

دفترچه شماره ۱

پیش آزمون

۶



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



تاریخ پیش آزمون: آذرماه ۱۴۰۳

پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سوفصل دهم	سوفصل یازدهم	سوفصل دوازدهم
حسابان	—	فصل ۵ (تا ابتدای پیوستگی، تا صفحه ۱۴۶)	فصل ۳
هندسه	—	فصل ۱ (درس ۳)	فصل ۲ (درس‌های ۲ و ۳: دایره و بیضی) (صفحه ۴۰ تا ۵۰)
گسسته	فصل ۷ (درس‌های ۲ و ۳: آمار) (صفحه ۴۳)	فصل ۳ (آمار توصیفی)	فصل ۲ (تا ابتدای احاطه‌گری تا صفحه ۴۳)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳



ریاضیات

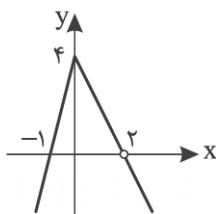
-۱ حد تابع $f(x) = \frac{x^3 + ax + b}{x + [-3x]}$ کدام است؟
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ در $x = 1$ موجود و از حد چپ آن در نقطه $x = -1$ واحد بیشتر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

-۱/۲ (۲)

-۱/۴ (۱)



-۲ نمودار تابع f به صورت زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)}{|x-2|}$ کدام است؟

۲/۲۵ (۱)

۱/۷۵ (۲)

-۲/۲۵ (۳)

-۱/۷۵ (۴)

-۳ تابع خطی f مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \sqrt[3]{f(x)}}{x^2 - x} = 2$ باشد، مقدار $f(2)$ کدام است؟

۵ (۴)

-۷ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

باشد، مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a - \sqrt{(b-2)x+4}}{x} = 3$ اگر

۳ (۴)

-۵ (۳)

-۶ (۲)

۴ (۱)

اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{f(x)}}{f(x-2)} = n$ و $f(x) = mx + m$ مقدار n کدام است؟

-۱/۲ (۴)

۱/۲ (۳)

-۱/۴ (۲)

۱/۴ (۱)

-۶ در شکل زیر، نمودار تابع خطی $y = f(x)$ و سهمی $y = g(x) = (ax+b)f(x)$ رسم شده است. با فرض موجود بودن

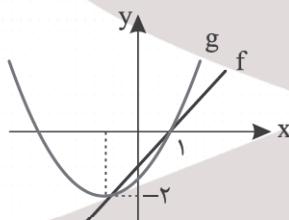
مقدار آن کدام است؟

-۲ (۱)

۲ (۲)

۱/۲ (۳)

-۱/۲ (۴)



محل انجام محاسبات

-۱۴ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{cax + b \cos \frac{\pi x}{3}}{ax^2 - 6x + 9b} = -\infty$ ، حدود c کدام است؟

$c < \frac{1}{9}$ (۴)

$c < -\frac{1}{9}$ (۳)

$c < \frac{1}{6}$ (۲)

$c > -\frac{1}{6}$ (۱)

-۱۵ اگر $f(x) = \frac{e^{x-1} - 3^{x+1}}{e^{1+2x} + 3^{x+1}}$ مقدار $f(x) - 2f(-2x)$ چه عددی است؟

$-\frac{9}{8}$ (۴)

$-\frac{3}{4}$ (۳)

$-\frac{5}{4}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

-۱۶ مجانب افقی تابع $f(x) = x(\sqrt{\frac{4x}{x+1}} - 2)$ کدام است؟

$y = -1$ (۴)

$y = 4$ (۳)

$y = 0$ (۲)

$y = -4$ (۱)

-۱۷ تابع $f(x) = \frac{2x^3 - 5x - 3}{ax^3 + (2a-1)x - 1}$ فقط یک مجانب قائم دارد. برای a چند مقدار مختلف به دست می‌آید؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

-۱۸ اگر $f(x) = \frac{-4}{x^2 - 2x - 3}$ و $g(x) = \frac{k}{x+1}$ تنها نقطه تلاقی مجانب‌های $f + g$ باشد، فاصله A تا مبدأ مختصات کدام می‌تواند باشد؟

۳ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

۲ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

-۱۹ ذوزنقه قائم‌الزاویه محیطی با قاعده‌های به طول طبیعی $a > b$ به مساحت ۱۷ واحد مربع را در نظر بگیرید. اندازه شعاع دایره محاطی ذوزنقه چند واحد است؟

$\frac{11}{34}$ (۴)

$\frac{6}{17}$ (۳)

$\frac{17}{18}$ (۲)

$\frac{17}{36}$ (۱)

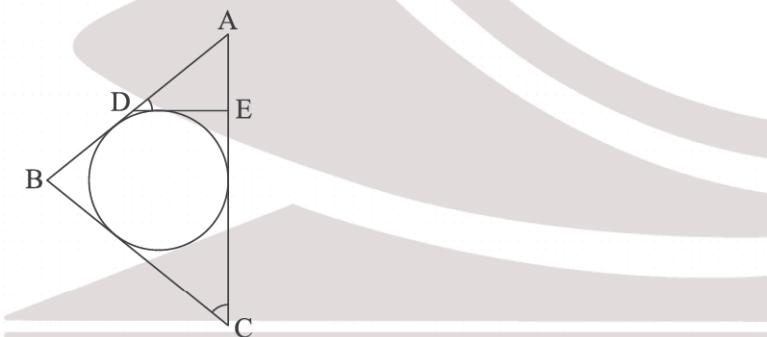
-۲۰ در شکل زیر پاره خط DE بر دایرة محاطی مثلث ABC مماس است. اگر $B\hat{C}A = A\hat{D}E$ و $AE = 5$ ، $BD = 8$ ، $AD = 7$ باشد، طول پاره خط DE کدام است؟

۶ (۱)

۷ (۲)

$7/5$ (۳)

۸ (۴)



محل انجام محاسبات

- ۲۱- مساحت مثلثی سه برابر محیط آن است. حاصل $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$ در آن مثلث کدام است؟ (r_a, r_b, r_c به ترتیب شعاع دایره‌های محاطی خارجی اضلاع a, b و c هستند).

$$\frac{1}{\lambda} (4)$$

$$\frac{1}{4} (3)$$

$$\frac{1}{6} (2)$$

$$\frac{1}{3} (1)$$

- ۲۲- در ذوزنقه محاطی و محیطی $ABCD$ ، اندازه شعاع دایره محاطی برابر با طول قاعده کوچک ذوزنقه (AB) است. اگر N محل برخورد

امتداد ساق‌های ذوزنقه باشد، شعاع دایره محیطی مثلث $\triangle DCN$ چند برابر AB است؟

$$\frac{25}{12} (2)$$

$$\frac{41}{10} (1)$$

$$\frac{41}{15} (4)$$

$$\frac{25}{24} (3)$$

- ۲۳- نسبت مساحت شش‌ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع ۲ به مساحت شش‌ضلعی منتظم محیطی این دایره کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} (2)$$

$$\frac{4}{3} (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} (4)$$

$$\frac{3}{4} (3)$$

- ۲۴- اگر دایره به معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ کوچک‌ترین دایره‌ای باشد که محور طول‌ها و نیمساز ناحیه اول دستگاه مختصات را

قطع کرده و روی این دو خط به ترتیب وترهایی به طول ۱۲ و ۴ جدا کند، در این صورت $a + b + c$ کدام است؟

$$-12 (2)$$

$$-44 (1)$$

$$44 (4)$$

$$12 (3)$$

- ۲۵- دایره C به شعاع ۴ بر دایره $M(1, -\sqrt{3})$ در نقطه $x^2 + y^2 = 4$ مماس خارج است. دایره C بر کدام یک از خطوط زیر مماس

می‌باشد؟

$$x = 7 (2)$$

$$x = 1 (1)$$

$$y = 3\sqrt{3} - 4 (4)$$

$$y = 3\sqrt{3} + 4 (3)$$

- ۲۶- چند مثلث $\triangle ABC$ قابل رسم است به طوری که $BC = 12$ ، $AC = 17$ و AB برابر با $\frac{17}{3}$ و محیط مثلث برابر ۳۲ باشد؟

$$1 (4)$$

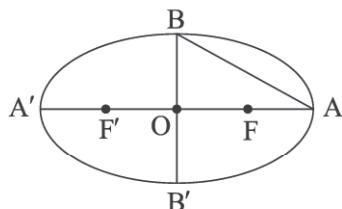
$$2 (3)$$

$$4 (2)$$

$$1) هیچ$$

محل انجام محاسبات

- ۲۷- در بیضی زیر $A'B' = A'F'$ است. نسبت طول قطر کوچک بیضی به فاصله کانونی آن چقدر است؟ (F و F' کانون‌های بیضی هستند)



$$\sqrt{2\sqrt{3}-3}$$

$$\sqrt{3+2\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{2\sqrt{2}-1}$$

$$\sqrt{2\sqrt{2}+1}$$

- ۲۸- دایره C به قطر AB در رئوس کانونی بیضی E_1 و E_2 بر آن مماس است. نقطه F مرکز بیضی E_2 است که رئوس کانونی آن بر دایره C و کانون‌های آن بر بیضی E_1 قرار گرفته است. اگر خروج از مرکز بیضی E_2 برابر با $\frac{1}{3}$ باشد، اندازه قطر کوچک این بیضی کدام است؟

$$1/5$$

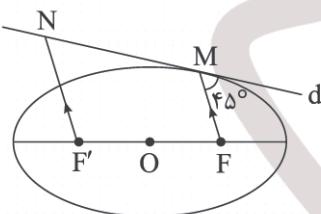
$$4\sqrt{2}$$

$$3/2$$

$$2\sqrt{2}$$

- ۲۹- مطابق شکل خط d در نقطه M بر بیضی با کانون‌های F و F' مماس است. اگر طول پاره خط MF برابر $\sqrt{7} + 5$ و فاصله M تا مرکز

$(F'N \parallel FM) 2F'N + 2FM + F'M$ کدام است؟



$$25$$

$$30$$

$$35$$

$$45$$

- ۳۰- بدنه داخلی یک بیضی با فاصله کانونی ۱۳ و طول قطر بزرگ ۱۵، از جنس آینه است. اشعه نوری بر کانون F' تابیده شده و پس از عبور از آن در نقطه M روی بیضی بازتاب می‌کند. اگر $\angle MF' = 7$ باشد، زاویه بین پرتو بازتاب و خط مماس بر بیضی در نقطه M چند درجه است؟

$$60$$

$$45$$

$$30$$

$$15$$

- ۳۱- در گراف G از مرتبه $p=5$ و $\delta=2$ می‌باشد. $N[b] = \{a, b, c\} = N[c]$ و $N(a) = \{b, c, d, e\}$ است. گراف G شامل چند دور است؟

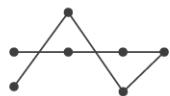
$$4$$

$$3$$

$$2$$

$$1$$

محل انجام محاسبات



- ۳۲- گراف G چند مسیر به طول حداقل یک دارد؟

- ۱۵ (۱)
۲۸ (۲)
۲۱ (۳)
۳۶ (۴)

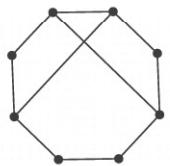
- ۳۳- در گراف G رابطه $p+q=8$ برقرار است. اگر G همبند باشد، چند گراف ساده قابل رسم است؟

- ۵ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۱ (۱)

- ۳۴- چند گراف مختلف با مجموعه رأس $\{a, b, c, d\}$ وجود دارد که $N_G[a] \subseteq N_G[b]$ باشد؟

- ۱۸ (۴) ۱۶ (۳) ۱۲ (۲) ۱۱ (۱)

- ۳۵- در گراف زیر دور به طول m وجود دارد. مجموع مقادیر m کدام است؟



- ۲۱ (۱)
۱۸ (۲)
۲۳ (۳)
۲۵ (۴)

- ۳۶- یک یال به گراف P_n طوری اضافه می‌کنیم تا گراف به دست آمده غیرمنتظم بوده و فقط یک رأس از درجه ۱ داشته باشد. اگر مجموع

درجات گراف جدید برابر ۱۴ باشد n کدام است؟

- ۹ (۲) ۶ (۱)
۸ (۴) ۷ (۳)

- ۳۷- در دو کلاس یک آزمون ۱۰ نمره‌ای گرفته شده است. نمرات به صورت زیر بوده است:

کلاس A: ۱, ۳, ۵, ۵, ۳, ۲, ۷, ۷, ۶, ۵

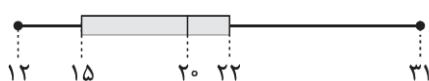
کلاس B: ۲, ۴, ۴, ۲, ۷, ۷, ۸, ۱۰, ۱۰

یکی از افراد کلاس A را به کلاس B منتقل می‌کنیم، به طوری که میانگین هر دو کلاس کاهش پیدا کند. نمره این فرد کدام بوده است؟

- ۹ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

محل انجام محاسبات

-۳۸- نمودار جعبه‌ای ۹ دادهٔ صحیح به صورت زیر است. بیشترین مقدار میانگین داده‌ها کدام است؟



$$\frac{56}{3} (1)$$

$$18 (2)$$

$$19 (3)$$

$$\frac{179}{9} (4)$$

-۳۹- جدول زیر، جدول فراوانی داده‌های x_i می‌باشد. اگر مد داده‌ها a باشد، حاصل $\frac{a}{Q_3 - \bar{x}}$ کدام است؟

داده	۳	۴	۵	۷	۸	۹
فراوانی	۱	۲	۶	۱	۴	۹

$$9 (2)$$

$$8 (1)$$

$$10 (4)$$

$$7 (3)$$

-۴۰- ۵۵ داده داریم. به داده x_1 مقدار a واحد اضافه و از داده x_2 مقدار a واحد کم می‌کنیم. با این کار واریانس داده‌های جدید $1/4$ از

واریانس داده‌های قبلی بیشتر می‌شود. اگر $x_2 - x_1 = 1/5$ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

$$5 (4)$$

$$3 (3)$$

$$2 (2)$$

$$1 (1)$$

محل انجام محاسبات



دفترچه شماره ۲

پیش آزمون

۶



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ پیش آزمون: آذرماه ۱۴۰۳

پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	۷۱	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل نهم	سرفصل هشتم
فیزیک	—	فصل ۳ (تا سر موج)	فصل ۳
شیمی	—	(از صفحه ۵۰ تا انتهای فصل) (از صفحه ۲۸ تا انتهای فصل)	فصل ۱

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



۴۱- در حرکت هماهنگ ساده‌ای طول پاره خط نوسان برابر 40 cm است. اگر حداقل مدت زمان لازم برای رسیدن نوسانگر از یک انتهای پاره خط نوسان به وضع تعادل برابر $2s$ باشد، معادله مکان – زمان نوسانگر در SI کدام است؟

$$x = 0/2 \cos(5\pi t) \quad (4) \quad x = 0/4 \cos(\frac{5\pi}{2} t) \quad (3) \quad x = 0/2 \cos(\frac{5\pi}{2} t) \quad (2) \quad x = 0/4 \cos(5\pi t) \quad (1)$$

۴۲- اگر مبدأ مکان مرکز نوسان باشد، چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت هماهنگ ساده این نوسانگر درست است؟

الف) نیروی وارد بر نوسانگر همواره به سمت مرکز نوسان است.

ب) در لحظه‌ای که جسم به دامنه نوسان می‌رسد، تکانه آن صفر است.

ج) در هر دوره نوسان، بردار مکان نوسانگر دو بار تغییر علامت می‌دهد.

د) در لحظاتی که بردار مکان نوسانگر منفی است، علامت شتاب حرکت نیز منفی است.

$$1) \quad 1/4 \quad 2) \quad 3/3 \quad 3) \quad 2/2 \quad 4) \quad 1/1$$

۴۳- معادله حرکت هماهنگ ساده نوسانگری در SI به صورت $x = 0/0.5 \cos(4\pi t)$ می‌باشد. در لحظه‌ای که نوسانگر از وضع تعادل عبور

$$\text{می‌کند، تندی نوسانگر چند } \frac{\text{cm}}{\text{s}} \text{ است؟ } (\pi = 3)$$

$$1) \quad 0/6 \quad 2) \quad 2/2 \quad 3) \quad 6/0 \quad 4) \quad 4/4$$

۴۴- نوسانگر وزنه - فنری در یک دوره تناوب، مدت زمانی برابر 2 s ثانیه به صورت کندشونده حرکت می‌کند. اگر طول پاره خط مسیر برابر 20 cm و جرم جسم برابر 10 g باشد، انرژی جنبشی آن هنگام عبور از وضع تعادل چند میلی ژول است؟ ($\pi^3 = 10$)

$$1) \quad 2/5 \quad 2) \quad 1/25 \quad 3) \quad 12/5 \quad 4) \quad 2/25$$

۴۵- نمودار مکان – زمان دو نوسانگر هماهنگ ساده A و B مطابق شکل است. بیشینه شتاب نوسانگر A چند برابر بیشینه شتاب نوسانگر B است؟



۴۶- ساعتی با حرکت یک آونگ ساده که نخ آن فلزی است، کار می‌کند. اگر بخواهیم این ساعت عقب بیافتد، کدام‌یک از فرایندهای زیر را باید انجام دهیم؟

۱) جرم گلوله آونگ را بیشتر کنیم.

۲) دمای محیط اطراف آونگ را کم کنیم.

۳) اگر بخواهیم دوره نوسانگر آونگ ساده‌ای 20 درصد افزایش یابد، کدام‌یک از موارد زیر را می‌توانیم انجام دهیم؟

۱) جرم وزنی متصل به آونگ را 20 درصد افزایش دهیم. ۲) طول آونگ را 20 درصد افزایش دهیم.

۳) جرم وزنی متصل به آونگ را 44 درصد افزایش دهیم. ۴) طول آونگ را 44 درصد افزایش دهیم.

۴۷- کدام‌یک از گزینه‌های زیر در حرکت نوسانی ساده درست است؟

۱) دوره تناوب نوسانگر وزنه - فنر به دامنه حرکت آن بستگی دارد.

۲) اگر تاب را با بسامدهایی بیشتر یا کمتر از بسامد طبیعی آن هل دهیم، دامنه نوسان بزرگ‌تر از حالتی خواهد شد که تاب با بسامد طبیعی هل داده شود.

۳) در لحظاتی که شتاب نوسانگر ساده در حال کاهش است، حرکت نوسانگر تندشونده است.

۴) در لحظاتی که انرژی پتانسیل نوسانگر در حال کاهش است، حرکت نوسانگر کندشونده است.

۴۸- در حرکت هماهنگ ساده در لحظاتی که اندازه شتاب در حال کاهش است.....

۱) انرژی مکانیکی در حال افزایش است. ۲) انرژی پتانسیل نوسانگر در حال افزایش است.

۳) حرکت جسم تندشونده است. ۴) نوسانگر در حال دور شدن از مرکز نوسان است.

- ۵۰- نوسانگر ساده وزنه - فنری در مدت ۹۰ ثانیه ۱۲۰ مرتبه طول پاره خط نوسان را طی می کند. اگر جرم وزنه ۳۶ درصد کاهش و ضربی سختی فنر را ۴ برابر کنیم، دوره نوسان این نوسانگر چند ثانیه می شود؟

۱/۸ (۴)

۱/۲ (۳)

۰/۶ (۲)

۰/۳ (۱)

- ۵۱- در یک حرکت هماهنگ ساده به معادله $x = A \cos(\frac{2\pi}{T}t)$ در بازه زمانی $t = 10s$ تا $t = 10s$ چند ثانیه حرکت تندشونده است؟

۵/۵ (۴)

۵/۲۵ (۳)

۵ (۲)

۴/۷۵ (۱)

- ۵۲- جسمی به جرم m به فنری با ثابت $K = 640 \frac{N}{m}$ متصل بوده و بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی در حال حرکت هماهنگ ساده با معادله $x = 1 \cos(10\pi t)$ است. در لحظه‌ای که تندی نوسانگر $\frac{1}{4}$ بیشینه تندی نوسانگر است، انرژی پتانسیل نوسانگر چند ژول است؟

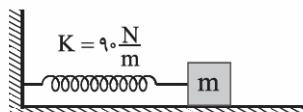
۳ (۴)

۱/۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۶ (۱)

- ۵۳- در شکل زیر، وزنه متصل به فنر روی سطح افقی بدون اصطکاکی حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد. اگر حداقل زمان بین دو بار تغییر جهت حرکت وزنه برابر $5\pi/2$ ثانیه باشد، جرم وزنه چند کیلوگرم است؟ ($\pi = 3$)



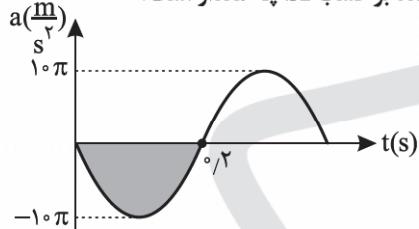
۱/۵ (۲)

۳/۵ (۴)

۰/۵ (۱)

۲/۵ (۳)

- ۵۴- نمودار شتاب - زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است. اندازه مساحت ناحیه مشخص شده بر حسب SI چه مقدار است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

- ۵۵- معادله سرعت - مکان نوسانگری در SI به صورت $v = 100x^3 + 100x^7$ است. در مدت زمان یک دوره، مسافت طی شده توسط نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

۴۰ (۴)

۱۰ (۳)

۸۰ (۲)

۲۰ (۱)

- ۵۶- در حرکت هماهنگ ساده در کدام حالت، حرکت نوسانگر الزاماً تندشونده است؟

(۱) مکان ذره منفی و شتاب آن مثبت باشد.
(۲) مکان ذره مثبت و سرعت آن منفی باشد.

(۳) مکان ذره مثبت و شتاب آن منفی باشد.
(۴) مکان ذره مثبت و سرعت آن مثبت باشد.

- ۵۷- نخی به طول ۱۶۰ cm را به دو قسمت تقسیم کرده و با هر یک از آنها یک آونگ ساده می‌سازیم. اگر دوره یکی از آونگ‌ها ۳ برابر

دیگری باشد، اختلاف بسامد دو آونگ چند Hz است؟ ($\pi^2 = 10$)

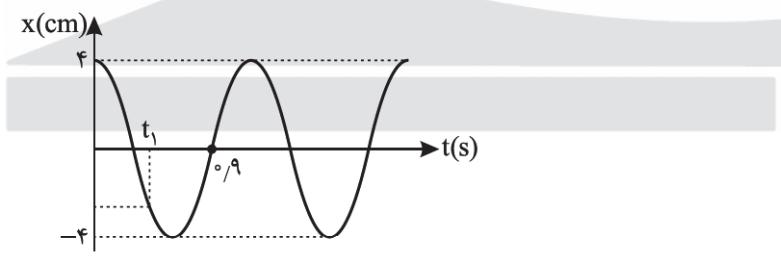
۶ (۴)

۵/۶ (۳)

۳/۲ (۲)

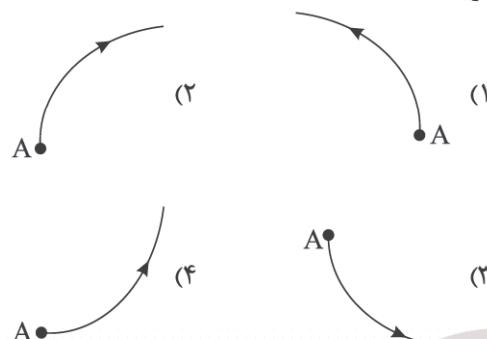
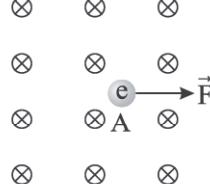
۲/۳ (۱)

- ۵۸- نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل زیر است. شتاب نوسانگر در لحظه $t_1 = 0.5s$ چند $\frac{m}{s^2}$ است؟ ($\pi^2 = 10$)

 $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ (۱) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{18}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۹- در فضای میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی مانند شکل زیر، الکترونی با تندی ثابت ۷ شلیک شده است و در لحظه t جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون در نقطه A بیشینه و به سمت راست است. از این لحظه به بعد مسیر حرکت الکترون، مطابق با کدام گزینه است؟



- ۶۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) اتم‌های مواد پارامغناطیس و دیامغناطیس به طور ذاتی خاصیت مغناطیسی ندارند.

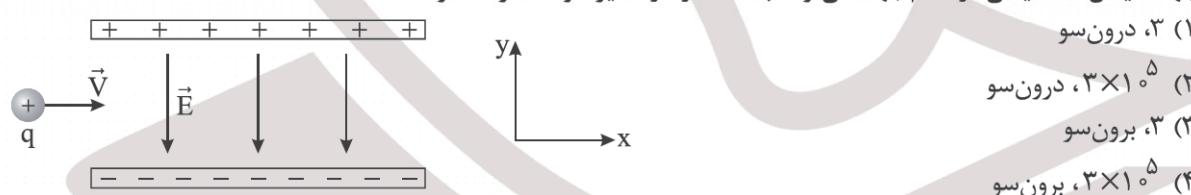
ب) در حضور میدان مغناطیسی قوی، مواد پارامغناطیس به مقدار مختصراً خاصیت آهنربایی پیدا می‌کند.

ج) میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی یک ماده دیامغناطیس شود و میدانی در خلاف سوی میدان خارجی تولید کند.

د) در حضور میدان خارجی، مرز حوزه‌های ماده فرومغناطیس نرم به سرعت تغییر می‌کند و با حذف میدان خارجی، حوزه‌های مغناطیسی به سرعت به شکل اولیه خود بازمی‌گردند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

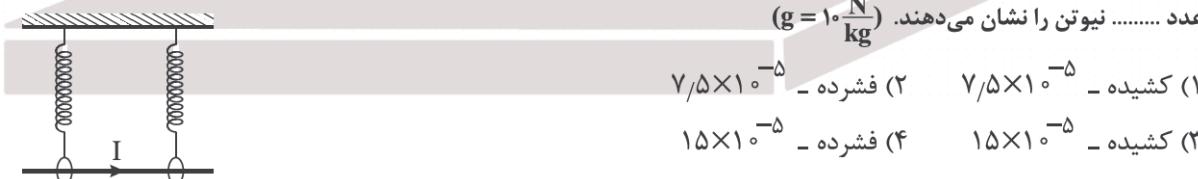
۶۱- مطابق شکل زیر ذره باردار مثبتی با وزن ناچیز و با سرعت \vec{v} در امتداد محور Xها وارد فضای شامل میدان الکتریکی یکنواخت $E = 36 \frac{N}{C}$ و میدان مغناطیسی یکنواخت $(B = 12G)$ که بر هم عمود هستند، می‌شود. به ترتیب تندی این ذره چند واحد SI و جهت میدان مغناطیسی در کدام جهت می‌تواند باشد تا ذره از مسیر خود منحرف نشود؟



۶۲- توسط سیمی به شعاع مقطع ۳ mm یک سیم‌لوله ساخته‌ایم. اگر حلقه‌های سیم بدون فاصله کنار هم چیده شده باشند و روی هم قرار نگیرند، با عبور جریان الکتریکی $6A$ ، بزرگی میدان مغناطیسی روی محور سیم‌لوله چند گاوس می‌شود؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۲۴

۶۳- یک سیم حامل جریان $5A$ به طور افقی و در راستای غرب به شرق از دو نیروسنجد آویزان شده و در میدان مغناطیسی زمین به بزرگی $5G$ که جهت آن رو به شمال است، قرار گرفته است. اگر جرم هر متر از این سیم $40mg$ باشد، نیروسنجد ها شده و هر یک عدد نیوتون را نشان می‌دهند. ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



۶۴- کدامیک از موارد زیر در حضور میدان مغناطیسی قوی خاصیت مغناطیسی ضعیف پیدا می‌کند؟

- (۱) نیکل (۲) مس (۳) پلاتین (۴) فولاد

محل انجام محاسبات

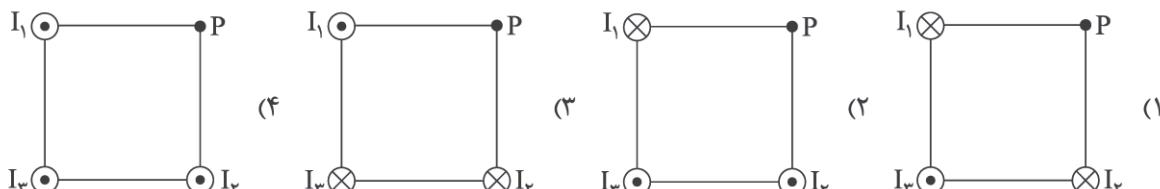
۶۵- سیم روکش داری به طول ۷۲ متر را به صورت یک سیم‌لوله به طول ۱۲ cm که شعاع هر حلقه آن ۲ cm است، درآورده و جریان الکتریکی ۵ آمپر را از آن می‌گذرانیم. بزرگی میدان مغناطیسی در وسط سیم‌لوله و به دور از لبه سیم‌لوله چند گاوس است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$)

(۴) ۳۰۰

(۳) ۳

(۲) $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{50}$

۶۶- ۳ سیم راست با جریان الکتریکی یکسان، عمود بر صفحه کاغذ قرار دارند. در کدام یک از شکل‌های زیر، میدان مغناطیسی حاصل از ۳ سیم، در رأس چهارم مرربع (نقطه P)، بیشتر است؟



۶۷- ذره‌ای به جرم $4g$ دارای بار $4\mu C$ بوده و با تندی $2/5 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در راستای سطح افقی به طرف شرق در حرکت است. کمترین بزرگی میدان مغناطیسی چند تسلو و در کدام جهت باشد، تا مسیر حرکت ذره تغییر نکند؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و از میدان مغناطیسی زمین صرف نظر می‌شود).

(۱) $0/0^4$ - رو به شمال (۲) $0/0^4$ - رو به جنوب (۳) $0/0^4$ - رو به شمال (۴) $0/0^4$ - رو به جنوب

۶۸- مطابق شکل زیر یک میله رسانا به طول ۵۰ cm و جرم $750 g$ بر روی دو پایه رسانا به صورت آزاد در یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو به بزرگی $0/5 T$ قرار گرفته است. اگر مقاومت الکتریکی این میله رسانا 20Ω باشد، بیشترین نیروی محرکه‌ای که می‌تواند، بااتری داشته باشد تا جریان در مدار برقرار باشد، چند ولت است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و مقاومت سیم‌های رابط ناچیز است)



۶۹- در شکل زیر، با بستن کلید، سیم‌لوله تبدیل به آهنربا می‌شود، به طوری که نقطه A، قطب و نقطه B، قطب می‌شود.



(۱) N.N

(۲) S.N

(۳) N.S

(۴) S.S

۷۰- یک ذره باردار به جرم ۵ میلی‌گرم و بار الکتریکی $20 \mu C$ روی سطح افقی بدون اصطکاک با تندی $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت $0/4 T$ که جهت این میدان عمود بر سطح افقی و بسیار گسترده است، شلیک می‌شود. شعاع انحنای مسیر این ذره چند متر است؟

(۴) ۲۵

(۳) ۱۵

(۲) ۱۰

(۱) ۵

محل انجام محاسبات

شیمی

۷۱

کدام موارد درباره نفت خام درست است؟

- آ) حدود نیمی از آن به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود.
- ب) در برج تقطیر، بین ارتفاع خروج برش‌های نفتی و نقطه جوش آنها رابطه مستقیم وجود دارد.
- پ) بخش عمده‌ای از هیدروکربن‌های آن، با وجود واکنش پذیری زیاد به عنوان سوخت مصرف می‌شود.
- ت) کمتر از ۱۰ درصد از آن به عنوان ماده اولیه برای تولید سایر فراورده‌ها به کار می‌رود.
- ۱) آوت ۲) ب و پ ۳) آ، پ و ت ۴) ب و ت

۷۲

کلمات کدام گزینه، جاهای خالی را به درستی تکمیل می‌کند؟

- آ) آلانی با ۱۹ پیوند اشتراکی آلانی با ۱۸ اتم هیدروژن، در دمای اتاق مایع است.
- ب) با افزایش درصد جرمی کربن در آلانهای راست‌زنگیر، گران روی آنها می‌باید.
- پ) مجموع تعداد اتم‌های سازنده یک مولکول سیکلوهگزان این تعداد در نفتالن است.
- ۱) مانند - افزایش - برابر ۲) برخلاف - افزایش - بیشتر از ۳) مانند - کاهش - برابر

۷۳

کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) تفاوت نقطه جوش دو آلان دارای ۱۴ و ۱۷ اتم کربن، کمتر از تفاوت نقطه جوش دو آلان با ۴ و ۷ اتم کربن است.
- ۲) یک آلان شاخه‌دار با زنجیر اصلی ۵ کربن، نمی‌تواند دو شاخه فرعی اتیل داشته باشد.
- ۳) نام آلانی با ۸ اتم کربن، نمی‌تواند ۵ - اتیل هگزان باشد.
- ۴) درصد جرمی کربن در سیکلوهگزان و ششمین عضو آلانها برابر است.

۷۴

چه تعداد از نام‌گذاری‌های زیر درست است؟



۷۵

ب) $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_2\text{CH}(\text{CH}_2)\text{CH}(\text{CH}_2)\text{CH}(\text{CH}_2)_2$ 

۷۶

ت) ۲ و ۴ و ۶ - تری‌متیل اوکتان



۲)

۳)

۴)

۳)

۴)

۲)

۳)

۶)

۱)

- اگر تنها ۱۶ درصد از جرم یک آلان را هیدروژن تشکیل داده باشد، این آلان چند ایزومر با زنجیر اصلی پنج کربن خواهد داشت؟
- $(\text{H} = 1, \text{C} = 12: \text{g.mol}^{-1})$

۴)

۳)

۵)

۲)

۵)

۱)

- اگر به جای همه اتم‌های هیدروژن اتیلن، گروه متیل قرار گیرد، کدام مورد رخ می‌دهد؟

- ۱) دیگر با برم مایع واکنش نمی‌دهد.
- ۲) گشتاور دوقطبی آن افزایش چشمگیری می‌باید.
- ۳) نقطه جوش آن، همانند فراریت، افزایش می‌باید.

۲)

۱)

۳)

۴)

- اگر نسبت تعداد اتم‌های هیدروژن به کربن در آلانی برابر $\frac{7}{3}$ باشد، برای سوختن یک مول از آلانینی با تعداد کربن برابر، چند مول اکسیژن مورد نیاز است؟

۸/۵)

۴)

۷)

۳)

۵/۵)

۲)

۴)

۱)

- اگر به جای همه اتم‌های هیدروژن ترکیب نفتالن، گروه متیل جایگزین شود، کدامیک از شرایط زیر به وجود می‌آید؟
- $(\text{H} = 1, \text{C} = 12: \text{g.mol}^{-1})$

۱)

۲)

۳)

۴)

۱)

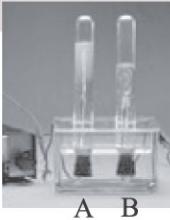
۲)

۳)

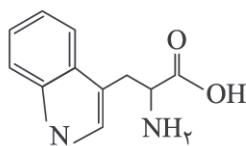
۴)

- ۱) جرم مولی ترکیب حاصل، ۲ برابر جرم مولی نفتالن خواهد بود.
- ۲) گشتاور دوقطبی ترکیب به صورت محسوسی بیشتر می‌شود.
- ۳) نسبت تعداد پیوندهای اشتراکی نفتالن به ترکیب حاصل برابر $0/5$ می‌باشد.
- ۴) نقطه جوش ترکیب حاصل در مقایسه با نفتالن بیشتر شده اما گران روی ترکیب تغییر جدی نخواهد داشت.

محل انجام محاسبات

- ۷۹ کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست است؟ ($C = ۱۲$, $H = ۱$: g.mol $^{-۱}$)
- آ) درصد جرمی کربن در نفتالن بیشتر از بنزن است.
 - ب) تعداد پیوندهای اشتراکی نفتالن و هشتمنی عضو خانواده آلکن‌ها برابر است.
 - پ) نفت سفید نسبت به بنزن آسان‌تر جاری می‌شود.
 - ت) تفاوت جرم مولی استیلن و نفتالن از جرم مولی هفتمنی آلکان بزرگ‌تر است.
- (۱) آ، ب و ت (۲) ب، پ و ت (۳) آ و پ (۴) ب و پ
- ۸۰ مخلوطی از یک آلکان و یک آلکن گازی شکل، در شرایط STP، ۵۶ لیتر حجم دارد. در اثر واکنش این مخلوط با برمر و تبدیل آن به ترکیبات آلی سیرشده، ۴۰ گرم به جرم مخلوط افزوده می‌شود. درصد مولی آلکن در مخلوط اولیه کدام است؟ ($Br = ۸۰$ g.mol $^{-۱}$)
- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵
- ۸۱ در اثر سوختن کامل ۵/۰ مول از یک هیدروکربن مول‌های برابری از CO_2 و آب که مجموعاً ۱۲۴ گرم جرم دارند، تولید می‌شود. فرمول مولکولی این هیدروکربن کدام است؟ ($C = ۱۲$, $H = ۱$, $O = ۱۶$: g.mol $^{-۱}$)
- (۱) C_4H_8 (۲) C_2H_6 (۳) C_4H_6 (۴) C_3H_4
- ۸۲ چند مورد از مطالب زیر درست است؟
- طول عمر ذخایر زغال سنگ، حدود ۵۰۰ سال برآورد شده است.
 - ارزش سوختی زغال سنگ و همچنین تنوع آلاینده‌های حاصل از سوختن آن از بنzin گستر است.
 - زغال سنگ می‌تواند به عنوان سوخت جایگزین نفت شود، اما باعث تشدید اثر گلخانه‌ای می‌شود.
 - برای به دام انداختن SO_2 حاصل از سوختن زغال سنگ می‌توان در واکنش با CaO ، آن را به $CaSO_4$ تبدیل کرد.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۸۳ سلول سوختی متان - اکسیژن یک نوع سلول است که در قطب مثبت آن می‌یابد.
- (۱) الکترولیتی - O_2 ، کاهش (۲) گالوانی - CH_4 ، اکسایش (۳) الکترولیتی - CH_4 ، اکسایش (۴) گالوانی - O_2 ، کاهش
- ۸۴ در سلول سوختی متان - اکسیژن به ازای مصرف ۸/۰ گرم متان چند مول الکترون بین گونه‌های اکسیده و کاهنده مبادله می‌شود؟ (بازده فرایند را ۷۵٪ در نظر بگیرید.)
- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۲ (۴) ۰/۴
- ۸۵ پس از موازنۀ واکنش‌های زیر، تعداد الکترون مبادله شده در کدام واکنش از بقیه بیشتر است؟
- (۱) $CH_4 + H_2O \rightarrow CO + H_2$ (۲) $NH_3 + O_2 \rightarrow NO + H_2O$ (۳) $C_2H_6 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$ (۴) $Fe + O_2 \rightarrow Fe_2O_3$
- ۸۶ چه تعداد از مطالب زیر در مورد سلول گالوانی و سلول الکترولیتی نادرست است؟
- در سلول‌های گالوانی برخلاف الکترولیتی، الکترون‌ها از قطب منفی خارج شده و به سمت قطب مثبت جریان می‌یابند.
 - در سلول الکترولیتی، در قطب منفی اکسایش رخ داده و به جرم تیغه فلزی افزوده می‌شود.
 - در سلول الکترولیتی، الکترولیت، یک ترکیب یونی مذاب یا محلول یک ماده در آب است.
 - در هر دو نوع سلول، در آند نیم‌واکنش اکسایش و در کاتد نیم‌واکنش کاهش رخ می‌دهد.
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۸۷ شکل زیر مربوط به فرایند برقکافت آب است. با توجه به آن چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($O = ۱۶$, $H = ۱$: g.mol $^{-۱}$)
- 
- (۱) الکترود A به قطب مثبت باتری وصل شده است.
- (۲) در مدار بیرونی الکترون‌ها از الکترود A به سمت B در حرکت هستند.
- (۳) محیط اطراف الکترود A و B در محلول به ترتیب اسیدی و بازی هستند.
- (۴) جرم گاز تولیدی در الکترود B $\frac{1}{4}$ برابر جرم گاز تولیدی در الکترود A است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات



-۸۸- نسبت بیشترین عدد اکسایش اتم کربن به کمترین عدد اکسایش اتم کربن در گونه داده شده کدام است؟

- (۱) $+\frac{2}{3}$
 (۲) $-\frac{2}{3}$
 (۳) $-1/5$
 (۴) $+1/5$

-۸۹- در مورد خوردنگی آهن، کدام موارد نادرست است؟

- (آ) در این فرایند، آب علاوه بر نقش الکتروولیت، به عنوان یک اکسنده در نیم واکنش کاهش شرکت می‌کند.
 (ب) نیم واکنش کاتدی در جایی که غلظت O_2 زیاد است، انجام می‌شود.
 (پ) جهت حرکت کاتیون‌های آهن در قطره آب، خلاف جهت الکترون‌ها در قطعه آهن است.
 (ت) با کاهش هر مول O_2 در نیم واکنش کاتدی، ۲ مول یون هیدروکسید تولید می‌شود.

- (۱) پ و ت
 (۲) ب، پ و ت
 (۳) آ، ب و ت
 (۴) آ، پ و ت
- ۹۰- کدام موارد زیر درباره برقکافت مخلوط مذاب $MgBr_2$ و $FeCl_2$ درست است؟ (می‌دانیم کاهندگی $Fe < Cl_2 < Mg$ و اکسندگی Br_2 است.)

(آ) در کاتد، نخست اکسنده قوی‌تر یعنی Mg^{2+} کاهش می‌یابد.

(ب) در قطب مثبت، ابتدا کاهندگه قوی‌تر یعنی Br^- اکسایش می‌یابد.

(پ) در قطب منفی، شاعع گونه شرکت‌کننده در واکنش با تبادل الکترون افزایش می‌یابد.
 (ت) در انتهای واکنش لایه‌ای از منیزیم روی آهن رسوب کرده و در کاتد می‌نشیند.

- (۱) آ و ب
 (۲) آ و ت
 (۳) ب و ت
 (۴) آ و ت
- ۹۱- در مورد روش‌های حفاظت از آهن در برابر خوردنگی، کدام مورد درست است؟

(آ) برای حفاظت کاتدی از آهن، می‌توان از فلزاتی همچون Zn و Mg استفاده کرد، چون E° مثبت‌تری از آهن دارند.

(ب) در آهن گالوانیزه، حتی پس از خراش نیز از آهن در برابر خوردنگی محافظت می‌شود.

(پ) نیم واکنش کاتدی انجام شده در آهن گالوانیزه و حلبی (پس از خراش) یکسان است.

(ت) همانند حلبی، برای حفاظت کاتدی از بدنه کشتی نیز می‌توان از قطعات فلز قلع استفاده کرد.

- (۱) ب و پ
 (۲) ب، پ و ت
 (۳) آ و پ
 (۴) آ، ب و ت

-۹۲- اگر الکتریسته حاصل از اکسایش ۳۲ گرم متان در سلول سوختی متان - اکسیژن برای برقکافت منیزیم کلرید مذاب مصرف شود، چند لیتر گاز کلر در فرایند برقکافت (در شرایط STP) آزاد می‌شود؟ (بازدهی سلول سوختی ۷۵ و بازده سلول برقکافت ۶۰ درصد $CH_4 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$ و اکنش‌ها موازن شوند).
 $MgCl_2 \rightarrow Mg + Cl_2$ است. ($C = 12$, $H = 1 : g.mol^{-1}$)

$$179/2 \quad 89/6 \quad 107/52 \quad 80/64$$

(۱) ۱۷۹/۲
 (۲) ۸۹/۶
 (۳) ۱۰۷/۵۲
 (۴) ۸۰/۶۴

-۹۳- برای آبکاری شیر آب با کروم، از محلول یک مolar Cr^{3+} و تیغه گرافیتی به عنوان آند استفاده می‌شود. اگر هر شیر آب با $78/0$ گرم کروم پوشش داده شود، پس از آبکاری 40 عدد شیر آب، غلظت Cr^{3+} باقیمانده چند مolar خواهد بود و در نیم واکنش آندی چند لیتر گاز O_2 با چگالی $\frac{g}{L}$ $16/6$ تولید می‌شود؟ (حجم محلول Cr^{3+} را ثابت و برابر با یک لیتر در نظر بگیرید. در آند نیم واکنش اکسایش آب انجام می‌شود). ($O = 16$, $Cr = 52 : g.mol^{-1}$)

$$9 - 12 - 12 - 9$$

(۱) ۹
 (۲) ۱۲
 (۳) ۹
 (۴) ۱۲

-۹۴- کدام عبارت درباره آبکاری اشیا آهنی با نقره درست است؟

(۱) جسم آهنی باید به قطب مثبت باتری وصل شود.

(۲) نیم واکنش کاتدی $Fe^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Fe(s)$ است.

(۳) محلولی از نقره نیترات به عنوان الکتروولیت استفاده می‌شود.

(۴) نیم واکنش انجام شده در قطب منفی $Ag(s) \rightarrow Ag^+(aq) + e^-$ است.

-۹۵- در فرایند هال، به ازای تولید 810 گرم فلز آلومینیم، چند گرم از جرم تیغه‌های آند کاسته می‌شود؟ (بازده سلول را 75 درصد در نظر بگیرید). ($Al = 27$, $C = 12$, $O = 16 : g.mol^{-1}$) (واکنش را موازن کنید).

$$480 \quad 202/5 \quad 360 \quad 270$$

محل انجام محاسبات



پیشی آزمون شماره ۶
آذرماه ۱۴۰۳



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابات	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	مهریار شریف - ابوالفضل فروغی
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب - حسن محمدبیگی علیرضا شیرازی - احمد رضا فلاح - فرنوش لک	داریوش امیری - فاطمه فرجی
۳	گستته	رضا توکلی	رضا توکلی - مصطفی دیداری	مهریار شریف - فاطمه فرجی
۴	فیزیک		جواد قزوینیان	محمد رضا خادمی - مهریار شریف
۵	شیمی	مسعود جعفری	محسن خوشدل - مراد مدقالچی	محمد داود آبادی - کارو محمدی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
 زهرا احدی - امیر علی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقیزاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کanal Telegram @taraaznet مراجعه نمایید.

مرکز نجات آموزش مدرس برتر



حسابان

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - g(x)}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - (ax + b)f(x)}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)(1 - ax - b)}{(x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)(-ax - 1)}{(x - 1)(x + 1)} \\ &= \frac{a}{2} f(-1) = -a = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۱ صحیح است.

شرط آنکه حاصل حد برابر $\frac{1}{b}$ (یعنی مخالف صفر) باشد آن است که مخرج کسر هم برابر صفر شود. پس $a = 1$ است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos 2x}} &= \lim_{x \rightarrow \pi^+} -\sqrt{\frac{\sin^2 x}{1 - \cos 2x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi^+} -\sqrt{\frac{\sin^2 x(1 + \sqrt{1 - \cos 2x} + \sqrt{1 - \cos 2x})}{1 - \cos 2x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi^+} -\sqrt{\frac{2 \sin^2 x}{\sin^2 x}} = -\sqrt{2} \Rightarrow b = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x \cos 2x}{x^2 (1 + \cos x \sqrt{\cos 2x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x (\cos^2 x - 1)}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2\cos^2 x + \cos^2 x}{2x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos^2 x)(1 + 2\cos^2 x)}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{2x^2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۱ صحیح است.

$$g(x) = f(x + \frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{4}) = \cos 2x$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{g(x)}{\sqrt{1 - \sqrt{f(x)}}} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\cos 2x}{\sqrt{1 - \sqrt{\sin 2x}}} \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\cos 2x \sqrt{1 + \sqrt{\sin 2x}}}{\sqrt{1 - \sin 2x}} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\sqrt{2} \cos 2x \sqrt{1 + \sin 2x}}{\sqrt{1 - \sin^2 2x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{2 \cos 2x}{|\cos 2x|} = -2 \end{aligned}$$

گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{مخرج} = x - 2x^2 = -x(2x - 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{-3a + 6}{x} = -\infty$$

$$\Rightarrow -3a + 6 > 0 \Rightarrow a < 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{-3a + 4}{x} = -\infty$$

$$\Rightarrow -3a + 4 < 0 \Rightarrow a > \frac{4}{3}$$

$$\frac{4}{3} < a < 2 \Rightarrow -8 < -4a < -\frac{16}{3} \Rightarrow [-4a] = -8, -7, -6, -5$$

گزینه ۴ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \sin 2x = \infty$$

پس صورت باید در همسایگی $\frac{\pi}{2}$ عددی منفی باشد.

گزینه ۱ صحیح است.

تابع $[x^2 - 3x]$ در $x = 1$ حد ندارد. به شرطی f در این نقطه حد دارد که صورت کسر برابر صفر شود.

$$x^2 + ax + b = \underset{x=1}{\cancel{1+a+b}} \Rightarrow b = -1-a$$

$$f(x) = \frac{x^2 + ax - 1 - a}{x + [-3x]} = \frac{(x-1)(x+1+a)}{x+[-3x]}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + 4 \Rightarrow \underset{0}{\cancel{0}} = \frac{-2(+a)}{-1+3} + 4$$

پس $a = 4$ است.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{1 \times (3+a)}{2-a} = -1/4$$

گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 4 & x < 0 \\ -2x + 4 & x \geq 0, x \neq 2 \end{cases}$$

$$\text{جواب حد} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-2x + 4}{x - 2} + \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)}{4x+4} = -2 - \frac{1}{4} = -2/25$$

گزینه ۴ صحیح است.

صورت کسر در $x = 1$ برابر صفر است. پس $f(1) = -1$ است. فرض کنید $f(x) = a(x-1) - 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \sqrt[3]{f(x)}}{x(x-1)} \times \frac{1 - \sqrt[3]{f(x)} + \sqrt[3]{f'(x)}}{1 - \sqrt[3]{f(x)} + \sqrt[3]{f'(x)}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + f(x)}{\sqrt[3]{x(x-1)}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + a(x-1) - 1}{\sqrt[3]{x(x-1)}}$$

$$= \frac{a}{\sqrt[3]{1}} = 2 \Rightarrow a = 6$$

$$\Rightarrow f(x) = 6(x-1) - 1 \Rightarrow f(2) = 5$$

گزینه ۳ صحیح است.

برای آنکه حد به صورت مبهم باشد، باید صورت کسر برابر صفر باشد، پس $a = 2$ است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \sqrt{(b-2)x+4}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - (b-2)x - 4}{x(2 + \sqrt{(b-2)x+4})}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-(b-2)x}{x \times 4} = \frac{-b+2}{4} = 3$$

$$\Rightarrow b = -1 \Rightarrow \frac{b}{a} = -5$$

گزینه ۲ صحیح است.

به ازای $x = 1$ ، مخرج کسر برابر صفر است پس باید صورت کسر هم صفر باشد و در نتیجه $f(1) = 4$ است و آنجا، $m = 2$ است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{f(x)}}{f(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{2x+2}}{2x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - 2x - 2}{(2x-2)(2 + \sqrt{2x+2})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2(x-1)}{4 \times 2(x-1)} = -\frac{1}{4}$$

گزینه ۴ صحیح است.

به شرطی حد وجود دارد که $f(-1) = g(-1)$ باشد. پس طول رأس سه‌می -1 است. پس $g(-3) = 0$ است. پس $g(-3) = 0$ است.

$$g(-1) = f(-1) \Rightarrow (b-a)f(-1) = f(-1) \Rightarrow b-a = 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$$



یافت نمی شود. a

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{ریشه مخرج} = \text{ریشه صورت}$$

$$\Rightarrow 9a + 6a - 4 = 0 \Rightarrow a = \frac{4}{15} \checkmark$$

$$\frac{a}{4} - a + \frac{1}{3} - 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \checkmark$$

پس برای a، ۳ مقدار مختلف یافت می شود.

۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$f+g = \frac{-4}{(x+1)(x-3)} + \frac{k}{x+1} = \frac{-4+kx-3k}{(x+1)(x-3)}$$

$$f+g = \frac{kx-3k-4}{(x+1)(x-3)}$$

X = ۳ یا X = -۱ ریشه صورت هستند.

$$X = ۳ : 3k - 3k - 4 = 0 \Rightarrow \text{غیرممکن شد}$$

$$X = -1 \Rightarrow -k - 3k - 4 = 0 \Rightarrow k = -1$$

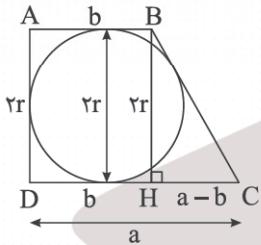
$$f+g = \frac{-1}{x-3} \Rightarrow A \Big|_3 \Rightarrow OA = 3$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{مجانب قائم} \quad \text{مجانب افقی}$$

هندسه

۱۹. گزینه ۲ صحیح است.

می دانیم: در چهارضلعی محیطی مجموع دو به دوی اضلاع رو به رو با هم برابر است.



$$\text{نصف محیط} P(r) = \frac{S}{P} \quad (1)$$

$$S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{(a+b)2r}{2} = (a+b)r \quad (2)$$

$$\text{محیطی ABCD} : a+b = 2r+BC$$

$$\Rightarrow 2P = a+b+2r+BC = 2(a+b) \Rightarrow P = a+b \quad (3)$$

$$\Rightarrow BC = a+b-2r \Rightarrow BHC(H=90^\circ) : BC^2 = BH^2 + CH^2$$

$$\Rightarrow (a+b-2r)^2 = (2r)^2 + (a-b)^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 4r^2 + 2ab - 4ar - 4br = 4r^2 + a^2 + b^2 - 2ab$$

$$r = \frac{ab}{a+b} \rightarrow S = (a+b) \times \frac{ab}{a+b} = ab$$

$$\Rightarrow S = ab = 17 \Rightarrow a = 17, b = 1 \quad (a, b \in \mathbb{N}, a > b)$$

$$\Rightarrow P = 17+1 = 18 \rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{17}{18}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۷)

۲۰. گزینه ۱ صحیح است.

دو مثلث ABC و ADE به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند، زیرا داریم:

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{A} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{v}{AC} = \frac{d}{15} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \begin{cases} AC = 21 \\ BC = 3DE \end{cases} \quad (*)$$

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x^2 + 2} - x^2}{x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x^2 + 2 - x^4}{x(\sqrt{x^4 - x^2 + 2} + x^2)} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{x} = 0 - 1 = -1$$

۱۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$f(2x) = \frac{2ax+b}{2cx+d}, f^{-1}(2x) = \frac{-2dx+b}{2cx-a}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(2x)} = \frac{\frac{-dx+b}{cx-a}}{\frac{2ax+b}{2cx+d}} = \frac{-2dc}{2ac} = -\frac{d}{a}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(2x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{ax+b}{cx+d}}{\frac{-2dx+b}{2cx-a}} = \frac{2ac}{-2dc} = -\frac{a}{d}$$

$$-\frac{d}{a} = -\frac{a}{d} \Rightarrow a^2 = d^2 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{ax+b}{cx+a} \\ f(x) = \frac{ax+b}{cx-a} \end{cases}$$

تلaci مجانبها روی نیمساز نواحی هستند.

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

در ابتدا X = ۲ ریشه مضاعف مخرج است. پس مخرج عامل $(x-2)^2$ دارد.

$$ax^2 - 6x + 9b = a(x-2)^2$$

$$\Rightarrow ax^2 - 6x + 9b = ax^2 - 4ax + 4a \Rightarrow 4a = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$9b = 4a \Rightarrow 9b = 6 \Rightarrow b = \frac{2}{3}$$

حال صورت کسر باید به ازای $x = 2$ عددی منفی باشد.

$$4ac + b(-\frac{1}{2}) < 0 \Rightarrow 3c - \frac{1}{3} < 0 \Rightarrow c < \frac{1}{9}$$

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x^{x-1} - x^{x+1}}{2x^x + 3^{x+1}} = \frac{x^x (\frac{1}{4} - 3 \cdot (\frac{3}{4})^x)}{x^x (2 + 3 \cdot (\frac{3}{4})^x)}$$

$$f(x) = \frac{\frac{1}{4} - 3 \cdot (\frac{3}{4})^x}{2 + 3 \cdot (\frac{3}{4})^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow -\infty} f(-2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$= -1 - \frac{1}{4} = -\frac{5}{4}$$

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x \frac{\frac{4x}{x+1} - 4}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \frac{-4}{4(x+1)} = -1$$

به کمک مزدوج داریم:

$y = -1$

مجانب افقی

۱۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = \frac{(x-3)(2x+1)}{ax^2 + (2a-1)x - 1}$$

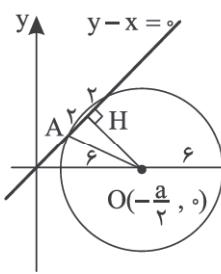
$$a = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{(x-3)(2x+1)}{-x-1} \Rightarrow x = -1$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 4a^2 - 4a + 1 + 4a = 0 \Rightarrow 4a^2 + 1 = 0$$

غرق

مرکز نجات آموزش مارس برتر

پایه دوازدهم . پیشآزمون ۶ . پاسخنامه ریاضی فیزیک



۲۴. گزینه ۳ صحیح است.

دایره مفروض کوچکترین دایره‌ای است که از محور طول‌ها وتری به طول ۱۲ جدا کرده است، پس قطر این دایره ۱۲ و شعاع آن ۶ واحد و مرکز آن روی محور طول‌ها است. می‌دانیم در هر دایره، شعاع عمود بر هر وتر، آن وتر را نصف می‌کند.

$$OH = \frac{|a|}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta AOH : 6^2 = 4 + \frac{\frac{|a|}{\sqrt{2}}}{2} \Rightarrow 36 = 4 + \frac{a^2}{8} \Rightarrow a^2 = 8 \times 32$$

$$\xrightarrow{a > 0} a = -16$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \sqrt{16^2 - 4c} \Rightarrow 36 = 64 - c$$

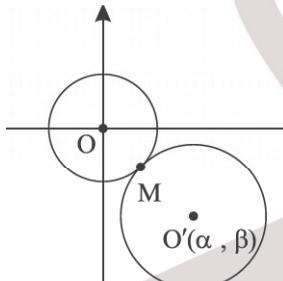
$$\Rightarrow c = 28$$

$$a + b + c = -16 + 0 + 28 = 12$$

(هندرسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۱ و ۳۶)

بنابراین:

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.



$$x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow \{O(0, 0), R = 2\}$$

فرض می‌کنیم $O'(\alpha, \beta)$ باشد، داریم:

$$OO' = 6 \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (\beta - 0)^2} = 6 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 36$$

(۲) خط گذرا از نقاط O و M از O' نیز می‌گذرد.
بنابراین معادله خط گذرا از O و M (خط d) را یافته سپس مختصات O' را در آن صدق می‌دهیم.

$$m_{OM} = \frac{-\sqrt{3}}{1-0} = -\sqrt{3} \xrightarrow{0 \in d} d : y = -\sqrt{3}x$$

$$O'(\alpha, \beta) \in d \Rightarrow \beta = -\sqrt{3}\alpha$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 36 \xrightarrow{\beta = -\sqrt{3}\alpha} \alpha^2 + 3\alpha^2 = 36 \Rightarrow 4\alpha^2 = 36$$

$$\xrightarrow{\alpha > 0} \alpha = 3 \Rightarrow \beta = -3\sqrt{3} \Rightarrow O'(3, -3\sqrt{3})$$

با توجه به آنکه شعاع دایره C برابر ۴ است، پس این دایره می‌تواند بر خط $7x = 3 + 4 = 7$ مماس باشد.

(هندرسه دوازدهم، صفحه ۳۶)

۲۶. گزینه ۱ صحیح است.

بنابر فرض سؤال می‌نویسیم:

$$AB + AC + BC = ۲۲ \Rightarrow \text{محیط}$$

$$\xrightarrow{BC=12} AB + AC = ۲۰$$

پس مجموع فاصله‌های A از دو سر پاره خط BC برابر مقدار ثابت ۲۰ است. بنابراین A روی بیضی با کانون‌های B و C و مقدار ثابت ۲۰ قرار دارد. به طوری که: $2a = 20 \Rightarrow a = 10$, $2c = BC = 12$

تمام اضلاع چهارضلعی $DECB$ بر دایره مماس هستند، پس این چهارضلعی محیطی است و در نتیجه داریم:

$$DE + BC = BD + EC \Rightarrow DE + BC = 8 + 16 = 24$$

$$\xrightarrow{(*)} DE + 2DE = 24 \Rightarrow 4DE = 24 \Rightarrow DE = 6$$

(هندرسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{P-a}{S} + \frac{P-b}{S} + \frac{P-c}{S} = \frac{3P-(a+b+c)}{S}$$

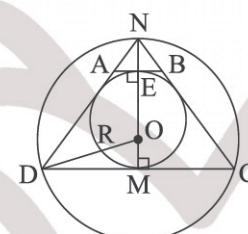
$$= \frac{3P-2P}{S} = \frac{P}{S} = \frac{1}{6}$$

(هندرسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ و ۳۹)

۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

ذوزنقه $ABCD$ محاطی و محیطی است، پس متساوی الساقین و ارتفاع آن برابر با میانگین هندسی طول دو قاعده آن است.

(۱) طول شعاع دایره محاطی ذوزنقه، O مرکز دایره محیطی مثلث $\triangle DNC$ و R طول شعاع دایره محیطی مثلث $\triangle DNC$ است.



$$h^2 = AB \times DC \xrightarrow{h=EM} (2r)^2 = r \times DC \Rightarrow DC = 4r$$

با نوشتن تالس در مثلث DNC داریم:

$$\frac{NE}{NM} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{NE}{NM} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{NM-2r}{NM} \Rightarrow NM = \frac{4r}{3}$$

$$\Rightarrow OM = NM - NO = \frac{4r}{3} - R$$

به کمک فیثاغورس داریم:

$$\Delta DOM : OD^2 = MD^2 + OM^2$$

$$\Rightarrow R^2 = (2r)^2 + \left(\frac{4r}{3} - r\right)^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 4r^2 + \frac{16r^2}{9} - \frac{16}{3}rR + R^2 \Rightarrow \frac{16}{3}rR = \frac{100}{9}r^2$$

$$\Rightarrow R = \frac{25}{12}r \Rightarrow R = \frac{25}{12}AB$$

(۳۹) هندرسه دوازدهم، صفحه ۳۶

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

فرض می‌کنیم:

طول ضلع شش‌ضلعی منتظم محاطی =

طول ضلع شش‌ضلعی منتظم محیطی =

داریم:

$$a = 2r \sin \frac{180^\circ}{n} = 2 \times 2 \times \sin \frac{180^\circ}{6} = 4 \sin 30^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$b = 2r \tan \frac{180^\circ}{n} = 2 \times 2 \times \tan \frac{180^\circ}{6} = 4 \tan 30^\circ = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

می‌دانیم هر دو n ضلعی منتظم متشابه‌اند و نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت تشابه به توان ۲ است.

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{2}{\frac{4}{\sqrt{3}}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

(هندرسه دوازدهم، صفحه ۳۰، تمرین ۷)



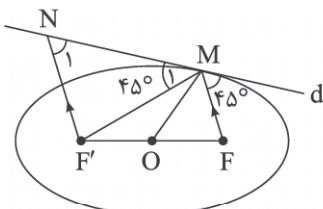
$$OA = a_1 = 9, AF = a_2 = b_1, FF'' = c_2 = \frac{b_1}{a_1}$$

$$e_2 = \frac{1}{3} = \frac{c_2}{a_2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{a_1}{b_1} \xrightarrow{a_1=9} \frac{1}{3} = \frac{b_1}{9} \Rightarrow b_1 = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} a_2 = b_1 = 3 \\ c_2 = \frac{b_1}{a_1} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow b_2 = \sqrt{a_2^2 - c_2^2} = \sqrt{9-1} = 2\sqrt{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۳۷ و ۳۸)

۲۹. گزینه ۲ صحیح است.



نقطه M را به نقاط O و F' متصل می کنیم. می دانیم پاره خط های NF و FM با خط d زوایای یکسانی می سازند؛ پس $\hat{M}_1 = 45^\circ$. از طرفی $\triangle NF'M$ پس $\hat{N}_1 = 45^\circ$ و مثلث $F'MF$ متساوی الساقین است؛ یعنی $F'N = F'M$ و همچنین زاویه $\angle F'MF$ نیز برابر 90° می باشد. پس در مثلث قائم الزاویه $\triangle OMF$ میانه OM ، $MF = FF' = 2OM = \lambda$ بوده و نصف وتر است. بنابراین:

$$2c = FF' = 2OM = \lambda$$

$$\begin{aligned} \triangle MFF': FF'^2 &= MF^2 + MF'^2 \Rightarrow 64 = (5 + \sqrt{2})^2 + MF^2 \\ \Rightarrow MF'^2 &= 64 - 25 - 7 - 10\sqrt{2} = 32 - 10\sqrt{2} \\ \Rightarrow MF'^2 &= (5 - \sqrt{2})^2 \Rightarrow MF = 5 - \sqrt{2} \end{aligned}$$

از طرفی:

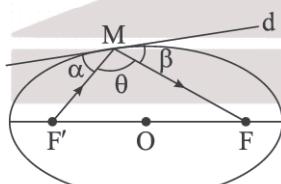
$$MF + MF' = 2a \Rightarrow (5 + \sqrt{2}) + (5 - \sqrt{2}) = 2a \Rightarrow a = 5$$

پس:

$$2F'N + 2FM + F'M \xrightarrow{F'N=F'M} 2FM + 2F'M = 2(FM + F'M) \xrightarrow{2a} = 3 \times 10 = 30$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

۳۰. گزینه ۲ صحیح است.



طبق ویژگی بازنگردی بیضی، اگر اشعه نوری از یکی از کانون های بیضی عبور کند، پس از بارتاب، از کانون دیگر بیضی می گذرد و مطابق شکل $\alpha = \beta$ است.

چون نقطه های روی بیضی است، پس داریم:

$$MF + MF' = 2a \Rightarrow MF + \lambda = 15 \Rightarrow MF = \lambda$$

با توجه به قضیه کسینوس ها در مثلث MFF' داریم:

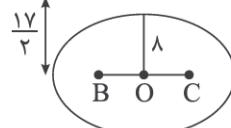
$$FF'^2 = MF^2 + MF'^2 - 2MF \times MF' \times \cos \theta$$

$$\Rightarrow 13^2 = \lambda^2 + \lambda^2 - 2 \times \lambda \times \lambda \times \cos \theta$$

$$\Rightarrow 112 \cos \theta = -56 \Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

پس: $b^2 = a^2 - c^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow b = 8$

ارتفاع $AH = \frac{17}{2}$ از $b = 8$ بزرگتر است، پس خط موازی به BC از آن بیضی را قطع نمی کند. بنابراین مثلثی با این شرایط وجود ندارد.



(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

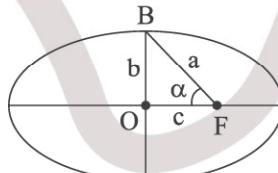
۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} OA = a, OB = b \Rightarrow \triangle OAB (\hat{O} = 90^\circ) : AB^2 &= OB^2 + OA^2 \\ \Rightarrow (a+c)^2 &= b^2 + a^2 \Rightarrow a^2 + c^2 + 2ac = b^2 + a^2 \quad (1) \\ \xrightarrow{\text{در بیضی}} b^2 &= a^2 - c^2 \Rightarrow c^2 + 2ac = a^2 - c^2 \Rightarrow 2c^2 - a^2 + 2ac = 0 \\ \xrightarrow{+a^2} &2\frac{c^2}{a^2} - 1 + \frac{2c}{a} = 0. \end{aligned}$$

می دانیم خروج از مرکز، $e = \frac{c}{a}$ است پس:

$$\begin{aligned} 2c^2 + 2ac - 1 &= 0 \Rightarrow e = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{4} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{4} \\ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}-1}{2} &= e = \frac{c}{a} = \cos \alpha \end{aligned}$$

با توجه به شکل:



$$e = \frac{c}{a} = \cos \alpha, \frac{b}{c} = \tan \alpha$$

مسئله نسبت طول قطر کوچک به فاصله کانونی را می خواهد یعنی:

$$\frac{2b}{2c} = \frac{b}{c} = \tan \alpha$$

با توجه به اتحاد مثلثاتی $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ داریم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{(\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2} = \frac{4}{4-2\sqrt{3}} = \frac{2}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

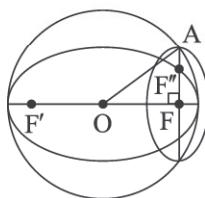
$$= 4 + 2\sqrt{3} \Rightarrow \tan^2 \alpha = 3 + 2\sqrt{3} \xrightarrow{\alpha < 90^\circ} \tan \alpha = \sqrt{3 + 2\sqrt{3}}$$

البته می توانستیم در رابطه (1) به جای a ، $b^2 + c^2$ قرار دهیم و با محاسبات لازم $\frac{b}{c}$ را بیابیم که طولانی تر بود.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۹)

۲۸. گزینه ۱ صحیح است.

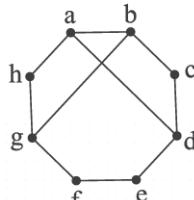
طبق تمرین ۲ صفحه ۵۷ کتاب درسی، AF برابر با نصف طول قطر کوچک بیضی E است.





مرکز تخصصی آموزش مارس برتر

۳۴. اگر a فقط به رأس b وصل باشد. يال های cd, bc و bd ممکن است عضو گراف باشند یا نباشند، پس $2 \times 2 \times 2 = 8$ گراف در این حالت به وجود می آید، پس در کل $4 + 4 + 2 + 8 = 18$ گراف داریم.
(ریاضیات گستته، صفحه ۳۶)



$$\begin{aligned} m &= 4 & ghabg \\ m &= 6 & adcba \\ m &= 8 & abcdefgha \end{aligned}$$

۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

دور به طول $m = 4, 6, 8$ داریم:

$$\text{جواب: } 4 + 6 + 8 = 18 \text{ می باشد.}$$

(ریاضیات گستته، صفحه های ۳۱ و ۳۹)

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

در گراف مسیری P_n به صورت زیر، يال را باید از رأس a به یکی از رأس های درون دایره وصل می کنیم تا شرایط مسئله رخ بدهد:



$$\text{درجه رأس های گراف جدید: } 1, 2, 2, \dots, 2, 3$$

$$1 + 2(n-2) + 3 = 14 \Rightarrow 2n = 14 \Rightarrow n = 7$$

(ریاضیات گستته، صفحه ۳۱)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$A = \frac{1+3+3+5+5+6+7+7+9+10}{10} = \frac{56}{10} = 5,6 \text{ میانگین}$$

$$B = \frac{2+2+4+4+7+7+7+8+10+10}{10} = \frac{61}{10} = 6,1 \text{ میانگین}$$

نمره فرد منتقل شده باید از میانگین A بیشتر ولی از میانگین B کمتر باشد تا با جایه جایی آن میانگین دن کلاس کاهش یابد. پس نمره این فرد برابر ۶ بوده است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۰)

۳۸. گزینه ۴ صحیح است.

بزرگترین مقدار داده ها را متوانیم به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$\overbrace{12, \overbrace{14, \overbrace{16, \overbrace{20, \overbrace{22, \overbrace{22, \overbrace{22, 3}}}}}}^{22}, 20, 22, 22, 3}$$

$$\bar{x} = \frac{12+14+16+20+20+22+22+22+31}{9} = \frac{179}{9}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۹۱)

۳۹. گزینه ۲ صحیح است.

مد داده ها $a = 9$ می باشد و تعداد کل داده ها $= 23$ می باشد.

$$Q_2 = x_{12} = 8$$

$$\bar{x} = \frac{3+8+30+7+32+81}{23} = \frac{161}{23} = 7$$

$$\text{و } \frac{a}{Q_2 - \bar{x}} = \frac{9}{8 - 7} = 9 \text{ می باشد.}$$

(آمار و احتمال، صفحه های ۱۰ و ۱۱)

زوایای α و β با هم برابرند، بنابراین مطابق شکل داریم:

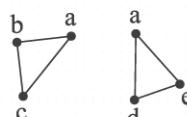
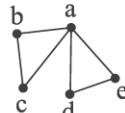
$$\alpha + \theta + \beta = 180^\circ \rightarrow 120^\circ + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 30^\circ$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۵۰)

ریاضیات گستته

۳۱. گزینه ۲ صحیح است.

شکل گراف رارسم می کنیم:



(ریاضیات گستته، صفحه های ۳۲ تا ۳۳)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

گراف P_7 می باشد. می دانیم در گراف P_7 بین هر دو رأس دقیقاً یک مسیر

$$\binom{7}{2} = 21 \text{ می باشد.}$$

(ریاضیات گستته، صفحه ۳۱)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم گراف همبند حداقل ۱- p یال دارد.

$$p = 1, q = 0 \\ p = 2, q = 1 \\ p = 3, q = 2 \\ p = 4, q = 3 \\ p = 5, q = 4$$

ناهمبند

اگر $p(G) = 4$ و $q(G) = 2$ باشد، آنگاه $q(\bar{G}) = 2$ است.

پس \bar{G} : که برای G دو گراف زیر به دست می آید.



(ریاضیات گستته، صفحه های ۳۲ تا ۳۳)

۳۴. گزینه ۴ صحیح است.

$a \in N_G[b]$ ، $b \in N_G[a]$ پس b باید به a وصل باشد و

حالات زیر را در نظر می گیریم:

- (۱) اگر a فقط به رأس دیگری مثل c وصل باشد
- (۲) $c \in N_G[b]$ پس b هم باید به c وصل باشد.

سایر يال های cd و bd ممکن است عضو گراف باشند یا نباشند، پس $2 \times 2 = 4$ گراف در این حالت به وجود می آید. شبیه همین اگر

فقط به رأس دیگر، مثل d وصل باشد نیز ۴ گراف به وجود می آید.

- (۳) اگر a به c و d وصل باشد b هم باید به این دو رأس وصل باشد اما یال dc ممکن است عضو گراف باشد یا نباشد پس دو گراف با این شرط داریم.



پایه دوازدهم . پیش آزمون ۶ . پاسخنامه ریاضی فیزیک

مرکز تحصیلی آموزش مارس برتر

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

در لحظه‌ای که از مکان $x = 0$ می‌گذرد، تندی نوسانگر بیشینه است.
 $A = 0.05\text{m} = 5\text{cm}$

$$V_{\max} = A\omega = 5 \times 4\pi = 2\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 6 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

در حرکت نوسانی ساده و در یک دوره تساوی نوسانگر به مدت $\frac{T}{2}$ دارای حرکت کندشونده است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{T}{2} = 0.2 \Rightarrow T = 0.4\text{s}$$

برای محاسبه انرژی جنبشی هنگام عبور از وضع تعادل ($x = 0$) می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} K &= K_{\max} = \frac{1}{2} m V_{\max}^2 \\ V_{\max} &= A\omega = A\left(\frac{2\pi}{T}\right) = 0.1\left(\frac{2\pi}{0.4}\right) = \frac{\pi}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \Rightarrow K &= \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-3} \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = 1.25 \times 10^{-3} \text{J} = 1.25 \text{mJ} \end{aligned} \right\}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به شکل، مشخص می‌شود، نوسانگر A برای دومین بار در مکان $x = -\frac{A}{2}$ و نوسانگر B برای اولین بار در مکان $x = -\frac{A}{2}$ قرار گرفته است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} (\frac{T}{4} + \frac{T}{12})_B &= (\frac{T}{2} + \frac{T}{6})_A \\ \Rightarrow \frac{T_B}{3} &= \frac{2T_A}{3} \Rightarrow T_B = 2T_A \end{aligned}$$

$$\frac{a_{\max A}}{a_{\max B}} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2 = 1 \times \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 = 4$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

برای عقب افتادن ساعت پاید عملی را انجام دهیم که تعداد نوسان‌های آن در یک زمان مشخص کمتر شود. بنابراین باید دوره حرکت آن بزرگ‌تر شود. در این صورت طبق رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ باشد L بزرگ‌تر یا g کوچک‌تر شود. از طرفی باید توجه داشت که جرم گلوله آونگ تأثیری در دوره حرکت آن ندارد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow L_2 = \frac{1}{4}L_1$$

پس باید طول ۴۴ درصد زیاد شود. دقت کنیم دوره آونگ ارتقابی به جرم آونگ ندارد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) نادرست. دوره تناوب به دامنه بستگی ندارد.
 - ۲) نادرست، با دامنه نوسان کمتر نوسان می‌کند.
 - ۳) درست، وقتی شتاب کم می‌شود، نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک شده و حرکت تندشونده است.
 - ۴) نادرست، حرکت تندشونده است.
- (فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

وقتی شتاب در حال کاهش است یعنی نوسانگر در حال نزدیک شدن به مبدأ است. پس انرژی پتانسیل در حال کاهش و انرژی مکانیکی ثابت بوده و حرکت تند شونده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

مجموع داده‌ها در اثر تغییرات جدید، فرقی نمی‌کند پس میانگین داده‌های جدید با میانگین قبلی برابر است. فرض کنیم داده x_1 را واحد زیاد و از داده x_2 ، واحد کم کرده‌ایم، پس داریم:

$$\frac{(x_1 + a - \bar{x})^2 + (x_2 - a - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{10} =$$

واریانس جدید

$$\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{10} =$$

اگر دو واریانس را از هم کم کنیم عبارت‌های $(x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2$ ساده شده و حاصل برابر $1/4$ می‌شود:

$$\frac{(x_1 + a - \bar{x})^2 + (x_2 - a - \bar{x})^2 - (x_3 - \bar{x})^2 - (x_4 - \bar{x})^2}{10} = 1/4$$

$$\Rightarrow \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + 2a(x_1 - \bar{x}) + a^2 + (x_2 - \bar{x})^2}{10}$$

$$- 2a(x_3 - \bar{x}) + a^2 - (x_4 - \bar{x})^2 + (x_5 - \bar{x})^2$$

$$\Rightarrow \frac{2a(x_1 - x_2) + 2a^2}{10} = 1/4 \Rightarrow 2a^2 + 3a - 1/4 = 0$$

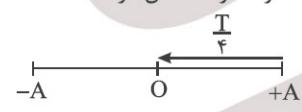
$$\Rightarrow (2a + 1)(a - 1/2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ a = 1/2 \end{cases}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۹۴)

فیزیک

۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به شکل می‌توان ابتدا دامنه حرکت را مشخص کرد.



$$2A = 4 \Rightarrow A = 2\text{ cm} = 0.2\text{ m}$$

از طرفی می‌دانیم حداقل مدت زمان لازم برای رسیدن از دامنه نوسان (انتهای پاره خط) به وضع تعادل برابر $\frac{T}{4}$ است. در این صورت داریم:

$$\frac{T}{4} = 0.2 \Rightarrow T = 0.8\text{s}$$

بنابراین برای مشخص کردن معادله مکان - زمان می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} x &= A \cos(\omega t) \\ A &= 0.2\text{ m} \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.8} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{5\pi}{2} \text{ rad/s} \end{aligned} \Rightarrow x = 0.2 \cos\left(\frac{5\pi}{2} t\right)$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۴)

۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی موارد:

(الف) در حرکت نوسانی ساده، نیروی وارد بر نوسانگر همواره به سمت مرکز نوسان است. (درست)

(ب) در دامنه نوسان، سرعت نوسانگر صفر است. بنابراین تکانه آن نیز صفر است. (درست)

(ج) در هر دوره نوسان، نوسانگر دو بار از مرکز نوسان عبور می‌کند، پس بردار مکان دو بار تغییر جهت می‌دهد. (درست)

(د) در لحظاتی که بردار مکان منفی است، علامت شتاب مثبت است. (نادرست)

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۴)

مرکز نجیب آموزش مارس برتر

پایه دوازدهم . پیش آزمون ۶ . پاسخنامه ریاضی فیزیک



۵۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} v^r = 4 - 100x^2 \\ v^r = \omega^r A^2 - \omega^r x^2 \end{cases}$$

اگر این دو معادله را هم ارز قرار دهیم، داریم:

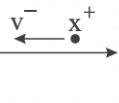
$$\frac{\omega^r A^2}{\omega^r} = \frac{4}{100} \Rightarrow A^2 = \frac{4}{100} \Rightarrow A = \sqrt{0.04} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

در هر دوره نوسانگر چهار بار دامنه را طی می کند. بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$L = 4A = 80 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۴ تا ۶۷)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.



اگر مکان ذره مثبت و به سمت مرکز نوسان حرکت کند و یا مکان ذره منفی و به سمت مرکز نوسان حرکت کند، حرکت نوسانگر الرا مانند تنشونده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۴ تا ۶۷)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow 3 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow L_2 = 9L_1, L_1 + L_2 = 160 \text{ cm}$$

$$L_1 = 16 \text{ cm} \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{0.16}{g}} = 0.8 \text{ s}$$

$$L_2 = 9 \times 16 \text{ cm} \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{9 \times 16 \times 1.0}{g}} = 2.4 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \Delta f = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0.8} - \frac{1}{2.4} = \frac{2}{2.4} = \frac{5}{6} \text{ Hz}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۷ و ۶۸)

۵۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$3 \frac{T}{4} = 0.9 \Rightarrow T = 1.2 \text{ s}$$

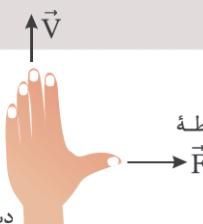
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{5\pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 4 \cos \left(\frac{5\pi}{3} \times \frac{1}{2} \right) = -2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$F = -Kx = ma \Rightarrow a = -\omega^r x$$

$$a = -\frac{25}{9} \pi^2 \times \left(\frac{-2\sqrt{3}}{100} \right) = \frac{5\sqrt{3}}{9} \text{ m/s}^2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۴ تا ۶۷)



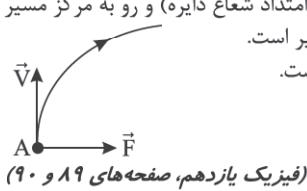
۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

چون بار الکترون منفی است، از قاعده دست چپ استفاده می کنیم.

در این صورت سرعت الکترون در نقطه A رو به بالا است.

چون نیروی مغناطیسی \vec{F} دائم بسرعت \vec{v} عمود است از این رو حرکت الکترون، حرکت دایره ای یکنواخت با تنیدی ثابت v است. به طوری که \vec{F} همواره شعاعی (در امتداد شعاع دایره) و رو به مرکز مسیر دایره ای شکل و \vec{v} مماس بر مسیر است.

از این رو گزینه ۲ کاملاً درست است.



(فیزیک یازدهم، صفحه های ۱۹ و ۲۰)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

تعداد نوسان نصف تعداد طی طول پاره خط است.

$$n = \frac{120}{6} = 20 \quad T = \frac{t}{n} = \frac{9}{20} = 0.45 \text{ s}$$

$$\begin{cases} m_r = 0.64 m_1 \\ k_r = 4k_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{T_r}{T_1} = \sqrt{\frac{m_r}{m_1} \times \frac{k_1}{k_r}} = \sqrt{0.64} \times \frac{1}{4} = \sqrt{0.16} = 0.4$$

$$\frac{T_r}{1.5} = 0.4 \Rightarrow T = 0.6 \text{ s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۵)

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$\omega = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = 3 \text{ s}$$

$$\Delta t = 10 \text{ s}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{3} \rightarrow \Delta t = \frac{1}{3} T = 3 \text{ s} + \frac{T}{3}$$

در مدت $3T$ می توان گفت $\frac{1}{5}T$ حرکت تنشونده است. از طرفی پس از $3T$ نوسانگر به مکان $x = +A$ برمی گرد و اگر قرار باشد از آن به مدت $\frac{T}{3}$ حرکت کند، می توان گفت $\frac{T}{3}$ آن حرکت تنشونده است. (زمانی که از $+A$ به مرکز نوسان می رود) پس:

$$1/5T + \frac{T}{3} = \frac{7T}{15} = \frac{7 \times 3}{4} = 2.1 = 5.25 \text{ s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۴ تا ۶۷)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} K = \frac{1}{2} m V^2 \\ E = \frac{1}{2} m V_{\max}^2 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{K}{E} = \left(\frac{V}{V_{\max}} \right)^2 = \left(\frac{1}{4} \right)^2 = \frac{1}{16} \rightarrow K = \frac{1}{16} E$$

$$U + K = E \rightarrow U + \frac{1}{16} E = E \rightarrow U = \frac{15}{16} E$$

$$\frac{E = \frac{1}{2} K A^2}{U = \frac{15}{16} \times \frac{1}{2} \times 640 \times \left(\frac{1}{10} \right)^2}$$

$$\rightarrow U = \frac{15}{16} \times \frac{1}{2} \times 640 \times \frac{1}{100} = 3 \text{ J}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۴ تا ۶۷)

۵۳. گزینه ۳ صحیح است.

حداقل فاصله زمانی دو بار تغییر جهت حرکت نوسانگر ساده، نصف دوره است:

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow T = 1 \text{ s}$$

دوره تناوب سامانه جرم - فنر از رابطه زیر به دست می آید:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow 1 = 6 \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$1 = 36 \times \frac{m}{9} \Rightarrow m = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 2.5 \text{ kg}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۵)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به نمودار داریم:

$$|a_m| = 10\pi \frac{m}{s}, \frac{T}{2} = 0.2 \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s}$$

$$a_m = \omega v_m \Rightarrow 10\pi = 5\pi \times v_m \Rightarrow v_m = 2 \frac{m}{s}$$

سطح زیر نمودار $a - t$ معرف تغییرات سرعت است، بنابراین:

$$\Delta v = v_2 - v_1 \Rightarrow |\Delta v| = 2 \times 2 = 4 \frac{m}{s}$$

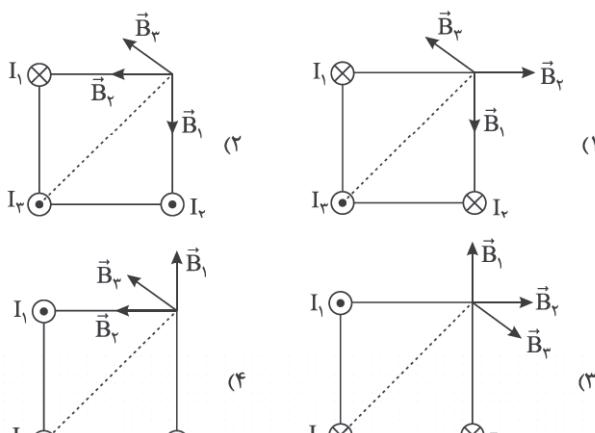
دقت کنید در $t = 0$ ، سرعت $v_m + v_m$ و در $t = 0.2$ سرعت $-v_m$ است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۴ تا ۶۷)





۶۶. گزینه ۴ صحیح است.



در شکل (۴) برایند دو بردار \vec{B}_1 و \vec{B}_2 ، هم جهت با بردار \vec{B}_3 است و میدان مغناطیسی بیشینه می‌شود.
(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۹۶ تا ۹۴)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

اگر شمال را پشت صفحه در نظر بگیریم با توجه به جهت V و F_B و علامت منفی بار، میدان مغناطیسی باید به سمت جنوب باشد.

$$F_B = mg \Rightarrow |q|VB\sin 90^\circ = mg$$

$$4 \times 10^{-8} \times 2 \times 10^5 \times 10 = 4 \times 10^{-4} \times 10$$

$$\Rightarrow B = 0.4 T$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۹۰)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

تا زمانی که F_B کوچکتر یا هماندازه W باشد، میله روی پایه باقی می‌ماند و جریان برقرار است و اگر F_B بزرگ‌تر از W باشد، میله از روی پایه بلند می‌شود و مدار قطع می‌گردد.

$$F_B = w \Rightarrow ILB\sin \theta = mg$$

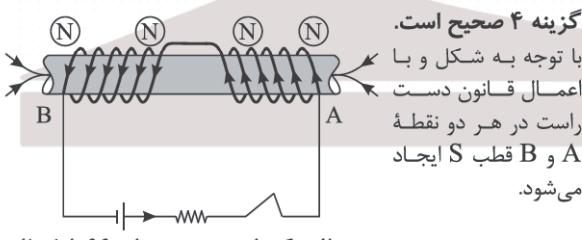
$$\Rightarrow 0.5 \times I \times 0.5 \times 1 = 75 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow I = 3.0 A \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{R_T + r}$$

$$\epsilon = 3.0 \times (2.0 + 2) \Rightarrow \epsilon = 66.0 V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۹۶ تا ۹۴)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.



با توجه به شکل و با اعمال قانون دست راست در هر دو نقطه راست در هر دو نقطه قطب S ایجاد می‌شود.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

$m = 5mg = 5 \times 10^{-9} kg$
نیروی مغناطیسی $F = qvB$ به صورت شعاعی به این ذره اثر می‌کند:

$$F = m \frac{V^r}{r}$$

$$qvB = \frac{mV^r}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

$$r = \frac{(5 \times 10^{-9})(4.0)}{(2.0 \times 10^{-9})(2/4)} = 25 m$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۹۰)

مورد (الف) غلط و سایر موارد صحیح است. دقت کنید اتمهای مواد پارامغناطیس خاصیت مغناطیسی ذاتی دارند، ولی اتمهای دیامغناطیس به طور ذاتی خاصیت مغناطیسی ندارند.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۶۱. گزینه ۲ صحیح است.

چون نیروی الکتریکی رو به پایین است، برای خنثی شدن آن نیروی مغناطیسی باید رو به بالا باشد و با اعمال قانون دست راست میدان مغناطیسی باید مولفه درون سو داشته باشد.

$$F_B = F_E \Rightarrow E \not{A} = \not{A} VB \sin \theta$$

$$\theta = 90^\circ \Rightarrow \sin \theta = 1$$

$$E = VB \Rightarrow V = \frac{E}{B}$$

$$V = \frac{360}{12 \times 10^{-4}} = 3 \times 10^5 \text{ m/s}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۱۰۱)

۶۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$L = Nd$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} = \frac{\mu_0 N I}{Nd} = \frac{\mu_0 I}{d}$$

$$B = \frac{1.2 \times 10^{-7} \times 6}{6 \times 10^{-3}} = 12 \times 10^{-4} T = 12 G$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۶۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$F = ILB\sin \theta = 0.5 \times 10^{-4} \times 5 \times 1 \times 1 = 25 \times 10^{-5} N$$

$$W = mg = 40 \times 10^{-9} \times 1 = 40 \times 10^{-9} N$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

چون نیروی وزن بیش از نیروی مغناطیسی است، فنرها کشیده می‌شوند.

$$F_c = 40 \times 10^{-9} - 25 \times 10^{-5} = 15 \times 10^{-5} (N)$$

نیروی کل وارد بر دو فنر $15 \times 10^{-5} N$ است، پس نیروی وارد بر هر فنر $7.5 \times 10^{-5} N$ است.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

بايد ماده مورد نظر پارامغناطیس باشد و در نتیجه تنها گزینه (۳) یعنی پلاتین درست است. نیکل و فولاد فرومغناطیس و مس دیامغناطیس است.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$N = \frac{L}{2\pi r} = \frac{72}{2\pi \times 2 \times 10^{-2}} = \frac{1800}{\pi}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{1800 \times 5}{\pi}}{12 \times 10^{-2}} = 3 \times 10^{-2} T = 3 \times 10^{-2} \times 10^4 G$$

$$= 30.0 G$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

مرکز آموزش مدرس برتر

پایه دوازدهم . پیشآزمون ۶ . پاسخنامه ریاضی فیزیک



شیوه

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

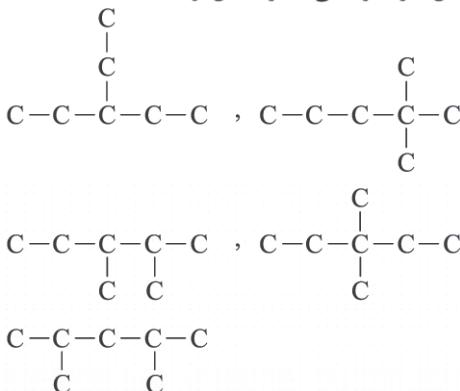
$$\text{درصد جرمی هیدروژن در آلکانها } (C_nH_{2n+2}) \text{ برابر است با:}$$

$$\%H = \frac{2n+2}{14n+2} \times 100 = \frac{2n+2}{14n+2} \times 100 = 16 \Rightarrow \frac{n+1}{7n+1} = \frac{16}{100}$$

$$\Rightarrow n = 7$$

یعنی آلکان موردنظر هپتان (C_7H_{16}) است.

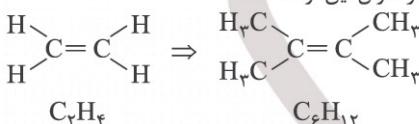
ایزومرهای هپتان با زنجیر اصلی ۵ کربنیه این گونه هستند:



(شیوه یازدهم، صفحه ۳۳ تا ۳۷)

۷۶. گزینه ۴ صحیح است.

فرایند اشاره شده در سؤال این گونه است:



ترکیب حاصل همچنان یک آلکن (ایزومری از هگزن) است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) همچنان با Br_2 واکنش می‌دهد (چون هنوز سیر نشده است).

۲) گشتاور دوقطبی هیدروکربن‌ها تفاوت خاصی با یکدیگر نداشته و برای اغلب آنها ناچیز و حدود صفر است.

۳) با افزایش تعداد اتم‌های کربن، نقطه جوش ترکیب افزایش یافته و در مقابل فاریت آن کاهش می‌یابد.

۴) درصد جرمی کربن در آلکن‌ها ثابت بوده و به تعداد کربن بستگی ندارد.

$$C_nH_{2n} \Rightarrow \%C = \frac{12n}{14n} \times 100 \approx 85.7$$

(شیوه یازدهم، صفحه ۴۰ تا ۴۳)

۷۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$\rightarrow C_nH_{2n+2} \Rightarrow 2n+2 = \frac{7}{3}n \Rightarrow 6n+6 = 7n$$

$$\Rightarrow n = 6 (C_6H_{14})$$

: آکین هم کربن



(شیوه یازدهم، صفحه ۴۰ تا ۴۳)

۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

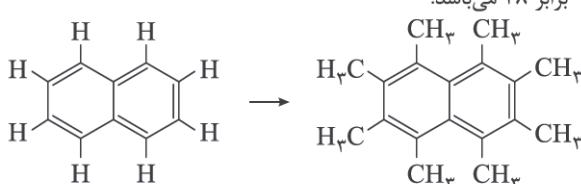
$$C_1.H_8 = 1 \cdot (12) + 8 \cdot (1) = 128 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$C_1.(CH_3)_8 = C_{18}H_{24} = 18 \cdot (12) + 24 \cdot (1) = 240 \text{ g.mol}^{-1}$$

۲) هر دو ترکیب ناقطبی بوده و گشتاور دوقطبی هر دو نزدیک به صفر می‌باشد.

۳) تعداد پیوندهای اشتراکی در نفتالان برابر ۲۴ و در ترکیب حاصل

برابر ۴۸ می‌باشد.



۷۱. گزینه ۱ صحیح است.

شکل درست سایر عبارت‌ها:

ب) بین ارتفاع خروج برش‌های نفتی از برج نقطه جوش آنها رابطه وارونه وجود دارد.

پ) بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را آلکان‌ها تشکیل می‌دهند که به دلیل واکنش‌پذیری کم، اغلب به عنوان سوخت به کار می‌روند.

(شیوه یازدهم، صفحه ۳۶)

۷۲. گزینه ۱ صحیح است.

آ) تعداد پیوندهای اشتراکی آلکان‌ها از $3n+1$ پیروی می‌کند. پس:

$$3n+1 = 19 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow C_6H_{14}$$

و آلکانی با ۱۸ اتم هیدروژن C_8H_{18} یا همان اوکتان خواهد بود. می‌دانیم در دمای اتاق ۴ آلکان اول گاز هستند و از آلکان ۵ به بعد (تا ۱۷) در دمای اتاق مایع هستند.

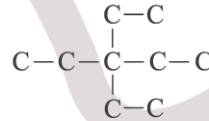
ب) با افزایش تعداد اتم کربن در آلکان‌ها، درصد جرمی کربن نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه با افزایش درصد جرمی کربن، گرانروی آلکان نیز افزایش می‌یابد.

پ) سیکلوهگزان (C_8H_{12}) و نفتالان $C_{10}H_8$ هر دو مولکول‌هایی با ۱۸ اتم دارند.

(شیوه یازدهم، صفحه ۳۳ تا ۳۷)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

ترکیب ۳ و ۳ دی‌اتیل پنتان (یا همان دی‌اتیل پنتان) وجود داشته و قابل رسم است.

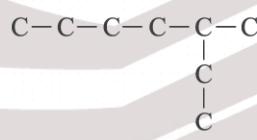


بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با افزایش تعداد اتم کربن، شب نمودار نقطه جوش بر حسب تعداد اتم کربن کاهش می‌یابد و نقطه جوش ترکیبات با فاصله یکسان از هم (از نظر تعداد کربن) به هم نزدیک‌تر می‌شود.

۳) ساختار و نام درست ۵ - اتیل هگزان این گونه است:

۳ - متیل هپتان:



۴) درصد جرمی کربن در سیکلو آلکان‌ها و آلکن‌ها که فرمول عمومی یکسان (C_nH_{2n}) دارند، ثابت بوده و به تعداد کربن بستگی ندارد.

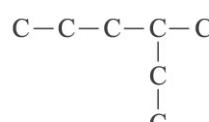
(شیوه یازدهم، صفحه ۳۳ تا ۳۷)

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

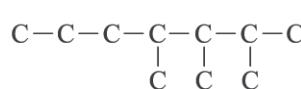
نام‌گذاری ترکیب (پ) و (ت) درست است. با توجه به ساختار (آ) و (ب)

نام درست آنها این گونه خواهد بود:

آ) ۳ - متیل هگزان:



ب) ۲ و ۳ و ۴ - تری‌متیل هپتان

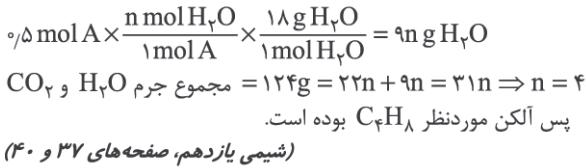


(شیوه یازدهم، صفحه ۳۳ تا ۳۷)



پایه دوازدهم . پیش آزمون ۶ . پاسخنامه ریاضی فیزیک

مرکز تحصیلی آموزش مدرس برتر



۸۲. گزینه ۲ صحیح است.
عبارت های اول و سوم درست هستند. شکل درست سایر عبارت ها:
عبارت دوم: ارزش سوختی زغال سنگ از بنزین کمتر است، اما تنوع آلاینده های حاصل از سوختن آن بیشتر است.
عبارت چهارم: برای به دام انداختن SO_4^{2-} حاصل از سوختن زغال سنگ، با واکنش آن با CaO آن را CaSO_4 تبدیل می کنند.

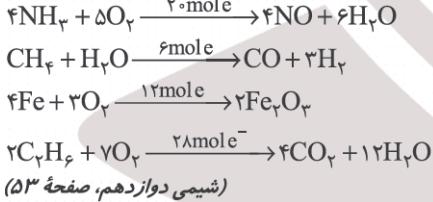
۸۳. گزینه ۴ صحیح است.
سلول های سوختی از جمله سلول متنان - اکسیژن، سلول گالوانی هستند و در قطب مثبت این سلول (کاتد) گاز O_2 کاهش می یابد.
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۰ و ۵۱)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.
واکنش کلی این سلول به صورت زیر است:
$$\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \xrightarrow{8 \text{ mole}^-} \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$$

با توجه به تعداد الکترون مبادله شده در این واکنش، می توان گفت:
$$\frac{0.8 \text{ g CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} \times \frac{8 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{75}{100} = 0.3 \text{ mole}^-$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۷)

۸۵. گزینه ۴ صحیح است.
شکل موازن شده واکنش ها و تعداد الکترون مبادله شده در آنها به این صورت است:



۸۶. گزینه ۳ صحیح است.
مواد دوم و سوم نادرست است. شکل درست آنها این گونه است:
مورد دوم) در سلول الکتروولیتی در قطب منفی (کاتد) کاهش رخ می دهد و در صورت فعل بودن تیغه در واکنش، جرم تیغه افزایش می یابد. (ازوماً جرم کاتد افزایش نمی یابد).
مورد سوم) در سلول الکتروولیتی، الکتروولیت یک ترکیب یونی مذاب یا محلول یک ماده الکتروولیت (نه هر ماده ای) در آب است.
(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۴)

۸۷. گزینه ۴ صحیح است.
واکنش کلی برگرفته آب ($\text{H}_2\text{O(g)}$) + $\text{O}_2(\text{l}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O(l)}$ است.
اکسیژن در آند تولید شده و گاز هیدروژن در کاتد این سلول تولید می شود. پس الکتروود A که حجم گاز جمع شده در بالای آن کمتر است. آند و الکتروود B که گاز بیشتری در آن جمع شده، کاتد خواهد بود. حالا به بررسی عبارت های پردازیم:
مورد اول: در سلول الکتروولیتی، آند به قطب مثبت باتری متصل می شود.
مورد دوم: در الکتروود B، گاز H_2 و در الکتروود A گاز O_2 تولید می شود و با توجه به ضرایب استوکیومتری آنها می توان گفت:
$$\frac{\text{جرم H}_2}{\text{جرم O}_2} = \frac{2 \times 2}{1 \times 32} = \frac{1}{8}$$

مورد سوم: در مدار بیرونی الکترون همواره از آند (الکتروود A) به سمت کاتد (الکتروود B) جریان می یابد.

۴) به دلیل افزایش جرم مولی، نقطه جوش و گران روی ترکیب حاصل بیشتر از نفتالن می باشد.

(شیمی یازدهم، صفحه ۴۳)

۷۹. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت ها:

آ) فرمول مولکولی نفتالن و بنزن به ترتیب C_10H_8 و C_6H_6 است و درصد جرمی کربن در آنها:

$$\text{C}_10\text{H}_8 : \frac{10 \times 12}{128} \times 100 \approx 79.4$$

$$\text{C}_6\text{H}_6 : \frac{6 \times 12}{78} \times 100 \approx 79.2$$

ب) تعداد پیوند اشتراکی در هیدروکربن C_xH_y برابر $\frac{4x+y}{2}$ است.

پس تعداد پیوندهای نفتالن (C_10H_8) و هشتمن آنکن یعنی C_9H_{18} برابر است با:

$$\text{C}_10\text{H}_8 : \frac{4 \times 10 + 8}{2} = 24$$

$$\text{C}_9\text{H}_{18} : \frac{4 \times 9 + 18}{2} = 27$$

پ) نفت سفید نسبت به بنزین مولکول های بزرگتر دارد و به دلیل تعداد کربن بالاتر، نیروی بین مولکول های آن قوی تر و گران روی آن بیشتر است و سخت تر از بنزین جاری می شود.

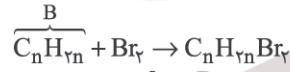
ت) جرم مولی استیلن (اتین)، نفتالن و آلان هفت (هپتان) برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} \text{C}_2\text{H}_2 : 26 \text{ g.mol}^{-1} \\ \text{C}_10\text{H}_8 : 128 \text{ g.mol}^{-1} \\ \text{C}_7\text{H}_{16} : 100 \text{ g.mol}^{-1} \end{array} \right\} \Rightarrow 128 - 26 > 100$$

(شیمی یازدهم، صفحه های ۴۳ تا ۴۶)

۸۰. گزینه ۲ صحیح است.

می دانیم تنها آنکن با برم واکنش می دهد. (آلکان سیرشده است و با Br_2 واکنش نمی دهد). پس:



افزایش جرم مخلوط به دلیل اضافه شدن Br_2 به آنکن بوده، پس می توان گفت در واکنش بالا ۴۰ گرم Br_2 مصرف شده است و:

$$40 \text{ g Br}_2 \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{16 \text{ g Br}_2} \times \frac{1 \text{ mol B}}{1 \text{ mol Br}_2} \times \frac{22/4 \text{ L B}}{1 \text{ mol B}} = 5/6 \text{ L B}$$

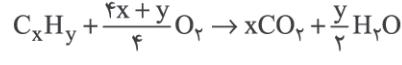
در مخلوط های گازی درصد مولی و درصد حجمی با هم برابر است، پس:

$$\frac{5/6 \text{ L}}{56 \text{ L}} \times 100 = \frac{1}{10} = 10\%$$

(شیمی یازدهم، صفحه های ۴۰ و ۴۱)

۸۱. گزینه ۴ صحیح است.

واکنش کلی سوختن کامل هیدروکربن ها:



براساس متن سؤال:

$$\text{mol CO}_2 = \text{mol H}_2\text{O} \rightarrow x = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2x$$

پس فرمول مولکولی هیدروکربن به شکل C_xH_{2x} یا همان آنکن خواهد بود.

واکنش سوختن آنکن ها:

حال با توجه به مقدار آنکن سوخته شده، جرم CO_2 و آب را بحسب n محاسبه می کنیم:

$$\frac{0.5 \text{ mol A}}{\text{mol A}} \times \frac{n \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol A}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 22n \text{ g CO}_2$$

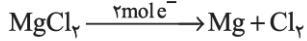
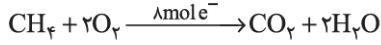


پایه دوازدهم . پیش آزمون ۶ . پاسخنامه ریاضی فیزیک

مرکز تخصصی آموزش مارس برتر

۹۲. گزینه ۱ صحیح است.

واکنش های موازن شده را به همراه تعداد الکترون مبادله شده در آنها مشاهده می کنید:



اکنون الکترون تولیدی در واکنش اول را به دست آورده و در واکنش دوم از آن برای تولید گاز کلر استفاده می کنیم:

$$32\text{g CH}_4 \times \frac{1\text{mol CH}_4}{16\text{g CH}_4} \times \frac{8\text{mole}^-}{1\text{mol CH}_4} \times \frac{75}{100} = 12\text{mole}^-$$

$$12\text{mole}^- \times \frac{1\text{mol Cl}_4^-}{2\text{mole}^-} \times \frac{22/4 \text{L Cl}_4^-}{1\text{mol Cl}_4^-} \times \frac{60}{100} = 80/64 \text{L Cl}_4^-$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۳ و ۵۴)

۹۳. گزینه ۴ صحیح است.

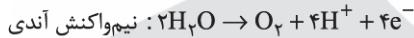
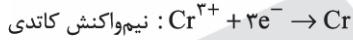
ابتدا مقدار اولیه Cr^{3+} در محلول یک مولار آن و همچنین مقدار Cr^{3+} مصرفی برای 40 عدد شیر را محاسبه می کنیم:

$$1\text{L} \times \frac{1\text{mol}}{1\text{L}} = 1\text{mol Cr}^{3+}$$

$$\text{Cr}^{3+} : 40 \times g = 4 \times 7/8 \text{g Cr}^{3+} \times \frac{1\text{mol}}{52\text{g}} = 0.6 \text{mol Cr}^{3+}$$

$$\text{Cr}^{3+} = 1 - 0.6 = 0.4 \text{mol} \Rightarrow [\text{Cr}^{3+}] = \frac{0.4}{1} = 0.4 \text{ mol/L}$$

با توجه به مصرفی 0.6 مول Cr^{3+} و معادله نیم واکنش های کاتدی و آندی، به کمک برابری تعداد e^- مصرفی در نیم واکنش ها، حجم گاز O_2 را محاسبه می کنیم.



$$0.6 \text{mol Cr}^{3+} \times \frac{3\text{mole}^-}{1\text{mol Cr}^{3+}} = 1.8 \text{mole}^-$$

$$1.8 \text{mole}^- \times \frac{1\text{mol O}_2}{4\text{mole}^-} \times \frac{32\text{g O}_2}{1\text{mol O}_2} \times \frac{1\text{L O}_2}{16\text{g O}_2} = 9 \text{L O}_2$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۰)

۹۴. گزینه ۳ صحیح است.

در مرود آبکاری یک جسم آهنی با نقره، می دانیم:

جسم آهنی باید به عنوان کاتد به قطب منفی باتری متصل شود.



انجام می شود.

محلول باید از جنس فلز پوشش یعنی Ag باشد مانند نقره نیترات (شیمی دوازدهم، صفحه ۶۰)

۹۵. گزینه ۲ صحیح است.

واکنش موازن شده:

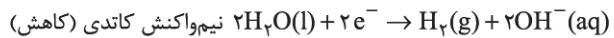
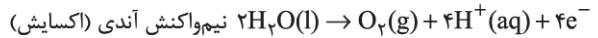
$$2\text{Al}_2\text{O}_3 + 3\text{C} \rightarrow 4\text{Al} + 3\text{CO}_2$$

$$81.0\text{g Al} \times \frac{100}{75} \times \frac{3\text{mol C}}{4\text{mol Al}} \times \frac{12\text{g C}}{1\text{mol C}} = 260\text{g C}$$

پس 360 گرم از آند گرافیتی برای تولید 81.0 گرم آلومینیم مصرف می شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۱)

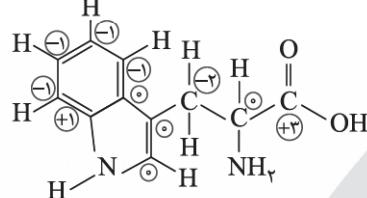
مورد چهارم: با توجه به نیم واکنش های آندی و کاتدی زیر، محیط اطراف آند و کاتد به دلیل تولید یون های H^+ و OH^- در نیم واکنش مربوط به هر کدام به ترتیب اسیدی و بازی می شوند.



(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۳)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

عدد اکسایش هر یک اتم های کربن در گونه داده شده به صورت زیر می باشد:



بیشترین عدد اکسایش اتم کربن در این گونه برابر $(+3)$ و کمترین عدد اکسایش اتم کربن برابر (-2) می باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۳ و ۵۱)

۸۹. گزینه ۴ صحیح است.

شکل درست این موارد:

آ) در فرایند خوردگی آهن، آب افزون بر الکترولیت، به عنوان یک واکنش دهنده (و نه اکسنده) در نیم واکنش کاتدی شرکت می کند.

پ) جهت حرکت کاتیون های آهن در قطره آب و الکترون ها در قطعه آهن مشابه و از سمت پایگاه آندی به سمت پایگاه کاتدی است.

ت) مطابق نیم واکنش زیر، با کاهش هر مول O_2 ، 4 مول OH^- تولید می شود.



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۹ و ۵۵)

۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

در برگرفت مخلوط مذاب های یونی، در آند و کاتد به ترتیب میان کاهنده ها و اکسنده را رقابت شکل گرفته و در ابتدا گونه قوی تر در نیم واکنش آندی و کاتدی شرکت می کنند و سپس نوبت به گونه ضعیفتر می رسد. با توجه به قدرت کاهنده گی فلزها و اکسنده گی نافلزها، قدرت اکسنده گی کاتیون فلزها و قدرت کاهنده گی آئیون نافلزها این گونه خواهد بود:



پس در آند و کاتد در ابتدا Br^- (کاهنده قوی تر) و Fe^{2+} (اکسنده قوی تر) در نیم واکنش ها شرکت می کنند و سپس نوبت به Mg^{2+} و Cl^- می رسد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۹ و ۵۵)

۹۱. گزینه ۱ صحیح است.

شکل درست عبارت های نادرست:

آ) برای حفاظت کاتدی از آهن از فلزات کاهنده تر از آهن استفاده می شود، مانند Mg و Zn که E° منفی تری از آهن دارند.

ت) برای حفاظت کاتدی از بدنه آهنی کشتی، باید فلزی کاهنده تر از آهن را استفاده کرد، در حالی که قلع از آهن E° مثبت تری داشته و کاهنده گی کمتری دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۹ و ۵۵)