بنابراین در فاصله  $[0, 2\pi]$  معادله دارای ۲ جواب است.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۳۵ و ۴۱)

(معسان کوروزی)

۹- گزینه «۳»

به کمک رابطه تانژانت مجموع زوایا، معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\tan \frac{\pi}{4} + \tan x}{1 - \tan \frac{\pi}{4} \tan x} = 1 + \tan x \Rightarrow \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = 1 + \tan x$$

$$\Rightarrow 1 + \tan x = 1 - \tan^2 x \Rightarrow \tan^2 x + \tan x = 0 \\ \Rightarrow \tan x(\tan x + 1) = 0$$

$$\begin{cases} \tan x = 0 \Rightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z}) \\ \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = 0, \pi \\ \tan x = -1 \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4}, (k \in \mathbb{Z}) \\ \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

(میانپیش نیکنام)

۱۰- گزینه «۲»

باید معادله تلاقی دو تابع دارای جواب باشد:

$$\cos^2 x + m = 2 \sin^2 x \Rightarrow 2 \cos^2 2x - 1 + m = 2 \left( \frac{1 - \cos 2x}{2} \right)$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 2x + \cos 2x = 2 - m$$

$$\Rightarrow \cos^2 2x + \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{2 - m}{2}$$

با افزودن  $\frac{1}{16}$  واحد به طرفین تساوی، سمت چپ تساوی را به صورت مربع

$$(\cos 2x + \frac{1}{4})^2 = \frac{17 - 8m}{16}$$

کامل می‌نویسیم:

$$\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \pi \Rightarrow \frac{4\pi}{3} \leq 2x \leq 2\pi \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos 2x \leq 1$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4} \leq \cos 2x + \frac{1}{4} \leq \frac{5}{4} \Rightarrow 0 \leq (\cos 2x + \frac{1}{4})^2 \leq \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{17 - 8m}{16} \leq \frac{25}{16} \Rightarrow -1 \leq m \leq \frac{17}{8}$$

$$\frac{17}{8} - (-1) = \frac{25}{8}$$

بنابراین بیشترین مقدار  $b - a$  برابر است با:

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

حال به کمک رابطه تانژانت مجموع زوایا داریم:

$$\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\tan \frac{\pi}{4} = 1} \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha - 1 = 2 \tan \alpha + 2 \Rightarrow \tan \alpha = -3 \quad (*)$$

حال از تساوی دوم داریم:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{-3 + \tan \beta}{1 + 3 \tan \beta} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -6 + 2 \tan \beta = 1 + 3 \tan \beta \Rightarrow \tan \beta = -7$$

(مسئله ۲- صفحه ۴۲)

(ستار زوری)

۷- گزینه «۲»

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

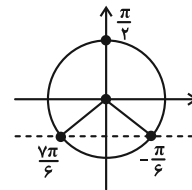
$$1 - 2 \sin^2 x + \sin x = 0 \xrightarrow{t = \sin x} -2t^2 + t + 1 = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}) \\ t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \\ x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \text{ یا } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

با توجه به شکل، جواب‌های معادله در بازه  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  عبارتند از  $-\frac{\pi}{6}$  و

$$|\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{6})| = \frac{2\pi}{3}$$

و داریم:  $\frac{\pi}{2}$



(مسئله ۲- صفحه‌های ۳۵ و ۳۷)

(بومن امیری)

۸- گزینه «۳»

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$(\sin x + \cos x)(\sin x + \cos x + 2) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 + 2(\sin x + \cos x) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (\sin x + \cos x + 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = -1 \Rightarrow \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -1$$

$$\Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin(-\frac{\pi}{4})$$

## ریاضی پایه

## ۱۱- گزینه «۲»

(میلاد منصوری)

ابتدا مجموعه‌های  $B$  و  $C$  را به صورت نمایش بازه‌ای، بازنویسی می‌کنیم:

$$B = \{x - 2k \mid x \in A\} = [1 - 2k, 10 - 2k]$$

$$C = \{x + 2k \mid x \in A\} = [1 + 2k, 10 + 2k]$$

اشتراک این دو بازه در دو حالت تهی است:

$$I) 10 - 2k < 2k + 1 \Rightarrow k > \frac{9}{4}$$

$$II) 10 + 2k < 1 - 2k \Rightarrow k < -\frac{9}{4}$$

بنابراین اگر  $k \in [-\frac{9}{4}, \frac{9}{4}]$  باشد، اشتراک  $B$  و  $C$  ناتهی است و داریم:

$$b - a = (\frac{9}{4}) - (-\frac{9}{4}) = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} = 4 \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۳ تا ۵)

## ۱۲- گزینه «۱»

(داوود بوالمنینی)

روش اول:

 $A$ : دانش‌آموزانی که فوتبال بازی می‌کنند: $B$ : دانش‌آموزانی که والیبال بازی می‌کنند:

حال با توجه به نمادگذاری بالا، فرضیات مسئله را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} n(U) = 112 & (1) \\ n(B - A) = 22 = n(B) - n(A \cap B) & (2) \\ n(A) = \frac{1}{2} n((A \cup B)') & (3) \\ = \frac{1}{2} (n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))) & (3) \\ n(B') = 4n(A - B) = 4(n(A) - n(A \cap B)) & (4) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1), (2), (3)} n(A) = \frac{1}{2} (112 - (n(A) + 22))$$

$$\Rightarrow 3n(A) = 90 \Rightarrow n(A) = 30$$

$$\xrightarrow{(4)} n(B') = n(U) - n(B) = 4n(A) - 4n(A \cap B)$$

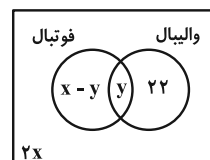
$$\Rightarrow n(U) = 4n(A) + \overbrace{n(B) - n(A \cap B)}^{22} - 3n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 112 = 120 + 22 - 3n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 3n(A \cap B) = 30 \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

روش دوم: به کمک نمودار ون، مسئله را حل می‌کنیم:

۱۱۲: مدرسه

 $2x$ : تعداد دانش‌آموزانی که نه فوتبال و نه والیبال بازی می‌کنند. $y$ : تعداد دانش‌آموزانی که هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند. $x - y$ : تعداد دانش‌آموزانی که فقط فوتبال بازی می‌کنند.

$$2x + (x - y) = 4(x - y) \Rightarrow 3x - y = 4x - 4y \Rightarrow x = 3y$$

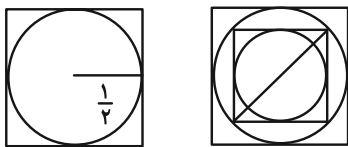
$$(2x) + (x - y) + y + 22 = 112$$

$$\Rightarrow 3x = 90 \Rightarrow x = 30 \xrightarrow{x=3y} y = 10$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

## ۱۳- گزینه «۲»

(افشین فاضله‌فان)

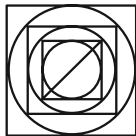
طول شعاع دایره در مرحله اول برابر  $\frac{1}{2}$  است.

۱ = قطر دایره بزرگ‌تر = طول قطر مربع کوچک‌تر

$$\Rightarrow \text{طول ضلع مربع کوچک‌تر} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \text{طول شعاع دایره کوچک‌تر} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

به همین ترتیب:



$$\text{طول قطر مربع سوم} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \text{طول ضلع مربع سوم} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{طول شعاع دایره سوم} = \frac{1}{4}$$

$$(1) \quad r_1 = \frac{1}{2} \quad (2) \quad r_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \quad (3) \quad r_3 = \frac{1}{4} \quad \dots \quad (n) \quad r_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow r_9 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^8 = \frac{1}{32}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰ و ۲۵ تا ۲۷)

## ۱۴- گزینه «۳»

(محمدرضا راسخ)

با توجه به رابطه مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی داریم:

$$\frac{14}{2} (2a_1 + 13d) = \frac{16}{2} (2a_1 + 15d)$$



۱۸- گزینه «۲» (علیرضا نرافتزاره)

فرض می‌کنیم  $a_n$  جمله  $n$ ام این دنباله و  $d$  قدرنسبت آن باشد، با توجه به فرضیات مسئله داریم:

$$\begin{cases} a_7 \cdot a_{17} = 1 \\ a_7 \cdot a_{10} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 10d) = 1 \\ (a_1 + 6d)(a_1 + 3d) = 5 \end{cases}$$

از طرفی داریم  $a_7 = a_1 + 6d$  پس  $a_7 = a_1 - 6d$ ، در نتیجه:

$$\begin{cases} (a_7 - 6d)(a_7 + 6d) = 1 \\ (a_7 - 3d)(a_7 + 3d) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_7^2 - 36d^2 = 1 \\ a_7^2 - 9d^2 = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 16d^2 = 4 \Rightarrow d^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a_7^2 - \frac{25}{4} = 1$$

$$\Rightarrow a_7^2 = \frac{29}{4} \Rightarrow a_7 = \pm \frac{\sqrt{29}}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۹- گزینه «۳» (میلاد منصوری)

با فرض  $a = \sqrt{6} + \sqrt{2}$  و  $b = 2 - \sqrt{3}$  داریم:

$$a = \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$$

$$b = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow 2b = 4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 1)^2 \Rightarrow b = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{2}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} a^3 b^2 &= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)^3 (\sqrt{3} - 1)^4}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2} \left( (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) \right)^3 (\sqrt{3} - 1)}{2} = \frac{\sqrt{2} (2)^3 (\sqrt{3} - 1)}{2} \\ &= \frac{8\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{2} = 4\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) = 4(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۲۰- گزینه «۱» (میلاد منصوری)

با افزودن یک واحد به فرض مسئله داریم:

$$x+1 + \frac{4}{x+1} = 4 + 4\sqrt{3} \quad (*)$$

حال فرض کنید  $A = \sqrt{x+1} + \frac{2}{\sqrt{x+1}}$  باشد، اولاً  $A > 0$  و داریم:

$$A^2 = x+1 + \frac{4}{x+1} + 4 \stackrel{(*)}{\Rightarrow} 4 + 4\sqrt{3} + 4 = A^2$$

$$\Rightarrow 8 + 2\sqrt{12} = A^2 \Rightarrow (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = A^2$$

$$\xrightarrow{A>0} A = \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

$$\Rightarrow 14a_1 + 91d = 16a_1 + 120d$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 29d = 0 \Rightarrow a_1 + a_{30} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{30}{2} (a_1 + a_{30}) = 0 \Rightarrow S_{30} = 0$$

(مسابران ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱۵- گزینه «۳» (محمدرضا کشاورزی)

$$x, 2, y \xrightarrow{\text{سه جمله متوالی دنباله حسابی}} \frac{x+y}{2} = 2$$

$$\Rightarrow x+y = 4 \Rightarrow y = 4-x \quad (*)$$

$$\xrightarrow{\text{سه جمله متوالی دنباله هندسی}} x-1, 2, y+1$$

$$(x-1)(y+1) = 4 \stackrel{(*)}{\Rightarrow} (x-1)(5-x) = 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$\left. \begin{aligned} \text{جملات دنباله حسابی: } 3, 2, 1 \Rightarrow d = -1 \\ \text{جملات دنباله هندسی: } 2, 2, 2 \Rightarrow q = 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow q-d = 1 - (-1) = 2$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱۶- گزینه «۴» (یوانیش نیکنام)

فرض می‌کنیم قدرنسبت دنباله حسابی  $k$  باشد:

$$a, c, d \xrightarrow{\text{تشکیل دنباله هندسی}} c^2 = ad$$

$$\Rightarrow (a+2k)^2 = a(a+2k) \Rightarrow ak + 4k^2 = 0$$

$$\Rightarrow k(a+4k) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=0 & \text{غ ق ق} \\ k=-\frac{a}{4} \end{cases}$$

$$\frac{a+b+c+d+e}{a+c+d} = \frac{a + \frac{3}{4}a + \frac{2}{4}a + \frac{1}{4}a + 0}{a + \frac{2}{4}a + \frac{1}{4}a} = \frac{\frac{10}{4}a}{\frac{7}{4}a} = \frac{10}{7}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱۷- گزینه «۳» (محمدرضا راسخ)

فرض می‌کنیم  $a_n$  جمله  $n$ ام دنباله هندسی مذکور و  $q$  قدرنسبت آن باشد:

$$\frac{a_6}{a_3} = \frac{a_9}{a_6} = q^3 \Rightarrow a_6^2 = a_3 \times a_9$$

$$\Rightarrow [x]^2 = 4[x-1] \Rightarrow [x]^2 = 4[x] - 4$$

$$\Rightarrow [x]^2 - 4[x] + 4 = 0 \Rightarrow ([x]-2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow 2 \leq x < 3$$

$$\Rightarrow a+2b = 2+2(3) = 8$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

هندسه ۳

گزینه «۱»

طبق فرض سؤال می‌دانیم:

(اعداد رضا فلاح)

$$AB - BC = BD \Rightarrow AB = BD + BC \\ \Rightarrow AB = B(D + C) \quad (1)$$

از طرفین تساوی (۱) دترمینان می‌گیریم:

$$|AB| = |B(D + C)| \Rightarrow |A| |B| = |B| |D + C| \quad (2)$$

از آنجا که  $|B| \neq 0$  است (چرا؟)، آن را از طرفین تساوی (۲) ساده کرده و خواهیم داشت:

$$|A| = |D + C|$$

ماتریس  $D + C$  را محاسبه کرده و دترمینان آن را برحسب سطر اول به دست می‌آوریم:

$$D + C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|D + C| = 1 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times 1 \times (2 - 9) = -7$$

$$\Rightarrow |A| = |D + C| = -7$$

(هنر سه ۳ - صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

گزینه «۴»

(اعداد رضا فلاح)

طبق تمرین ۸ صفحه ۳۱ کتاب درسی، در محاسبه دترمینان یک ماتریس مربعی دلخواه، می‌توان از یک عدد دلخواه در یک سطر یا ستون دلخواه فاکتور گرفته و به صورت ضربی در کنار دترمینان قرار بدهیم؛ بنابراین داریم:

$$\begin{vmatrix} 6 & 1 & 8 \\ 18 & 4 & 8 \\ 6a & 0 & 8 \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{از ۲ فاکتور می‌گیریم.}]{\text{در سطر دوم و سوم}} 2 \times 2 \times \begin{vmatrix} 6 & 1 & 8 \\ 9 & 2 & 4 \\ 3a & 0 & 4 \end{vmatrix} \\ \xrightarrow[\text{ستون سوم از ۴ فاکتور می‌گیریم.}]{\text{در ستون اول از ۳ و در}} 2 \times 2 \times 3 \times 4 \times \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ a & 0 & 1 \end{vmatrix} = 48ak$$

(هنر سه ۳ - صفحه ۳۱)

گزینه «۲»

(آرین تفضلی زاده)

دترمینان ماتریس  $A$  را با دستور ساروس محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & x & 1 & 0 \\ x & 0 & 1 & x & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = (0 + x^2 + 0) - (0 + 0 + 1) = x^2 - 1$$

طبق فرض داریم  $x^2 - 1 = 8$ ، بنابراین  $x^2 = 9$  و در نتیجه:

$$\log_x^x = \log_x^9 = 2$$

(هنر سه ۳ - صفحه ۲۹)

گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

ابتدا ماتریس  $A$  را حساب کرده و سپس دترمینان آن را به دست می‌آوریم:

$$2A = \begin{bmatrix} |A| & 2 \\ -2 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{|A|}{2} & 1 \\ -1 & \frac{|A|}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = \frac{|A|}{2} \times \frac{|A|}{2} + 1 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| - 2)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 2$$

همچنین می‌توانیم دترمینان ماتریس  $B$  را برحسب سطر دوم محاسبه کنیم:

$$|B| = 1 \times (-1)^{2+2} \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \times 1 \times (3 - 1) = 2$$

با استفاده از خواص دترمینان خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$-|A| |B^{-1}| \xrightarrow[k \in \mathbb{R}, B_{r \times r}]{|kB| = k^r |B|} = (-|A|)^r |B^{-1}|$$

$$\xrightarrow{|B^{-1}| = \frac{1}{|B|}} = (-|A|)^r \times \frac{1}{|B|} = (-2)^3 \times \frac{1}{2} = -4$$

(هنر سه ۳ - صفحه‌های ۲۷، ۲۸ و ۳۱)

گزینه «۲»

(سیرمهر رضا حسینی فر)

طرفین تساوی داده شده را محاسبه کرده و مقدار  $a$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{vmatrix} 3 & 11 & -9 \\ 0 & -7 & 3 \\ a & 1 & -4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & a \\ 10 & 11 \end{vmatrix} \Rightarrow 3 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} -7 & 3 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$+ a \times (-1)^{3+1} \times \begin{vmatrix} 11 & -9 \\ -7 & 3 \end{vmatrix} = 55 - 10a$$

$$\Rightarrow 3 \times 1 \times (28 - 3) + a \times 1 \times (33 - 63) = 55 - 10a$$

$$\Rightarrow 75 - 30a = 55 - 10a \Rightarrow a = 1$$

خواسته سؤال به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{vmatrix} a & 1-a \\ 2a & a+1 \end{vmatrix} \xrightarrow{a=1} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times 2 - 0 \times 2 = 2$$

(هنر سه ۳ - صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

گزینه «۳»

(فرشاد صدیقی فر)

با استفاده از خواص دترمینان طرفین تساوی داده شده را تا جای ممکن ساده می‌کنیم:

$$2|A| = ||A|A| + \left| \frac{1}{|A|} A \right| \xrightarrow[k \in \mathbb{R}, A_{r \times r}]{|kA| = k^r |A|}$$

$$2|A| = (|A|)^2 |A| + \left( \frac{1}{|A|} \right)^3 |A|$$

(نیما مهندس)

۲۹- گزینه «۲»

دترمینان ماتریس داده شده را با دستور ساروس محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+\sin\theta & 1 & 1 & 1+\sin\theta \\ 1 & 1 & 1+\cos\theta & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow ((1+\sin\theta)(1+\cos\theta)+1+1) - ((1+\sin\theta)+1+(1+\cos\theta))$$

$$\Rightarrow (\sin\theta\cos\theta + \sin\theta + \cos\theta + 3) - (\sin\theta + \cos\theta + 3)$$

$$= \sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}\sin 2\theta \xrightarrow{-1 \leq \sin 2\theta \leq 1} -\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}\sin 2\theta \leq \frac{1}{2}$$

طبق نامساوی به دست آمده، بیشترین مقدار ممکن دترمینان داده شده  $\frac{1}{2}$  می‌باشد.

(هنر سه ۳- صفحه ۲۹)

(هومن عقیلی)

۳۰- گزینه «۳»

$$A^2 - A - I = \bar{O} \Rightarrow A^2 = A + I \quad \text{طبق فرض سؤال داریم:}$$

از طرفین رابطه اخیر، دترمینان می‌گیریم:

$$|A+I| = |A^2| = |A|^2 = (-1)^2 = 1$$

$$\text{با فرض } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ داریم:}$$

$$|A| = -1 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -1 \Rightarrow ad - bc = -1 \quad (1)$$

$$|A+I| = 1 \Rightarrow \begin{vmatrix} a+1 & b \\ c & d+1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\Rightarrow ad + a + d + 1 - bc = 1 \xrightarrow{ad-bc=-1} a + d = 1 \quad (2)$$

دترمینان ماتریس مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$|A+2I| = \begin{vmatrix} a+2 & b \\ c & d+2 \end{vmatrix} = ad + 2(a+d) + 4 - bc$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} = -1 + 2 + 4 = 5$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

$$\Rightarrow 2|A| = |A|^4 + \frac{1}{|A|^2} \times |A|^2 \Rightarrow 2|A|^3 = |A|^6 + 1$$

$$\Rightarrow |A|^6 - 2|A|^3 + 1 = 0 \Rightarrow (|A|^3 - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow |A|^3 = 1 \Rightarrow |A| = 1$$

(هنر سه ۳- صفحه ۳۱)

(کیوان دارابی)

۲۷- گزینه «۱»

سمت چپ تساوی را برحسب سطر اول به دست می‌آوریم:

$$\begin{vmatrix} x & y & 2 \\ 4 & -1 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix} = x \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} + y \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$+ 2 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} \quad (*)$$

از مقایسه (\*) با سمت راست تساوی صورت سؤال درمی‌یابیم که  $k$  همان

$$2 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$k = 2 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 2(20+1) = 42$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

(میتنی مظاهری‌فر)

۲۸- گزینه «۳»

ماتریس  $B$  را تشکیل داده و دترمینان آن را برحسب سطر دوم به دست می‌آوریم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & x-1 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 2x+1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 2 \times (-1)^{2+2} \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \times 1 \times (6+12) = 36$$

دترمینان ماتریس  $A$  را نیز برحسب سطر اول به دست می‌آوریم:

$$|A| = 2 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2x & 3 \end{vmatrix} + x \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$+ (-1) \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2x \end{vmatrix}$$

$$= 2(6-2x) - x(-3-2) - (-2x-4) = 3x+16$$

از تساوی  $|B| = |A|$  نتیجه می‌شود:

$$3x+16 = 36 \Rightarrow 3x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{3}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)



## ریاضیات گسسته

## گزینه «۳» ۳۱

(علی ایمانی)

از آنجا که عدد  $ab321$  مضرب ۹۹ است، بنابراین هم مضرب ۹ و هم مضرب ۱۱ است. با توجه به قاعده تقسیم بر اعداد ۹ و ۱۱ در صفحه‌های ۲۲ و ۲۳ کتاب درسی، داریم:

$$\overline{11} \quad \overline{11} \\ ab321 \equiv 0 \Rightarrow 1 - 2 + 3 - b + a \equiv 0$$

$$\Rightarrow a - b \equiv -2 \xrightarrow{-9 < a - b \leq 9} a - b = -2, 9$$

$$\overline{9} \quad \overline{9} \\ ab321 \equiv 0 \Rightarrow 1 + 2 + 3 + a + b \equiv 0$$

$$\Rightarrow a + b \equiv -6 \equiv 3 \xrightarrow{0 < a + b \leq 18} a + b = 3, 12$$

با بررسی حالت‌های ممکن برای عبارات  $a + b$  و  $a - b$ ، مقادیر طبیعی قابل قبول برای  $a$  و  $b$  را می‌یابیم:

$$\begin{cases} a + b = 3, & a - b = -2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, & b = \frac{5}{2} & \text{غ ق ق} \\ a + b = 3, & a - b = 9 \Rightarrow a = 6, & b = -3 & \text{غ ق ق} \\ a + b = 12, & a - b = -2 \Rightarrow a = 5, & b = 7 & \text{ق ق} \\ a + b = 12, & a - b = 9 \Rightarrow a = \frac{21}{2}, & b = \frac{3}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

تنها مقادیر طبیعی قابل قبول  $a = 5$  و  $b = 7$  می‌باشند، بنابراین مقدار  $a + b$  برابر ۱۷ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

## گزینه «۲» ۳۲

(امیرمسین ابومصوب)

دو عدد وقتی رقم یکان یکسانی دارند که به پیمانه ۱۰ هم‌نهشت باشند، بنابراین داریم:

$$a^2 - 3a \equiv a + 2 \Rightarrow a^2 - 4a - 2 \equiv 0 \xrightarrow{10} 10 \equiv 0$$

$$a^2 - 4a - 12 \equiv 0 \Rightarrow (a - 6)(a + 2) \equiv 0 \quad (*)$$

دو عدد  $(a - 6)$  و  $(a + 2)$  که ۸ واحد اختلاف دارند، یا هر دو زوج‌اند یا هر دو فرد؛ از رابطه هم‌نهشتی (\*) نتیجه می‌گیریم که هر دو عدد فوق، زوج هستند، یعنی  $a$  نیز زوج می‌باشد. از طرفی زمانی حاصل ضرب این دو عدد مضرب ۵ می‌شود که یکی از آن‌ها مضرب ۵ باشد:

$$\begin{cases} a - 6 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 6 \xrightarrow{\text{زوج } a} a = 6, 16, \dots \\ a + 2 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -2 \xrightarrow{\text{زوج } a} a = 8, 18, \dots \end{cases}$$

بنابراین کوچک‌ترین عدد طبیعی دو رقمی  $a$  برابر ۱۶ و بزرگ‌ترین عدد طبیعی

یک رقمی  $a$  برابر ۸ بوده و نسبت خواسته شده برابر  $\frac{16}{8} = 2$  می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه ۲۳)

## گزینه «۴» ۳۳

(مصطفی درباری)

از آنجا که روزهای هفته هر ۷ روز یکبار تکرار می‌شوند، می‌توان فاصله بین دو تاریخ دور از هم را به پیمانه ۷ کوچک کرد. (\*). حال باید بررسی کنیم که ۱۲ بهمن، چند روز بعد از ۱۷ شهریور است:

$$\overline{7} \\ 146 \equiv 6 \xrightarrow{(*)} 146 = 4 \times 30 + 12 + (31 - 17)$$

این بدان معناست که ۱۲ بهمن از نظر روز هفته، ۶ روز بعد از ۱۷ شهریور است؛ بنابراین ۱۲ بهمن به‌طور حتم چهارشنبه یا پنجشنبه نمی‌تواند باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه ۲۴)

## گزینه «۳» ۳۴

(کیوان درابی)

طبق فرض می‌دانیم:  $1403x \equiv 2024 \Rightarrow 1400x + 3x \equiv 2023 + 1$

$$\overline{7} \quad \overline{7} \quad \overline{7} \\ \Rightarrow 3x \equiv 1 \equiv 15 \xrightarrow{(3, 7)=1} x \equiv 5$$

در نتیجه می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} x \equiv 5 \\ 2024 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow 2024x \equiv 1 \times 5 \equiv 5$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

## گزینه «۳» ۳۵

(سوگند روشنی)

نکته: معادله هم‌نهشتی  $ax \equiv b \pmod{m}$  به ازای مقادیر صحیح  $a$  و  $b$  دارای جواب است اگر و تنها اگر  $(a, m) | b$ .

فرض می‌کنیم  $d = (17n + 11, 7n + 2)$ ؛ آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} d | 17n + 11 \xrightarrow{\times 7} d | 119n + 77 \\ d | 7n + 2 \xrightarrow{\times 17} d | 119n + 34 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 43 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 43$$

به ازای  $d = 1$  داریم  $1 | 80$  و بنابراین معادله دارای جواب است؛ ولی به ازای  $d = 43$  معادله جوابی ندارد (چرا؟). حال مقادیری از  $n$  را می‌یابیم که  $d = 43$  می‌شود:

$$\begin{cases} 43 | 17n + 11 \xrightarrow{\times 6} 43 | 102n + 66 \\ 43 | 7n + 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 43 | n - 12 \Rightarrow n = 43k + 12$$

$$\Rightarrow n = 12, 55, 98 \quad (\text{نامطلوب})$$

در نتیجه به ازای  $87 = 90 - 3 = 87$  مقدار دو رقمی  $n$ ، معادله هم‌نهشتی داده شده، در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)



بنابراین بزرگ‌ترین عدد سه رقمی ۱۸۱ و کوچک‌ترین عدد سه رقمی ۱۲۱ می‌باشد و اختلاف این دو عدد برابر ۶۰ است.

توجه: معادله همبستگی  $4y \equiv 1 \pmod{6}$  به دلیل این که  $(4, 6) \neq 1$ ، فاقد جواب است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(نیولوفر مهروی)

۳۹- گزینه «۳»

طبق فرض می‌دانیم:

$$x^2 - 16x + 63 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow (x-7)(x-9) \equiv 0 \pmod{9}$$

اختلاف دو عدد  $(x-9)$  و  $(x-7)$  برابر ۲ است، از این رو هر دو عدد فوق نمی‌توانند همزمان مضرب ۳ باشند، بنابراین باید یکی از این دو عدد مضرب ۹ باشند.

$$\Rightarrow \begin{cases} x-7 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow x = 9k + 7 = 3(3k+2) + 1 = 3k' + 1 \\ x-9 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow x = 9k'' \end{cases}$$

بنابراین  $x$  نمی‌تواند به صورت  $3k+2$  باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(کیوان داریی)

۴۰- گزینه «۲»

طبق فرض می‌دانیم:

$$\overline{aba} \equiv 0 \pmod{33} \Rightarrow 100a + 10b + a \equiv 0 \pmod{33} \Rightarrow 10b + 2a \equiv 0 \pmod{33}$$

$$\xrightarrow{+2} \Delta b + a \equiv 0 \pmod{33} \quad (*)$$

از طرفی می‌دانیم که عبارت  $\Delta b + a$  حداقل برابر ۱ و حداکثر برابر ۵۴ است (چرا؟). با در نظر گرفتن رابطه (\*) درمی‌یابیم که تنها حالت ممکن است، بنابراین داریم:

$$\Delta b + a = 33 \Rightarrow \begin{cases} b = 5, a = 8 \Rightarrow \overline{aba} = 858 \\ b = 6, a = 3 \Rightarrow \overline{aba} = 363 \end{cases}$$

در نتیجه دو مقدار سه رقمی طبیعی ۸۵۸ و ۳۶۳ برای  $\overline{aba}$  یافت می‌شود.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۶- گزینه «۳»

(افشین فاضلان)

از مجموعه جواب  $x$  که به صورت  $\{..., 19, 6, -7, -20, \dots\}$  است، نتیجه می‌شود که  $x$  به صورت  $13k + 6$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) می‌باشد. از طرفی طبق فرض داریم:

$$\begin{aligned} ax - 1 &\equiv 2 \pmod{13} \Rightarrow ax \equiv 3 \pmod{13} \Rightarrow a(13k+6) \equiv 3 \pmod{13} \\ \Rightarrow 13ak + 6a &\equiv 3 \pmod{13} \Rightarrow 6a \equiv 3 \pmod{13} \Rightarrow 6a \equiv 42 \pmod{13} \\ \xrightarrow{+6} a &\equiv 7 \pmod{13} \quad (6, 13)=1 \end{aligned}$$

بنابراین  $a$  به صورت  $13k' + 7$  ( $k' \in \mathbb{Z}$ ) می‌باشد و بزرگ‌ترین مقدار دو رقمی  $a$  به صورت  $13 \times 7 + 7 = 98$  بوده و مجموع ارقام آن برابر  $17 = 9 + 8$  می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۷- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

ابتدا فرم کلی اعدادی را پیدا می‌کنیم که ۵ برابر آن‌ها به علاوه ۹، بر ۱۱ بخش‌پذیر باشد:

$$\begin{aligned} \Delta a + 9 &\equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow \Delta a \equiv -9 \pmod{11} \Rightarrow \Delta a \equiv -20 \pmod{11} \\ \xrightarrow{+5} a &\equiv -4 \pmod{11} \Rightarrow a = 11k - 4 \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (5, 11)=1 \end{aligned}$$

بزرگ‌ترین عدد طبیعی دو رقمی  $a$ ، به ازای  $k = 9$  به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} a = 11k - 4 \xrightarrow{k=9} a = 11 \times 9 - 4 = 95 \\ \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 9 + 5 = 14 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۸- گزینه «۳»

(امدرضا فلاح)

طبق فرض داریم:

$$\overline{xyx} \equiv 1 \pmod{30} \Rightarrow 100x + 10y + x \equiv 1 \pmod{30} \Rightarrow 101x + 10y \equiv 1 \pmod{30}$$

نکته: اگر  $k$  مقسوم‌علیه طبیعی (و بزرگ‌تر از یک) عدد طبیعی  $n$  باشد و داشته باشیم  $x \equiv y \pmod{k}$ ، آن‌گاه با استفاده از تعریف همبستگی ثابت می‌شود:  $x \equiv y \pmod{n}$  از آنجا که ۵ و ۶ مقسوم‌علیه‌های عدد ۳۰ هستند، پس:

$$\begin{cases} 101x + 10y \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{5} \quad (0 < x \leq 9) \Rightarrow x = 1, 6 & (1) \\ 101x + 10y \equiv 1 \pmod{6} \Rightarrow 5x + 4y \equiv 1 \pmod{6} & (2) \end{cases}$$

از عبارت‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که:

$$\begin{cases} x = 1 \xrightarrow{(2)} \Delta + 4y \equiv 1 \pmod{6} \Rightarrow 4y \equiv -4 \pmod{6} \Rightarrow y \equiv 2 \pmod{6} \\ 0 < y \leq 9 \Rightarrow y = 2, 5, 8 \Rightarrow xyx = 121, 151, 181 \\ \text{معادله در } \mathbb{Z} \text{ فاقد جواب است.} \end{cases}$$



(علی ایمانی)

گزینه «۴» -۴۴

می‌دانیم اگر نقیض گزاره‌ای درست باشد، خود گزاره نادرست می‌شود، پس گزینه نادرست را می‌یابیم:

(۱) به ازای هر عدد حقیقی ناصفر مانند  $X$ ، عددی حقیقی مانند  $Y$  وجود دارد که حاصل ضرب آن‌ها ۱ باشد. این گزاره سوری، دو عدد معکوس را تعریف می‌کند و کاملاً صحیح می‌باشد.

(۲) عددی حقیقی مانند  $X$  وجود دارد که حاصل جمع آن با هر عدد حقیقی  $Y$ ، برابر  $Y$  باشد. این گزاره سوری، عدد صفر را تعریف می‌کند و کاملاً صحیح می‌باشد.

(۳) عددی حقیقی مانند  $X$  وجود دارد که حاصل ضرب آن در هر عدد حقیقی  $Y$ ، برابر  $Y$  باشد. این گزاره سوری، عدد ۱ را تعریف می‌کند و کاملاً صحیح می‌باشد.

(۴) عدد حقیقی ناصفیری مانند  $X$  وجود دارد که حاصل ضرب آن در هر عدد حقیقی  $Y$ ، برابر ۱ باشد. این گزاره سوری مثال نقض دارد و صحیح نمی‌باشد. (به ازای  $Y = 0$ ، هیچ عددی مثل  $X$  وجود ندارد که  $XY = 1$ ).

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

(کیوان داری)

گزینه «۱» -۴۵

نکته: طبق سؤال ۱ کار در کلاس صفحه ۸ کتاب درسی می‌دانیم:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

طبق فرض داریم:

$$(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \xrightarrow{\text{نکته}} \sim (p \vee q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p \Leftrightarrow q$$

اثبات هم‌ارزی (\*) به صورت زیر است:

$$(\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee p] \wedge [(\sim p \wedge \sim q) \vee q]$$

$$\equiv [(\underbrace{\sim p \vee p}_T) \wedge (\sim q \vee p)] \wedge [(\sim p \vee q) \wedge (\underbrace{\sim q \vee q}_T)]$$

$$\equiv (\sim q \vee p) \wedge (\sim p \vee q) \equiv (q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow q$$

نادرستی سایر گزینه‌ها را توسط جدول ارزش درستی گزاره‌ها بررسی کنید.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

(مصطفی دباری)

گزینه «۲» -۴۶

نکته: اگر مجموعه  $A$ ،  $n$  عضو داشته باشد، تعداد عضوهای مجموعه توانی

$A$  یا  $P(A)$  برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $A$ ، یعنی  $2^n$  بوده و

همچنین مجموعه  $A$  دارای  $2^n - 1$  زیرمجموعه سره (نامساوی با خود

 $A$ ) خواهد بود.

آمار و احتمال

گزینه «۳» -۴۱

(امد رضا فلاح)

طبق فرض داریم:

$$\begin{aligned} A' - (A - B) = B - A &\Rightarrow A' - (A \cap B') = B \cap A' \\ &\Rightarrow A' \cap (A \cap B')' = B \cap A' \\ &\Rightarrow A' \cap (A' \cup B) = B \cap A' \quad (*) \end{aligned}$$

طبق قانون جذب در مجموعه‌ها داریم:

$$X \cap (X \cup Y) = X \xrightarrow{(*)} \underbrace{A' \cap (A' \cup B)}_{A'} = A' \cap B$$

$$\Rightarrow A' - (A' \cap B) = \emptyset \Rightarrow A' \cap (A' \cap B)' = \emptyset$$

$$\Rightarrow A' \cap (A \cup B') = \emptyset$$

$$\Rightarrow (\underbrace{A' \cap A}_{\emptyset}) \cup (A' \cap B') = \emptyset \Rightarrow A' \cap B' = \emptyset$$

$$\Rightarrow (A \cup B)' = \emptyset \Rightarrow A \cup B = \emptyset' = U$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۸ و ۲۱ تا ۲۹)

(افشین فاضله‌فان)

گزینه «۲» -۴۲

ابتدا تمامی جواب‌های این معادله را به دست می‌آوریم:

$$(x^2 - 3)(2x^2 + 5x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \\ 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2, x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده برای ریشه‌های این معادله، اگر مجموعه  $A$  برابر مجموعه  $\mathbb{Z}$  انتخاب شود، مجموعه جواب این گزاره‌ها فقط یک عضو خواهد داشت.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۳ و ۴)

(افشین فاضله‌فان)

گزینه «۳» -۴۳

نکته: برای دو مجموعه دلخواه  $A$  و  $B$ ، اگر  $n(A) = m$  و  $n(B) = k$  باشد، آن‌گاه  $n(A \times B) = mk$  می‌باشد.

$n(A \times B) = 45$ ، پس  $n(A)$  مقسوم‌علیه طبیعی عدد ۴۵ است. تعداد

زیرمجموعه‌های مجموعه  $A$  برابر  $2^{n(A)}$  است که با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$\text{غ ق ق} \Rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow 2^6 = 64$$

$$\text{ق ق ق} \Rightarrow n(A) = 9 \Rightarrow 2^9 = 512$$

$$\text{ق ق} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$$

$$\text{ق ق} \Rightarrow n(A) = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۷ و ۳۰)





بنابراین، ارزش گزاره‌های (الف) و (پ) درست و ارزش گزاره (ب) نادرست می‌باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۴۹- گزینه «۲» (نیولوفر معروری)

$$\begin{cases} A \cup (A \cap C) = A \\ A \cap (A \cup C) = A \end{cases}$$

نکته: طبق قانون جذب در مجموعه‌ها می‌دانیم:

حال عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & ((A \cup C) - C') \cap (B \cup C') \cup ((B - C) \cup C') \\ &= \left( \underbrace{(A \cup C) \cap C}_{\text{جذب } C} \right) \cap (B \cup C') \cup \left( \underbrace{(B \cap C') \cup C'}_{\text{جذب } C'} \right) \\ &= (C \cap (B \cup C')) \cup C' = \left( (C \cap B) \cup \underbrace{(C \cap C')}_{\emptyset} \right) \cup C' \\ &= (C \cap B) \cup C' = \underbrace{(C \cup C')}_{U} \cap (B \cup C') = B \cup C' \end{aligned}$$

متمم مجموعه به دست آمده به صورت مقابل است:

$$(B \cup C')' = B' \cap C$$

اکنون می‌توانیم به بررسی گزینه‌ها بپردازیم:

$$۱) (B' \cap C) \cup (C - B) = (B' \cap C) \cup (C \cap B') = C \cap B' \quad \times$$

$$۲) (B' \cap C) \cup (B' \cap C') = B' \cap (C \cup C')$$

$$= B' \cap U = B' \quad \checkmark$$

$$۳) (B' \cap C) \cup (B' \cap A') = B' \cap (A' \cup C) \quad \times$$

$$۴) (B' \cap C) \cup C = C \quad \text{(جذب)} \quad \times$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۵۰- گزینه «۲» (نیما مهندس)

نکته: به ازای مجموعه‌های دلخواه  $B$  و  $C$  داریم:

$$\begin{cases} (B \cap C) \subseteq B \\ B \subseteq C \Rightarrow B - C = \emptyset \end{cases}$$

با توجه به نکات بالا ثابت می‌شود که گزینه دوم الزاماً تهی می‌باشد:

$$(B \cap C) \subseteq B \Rightarrow A \times (B \cap C) \subseteq A \times B$$

$$\Rightarrow A \times (B \cap C) - A \times B = \emptyset$$

گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ به ازای  $A = \{1\}$ ،  $B = \{2\}$  و  $C = \{3\}$  غیر تهی

می‌شوند.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۰، ۲۵ و ۳۰ تا ۳۳)

فرض می‌کنیم مجموعه  $A$  دارای  $k+2$  عضو و مجموعه  $B$  دارای  $k$  عضو می‌باشد؛ حال داریم:

$$2^{k+2} - (2^k - 1) = 49 \Rightarrow 2^{k+2} - 2^k = 48$$

$$\Rightarrow 2^k(2^2 - 1) = 48 \Rightarrow 2^k = 16 \Rightarrow k = 4$$

پس  $A$  دارای ۶ عضو و  $A \cap B$  دارای ۳ عضو می‌باشد. از طرفی می‌دانیم که  $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$  (چرا؟)، بنابراین داریم:

$$n(P(A) \cap P(B)) = n(P(A \cap B)) = 2^3 = 8$$

(آمار و احتمال - صفحه ۱۷)

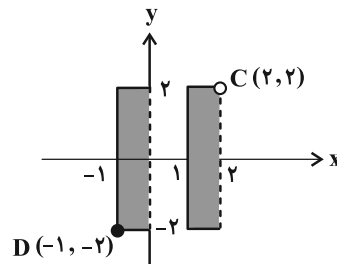
۴۷- گزینه «۳» (مصطفی ریداری)

ابتدا مجموعه  $A$  را بازنویسی و ساده می‌کنیم:

$$|[x]| = 1 \Rightarrow \begin{cases} [x] = 1 \Rightarrow 1 \leq x < 2 \\ [x] = -1 \Rightarrow -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = [-1, 0) \cup [1, 2)$$

سپس با توجه به مجموعه‌های  $A$  و  $B$ ، نمودار  $A \times B$  را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار مشخص است که دورترین نقاط مجموعه  $A \times B$  نسبت به یکدیگر، نقاط  $D$  و  $C$  هستند؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم که فاصله هر دو نقطه دلخواه روی مجموعه  $A \times B$ ، قطعاً کوچک‌تر از طول پاره خط  $CD$  می‌باشد.

$$a = CD = \sqrt{(2+1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{25} = 5$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۴۸- گزینه «۳» (نیولوفر معروری)

موارد (الف) تا (پ) را ساده و بررسی می‌کنیم:

$$\text{الف) } ((p \Rightarrow \sim r) \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow \sim p)$$

$$\equiv ((T \Rightarrow F) \Rightarrow F) \vee (F \Rightarrow F)$$

$$\equiv (F \Rightarrow F) \vee (F \Rightarrow F) \equiv T \vee T \equiv T$$

$$\text{ب) } ((p \Leftrightarrow r) \Rightarrow \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$$

$$\equiv ((T \Leftrightarrow T) \Rightarrow T) \wedge (F \vee F)$$

$$\equiv (T \Rightarrow T) \wedge F \equiv T \wedge F \equiv F$$

$$\text{پ) } ((r \Rightarrow q) \Rightarrow p) \wedge (q \Rightarrow (p \vee r))$$

$$\Rightarrow ((T \Rightarrow F) \Rightarrow T) \wedge (F \Rightarrow (T \vee T))$$

$$\equiv (F \Rightarrow T) \wedge (F \Rightarrow T) \equiv T \wedge T \equiv T$$

(کیوان درایی)

۵۴- گزینه «۲»

چون با اضافه شدن داده‌های جدید، میانگین ثابت مانده است، پس میانگین داده‌های جدید با میانگین داده‌های قبلی برابر است. از طرفی داده‌های اضافه شده برابر هستند، بنابراین همگی با میانگین داده‌های اولیه برابرند. در نتیجه داریم:

$$\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = 4$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 = 32$$

$$\text{داده‌های جدید: } x'_1 = \dots = x'_n = \bar{x}$$

$$\text{واریانس جدید: } \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 + \overbrace{(x'_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x'_n - \bar{x})^2}^0}{16}$$

$$= \frac{32+0}{16} = 2$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

(نیلوغر مهروی)

۵۵- گزینه «۳»

داده ۱ دارای بیشترین فراوانی است، پس مد داده‌ها برابر ۱ می‌باشد. می‌دانیم که فراوانی هر داده برابر حاصل ضرب فراوانی نسبی آن داده در تعداد کل داده‌ها است؛ بنابراین داریم:

$$1 \times 5 \times 10 = 5 \text{ فراوانی داده ۱}$$

$$3 \times 2 \times 10 = 2 \text{ فراوانی داده ۳}$$

$$4 \times 2 \times 10 = 2 \text{ فراوانی داده ۴}$$

$$6 \times 1 \times 10 = 1 \text{ فراوانی داده ۶}$$

تعداد داده‌ها عددی زوج است، پس میانه برابر با میانگین داده‌های پنجم و ششم می‌باشد. داده پنجم برابر ۱ و داده ششم برابر ۳ می‌باشد و بنابراین میانه کل داده‌ها برابر  $\frac{3+1}{2} = 2$  می‌شود. میانگین ۱۰ داده را نیز محاسبه کرده و به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\text{میانگین} = \frac{(5 \times 1) + (2 \times 3) + (2 \times 4) + (1 \times 6)}{10} = 2.5$$

$$2 \times 1 = 2 \quad (1) \text{ درست}$$

$$2.5 \times 1 = 2.5 \quad (2) \text{ درست}$$

$$2.5 + 2 = 4.5 \neq 5 \quad (3) \text{ نادرست}$$

$$2 + 1 = 3 \quad (4) \text{ درست}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸ و ۸۰ تا ۸۵)

(نیما مهندس)

۵۶- گزینه «۲»

اعدادی که باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر ۷ برابر ۳ است، به صورت  $7k + 3$  نوشته می‌شوند. حال داریم:

$$7k + 3 : \text{ عدد دو رقمی } \rightarrow 1 \leq k \leq 13$$

## آمار و احتمال

۵۱- گزینه «۲»

(امد رضا فلاح)

نکته: اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های  $x_1$  تا  $x_n$  به ترتیب برابر  $\bar{x}$  و  $\sigma$  باشد، آن‌گاه میانگین و انحراف معیار داده‌های  $ax_1 + b$  تا  $ax_n + b$  به ترتیب برابر  $a\bar{x} + b$  و  $a\sigma$  می‌شود. (\*)  
برای داده‌های  $x_1$  تا  $x_1$  طبق فرض سؤال داریم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_1}{10} = \frac{120}{10} = 12$$

داده‌های جدید به صورت  $kx_1 + \frac{1}{k}, \dots, kx_1 + \frac{1}{k}$  می‌باشند، بنابراین طبق فرض داریم:

$$\frac{CV_{\text{اولیه}}}{CV_{\text{جدید}}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\frac{\sigma}{\bar{x}}}{\frac{\sigma'}{\bar{x}'}} = \frac{4}{3} \xrightarrow{(*)} \frac{\frac{12}{\sigma}}{\frac{12}{k\sigma + \frac{1}{k}}} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{12k + \frac{1}{k}}{12k} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3k^2} = 1 - k > 0 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹۰ و ۹۴)

۵۲- گزینه «۴»

(آرین تقضلی زاده)

اگر انحراف معیار و میانگین حقوق اولیه کارمندان  $\sigma$  و  $\bar{x}$  باشد، انحراف معیار و میانگین حقوق ثانویه کارمندان  $0.75\sigma$  و  $0.75\bar{x}$  می‌شود. طبق رابطه ضریب تغییرات داریم:

$$\begin{cases} CV_{\text{اولیه}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \\ CV_{\text{ثانویه}} = \frac{0.75\sigma}{0.75\bar{x}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \end{cases} \Rightarrow CV_{\text{اولیه}} = CV_{\text{ثانویه}}$$

بنابراین ضریب تغییرات داده‌ها تغییری نخواهد کرد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۵۳- گزینه «۴»

(افشین فاضلان)

با توجه به داده‌های سؤال، اختلاف میانگین در دو حالت ذکر شده برابر ۱ واحد می‌باشد، یعنی:

$$\frac{3+7+a+16+12}{5} - \frac{3+7+2a+16+12}{6} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{a+38}{5} - \frac{2a+38}{6} = 1 \xrightarrow{\times 30}$$

$$6a + 6 \times 38 - 5 \times 38 - 10a = 30 \Rightarrow 38 - 4a = 30$$

$$\Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow \text{مقدار واقعی میانگین: } \bar{x} = \frac{3+7+2+16+12}{5} = 8$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

$$\text{صفر} = \text{مجموع ضرایب} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \in \mathbb{Z} \\ a = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

بنابراین مقدار غیر صحیح  $a$ ، برابر  $\frac{2}{7}$  است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(امیرمسین ابومصوب)

۵۹- گزینه «۱»

چون واریانس داده‌های  $X_1, X_2, X_3, X_4$  برابر صفر است، پس این داده‌ها برابر یکدیگرند. با فرض  $X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = x$  داریم:

$$\bar{x} = \frac{(x+1) + (2x+2) + (3x+3) + (4x+4)}{4} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{10x+10}{4} = 10 \Rightarrow 10x = 30 \Rightarrow x = 3$$

واریانس داده‌های ۴، ۸، ۱۲، ۱۶ برابر است با:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(4-10)^2 + (8-10)^2 + (12-10)^2 + (16-10)^2}{4} \\ &= \frac{36 + 4 + 4 + 36}{4} = 20 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(امیرمسین ابومصوب)

۶۰- گزینه «۴»

تعداد داده‌ها برابر ۱۱ است، پس داده‌های سوم و نهم به ترتیب چارک اول و سوم هستند. سه حالت متفاوت برای  $a$  در نظر می‌گیریم:

حالت اول:  $3 < a < 9$  باشد؛ در این صورت چارک اول داده‌ها برابر  $a$  است. در این صورت  $2a+1 < 19$  و چارک سوم داده‌ها برابر ۲۴ است. با توجه به فرض داریم:

$$Q_3 - Q_1 = 26 \Rightarrow 24 - a = 26 \Rightarrow a = -2 \text{ غ ق ق}$$

حالت دوم:  $a = 9$  باشد؛ در این صورت چارک اول داده‌ها برابر ۹ است و

$$Q_3 - 9 = 26 \Rightarrow Q_3 = 35 \text{ داریم:}$$

۳۵ در میان داده‌ها وجود ندارد، پس این حالت نیز امکان‌پذیر نیست.

حالت سوم:  $a > 9$  باشد، در این صورت مشابه حالت قبل  $Q_1 = 9$  و  $Q_3 = 35$  است. این امر تنها در صورتی امکان‌پذیر است که  $2a+1 = 35$  و در نتیجه  $a = 17$  باشد. حال داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$1, 3, 9, 17, 17, 18, 24, 24, 35, 39, 42$$

$Q_1$

$Q_3$

میانگین داده‌های داخل جعبه (بین  $Q_1$  و  $Q_3$ ) برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{17+17+18+24+24}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

پس ۱۳ جمله متوالی از یک دنباله حسابی داریم که میانگین آن‌ها همان جمله وسطی است:

$$\bar{x} = 7 \times 7 + 3 = 52$$

نکته: برای  $n$  جمله متوالی از یک دنباله حسابی با قدرنسبت  $d > 0$  داریم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}} \times d$$

بنابراین انحراف معیار این ۱۳ عدد برابر می‌شود با:

$$\sigma = \sqrt{\frac{13^2-1}{12}} \times 7 = \sqrt{\frac{(13-1)(13+1)}{12}} \times 7 = 7\sqrt{14}$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{7\sqrt{14}}{52} \approx 0.5$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(فرزانه فاکپاش)

۵۷- گزینه «۱»

زاویه مربوط به هر گروه در نمودار دایره‌ای از رابطه  $\theta_i = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ$

محاسبه می‌شود، بنابراین داریم:

$$n = 25 + 13 + 35 + 42 + m + 25 = m + 140$$

$$45^\circ = \frac{m}{m+140} \times 360^\circ \Rightarrow \frac{m}{m+140} = \frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow 8m = m + 140 \Rightarrow 7m = 140 \Rightarrow m = 20$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(فرزانه فاکپاش)

۵۸- گزینه «۳»

ابتدا میانگین و سپس واریانس داده‌های ۳،  $fa$  و  $5a$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{5a + fa + 3}{3} = 3a + 1$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(2a-1)^2 + (a-1)^2 + (2-3a)^2}{3} \\ &= \frac{4a^2 - 4a + 1 + a^2 - 2a + 1 + 4 - 12a + 9a^2}{3} \\ &= \frac{14a^2 - 18a + 6}{3} \quad (1) \end{aligned}$$

از طرفی داریم:

$$\sigma = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{14a^2 - 18a + 6}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 14a^2 - 18a + 6 = 2 \Rightarrow 14a^2 - 18a + 4 = 0$$



## فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ برای مثال اگر خودرویی روی خط راست در حال حرکت باشد و راننده آن ترمز بگیرد، نیروی خالص وارد بر خودرو در خلاف جهت حرکت آن است.

ب) نادرست؛ نیروهای کنش و واکنش به دو جسم متفاوت وارد می‌شوند و نمی‌توان از آن‌ها برآیند گرفت.

پ) درست؛ برای مثال هنگام ترمز خودرو بر مسیر مستقیم، هر چه شتاب ترمز بیشتر باشد، تغییر سرعت آن ناگهانی‌تر بوده و سرنشینان خودرو با شدت بیشتری به جلو پرتاب می‌شوند.

ت) نادرست؛ اگر نیروی خالص وارد بر جسمی صفر باشد، طبق قانون اول نیوتون یا جسم ساکن است و یا با سرعت ثابت در حال حرکت است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۶۲- گزینه «۳»

(پویا آزادفر)

بررسی موارد:

الف) درست؛ در شکل (۱)، جرم ثابت و نیروی خالص وارد بر جسم افزایش یافته است. با این افزایش نیروی خالص، شتاب نیز افزایش یافته است. بنابراین شتاب جسم با نیروی خالص وارد بر آن رابطه مستقیم دارد و این بیانی از قانون دوم نیوتون است. در شکل (۲)، با ثابت ماندن نیرو و افزایش جرم، شتاب جسم کاهش یافته است. پس از این شکل نتیجه می‌شود که شتاب با جرم نسبت وارون دارد که این عبارت نیز بیانی از قانون دوم نیوتون است.

ب) درست؛ در شکل (۱)، با ثابت ماندن جرم و افزایش نیروی خالص، شتاب افزایش یافته است. در نتیجه شتاب جسم با نیروی خالص وارد بر آن رابطه مستقیم دارد.

پ) نادرست؛ در شکل (۲)، نیرو ثابت و جرم تغییر یافته است، بنابراین از این شکل، رابطه‌ای میان نیروی خالص و جرم جسم نتیجه نمی‌شود.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۶۳- گزینه «۴»

(پویا علاقه‌مند)

قانون دوم نیوتون را در حالت اول می‌نویسیم:

$$\vec{F}_{\text{net}1} = m_1 \vec{a}_1 \quad \frac{\vec{F}_{\text{net}1} = 2\vec{F}}{m_1 = 4m, \vec{a}_1 = \vec{a}} \Rightarrow 2\vec{F} = 4m(\vec{a})$$

$$\Rightarrow \vec{F} = 2m\vec{a} \quad (*)$$

در حالت دوم، جرم جسم  $m_2 = 0/4 \text{ kg} + m_1$  می‌شود. بار دیگر قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:

$$\vec{F}_{\text{net}2} = m_2 \vec{a}_2 \quad \frac{\vec{F}_{\text{net}2} = \vec{F}, \vec{a}_2 = \frac{1}{\lambda} \vec{a}}{m_2 = 0/4 \text{ kg} + m_1 = 0/4 \text{ kg} + 4m}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{\lambda} \vec{a} (0/4 + 4m) \xrightarrow{(*)} 2m\vec{a} = \frac{\vec{a}}{\lambda} (0/4 + 4m)$$

$$\Rightarrow 16m = 0/4 + 4m \Rightarrow 12m = 0/4$$

$$\Rightarrow m = \frac{0/4}{12} \text{ kg} = \frac{1}{30} \text{ kg} \Rightarrow m = \frac{100}{3} \text{ g}$$

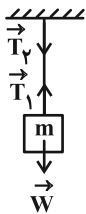
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۶۴- گزینه «۲»

(ارین ممردی)

چون جسم ساکن است، طبق قانون اول نیوتون باید برآیند نیروهای وارد بر

$$\vec{T}_1 + \vec{W} = 0 \Rightarrow \vec{T}_1 = -\vec{W} \quad (1) \quad \text{جسم صفر باشد. بنابراین:}$$



همچنین با توجه به ناچیز بودن جرم نخ، اندازه نیروی نخ ثابت است. چون

$$\vec{T}_1 \text{ و } \vec{T}_2 \text{ هم‌راستا اما در خلاف جهت یکدیگرند، داریم:}$$

$$\vec{T}_2 = -\vec{T}_1 \stackrel{(1)}{=} \vec{W} \quad (2)$$

عکس‌العمل نیروی وارد بر سقف از طرف نخ، همان عکس‌العمل نیروی  $\vec{T}_2$ 

$$\vec{T}_2' = -\vec{T}_2 \stackrel{(2)}{=} -\vec{W} \quad \text{است که با توجه به قانون سوم نیوتون داریم:}$$

همچنین عکس‌العمل نیروی وارد بر جسم از طرف نخ، همان عکس‌العمل

نیروی  $\vec{T}_1$  است که با توجه به قانون سوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$\vec{T}_1' = -\vec{T}_1 \stackrel{(1)}{=} \vec{W}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۴، ۳۵ و ۳۶ تا ۳۷)

۶۵- گزینه «۳»

(مسام ناری)

جرم یک جسم در مکان‌های مختلف ثابت است، اما وزن آن علاوه بر جرم،

بستگی به مقدار  $\vec{g}$  (شتاب گرانشی) دارد. در این سؤال داریم:

$$W_{\text{ماه}} = mg_{\text{ماه}} = 60 \times 1/6 = 96 \text{ N}$$

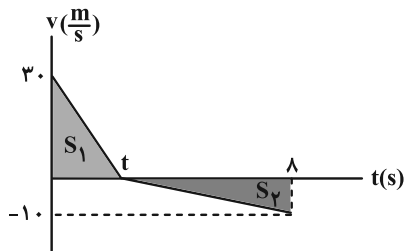
$$W_{\text{زمین}} = mg_{\text{زمین}} = 60 \times 9/8 = 588 \text{ N}$$

$$\text{درصد اختلاف وزن} = \frac{W_{\text{ماه}} - W_{\text{زمین}}}{W_{\text{زمین}}} \times 100$$

$$= \frac{96 - 588}{588} \times 100 \approx -84\%$$

وزن شخص روی ماه تقریباً ۸۴ درصد کمتر از وزن همان شخص روی زمین است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ مشابه تمرین ۱-۲ صفحه ۳۶)



$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{1}{2} t (30) = \frac{1}{2} (\lambda - t) (10) \Rightarrow t = 2s$$

چون نمودار به صورت خط راست است، شتاب حرکت برابر با شیب خط است، پس:

$$\text{مسیر رفت: } a_1 = \frac{-30}{2} = -15 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{مسیر برگشت: } a_2 = \frac{-10}{\lambda - 2} = -\frac{\Delta}{3} \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون ( $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ ) برای مسیر رفت و برگشت داریم:

$$\begin{array}{l} \text{مسیر رفت:} \\ \downarrow \begin{array}{c} \vec{W} \\ \vec{f}_D \end{array} \\ -mg - f_D = ma_1 \\ \Rightarrow -(0/3)(10) - f_D = 0/3(-15) \\ \Rightarrow f_D = 1/5 N \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{مسیر برگشت:} \\ \uparrow \begin{array}{c} \vec{f}_D \\ \downarrow \vec{mg} \end{array} \\ -mg + f'_D = ma_2 \\ \Rightarrow -(0/3)(10) + f'_D = \frac{3}{10} \left(-\frac{\Delta}{3}\right) \\ \Rightarrow f'_D = 2/5 N \end{array}$$

$$\frac{f'_D}{f_D} = \frac{2/5}{1/5} = 2 \quad \text{در آخر داریم:}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۶۹- «گزینه ۳» (معمركاظم منشاری)

از آنجا که جسم در هر سه حالت ساکن و در تعادل است، می‌توان نوشت:

$$F_{N_1} = F + mg, \quad F_{N_2} = 2F - mg, \quad F_{N_3} = 3F$$

$$3F_{N_1} = F_{N_2} + F_{N_3} \Rightarrow 3F + 3mg = \Delta F - mg$$

$$\Rightarrow F = 2mg \quad (*)$$

$$\frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} \stackrel{(*)}{=} \frac{2F - mg}{F + mg} = \frac{3mg}{3mg} = 1$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۷۰- «گزینه ۳» (پوریا علاقه‌مند)

در بازه‌های زمانی صفر تا ۳s و ۹s تا ۱۰s، نمودار تندی متحرک به صورت خط راست است. از این رو شتاب متحرک ثابت و برابر با شتاب متوسط است. با توجه به این نکته شتاب آسانسور در دو بازه زمانی مذکور را به دست می‌آوریم. دقت کنید چون تندی متحرک داده شده است، تنها می‌توانیم بزرگی شتاب متحرک را به دست آوریم.

۶۶- «گزینه ۲»

بررسی گزینه‌ها:

می‌دانیم با افزایش تندی یک جسم، اندازه نیروی مقاومت هوا در مقابل حرکت آن افزایش می‌یابد. در بازه زمانی صفر تا  $t_1$ ، با توجه به افزایش پیوسته مقاومت هوا، می‌توان نتیجه گرفت که تندی چتر باز نیز پیوسته افزایش می‌یابد و به دنبال آن نوع حرکت آن تندشونده است. (درستی گزینه «۱»)

افزایش ناگهانی نیروی مقاومت هوا در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، به معنای باز شدن چتر توسط چتر باز است. بنابراین از صفر تا  $t_2$  چتر باز بدون چتر و از  $t_2$  به بعد با چتر به حرکت خود ادامه می‌دهد. با توجه به ثابت شدن نیرو در بازه‌های زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  و  $t_2$  تا  $t_3$ ، چتر باز به تندی حدى می‌رسد (درستی گزینه «۳»). اما دقت کنید تندی حدى چتر باز در دو حالت با یکدیگر متفاوت است. زیرا با افزایش مساحت چتر باز به خاطر باز شدن چتر، در تندی کمتر نسبت به حالت قبل، نیروی مقاومت هوا با وزن چتر باز برابر می‌شود (نادرستی گزینه «۲»).

تندی حدى چتر باز در حالت بدون چتر، بیشینه تندی او در طول حرکت است (درستی گزینه «۴»).

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۶۷- «گزینه ۴»

(مسین الهی)

قانون دوم نیوتون را نوشته و شتاب هر دو گلوله را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{F_{net} = W - f_D} W - f_D = ma$$

$$\Rightarrow ma = W - f_D \xrightarrow{W = mg} a = g - \frac{f_D}{m}$$

$$\begin{cases} m_1 = 5 \text{ kg} \rightarrow a_1 = 10 - \frac{10}{5} = 8 \frac{m}{s^2} \\ m_2 = 10 \text{ kg} \rightarrow a_2 = 10 - \frac{10}{10} = 9 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

شتاب حرکت هر دو متحرک ثابت و مکان و سرعت اولیه آن‌ها یکسان است. بنابراین فاصله دو گلوله زمانی به بیشترین مقدار خود می‌رسد که گلوله با شتاب بیشتر به زمین برسد:

$$a_2 > a_1 \Rightarrow \Delta y_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 \xrightarrow{\Delta y = 18 \text{ m}} 18 = \frac{1}{2} (9) t^2 \Rightarrow t = 2s$$

$$t = 2s \Rightarrow \Delta y_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \xrightarrow{a_1 = 8 \frac{m}{s^2}} \Delta y_1 = \frac{1}{2} (8) (2) (2) = 16 \text{ m}$$

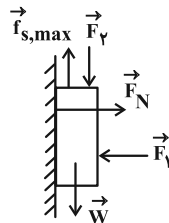
$$\text{فاصله دو گلوله} = \Delta y_2 - \Delta y_1 = 18 \text{ m} - 16 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- ترکیبی: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴ و ۳۵ تا ۳۷)

۶۸- «گزینه ۲»

(مجتبی کلوئیان)

اندازه جابه‌جایی جسم در مسیر رفت و برگشت با هم برابر است. با توجه به این که جابه‌جایی برابر با سطح زیر نمودار  $v-t$  است، داریم:



$$W = mg = 0.15 \times 10 = 1.5 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}y} = 0 \Rightarrow f_{s,\text{max}} = F_y + W \Rightarrow f_{s,\text{max}} = 1.5 + 1.5 = 3 \text{ N}$$

نیروی که از طرف دیوار به چوب وارد می‌شود، برابر با برآیند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است، بنابراین:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,\text{max}}^2} \Rightarrow \Delta = \sqrt{(F_N)^2 + 3^2}$$

$$\Rightarrow 2.5 = \sqrt{(F_N)^2 + 9} \Rightarrow (F_N)^2 = 16 \Rightarrow F_N = 4 \text{ N}$$

$$\mu_s = \frac{f_{s,\text{max}}}{F_N} = \frac{3}{4} = 0.75 \quad \text{در آخر داریم:}$$

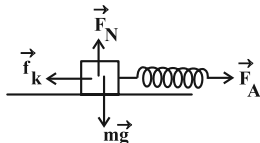
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۳)

۷۳- گزینه «۱» (موردی شریفی)

طبق قانون هوک، شیب نمودار  $F-x$  برابر با ثابت فنر است:

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{\text{شیب } A}{\text{شیب } B} = \frac{1}{4} = \frac{F}{4}$$

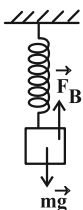
حالت اول: در حرکت با سرعت ثابت، برآیند نیروها صفر است.



$$\begin{cases} F_A = f_k = \mu_k F_N \\ F_N = mg \end{cases} \quad \xrightarrow{F_A = k_A x_A} \quad k_A x_A = 0.1 mg$$

$$\Rightarrow x_A = \frac{mg}{10 k_A}$$

حالت دوم: جسم در حال تعادل است، یعنی برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.



$$F_B = mg \Rightarrow k_B x_B = mg$$

$$\Rightarrow x_B = \frac{mg}{k_B}$$

$$\frac{x_A}{x_B} = \frac{10 k_A}{mg} = \frac{k_B}{10 k_A} \stackrel{(*)}{=} \frac{1}{4}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

$$3s \leq t \leq 9s : |a| = a_{av} = \frac{|v_2 - v_1|}{t_2 - t_1} = \frac{9}{3} = 3 \frac{m}{s^2}$$

چون معلوم نیست آسانسور در  $t = 1s$  رو به بالا یا رو به پایین حرکت کرده است، هر دو حالت را در نظر می‌گیریم؛ اگر آسانسور رو به بالا حرکت کند داریم: (دقت کنید در هر دو حالت حرکت تندشونده است.)

$$F_{\text{net}1} = ma_1 \xrightarrow{F_{\text{net}1} = F_{N1} - mg} \xrightarrow{a_1 = 3 \frac{m}{s^2}} F_{N1} - 10m = 3m \Rightarrow F_{N1} = 13m$$

و اگر رو به پایین حرکت کند:

$$F_{\text{net}2} = ma_2 \xrightarrow{F_{\text{net}2} = mg - F_{N2}} \xrightarrow{a_2 = 3 \frac{m}{s^2}} 10m - F_{N2} = 3m \Rightarrow F_{N2} = 7m$$

در هر دو حالت، در  $t = 8s$  حرکت آسانسور با سرعت ثابت بوده است. پس در هر دو حالت نیروی عمودی سطح برابر است با:

$$a = 0 \Rightarrow F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_N = mg = 10m$$

در آخر داریم:

$$\frac{1}{3} \text{ یا } \frac{1}{7} \text{ یا } \frac{F_{N2}}{F_N} = \frac{7m}{10m} \text{ یا } \frac{F_{N1}}{F_N} = \frac{13m}{10m} \text{ یا } \frac{13m}{10m} = 1.3 \text{ یا } 1.7$$

دقت کنید عددی که ترازو نشان می‌دهد، در واقع عکس‌العمل نیروی عمودی سطح است که اندازه هر دو یکسان است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

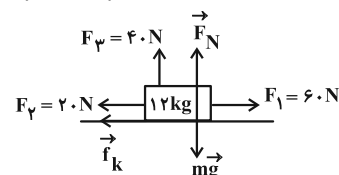
۷۱- گزینه «۲» (اکرم‌ان ابراهیمی)

جسم در راستای عمودی حرکتی ندارد، لذا  $a_y = 0$  و می‌توان نوشت:

$$a_y = 0 \Rightarrow F_{\text{net}(y)} = 0 \Rightarrow mg = F_\psi + F_N$$

$$\xrightarrow{\frac{m=12 \text{ kg}}{F_\psi=40 \text{ N}}} 120 = 40 + F_N \Rightarrow F_N = 80 \text{ N}$$

در راستای افقی، قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم:



$$F_{\text{net}(x)} = F_1 - F_\psi - f_k \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} \xrightarrow{F_{\text{net}} = ma}$$

$$ma = F_1 - F_\psi - \mu_k F_N \xrightarrow{m=12 \text{ kg}, F_1=60 \text{ N}, F_\psi=20 \text{ N}} \xrightarrow{\mu_k=0.4, F_N=80 \text{ N}}$$

$$12a = 60 - 20 - 80(0.4) \Rightarrow a = \frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۳)

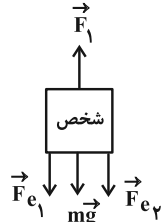
۷۲- گزینه «۳» (سیاوش فارمی)

چون نیروی  $\vec{F}_\psi$  رو به پایین است، پس از وارد شدن آن به جسم، جسم در آستانه لغزش رو به پایین قرار می‌گیرد. با توجه به این‌که جسم در آستانه لغزش است، برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم برابر با صفر می‌شود.

(ممبر کاظم منشاری)

۷۶- گزینه «۱»

با توجه به تعادل شخص می توان نوشت:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_1 - F_{e_1} - F_{e_2} - mg = 0$$

$$F_1 - kx_1 - kx_2 - mg = 0$$

$$\Rightarrow F_1 - 500 \times 0.6 - 500 \times 0.4 - 500 = 0 \Rightarrow F_1 = 1000 \text{ N}$$

$\vec{F}_1$  نیرویی است که از طرف ترازو به شخص وارد می شود. در نتیجه طبق قانون سوم نیوتون نیروی رو به پایین  $F'_1 = F_1 = 1000 \text{ N}$  به ترازو وارد می شود. با توجه به تعادل فنر داریم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_2 = F_{e_1} = kx_1$$

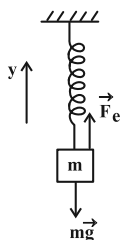
$$\Rightarrow F_2 = 500 \times 0.6 = 300 \text{ N}$$

$\vec{F}_2$  نیرویی است که ترازو به فنر وارد می کند. در نتیجه نیروی رو به بالای  $F'_2 = F_2 = 300 \text{ N}$  از طرف فنر به ترازو وارد می شود. به طور مشابه نیروی رو به بالای  $F'_3 = F_3 = 200 \text{ N}$  از طرف فنر ۲ به ترازو وارد می شود. از آنجایی که ترازو برابری نیروی عمودی وارد بر خودش را اندازه می گیرد، داریم:  $F'_1 - F'_2 - F'_3 = 1000 - 200 - 300 = 500 \text{ N}$  (فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۵ تا ۳۴)

(علیرضا جباری)

۷۷- گزینه «۲»

در لحظه مورد نظر نیروهای وارد بر وزنه را رسم می کنیم و قانون دوم نیوتون را برای آن می نویسیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \xrightarrow{F_e = k\Delta L}$$

$$k\Delta L = mg + ma \xrightarrow{\begin{matrix} k=132 \frac{\text{N}}{\text{m}}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \\ m=600 \text{ g}=0.6 \text{ kg}, a=1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{matrix}}$$

$$132 \Delta L = 0.6 \times 10 + 0.6 \times 1 \Rightarrow 132 \Delta L = 6.6$$

$$\Rightarrow \Delta L = \frac{6.6}{132} = 0.05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

اکنون می توانیم طول فنر را در حالت جدید به دست آوریم:

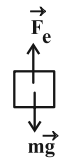
$$\Delta L = L_2 - L_1 \xrightarrow{\begin{matrix} L_1 = 40 \text{ cm} \\ \Delta L = 5 \text{ cm} \end{matrix}} \Delta L = L_2 - 40 \Rightarrow L_2 = 45 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۳ تا ۳۴)

(ممبر مقرر)

۷۴- گزینه «۲»

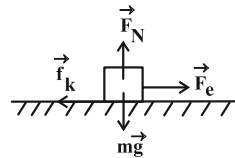
ابتدا در حالت قائم نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و قانون دوم نیوتون را می نویسیم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e - mg = 0$$

$$\Rightarrow k \times 0.08 = mg \Rightarrow k = \frac{mg}{0.08} \quad (1)$$

حال نیروهای وارد بر جسم در راستای حرکت افقی را رسم کرده و قانون دوم نیوتون را می نویسیم:



$$F_{net}(y) = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg \quad (2)$$

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{(2)} f_k = 0.5 \times mg = \frac{mg}{2}$$

$$F_{net}(x) = ma \Rightarrow F_e - f_k = ma \Rightarrow k\Delta x - \frac{mg}{2} = m \times 0.2g$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{mg}{0.08} \Delta x - \frac{mg}{2} = 0.2mg$$

$$\Rightarrow \Delta x = 0.056 \text{ m} = 5.6 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۵ تا ۳۴)

(مجتبی نگوئیان)

۷۵- گزینه «۳»

ابتدا اندازه نیروی کشسانی فنر را با استفاده از قانون هوک به دست می آوریم:

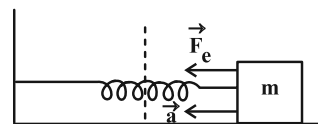
$$F_e = kx \xrightarrow{\begin{matrix} k=36 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \\ x=25 \times 10^{-2} \text{ m} \end{matrix}} F_e = (360)(25 \times 10^{-2}) = 90 \text{ N}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون می توان نوشت:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{\begin{matrix} F_{net} = F_e = 90 \text{ N} \\ m = 5 \text{ kg} \end{matrix}} 90 = 5a \Rightarrow a = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به این که فنر نیرویی به طرف نقطه تعادل به جسم وارد می کند، می توان گفت که نیروی فنر و در نتیجه شتاب حرکت جسم در لحظه رها شدن آن، خلاف جهت محور x است. پس:

$$\vec{a} = \left(-18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{i}$$



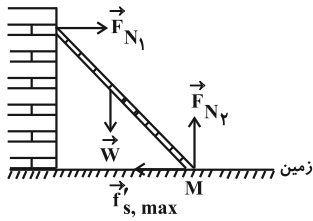
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۵ تا ۳۴)



(آراس ممبری)

گزینه «۳» - ۷۹

در ابتدا بدون در نظر گرفتن جعبه، نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:



$$F_{N_1} = W \xrightarrow{W=mg} F_{N_1} = 24 \times 10 = 240 \text{ N}$$

دقت کنید که اصطکاک ناشی از جعبه نیز در مسئله تأثیرگذار است:

$$f_{s,\max}'' \leftarrow \boxed{M} \leftarrow f_{s,\max}' \quad , \quad f_{s,\max} = f_{s,\max}' + f_{s,\max}'' \quad (*)$$

اکنون داریم:

$$F_{N_1} = f_{s,\max} \xrightarrow{(*)} \frac{f_{s,\max}'' = \mu_s F_{N_2}, \mu_s = 0.4, F_{N_2} = 240 \text{ N}}{f_{s,\max} = \mu_s F_{N_2}, F_{N_2} = 240 \text{ N}}$$

$$F_{N_1} = 96 + f_{s,\max}'' \xrightarrow{f_{s,\max}'' = (\text{جرم جعبه}) \times g \times \mu_s} \frac{f_{s,\max}'' = (\text{جرم جعبه}) \times g \times \mu_s}{\text{جرم جعبه} = m'}$$

$$F_{N_1} = 96 + 4m'$$

و در نهایت از داده سؤال ( $F_{N_1} = 240 \text{ N}$ ) می‌توان نوشت:

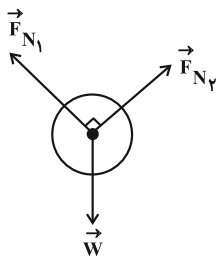
$$240 = 96 + 4m' \Rightarrow 144 = 4m' \Rightarrow m' = 36 \text{ kg}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۳)

(مسعود فخرانی)

گزینه «۲» - ۸۰

نیروهای وارد بر کره به صورت زیر است:



چون کره در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{W} + \vec{F}_{N_1} + \vec{F}_{N_2} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{N_1} + \vec{F}_{N_2} = -\vec{W}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_{N_1} + \vec{F}_{N_2}| = |-\vec{W}| = mg = 50 \text{ N}$$

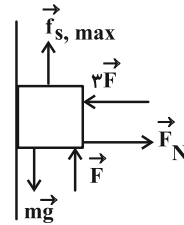
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

(ادریس ممبری)

گزینه «۳» - ۷۸

مسئله را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: جسم در آستانه لغزش به سمت پایین باشد.



$$F_{\text{net}(x)} = 0 \Rightarrow F_N - 3F = 0 \Rightarrow F_N = 3F$$

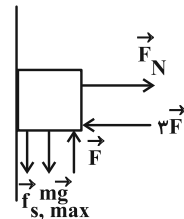
$$F_{\text{net}(y)} = ma \Rightarrow f_{s,\max} + F - mg = ma$$

$$\frac{m = 5 \text{ kg}, a = -\frac{1}{5} \frac{m}{s^2}, g = 10 \frac{N}{kg}}{f_{s,\max} = \mu_s F_N, F_N = 3F} \rightarrow 3\mu_s F + F = 50 + (-5)$$

$$\Rightarrow 3\mu_s F + F = 45 \quad (1)$$

توجه: دقت شود که چون آسانسور به سمت بالا حرکت می‌کند و حرکت کندشونده است، پس باید شتاب به سمت پایین ( $a < 0$ ) باشد. (جهت مثبت محور y را به بالا در نظر می‌گیریم).

حالت دوم: جسم در آستانه حرکت به سمت بالا باشد.



$$F_{\text{net}(x)} = 0 \Rightarrow F_N - 3F = 0 \Rightarrow F_N = 3F$$

$$F_{\text{net}(y)} = ma \Rightarrow F - f_{s,\max} - mg = ma$$

$$\frac{m = 5 \text{ kg}, g = 10 \frac{N}{kg}}{a = -\frac{4}{5} \frac{m}{s^2}, f_{s,\max} = \mu_s F_N, F_N = 3F} \rightarrow$$

$$F - 3\mu_s F - 50 = -20 \Rightarrow F - 3\mu_s F = 30 \quad (2)$$

توجه: دقت شود که چون آسانسور به سمت پایین حرکت می‌کند و تندشونده است، پس باید شتاب هم به سمت پایین باشد. ( $a < 0$ )  
حال طبق روابط (۱) و (۲)،  $F$  و  $\mu_s$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F + 3\mu_s F = 45 \\ F - 3\mu_s F = 30 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع روابط}} 2F = 75 \Rightarrow F = \frac{75}{2} \text{ N}$$

در آخر  $F$  را در یکی از روابط جای گذاری می‌کنیم و  $\mu_s$  را به دست می‌آوریم:

$$F + 3\mu_s F = 45 \xrightarrow{F = \frac{75}{2} \text{ N}} \frac{75}{2} + 3\mu_s \times \frac{75}{2} = 45$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین ضربدر ۲}} 75 + 225\mu_s = 90 \Rightarrow \mu_s = \frac{15}{225} = \frac{1}{15}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۳)



(ممد رضا شریفی)

## ۸۴- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

۱ و ۲) با توجه به شکل  $A_1 > A_2$  است. طبق معادله پیوستگی، افزایش می‌یابد، لذا  $v_1 < v_2$  می‌باشد. (درستی گزینه «۲»). از طرف دیگر، طبق اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره با افزایش تندی شاره فشار آن کاهش می‌یابد، پس از  $v_2 > v_1$  نتیجه می‌شود  $P_1 > P_2$  (درستی گزینه «۱»).

۳) درست؛ با توجه به شکل، فشار در سطح مقطع‌های  $A_1$  و  $A_2$  از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \text{سطح مقطع } A_1 : P_1 = P_0 + \rho_1 g h_1 \\ \text{سطح مقطع } A_2 : P_2 = P_0 + \rho_2 g h_2 \\ |P_2 - P_1| = |P_0 + \rho_2 g h_2 - P_0 - \rho_1 g h_1| = |\rho g (h_2 - h_1)| \end{cases}$$

$$|h_2 - h_1| = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

۴) با توجه به پاراگراف اول صفحه ۴۴ کتاب درسی، آهنگ جریان (شارش) شاره تراکم‌ناپذیر، در تمام لوله یکسان است. از این رو گزینه «۴» نادرست است. (فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۷)

(مجتبی نگوینان)

## ۸۵- گزینه «۴»

چون اتلاف انرژی نداریم، با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_A = E_B \xrightarrow{E=K+U} K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\frac{K_B = 0.6 K_A}{U_B = U_A + 20} \rightarrow K_A + U_A = 0.6 K_A + U_A + 20$$

$$\Rightarrow 0.4 K_A = 20 \Rightarrow K_A = 50 \text{ J}$$

همچنین برای A و C می‌توان نوشت:

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$\frac{K_C = 1/6 K_A}{U_C = 0.8 U_A} \rightarrow K_A + U_A = 1/6 K_A + 0.8 U_A$$

$$\Rightarrow U_A = 3 K_A = 150 \text{ J}$$

بنابراین انرژی مکانیکی گلوله در نقطه C به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E_C = E_A = U_A + K_A = 50 + 150 = 200 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(علیرضا چپاری)

## ۸۶- گزینه «۴»

ابتدا با استفاده از رابطه توان، انرژی مصرف شده توسط بالابر را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = Pt \xrightarrow{P=300 \text{ W}, t=10 \text{ s}} W = 300 \times 10 = 3000 \text{ J}$$

بخشی از کار W که به صورت مفید روی بسته انجام شده است، همان انرژی پتانسیل ذخیره شده در بسته است. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی هنگام سقوط بسته داریم:

## فیزیک ۱

## ۸۱- گزینه «۳»

تنها مورد (ب) درست است.

بررسی موارد:

الف) نیرو همانند تندی یک کمیت فرعی است، اما دقت کنید نیرو یک کمیت فرعی برداری و تندی یک کمیت فرعی نرده‌ای می‌باشد.

ب)  $8 / 0.1 \times 10^{-6} \text{ m}$  نمادگذاری علمی  $800000000 \text{ m}$

پ)  $\begin{cases} 1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m} \\ 1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m} \end{cases} \Rightarrow 1 \text{ pm} = 10^{-3} \text{ nm}$

بنابراین یک پیکومتر، درواقع  $\frac{1}{1000}$  برابر یک نانومتر است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۷ و ۱۲)

## ۸۲- گزینه «۳»

(مسام ناری)

ابتدا حجم ۹۰۰ گرم روغن را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}} = \frac{900 \text{ g}}{0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 1125 \text{ cm}^3$$

حال حجم فضای خالی طرف را محاسبه کرده و می‌دانیم حجم ظاهری قطعه فلز، برابر با حجم روغن جابه‌جا شده است (حجم خالی ظرف + حجم روغن سرریز شده):

$$V_{\text{خالی}} = \pi r^2 h \xrightarrow{r=10 \text{ cm}, h=5 \text{ cm}} V_{\text{خالی}} = 3 \times 10^2 \times 5 = 1500 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{فلز}} = V_{\text{خالی}} + V_{\text{روغن}} = 1500 + 1125 = 2625 \text{ cm}^3$$

حال حجم واقعی قطعه فلز را محاسبه کرده و سپس حجم حفره درون آن را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{واقعی فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{1620 \text{ g}}{2.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 600 \text{ cm}^3$$

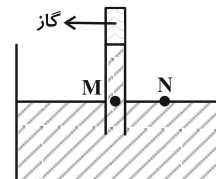
$$\Rightarrow V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری فلز}} - V_{\text{واقعی فلز}} = 2625 - 600 = 2025 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

(اکرم ابراهیمی)

## ۸۳- گزینه «۱»

با توجه به هم‌ترازی نقاط M و N می‌توان نوشت:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{مایع}} = P_0 \Rightarrow 4 \text{ cmHg} + P_{\text{مایع}} = 74 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مایع}} = 70 \text{ cmHg}$$

حال برای تبدیل سانتی‌متر جیوه به ارتفاع مایع مورد نظر داریم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 6/8 \times h_{\text{مایع}} = 13/6 \times 70$$

$$\Rightarrow h_{\text{مایع}} = 140 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)



(مبتنی نکوتیان)

۸۹- گزینه «۳»

با استفاده از روابط  $Q = mc\Delta\theta$  و  $Q = Pt$ ، برای آب موجود در ظرف‌های A و B می‌توان نوشت:

$$A: Pt = m_A c \Delta\theta_A \xrightarrow{\Delta\theta_A = 20^\circ C, t = 15 \text{ min}}$$

$$15P = m_A c (20) \Rightarrow m_A = \frac{3P}{4c} \quad (1)$$

$$B: Pt = m_B c \Delta\theta_B \xrightarrow{\Delta\theta_B = 32^\circ C, t = 15 \text{ min}}$$

$$15P = m_B c (32) \Rightarrow m_B = \frac{15P}{32c} \quad (2)$$

جرم آب درون ظرف C، برابر با مجموع جرم آب درون ظرف‌های A و

$$m_C = m_A + m_B \quad \text{است. B}$$

$$Pt = m_C c \Delta\theta_C \xrightarrow{\frac{m_C = m_A + m_B}{t = 15 \text{ min}}} 19/5 P = (m_A + m_B) c \Delta\theta_C$$

$$\Rightarrow 19/5 P = \frac{39P}{32c} \times c \times \Delta\theta_C \Rightarrow \Delta\theta_C = 16^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

(مسعود فخرانی)

۹۰- گزینه «۱»

روش اول: برای استفاده از قوانین گازها، تمام دماها باید برحسب کلون باشند:

$$\theta_1 = 277^\circ C \Rightarrow T_1 = 277 + \theta_1 = 550^\circ K$$

$$\theta_2 = -23^\circ C \Rightarrow T_2 = 273 + \theta_2 = 250^\circ K$$

با توجه به قانون گازهای کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{P_1 = 1/5 P_2, P_2 = 2/5 P_1} \frac{P_1 V_1}{550} = \frac{2/5 P_1 V_2}{250} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 5/5$$

$$\frac{P_1 V_1}{550} = \frac{2/5 P_1 V_2}{250} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 5/5$$

در طی این فرایند جرم گاز ثابت می‌ماند ( $m_1 = m_2$ ). در آخر برای مقایسه چگالی‌ها می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{V_1}{V_2} \xrightarrow{m_2 = m_1, \frac{V_1}{V_2} = 5/5} \frac{\rho_2}{\rho_1} = 5/5$$

روش دوم: می‌توان نشان داد چگالی گاز کامل از رابطه  $\rho = \frac{PM}{RT}$  به

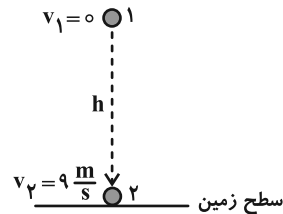
دست می‌آید که در آن P فشار گاز، M جرم مولی گاز، T دمای مطلق گاز و R ثابت جهانی گازهاست. با مقایسه حالت اول و دوم داریم:

$$\rho = \frac{PM}{RT} \xrightarrow{R \text{ ثابت است.}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2}$$

$$\xrightarrow{\frac{P_2 = 2/5 P_1}{T_2 = 250^\circ K, T_1 = 550^\circ K}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = 2/5 \times \frac{550}{250} = 5/5$$

دقت کنید در این رابطه نیز مانند قانون گازهای کامل، در حالت مقایسه‌ای دما باید برحسب کلون باشد.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{\frac{K_1 = 0}{U_2 = 0}} U_1 = K_2$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 \xrightarrow{\frac{m = 60 \text{ kg}}{v_2 = 9 \frac{m}{s}}} U_1 = \frac{1}{2} \times 60 \times 9^2$$

$$\Rightarrow U_1 = 30 \times 81 \text{ J}$$

در پایان، بازده بالابر را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{U_1}{W} \times 100 = \frac{30 \times 81}{3000} \times 100 = 81\%$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۷)

(سیاوش فارسی)

۸۷- گزینه «۳»

با توجه به رابطه میان دما برحسب درجه سلسیوس و دما برحسب کلون داریم:

$$T_2 = 3T_1 \xrightarrow{T = \theta + 273} \theta_2 + 273 = 3(\theta_1 + 273)$$

$$\xrightarrow{\theta_2 = 6\theta_1} 6\theta_1 + 273 = 3\theta_1 + (3 \times 273)$$

$$\Rightarrow 3\theta_1 = 2 \times 273 \Rightarrow \theta_1 = 182^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

(مسین الهی)

۸۸- گزینه «۳»

چون دما افزایش یافته است و ضریب انبساط سطحی مثبت است، تمام ابعاد صفحه افزایش می‌یابد. (رد گزینه «۲»)

همچنین بر اثر انبساط، تمام ابعاد جسم و حفره‌های آن افزایش می‌یابند. بنابراین فاصله میان مرکز دایره‌ها نیز افزایش می‌یابد. (رد گزینه «۴»)

برای بررسی سایر گزینه‌ها ابتدا باید تغییرات دما را در کل فرایند گرم کردن برحسب کلون به دست آوریم:

$$\Delta T_1 = 20^\circ K, \Delta F_2 = \frac{9}{5} \Delta T_2 \Rightarrow \Delta T_2 = \frac{5}{9} (\Delta F) = 30^\circ K$$

$$\Delta T_{\text{کل}} = \Delta T_1 + \Delta T_2 = 20 + 30 = 50^\circ K$$

با استفاده از روابط انبساط طولی و سطحی داریم:

$$2\alpha = 5/6 \times 10^{-5} \Rightarrow \alpha = 2/8 \times 10^{-5} \left(\frac{1}{K}\right)$$

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_0} \times 100 = \alpha \Delta T \times 100$$

$$= 2/8 \times 10^{-5} \times 50 \times 100 = 0/14\%$$

$$\Delta A = A_0 (2\alpha) \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_0} \times 100 = (2\alpha) \Delta T \times 100$$

$$= 5/6 \times 10^{-5} \times 50 \times 100 = 0/28\%$$

بنابراین تمام فاصله‌ها ۰/۱۴٪ و مساحت تمام سطح‌ها ۰/۲۸٪ افزایش یافته است.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)



## فیزیک ۲

گزینه «۴» - ۹۱

(امیراحمد میرسعید)

با مقایسه دو نیروی  $۱۶F$  و  $F$  داریم:

$$\frac{۱۶F}{F} = \frac{k \times |۲q| \times |\Delta q|}{r^2} \Rightarrow ۱۶ = \left(\frac{r+۶۰}{r}\right)^2 \Rightarrow r = ۲۰ \text{ cm}$$

حال کافی است قانون کولن را برای  $F = ۲/۲۵ \text{ N}$  بنویسیم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow ۲/۲۵ = \frac{۹ \times ۱۰^{-۹} \times |۲q| \times |\Delta q|}{۰/۱۶}$$

$$\Rightarrow ۰/۳۶ = ۹ \times ۱۰^{-۹} \times q^2 \Rightarrow q^2 = ۴ \times ۱۰^{-۱۲}$$

$$\Rightarrow |q| = ۲ \times ۱۰^{-۶} \text{ C} = ۲ \mu\text{C} \Rightarrow |۲q| = ۴ \mu\text{C}$$

پس اندازه بار  $۲q$  برابر با  $۴ \mu\text{C}$  بوده است.

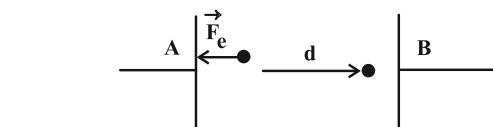
(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۸)

گزینه «۳» - ۹۲

(مسعود فخرانی)

با توجه به مدار داده شده، صفحه  $A$  به پتانسیل مثبت باتری و صفحه  $B$  به پتانسیل منفی آن وصل شده است. بنابراین صفحه  $A$  پتانسیل بزرگ‌تری دارد و جهت میدان الکتریکی از صفحه  $A$  به  $B$  است. اندازه این میدان

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{\Delta V = ۱۲ \text{ V}}{d = ۲۰ \text{ cm} = ۰/۲ \text{ m}} \Rightarrow E = \frac{۱۲}{۰/۲} = ۶۰ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



ذره دارای بار منفی است، از این رو نیروی الکتریکی وارد بر آن در خلاف

جهت میدان است. اما جابه‌جایی ذره در جهت میدان است، پس  $\theta = ۱۸۰^\circ$ 

و طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = W_E \Rightarrow K_f - K_i = E |q| d \cos \theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = E |q| d \cos \theta$$

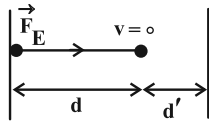
$$\frac{v_f = 0, v_i = 3 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0/3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, E = 60 \frac{\text{V}}{\text{m}}, \theta = 180^\circ}{m = 200 \text{ g} = 0/2 \text{ kg}, |q| = 2 \mu\text{C} = 2 \times 10^{-6} \text{ C}}$$

$$\frac{1}{2} (0/2)(0 - (0/3)^2) = 60 \times 2 \times 10^{-6} \times d \times \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow d = 7/5 \text{ cm}$$

ذره پس از رها شدن از صفحه  $A$ ، مسافت  $7/5 \text{ cm}$  را می‌پیماید تا متوقف شود. فاصله ذره هنگام توقف از صفحه  $B$  برابر است با:

$$d' = 20 - 7/5 = 12/5 \text{ cm}$$



(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶)

گزینه «۲» - ۹۳

(آراس مسمدی)

ظرفیت خازن از رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$  به دست می‌آید. با توجه به سؤال در صورت افزایش دما، تنها عامل تغییر ظرفیت خازن تغییر مساحت آن است:

$$C_f - C_i = \frac{\kappa \epsilon_0}{d} (A_f - A_i) \quad (I)$$

از فصل ۴ فیزیک دهم به یاد داریم که:

$$\Delta A = A_i \alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_i} = \alpha \Delta \theta \Rightarrow 180 = \frac{\Delta A}{800 \text{ cm}^2} \Rightarrow \Delta A = 144000 \text{ cm}^2 = 144 \text{ m}^2$$

$$\Delta A = 144 \text{ m}^2 \quad (II)$$

از ترکیب روابط (I) و (II) می‌توان نوشت:

$$C_f - C_i = \frac{\kappa \epsilon_0}{d} \times 144 \times 10^{-2} \Rightarrow \frac{\kappa = 2, \epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}}{d = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

$$C_f - C_i = \frac{2 \times 9 \times 10^{-12} \times 144 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow C_f - C_i = 1/92 \text{ pF}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

گزینه «۱» - ۹۴

(مسام نادری)

عبارات (الف)، (ب)، (پ) و (ث) نادرستند. علت نادرستی هر یک را بررسی می‌کنیم:

(الف) آمپر-ساعت (Ah) یکی از یکاهای بار الکتریکی است. ( $q = It$ )(ب) اندازه سرعت سوق در سیم‌های مسی از مرتبه  $10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  یا  $10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است.

(پ) نمودار جریان برحسب ولتاژ برای یک دیود نورگسیل، به صورت یک

منحنی است. (LED یک مقاومت غیراومی است.)

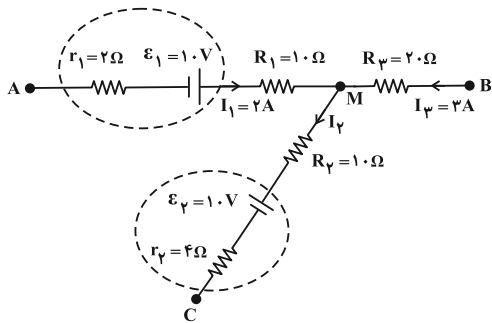
$$= \frac{9R^2}{5R^2} = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{9}{10}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای مستقیم: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۸)

۹۶- گزینه «۳» (علیرضا چباری)

از نقطه A روی مدار شروع کرده و به طرف نقطه B می‌رویم و تغییر پتانسیل‌ها را می‌نویسیم تا به نقطه B برسیم:

$$\begin{aligned} V_A - r_1 I_1 + \varepsilon_1 - R_1 I_1 + R_\psi I_\psi &= V_B \\ \Rightarrow V_A - 2 \times 2 + 10 - 2 \times 10 + 20 \times I_\psi &= V_B \\ \Rightarrow V_A - V_B - 14 &= -20 I_\psi \xrightarrow{V_A - V_B = -46V} \\ -46 - 14 &= -20 I_\psi \Rightarrow I_\psi = \frac{60}{20} = 3A \end{aligned}$$



قاعده انشعاب در گره M را به کار می‌بریم و جریان  $I_\psi$  را به دست می‌آوریم:

$$I_\psi = I_1 + I_3 = 2 + 3 = 5A$$

باتری ۲ در اینجا به عنوان مصرف کننده عمل می‌کند و توان ورودی آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_\psi = \varepsilon_\psi I_\psi + r_\psi I_\psi^2 = 10 \times 5 + 4 \times 5^2 = 50 + 100 = 150W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای مستقیم:

صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰ و ۷۲ تا ۷۸)

۹۷- گزینه «۲» (ممدکازم منشاری)

رابطه میدان مغناطیسی در درون سیم‌لوله و مرکز پیچه مسطح را می‌نویسیم. با تقسیم این دو رابطه داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} B_{\text{سیم‌لوله}} &= \frac{\mu_0 N I}{\ell} \\ B_{\text{پیچه}} &= \frac{\mu_0 N I}{2R} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{B_{\text{سیم‌لوله}}}{B_{\text{پیچه}}} = \frac{I_{\text{سیم‌لوله}}}{I_{\text{پیچه}}} \times \frac{N_{\text{سیم‌لوله}}}{N_{\text{پیچه}}} \times \frac{2R_{\text{پیچه}}}{\ell_{\text{سیم‌لوله}}}$$

ث) از مقاومت‌های ترمیستور در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش استفاده می‌شود.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم:

صفحه‌های ۳۷، ۴۸، ۵۰، ۵۳، ۵۸ و ۵۹)

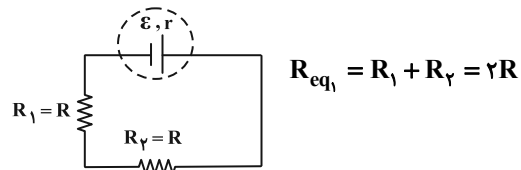
۹۵- گزینه «۱» (ممدرضا شریفی)

با توجه به شکل مدار، ولت‌سنج در هر دو حالت اختلاف پتانسیل باتری را نشان می‌دهد. اختلاف پتانسیل باتری از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$V = R_{eq} I \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}} V = \frac{R_{eq} \varepsilon}{R_{eq} + r}$$

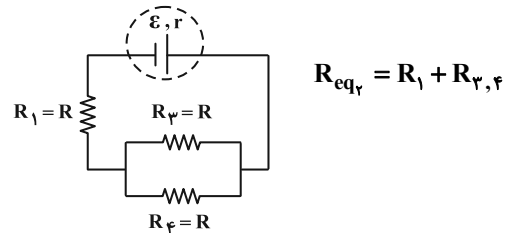
با داشتن  $\varepsilon$  و  $r = R$ ، کافی است مقاومت معادل مدار را در هر دو حالت به دست آوریم:

حالت اول:



$$R_{eq1} = R_1 + R_\psi = 2R$$

حالت دوم:



$$R_{eq2} = R_1 + R_{\psi, \phi}$$

$$\xrightarrow{R_\psi \text{ و } R_\phi \text{ موازی‌اند}} R_{eq2} = R_1 + \frac{R_\psi R_\phi}{R_\psi + R_\phi} = R + \frac{R \times R}{2R} = \frac{3}{2}R$$

بنابراین نسبت اعدادی که ولت‌سنج در دو حالت نشان می‌دهد برابر است با:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{R_{eq2} \varepsilon}{R_{eq2} + r}}{\frac{R_{eq1} \varepsilon}{R_{eq1} + r}} = \frac{R_{eq2} (R_{eq1} + r)}{R_{eq1} (R_{eq2} + r)}$$

$$\xrightarrow{R_{eq1} = 2R, R_{eq2} = \frac{3}{2}R} \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{3}{2}R(2R + R)}{2R(\frac{3}{2}R + R)}$$



برای این که میدان مغناطیسی در این نقطه ماکزیمم گردد، می بایست میدان

حاصل از سیمولۀ P نیز به سمت راست باشد. به این منظور جهت جریان

مطابق حالت (۲) است:

$$B_P + B_Q = 216G$$

از رابطه  $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$  می توان نوشت:

$$\frac{B_P}{B_Q} = \frac{N_P}{N_Q} \times \frac{I_P}{I_Q} \times \frac{\ell_Q}{\ell_P} \quad \ell_Q = \ell_P, \frac{I_P}{I_Q} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{B_P}{B_Q} = \frac{300}{200} \times \frac{1}{3} \times 1 \Rightarrow B_Q = 2B_P \quad (*)$$

حال داریم:

$$B_P + B_Q = 216G \xrightarrow{(*)} B_P + 2B_P = 216G$$

$$\Rightarrow B_P = 72G = 72 \times 10^{-4} T$$

و در نهایت اندازه جریان را به دست می آوریم:

$$B_P = \frac{\mu_0 N_P I_P}{\ell} \Rightarrow 72 \times 10^{-4} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 300 \times I_P}{1}$$

$$\Rightarrow I_P = 20A$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ مشابه مسئله ۲۱ صفحه ۱۰۷)

(مسام تدری)

۱۰۰- گزینه «۲»

بررسی علت نادرستی سایر گزینه ها:

(۱) دو سیم بلند و موازی حامل جریان های همسو یکدیگر را جذب می کنند.

(۳) پس از حذف میدان مغناطیسی خارجی، ماده فرومغناطیس سخت، خاصیت

آهنربایی خود را تا اندازه قابل توجهی حفظ می کند.

(۴) قطب های مغناطیسی زمین بر قطب های جغرافیایی آن منطبق نیستند.

درواقع، قطب های مغناطیسی و جغرافیایی زمین فاصله نسبتاً زیادی از یکدیگر

دارند؛ مثلاً قطب جنوب مغناطیسی تقریباً در فاصله ۱۸۰۰ کیلومتری قطب

شمال جغرافیایی آن قرار دارد.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۸۴ تا ۸۸، ۸۱ تا ۹۴ و ۱۰۱ تا ۱۰۳)

$$\frac{B_{\text{پیچ}} - 30G}{B_{\text{پیچ}}} = \frac{3(2R) \text{ سیمولۀ } \ell}{I_{\text{پیچ}} = N \text{ سیمولۀ } \ell} = \frac{30G}{B_{\text{پیچ}}} = (1)(1) \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 3B_{\text{پیچ}} - 90 = B_{\text{پیچ}} \Rightarrow B_{\text{پیچ}} = 45G = 45 \times 10^3 mG$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۹۷ تا ۱۰۰)

۹۸- گزینه «۳»

(ادرس ممدری)

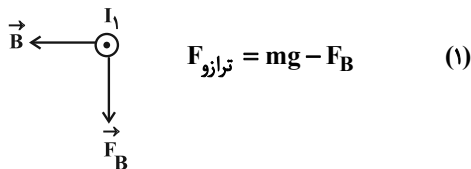
برای حل این سؤال، دو حالت مطرح شده را بررسی می کنیم:

حالت اول: جریان ۲A از M به N در سیم عبور می کند که در این

صورت طبق قاعده دست راست، نیروی رو به پایین  $F_B$  بر سیم وارد می شود

که طبق قانون سوم نیوتون نیروی رو به بالای  $F_B$  به آهنربا و در نتیجه ترازو

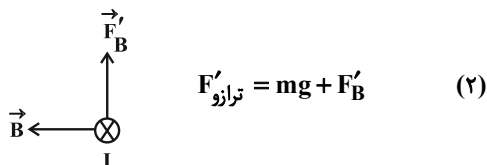
وارد می شود، پس:



حالت دوم: جریان I از N به M عبور می کند که در این حالت نیروی رو

به بالا  $F'_B$  بر سیم حامل جریان وارد می شود. بنابراین طبق قانون سوم

نیوتون، رو به پایین  $F'_B$  به آهنربا وارد می شود، پس:



حال با کم کردن دو رابطه (۱) و (۲) از یکدیگر داریم:

$$F'_{\text{ترازو}} - F_{\text{ترازو}} = 15 \xrightarrow{(1), (2)} (mg + F'_B) - (mg - F_B) = 15$$

$$\Rightarrow F'_B + F_B = 15 \xrightarrow{F_B = BIL \sin 90^\circ} BI'L' + BIL = 15$$

$$\frac{B = 0.5T, I' = I}{I = 2A, L = L' = \frac{3}{4}m} \rightarrow \frac{1}{2} \times I \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3}{4} = 15$$

$$\xrightarrow{\times 8} 3I + 6 = 120 \Rightarrow I = 38A$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۹۱ تا ۹۳)

۹۹- گزینه «۴»

(آراس ممدری)

با استفاده از قانون دست راست درمی یابیم که میدان مغناطیسی ناشی از

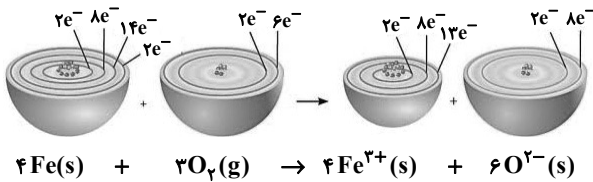
سیمولۀ Q به سمت راست می باشد:



(یاسر راش)

## ۱۰۵- گزینه «۳»

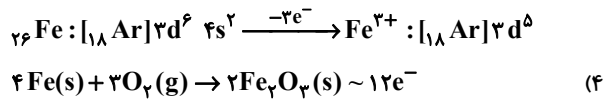
معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



بررسی گزینه‌ها:

(۱) گونه (B) همان گاز اکسیژن بوده و با انجام واکنش، با دریافت الکترون‌های اتم آهن به آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره خود یعنی  $1s^2$  می‌رسد.  
(۲) اتم‌های فلزی آهن، با از دست دادن الکترون سبب کاهش اتم‌های اکسیژن می‌شوند، بنابراین کاهنده‌اند.

(۳) اتم‌های  $\text{Fe}(s)$  ضمن تبدیل به یون‌های  $\text{Fe}^{3+}(s)$ ، الکترون‌های زیرلایه‌های  $4s$  (با  $n+1=4$ ) و  $3d$  (با  $n+1=5$ ) را از دست می‌دهند.



$$? \text{ mg Fe}_2\text{O}_3 = 0.06 \text{ mol } e^- \times \frac{2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{12 \text{ mol } e^-}$$

$$\times \frac{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 1600 \text{ mg Fe}_2\text{O}_3$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

(مهمر عظیمیان/زواره)

## ۱۰۶- گزینه «۲»

در واکنش  $2\text{Zn}(s) + \text{O}_2(g) \rightarrow 2\text{ZnO}(s)$  فلز روی با از دست دادن الکترون، اکسایش یافته و نقش کاهنده را دارد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۹، ۴۰ و ۴۲)

(امیرمسین طیبی)

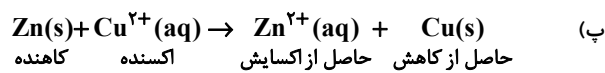
## ۱۰۷- گزینه «۱»

تنها عبارت (الف) درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:



(ب) چون ضریب هر دو یون فلزی در طرفین واکنش برابر است، مجموع غلظت یون‌ها قبل و بعد از واکنش ثابت می‌ماند.



(ت) به ازای هر یک مول  $\text{Zn}$  مصرفی، یک مول  $\text{Cu}$  بر روی تیغه رسوب می‌کند. از آنجایی که جرم مولی  $\text{Zn}$  از  $\text{Cu}$  بیشتر است، جرم تیغه کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

## شیمی ۳

## ۱۰۱- گزینه «۱»

(پیمان فوازی/میر)

## الکتروشیمی



(ب) اندازه‌گیری و کنترل کیفی (اطمینان از کیفیت فرآورده)

(ب) تولید مواد (مانند برق‌کافت و آبکاری)

(آ) تأمین انرژی (باتری‌ها، سلول سوختی و سوخت آنها)

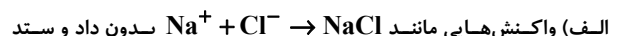
(شیمی ۳- صفحه ۳۸)

## ۱۰۲- گزینه «۲»

(مهمرها/پوریاویر)

فقط عبارت (ب) نادرست است.

بررسی بعضی از عبارت‌ها:



الکترون انجام می‌شوند.

(ب) باتری لیمویی از فرو بردن دو تیغه فلزی با جنس مختلف در داخل لیمو تشکیل می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

## ۱۰۳- گزینه «۴»

(امیر فاطمیان)

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) الکتروشیمی افزودن بر تهیه مواد جدید به کمک انرژی الکتریکی (نه گرمایی!) می‌تواند در راستای پیاده کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.

(ب) کسب اطمینان از کیفیت فرآورده‌های دارویی، بهداشتی، غذایی و ... در قلمرو علم الکتروشیمی قرار دارد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

## ۱۰۴- گزینه «۳»

(سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) برای تشکیل هر مول  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود.

(۲) تبدیل هر اتم فلزی به کاتیون آن با کاهش شعاع همراه است.

(۳)  $\text{Al}$  با از دست دادن ۳ الکترون، اکسید شده و به  $\text{Al}^{3+}$  تبدیل می‌شود. گونه‌ای که اکسید می‌شود، همان کاهنده است.



(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)



(ب) تمایل به گرفتن الکترون در یون  $D^{2+}$  نسبت به یون  $A^{2+}$  بیشتر است،

زیرا یون  $D^{2+}$  قدرت اکسندگی بیشتری دارد.

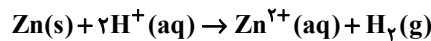
(پ) قدرت کاهندگی فلز  $Cu$  از فلز  $B$  بیشتر است، بنابراین واکنش داده شده به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود و پایداری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

(ت) دمای محلول دارای تیغه فلز  $C$  بیشتر تغییر کرده است، بنابراین شدت تغییر رنگ آبی محلول مس (II) سولفات در آن نیز بیشتر خواهد بود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

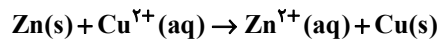
(غرشیر مراری)

۱۱۰- گزینه «۲»



$$17/92 L H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22/4 L H_2} \times \frac{1 \text{ mol } Zn}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{65 g Zn}{1 \text{ mol } Zn} = 52 g Zn$$

۵۲ گرم از جرم تیغه بر اثر واکنش با اسید کاهش می‌یابد.



$Cu(NO_3)_2$  واکنش داده با  $Zn$  جرم  $x \text{ mol } Zn$

$$\times \frac{65 g Zn}{1 \text{ mol } Zn} = 65x g Zn$$

$$\text{جرم } Cu \text{ رسوب کرده بر تیغه} = x \text{ mol } Zn \times \frac{1 \text{ mol } Cu}{1 \text{ mol } Zn}$$

$$\times \frac{64 g Cu}{1 \text{ mol } Cu} \times \frac{1}{2} = 32x g Cu$$

جرم  $Zn$  واکنش داده با  $HCl$  = کاهش جرم تیغه

جرم  $Cu$  رسوب کرده روی تیغه - جرم  $Zn$  واکنش داده با  $Cu(NO_3)_2$

$$= 52 + 65x - 32x = 65/2 g \Rightarrow x = 0/4 \text{ mol } Zn$$

$$0/4 \text{ mol } Zn \times \frac{1 \text{ mol } Cu}{1 \text{ mol } Zn} \times \frac{1 \text{ mol } Cu(NO_3)_2}{1 \text{ mol } Cu}$$

$$= 0/4 \text{ mol } Cu(NO_3)_2$$

$$Cu(NO_3)_2 \text{ مولار} = \frac{n}{V} = \frac{0/4 \text{ mol}}{1 L} = 0/4 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۱۰۸- گزینه «۳»

(ممسن مبنونی)

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) اتم مس نمی‌تواند به یون آلومینیم الکترون بدهد، پس تمایل آن به از دست دادن الکترون از آلومینیم کمتر است و لذا کاهنده ضعیف‌تری است.

(ب) ابتدا جرمی از تیغه که کاهش می‌یابد را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1 \text{ mol } e^-}{6/02 \times 10^{23} e^-} \times 3/01 \times 10^{24} e^- \times \frac{27 g Al}{1 \text{ mol } Al} = 45 g Al$$

حال جرمی که به تیغه اضافه می‌شود را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1 \text{ mol } e^-}{6/02 \times 10^{23} e^-} \times 3/01 \times 10^{24} e^- \times \frac{65 g Zn}{1 \text{ mol } Zn} = 97/5 g Zn$$

$$\times \frac{3 \text{ mol } Zn}{6 \text{ mol } e^-} \times \frac{65 g Zn}{1 \text{ mol } Zn} \times \frac{3}{5} = 97/5 g Zn$$

$$\text{تغییر جرم تیغه} = 97/5 - 45 = 52/5 g$$

(پ) کاهندگی، تمایل به از دست دادن الکترون است که برای یونی مثل  $Al^{3+}$  تعریف نمی‌شود، چون اتم  $Al$  بیش از ۳ الکترون از دست نمی‌دهد. به طریق مشابه، در این واکنش کاهندگی برای یون‌های  $Zn^{2+}$  و  $Cu^{2+}$  نیز تعریف نمی‌شود.

(ت) در واکنش‌های خودبه‌خودی، گونه‌های اکسند و کاهنده سمت چپ (واکنش‌دهنده‌ها) از گونه‌های اکسند و کاهنده سمت راست (فرآورده‌ها) قوی‌تر هستند و در واکنش خودبه‌خودی، اکسند و کاهنده قوی‌تر به ترتیب به کاهنده و اکسند ضعیف‌تر تبدیل می‌شوند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

(آرمین عظیمی)

۱۰۹- گزینه «۴»

مقایسه قدرت کاهندگی فلزها و قدرت اکسندگی کاتیون‌ها به صورت زیر است:

کاهندگی:  $C > A > D > Cu > B$

اکسندگی:  $B^{2+} > Cu^{2+} > D^{2+} > A^{2+} > C^{2+}$

بررسی عبارت‌ها:

(الف) قدرت کاهندگی فلز  $B$  از  $C$  کمتر است، بنابراین واکنشی میان فلز

$B$  و کاتیون  $C^{2+}$  رخ نمی‌دهد و می‌توان آن‌ها را کنار هم نگه داشت.





## شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۳»

(آزمین عظیمی)

بررسی گزینه‌ها:

۱) عنصر تکنسیم ( ${}_{43}\text{Tc}$ ) با منگنز ( ${}_{25}\text{Mn}$ ) که پنجمین عنصر دسته d در دوره چهارم است، هم گروه می‌باشد. رادیوایزوتوپ عنصرهای تکنسیم و فسفر در ایران نیز ساخته می‌شوند.

۲) در ایزوتوپ  ${}^{235}\text{U}$ ، مجموع شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها برابر با ۲۳۵ است. نوترون برخلاف پروتون بدون بار است. از طرفی چون تعداد پروتون‌ها و الکترون‌ها در اتم خنثی با هم برابر است، مجموع آن‌ها باید عددی زوج ( $2p$ ) باشد. این مجموع برابر ۱۸۴ است.

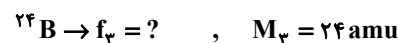
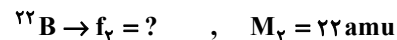
۳) چهارمین عنصر فراوان سیاره زمین، منیزیم ( ${}_{12}\text{Mg}$ ) بوده و یکی از عنصرهایی که ۱۲ الکترون در زیرلایه s دارد، باریم ( ${}_{86}\text{Ba}$ ) است. هر دو عنصر در گروه ۲ قرار داشته و یون پایدار  $X^{2+}$  ایجاد می‌کنند.

۴) با استفاده از اطلاعات موجود در هر خانه جدول، نمی‌توان تعداد نوترون‌های موجود در اتم‌های یک عنصر را تعیین کرد. بنابراین عدد جرمی اتم عنصر مورد نظر را نیز نمی‌توان مشخص کرد.

(شیمی ۱- کیوان؛ زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱۱۲- گزینه «۱»

(امیرعلی بیات)



$$\left. \begin{aligned} f_3 &= 4f_2 \\ f_1 + f_2 + f_3 &= 100\% \\ f_1 &= 10\% \end{aligned} \right\} \Rightarrow 10 + f_2 + 4f_2 = 100 \Rightarrow \begin{cases} f_2 = 18\% \\ f_3 = 72\% \end{cases}$$

$$\bar{M} = M_1 + \left(\frac{f_2}{100}\right)(M_2 - M_1) + \left(\frac{f_3}{100}\right)(M_3 - M_1)$$

$$= 20 + \frac{18}{100} \times (22 - 20) + \frac{72}{100} (24 - 20) = 23 / 24 \text{ amu}$$

(شیمی ۱- کیوان؛ زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۱۳- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

۱) در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، رنگ بنفش ناشی از بازگشت الکترون از لایه ششم به لایه دوم می‌باشد؛ در حالی که پیرامون هسته اتم بیش از ۶ لایه وجود دارد.

۲) آرایش الکترونی یون‌های  ${}_{3}\text{Li}^+$  و  ${}_{11}\text{Na}^+$  به ترتیب با آرایش الکترونی اتم‌های  ${}_{2}\text{He}$  و  ${}_{10}\text{Ne}$  یکسان می‌باشند و رنگ شعله آن‌ها به ترتیب قرمز و زرد است؛ بنابراین طول موج رنگ شعله X از Y بیشتر است.

۳) با افزایش شماره لایه‌های الکترونی، انرژی الکترون‌های قرار گرفته در آن‌ها افزایش یافته و اختلاف انرژی بین لایه‌های متوالی کاهش می‌یابد. از آنجایی که بین انرژی و طول موج پرتوها رابطه معکوس وجود دارد، می‌توان نتیجه گرفت با افزایش شماره لایه‌های الکترونی، طول موج پرتوهای آزاد شده افزایش می‌یابد.

۴) اگرچه مدل اتمی بور با موفقیت توانست طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند، اما توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر گونه‌ها با بیش از یک الکترون را نداشت؛ در نتیجه شکل ارائه شده توسط مدل بور قابل توجیه نیست.

(شیمی ۱- کیوان؛ زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

۱۱۴- گزینه «۱»

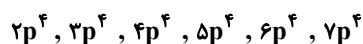
(فرشید مراری)

چون اختلاف شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها از قدرمطلق بار یون بیشتر نیست، بنابراین هر دو حالت  $n - e = 2$  و  $e - n = 2$  باید مورد بررسی قرار گیرند:

$$\left. \begin{aligned} e - p &= 2 \\ n + p &= 32 \\ n - e &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} n &= 18 \\ p &= 14 \\ e &= 16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow {}_{14}\text{Si}^{2-} \text{ (یون پایدار ندارد)}$$

$$\left. \begin{aligned} e - p &= 2 \\ n + p &= 32 \\ e - n &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} n &= 16 \\ p &= 16 \\ e &= 18 \end{aligned} \right\} \Rightarrow {}_{16}\text{S}^{2-}$$

از آنجایی که  ${}_{14}\text{Si}$  یون پایدار ندارد، عنصر مورد نظر  ${}_{16}\text{S}$  است که در گروه ۱۶ قرار دارد. زیرلایه آخر در این گروه به شکل  $np^4$  است.

مجموع  $(n+1)$  الکترون‌ها در آخرین زیرلایه عنصرهای گروه ۱۶

$$= 4((2+1) + (3+1) + (4+1) + (5+1) + (6+1) + (7+1)) = 132$$

(شیمی ۱- کیوان؛ زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴ و ۳۷)

۱۱۵- گزینه «۱»

(مهمرضا جمشیدی)

عبارت‌های (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیم تشکیل می‌دهد.

(پ) بوکسیت،  $\text{Al}_2\text{O}_3$  به همراه ناخالصی است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)





و از طرفی چون شرایط سؤال STP نمی‌باشد باید حجم مولی گاز اکسیژن در شرایط جدید را محاسبه کنیم. طبق رابطه زیر داریم:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = 546 + 273 = 819 \text{ K}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22 / 4}{273} = \frac{2 \times V_2}{819} \Rightarrow V_2 = 33 / 6 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\frac{\Delta \text{ اختلاف جرم } 5 / 4 \text{ g}}{216 \text{ g}} \times \frac{5 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{33 / 6 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 4 / 2 \text{ L } O_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴ و ۷۴ تا ۷۷)

۱۱۹- گزینه «۴» (آزمایی تئوری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) تا سال ۲۰۲۵، ۶۶ درصد مردم جهان با کمبود آب روبه‌رو خواهند شد.  
(۲) در محلول‌ها، حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر آن‌ها یکسان و یکنواخت است، اما در مخلوط آب و یخ، آب حالت مایع و یخ حالت جامد دارد؛ در نتیجه نمی‌تواند یک محلول محسوب شود.

(۳) در یون چند اتمی  $SO_4^{2-}$ ، بار الکتریکی ۲- به اتم خاصی تعلق ندارد بلکه متعلق به کل یون است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۷ و ۹۱ تا ۹۴)

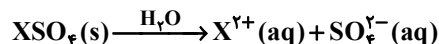
۱۲۰- گزینه «۲» (یاسر راش)

با استفاده از غلظت یون  $SO_4^{2-}$  و جرم محلول، جرم مولی حل‌شونده را حساب می‌کنیم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم } SO_4^{2-}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 2400 = \frac{\text{جرم } SO_4^{2-}}{100} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{جرم } SO_4^{2-} = 0 / 24 \text{ g}$$

با توجه به دو ظرفیتی بودن فلز X، فرمول شیمیایی سولفات آن به صورت  $XSO_4$  و معادله انحلال آن در آب به صورت زیر است:



بنابراین نسبت زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{\text{جرم } SO_4^{2-}}{\text{جرم } XSO_4} = \frac{\text{جرم مولی } SO_4^{2-}}{\text{جرم مولی } XSO_4} \Rightarrow \frac{0 / 24}{96} = \frac{96}{X + 96}$$

$$\Rightarrow X + 96 = \frac{37 \times 96}{24}$$

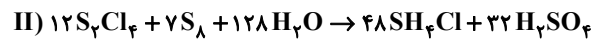
$$\Rightarrow \text{جرم مولی } X = 52 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

فلز مربوطه با توجه به اطلاعات سؤال،  $Cr$  می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۱۱۶- گزینه «۲»

معادله موازنه شده واکنش‌ها به صورت زیر است:



$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{2 + 10 + 4}{48 + 32} = \frac{16}{80} = 0 / 2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۱۷- گزینه «۳» (امیرمسین طیبی)

موارد الف، ب و ث به درستی بیان شده‌اند.

بررسی موارد:

الف) سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز داشته باشد؛ در نتیجه شمار عنصرها حداقل برابر با ۳ است.

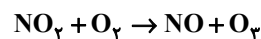
ب) مطابق جدول صفحه ۷۲ کتاب درسی این مورد درست است.

پ) دگرشکلی از اکسیژن که نقطه جوش بالاتری دارد، اوزون است.

ساختار لوویس اوزون:  $\text{:}\ddot{\text{O}}\text{:}=\ddot{\text{O}}\text{:}-\ddot{\text{O}}\text{:}$  (۳ جفت الکترون پیوندی)

ت) با توجه به این که با افزایش کیفیت خودروها،  $CO_2$  خارج شده از خودروها کاهش می‌یابد، می‌توان نتیجه گرفت میزان اثر گلخانه‌ای حاصل از آن‌ها کاهش یافته و بین دو مورد ذکر شده رابطه معکوس وجود دارد.

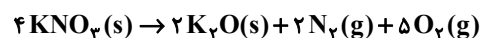
ث) موازنه تشکیل اوزون تروپوسفری به شکل زیر است:



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴ و ۷۰ تا ۷۶)

۱۱۸- گزینه «۱» (علیرضا بیانی)

با توجه به معادله موازنه شده واکنش زیر داریم:



با فرض سؤال که واکنش به‌طور کامل انجام شده است می‌توان گفت به ازای مصرف ۴ مول  $KNO_3$ ، ۲ مول  $K_2O$  تولید شده است که اختلاف جرم آن‌ها برابر است با:

$$(4 \text{ mol } KNO_3 \times \frac{101 \text{ g } KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3}) - (2 \text{ mol } K_2O \times \frac{94 \text{ g } K_2O}{1 \text{ mol } K_2O})$$

$$= 216 \text{ g} \text{ اختلاف جرم}$$

## شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۲»

(ممد رضا پوریاوید)

فقط عبارت سوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: اگر دو عنصر X و Y هم دوره باشند، بسته به این که در کجای جدول جای داشته باشند، ممکن است جزو هر کدام از دسته‌ها (فلزها، نافلزها) و شبه‌فلزها) باشند.

عبارت دوم: اگر این دو عنصر در یک گروه و یا در یک دوره قرار می‌گرفتند، حتماً عنصر بزرگ‌تر (X)، دارای خاصیت فلزی بیشتری بود؛ اما از آنجایی که اطلاعاتی دربارهٔ موقعیت عنصرها در جدول، در عبارت ذکر نشده است، این عبارت همواره درست نیست.

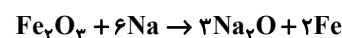
عبارت سوم: در صورت هم‌گروه بودن دو عنصر، X پایین‌تر از Y قرار می‌گیرد (چرا که شعاع بزرگ‌تری دارد) و در نتیجه عدد اتمی بیشتری خواهد داشت.

عبارت چهارم: برای مقایسهٔ میزان واکنش‌پذیری شیمیایی عنصرها با یکدیگر لازم است ابتدا مشخص کنیم که در کدام دسته از عناصر (فلزها، نافلزها و شبه‌فلزها) قرار دارند. از آنجا که در خصوص این دو عنصر با توجه به اطلاعات داده شده چنین امکانی وجود ندارد، نمی‌توان مقایسه‌ای بین واکنش‌پذیری شیمیایی آن‌ها انجام داد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برائیم؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۱۲۲- گزینه «۳»

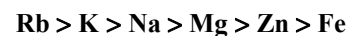
(امیرمسین طبی)

ابتدا جرم  $\text{Na}_2\text{O}$  تولیدی در اثر واکنش Na و  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  را حساب می‌کنیم:

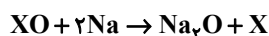
نمونه ناخالص  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  ۷۵g  $\times$  نمونه ناخالص  $\text{Na}_2\text{O}$  ۶۴g ?

$$\times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{3 \text{ mol Na}_2\text{O}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{62 \text{ g Na}_2\text{O}}{1 \text{ mol Na}_2\text{O}} = 55/8 \text{ g Na}_2\text{O}$$

با توجه به این که جرم  $\text{Na}_2\text{O}$  تولیدی در این واکنش از کل جرم  $\text{Na}_2\text{O}$  تولیدی کمتر است، نتیجه می‌گیریم که ناخالصی‌ها نیز با Na واکنش داده‌اند. می‌دانیم ترتیب واکنش‌پذیری فلزات داده شده به صورت زیر است:



در نتیجه  $\text{Rb}_2\text{O}$  و  $\text{K}_2\text{O}$  با Na واکنش نمی‌دهند. (رد گزینه‌های ۲ و ۴) گزینه‌های باقی‌مانده  $\text{MgO}$  و  $\text{ZnO}$  هستند که آن‌ها را به صورت XO فرض می‌کنیم.



$$\text{Na}_2\text{O} \text{ جرم} = 80/6 - 55/8 = 24/8 \text{ g}$$

$$\text{نمونه ناخالص } 25 \text{ g XO} \times \frac{\text{نمونه ناخالص } 64 \text{ g Na}_2\text{O}}{100 \text{ g Na}_2\text{O}} = ? \text{ g Na}_2\text{O}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol XO}}{\text{M g XO}} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{O}}{1 \text{ mol XO}} \times \frac{62 \text{ g Na}_2\text{O}}{1 \text{ mol Na}_2\text{O}} = 24/8 \text{ g Na}_2\text{O}$$

$$\Rightarrow \text{M} = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{M}_{\text{ZnO}} = 65 + 16 = 81 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} & \text{غ ق ق} \\ \text{M}_{\text{MgO}} = 24 + 16 = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} & \text{ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه اکسید مورد نظر  $\text{MgO}$  است.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برائیم؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۲۳- گزینه «۳»

(علیرضا بیانی)

عبارت سوم و پنجم نادرست است.

با توجه به فرض سؤال و این که جرم مولی آلکان و تعداد پیوندهای اشتراکی آلکان به ترتیب از رابطه  $14n+2$  و  $2n+1$  پیروی می‌کند.

$$\frac{\text{جرم مولی}}{\text{تعداد پیوندهای اشتراکی}} = \frac{14n+2}{2n+1} = 4/5 \Rightarrow n = 5$$

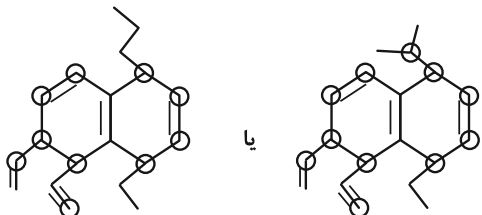
آلکان مورد نظر ۵ کربن دارد؛ پس فرمول آن به صورت  $\text{C}_5\text{H}_{12}$  می‌باشد. بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: آلکانی با ۵ کربن، اولین آلکان مایع در دمای اتاق می‌باشد؛ در نتیجه نقطه جوش آن از مابقی آلکان‌های مایع کمتر می‌باشد.

عبارت دوم: پنجمین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها  $\text{C}_6\text{H}_{12}$  می‌باشد که با  $\text{C}_5\text{H}_{12}$  تعداد H برابری دارند.

عبارت سوم و پنجم:  $\text{C}_5\text{H}_{12}$  دارای ۳ ایزومر می‌باشد و نام ۳-متیل بوتان غلط است.

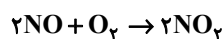
ت) طبق شکل زیر، در ترکیب داده شده، بیش از ۸ اتم کربن فقط به یک اتم هیدروژن متصل هستند. دقت شود که  $C_7H_8$  دو حالت دارد:



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۲۵- گزینه «۲» (امیرعلی بیات)

ابتدا باید واکنش دوم را موازنه کرد و  $\Delta H$  آن را به کمک آنتالپی‌های پیوند محاسبه کرد:



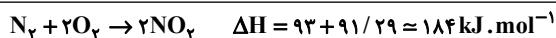
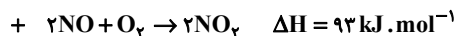
$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [2\Delta H_{(N=O)} + \Delta H_{(O=O)}]$$

$$-[2\Delta H_{(N-O)} + 2\Delta H_{(N=O)}] = \Delta H_{(O=O)} - 2\Delta H_{(N-O)}$$

حال با جای گذاری اعداد جدول خواهیم داشت:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = 495 - (2 \times 201) = 93 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

حال براساس قانون هس خواهیم داشت:



(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹ و ۷۳ تا ۷۷)

۱۲۶- گزینه «۳» (امیرعلی بیات)

اختلاف جرم مولی گوگرد دی‌اکسید ( $SO_2$ ) و اتیلن گلیکول

( $CH_2OHCH_2OH$ ) برابر  $2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  می‌باشد. در ساختار A و

B هم فقط دو نوع گروه عاملی دیده می‌شود.

B ← گروه عاملی آلدهیدی و الکلی


A ← گروه عاملی استری و الکلی

بررسی گزینه‌های نادرست:

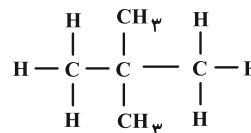
(۱) هر دو ماده، به دلیل داشتن گروه هیدروکسیل ( $-OH$ ) می‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

(۲) تعداد اتم‌های کربن مولکول A و B برخلاف تعداد اتم‌های اکسیژن آن‌ها با هم برابر است.

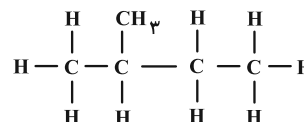
(۴) حضور پیوند دوگانه در حلقه همیشه نشان‌دهنده آروماتیک بودن ترکیب نیست.

ترکیب باید دارای ساختار  باشد.

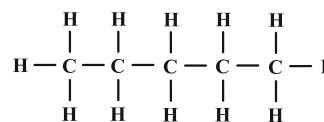
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲ و ۸۴)



دی متیل پروپان

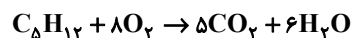


متیل بوتان



پنتان

عبارت چهارم؛ می‌دانیم که تقریباً  $\frac{1}{5}$  حجم هوا را اکسیژن تشکیل می‌دهد.



$$0.1 \text{ mol } C_5H_{12} \times \frac{8 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_5H_{12}} \times \frac{20 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2}$$

$$\times \frac{100 \text{ L هوا}}{20 \text{ L } O_2} = 80 \text{ L هوا}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۱۲۴- گزینه «۲» (امیرمسین ملازینل)

تنها مورد (پ) درست می‌باشد.

بررسی موارد:

(الف) ترکیب داده شده دارای دو حلقه غیربنزنی بوده و آروماتیک نمی‌باشد.

(ب) هیدروکربن داده شده دارای ۴ پیوند دوگانه و یک پیوند سه‌گانه می‌باشد؛ از

این رو با ۶ مول گاز هیدروژن (نه ۸ مول!) به‌طور کامل سیر می‌شود.

$$9/632 \times 10^{24} \text{ H} \times \frac{1 \text{ mol H}}{6/02 \times 10^{23} \text{ H}} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol H}} = 8 \text{ mol } H_2$$

(پ) فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت  $C_{19}H_{24}$  می‌باشد؛ بنابراین

۲۴ اتم هیدروژن دارد. اوکتن ( $C_8H_{16}$ ) نیز مجموعاً ۲۴ اتم دارد.



۱۲۷- گزینه «۳»

(امیرمسین حسن نژاد)

با افزایش دما، انحلال پذیری برخی نمکها مانند  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  و  $\text{CaCl}_2$  و انحلال پذیری گازها در آب کم می شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه های ۷۷ تا ۸۳ و ۹۶)

۱۲۸- گزینه «۱»

(معمرضا یمشیری)

مول اولیه:  $a \quad 0 \quad 0$ تغییرات مول:  $-3x \quad +x \quad +3x$ مول نهایی:  $a-3x \quad x \quad 3x$ 

$$\bar{R}_A = -\frac{\Delta n_A}{\Delta t} \Rightarrow 0/3 = -\frac{\Delta n_A}{40} \Rightarrow \Delta n_A = -12 \text{ mol}$$

$$3x = 12 \Rightarrow x = 4 \text{ mol}$$

$$\text{مول باقی مانده} \Rightarrow a - 3x + x + 3x = a + x = a + 4$$

$$a + 4 = 17 \Rightarrow a = 13 \text{ mol}$$

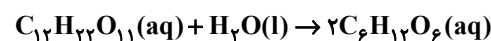
$$\Rightarrow A \text{ گرم } 13 \text{ mol } A \times \frac{39 \text{ g } A}{1 \text{ mol } A} = 507 \text{ g } A$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه های ۸۵ تا ۹۳)

۱۲۹- گزینه «۲»

(یاسر راش)

قند موجود در جوائنه گندم (مالتوز) مطابق واکنش زیر به گلوکز تبدیل می شود:



ابتدا لازم است جدول را تکمیل کنیم. در یک بازه زمانی معین از یک واکنش، نسبت اندازه تغییر غلظت مواد موجود در واکنش به ضریب استوکیومتری آنها یکسان است.

حالا دو بازه زمانی دلخواه را در نظر می گیریم تا  $a$  و  $b$  را به دست آوریم:

$$a = ? \Rightarrow (3-7) \text{ min} \Rightarrow \frac{(a-0/0.2)}{\text{ضریب گلوکز}} = -\frac{(0/0.85-0/0.9)}{\text{ضریب مالتوز}}$$

$$\xrightarrow{(*)} a = 0/0.3 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$b = ? \Rightarrow (0-1) \text{ min} \Rightarrow \frac{(0/0.1-0)}{\text{ضریب گلوکز}} = -\frac{(0/0.95-b)}{\text{ضریب مالتوز}}$$

$$\xrightarrow{(*)} b = 0/1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

در نهایت می توان نسبت مورد نظر را حساب کرد:

$$\frac{\bar{R} \text{ (مالتوز)} (0-7) \text{ min}}{\bar{R} \text{ (گلوکز)} (7-14) \text{ min}} = \frac{-(0/0.85-0/1)}{(0/0.4-0/0.3)} = \frac{3}{2}$$

نکته: با توجه به برابر بودن حجم و زمان مد نظر، نسبت سرعت ۲ ماده با نسبت اندازه تغییرات مول آن ها در زمان ذکر شده برابر است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه های ۸۵ تا ۹۳)

۱۳۰- گزینه «۳»

(فرشید مراری)

موارد دوم و چهارم نادرست هستند.

با توجه به تغییرات غلظت مواد از شروع واکنش تا دقیقه سوم (A شش مولار کاهش، B سه مولار کاهش و C نه مولار افزایش) درمی یابیم که فرم کلی واکنش به صورت  $2A + B \rightarrow 3C$  بوده است.

مورد اول:

غلظت اولیه:  $7 \quad 8 \quad 0$ 

$$7-2x \quad 8-x \quad +3x$$

$$C, A \Rightarrow \text{لحظه برابری غلظت } 7-2x = 3x \Rightarrow x = 1/4 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$C \text{ و } A \Rightarrow \text{مجموع غلظت واکنش دهنده ها در لحظه برابری غلظت } 7-2x + 8-x$$

$$= 15-3x = 15-4/2 = 10/8 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

مورد دوم: ماده جامد در طی انجام واکنش شیمیایی تغییر غلظت ندارد، اما همان طور که می بینیم غلظت ماده A در حال تغییر است.

مورد سوم:

غلظت اولیه:  $7 \quad 8 \quad 0$ 

$$\frac{7-2y}{3} \quad \frac{8-y}{6} \quad \frac{+3y}{6}$$

$$m \Rightarrow \text{لحظه } 8-y = 3y \Rightarrow y = 2 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

نکته: طبق قانون پایستگی جرم، جرم ظرف در همه لحظات واکنش ثابت است، بنابراین کل جرم موجود در ظرف در لحظه های صفر و  $m$  برابر می باشد.

$$A \text{ درصد جرمی} = \frac{3 \times 20}{7 \times 20 + 8 \times 50} \times 100 = \frac{60}{540} \times 100$$

$$= \frac{1}{9} \times 100 \approx 11/11\%$$

مورد چهارم: اگر در پایان دقیقه اول غلظت A به  $4/25$  مولار رسیده باشد،

یعنی  $2/75$  مولار از غلظت آن کاهش یافته و با فرض این که در دقیقه دوم هم همین مقدار از A مصرف بشود (که فرض اشتباهی است)، در مجموع دو دقیقه،  $5/5$  مولار از غلظت A کاسته و غلظت ماده C تولید شده برابر با

$$8/25 \quad (5/5 \times \frac{3}{2}) \text{ خواهد بود. که یعنی امکان رسیدن غلظت ماده C}$$

پس از دو دقیقه به این عدد وجود ندارد، زیرا همان طور که در شکل مشخص است (و غالب واکنش های طبیعت هم به همین شکل هستند)، با گذر زمان سرعت واکنش افت می کند و نمی تواند در دقیقه دوم به اندازه دقیقه اول محصول تولید کند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه های ۸۵ تا ۹۳)



# دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد  
(دوره دوم)  
۲ آذر

تعداد کل سوالات آزمون: ۲۰  
زمان پاسخ گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، سجاد محمدنژاد، حمید گنجی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف چینی و صفحه آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

## استعداد تحلیلی

وسط نقطه‌دار و دو حرف دیگر بی نقطه باشند. همچنین توجه کنیم حرف «پ ی» در حالت «غیر آخر» نقطه‌دار است.

$$۳۲ \times ۱۴ \times ۳۲ = ۱۴۳۳۶ \quad (۱) \text{ تعداد لغات:}$$

$$۱۴ \times ۱۸ \times ۱۵ = ۳۷۸۰ \quad (۲) \text{ تعداد لغات:}$$

$$۱۴۳۳۶ + ۳۷۸۰ = ۱۸۱۱۶ \quad \text{مجموع حالات:}$$

(هوش منطقی ریاضی)

(غریز شیره‌ممدلی)

## ۲۵۹- گزینه «۳»

در ستون سمت راست در ردیف سوم، قطعاً عدد ۴ قرار می‌گیرد، چرا که در آن ستون عددهای ۳ و ۵ هست و در ردیف وسط عددهای ۱ و ۲. با این حساب، علامت سؤال ردیف اول نیز قطعاً عدد ۲ است، چرا که در این ستون عددهای ۵، ۴ و ۳ و در ردیف نخست عدد ۱ هست:

$$۲ + ۴ = ۶$$

(هوش منطقی ریاضی)

(غریز شیره‌ممدلی)

## ۲۶۰- گزینه «۳»

جدول را حل می‌کنیم:

ردیف سوم به عدد سه نیاز دارد. این عدد نمی‌تواند در ستون‌های چهارم و پنجم باشد، چرا که این ستون‌ها این عدد را در خود دارند. پس در ستون دوم این ردیف عدد ۳ را قرار می‌دهیم. با همین استدلال عددهای ۴ و ۵ را نیز در این ردیف می‌گنجانیم. عددهای ۱ و ۲ نیز به همین طریق در ستون پنجم قرار می‌گیرد. عدد ۳ در ستون اول، عدد ۱ در ستون چهارم و عدد ۳ در ردیف پنجم به همین ترتیب معلوم می‌شود، ولی خانه‌های باقی‌مانده نامعلومند.

۱	۲	۳	۴	۵
۱		۱		۳
۲		۵		
۳	۲		۱	
۴				۳
۵	۱			۵

۱	۲	۳	۴	۵
۱		۱		۳
۲	۳	۵		۱
۳	۲	۳	۱	۵
۴			۱	۳
۵	۱		۳	۵

(هوش منطقی ریاضی)

(غریز شیره‌ممدلی)

## ۲۶۱- گزینه «۱»

فرض کنید عدد ۵ در خانه بالا چپ قرار بگیرد. عدد ۴ در تنها خانه باقی‌مانده در ردیف نخست و در تنها خانه باقی‌مانده در ستون نخست قرار می‌گیرد. در ستون دوم هم جایگاه عددهای ۴ و ۲ معلوم می‌شود. در ستون سوم جایگاه عددهای ۲ و ۵ و در ستون چهارم جایگاه عددهای ۲ و ۴ معلوم می‌شود.

۱	۲	۳	۴	۵
۱	۵	۱		۳
۲	۳	۵		۱
۳	۲	۳	۱	۵
۴			۱	۳
۵	۱		۳	۵

۱	۲	۳	۴	۵
۱	۵	۱	۴	۳
۲	۳	۵	۲	۴
۳	۲	۳	۱	۵
۴	۴	۲	۵	۱
۵	۱	۴	۳	۲

(هوش منطقی ریاضی)

## ۲۵۱- گزینه «۲» (ممیر اصفهانی)

واژه‌ی «شیتاد» است که متن را کامل می‌کند: جادوگر و شیتاد و نیرنگ‌باز.

(هوش کلامی)

## ۲۵۲- گزینه «۳» (ممیر اصفهانی)

کشور «آلمان» مدنظر است که حرف سوم آن «م» است.

(هوش کلامی)

## ۲۵۳- گزینه «۳» (ممیر اصفهانی)

شکل درست جمله، «گاه ظلمانی است و گاه نورانی»، شش نقطه دارد.

(هوش کلامی)

## ۲۵۴- گزینه «۱» (ممیر اصفهانی)

جمله‌ی مدنظر: «شیطان در فریفتن خلیفه‌ی خدا ناکام می‌ماند.»

کلمه‌ی بعد از «در»، «فریفتن» است.

(هوش کلامی)

## ۲۵۵- گزینه «۱» (ممیر اصفهانی)

احاطه: تسلط

(هوش کلامی)

## ۲۵۶- گزینه «۴» (ممیر اصفهانی)

شکل درست بیت دوم:

«ترک دیوی کنی ملک باشی / ز شرف برتر از فلک باشی»

(هوش کلامی)

## ۲۵۷- گزینه «۱» (ممیر اصفهانی)

حرف اضافه‌ی «متهم کردن»، «به» است نه «از»:

«متقابلاً یک‌دیگر را به آلودن و تباهی روح فاوست متهم می‌کردند.»

(هوش کلامی)

## ۲۵۸- گزینه «۳» (ممیر کبکی)

حروف نقطه‌دار الفبای فارسی:

ب پ ت ث ج چ خ ذ ز ژ ش ض ظ غ ف ق ن ی ← ۱۸ تا

حرف بی نقطه الفبای فارسی:

الف ح د ر س ص ط ع ک گ ل م و ه ی ← ۱۵ تا

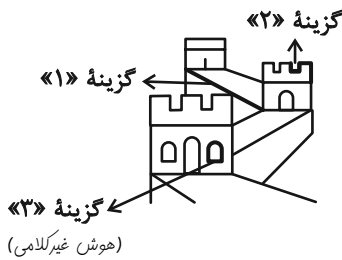
با شرط صورت سؤال که دو حرف نقطه‌دار آن نباید در کنار هم قرار بگیرند، می‌توانیم دو حالت را در نظر بگیریم: (۱) حرف وسط بی نقطه باشد. (۲) حرف



(غریز شایر ممدرلی)

۲۶۷- گزینه «۴»

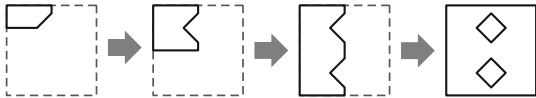
قسمتهایی که در شکل های دیگر گزینه ها نیست:



(کتاب استعداد/تلقی هوش کلامی)

۲۶۸- گزینه «۱»

مراحل تا را پس از طرح و برش، برعکس طی می کنیم:

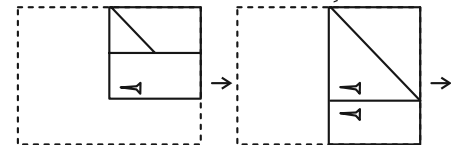


(هوش غیر کلامی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۹- گزینه «۳»

شکل صورت سؤال پس از باز شدن کاغذ، طبق مراحل زیر:

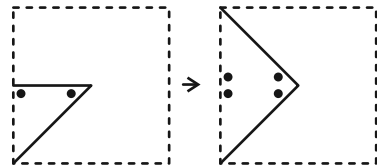


(هوش غیر کلامی)

(سیار ممدرنزار)

۲۷۰- گزینه «۴»

مراحل باز شدن کاغذ گزینه پاسخ و تبدیل به شکل صورت سؤال پس از سوراخ شدن:



(هوش غیر کلامی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۲- گزینه «۲»

می توان گفت در الگوی صورت سؤال، همه عددها یک واحد بیش تر از دو برابر عدد قبلی است. معلوم است که عدد نخست انتخابی بوده است:

$$2 \xrightarrow{\times 2+1} 5 \xrightarrow{\times 2+1} 11$$

پس الگو به این شکل ادامه می یابد:

۲, ۵, ۱۱, ۲۳, ۴۷, ۹۵, ۱۹۱, ۳۸۳, ۷۶۷, ۱۵۳۵

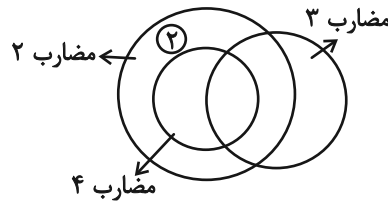
سومین عدد سمت راست عدد ۴۷، عدد ۳۸۳ است که دومین عدد سمت چپ عدد ۱۵۳۵ است.

(هوش ریاضی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۳- گزینه «۱»

در الگوی صورت سؤال، اعداد مضرب ۲، اعداد مضرب ۳ و اعداد مضرب ۴ در سه دایره رسم شده اند. دقت کنید عددهای مضرب ۴، همگی مضرب ۲ هم هستند، ولی نه برعکس. با این حساب، عدد ۲ باید بیرون از دسته اعداد مضرب ۴ قرار بگیرد.



(هوش منطقی ریاضی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۴- گزینه «۴»

الگوی ثابت:

$$(6+9) \div 5 = 3, 3+5 = 8, 8+5 = 13$$

$$(10+14) \div 8 = 3, 3+8 = 11, 11+8 = 19$$

$$(6+6) \div 12 = 1, 1+12 = 13, 13+12 = 25$$

$$(7+5) \div 3 = 4, 4+3 = 7, 7+3 = 10 \neq 11$$

(هوش منطقی ریاضی)

(سیار ممدرنزار)

۲۶۵- گزینه «۴»

$$1017 \div 3 = 339$$

$$2564 \div 4 = 641$$

$$3210 \div 5 = 642$$

$$6 \times 809 = 4854$$

(هوش منطقی ریاضی)

و داریم:

(فاطمه راسخ)

۲۶۶- گزینه «۳»

این قسمت مشخص شده شکل گزینه «۳» در شکل صورت سؤال نیست:



(هوش غیر کلامی)