

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

مرحله سوم

پایه دهم

تاریخ برگزاری: ۰۹/ آذر/ ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

بودجه بندی دروس

هندسه (۱)	ریاضی (۱)
فصل ۱ و فصل ۲ (درس ۱ و ۲) صفحه ۹ تا ۳۷	فصل ۱ و فصل ۲ صفحه ۱ تا ۴۴
شیمی (۱)	فیزیک (۱)
فصل ۱ (تا ابتدای تبدیل اتمها به یونها) صفحه ۱ تا ۳۸	فصل ۱ و فصل ۲ صفحه ۱ تا ۵۲

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۳۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی
۲۰ دقیقه	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه
۳۰ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک
۲۵ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی
۱۱۰ دقیقه	۷۰ سؤال			مجموع

اساتید، مشاوران و دانش آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیامرسانها با ما به اشتراک بگذارید.

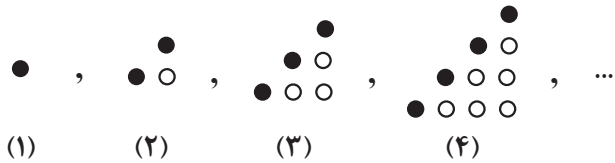


ریاضی دهم

۱- اگر مجموعه $[2a-1, a+8] \cap [4, a+3]$ یک عضو باشد، آن گاه مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ یا ۴ (۲) -۴ یا -۲ (۳) ۴ یا -۴ (۴) ۴

۲- در الگوی زیر، اختلاف تعداد دایره‌های سفید شکل هشتم و دهم کدام است؟



- (۱) ۱۹ (۲) ۱۷ (۳) ۱۳ (۴) ۹

۳- مجموعه $(A' \cap B') \cap ((A \cup B') - B)$ معادل با کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟

- (۱) $B' - A'$ (۲) $A - B'$ (۳) $B - A'$ (۴) $A' - B$

۴- اگر بین دو عدد ۸ و ۴۴، پنج واسطه حسابی درج کنیم، آن گاه جمله سوم کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۶

۵- اگر $(3, x, 12)$ سه جمله نخست یک دنباله هندسی باشند، آن گاه جمله چندم برابر با $x^2 + 12$ است؟

- (۱) پنجم یا هفتم (۲) هفتم یا دوازدهم (۳) پنجم (۴) دوازدهم

۶- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه به محیط ۷۲، تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) ۲۱۶ (۲) ۱۴۴ (۳) ۱۹۶ (۴) ۶۴

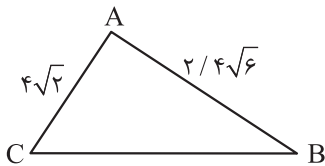
۷- جملات اول، سوم و ششم یک دنباله حسابی صعودی، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳

۸- مقدار عددی عبارت $\sqrt{3}(\cos 30^\circ - \tan 60^\circ) - 3 \sin 30^\circ$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) صفر

۹- اگر در مثلث ABC ، $\cos B = \frac{1}{3}$ و $\cos C = \frac{1}{5}$ باشد، اندازه ضلع BC کدام است؟



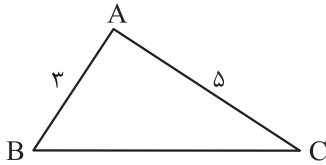
- (۱) $2\sqrt{2} - 1/2\sqrt{6}$ (۲) $4\sqrt{2} - 1/6\sqrt{6}$ (۳) $0/1(\sqrt{2} + \sqrt{6})$ (۴) $1/2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

محل انجام محاسبات

۱۰- اگر $\frac{3 \sin x + \cos x}{3 \cos x + 2 \sin x} = 2$ باشد، آن گاه مقدار $\tan x + \cot x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{26}{5}$ (۲) $-\frac{26}{5}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۱۱- در مثلث مقابل، $\tan \hat{A} = 2$ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۱) $3\sqrt{5}$ (۲) $5\sqrt{3}$ (۳) $\frac{15}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{15}}{2}$

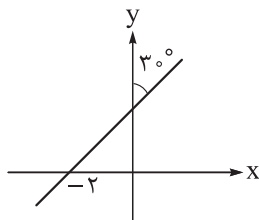
۱۲- محسن یک موشک کاغذی درست می کند و آن را با زاویه 15° نسبت به سطح افق و با فاصله $1/8$ متر نسبت به سطح زمین، پرتاب می کند. این موشک کاغذی پس از طی مسافت ۸ متر، در ارتفاع چند متری نسبت به سطح زمین

قرار می گیرد؟ ($\sin 15^\circ = 0.25$)

- (۱) ۲ (۲) $2/8$ (۳) $3/8$ (۴) $4/8$

۱۳- اگر $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$ و $\cos \alpha \cdot \tan \alpha > 0$ باشد، آن گاه زاویه α در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم



۱۴- معادله خط مقابل کدام است؟

- (۱) $y = \frac{x+2}{\sqrt{3}}$ (۲) $y = -\sqrt{3}(x+2)$ (۳) $y = -\frac{x+2}{\sqrt{3}}$ (۴) $y = \sqrt{3}(x+2)$

۱۵- اگر $\tan^2 x = \cot x - 1$ باشد، آن گاه مقدار $\cos x$ با کدام یک از عبارتهای زیر برابر است؟

- (۱) $\sin^3 x$ (۲) $\sqrt{\sin x}$ (۳) $\frac{\sin x}{3}$ (۴) $3 \sin x$

۱۶- اگر $\frac{5 \sin x + 1}{1 + \tan x} + \frac{5}{1 + \cot x} = 5$ باشد، آن گاه مقدار $\cos x$ کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\pm \frac{1}{2}$ (۳) $\pm \frac{4}{5}$ (۴) $\pm \frac{3}{5}$

محل انجام محاسبات

۱۷- جمله سوم و هفتم یک دنباله حسابی به ترتیب $a_3 = 2 - \cos^2 1^\circ$ و $a_7 = 4 + \sin^2 1^\circ$ است. جمله پانزدهم برابر با کدام است؟

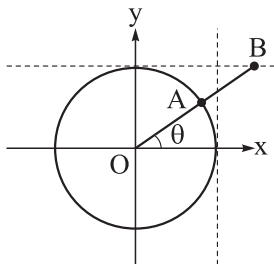
$$8 + \cos^2 1^\circ \quad (4)$$

$$7 + \cos^2 1^\circ \quad (3)$$

$$11 - \cos^2 1^\circ \quad (2)$$

$$5 + \sin^2 1^\circ \quad (1)$$

۱۸- در دایره مثلثاتی مقابل، اندازه AB کدام است؟



$$\frac{1}{\cos \theta} - 1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} - 1 \quad (1)$$

$$\cot \theta + 1 \quad (4)$$

$$\tan \theta + 1 \quad (3)$$

۱۹- اگر $(\sin x + \cos x)^2 = 2$ باشد، حاصل $\tan^2 x + \cot^2 x$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۲۰- اگر $30^\circ < x < 180^\circ$ باشد و $\sin x = \frac{1-2m}{4}$ ، حدود m کدام است؟

$$\left[0, \frac{1}{4}\right) \quad (2)$$

$$\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) \quad (1)$$

$$\left[\frac{-1}{4}, \frac{3}{4}\right) \quad (4)$$

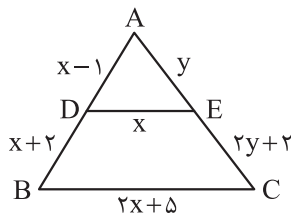
$$\left[\frac{-1}{4}, 0\right) \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

هندسه دهم

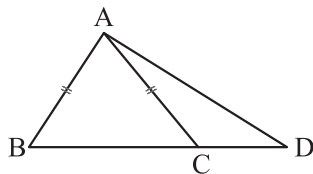
۲۱- کدام یک از قضایای زیر را نمی‌توان به صورت یک قضیه دوشرطی نوشت؟

- (۱) در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویه روبه‌رو به آن‌ها نیز برابرند.
 (۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.
 (۳) اگر دو دایره شعاع‌های برابر داشته باشند، آن‌گاه مساحت‌های برابر هم دارند.
 (۴) اگر دو مثلث همنهشت باشند، آن‌گاه محیط‌های برابر نیز دارند.



۲۲- در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است. حاصل $y - x$ کدام است؟

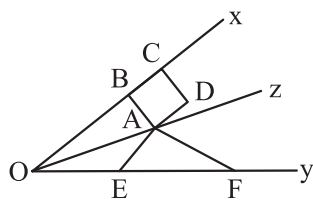
- (۱) $-\frac{1}{2}$
 (۲) -1
 (۳) 1
 (۴) $\frac{1}{2}$



۲۳- در شکل زیر $AB = AC$ است. کدام نامساوی همواره درست است؟

- (۱) $AB < AD$
 (۲) $AC < BC$
 (۳) $AC > AD$
 (۴) $AB > BD$

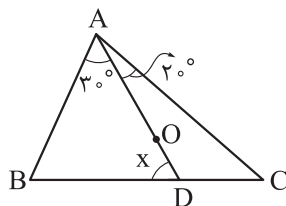
۲۴- در شکل زیر، Oz نیمساز زاویه \hat{xOy} است. اگر $EF = 15$ و محیط مربع $ABCD$ برابر ۴۸ باشد، آن‌گاه مساحت



مثلث AEF کدام است؟

- (۱) 80°
 (۲) 84°
 (۳) 90°
 (۴) 96°

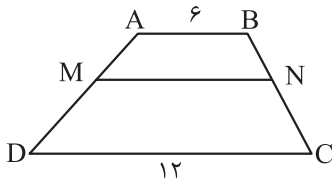
۲۵- در شکل زیر، O نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC است. مقدار x کدام است؟



- (۱) 60°
 (۲) 70°
 (۳) 80°
 (۴) 90°

محل انجام محاسبات

۲۶- در دوزنقه $ABCD$ ، پاره خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{3}{5}$ است. اندازه MN کدام است؟



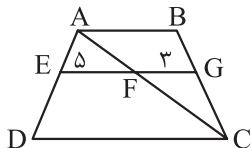
$$8/25 \text{ (۲)}$$

$$8 \text{ (۱)}$$

$$8/75 \text{ (۴)}$$

$$8/5 \text{ (۳)}$$

۲۷- در شکل زیر، AC نیمساز زاویه C در دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ و E و G وسط‌های دو ساق آن هستند. با



توجه به اندازه‌های روی شکل، محیط دوزنقه کدام است؟

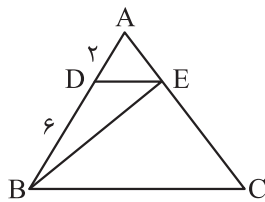
$$28 \text{ (۲)}$$

$$24 \text{ (۱)}$$

$$32 \text{ (۴)}$$

$$30 \text{ (۳)}$$

۲۸- در مثلث ABC ، ضلع BC موازی پاره خط DE است. مساحت مثلث BCE چند برابر مساحت مثلث ADE است؟



$$4 \text{ (۱)}$$

$$6 \text{ (۲)}$$

$$8 \text{ (۳)}$$

$$12 \text{ (۴)}$$

۲۹- طول ارتفاع‌های یک مثلث $7/2$ ، 15 و 18° و طول ضلع متوسط این مثلث برابر 17 است. محیط این مثلث کدام است؟

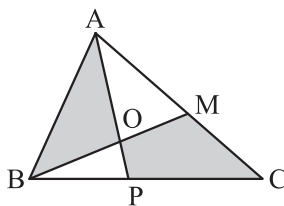
$$56 \text{ (۴)}$$

$$54 \text{ (۳)}$$

$$50 \text{ (۲)}$$

$$48 \text{ (۱)}$$

۳۰- در شکل زیر، $\frac{AM}{MC} = \frac{CP}{BP} = 2$ و O نقطه برخورد BM با AP است. نسبت مساحت مثلث AOB به مساحت



چهارضلعی $OPCM$ کدام است؟

$$\frac{3}{5} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{5} \text{ (۱)}$$

$$1 \text{ (۴)}$$

$$\frac{4}{5} \text{ (۳)}$$

محل انجام محاسبات

فیزیک دهم

۳۱- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) با دو برابر شدن عمق از سطح یک مایع، فشار کل نیز دو برابر می‌شود.
 (ب) اگر حجم جسم همگنی نصف شود، چگالی آن دو برابر می‌شود.
 (پ) اگر نیروی عمودی وارد بر جسمی دو برابر و مساحت سطح تماس آن نصف شود، فشار حاصل از این نیرو چهار برابر می‌شود.
 (ت) در یک عمق مشخص از سطح دو مایع A و B، اگر فشار پیمانه‌ای مایع A دو برابر فشار پیمانه‌ای مایع B باشد، چگالی مایع A دو برابر چگالی مایع B است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «پ» و «ت»

(۳) «ب» و «پ» (۴) «الف» و «ت»

۳۲- یک ترازوی رقمی، جرم جسمی را 40 kg نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری این ترازو بر حسب گرم کدام است؟

(۱) 10 (۲) 0.1 (۳) 0.01 (۴) 100

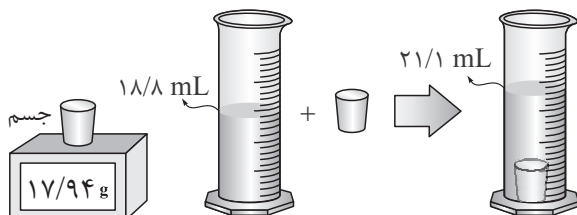
۳۳- تقریباً چند دقیقه طول می‌کشد تا نور، از خورشید به زمین برسد؟ ($1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$ و تندی نور در خلأ را $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ در نظر بگیرید.)

(۱) 500 (۲) 8 (۳) 0.12 (۴) 2

۳۴- مخزنی با حجم 1200 L پر از آب است و در پایین این مخزن شیری وجود دارد که آب می‌تواند با آهنگ $40 \text{ cm}^3 / \text{s}$ از آن خارج شود. اگر شیر را باز کنیم، چند دقیقه طول می‌کشد تا این مخزن به طور کامل تخلیه شود؟

(۱) 20 (۲) 500 (۳) 800 (۴) 30

۳۵- جرم و حجم جسمی را مطابق شکل زیر پیدا کرده‌ایم. چگالی این جسم بر حسب kg/m^3 و g/cm^3 به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



ترازوی رقمی

(۱) $7/8, 7800$

(۲) $8800, 8800$

(۳) $7800, 7800$

(۴) $8/8, 8800$

۳۶- دو مایع مخلوط‌نشده‌ای A و B با چگالی‌های $\rho_A = 0.8 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_B = 1 \text{ g/cm}^3$ درون ظرف استوانه‌ای شکل با مساحت مقطع 50 cm^2 ریخته شده‌اند. اگر جسمی فلزی با جرم 600 g را درون این ظرف بیندازیم، جسم به طور کامل در مایع B فرو می‌رود و ارتفاع مایع B، 10 cm جابه‌جا می‌شود. حجم حفره درون جسم، چند درصد حجم کل جسم را تشکیل می‌دهد؟ ($\rho_{\text{فلز}} = 4 \text{ g/cm}^3$)

(۱) 30 (۲) 85 (۳) 50 (۴) 70

محل انجام محاسبات

۳۷- کدام موارد از عبارتهای زیر، درست است؟

- (الف) فشار در یک عمق معین از مایع به جهت گیری سطحی که به آن فشار وارد می‌شود، بستگی دارد.
 (ب) پوش برگ (فویل) آلومینیومی مچاله شده بر روی سطح آب می‌ماند.
 (پ) با افزایش قطر لوله موئین، ارتفاع ستون جیوه در آن بیشتر می‌شود.
 (ت) هر چه به سطح زمین نزدیک تر می‌شویم، چگالی هوا کم تر و فشار هوا بیشتر می‌شود.
- (۱) «الف» و «ت» (۲) «پ» و «ت» (۳) «الف» و «ب» (۴) «ب» و «پ»

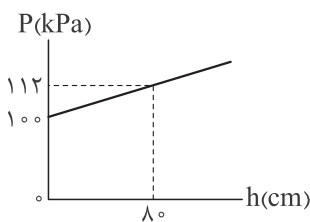
۳۸- فشار در سطح خارجی پنجره‌ای با ابعاد $3/5m \times 2m$ در شرایط طوفانی به $96atm$ می‌رسد. در این وضعیت، بزرگی نیروی خالصی که پنجره را به بیرون هل می‌دهد، چند نیوتون است؟ (فشار در سطح داخلی پنجره را $1atm$ در نظر بگیرید و $1atm = 100kPa$)

- (۱) $1/372 \times 10^6$ (۲) 7×10^5 (۳) $2/8 \times 10^4$ (۴) $6/72 \times 10^5$

۳۹- شخصی می‌خواهد ظرف استوانه‌ای مخصوص نگهداری جیوه مایع با مساحت مقطع $50cm^2$ بسازد. اگر این ظرف بتواند حداکثر $27/2kg$ جیوه را در خود نگه دارد، شخص باید ارتفاع ظرف را حداکثر چند سانتی‌متر در نظر بگیرد؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 g/cm^3$ و $g = 10 m/s^2$)

- (۱) ۴۰ (۲) ۸۰ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰

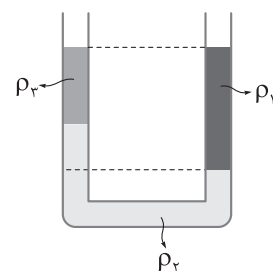
۴۰- نمودار زیر، فشار درون یک مایع برحسب فاصله از سطح آزاد آن را نشان می‌دهد. فشار پیمانه‌ای در عمق 50 سانتی‌متری این مایع، چند کیلوپاسکال بیشتر از فشار پیمانه‌ای آن در عمق 30 سانتی‌متری است؟ ($g = 10 N/kg$)



- (۱) ۴ (۲) 3×10^3 (۳) 4×10^3 (۴) ۳

۴۱- دو مایع با جرم یکسان m درون ظرف استوانه‌ای وجود دارد و فشار کل در ته ظرف 80 سانتی‌متر جیوه است. اگر مقداری جیوه درون ظرف اضافه کنیم تا مجموع جرم مایع‌های درون ظرف به $4/5m$ برسد، فشار کل در ته ظرف چند کیلوپاسکال می‌شود؟ ($P_0 = 76cmHg$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 g/cm^3$ و $g = 10 m/s^2$)

- (۱) $115/6$ (۲) $127/84$ (۳) $133/28$ (۴) $121/04$

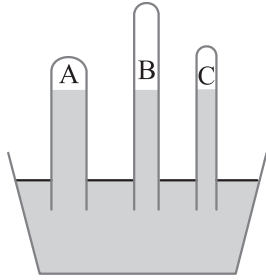


۴۲- مطابق شکل مقابل، سه مایع مخلوط‌نشده درون لوله U شکل در حالت تعادل قرار دارند و سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله در یک سطح است. کدام رابطه بین چگالی این مایع‌ها برقرار است؟

- (۱) $\rho_1 < \rho_3 < \rho_2$ (۲) $\rho_2 < \rho_3 < \rho_1$
 (۳) $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$ (۴) $\rho_3 < \rho_1 < \rho_2$

محل انجام محاسبات

۴۳- شکل زیر، سه لوله غیرمویین با سطح مقطع و طول لوله متفاوت را درون ظرف حاوی جیوه نشان می‌دهد. اگر ارتفاع جیوه درون لوله‌ها یکسان باشد، رابطه بین فشار وارد بر سطح جیوه درون لوله‌ها کدام است؟



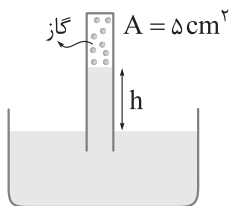
$$P_A = P_B = P_C \quad (1)$$

$$P_A > P_B > P_C \quad (2)$$

$$P_C > P_B > P_A \quad (3)$$

$$P_B > P_C > P_A \quad (4)$$

۴۴- در شکل زیر، مقداری جیوه درون ظرف و لوله قرار دارد. اگر نیروی وارد بر ته لوله از طرف گاز $46/6 \text{ N}$ باشد، h چند سانتی‌متر است؟ ($P_0 = 100 \text{ kPa}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$ و $g = 10 \text{ m/s}^2$)



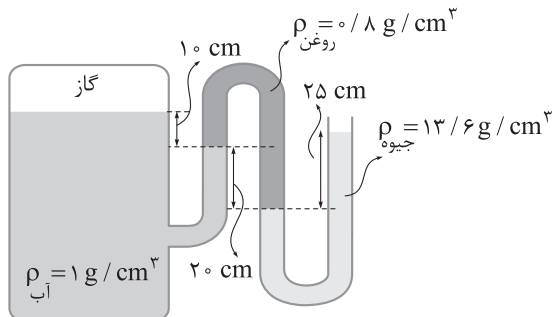
$$71 \quad (1)$$

$$81 \quad (2)$$

$$5 \quad (3)$$

$$20 \quad (4)$$

۴۵- در شکل زیر، مانومتر به مخزنی حاوی آب و مقدار معینی گاز وصل شده و آب تحت فشار گاز است. فشار گاز داخل مخزن چند کیلوپاسکال است؟ ($P_0 = 85/6 \text{ kPa}$ و $g = 10 \text{ N/kg}$)



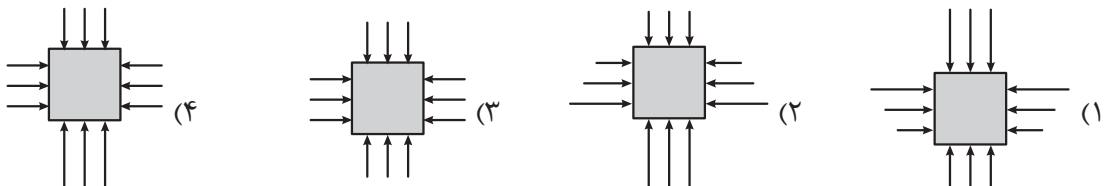
$$86 \quad (1)$$

$$119 \quad (2)$$

$$91/4 \quad (3)$$

$$117 \quad (4)$$

۴۶- جسم مکعب‌شکلی درون آب غوطه‌ور است. کدام‌یک از شکل‌های زیر، بردار نیروهای وارد بر این مکعب از طرف آب را درست نشان می‌دهد؟



محل انجام محاسبات

۴۷- جسم A در حال فرورفتن و جسم B در حال بالارفتن درون آب هستند. رابطه بین نیروی شناوری (F_b) وارد بر جسم‌های A و B و وزن (W) آن‌ها کدام است؟

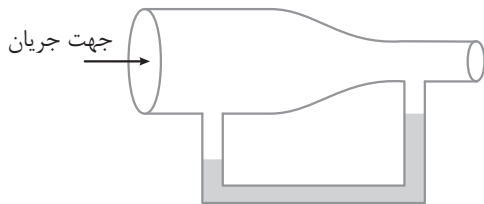
$$F_{b,B} < W_B, F_{b,A} > W_A \quad (۲)$$

$$F_{b,B} < W_B, F_{b,A} < W_A \quad (۱)$$

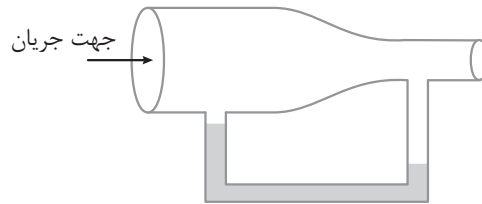
$$F_{b,B} > W_B, F_{b,A} < W_A \quad (۴)$$

$$F_{b,B} > W_B, F_{b,A} > W_A \quad (۳)$$

۴۸- درون لوله افقی با دو سطح مقطع متفاوت، هوا به صورت لایه‌ای و پایا از چپ به راست در جریان است و این لوله به لوله U شکل حاوی روغن متصل است. در این حالت، کدام یک از شکل‌های (الف) و (ب) سطح روغن درون لوله U شکل را درست نشان می‌دهد؟ اگر جهت جریان هوا برعکس شود، سطح روغن درون لوله U شکل به صورت کدام یک از شکل‌ها می‌شود؟



(ب)



(الف)

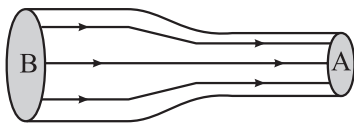
(۲) «الف» و «ب»

(۱) «الف» و «الف»

(۴) «ب» و «الف»

(۳) «ب» و «ب»

۴۹- در شکل زیر، شاره تراکم‌ناپذیر در حالت پایا و با جریان لایه‌ای درون لوله افقی با دو سطح مقطع متفاوت در جریان است. اگر تندی در مقطع A، ۴ برابر تندی آن در مقطع B باشد، قطر مقطع B چند برابر قطر مقطع A است؟



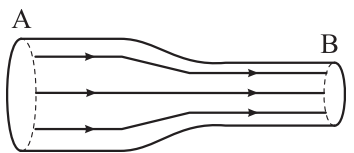
(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) ۴

(۳) $\frac{1}{4}$

۵۰- در شکل زیر، جریان پایا و لایه‌ای آب درون لوله افقی با دو سطح مقطع متفاوت برقرار است. اگر قطر مقطع A، ۲۰ درصد بیشتر از قطر مقطع B باشد، آهنگ شارش حجمی آب در مقطع A چند برابر آهنگ شارش حجمی آن در مقطع B است؟

(۲) $\frac{6}{5}$

(۱) ۱

(۴) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{25}{36}$

محل انجام محاسبات

شیمی دهم

۵۱- با توجه به جدول زیر که شمار ذره‌های زیراتمی در چند گونه را نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟

شمار الکترون	شمار نوترون	شمار پروتون	اتم یا یون
۱۰	۱۲	۱۲	A
۳۶	۴۵	۳۴	X
۱۷	۱۸	۱۷	D
۲۰	۲۸	۲۳	E

(۱) X، یک آنیون است و اتم عنصر آن در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار دارد.

(۲) شمار الکترون‌ها با $l=0$ و $l=1$ در گونه A برابر است.

(۳) E، کاتیون یکی از عنصرهای دسته d دوره چهارم جدول تناوبی است.

(۴) اتم ${}^{37}_{18}M$ ، یکی از ایزوتوپ‌های گونه D است.

۵۲- کدام مورد درست است؟ (${}^{12}_6C$, ${}^{16}_8O$)

(۱) همواره در ایزوتوپ‌های طبیعی یا ساختگی یک عنصر، شمار نوترون‌ها کم‌تر از شمار پروتون‌ها است.

(۲) عنصری که شمار پروتون‌های آن با شمار الکترون‌های یون CO_3^{2-} برابر است، در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای جای دارد.

(۳) اختلاف عدد اتمی سومین و چهارمین گاز نجیب، برابر با تعداد پروتون‌های دومین گاز نجیب است.

(۴) در هر خانه از جدول تناوبی عناصر، نماد ایزوتوپ‌های طبیعی آن عنصر مشخص است.

۵۳- عنصر X دارای سه ایزوتوپ با نمادهای ${}^{106}X$ ، ${}^{108}X$ و ${}^{110}X$ است. اگر درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر برابر ۷۰٪ باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر کدام است؟ (جرم اتمی میانگین عنصر X برابر با $106/8$ amu است.)

(۱) ۲۰

(۲) ۱۵

(۳) ۱۰

(۴) ۵

۵۴- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

• طبق قاعده آفبا، از بین دو زیرلایه $4d$ و $5p$ ، زیرلایه $4d$ زودتر از الکترون اشغال می‌شود.

• عدد اتمی اولین عنصری که ۵ زیرلایه الکترونی کاملاً پر دارد، با شماره گروه آن در جدول دوره‌ای برابر است.

• برای رسم آرایش الکترونی فشرده X_{۲۷}، از نماد سومین گاز نجیب استفاده می‌کنند.

• اختلاف شمار الکترون‌های با $l=0$ و $l=1$ در اتم ${}^{56}_{26}Fe$ ، دو برابر شمار الکترون‌ها در زیرلایه d اتم ${}^{48}_{22}Ti$ است.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

محل انجام محاسبات

۵۵- هسته اتم عنصر X با آرایش الکترونی $[\text{Kr}]4d^5 5s^2$ ، دارای ۵۶ نوترون است. عنصر X بوده و تفاوت عدد اتمی آن با شناخته شده ترین فلز پرتوزا برابر با است.

(۱) پایدار - شمار الکترون های $^{120}\text{Sn}^{2+}$

(۲) ناپایدار - عدد اتمی چهارمین عنصر گروه ۱۳ جدول تناوبی

(۳) پایدار - عدد اتمی آخرین عنصر دسته d دوره پنجم جدول تناوبی

(۴) ناپایدار - شمار عناصر ساختگی

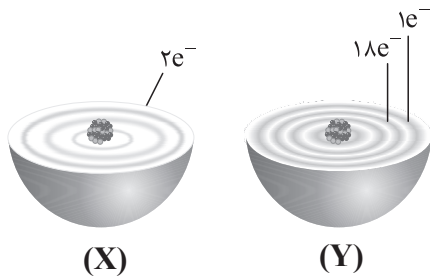
۵۶- کدام مطلب زیر در رابطه با دو عنصر X و Y، نادرست است؟

(۱) در پایدارترین ایزوتوپ طبیعی عنصر X، عدد جرمی، دو برابر عدد اتمی است.

(۲) عنصر Y، دومین عنصری است که آرایش الکترونی اتم آن از قاعده آفبا پیروی نمی کند.

(۳) مجموع مقدار $n+1$ برای الکترون های ظرفیتی اتم Y، برابر عدد اتمی آخرین عنصر هم دوره با Y در جدول تناوبی است.

(۴) شمار زیرلایه های پر از الکترون در آرایش الکترونی اتم Y، $1/5$ برابر شمار این زیرلایه ها در اتم X است.



۵۷- نسبت جرم گاز اکسیژن به جرم گاز نیتروژن در یک مخلوط گازی برابر با ۱ به ۴ است. نسبت شمار مولکول های O_2

به N_2 در این مخلوط کدام است؟ ($\text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۴) ۷ به ۳۲

(۳) ۱ به ۴

(۲) ۳ به ۱۶

(۱) ۱ به ۸

۵۸- کدام موارد از مطالب زیر در رابطه با دو عنصر ^{25}Mn و ^{15}P ، درست است؟

(الف) اختلاف شماره گروه آن ها در جدول دوره ای، با تعداد پروتون های هشتمین عنصر جدول برابر است.

(ب) اختلاف شمار الکترون های با $l=1$ در این دو عنصر، با عدد اتمی چهارمین عنصر دسته s برابر است.

(پ) مجموع شمار الکترون های ظرفیتی این دو عنصر، یک واحد کم تر از مقدار عدد اتمی هفتمین عنصر دسته p است.

(ت) اختلاف عدد اتمی عنصر زیرین اتم فسفر در جدول دوره ای با عدد اتمی منگنز، برابر با عدد اتمی عنصر فسفر است.

(۴) ب - ت

(۳) ب - پ

(۲) الف - پ

(۱) الف - ب

۵۹- عنصر X با عنصر ^{18}Ar هم دوره بوده و نماد شیمیایی آن به صورت تک حرفی است. اگر مقدار $n+1$ برای

الکترون های موجود در دو زیرلایه الکترونی آخر آن، ۶ واحد با هم اختلاف داشته باشد، آرایش الکترون - نقطه ای اتم X کدام است؟

(۴) $\dot{\times}$

(۳) $\ddot{\times}$

(۲) $\ddot{\times}$

(۱) $\ddot{\times}$

محل انجام محاسبات

۶۰- اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون X^{2-} با ۸ برابر با ۸ و مجموع شمار ذرات زیراتمی اتم عنصر Y برابر با ۱۸ است. اگر شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در اتم Y با هم برابر باشند، بر این اساس

(۱) دو عنصر X و Y در یک دوره از جدول تناوبی جای دارند.

(۲) بین این دو عنصر در جدول تناوبی، ۲۹ عنصر دیگر یافت می‌شود.

(۳) اختلاف شماره گروه دو عنصر X و Y با اختلاف شماره دوره آن‌ها در جدول تناوبی برابر است.

(۴) نسبت عدد جرمی اتم X به عدد جرمی اتم Y برابر با عدد اتمی Y است.

۶۱- عنصر X دارای دو ایزوتوپ با جرم‌های اتمی ۵۵ amu و ۵۸ amu است. اگر ۲۵٪ مول نمونه‌ای از این عنصر،

جرمی برابر ۱۳/۹۶ گرم داشته باشد، اختلاف درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر و سبک‌تر آن کدام است؟

(۱) ۲۸ (۲) ۴۴ (۳) ۶۶ (۴) ۷۲

۶۲- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

(الف) پرتوهای گسیل‌شده از کنترل تلویزیون، طول موج بلندتری نسبت به نور مرئی دارند.

(ب) رنگ شعله فلز لیتیم و ترکیب‌های آن، نسبت به رنگ زرد با زاویه بیشتری در منشور منحرف می‌شود.

(پ) نئون، در دمای اتاق به حالت گاز بوده و از لامپ آن، در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای نوشته‌های سرخ‌فام استفاده می‌شود.

(ت) دمای پرتو گسیل‌شده از شمع، کم‌تر از دمای پرتوی گسیل‌شده از سشوار صنعتی است.

(۱) الف - ب (۲) پ - ت (۳) الف - پ (۴) ب - ت

۶۳- کدام مطلب به یقین درست است؟

(۱) الکترون‌ها در حالت برانگیخته، پرانرژی‌تر و پایدارتر از حالت پایه هستند.

(۲) عدد جرمی، مهم‌ترین عامل تعیین‌کننده انرژی لایه‌ها در اتم عناصر گوناگون است.

(۳) هر چه از هسته دورتر می‌شویم، اختلاف انرژی بین لایه‌های الکترونی متوالی افزایش می‌یابد.

(۴) با تعیین دقیق طول موج نوارها در طیف نشری خطی، می‌توان تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی به دست آورد.

۶۴- در کدام گزینه، مقادیر داده‌شده در دو مورد برابر است؟

(۱) شمار عناصر متعلق به دسته p جدول دوره‌ای - مجموع شماره گروه دو عنصر X و Y

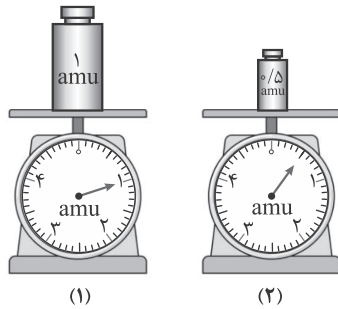
(۲) عدد اتمی اولین عنصر دسته d جدول دوره‌ای - شمار عناصر متعلق به دسته f جدول دوره‌ای

(۳) شمار الکترون‌های ظرفیتی X - شمار خطوط در طیف نشری خطی اتم هلیم در گستره ۷۵۰ - ۴۰۰ nm

(۴) مجموع شمار ایزوتوپ‌های طبیعی سه عنصر هیدروژن، لیتیم و کربن - شمار نوترون‌ها در $^{16}_8\text{O}$

محل انجام محاسبات

۶۵- شکل (۲)، جرم الکترون‌های موجود در چند اتم ${}^4\text{X}$ را نشان می‌دهد و نسبت جرم ترازو (۱) به جرم نوترون‌های X ،



به تقریب چه قدر است؟

- (۱) ۰/۰۵، ۲۰
 (۲) ۰/۰۵، ۵۰
 (۳) ۰/۵، ۲۰
 (۴) ۰/۵، ۵۰

۶۶- با توجه به جدول زیر که به عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی مربوط است، کدام مطلب نادرست است؟

X	Y	Q	Z	ویژگی
	مثبت	منفی		علامت بار الکتریکی یون پایدار
۳	۱	۱	۲	شمار الکترون(های) جفت نشده در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم

(۱) تعداد الکترون‌های ظرفیتی عنصر Q، ۷ برابر تعداد الکترون‌های ظرفیتی عنصر Y است.

(۲) عنصر Z، دومین عنصر گروه خود محسوب می‌شود.

(۳) اگر Z در واکنش با دیگر عنصرها الکترون دریافت کند، ۱۰ الکترون با $I = 1$ در آرایش الکترونی اتم خود دارد.

(۴) نماد شیمیایی (واقعی) عنصرهای Q و Y، دوحرفی و نماد عنصرهای Z و X، تک حرفی است.

۶۷- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(الف) در ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن، افزایش تعداد نوترون با کاهش میزان پایداری آن‌ها، رابطه مستقیم دارد.

(ب) خواص شیمیایی عناصری که در یک دوره از جدول تناوبی قرار دارند، مشابه است.

(پ) اختلاف عدد جرمی دو ایزوتوپ ساختگی و ناپایدارتر هیدروژن، برابر با تعداد ایزوتوپ‌های طبیعی این عنصر است.

(ت) از بین ایزوتوپ‌های طبیعی اولین عنصر دوره دوم، ایزوتوپ سنگین‌تر، فراوانی بیشتری دارد.

(۱) الف - ب (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) پ - ت

۶۸- درباره طیف نشری خطی اتم هیدروژن در گستره مرئی، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) ۷۵ درصد از خطوط موجود در آن طول موجی کم‌تر از ۵۰۰ نانومتر دارند.

(۲) رنگ نوار حاصل از انتقال $n = 3$ به $n = 2$ ، شبیه به رنگ شعله محلول لیتیم سولفات است.

(۳) هر یک از خطوط موجود در این طیف، ناشی از برگشت الکترون از لایه‌های ۶، ۵، ۴، ۳ به حالت پایه می‌باشد.

(۴) در آن، با افزایش طول موج پرتوها، فاصله نوارهای رنگی مجاور هم بیشتر می‌شود.

محل انجام محاسبات

۶۹- شمار اتم‌های اکسیژن در نمونه‌ای از H_2SO_4 ، 10^6 برابر شمار اتم‌های کربن در نمونه‌ای از C_2H_6 است. اگر مجموع جرم دو نمونه برابر 260 گرم باشد، جرم اتم‌های گوگرد موجود در نمونه H_2SO_4 ، چند گرم است؟

($H = 1, C = 12, O = 16, S = 32 : g.mol^{-1}$)

۸۰ (۴)

۶۴ (۳)

۱۶ (۲)

۴۰ (۱)

۷۰- کدام مورد، درست است؟

- (۱) زیرلایه‌ای که حداکثر گنجایش آن برابر 10^6 الکترون است، در آرایش الکترونی عناصر دوره سوم شروع به پرشدن می‌کند.
- (۲) طبق قاعده آفبا، بعد از زیرلایه $4d$ و قبل از زیرلایه $6s$ ، دو زیرلایه دیگر از الکترون اشغال می‌شوند.
- (۳) از جمله ویژگی‌های فیزیکی فلز سدیم این است که با تبدیل به Na^+ ، به پایداری می‌رسد.
- (۴) مقدار انرژی یک زیرلایه به دو کمیت وابسته بوده که عدد کوانتومی اصلی در هر دوی آنها مؤثر است.

محل انجام محاسبات

مهم ترین ویژگی های آزمون های خیلی سبز در پایه های دهم و یازدهم:

- ۱- برگزاری دست کم یک آزمون در ماه بر اساس روال تدریس در مدرسه
- ۲- برگزاری آزمون های ویژه برای زمان های خاص (میان ترم، ترم، پس از عیدو...)
- ۳- امکان جبران عقب ماندگی ها یا دوره مطالب برای تثبیت آنها

پاسخنامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه
شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

پاسخ نامہ آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

مرحله سوم

پایه دهم

تاریخ برگزاری: ۰۹/آذر/۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	بهاره خزاعی - شقایق راهبریان - علی شہرایی - امید غیور - محسن فراهانی - میلاد منصور
ہندسہ	امیرحسین ابومحبوب - محمدطاهر شعاعی - صبا مہدوی - حسین ہاشمی طاہری
فیزیک	علیرضا عبداللہی - علیرضا گونہ - فرزاد نامی - حامد نبی منصور
شیمی	حمید ذبحی - وحید فارسیان - محمد کھنہ پوشی

نام درس	مستول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامہ	کارشناسان علمی	ویراستاران بہ ترتیب حروف الفبا
ریاضی	شقایق راہبریان	میلاد منصور	شقایق راہبریان میلاد منصور	علی شہرایی محسن فراهانی	فرزانه خاکپاش علی رضایی ماہان فنی فر ابوالفضل ناصری
ہندسہ	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	فرزانه خاکپاش	زہرا جالینوسی	مہدی خوشنویس ماہان فنی فر ابوالفضل ناصری
فیزیک	علیرضا گونہ	علیرضا گونہ	محمد باغبان	ماہان فنی فر	ایمان خداوردی امیر محمودی انزلی پارسا مرادی ابوالفضل ناصری
شیمی	یاسر عبداللہی	محمد کھنہ پوشی	محمد کھنہ پوشی	احسان رحیمی	سید علی حسین زادہ احسان رحیمی ہومن زندی

سرپرست محتوایی: فاطمہ آقاجانیور



آزمون آزمایشی خلی سیر

سپرست تولید	الناز علی یاری زاده
ویراستاران فنی	منیژه حق دوست - راضیه سادات خلای نسب زہرا صفری - محیا غنی فرد زہرا فرہادی مہر - مریم مسلمی زادہ ساعده نمازی
رسام	مونا آندستا سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	سحر ازلی تاش - فاطمہ بخششی مریم حسین زادہ - سپیدہ سخایی مائدہ صبری - نیلوفر فرخجستہ مہدیہ گل پور - لیلا نعمت پور



۱ اگر مجموعه $[2a-1, a+8] \cap [4, a+3]$ یک عضو باشد، آن گاه مقدار a کدام است؟

۴ (۴)

-۴ (۳) یا ۴

-۲ یا -۴ (۲)

۴ یا ۲ (۱)



Hint با کشیدن یک محور، بررسی کنید که در چه صورت اشتراک دو بازه بسته، یک عضو می‌شود.

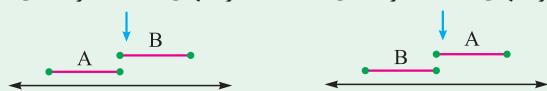
بازه‌ها

دزسی Box

مجموعه‌ای	چگونه نشان می‌دهیم؟		بازه‌ای	چگونه خوانده می‌شود؟
	هندسی	مجموعه‌ای		
$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$			$(a, +\infty)$	بازه باز
$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$			$(-\infty, b)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$			(a, b)	
$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$			$[a, b]$	بازه بسته
$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$			$(a, b]$	بازه نیم‌باز
$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$			$[a, b)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$			$[a, +\infty)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$			$(-\infty, b]$	

نکته اگر A و B دو بازه بسته باشند، به طوری که $A \cap B$ یک عضو داشته باشد، آن گاه طبق محور زیر، یکی از این دو حالت به وجود می‌آید:

(عضو انتهای B = عضو ابتدای A) یا (عضو انتهای A = عضو ابتدای B)



در این گونه سؤالات که چند بازه به ما داده شده و حدود یک متغیر مثل a خواسته شده، به طور کلی نیاز به بررسی دو مورد است:

(۱) بررسی شرط بازه بودن (همیشه ابتدای یک بازه کوچک‌تر از انتهای آن است).

(۲) بررسی فرضیات صورت سؤال.

در انتها بین موارد (۱) و (۲) اشتراک می‌گیریم.

گام اول: بررسی شرط بازه بودن دو بازه داده شده:

$$2a-1 < a+8 \Rightarrow a < 9 \quad \xrightarrow{\text{اشتراک دو بازه}} \quad 1 < a < 9$$

$$4 < a+3 \Rightarrow a > 1$$

گام دوم: برای این که دو بازه بسته داده شده، تک‌عضوی باشند، طبق نکته باید ابتدای یکی با انتهای دیگری برابر باشد یا برعکس.

$$2a-1 = a+3 \Rightarrow a = 4$$

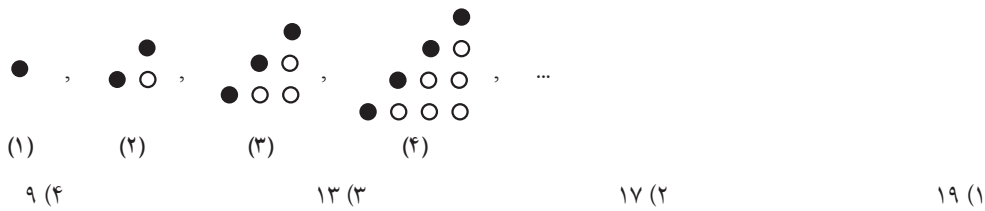
$$\text{یا} \quad \Rightarrow a = 4 - 4$$

$$a+8 = 4 \Rightarrow a = -4$$

گام سوم: حالا بین جواب‌های به دست آمده در گام اول و دوم اشتراک می‌گیریم که تنها مقدار قابل قبول برای a ، ۴ به دست می‌آید:

$$a = 4$$

۲ در الگوی زیر، اختلاف تعداد دایره‌های سفید شکل هشتم و دهم کدام است؟



تعداد دایره‌های سفید در مرحله n م برابر مجموع اعداد ۱ تا $(n-1)$ است.

جمله عمومی الگوی درجدهو به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ است.

مثلاً دنباله $t_n = 2n^2 + n - 1$ یک دنباله درجدهو است. جملات آن به صورت زیر هستند:

$$2, 9, 20, 35, \dots$$

$$+7 \quad +11 \quad +15$$

مقداری که به جملات متوالی اضافه می‌شود را می‌نویسیم:

در دنباله $7, 11, 15, \dots$ اختلاف دو جمله متوالی، همواره ۴ است:

$$7, 11, 15, \dots$$

$$+4 \quad +4$$

نصف این عدد، همواره ضریب n^2 در جمله عمومی است. در این‌جا هم نصف عدد ۴، ۲ می‌شود که ضریب n^2 در جمله عمومی است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با یک جدول رابطه بین تعداد دایره‌های سفید و شماره هر مرحله را به دست می‌آوریم:

شکل				
شماره مرحله	۱	۲	۳	۴	...	n
تعداد دایره‌های سفید	۰	۰+۱	۰+۱+۲	۰+۱+۲+۳	...	۱+۲+...+(n-1)

مجموع اعداد طبیعی متوالی ۱ تا n برابر است با:

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

گام دوم: از جدول بالا مشخص است که تعداد دایره‌های سفید در مرحله n م، برابر مجموع اعداد ۱ تا $(n-1)$ است. پس تعداد دایره‌های سفید مرحله هشتم و دهم برابر است با:

$$\text{تعداد دایره‌های سفید مرحله هشتم} : 1 + 2 + 3 + \dots + 7 \xrightarrow{\text{طبق نکته}} = \frac{7(7+1)}{2} = 28$$

$$\text{تعداد دایره‌های سفید مرحله دهم} : 1 + 2 + 3 + \dots + 9 \xrightarrow{\text{طبق نکته}} = \frac{9(9+1)}{2} = 45$$

گام سوم: اختلاف تعداد دایره‌های سفید در مرحله هشتم و دهم برابر است با:

$$45 - 28 = 17$$

اختلاف تعداد دایره‌های سفید در مرحله n م با $(n-1)$ م برابر است با: $n-1$

پس اختلاف تعداد دایره‌های سفید در مرحله 10 با 9 ، برابر 9 و اختلاف تعداد دایره‌های سفید در مرحله 9 با 8 ، برابر 8 است؛ در نتیجه اختلاف تعداد دایره‌های سفید شکل هشتم و دهم برابر است با: $9 + 8 = 17$.

Hint

دروس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نکته

په‌چور دیگه

مجموعه $(A' \cap B') \cap ((A \cup B') - B)$ معادل با کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟ ۳

$$A - B' \quad (۲)$$

$$B' - A' \quad (۱)$$

$$A' - B \quad (۴)$$

$$B - A' \quad (۳)$$



قوانین مهم مجموعه‌ها

دستی Box

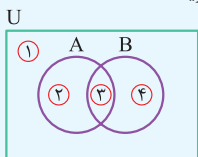
فرم ریاضی		اسم قانون	
$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$	جابه‌جایی	۱
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	شرکت‌پذیری	۲
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	پخش	۳
$(A \cup B)' = A' \cap B'$	$(A \cap B)' = A' \cup B'$	دمورگان	۴
$A \cup (A \cap B) = A$	$A \cap (A \cup B) = A$	جذب	۵
$A - B = A \cap B'$		تبدیل تفاضل به اشتراک	۶

به ترتیب از پرانتز بزرگ‌تر شروع به ساده‌سازی با استفاده از قوانین مجموعه‌ها می‌کنیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$(A' \cap B') \cap ((A \cup B') - B) = \underbrace{(A' \cap B') \cap ((A \cup B') \cap B')}_{\text{قانون جذب}} = \underbrace{(A' \cap B') \cap B'}_{\text{شرکت‌پذیری}} = A' \cap \underbrace{(B' \cap B')}_{B'} = A' \cap B' = A' - B$$

تبدیل تفاضل به اشتراک

گام اول: با استفاده از نمودار ون، همه قسمت‌های ممکن را شماره‌گذاری کرده و حاصل را به دست آورید: ➔ به‌چوردیگه



$$A' \cap B' = \{1, 4\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$$

$$(A \cup B') - B = \underbrace{\{2, 3\} \cup \{1, 2\}}_{\{1, 2, 3\}} - \{3, 4\} = \{1, 2\}$$

گام دوم: حالا طبق فرض سؤال باید بین دو جواب بالا اشتراک بگیریم:

$$\{1\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$$

گام سوم: از روی نمودار ون، قسمت ۱ برابر است با $(A \cup B)'$. پس برای رسیدن به گزینه‌ها نیاز به کمی تغییرات داریم:

$$(A \cup B)' = A' \cap B' = A' - B$$

۴ اگر بین دو عدد ۸ و ۴۴، پنج واسطه حسابی درج کنیم، آن گاه جمله سوم کدام است؟

۲۶ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۱۶ (۱)



فرض کنید ۸، اولین جمله دنباله است. با قرار دادن ۵ واسطه حسابی بین ۸ و ۴۴، اختلاف مشترک چند است؟

Hint

درس Box

روابط اصلی دنباله‌های حسابی (عددی)

تعریف	به هر جمله، یک مقدار ثابت اضافه می‌شود و جمله بعدی به دست می‌آید.
جمله عمومی	$a_n = a_1 + (n-1)d$
رابطه بازگشتی	$a_{n+1} = a_n + d$
واسطه حسابی سه جمله متوالی Z, Y, X	$y = \frac{X+Z}{2}$ (واسطه حسابی)
رابطه اندیس‌ها	$n+m = p+t \Rightarrow a_n + a_m = a_p + a_t$ (مثال $3+5 = 4+4 \Rightarrow a_3 + a_5 = a_4 + a_4 \Rightarrow a_4 = \frac{a_3 + a_5}{2}$)
درج k واسطه بین a و b	$d = \frac{b-a}{k+1}$
مجموع تعدادی فرد از جملات متوالی	مثال $\rightarrow a_1 + a_3 + a_5 = 3a_3$ وسطی \times تعداد = مجموع

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: طبق درس باکس با قرار دادن پنج واسطه بین ۸ و ۴۴ اختلاف مشترک برابر است با:

$$d = \frac{44-8}{5+1} = \frac{36}{6} = 6$$

گام دوم: با داشتن جمله اول و اختلاف مشترک، سومین جمله دنباله را به دست می‌آوریم:

$$8, 14, 20, 26, \dots$$

پس سومین جمله دنباله برابر ۲۰ است.

ریاضیات

اگر $(3, x, 12)$ سه جمله نخست یک دنباله هندسی باشند، آن گاه جمله چندم برابر با $x^2 + 12$ است؟

- (۱) پنجم یا هفتم
(۲) هفتم یا دوازدهم
(۳) پنجم
(۴) دوازدهم



Hint از فرمول واسطه هندسی استفاده کنید.

درستی Box

روابط اصلی دنباله‌های هندسی

تعریف	هر جمله نسبت به جمله قبلی در یک مقدار ثابت ضرب می‌شود.
جمله عمومی	$a_n = a_1 q^{n-1}$
رابطه بازگشتی	$a_{n+1} = a_n \times q$
رابطه اندیس‌ها	$n + m = p + t \Rightarrow a_n \times a_m = a_p \times a_t$
واسطه هندسی سه جمله متوالی x و y و z	$y^2 = xz$ (واسطه هندسی)
درج k واسطه هندسی بین a و b	$q^{k+1} = \frac{b}{a}$
ضرب تعداد فرد جمله متوالی	مثال $a_1 a_3 a_5 = (a_3)^3$ تعداد (وسطی) = حاصل ضرب

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** x و 3 سه جمله متوالی یک دنباله هندسی هستند، پس x واسطه هندسی آن‌ها و برابر است با:

$$x^2 = 3 \times 12 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

گام دوم: اگر $x = 6$ در نظر بگیریم، پس $q = 2$:

$$3, 6, 12, \dots$$

$\times 2 \quad \times 2$

اگر $x = -6$ در نظر بگیریم، پس $q = -2$:

$$3, -6, 12, \dots$$

$\times (-2) \quad \times (-2)$

گام سوم: یک بار با $q = 2$ و یک بار با $q = -2$ جملات را می‌نویسیم تا به ۴۸ برسیم:

$$q = 2: 3, 6, 12, 24, \frac{48}{\text{جمله پنجم}}$$

$$q = -2: 3, -6, 12, -24, \frac{48}{\text{جمله پنجم}}$$

بنابراین در هر صورت ۴۸ برابر با جمله پنجم است.

۶ اضلاع یک مثلث قائم الزاویه به محیط ۷۲. تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. مساحت این مثلث کدام است؟

۶۴ (۴)

۱۹۶ (۳)

۱۴۴ (۲)

۲۱۶ (۱)



هر جا صحبت از سه جمله متوالی دنباله حسابی باشد، این جمله‌ها $a-d$ و a و $a+d$ هستند.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: سه جمله متوالی دنباله حسابی که همان اضلاع مثلث قائم الزاویه هستند را $a-d$ و a و $a+d$ در نظر می‌گیریم؛

مجموع این سه عدد باید برابر ۷۲ باشد:

$$a-d + a + a+d = 72 \Rightarrow 3a = 72 \Rightarrow a = 24$$

گام دوم: قضیه فیثاغورس را برای سه ضلع مثلث قائم الزاویه می‌نویسیم:

$$(a-d, a, a+d)$$

$$(a+d)^2 = a^2 + (a-d)^2 \Rightarrow a^2 + 2ad + d^2 = a^2 + a^2 - 2ad + d^2 \Rightarrow a^2 = 4ad \Rightarrow a = 4d$$

با توجه به مقدار a که ۲۴ است، d برابر است با:

$$d = \frac{a}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

گام سوم: a و d مشخص شدند، پس سه ضلع مثلث قائم الزاویه 3° ، 24 ، 18 هستند. وتر، بزرگ‌ترین ضلع مثلث قائم الزاویه است.

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a-d & a & a+d \end{array}$$

پس وتر برابر با 3° و اندازه اضلاع قائمه برابر با ۱۸ و ۲۴ است و مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{18 \times 24}{2} = 216$$

ریاضیات

جملات اول، سوم و ششم یک دنباله حسابی صعودی، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

۳ (۴)

۲ / ۵ (۳)

۲ (۲)

۱ / ۵ (۱)

۷

۶

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: جمله عمومی جملات اول، سوم و ششم دنباله حسابی به ترتیب به صورت $a_1 + 2d$ ، $a_1 + 5d$ و $a_1 + 8d$ است. این سه جمله، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند:

$$a_1, a_1 + 2d, a_1 + 5d$$

پس جمله وسط، واسطه هندسی است و داریم:

$$(a_1 + 2d)^2 = a_1(a_1 + 5d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 4a_1d + 4d^2 = a_1^2 + 5a_1d \Rightarrow a_1d = 4d^2 \Rightarrow a_1 = 4d$$

گام دوم: برای به دست آوردن قدرنسبت دنباله هندسی، کافی است دو جمله متوالی را بر هم تقسیم کنیم و قرار دهیم $a_1 = 4d$.

$$q = \frac{a_1 + 2d}{a_1} = \frac{4d + 2d}{4d} = \frac{6d}{4d} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

به چور دیگه

می‌دانیم که $q = \frac{q(t_1q - t_1)}{t_1q - t_1}$. حالا اگر عبارات صورت را در هم ضرب کنیم، داریم:

$$q = \frac{q(t_1q - t_1)}{t_1q - t_1} = \frac{t_1q^2 - t_1q}{t_1q - t_1}$$

در بالا عبارات t_1q ، t_1 و t_1q^2 به دست آمده که سه جمله متوالی دنباله هندسی و طبق فرض سؤال به ترتیب برابر با a_1 (جمله اول دنباله حسابی)، $a_1 + 2d$ (جمله سوم دنباله حسابی) و $a_1 + 5d$ (جمله ششم دنباله حسابی) هستند. پس معادل آن‌ها را جای گذاری می‌کنیم:

$$q = \frac{t_1q^2 - t_1q}{t_1q - t_1} = \frac{a_1 + 5d - (a_1 + 2d)}{(a_1 + 2d) - a_1} = \frac{a_1 + 5d - a_1 - 2d}{a_1 + 2d - a_1} = \frac{3d}{2d} = \frac{3}{2} = 1.5$$

ریاضیات

مقدار عددی عبارت $\sqrt{3}(\cos 30^\circ - \tan 60^\circ) - 3 \sin 30^\circ$ کدام است؟

۲ (۳)

۱ (۲)

۴ (صفر)

۳ (۳)

مشاوره حفظ کردن مقادیر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های معروف، اولین قدم مهم در ورود به مبحث مثلثات است.

مقادیر نسبت‌های مثلثاتی در پنج زاویه معروف

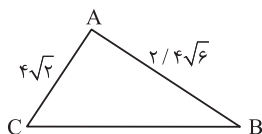
درس‌Box

مقدار	0°	30°	45°	60°	90°
sin	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱
cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰
tan	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	∞
cot	∞	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰

پاسخ خیلی تشریحی ✓ مقدار هر نسبت مثلثاتی را در عبارت صورت سؤال جای‌گذاری کرده و ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{3}(\cos 30^\circ - \tan 60^\circ) - 3 \sin 30^\circ = \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}\right) - 3\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \times \sqrt{3} - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} - 3 - \frac{3}{2} = -3$$

اگر در مثلث ABC , $\cos B = \frac{1}{3}$ و $\cos C = \frac{1}{5}$ باشد، اندازه ضلع BC کدام است؟ ۹



$$2\sqrt{2} - 1/2\sqrt{6} \quad (1)$$

$$4\sqrt{2} - 1/6\sqrt{6} \quad (2)$$

$$0/8(\sqrt{2} + \sqrt{6}) \quad (3)$$

$$1/2(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \quad (4)$$

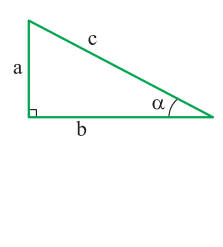


Hint از رأس A ، ارتفاع وارد بر ضلع BC را رسم کنید.

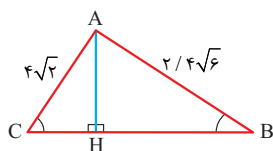
نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه

درتس Box

نسبت	تعریف	با توجه به شکل
سینوس	مقابل وتر	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
کسینوس	مجاور وتر	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$
تانژانت	مقابل مجاور	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$
کتانژانت	مجاور مقابل	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ارتفاع AH را رسم کرده و در مثلث‌های قائم‌الزاویه ایجاد شده، رابطه $\cos C$ و $\cos B$ را بنویسید:



$$\text{در مثلث } ACH: \cos C = \frac{CH}{AC} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{CH}{4\sqrt{2}} \Rightarrow CH = \frac{4\sqrt{2}}{5} = 0/8\sqrt{2}$$

$$\text{در مثلث } ABH: \cos B = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{BH}{2/4\sqrt{6}} \Rightarrow BH = \frac{2/4\sqrt{6}}{3} = 0/8\sqrt{6}$$

گام دوم: در گام اول مقدار BH و CH را به دست آوردیم. همان‌طور که از شکل پیداست $BC = BH + CH$. پس کافی است

دو مقدار به دست آمده را با هم جمع کنیم:

$$BC = BH + CH = 0/8\sqrt{6} + 0/8\sqrt{2} = 0/8(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

ریاضیات

اگر $\frac{3 \sin x + \cos x}{3 \cos x + 2 \sin x} = 2$ باشد، آن گاه مقدار $\tan x + \cot x$ کدام است؟

$$\frac{26}{5} \quad (1)$$

$$-\frac{26}{5} \quad (2)$$

$$\frac{10}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{10}{3} \quad (4)$$

مشاوره مدل یک سری سوالات را به خاطر بسپارید. مثلاً یکی از روش‌های حل سوالاتی مثل این تست که عبارتی بر حسب \sin و \cos داده و عبارتی بر حسب \tan و \cot می‌خواهد، تقسیم صورت و مخرج بر \sin و \cos است.

Hint

صورت و مخرج سمت چپ تساوی صورت سؤال را بر \sin یا \cos تقسیم کنید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: صورت و مخرج سمت چپ تساوی را بر \cos تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{3 \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\cos x}}{\frac{3 \cos x}{\cos x} + \frac{2 \sin x}{\cos x}} = \frac{3 \tan x + 1}{3 + 2 \tan x} = 2$$

گام دوم: طرفین وسطین می‌کنیم:

$$3 \tan x + 1 = 6 + 4 \tan x \Rightarrow \tan x = -5$$

گام سوم: $\tan x$ و $\cot x$ همیشه معکوس هم‌اند، پس $\cot x = -\frac{1}{5}$.

گام چهارم:

$$\tan x + \cot x = -5 + \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{25}{5} - \frac{1}{5} = -\frac{26}{5}$$

گام اول: طرفین وسطین می‌کنیم:

$$\frac{3 \sin x + \cos x}{3 \cos x + 2 \sin x} = 2 \Rightarrow 3 \sin x + \cos x = 6 \cos x + 4 \sin x \Rightarrow \sin x = -5 \cos x$$

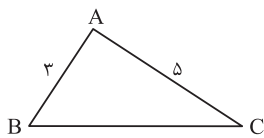
گام دوم: طرفین را بر $\cos x$ تقسیم می‌کنیم:

$$\sin x = -5 \cos x \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-5 \cos x}{\cos x} \Rightarrow \tan x = -5$$

گام سوم و چهارم کاملاً مشابه راه حل اول انجام می‌شوند.

په‌چور دیگه

در مثلث زیر، $\tan \hat{A} = 2$ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



$$5\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{15}}{2} \quad (4)$$

$$3\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\frac{15}{4} \quad (3)$$

11

مشاوره برای محاسبه مساحت مثلث با توجه به داده‌هایمان، چند روش داریم که در درس باکس آورده‌ایم؛ آن‌ها را به خوبی یاد بگیرید.

Hint

می‌دانیم $\tan \hat{A} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{2}{1}$. پس یک مثلث قائم‌الزاویه با این ویژگی رسم کنید و $\sin \hat{A}$ را به دست آورید.

راه‌های محاسبه مساحت مثلث

دروس Box

فرمول مساحت مثلث	شکل	چیزهایی که داریم.	
$\frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{h_a \times a}{2}$		قاعده و ارتفاع وارد بر آن	1
$\frac{1}{2} \times \text{ضلع دو} \times \sin C$ $= \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin C$		دو ضلع و زاویه بین	2
$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ↓ نصف محیط		سه ضلع (هرون)	3

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** اگر بخواهیم مثلثی رسم کنیم که در آن $\tan \hat{A} = 2$ باشد، باید ابتدا به یاد بیاوریم که تعریف تانژانت چه بود:

$$\tan \hat{A} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{2}{1} \Rightarrow$$

طبق فیثاغورس طول وتر برابر است با:

$$\sqrt{5} = \text{وتر} \Rightarrow 5 = 1 + 4 = (\text{وتر})^2 \Rightarrow (\text{وتر})^2 = 1^2 + 2^2 \Rightarrow (\text{وتر})^2 = 5$$

گام دوم: پس $\sin \hat{A}$ برابر است با:

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad (0 < \hat{A} < 180^\circ)$$

گام سوم: اندازه AB، AC، و $\sin \hat{A}$ را داریم. پس مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

گویا کنیم

۱۲

محسن یک موشک کاغذی درست می‌کند و آن را با زاویه 15° نسبت به سطح افق و با فاصله $1/8$ متر نسبت به سطح زمین، پرتاب می‌کند. این موشک کاغذی پس از طی مسافت ۸ متر، در ارتفاع چند متری نسبت به سطح زمین قرار می‌گیرد؟ ($\sin 15^\circ = 0.25$)

۲ / ۸ (۲)

۲ (۱)

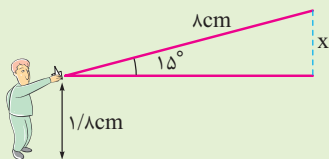
۴ / ۸ (۴)

۳ / ۸ (۳)



Hint کشیدن شکل، کمک بزرگی به حل این گونه سؤالات می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** طبق شکل زیر، x به راحتی با نسبت مثلثاتی $\sin 15^\circ$ به دست می‌آید:



$$\sin 15^\circ = \frac{x}{8} \Rightarrow 0.25 = \frac{x}{8} \Rightarrow x = 8 \times 0.25 = 8 \times \frac{1}{4} = 2$$

گام دوم: سؤال از ما ارتفاع نهایی موشک کاغذی از سطح زمین را می‌خواهد، پس باید ارتفاع دست محسن از سطح زمین را هم حساب کنیم:

متر $2 + 1/8 = 3/8$: ارتفاع نهایی موشک نسبت به زمین پس از طی مسافت ۸ متر

حواست باشه به محض به دست آوردن عدد ۲، گزینه (۱) را انتخاب نکنی. خواسته نهایی سؤال باید با ارتفاع دست محسن از سطح زمین جمع شود. **گول نخوری** ✗

ریاضیات

۱۳ اگر $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$ و $\cos \alpha \cdot \tan \alpha > 0$ باشد، آن گاه زاویه α در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد؟

(۲) دوم

(۱) اول

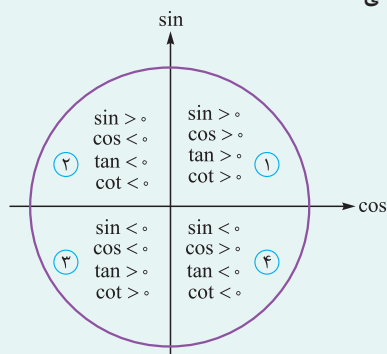
(۴) چهارم

(۳) سوم

Hint ابتدا، دومین رابطه را ساده کنید تا علامت یکی از نسبت‌ها مشخص شود و بعد به سراغ تحلیل رابطه اول بروید.

درس‌Box

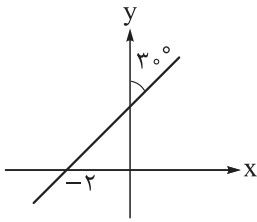
علامت نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی



پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** در عبارت دومی $\tan \alpha$ را می‌نویسیم $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ و $\cos \alpha$ در مخرج با صورت ساده می‌شود.

$$\cos \alpha \cdot \tan \alpha > 0 \xrightarrow{\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} \cos \alpha \times \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} > 0 \Rightarrow \sin \alpha > 0$$

گام دوم: طبق سؤال $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$ است و طبق گام اول $\sin \alpha > 0$ است. پس باید $\cos \alpha < 0$ باشد. پس طبق درس‌باکس، α در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.



معادله خط زیر، کدام است؟ **۱۴**

$$y = \frac{x+2}{\sqrt{3}} \quad (۱)$$

$$y = -\sqrt{3}(x+2) \quad (۲)$$

$$y = -\frac{x+2}{\sqrt{3}} \quad (۳)$$

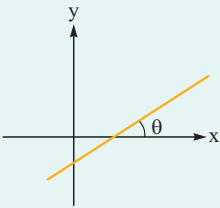
$$y = \sqrt{3}(x+2) \quad (۴)$$

Hint

زاویه تلاقی خط با محور Xها مهم است و شیب خط برابر است با تانژانت آن زاویه.

درس Box

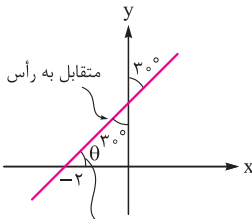
خطی که محور Xها را با زاویه θ ، به شکل زیر قطع می‌کند، دارای شیبی به اندازه $\tan \theta$ است.



در این رابطه مهم است توجه کنید که θ ، زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور طولی ایجاد کرده است.

معادله این خط به صورت $y = ax + b$ است که a شیب خط $(\tan \theta)$ و b عرض از مبدأ آن است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: زاویه‌ای که این خط با محور Xها ساخته است به راحتی پیدا می‌شود:



$$180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

گام دوم: پس شیب خط برابر است با $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

گام سوم: برای نوشتن معادله خط، نیاز به عرض از مبدأ، یعنی نقطه‌ای که خط، محور Y را قطع کرده نیز داریم. از تانژانت استفاده می‌کنیم:

$$\tan \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{2} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{2} \Rightarrow \text{ضلع مقابل} = 2\sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} = \sqrt{3}(x+2)$$

گام چهارم: پس معادله خط $y = ax + b$ ، به صورت مقابل در می‌آید:

↓
شیب
↓
عرض
از مبدأ

ریاضیات

۱۵ اگر $\tan^2 x = \cot x - 1$ باشد، آنگاه مقدار $\cos x$ با کدام یک از عبارت‌های زیر برابر است؟

۲) $\sqrt[3]{\sin x}$

۱) $\sin^3 x$

۴) $3 \sin x$

۳) $\frac{\sin x}{3}$

Hint نکته زیر را بخوانید و به طرفین تساوی داده شده، عدد یک را اضافه کنید.

نکته برای هر زاویه مانند x ، روابط زیر برقرار هستند:

۱) $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad (\cos x \neq 0)$

۲) $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \quad (\sin x \neq 0)$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** به طرفین تساوی عدد یک را اضافه می‌کنیم تا بتوانیم در سمت چپ به عبارتی شبیه به مورد (۱) درس باکس بسازیم:

$$\tan^2 x = \cot x - 1 \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \cot x - 1 + 1 \Rightarrow \underbrace{1 + \tan^2 x}_{\text{مورد (۱) درس باکس}} = \cot x \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = \cot x$$

گام دوم: $\cot x$ را نیز $\frac{\cos x}{\sin x}$ می‌نویسیم و طرفین وسطین می‌کنیم:

$$\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow \cos^3 x = \sin x \Rightarrow \cos x = \sqrt[3]{\sin x}$$

۱۶ اگر $\frac{\Delta \sin x + 1}{1 + \tan x} + \frac{\Delta}{1 + \cot x} = \Delta$ باشد، آن گاه مقدار $\cos x$ کدام است؟

$$\pm \frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\pm \frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\pm \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$



$\tan x$ و $\cot x$ ، دو عبارت معکوس هم هستند. پس می‌توانیم آن‌ها را $\tan x = a$ و $\cot x = \frac{1}{a}$ فرض کنیم.



Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با جای گذاری $\tan x = a$ و $\cot x = \frac{1}{a}$ در تساوی صورت سؤال و طرفین وسطین شروع می‌کنیم:

$$\frac{\Delta \sin x + 1}{1 + \frac{\tan x}{a}} + \frac{\Delta}{1 + \frac{\cot x}{\frac{1}{a}}} = \Delta \Rightarrow \frac{\Delta \sin x + 1}{1 + a} + \frac{\Delta}{1 + \frac{1}{a}} = \Delta$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \sin x + 1}{1 + a} + \frac{\Delta a}{1 + a} = \Delta \Rightarrow \frac{\Delta \sin x + \Delta a + 1}{1 + a} = \Delta$$

حالا طرفین وسطین می‌کنیم:

$$\Delta + \Delta a = \Delta \sin x + \Delta a + 1 \Rightarrow \Delta \sin x = 4 \rightarrow \sin x = \frac{4}{5}$$

گام دوم: برای به دست آوردن $\cos x$ ، می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{3}{5}$$

ریاضیات

جمله سوم و هفتم یک دنباله حسابی به ترتیب $a_3 = 2 - \cos^2 1^\circ$ و $a_7 = 4 + \sin^2 1^\circ$ است. جمله پانزدهم برابر با کدام است؟

۱۷

$$11 - \cos^2 1^\circ \quad (2)$$

$$5 + \sin^2 1^\circ \quad (1)$$

$$8 + \cos^2 1^\circ \quad (4)$$

$$7 + \cos^2 1^\circ \quad (3)$$



مشاوره گول ظاهر تست را نخورید. برخلاف ظاهر مثلاً نامتعارفش، حل راحتی دارد.

Hint قدرنسبت دنباله حسابی در رابطه $d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$ صدق می‌کند.

گام اول: در گام اول، قدرنسبت یا همان اختلاف مشترک دنباله را به دست آورید: **پاسخ خیلی تشریحی**

$$d = \frac{a_7 - a_3}{7 - 3} = \frac{4 + \sin^2 1^\circ - (2 - \cos^2 1^\circ)}{4} = \frac{4 - 2 + \sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ}{4}$$

در ادامه می‌دانیم $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ، پس $\sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ = 1$ ؛ بنابراین:

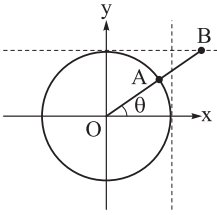
$$d = \frac{4 - 2 + \sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ}{4} = \frac{2 + 1}{4} = \frac{3}{4}$$

گام دوم: حالا جمله پانزدهم دنباله را به دست می‌آوریم، می‌دانیم که جمله پانزدهم دنباله، همان جمله هفتم است که هشت بار d به آن اضافه شده است:

$$a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{15}$$

+d +d +d +d +d +d +d +d +d

$$a_{15} = a_7 + 8d = 4 + \sin^2 1^\circ + 8\left(\frac{3}{4}\right) = 4 + 6 + \sin^2 1^\circ = 10 + \sin^2 1^\circ = 10 + 1 - \cos^2 1^\circ = 11 - \cos^2 1^\circ$$



در دایره مثلثاتی مقابل، اندازه AB کدام است؟ **۱۸**

$$\frac{1}{\sin \theta} - 1 \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\cos \theta} - 1 \quad (۲)$$

$$\tan \theta + 1 \quad (۳)$$

$$\cot \theta + 1 \quad (۴)$$

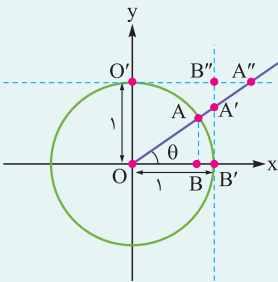
Hint در مثلث بالایی که OB وتر آن است، قضیه فیثاغورس را بنویسید و توجه کنید که $\hat{B} = \theta$.

درس Box

دایره مثلثاتی

(۱) اندازه شعاع دایره مثلثاتی برابر با ۱ است.

(۲) معمولاً اندازه پاره‌خط‌های این نوع سؤالات را می‌توان به کمک تشابه، فیثاغورس و نسبت‌های مثلثاتی به دست آورد.

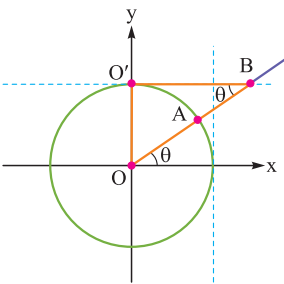


$$OO' (\text{شعاع دایره مثلثاتی}) = OB' (\text{شعاع دایره مثلثاتی}) = O'B'' = B'B'' = 1$$

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{OB}{OA} \xrightarrow{OA=1} \cos \theta = OB \\ \sin \theta = \frac{AB}{OA} \xrightarrow{OA=1} \sin \theta = AB \\ \tan \theta = \frac{A'B'}{OB'} \xrightarrow{OB'=1} \tan \theta = A'B' \\ \cot \theta = \frac{O'A''}{OO'} \xrightarrow{OO'=1} \cot \theta = O'A'' \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ به طور کلی می‌خواهیم برای به دست آوردن اندازه AB ، اندازه پاره‌خط OB را به دست آوریم و در انتها:

$$AB = OB - OA = OB - 1$$



گام اول: دایره مثلثاتی داده شده را به صورت مقابل ببیند؛ قضیه فیثاغورس را در مثلث

نارنجی رنگ می‌نویسیم؛ طبق درس باکس می‌دانیم اندازه زاویه B نیز برابر با θ است.

$$OB^2 = \underbrace{OO'^2}_{=1} + \underbrace{O'B'^2}_{\cot^2 \theta = \text{طبق درس باکس}}$$

گام دوم: مقادیر متناظر را در رابطه بالا جایگزین کرده و عبارت را ساده می‌کنیم:

$$OB^2 = OO'^2 + O'B'^2 = 1 + \cot^2 \theta = 1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \xrightarrow{0 < \theta < \frac{\pi}{2}} OB = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$AB = OB - OA = \frac{1}{\sin \theta} - 1$$

گام سوم: کار تمام است! AB برابر است با:

۱۹ اگر $(\sin x + \cos x)^2 = 2$ باشد، حاصل $\tan^2 x + \cot^2 x$ کدام است؟

۲ (۲)

۳ (۱)

 $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

مشاوره برای ایده‌داشتن و حل این‌گونه سؤالات، نیاز به دیدن و حل تست‌های زیادی از این مبحث است.

Hint $\tan x$ و $\cot x$ را به صورت $\frac{\sin x}{\cos x}$ و $\frac{\cos x}{\sin x}$ بنویسید و مخرج مشترک بگیرید.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$



نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** $\tan x$ و $\cot x$ را باز کرده و مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\tan^2 x + \cot^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} \xrightarrow{\text{طبق نکته}} \frac{1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x}$$

گام دوم: اتحاد مربع دو جمله‌ای را در عبارت $(\sin x + \cos x)^2 = 2$ باز می‌کنیم:

$$(\sin x + \cos x)^2 = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + 2 \sin x \cos x = 2$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = 2 \Rightarrow 2 \sin x \cos x = 1 \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2}$$

گام سوم: حالا در عبارت گام اول، به جای $\sin x \cos x$ مقدار $\frac{1}{2}$ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{1 - 2(\sin x \cos x)^2}{(\sin x \cos x)^2} = \frac{1 - 2(\frac{1}{2})^2}{(\frac{1}{2})^2} = \frac{1 - 2(\frac{1}{4})}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1} = 2$$

$$\tan^2 x + \cot^2 x = -1 + \frac{1}{\cos^2 x} - 1 + \frac{1}{\sin^2 x} = -2 + \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x}$$



به جور دیگه

$$= -2 + \frac{1}{(\sin x \cos x)^2} = -2 + \frac{1}{\frac{1}{4}} = -2 + 4 = 2$$

طبق گام دوم راه حل اول $\frac{1}{2}$

تیزبازی یکی از حالاتی که $(\sin x + \cos x)^2 = 2$ برابر با ۲ می‌شود این است که x برابر با 45° باشد:

$$(\sin x + \cos x)^2 = (\sin 45^\circ + \cos 45^\circ)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$$

حالا در عبارت $\tan^2 x + \cot^2 x$ ، زاویه x را برابر با 45° قرار می‌دهیم:

$$\tan^2 x + \cot^2 x = \tan^2 45^\circ + \cot^2 45^\circ = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$$

۲۰. اگر $3^\circ < x < 18^\circ$ باشد و $\sin x = \frac{1-2m}{3}$ ، حدود m کدام است؟

$$\left[0, \frac{1}{3}\right) \quad (۲)$$

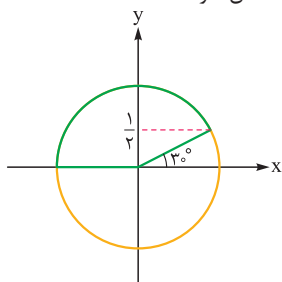
$$\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) \quad (۱)$$

$$\left[-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right) \quad (۴)$$

$$\left[-\frac{1}{3}, 0\right) \quad (۳)$$

Hint استفاده از دایره مثلثاتی، کمک بزرگی می‌کند. محدوده $3^\circ < x < 18^\circ$ را روی دایره مثلثاتی نشان دهید تا محدوده $\sin x$ را ببینید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** روی دایره مثلثاتی $3^\circ < x < 18^\circ$ را نشان می‌دهیم تا محدوده $\sin x$ برای ما مشخص شود:



گام دوم: با توجه به شکل، $0 < \sin x \leq 1$ است؛ به جای $\sin x$ ، مقدار $\frac{1-2m}{3}$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$0 < \sin x \leq 1 \rightarrow 0 < \frac{1-2m}{3} \leq 1 \xrightarrow{\times 3} 0 < 1-2m \leq 3$$

$$\xrightarrow{-1} -1 < -2m \leq 1 \xrightarrow{\times \left(-\frac{1}{2}\right)} \frac{-1}{2} \leq m < \frac{1}{2}$$

پس $m \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

کدام یک از قضایای زیر را نمی‌توان به صورت یک قضیه دوشروطی نوشت؟

عکس کدام قضیه درست نیست؟

- (۱) در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویه روبه‌رو به آن‌ها نیز برابرند.
- (۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.
- (۳) اگر دو دایره شعاع‌های برابر داشته باشند، آن‌گاه مساحت‌های برابر هم دارند.
- (۴) اگر دو مثلث همنهشت باشند، آن‌گاه محیط‌های برابر نیز دارند.

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۷ کتاب درسی و با نگاه به مفهوم عکس قضیه و قضیه دوشروطی طرح شده است. نوشتن عکس قضیه و قضیه دوشروطی می‌تواند از سوالات احتمالی امتحان نهایی باشد.



درستی عکس قضیه‌ها را بررسی کنید.

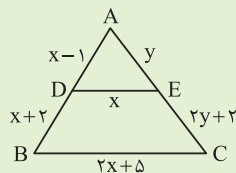
Hint

درس‌Box

- **قضیه:** برخی نتایج مهم و پرکاربرد که با استدلال استنتاجی به دست می‌آید، قضیه نامیده می‌شود. در واقع قضیه، یک حکم کلی همواره درست است.
- **عکس قضیه:** اگر در یک قضیه، جای فرض و حکم را عوض کنیم، عکس قضیه حاصل می‌شود. عکس یک قضیه ممکن است درست یا نادرست باشد.
- **قضیه دوشروطی:** اگر عکس یک قضیه شرطی، خود یک قضیه باشد، آن‌گاه این دو قضیه را می‌توان به صورت یک قضیه دوشروطی بیان کرد. قضیه دوشروطی معمولاً به کمک عبارت «اگر و تنها اگر» ساخته می‌شود. مثال: در یک مثلث دو ضلع برابرند، اگر و تنها اگر ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها برابر باشند.

پاسخ خیلی تشریحی

- قضیه‌ای را نمی‌توان به صورت دوشروطی نوشت که عکس آن نادرست باشد؛ بنابراین گزینه‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم.
- گزینه (۱): عکس قضیه درست است، یعنی اگر در هر مثلث، دو زاویه برابر باشند، دو ضلع روبه‌رو به آن‌ها نیز برابرند.
- گزینه (۲): عکس قضیه درست است. یعنی اگر قطرهای یک چهارضلعی عمودمنصف یکدیگر باشند، آن چهارضلعی لوزی است.
- گزینه (۳): عکس قضیه درست است. یعنی اگر دو دایره شعاع‌های برابر داشته باشند، شعاع‌های آن‌ها نیز برابرند.
- گزینه (۴): عکس قضیه درست نیست. دو مثلثی که محیط‌های برابر دارند، لزوماً همنهشت نیستند. مثلاً مثلثی به طول اضلاع ۴، ۴ و ۴ با مثلثی به طول اضلاع ۳، ۴ و ۵ همنهشت نیست، درحالی‌که دو مثلث دارای محیط‌های برابر هستند.



۲۲ در شکل زیر $DE \parallel BC$ است. حاصل $y - x$ کدام است؟

$$-1 \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

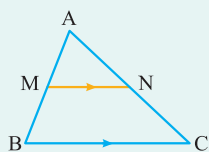
$$1 \quad (3)$$



مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۳ صفحه ۳۶ کتاب درسی است و نمونه مشابه آن در امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ نیز دیده می‌شود.

Hint وجود پاره‌خط‌های موازی، نشانه‌ای برای استفاده از قضیه تالس است.

فرض کنید در مثلث ABC ، پاره‌خط MN با ضلع BC موازی باشد. در این صورت داریم:



$$(1) \text{ قضیه تالس: } MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$(2) \text{ تعمیم قضیه تالس: } MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

گام اول: چون در اندازه‌های قطعات ایجادشده روی ضلع AC ، متغیر y وجود دارد؛ پس ابتدا به کمک تعمیم قضیه تالس، مقدار x را محاسبه می‌کنیم.

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x-1}{2x+1} = \frac{x}{2x+5} \Rightarrow (x-1)(2x+5) = x(2x+1) \Rightarrow$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 2x^2 + x$$

$$\Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

گام دوم: حال به کمک قضیه تالس و با جای‌گذاری مقدار x ، مقدار y را پیدا می‌کنیم.

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x-1}{x+2} = \frac{y}{2y+2} \xrightarrow{x=\frac{5}{2}} \frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{y}{2y+2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{y}{2y+2}$$

$$\Rightarrow 2y = 2y+2 \Rightarrow y=2$$

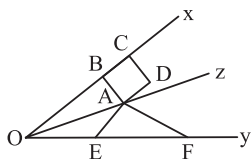
گام سوم: خواسته سؤال را به دست می‌آوریم.

$$y - x = 2 - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$$

کارت‌های

پاسخ خیلی تشریحی

در شکل زیر، Oz نیمساز زاویه xOy است. اگر $EF = 15$ و محیط مربع $ABCD$ برابر ۴۸ باشد، آن گاه مساحت مثلث AEF کدام است؟ **۲۴**



۸۰ (۱)

۸۴ (۲)

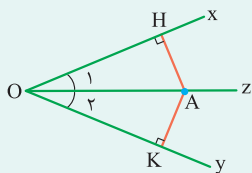
۹۰ (۳)

۹۶ (۴)

مشاوره ویژگی نیمساز یک زاویه چه در قالب اثبات قضیه و عکس قضیه و چه به صورت مسائل عددی می‌تواند از سوالات احتمالی امتحان نهایی باشد.

Hint نقطه A روی نیمساز زاویه xOy قرار دارد؛ پس فاصله آن از دو ضلع زاویه برابر است.

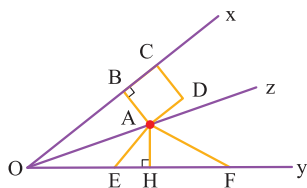
هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و برعکس، هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Leftrightarrow AH = AK$$

پاسخ خیلی تشریحی گام اول: از نقطه A عمود AH را بر نیم‌خط Oy رسم می‌کنیم. از طرفی، چهارضلعی $ABCD$ مربع است؛ پس AB بر Ox

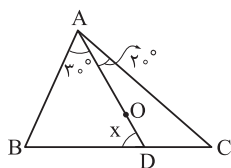
عمود است. می‌دانیم هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است؛ پس:



$$AH = AB = \frac{48}{4} = 12$$

$$S_{AEF} = \frac{1}{2} AH \times EF = \frac{1}{2} \times 12 \times 15 = 90$$

گام دوم: مساحت مثلث AEF را محاسبه می‌کنیم:



در شکل مقابل، O نقطه همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC است. مقدار x کدام است؟

$$7^\circ \text{ (۲)}$$

$$6^\circ \text{ (۱)}$$

$$9^\circ \text{ (۴)}$$

$$8^\circ \text{ (۳)}$$

۲۵



از نقطه O به رأس‌های B و C وصل کنید و به ویژگی نقطه واقع بر عمودمنصف یک پاره‌خط دقت کنید.

Hint

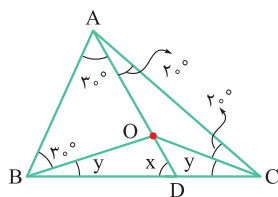
(۱) هر نقطه واقع بر عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است و برعکس، هر نقطه که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، بر عمودمنصف آن پاره‌خط واقع است.

درس‌Box

(۲) عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث هم‌رسانند و نقطه همرسی عمودمنصف‌ها از سه رأس مثلث به یک فاصله است.

گام اول: از نقطه O به رأس‌های B و C وصل می‌کنیم. می‌دانیم نقطه همرسی عمودمنصف‌ها از سه رأس مثلث به یک فاصله است؛ پس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی



$$\triangle OAB : OA = OB \Rightarrow \hat{O}BA = \hat{O}AB = 3^\circ$$

$$\triangle OAC : OA = OC \Rightarrow \hat{O}CA = \hat{O}AC = 2^\circ$$

$$\triangle OBC : OB = OC \Rightarrow \hat{O}BC = \hat{O}CB = y$$

گام دوم: مجموع زوایای داخلی مثلث ABC را برابر 180° قرار می‌دهیم تا مقدار y را به دست آوریم.

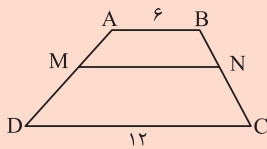
$$\triangle ABC : \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 5^\circ + 3^\circ + y + 2^\circ + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2y = 180^\circ \Rightarrow y = 40^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = 7^\circ \\ \hat{C} = 6^\circ \end{cases}$$

گام سوم: حال برای به دست آوردن x کافی است مجموع زوایای داخلی مثلث ABD را برابر 180° قرار دهیم:

$$\triangle ABD : \hat{D}AB + \hat{B} + \hat{A}DB = 180^\circ \Rightarrow 30^\circ + 7^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 80^\circ$$

۲۶ در دوزنقه $ABCD$ ، پاره خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{3}{5}$ است. اندازه MN کدام است؟



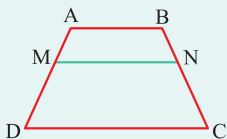
(۱) ۸

(۲) $8/25$ (۳) $8/5$ (۴) $8/75$

مشاوره این سؤال مشابه سؤالی از کنکور تجربی خارج ۹۹ طراحی شده است و از موضوعات بسیار مورد توجه در مبحث تالس در دوزنقه محسوب می‌شود.

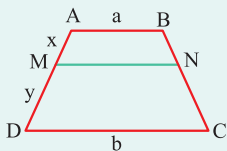
Hint برای استفاده از قضیه تالس، کافی است یکی از قطرهای دوزنقه را رسم کنید.

(۱) قضیه تالس در دوزنقه:

در دوزنقه $ABCD$ ، اگر پاره خط MN موازی قاعده‌ها رسم شود، آن‌گاه داریم:

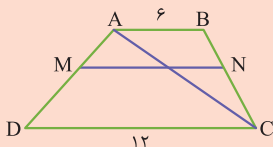
$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

(۲) در دوزنقه $ABCD$ ، اگر MN موازی قاعده‌ها، $AB = a$ ، $CD = b$ و $\frac{AM}{MD} = \frac{x}{y}$ باشد، آن‌گاه طول پاره خط MN از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$MN = \frac{ay + bx}{x + y}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: قطر AC را رسم می‌کنیم تا پاره خط MN را در O قطع کند. طبق قضیه تالس داریم:



$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{3}{5}$$

گام دوم: طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث‌های ADC و CAB داریم:

$$\triangle ADC: OM \parallel CD \Rightarrow \frac{OM}{CD} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{OM}{12} = \frac{3}{8} \Rightarrow OM = 4/5$$

$$\triangle CAB: ON \parallel AB \Rightarrow \frac{ON}{AB} = \frac{CN}{CB} \Rightarrow \frac{ON}{6} = \frac{5}{8} \Rightarrow ON = 3/75$$

گام سوم: طول پاره خط MN برابر است با:

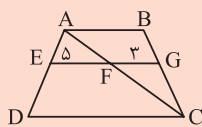
$$MN = OM + ON = 4/5 + 3/75 = 8/25$$

از فرمول ارائه شده در درس باکس استفاده می‌کنیم:

$$MN = \frac{6 \times 5 + 12 \times 3}{3 + 5} = \frac{66}{8} = 8/25$$

به‌چوردیگه

۲۷ در شکل زیر، AC نیمساز زاویه C در دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ و E و G وسط‌های دو ساق آن هستند. با توجه به اندازه‌های



$$۲۸ \quad (۲)$$

$$۳۲ \quad (۴)$$

روی شکل، محیط دوزنقه کدام است؟

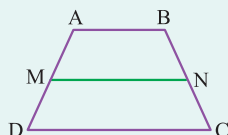
$$۲۴ \quad (۱)$$

$$۳۰ \quad (۳)$$

مشاوره سؤالات مرتبط با قضیه تالس در دوزنقه به‌ویژه قضیه میان خط در دوزنقه از سؤالات پرتکرار هندسه پایه در کنکورهای سال‌های اخیر هستند.

Hint با توجه به این که قطر AC نیمساز زاویه C و $AB \parallel CD$ است، از نتایج قضیه خطوط موازی و مورب استفاده کنید.

قضیه میان خط در دوزنقه: اگر نقاط M و N وسط‌های ساق‌های AD و BC در دوزنقه $ABCD$ باشند، آن‌گاه:



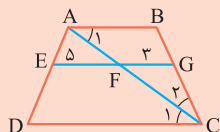
$$MN \parallel AB \parallel CD \quad (۱)$$

$$MN = \frac{AB + CD}{۲} \quad (۲)$$

گام اول: نقاط E و G وسط‌های ساق‌های دوزنقه قرار دارند؛ پس $EG \parallel AB \parallel CD$ است. از طرفی، طبق قضیه خطوط موازی

پاسخ خیلی تشریحی ✓

و مورب داریم:



$$AB \parallel CD \text{ و مورب } AC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{C}_2} \hat{A}_1 = \hat{C}_2$$

$$\xrightarrow{\Delta_{ABC}} AB = BC \xrightarrow{AD=BC} AB = BC = AD$$

گام دوم: طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث‌های ADC و CAB داریم:

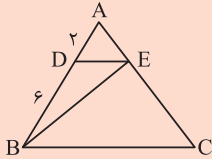
$$\Delta_{ADC}: EF \parallel DC \Rightarrow \frac{EF}{DC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{۵}{DC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow DC = ۱۰$$

$$\Delta_{CAB}: FG \parallel AB \Rightarrow \frac{FG}{AB} = \frac{CG}{CB} \Rightarrow \frac{۳}{AB} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow AB = ۶$$

گام سوم: محیط دوزنقه $ABCD$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{محیط دوزنقه} = ۱۰ + ۳ \times ۶ = ۲۸$$

در مثلث ABC ، ضلع BC موازی پاره خط DE است. مساحت مثلث BCE چند برابر مساحت مثلث ADE است؟



۶ (۲)

۴ (۱)

۱۲ (۴)

۸ (۳)



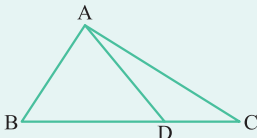
مشاوره این سؤال مشابه سؤالی از کنکور تجربی داخل ۱۴۰۱ طراحی شده است و یک سؤال ترکیبی از مساحت مثلث‌ها و قضیه تالس است.

نسبت مساحت هر کدام از مثلث‌های BCE و ADE را به مساحت مثلث BDE محاسبه کنید.

Hint

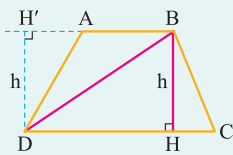
(۱) اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازه قاعده‌های آن‌ها است.

دروس Box



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC}$$

(۲) هرگاه اندازه ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازه قاعده‌هایی است که این ارتفاع‌ها بر آن‌ها وارد شده‌اند.



$$BH = DH' = h \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{BDC}} = \frac{AD}{DC}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: دو مثلث ADE و BDE در ارتفاع رسم شده از رأس E مشترک هستند؛ پس نسبت مساحت‌های دو مثلث برابر است با:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{BDE}} = \frac{AD}{BD} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

گام دوم: در دو مثلث BCE و BDE ، اندازه ارتفاع‌های وارد بر قاعده‌های DE و BC برابرند (فاصله دو خط موازی)؛ پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر نسبت قاعده‌ها است، یعنی داریم:

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{BC}{DE}$$

از طرفی، طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{BC}{DE} = 4 \Rightarrow \frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = 4$$

گام سوم: با توجه به نتایج به دست آمده در گام‌های اول و دوم، خواسته سؤال را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{4}{1} \Rightarrow \frac{S_{BCE}}{S_{ADE}} = 12$$

۲۹ طول ارتفاع‌های یک مثلث $۲/۷$ ، ۱۵ و $\frac{۱۸^\circ}{۱۷}$ و طول ضلع متوسط این مثلث برابر ۱۷ است. محیط این مثلث کدام است؟

مجموع طول‌های سه ضلع مثلث

۵۰ (۲)

۴۸ (۱)

۵۶ (۴)

۵۴ (۳)

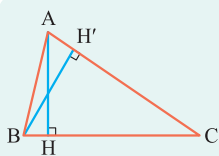
مشاوره رابطه بین طول اضلاع و ارتفاع‌های یک مثلث ممکن است یکی از سوالات مورد نظر طراح امتحان نهایی از مبحث نسبت و تناسب در هندسه باشد.

Hint

درین Box

به یاد داشته باشید که حاصل ضرب طول هر ضلع مثلث در ارتفاع وارد بر آن ضلع، مقداری ثابت است.

در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها برابر است.



$$\left. \begin{aligned} S_{ABC} &= \frac{1}{2} AH \times BC \\ S_{ABC} &= \frac{1}{2} BH' \times AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow AH \times BC = BH' \times AC \Rightarrow a \times h_a = b \times h_b$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$$

گام اول: می‌دانیم طول اضلاع یک مثلث با طول ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها نسبت عکس دارد؛ بنابراین طول ضلع متوسط مثلث، نظیر

طول ارتفاع متوسط آن است، یعنی ارتفاعی به طول $\frac{۱۸^\circ}{۱۷}$ ($۱۵ < \frac{۱۸^\circ}{۱۷} < ۲/۷$) بر ضلعی به طول ۱۷ وارد می‌شود.

با فرض $h_a = ۷/۲$ ، $h_b = \frac{۱۸^\circ}{۱۷}$ و $h_c = ۱۵$ و با توجه به این‌که در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر آن‌هاست، داریم:

$$\frac{b}{a} = \frac{h_a}{h_b} \Rightarrow \frac{۱۷}{a} = \frac{۷/۲}{\frac{۱۸^\circ}{۱۷}} \Rightarrow ۷/۲a = ۱۸^\circ \Rightarrow a = ۲۵$$

$$\frac{b}{c} = \frac{h_c}{h_b} \Rightarrow \frac{۱۷}{c} = \frac{۱۵}{\frac{۱۸^\circ}{۱۷}} \Rightarrow ۱۵c = ۱۸^\circ \Rightarrow c = ۱۲$$

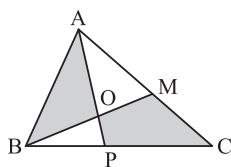
گام دوم: محیط مثلث برابر است با:

$$a + b + c = ۲۵ + ۱۷ + ۱۲ = ۵۴$$

پاسخ خیلی تشریحی

در شکل زیر، $\frac{AM}{MC} = \frac{CP}{BP} = 2$ و نقطه برخورد BM با AP است. نسبت مساحت مثلث AOB به مساحت چهارضلعی $OPCM$

۳۰



کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$



نسبت مساحت مثلث‌های ABP و BMC را بر حسب مساحت مثلث ABC به دست آورید.

Hint

طبق ویژگی‌های تناسب داریم:

درسی Box

الف) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

ب) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$

گام اول: دو مثلث ABP و ABC در ارتفاع رسم شده از رأس A مشترک‌اند؛ پس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\frac{S_{ABP}}{S_{ABC}} = \frac{BP}{BC}$$

$$\frac{CP}{BP} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{BP}{CP} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BP}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{ABP}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3}$$

گام دوم: دو مثلث BMC و ABC در ارتفاع رسم شده از رأس B مشترک‌اند؛ پس داریم:

$$\frac{S_{BMC}}{S_{ABC}} = \frac{MC}{AC}$$

$$\frac{AM}{MC} = 2 \Rightarrow \frac{MC}{AM} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{MC}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{BMC}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3}$$

گام سوم: طبق نتایج به دست آمده از گام‌های اول و دوم داریم:

$$\frac{S_{ABP}}{S_{ABC}} = \frac{S_{BMC}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{ABP} = S_{BMC} \Rightarrow S_{AOB} + S_{BOP} = S_{OPCM} + S_{BOP}$$

$$\Rightarrow S_{AOB} = S_{OPCM} \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{OPCM}} = 1$$

کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

الف) با دو برابر شدن عمق از سطح یک مایع، فشار کل نیز دو برابر می شود.

ب) اگر حجم جسم همگنی نصف شود، چگالی آن دو برابر می شود.

پ) اگر نیروی عمودی وارد بر جسمی دو برابر و مساحت سطح تماس آن نصف شود، فشار حاصل از این نیرو چهار برابر می شود.

ت) در یک عمق مشخص از سطح دو مایع A و B، اگر فشار پیمانه‌ای مایع A دو برابر فشار پیمانه‌ای مایع B باشد، چگالی مایع A دو برابر چگالی مایع B است.

(۲) «پ» و «ت»

(۱) «الف» و «ب»

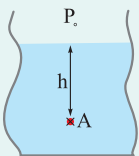
(۴) «الف» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»



درسی Box

(۱) اگر یک مایع با چگالی ρ درون یک ظرف داشته باشیم، فشار کل در عمق h از سطح آزاد مایع از رابطه زیر به دست می آید.



$$P_A = P_0 + \rho gh$$

(۲) اختلاف فشار مطلق و فشار جو را فشار پیمانه‌ای (P_g) می گویند.

$$P_g = P - P_0$$

فشار مطلق ↑
فشار پیمانه‌ای ←
فشار جو ↓

(۳) نیرویی که به طور عمود بر سطحی وارد می شود، فشار ایجاد می کند و از رابطه زیر به دست می آید:

$$P = \frac{F}{A}$$

نیرو \rightarrow (N)
مساحت مقطع \rightarrow (m^2)
فشار (Pa)

تک تک عبارتها را بررسی می کنیم. ✓ پاسخ خیلی تشریحی

الف) فشار کل در عمق h از سطح مایع از رابطه $P_1 = P_0 + \rho gh$ به دست می آید. با دو برابر شدن عمق از سطح مایع ($2h$)، فشار کل برابر $P_2 = P_0 + \rho g(2h)$ خواهد شد.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_0 + 2\rho gh}{P_0 + \rho gh} = \frac{P_0 + \rho gh + \rho gh}{P_0 + \rho gh} = 1 + \frac{\rho gh}{P_0 + \rho gh}$$

بنابراین فشار کل افزایش می یابد، اما دو برابر نمی شود.

ب) چگالی جسم جزء ویژگی های فیزیکی آن است و با تغییر حجم جسم، چگالی آن ثابت می ماند. دقت کنید که با نصف شدن حجم جسم، جرم آن نیز نصف می شود.

پ) فشار از رابطه $P = \frac{F}{A}$ به دست می آید؛ بنابراین به صورت مقایسه‌ای، رابطه به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 4$$

ت) فشار پیمانه‌ای مایعی با چگالی ρ در عمق h از رابطه $P_g = \rho gh$ به دست می آید.

$$\frac{P_{gA}}{P_{gB}} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{h_A}{h_B} \Rightarrow 2 = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times 1 \Rightarrow \rho_A = 2\rho_B$$

فیزیک

۳۲ یک ترازوی رقمی، جرم جسمی را 0.4 kg نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری این ترازو برحسب گرم کدام است؟

۱۰۰ (۴)

۰/۰۱ (۳)

۰/۱ (۲)

۱۰ (۱)



ابتدا دقت اندازه‌گیری ترازو را برحسب کیلوگرم مشخص کنید، سپس آن را برحسب گرم محاسبه کنید.

 Hint

 درس‌باکس

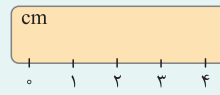
دقت اندازه‌گیری } وسایل مدرج (درجه‌بندی شده) ← کمینه درجه‌بندی ابزار
 } وسایل دیجیتالی (رقمی) ← یک واحد از آخرین رقم خوانده شده



دقت اندازه‌گیری = 1°C



دقت اندازه‌گیری = 0.1°C



دقت اندازه‌گیری = 1 cm

پاسخ خیلی تشریحی ✓ دقت اندازه‌گیری ترازو 0.1 kg است. دقت اندازه‌گیری را برحسب گرم به دست می‌آوریم.

$$0.1 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = 100 \text{ g}$$

فیزیک

۳۳ تقریباً چند دقیقه طول می کشد تا نور، از خورشید به زمین برسد؟ ($1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$) و تندی نور در خلأ را $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ در نظر بگیرید.

۲ (۴)

۰/۱۲ (۳)

۸ (۲)

۵۰۰ (۱)



به میانگین فاصله زمین تا خورشید، یکای نجومی (AU) گفته می شود. هر یکای نجومی معادل $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ است.

درسی Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

تندی نور در خلأ $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است؛ یعنی نور در هر ثانیه، مسافت $3 \times 10^8 \text{ m}$ در خلأ را طی می کند. از آن جایی که میانگین فاصله زمین تا خورشید (1AU) را داریم، می توانیم مدت زمانی را که طول می کشد تا نور از خورشید به زمین برسد، حساب کنیم. فقط مواستون باشه که 1AU رو بر حسب m بنویسیم؛ چون تندی نور در خلأ بر حسب m/s داده شده.

مسافت (m)	زمان (s)
3×10^8	۱
1.5×10^{11}	t

$$\rightarrow t = \frac{1.5 \times 10^{11} \times 1}{3 \times 10^8} = 500 \text{ s}$$

سوال از ما این مدت زمان (t) را بر حسب دقیقه می خواهد. ما هم با تبدیل زنجیره ای، t را بر حسب دقیقه به دست می آوریم:

$$t = 500 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 8 \text{ min}$$

فهمیدین پی شد؟! یعنی نور خورشیدی که ما می بینیم، برای ۸ دقیقه پیشه، نه الان! چون حدود ۸ دقیقه طول می کشه تا نور خورشید به زمین برسه! نور ستاره ها ده تا صد سال طول می کشه تا به زمین برسه! یعنی با دیدن ستاره ها داریم ده تا صد سال پیششون رو می بینیم! پس با دیدن نور خورشید و ستاره ها داریم گذشته رو می بینیم! خیلی دارک شد! ولی جالب نبود یا به تبدیل واحد و تناسب ساده تونستیم به این نتیجه برسیم؟!

۳۴ مخزنی با حجم 1200L پر از آب است و در پایین این مخزن شیری وجود دارد که آب می‌تواند با آهنگ $40\text{ cm}^3/\text{s}$ از آن خارج شود.

اگر شیر را باز کنیم، چند دقیقه طول می‌کشد تا این مخزن به طور کامل تخلیه شود؟

۳۰ (۴)

۸۰۰ (۳)

۵۰۰ (۲)

۲۰ (۱)



ابتدا آهنگ خروج آب را به روش تبدیل زنجیره‌ای برحسب لیتر بر دقیقه به دست آورید، سپس به کمک تناسب، مدت زمان تخلیه مخزن را محاسبه کنید.

Hint

(۱) به تغییرات یک کمیت نسبت به زمان، معمولاً آهنگ آن کمیت گفته می‌شود.

درس‌Box

$$\text{آهنگ کمیت} = \frac{\text{تغییرات کمیت}}{\text{تغییرات زمان}}$$

(۲) تبدیل واحدهای مهم حجم به صورت زیر است. حفظ کنید!

$$\begin{array}{c}
 \xrightarrow{\times 10^{+6}} \\
 \text{m}^3 \xleftrightarrow[\times 10^{-3}]{\times 1000} \text{L} \xleftrightarrow[\times 10^{-3}]{\times 1000} \text{mL} = \text{cm}^3 \\
 \xleftarrow{\times 10^{-6}}
 \end{array}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با توجه به این که در نهایت سؤال مدت‌زمان خالی‌شدن ظرف را برحسب دقیقه خواسته و حجم مخزن برحسب لیتر است،

آهنگ خروج آب را برحسب $\frac{\text{L}}{\text{min}}$ به دست می‌آوریم:

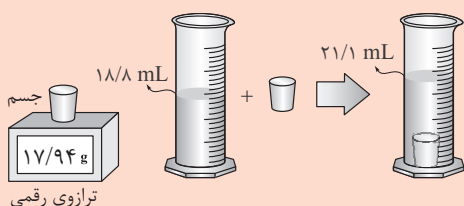
$$40 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times \frac{1\text{L}}{1000\text{cm}^3} \times \frac{60\text{s}}{1\text{min}} = 2/4 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

گام دوم: حال به کمک تناسب، مدت‌زمان تخلیه مخزن را به دست می‌آوریم:

حجم (L)	زمان (min)
۲/۴	۱
۱۲۰۰	t

$$\Rightarrow t = \frac{1200 \times 1}{2/4} = 500 \text{ min}$$

جرم و حجم جسمی را مطابق شکل زیر پیدا کرده‌ایم. چگالی این جسم بر حسب kg/m^3 و g/cm^3 به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



$$1) \quad 7/8, 7800$$

$$2) \quad 8800, 8800$$

$$3) \quad 7800, 7800$$

$$4) \quad 8/8, 8800$$

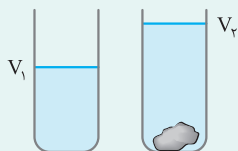
مشاوره این سؤال مشابه تمرین کتاب درسی است. سؤالی که در قالب کنکور هم مطرح شده است. خلاصه این‌که، تمرین‌های کتاب درسی مهم است.

Hint

جرم جسم که روی ترازو مشخص شده است. حجم جسم را به کمک تغییرات حجم مایع، قبل و بعد از انداخته شدن جسم به دست آورید و در نهایت چگالی جسم را به کمک رابطه $\rho = m/V$ محاسبه کنید.

درسی Box

۱) اگر جسمی درون یک مایع انداخته شود و به طور کامل درون مایع فرو رود، حجم مایع جابه‌جا شده برابر با حجم ظاهری (حجم کل) جسم است.



$$V_{\text{ظاهری}} = V_2 - V_1$$

۲) چگالی: نسبت جرم به حجم یک ماده همگن را چگالی آن می‌گوییم

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \begin{matrix} \text{جرم (kg)} \\ \text{حجم (m}^3\text{)} \end{matrix} \leftarrow \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \begin{matrix} \text{چگالی (kg/m}^3\text{)} \\ \text{حجم (m}^3\text{)} \end{matrix}$$

۳) یکی از یکاهای متداول چگالی، یکای g/cm^3 است. برای تبدیل یکای g/cm^3 به یکای kg/m^3 (و برعکس!) به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\text{g/cm}^3 \xrightarrow{\frac{\times 1000}{\div 1000}} \text{kg/m}^3$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: حجم مایع جابه‌جا شده بیانگر حجم جسم است:

$$V_{\text{جسم}} = 21.1 - 18.8 = 2.3 \text{ mL} \xrightarrow{1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3} V_{\text{جسم}} = 2.3 \text{ cm}^3$$

گام دوم: چگالی جسم را به کمک رابطه $\rho = m/V$ به دست می‌آوریم:

$$\frac{m=17.94 \text{ g}}{V=2.3 \text{ cm}^3} \rightarrow \rho = \frac{17.94}{2.3} = 7.8 \text{ g/cm}^3$$

گام سوم: در نهایت چگالی جسم را بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب به دست می‌آوریم:

$$\rho = 7.8 \times 1000 = 7800 \text{ kg/m}^3$$

فیزیک

۳۶

دو مایع مخلوط‌نشده‌ی A و B با چگالی‌های $\rho_A = 0.8 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_B = 1 \text{ g/cm}^3$ درون ظرف استوانه‌ای شکل با مساحت مقطع 50 cm^2 ریخته شده‌اند. اگر جسمی فلزی با جرم 600 g را درون این ظرف بیندازیم، جسم به طور کامل در مایع B فرو می‌رود و ارتفاع مایع B 10 cm جابه‌جا می‌شود. حجم حفره درون جسم، چند درصد حجم کل جسم را تشکیل می‌دهد؟ ($\rho_{\text{فلز}} = 4 \text{ g/cm}^3$)

۷۰ (۴)

۵۰ (۳)

۸۵ (۲)

۳۰ (۱)



مشاوره یکی از سوالات چالشی بحث چگالی، حل سوالاتی است که جسم حفره دارد. از این نوع سؤال زیاد حل کنید.

 **Hint**

به کمک حجم مایع جابه‌جاشده، حجم کل (ظاهری) جسم را به دست آورید، سپس به کمک رابطه $\rho = \frac{m}{V_{\text{کل}} - V_{\text{حفره}}}$ ، حجم حفره را محاسبه کنید و در نهایت نسبت حجم حفره به حجم کل جسم را به دست آورید.

اگر جسمی دارای حفره و چگالی ماده سازنده آن ρ باشد، در این صورت در رابطه چگالی باید حجم ماده سازنده را به کار ببریم و به صورت مقابل نوشته می‌شود:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{کل}} - V_{\text{حفره}}}$$

 **دربسی Box**

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** حجم مایع جابه‌جاشده بیانگر حجم کل جسم است:

$$V_{\text{مایع جابه‌جاشده}} = h \times A_{\text{ظرف استوانه‌ای}} = V_{\text{مایع جابه‌جاشده}} = V_{\text{کل جسم}}$$

$$V_{\text{کل جسم}} = 50 \times 10 = 500 \text{ cm}^3$$

گام دوم: به کمک رابطه $\rho = \frac{m}{V_{\text{کل}} - V_{\text{حفره}}}$ ، حجم حفره را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{کل}} - V_{\text{حفره}}} \Rightarrow 4 = \frac{600}{500 - V_{\text{حفره}}}$$

$$\Rightarrow 500 - V_{\text{حفره}} = \frac{600}{4} \Rightarrow 500 - V_{\text{حفره}} = 150 \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 350 \text{ cm}^3$$

گام سوم: نسبت حجم حفره به حجم کل را برحسب درصد به دست می‌آوریم:

$$\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{350}{500} \times 100 = 70\%$$

کدام موارد از عبارتهای زیر، درست است؟

- الف) فشار در یک عمق معین از مایع به جهت گیری سطحی که به آن فشار وارد می‌شود، بستگی دارد.
 ب) پوش‌برگ (فویل) آلومینیمی مجاله‌شده بر روی سطح آب می‌ماند.
 پ) با افزایش قطر لوله موئین، ارتفاع ستون جیوه در آن بیشتر می‌شود.
 ت) هر چه به سطح زمین نزدیک‌تر می‌شویم، چگالی هوا کم‌تر و فشار هوا بیشتر می‌شود.

(۱) «الف» و «ت»

(۲) «پ» و «ت»

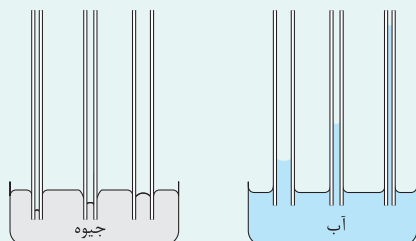
(۳) «الف» و «ب»

(۴) «ب» و «پ»



درس‌Box

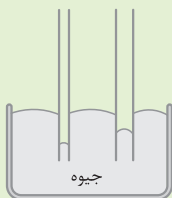
(۱) هر چه قطر لوله موئین کوچک‌تر باشد، آب در لوله موئین بالاتر و جیوه در لوله موئین پایین‌تر می‌رود.



(۲) هر چه از سطح زمین فاصله می‌گیریم، تراکم مولکول‌های هوا کم‌تر شده و فشار هوا کاهش می‌یابد.

تک‌تک عبارتهای را بررسی می‌کنیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

- الف) فشار در یک عمق معین از مایع به جهت گیری سطحی که به آن فشار وارد می‌شود، بستگی ندارد. ✗
 ب) پوش‌برگ (فویل) آلومینیمی مجاله‌شده به دلیل چگالی کم‌تر نسبت به آب، بر روی سطح آب می‌ماند. ✓
 پ) با افزایش قطر لوله موئین، جیوه کم‌تر در لوله پایین می‌رود و ارتفاع ستون جیوه در آن بیشتر می‌شود. در شکل زیر کاملاً این موضوع بررسی شده است. ✓



ت) به دلیل وجود نیروی جاذبه زمین، هر چه به سطح زمین نزدیک‌تر می‌شویم، چگالی و فشار هوا بیشتر می‌شود. ✗

فیزیک

۳۸

فشار در سطح خارجی پنجره‌ای با ابعاد $۲\text{m} \times ۳/۵\text{m}$ در شرایط طوفانی به $۰/۹۶\text{atm}$ می‌رسد. در این وضعیت، بزرگی نیروی خالصی که پنجره را به بیرون هل می‌دهد، چند نیوتون است؟ (فشار در سطح داخلی پنجره را ۱atm در نظر بگیرید و $۱\text{atm} = ۱۰^۵\text{kPa}$)

$$۷ \times ۱۰^۵ \quad (۲)$$

$$۱/۳۷۲ \times ۱۰^۶ \quad (۱)$$

$$۶/۷۲ \times ۱۰^۵ \quad (۴)$$

$$۲/۸ \times ۱۰^۴ \quad (۳)$$

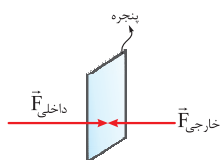


پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با توجه به این که فشار در سطح خارجی و داخلی پنجره متفاوت است، پس نیرویی که به سطح خارجی و داخلی پنجره وارد می‌شود نیز متفاوت است. این نیروها را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{خارجی}} = P_{\text{خارجی}} A \xrightarrow{P_{\text{خارجی}} = ۰/۹۶\text{atm} = ۰/۹۶ \times ۱۰^۵\text{Pa}} F_{\text{خارجی}} = ۰/۹۶ \times ۱۰^۵ \times ۷\text{N}$$

$$F_{\text{داخلی}} = P_{\text{داخلی}} A \xrightarrow{P_{\text{داخلی}} = ۱\text{atm} = ۱۰^۵\text{Pa}} F_{\text{داخلی}} = ۱۰^۵ \times ۷\text{N}$$

گام دوم: همان طور که در گام اول دیدید، $F_{\text{داخلی}} > F_{\text{خارجی}}$ است؛ پس پنجره به بیرون هل داده می‌شود (هون در اثر طوفان، تندی بار زیاد و فشار کم می‌شه؛ اصل برنولی!) حالا می‌توانیم نیروی خالصی که پنجره را به بیرون هل می‌دهد، حساب کنیم:



$$F_{\text{net}} = F_{\text{داخلی}} - F_{\text{خارجی}} = ۷ \times ۱۰^۵ - ۷ \times ۱۰^۵ \times ۰/۹۶ = ۷ \times ۱۰^۵ \underbrace{(۱ - ۰/۹۶)}_{۰/۰۴}$$

$$= ۲/۸ \times ۱۰^۴\text{N}$$

فیزیک

۳۹

شخصی می‌خواهد ظرف استوانه‌ای مخصوص نگهداری جیوه مایع با مساحت مقطع 50 cm^2 بسازد. اگر این ظرف بتواند حداکثر $27/2 \text{ kg}$ جیوه را در خود نگه دارد، شخص باید ارتفاع ظرف را حداکثر چند سانتی‌متر در نظر بگیرد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$)

۱۰ (۴)

۲۰ (۳)

۸۰ (۲)

۴۰ (۱)



پاسخ خیلی تشریحی ✓

از رابطه $m = \rho V$ برای محاسبه ارتفاع استفاده می‌کنیم:

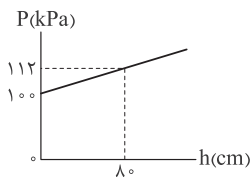
$$m = \rho V \Rightarrow m = \rho Ah \Rightarrow 27/2 = 13/6 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-4} \times h \Rightarrow 27/2 = 68h \Rightarrow h = 0/4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

تبدیل m^2 به cm^2 تبدیل g/cm^3 به kg/m^3

پس ارتفاع این ظرف، حداکثر باید 40 cm باشد؛ چون اگر ارتفاع جیوه درون ظرف بیشتر از 40 cm باشد، ظرف آسیب می‌بیند و این ظرف مناسب نگهداری جیوه مایع نخواهد بود.

فیزیک

۴۰ نمودار زیر، فشار درون یک مایع برحسب فاصله از سطح آزاد آن را نشان می‌دهد. فشار پیمانه‌ای در عمق ۵۰ سانتی‌متری این مایع، چند کیلوپاسکال بیشتر از فشار پیمانه‌ای آن در عمق ۳۰ سانتی‌متری است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



۴ (۱)

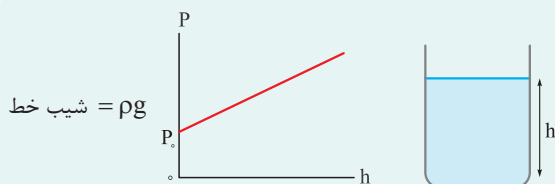
۳ × ۱۰^۳ (۲)۴ × ۱۰^۳ (۳)

۳ (۴)

مشاوره یک نوع از سؤالاتی که در فیزیک با آن‌ها مواجه هستیم، نمودارها هستند. در سؤالات مربوط به نمودار، شیب نمودار معمولاً برای ما مهم است.

درس‌Box

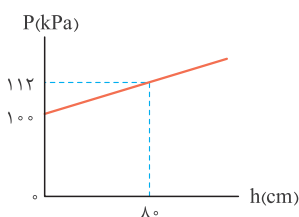
نمودار فشار درون مایع برحسب عمق:

شیب خط = ρg

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: به کمک شیب خط، مقدار ρg را به دست می‌آوریم.

تبدیل kPa به Pa



$$\Rightarrow \text{شیب} = \frac{(112 - 100) \times 10^3}{(80 - 0) \times 10^{-2}} \Rightarrow \rho g = \frac{12 \times 10^3}{80 \times 10^{-2}} = \frac{3}{2} \times 10^4$$

تبدیل cm به m

گام دوم: حالا فشار پیمانه‌ای در عمق‌های ۵۰cm و ۳۰cm این مایع را حساب می‌کنیم:

$$P_g = \rho g h \xrightarrow{h=30\text{cm}=0.3\text{m}} P_g = \frac{3}{2} \times 10^4 \times 0.3 = 4.5 \times 10^3 \text{ Pa} = 4.5 \text{ kPa}$$

$$P'_g = \rho g h' \xrightarrow{h=50\text{cm}=0.5\text{m}} P'_g = \frac{3}{2} \times 10^4 \times 0.5 = 7.5 \times 10^3 \text{ Pa} = 7.5 \text{ kPa}$$

در نتیجه، فشار پیمانه‌ای در عمق ۵۰cm این مایع ۳kPa ($7.5 - 4.5$) بیشتر از فشار پیمانه‌ای در عمق ۳۰cm آن است.

فیزیک

۴۱

دو مایع با جرم یکسان m درون ظرف استوانه‌ای وجود دارد و فشار کل در ته ظرف ۸۰ سانتی‌متر جیوه است. اگر مقداری جیوه درون ظرف اضافه کنیم تا مجموع جرم مایع‌های درون ظرف به $۴/۵m$ برسد، فشار کل در ته ظرف چند کیلوپاسکال می‌شود؟

$$(g = ۱۰ \text{ m/s}^2 \text{ و } \rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶ \text{ g/cm}^3, P_0 = ۷۶ \text{ cmHg})$$

$$۱۲۷/۸۴ (۲)$$

$$۱۱۵/۶ (۱)$$

$$۱۲۱/۰۴ (۴)$$

$$۱۳۳/۲۸ (۳)$$

Hint

ابتدا فشار ناشی از جرم $۲m$ مایع و فشار هوا (P_0) را به دست آورید تا رابطه‌ای بین جرم m و سطح مقطع و فشار مشخص کنید (مشخص کنید که (mg/A) معادل چند سانتی‌متر جیوه است؟) سپس همین فرایند را با جرم $۴/۵m$ بروید و فشار کل در حالت دوم را بیابید.

درس‌Box

اگر مایعی با جرم m درون ظرف استوانه‌ای به سطح مقطع A وجود داشته باشد، فشار ناشی از مایع در کف ظرف برابر mg/A است. برای تبدیل فشار برحسب سانتی‌متر جیوه به پاسکال، کافی است از رابطه زیر استفاده کنیم.

$$P = \rho_{\text{جیوه}} \times g \times h_{\text{جیوه}}$$

فشار برحسب سانتی‌متر جیوه را برحسب متر بنویسید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با استفاده از فشار کل در ته ظرف در حالت اول، می‌توانیم بنویسیم:

$$P = \frac{۲ \text{ mg}}{A} + P_0 \Rightarrow ۸۰ \text{ cmHg} = \left(\frac{۲ \text{ mg}}{A}\right) + ۷۶ \text{ cmHg} \Rightarrow \frac{۲ \text{ mg}}{A} = ۴ \text{ cmHg} \Rightarrow \frac{\text{mg}}{A} = ۲ \text{ cmHg}$$

فشار هوا فشار ناشی

از دو مایع

بنابراین فشار ناشی از جرم m مایع در این ظرف معادل ۲ cmHg است.

گام دوم: در حالت دوم، جرم مایع‌های درون ظرف $۴/۵m$ است. فشار ناشی از مایع‌ها در ته ظرف در این حالت را به دست می‌آوریم:

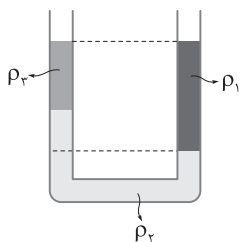
$$P_{\text{دوم}} = \frac{۴/۵ \text{ mg}}{A} = ۴/۵ (۲ \text{ cmHg}) = ۹ \text{ cmHg}$$

گام سوم: فشار کل در ته ظرف در حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{کل در حالت دوم}} = P_{\text{ناشی از مایع در حالت دوم}} + P_0 = ۹ + ۷۶ = ۸۵ \text{ cmHg}$$

گام چهارم: حال فشار کل در ته ظرف را برحسب کیلوپاسکال به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{کل}} = ۸۵ \text{ cmHg} \Rightarrow P_{\text{کل}} = \rho g h = ۱۳/۶ \times ۱۰^3 \times ۱۰ \times ۰/۸۵ = ۱۱۵۶۰۰ \text{ Pa} = ۱۱۵/۶ \text{ kPa}$$



۴۲ مطابق شکل مقابل، سه مایع مخلوط‌نشده درون لوله U شکل در حالت تعادل قرار دارند و سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله در یک سطح است. کدام رابطه بین چگالی این مایع‌ها برقرار است؟

$$\rho_1 < \rho_3 < \rho_2 \quad (1)$$

$$\rho_2 < \rho_3 < \rho_1 \quad (2)$$

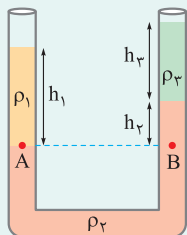
$$\rho_3 < \rho_2 < \rho_1 \quad (3)$$

$$\rho_3 < \rho_1 < \rho_2 \quad (4)$$



درس‌Box

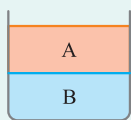
(۱) اگر چند مایع مخلوط‌نشده در یک لوله U شکل قرار داشته باشند و از هر دو طرف با هوای آزاد در ارتباط باشند، طبق اصل هم‌فشاری در نقاط هم‌تراز در یک مایع ساکن، رابطه زیر برقرار است:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

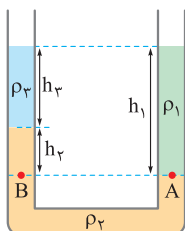
$$\Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$$

(۲) دو مایع مخلوط‌نشده با چگالی‌های متفاوت را در نظر بگیرید. اگر این دو مایع را درون ظرفی بریزیم، مایعی که چگالی آن بیشتر است، در کف ظرف قرار می‌گیرد؛ مثلاً در شکل روبه‌رو، چگالی مایع B از چگالی مایع A بیشتر است.



$$\rho_B > \rho_A$$

در شکل زیر، مایع (۲) در کف ظرف قرار دارد، پس چگالی آن از بقیه مایع‌ها بیشتر است؛ یعنی: $\rho_2 > \rho_1$ و $\rho_2 > \rho_3$ ✓ پاسخ خیلی تشریحی



باتوجه به این که فشار در نقاط A و B برابر است، می‌توانیم بنویسیم:

$$P_A = P_B \rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 + P_0 \rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$$

$$\xrightarrow{h_3 = h_1 - h_2} \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 (h_1 - h_2) \rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_1 - \rho_3 h_2$$

$$\rightarrow (\rho_1 - \rho_3) h_1 = (\rho_2 - \rho_3) h_2 \xrightarrow{\frac{\rho_2 > \rho_3 \rightarrow \rho_2 - \rho_3 > 0}{h_2 > 0}} (\rho_1 - \rho_3) h_1 > 0 \xrightarrow{h_1 > 0} \rho_1 - \rho_3 > 0$$

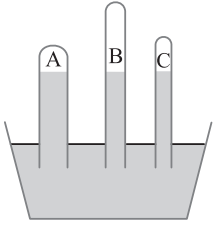
$$\rightarrow \rho_1 > \rho_3$$

$$\rho_2 < \rho_1 < \rho_3$$

از $\rho_1 > \rho_3$ و $\rho_1 < \rho_3$ می‌توانیم نتیجه بگیریم:

فیزیک

شکل زیر، سه لوله غیرمویین با سطح مقطع و طول لوله متفاوت را درون ظرف حاوی جیوه نشان می‌دهد. اگر ارتفاع جیوه درون لوله‌ها یکسان باشد، رابطه بین فشار وارد بر سطح جیوه درون لوله‌ها کدام است؟



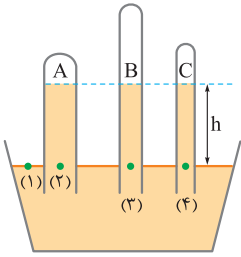
$$P_A = P_B = P_C \quad (1)$$

$$P_A > P_B > P_C \quad (2)$$

$$P_C > P_B > P_A \quad (3)$$

$$P_B > P_C > P_A \quad (4)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ در شکل زیر، فشار در نقاط (۱)، (۲)، (۳) و (۴) که در یک مایع و در یک سطح قرار دارند (هم‌تراز هستند) برابر است؛ بنابراین داریم:



$$\left. \begin{aligned} P_1 = P_2 \rightarrow P_2 = P_A + \rho gh \rightarrow P_A = P_2 - \rho gh \\ P_1 = P_3 \rightarrow P_3 = P_B + \rho gh \rightarrow P_B = P_3 - \rho gh \\ P_1 = P_4 \rightarrow P_4 = P_C + \rho gh \rightarrow P_C = P_4 - \rho gh \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_A = P_B = P_C$$

۴۴ در شکل زیر، مقداری جیوه درون ظرف و لوله قرار دارد. اگر نیروی وارد بر ته لوله از طرف گاز $46/6 \text{ N}$ باشد، h چند سانتی متر است؟

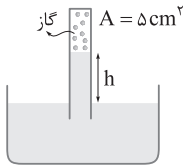
$$(g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ و } \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3 \text{ و } P_0 = 100 \text{ kPa})$$

۷۱ (۱)

۸۱ (۲)

۵ (۳)

۲۰ (۴)

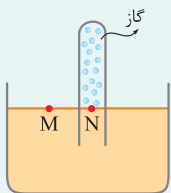


با استفاده از رابطه $P = \frac{F}{A}$ ، فشار حاصل از گاز در انتهای لوله را به دست آورید. در مرحله بعدی، با مشخص کردن دو نقطه از مایع که هم تراز هستند و نوشتن رابطه فشار برای آنها، ارتفاع جیوه درون لوله را به دست آورید.

Hint

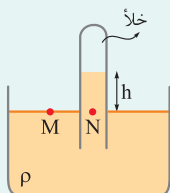
بارومتر وسیله‌ای برای اندازه‌گیری فشار جو است و در حل این سؤالات کافی است دو نقطه هم تراز در یک مایع را انتخاب کنیم و فشار در این نقاط را برابر قرار دهیم. در شکل‌های زیر، حالت‌های مختلف بارومتر را بررسی می‌کنیم:

درس‌Box



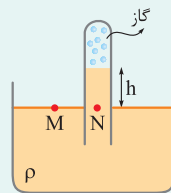
$$P_M = P_N$$

$$P_0 = P_{\text{گاز}}$$



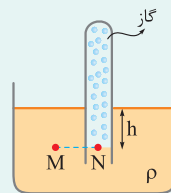
$$P_M = P_N$$

$$P_0 = \rho gh$$



$$P_M = P_N$$

$$P_0 = \rho gh + P_{\text{گاز}}$$



$$P_M = P_N$$

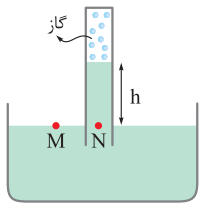
$$P_0 + \rho gh = P_{\text{گاز}}$$

گام اول: به کمک رابطه $P = \frac{F}{A}$ ، فشار گاز را به دست می‌آوریم: پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$P_{\text{گاز}} = \frac{F_{\text{انتهای لوله}}}{A} \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \frac{46/6}{5 \times 10^{-4}} = 9/32 \times 10^4 \text{ Pa}$$

تبدیل cm^2 به m^2

گام دوم: مطابق شکل مقابل، فشار در نقاط M و N با هم برابر است؛ بنابراین داریم:



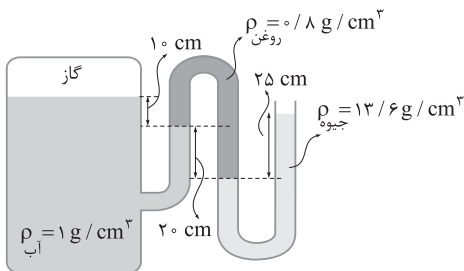
$$P_M = P_N$$

$$\Rightarrow P_0 = P_{\text{گاز}} + \rho_{\text{جیوه}} gh \Rightarrow 10^5 = 9/32 \times 10^4 + 13/6 \times 10^3 \times 10 \times h \xrightarrow{\div 10^4} 10 = 9/32 + 13/6 h$$

$$\rightarrow 0/68 = 13/6 h \rightarrow h = \frac{0/68}{13/6} = 0/05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

۴۵ در شکل زیر، مانومتر به مخزنی حاوی آب و مقدار معینی گاز وصل شده و آب تحت فشار گاز است. فشار گاز داخل مخزن چند

کیلوپاسکال است؟ ($P_0 = ۸۵ / ۶ \text{ kPa}$ و $g = ۱۰ \text{ N/kg}$)



۸۶ (۱)

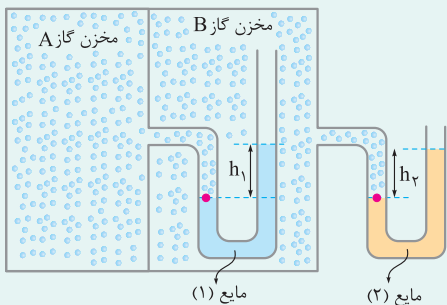
۱۱۹ (۲)

۹۱/۴ (۳)

۱۱۷ (۴)



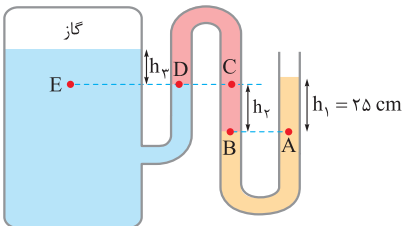
سعی داریم به کمک برابری فشار در دو نقطه هم‌تراز در یک مایع ساکن، از یک تمرین مهم کتاب درسی پرده‌برداری کنیم و نگاه مفهومی داشته باشیم. در شکل زیر، فشار مخزن گاز A از مخزن گاز B بیشتر است و باعث شده است تا مایع (۱) را به اندازه h_1 بالا ببرد. هم‌چنین فشار مخزن گاز B از فشار هوا بیشتر است و باعث شده است مایع (۲) را به اندازه h_2 بالا ببرد. در این صورت داریم:



$$\begin{cases} P_A - P_B = \rho_1 g h_1 \\ P_B - P_0 = \rho_2 g h_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو طرف را با هم جمع کنیم}} P_A - P_0 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

به عبارتی می‌توانیم بگوییم فشار مخزن A نسبت به هوا به اندازه $\rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$ بیشتر است.

گام اول: مطابق شکل، فشار در نقاط A و B با هم برابر است. فشار در نقطه B را به دست می‌آوریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی



$$P_B = P_A$$

$$P_B = P_0 + \rho_{\text{جیوه}} g h_1$$

$$P_B = ۸۵ / ۶ \times ۱۰^۳ + ۱۳ / ۶ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰ / ۲۵$$

$$P_B = ۸۵ / ۶ \text{ kPa} + ۳۴ \text{ kPa} = ۱۱۹ / ۶ \text{ kPa}$$

گام دوم: فشار در نقطه C را به کمک رابطه $\Delta P = \rho_{\text{روغن}} g \Delta h$ در مایع روغن به دست می‌آوریم:

$$P_B - P_C = \rho_{\text{روغن}} g h_2 \Rightarrow ۱۱۹ / ۶ \times ۱۰^۳ - P_C = ۰ / ۸ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰ / ۲$$

$$\Rightarrow ۱۱۹ / ۶ \text{ kPa} - P_C = ۱ / ۶ \text{ kPa} \Rightarrow P_C = ۱۱۸ \text{ kPa}$$

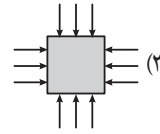
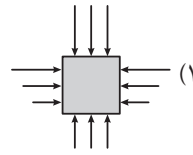
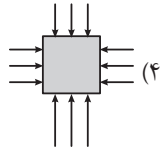
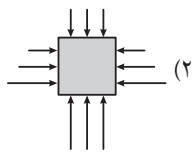
گام سوم: فشار در نقطه‌های C و D به دلیل هم‌تراز بودن (قرار داشتن دو نقطه در یک ارتفاع و در یک مایع ساکن) با هم برابر است.

از طرفی نقطه‌های D و E در یک مایع (آب) قرار دارند و هم‌تراز هستند؛ بنابراین داریم:

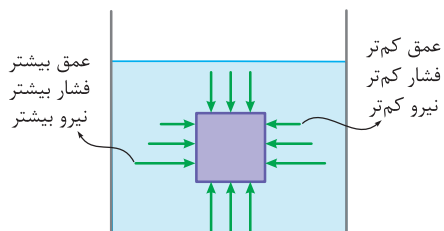
$$P_E = P_D = P_C \Rightarrow P_E = P_C \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h_3 + P_{\text{گاز}} = ۱۱۸ \times ۱۰^۳$$

$$۱ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰ / ۱ + P_{\text{گاز}} = ۱۱۸ \times ۱۰^۳ \Rightarrow ۱ \text{ kPa} + P_{\text{گاز}} = ۱۱۸ \text{ kPa} \Rightarrow P_{\text{گاز}} = ۱۱۷ \text{ kPa}$$

۴۶ جسم مکعب شکلی درون آب غوطه‌ور است. کدام یک از شکل‌های زیر، بردار نیروهای وارد بر این مکعب از طرف آب را درست نشان می‌دهد؟



پاسخ خیلی تشریحی ✓ طبق رابطه $P = \rho gh$ که بیانگر فشار ناشی از مایع در عمق h آن است، با افزایش عمق فشار ناشی از مایع افزایش می‌یابد؛ بنابراین نیروی وارد بر جسم از طرف مایع نیز افزایش می‌یابد. شکل زیر، بردار نیروهای وارد بر جسم مکعب شکل را از طرف آب نشان می‌دهد.



۴۷ جسم A در حال فرورفتن و جسم B در حال بالارفتن درون آب هستند. رابطه بین نیروی شناوری (F_b) وارد بر جسم های A و B و وزن (W) آن ها کدام است؟

$$F_{b,B} < W_B, F_{b,A} > W_A \quad (۲)$$

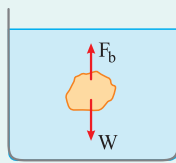
$$F_{b,B} < W_B, F_{b,A} < W_A \quad (۱)$$

$$F_{b,B} > W_B, F_{b,A} < W_A \quad (۴)$$

$$F_{b,B} > W_B, F_{b,A} > W_A \quad (۳)$$

به دلیل اختلاف فشار در بالا و پایین جسمی که در یک شاره قرار دارد، نیرویی به سمت بالا بر جسم وارد می شود که به آن نیروی شناوری گفته می شود. جسم درون شاره می تواند، به دو صورت کلی زیر باشد:

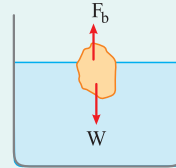
(۱) اگر جسم در یک شاره در حالت تعادل (غوطه ور یا شناور) قرار داشته باشد، نیروی شناوری با نیروی وزن جسم برابر است.



$$F_b = W$$

$$\rho_{\text{جسم}} = \rho_{\text{مایع}}$$

جسم غوطه ور است.

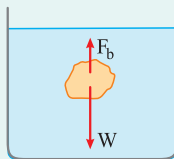


$$F_b = W$$

$$\rho_{\text{جسم}} < \rho_{\text{مایع}}$$

جسم شناور است.

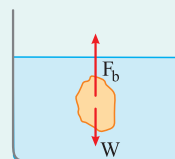
(۲) نیروی شناوری و نیروی وزن برابر نباشد و یکی از دو حالت زیر رخ دهد.



$$W > F_b$$

$$\rho_{\text{جسم}} > \rho_{\text{مایع}}$$

جسم در حال پایین آمدن است (در حال ته نشین شدن است)



$$W < F_b$$

$$\rho_{\text{جسم}} < \rho_{\text{مایع}}$$

جسم در حال بالارفتن است

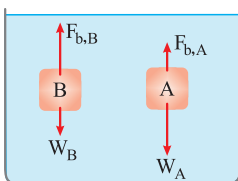
پاسخ خیلی تشریحی ✓ زمانی که جسمی آزادانه درون یک شاره قرار می گیرد، وجود دو نیروی شناوری و نیروی وزن را احساس می کند. نیروی وزن رو به پایین و نیروی شناوری رو به بالا است. جسم A درون آب در حال فرورفتن است؛ بنابراین نیروی وزن آن از نیروی شناوری وارد بر آن از طرف آب بزرگ تر است:

$$(F_{b,A} < W_A)$$

جسم B درون آب در حال بالارفتن است؛ بنابراین نیروی شناوری وارد بر آن از طرف آب، بزرگ تر از نیروی وزن آن است:

$$(F_{b,B} > W_B)$$

در شکل زیر، وضعیت جسم های A و B مشخص شده است.



درون لوله افقی با دو سطح مقطع متفاوت، هوا به صورت لایه‌ای و پایا از چپ به راست در جریان است و این لوله به لوله U شکل حاوی روغن متصل است. در این حالت، کدام یک از شکل‌های (الف) و (ب) سطح روغن درون لوله U شکل را درست نشان می‌دهد؟ اگر جهت جریان هوا برعکس شود، سطح روغن درون لوله U شکل به صورت کدام یک از شکل‌ها می‌شود؟



(ب)

(الف)

(۲) «الف» و «ب»

(۱) «الف» و «الف»

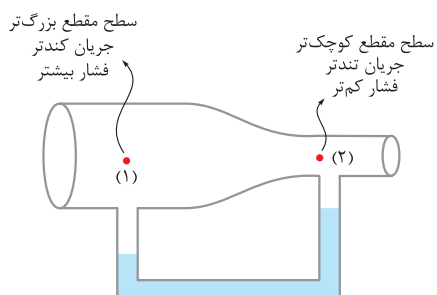
(۴) «ب» و «الف»

(۳) «ب» و «ب»



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: طبق معادله پیوستگی، هر چه سطح مقطع لوله کوچک‌تر شود، تندی جریان شاره‌ای که به صورت لایه‌ای و پایا حرکت می‌کند، بیشتر می‌شود.

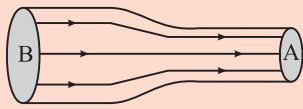
گام دوم: طبق اصل برنولی، در جاهایی که جریان هوا تندتر است، فشار کم‌تر است، فشار کم‌تر است که در شکل زیر مشخص شده است.



سطح مایع در شاخه سمت راست بالاتر است. $P_1 > P_2 \Rightarrow$

بیشتر بودن فشار در سطح مقطع (۱) نسبت به مقطع (۲)، هیچ ربطی به جهت جریان شاره ندارد و اگر جهت جریان هوا برعکس شود، سطح روغن درون لوله U شکل باز هم به صورت شکل (ب) می‌شود.

۴۹ در شکل زیر، شاره تراکم‌ناپذیر در حالت پایا و با جریان لایه‌ای درون لوله‌ای افقی با دو سطح مقطع متفاوت در جریان است. اگر تندی شاره در مقطع A، ۴ برابر تندی آن در مقطع B باشد، قطر مقطع A چند برابر قطر مقطع B است؟



۲ (۲)

 $\frac{1}{4}$ (۱)

۴ (۴)

 $\frac{1}{4}$ (۳)

معادله پیوستگی

درس‌Box

در شکل زیر، شاره‌ای تراکم‌ناپذیر با جریان لایه‌ای در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت در حرکت است. در حالت پایا، جرم شاره‌ای که در بازه زمانی Δt از سطح مقطع A_1 می‌گذرد، درست برابر با جرم شاره‌ای است که در همین بازه زمانی از سطح مقطع A_2 می‌گذرد. از این موضوع، می‌توانیم به معادله پیوستگی برای شاره تراکم‌ناپذیر برسیم. معادله پیوستگی برای شاره تراکم‌ناپذیر به صورت زیر بیان می‌شود:

سطح مقطع (۱) (m^2) سطح مقطع (۲) (m^2)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

تندی شاره در مقطع (۱) (m/s) تندی شاره در مقطع (۲) (m/s)

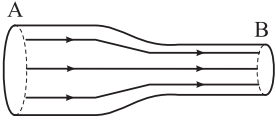
پاسخ خیلی تشریحی ✓ با توجه به پایابودن و جریان لایه‌ای درون لوله افقی، آهنگ جریان شاره در مقطع‌های A و B با هم برابر است. می‌توانیم بنویسیم:

$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow D_A^2 \times v_A = D_B^2 \times v_B \xrightarrow{v_A = 4v_B} D_A^2 \times 4v_B = D_B^2 \times v_B$$

$$\Rightarrow 4D_A^2 = D_B^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} 2D_A = D_B \Rightarrow \frac{D_A}{D_B} = \frac{1}{2}$$

فیزیک

۵۰ در شکل زیر، جریان پایا و لایه‌ای آب درون لوله افقی با دو سطح مقطع متفاوت برقرار است. اگر قطر مقطع A، ۲۰ درصد بیشتر از قطر مقطع B باشد، آهنگ شارش حجمی آب در مقطع A چند برابر آهنگ شارش حجمی آن در مقطع B است؟



$$\frac{6}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\frac{25}{36} \quad (3)$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ اگر شاره تراکم ناپذیری با جریان لایه‌ای و به صورت پایا درون لوله افقی با سطح مقطع‌های متفاوت حرکت کند، جرم و حجم یکسانی از شاره در مدت‌زمان یکسان از هر مقطع لوله می‌گذرد؛ بنابراین در این سؤال، آهنگ شارش حجمی آب در مقطع A برابر با آهنگ شارش حجمی آن در مقطع B است.

با توجه به جدول زیر که شمار ذره‌های زیراتمی در چند گونه را نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟

شمار الکترون	شمار نوترون	شمار پروتون	اتم یا یون
۱۰	۱۲	۱۲	A
۳۶	۴۵	۳۴	X
۱۷	۱۸	۱۷	D
۲۰	۲۸	۲۳	E

(۱) X، یک آنیون است و اتم عنصر آن در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار دارد.

(۲) شمار الکترون‌ها با $l=0$ و $l=1$ در گونه A برابر است.

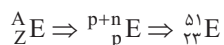
(۳) E، کاتیون یکی از عنصرهای دسته d دوره چهارم جدول تناوبی است.

(۴) اتم ${}^{37}_{18}M$ ، یکی از ایزوتوپ‌های گونه D است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

در یون‌ها و اتم‌های خنثی، عدد اتمی و عدد جرمی تغییری نمی‌کند و مقدار ثابتی دارد. بر این اساس می‌توان نماد عنصر E را به صورت مقابل نشان داد:



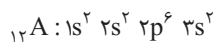
عدد اتمی ۲۳ مربوط به یک فلز دسته d در دوره چهارم جدول تناوبی است.

از آن‌جا که شمار الکترون‌ها کم‌تر از شمار پروتون‌ها است، بنابراین E یک کاتیون از دوره چهارم جدول دوره‌ای است.

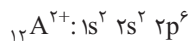
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): از آن‌جا که شمار الکترون‌ها در X، دو واحد بیشتر از شمار پروتون‌ها است، پس X یک آنیون بوده و بار الکتریکی ۲- دارد. عدد اتمی این عنصر دو واحد کم‌تر از ${}^{36}_{18}Kr$ در گروه ۱۸ جدول دوره‌ای است، بنابراین X در گروه ۱۶ جدول دوره‌ای جای دارد.

گزینه (۲): شمار پروتون‌ها در A، دو واحد بیشتر از شمار الکترون‌ها است، بنابراین A یک کاتیون به حساب می‌آید. اگر A یک اتم خنثی باشد، آرایش الکترونی آن به صورت مقابل است:



در اتم خنثی A، شمار الکترون‌ها در زیرلایه s (با $l=0$)، برابر شمار الکترون‌ها در زیرلایه p ($l=1$) است؛ اما تعداد الکترون‌ها در زیرلایه‌های s و p گونه A^{2+} برابر نیست:



گزینه (۴): ایزوتوپ‌های یک عنصر، عدد اتمی برابری دارند. از آن‌جا که عدد اتمی D برابر ۱۷ و عدد اتمی M برابر ۱۸ است، پس این اتم‌ها، ایزوتوپ‌های یک عنصر نیستند.

۵۲ کدام مورد درست است؟ ($^{16}_8\text{O}$, $^{12}_6\text{C}$)

(۱) همواره در ایزوتوپ‌های طبیعی یا ساختگی یک عنصر، شمار نوترون‌ها کم‌تر از شمار پروتون‌ها است.

(۲) عنصری که شمار پروتون‌های آن با شمار الکترون‌های یون CO_3^{2-} برابر است، در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای جای دارد.

(۳) اختلاف عدد اتمی سومین و چهارمین گاز نجیب، برابر با تعداد پروتون‌های دومین گاز نجیب است.

(۴) در هر خانه از جدول تناوبی عناصر، نماد ایزوتوپ‌های طبیعی آن عنصر مشخص است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

شمار الکترون‌های یون CO_3^{2-} را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\text{شمار الکترون‌ها} = 6 + 3(8) + 2 = 32$$

عنصری با عدد اتمی ۳۲، در گروه ۱۴ و دوره چهارم جدول تناوبی جای دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در برخی از ایزوتوپ‌های طبیعی (مانند ^1_1H) یا ساختگی (مانند $^{47}_{24}\text{Cr}$) مربوط به عناصر جدول دوره‌ای، شمار نوترون‌ها کم‌تر از شمار پروتون‌ها است.

گزینه (۳): سومین و چهارمین گاز نجیب به ترتیب $^{18}_{18}\text{Ar}$ و $^{36}_{36}\text{Kr}$ هستند که اختلاف عدد اتمی آن‌ها برابر با ۱۸ است. عدد اتمی دومین گاز نجیب ($^{10}_{10}\text{Ne}$) برابر با ۱۰ است.

گزینه (۴): در هر خانه از جدول تناوبی، نماد عنصر به همراه نام و جرم اتمی میانگین عنصر نوشته می‌شود. شمار و نماد ایزوتوپ‌های هر عنصر در خانه‌های جدول دوره‌ای نوشته نمی‌شود؛ برای مثال، منیزیم دارای سه ایزوتوپ طبیعی بوده، ولی فقط یک خانه از جدول تناوبی به آن اختصاص دارد.

۵۳ عنصر X دارای سه ایزوتوپ با نمادهای ^{106}X ، ^{108}X و ^{110}X است. اگر درصد فراوانی ایزوتوپ سبکتر برابر ۷۰٪ باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگینتر کدام است؟ (جرم اتمی میانگین عنصر X برابر با $106/8 \text{ amu}$ است.)

- (۱) ۲۰
(۲) ۱۵
(۳) ۱۰
(۴) ۵



پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\left. \begin{array}{l} ^{106}\text{X} \Rightarrow F_1 = 70 \\ ^{108}\text{X} \Rightarrow F_2 \\ ^{110}\text{X} \Rightarrow F_3 \end{array} \right\} \Rightarrow F_1 + F_2 + F_3 = 100 \Rightarrow F_2 = 30 - F_3$$

اکنون می توان نوشت:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{100} \Rightarrow 106/8 = \frac{(106 \times 70) + 108(30 - F_3) + 110 F_3}{100}$$

$$10680 = 7420 + 3240 - 108 F_3 + 110 F_3 \Rightarrow 20 = 2 F_3 \Rightarrow F_3 = 10$$

برای ساده تر شدن محاسبات، می توان از فرمول زیر نیز برای محاسبه جرم اتمی میانگین استفاده کرد:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100} (M_3 - M_1) + \dots$$

درصد فراوانی ایزوتوپ ۲
درصد فراوانی ایزوتوپ ۳

جرم ایزوتوپ سبکتر
اختلاف جرم ایزوتوپ ۲ با ایزوتوپ سبکتر
اختلاف جرم ایزوتوپ ۳ با ایزوتوپ سبکتر

بنابراین می توان نوشت:

$$106/8 = 106 + \frac{F_2}{100} (108 - 106) + \frac{F_3}{100} (110 - 106) \Rightarrow 0/8 = \frac{2F_2}{100} + \frac{4F_3}{100}$$

$$\Rightarrow 80 = 2F_2 + 4F_3 \xrightarrow{\div 2} 40 = F_2 + 2F_3 \Rightarrow 40 = \underbrace{F_2 + F_3 + F_3}_{30} \Rightarrow F_3 = 10$$

به جور دیگر

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- طبق قاعده آفبا، از بین دو زیرلایه $4d$ و $5p$ ، زیرلایه $4d$ زودتر از الکترون اشغال می‌شود.
- عدد اتمی اولین عنصری که ۵ زیرلایه الکترونی کاملاً پر دارد، با شماره گروه آن در جدول دوره‌ای برابر است.
- برای رسم آرایش الکترونی فشرده X ، ۲۷، از نماد سومین گاز نجیب استفاده می‌کنند. **Ar**
- اختلاف شمار الکترون‌های با $l = 1$ و $l = 0$ در اتم Fe ، ۴، دو برابر شمار الکترون‌ها در زیرلایه d اتم Ti ۲۲ است.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)



قاعده آفبا (ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها از الکترون):

دروس Box

• مطابق قاعده آفبا، هنگام پر شدن زیرلایه‌ها، ابتدا زیرلایه‌هایی با انرژی کم‌تر و سپس زیرلایه‌هایی با انرژی بیشتر، از الکترون اشغال و در نهایت پر می‌شوند.

• هر چه مجموع $(n+1)$ در یک زیرلایه معین \downarrow انرژی زیرلایه \downarrow در نتیجه \leftarrow زودتر از الکترون پر می‌شود.

• اگر مجموع $(n+1)$ برای دو یا چند زیرلایه با هم برابر باشد، زیرلایه‌ای که n کوچک‌تری دارد، زودتر الکترون می‌گیرد.

مثال:

	n	l	n+l
۳p	۳	۱	۴
۴s	۴	۰	۴

→ ترتیب پر شدن از الکترون: $3p \rightarrow 4s$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

همه عبارت‌های داده شده درست‌اند.

بررسی همه موارد:

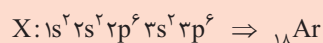
عبارت اول: مجموع $n+1$ برای دو زیرلایه $4d$ و $5p$ برابر ۶ است.مقدار عدد کوانتومی فرعی (l) برای زیرلایه‌های مختلف به صورت مقابل است:

زیرلایه	s	p	d	f
مقدار l	۰	۱	۲	۳

$$4d \Rightarrow \begin{cases} n=4 \\ l=2 \end{cases} \Rightarrow n+l=6 \quad 5p \Rightarrow \begin{cases} n=5 \\ l=1 \end{cases} \Rightarrow n+l=6$$

از آن‌جا که مقدار n برای زیرلایه $4d$ کوچک‌تر است، طبق قاعده آفبا این زیرلایه زودتر توسط الکترون پر می‌شود.

عبارت دوم: آرایش الکترونی اتم عنصر به صورت زیر است:

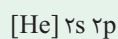


عدد اتمی آرگون برابر ۱۸ بوده و این عنصر در گروه ۱۸ جدول تناوبی نیز جای دارد.

عبارت سوم:



برای رسم آرایش الکترونی عناصر از نماد گازهای نجیب استفاده می‌شود؛ به طوری که:



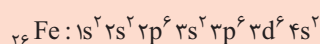
(۱) رسم آرایش الکترونی عناصری با عدد اتمی ۳ تا ۱۰:



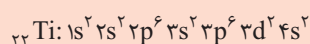
(۲) رسم آرایش الکترونی عناصری با عدد اتمی ۱۱ تا ۱۸:



(۳) رسم آرایش الکترونی عناصری با عدد اتمی ۱۹ تا ۳۶:

فقط در مورد سوم دقت کنید که طبق قاعده آفبا ابتدا $4s$ و سپس $3d$ پذیرای الکترون هستند.برای رسم آرایش الکترونی X ۲۷ از گاز نجیب آرگون (${}_{18}\text{Ar}$) استفاده می‌شود. آرگون، سومین گاز نجیب است.

عبارت چهارم:

در اتم آهن، ۸ الکترون در زیرلایه s ($l=0$) و ۱۲ الکترون در زیرلایه p ($l=1$) وجود دارد. اختلاف این تعداد (۴)، دو برابر باشمار الکترون‌ها در زیرلایه d ($l=2$) در اتم Ti ۲۲ است.

۵۵

هسته اتم عنصر X با آرایش الکترونی $X: [Kr]4d^5 5s^2$ ، دارای ۵۶ نوترون است. عنصر X، بوده و تفاوت عدد اتمی آن با شناخته شده ترین فلز پرتوزا برابر با است.

۳۶ الکترون

(۱) پایدار - شمار الکترون های $^{120}_{50}Sn^{2+}$

(۲) ناپایدار - عدد اتمی چهارمین عنصر گروه ۱۳ جدول تناوبی

(۳) پایدار - عدد اتمی آخرین عنصر دسته d دوره پنجم جدول تناوبی

(۴) ناپایدار - شمار عناصر ساختگی



پاسخ خیلی تشریحی ✓

بر اساس آرایش الکترونی رسم شده برای اتم خنثی X، شمار الکترون ها و پروتون ها در این اتم برابر ۴۳ است. تا این جای کار بپه های در سفون! می دانند که $Z = 43$ مربوط به عنصر تکنسیم بوده و با این که نسبت شمار نوترون ها به شمار پروتون های آن کم تر از $1/5$ است ولی ناپایدار است؛ پس تا این جا گزینه های (۱) و (۳) نادرست هستند. شناخته شده ترین فلز پرتوزا نیز معادل با ^{92}U بوده و اختلاف عدد اتمی آن با ^{43}Tc برابر ۴۹ است. عدد اتمی عناصر گروه ۱۳، ۵ واحد کم تر از گازهای نجیب هم دوره است، بنابراین می توان نوشت:

عدد اتمی گازهای نجیب

گروه ۱۳		۲
-		
۵ واحد کم تر ←	۱۰	۵
۵ واحد کم تر ←	۱۸	۱۳
۵ واحد کم تر ←	۳۶	۳۱
۵ واحد کم تر ←	۵۴	۴۹

بنابراین عدد اتمی ۴۹، مربوط به چهارمین عنصر گروه ۱۳ می باشد. دقت کنید که عناصر گروه ۱۳ از دوره دوم جدول تناوبی شروع می شوند.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): شمار الکترون ها در $^{120}_{50}Sn^{2+}$ برابر ۴۸ است.

گزینه (۳): آخرین عنصر دسته d در هر دوره در گروه ۱۲ جدول تناوبی جای دارد. آخرین عنصر دسته d دوره چهارم معادل با ^{30}Zn است. از آن جا که عناصر دوره چهارم و پنجم در هر گروه، ۱۸ واحد در عدد اتمی تفاوت دارند، پس عدد اتمی آخرین عنصر دسته d در دوره پنجم برابر است با:

$$30 + 18 = 48$$

بد نیست بدانید عدد اتمی عناصر گروه ۱۲، ۶ واحد کم تر از گاز نجیب هم دوره است؛ عدد اتمی گاز نجیب دوره ۵م برابر ۵۴ است؛ یعنی:

$$54 \leftarrow 6 \text{ واحد کم تر} \quad 48$$

گزینه (۴): شمار عناصر ساختگی برابر با ۲۶ عنصر است.

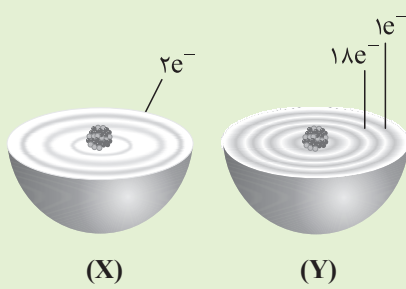
کدام مطلب زیر در رابطه با دو عنصر X و Y، نادرست است؟

(۱) در پایدارترین ایزوتوپ طبیعی عنصر X، عدد جرمی، دو برابر عدد اتمی است.

(۲) عنصر Y، دومین عنصری است که آرایش الکترونی اتم آن از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.

(۳) مجموع مقدار $n+1$ برای الکترون‌های ظرفیتی اتم Y، برابر عدد اتمی آخرین عنصر هم‌دوره با Y در جدول تناوبی است.

(۴) شمار زیرلایه‌های پر از الکترون در آرایش الکترونی اتم Y، $1/5$ برابر شمار این زیرلایه‌ها در اتم X است.



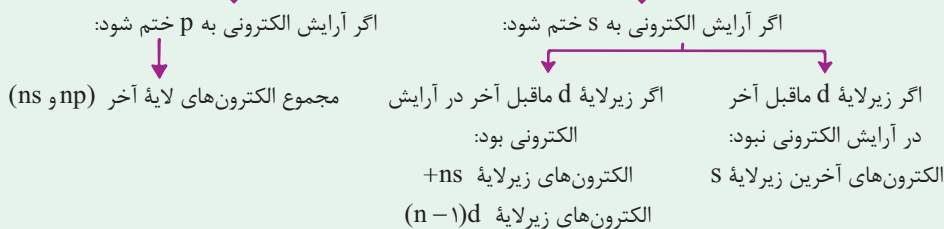
مشاوره یکی دیگر از سؤالی پرتکرار، اینه که اولش یه سری اطلاعات می‌دن بهمون و با استفاده از این اطلاعات از ما توقع دارن که عنصرها رو شناسایی کنیم و بعد درباره اون عنصرها و ویژگی‌هاشون سؤالاتی مطرح می‌کنن! این اطلاعات می‌تونه به صورت شکل باشه مثل این سؤال و یا به نحو دیگه‌ای مطرح بشه!



پاسخ خیلی تشریحی لایه سوم الکترونی اتم Y، ۱۸ الکترون داشته و کاملاً پر شده است. با توجه به این که در لایه چهارم آن فقط یک الکترون در زیرلایه ۴s قرار دارد، پس عنصر Y، معادل با ${}_{29}\text{Cu}$ بوده و آرایش الکترونی آن به صورت زیر است:



تعیین تعداد الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها



مقدار $n+1$ برای الکترون‌های ظرفیتی اتم مس برابر است با:

$$\begin{cases} 3d^1 \Rightarrow n+1=5 \xrightarrow{\text{الکترون} \times 1} 5 \\ 4s^1 \Rightarrow n+1=4 \xrightarrow{\text{الکترون} \times 1} 4 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع} = 5+4 = 9$$

عنصر مس (${}_{29}\text{Cu}$) در دوره چهارم جدول تناوبی جای دارد. آخرین عنصر دوره چهارم جدول دوره‌ای نیز Kr ۳۶ است.

گول نخوری عدد اتمی ۵۴ نیز متعلق به یک گاز نجیب است، اما این گاز نجیب در دوره پنجم جدول دوره‌ای جای دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

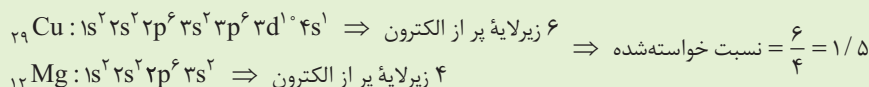
گزینه (۱): در هر اتم از X، ۱۲ الکترون وجود دارد؛ در نتیجه این عنصر، ${}_{12}\text{Mg}$ است. پایدارترین ایزوتوپ طبیعی منیزیم،

${}_{12}^{24}\text{Mg}$ بوده که نسبت عدد جرمی (A) به عدد اتمی (Z) آن برابر ۲ است.

گزینه (۲): عنصر ${}_{29}\text{Cu}$ ، دومین عنصری است که آرایش الکترونی اتم آن از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.

آرایش الکترونی دو اتم ${}_{29}\text{Cu}$ و ${}_{24}\text{Cr}$ از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند. امروزه آرایش الکترونی این عناصر با روش‌های طیف‌سنجی پیشرفته تعیین می‌شود.

گزینه (۴): آرایش الکترونی دو اتم ${}_{29}\text{Cu}$ و ${}_{12}\text{Mg}$ به صورت زیر است:



نسبت جرم گاز اکسیژن به جرم گاز نیتروژن در یک مخلوط گازی برابر با ۱ به ۴ است. نسبت شمار مولکول‌های O_2 به N_2 در این مخلوط کدام است؟ ($N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۱۶ به ۳ (۲)

۸ به ۱ (۱)

۳۲ به ۷ (۴)

۴ به ۱ (۳)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ اگر جرم گاز O_2 را برابر ۱ گرم و جرم گاز N_2 را برابر ۴ گرم در نظر بگیریم، می‌توانیم شمار مولکول‌ها را در هر نمونه به صورت زیر محاسبه کنیم.

شمار مولکول‌های گاز O_2 برابر است با:

$$? \text{ مولکول } O_2 = 1g O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32g O_2} \times \frac{N_A \text{ مولکول اکسیژن}}{1 \text{ mol } O_2} = \frac{N_A}{32}$$

شمار مولکول‌های گاز N_2 برابر است با:

$$? \text{ مولکول } N_2 = 4g N_2 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{28g N_2} \times \frac{N_A \text{ مولکول نیتروژن}}{1 \text{ mol } N_2} = \frac{N_A}{7}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\text{شمار مولکول‌های } O_2}{\text{شمار مولکول‌های } N_2} = \frac{\frac{N_A}{32}}{\frac{N_A}{7}} = \frac{7}{32}$$

کدام موارد از مطالب زیر در رابطه با دو عنصر ${}_{25}\text{Mn}$ و ${}_{15}\text{P}$ ، درست است؟

 ${}_{8}\text{O}$

(الف) اختلاف شماره گروه آن‌ها در جدول دوره‌ای، با تعداد پروتون‌های هشتمین عنصر جدول برابر است.

 ${}_{4}\text{Be}$

(ب) اختلاف شمار الکترون‌های با $l = 1$ در این دو عنصر، با عدد اتمی چهارمین عنصر دسته S برابر است.

 ${}_{13}\text{Al}$

(پ) مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی این دو عنصر، یک واحد کم‌تر از مقدار عدد اتمی هفتمین عنصر دسته p است.

 ${}_{33}\text{As}$

(ت) اختلاف عدد اتمی عنصر زیرین اتم فسفر در جدول دوره‌ای با عدد اتمی منگنز، برابر با عدد اتمی عنصر فسفر است.

(۲) الف - پ

(۱) الف - ب

(۴) ب - ت

(۳) ب - پ

مشاوره معلومه که عنصر زیر ${}_{15}\text{P}$ در جدول، در گروه ۱۵ بوده و در دوره چهارم قرار دارد و عدد اتمی آن، ۳ واحد کم‌تر از ${}_{36}\text{Kr}$ است، ولی با توجه به اهمیت جدول دوره‌ای، حتماً عناصری با اعداد اتمی ۱ تا ۳۶ را حفظ باشید. در این عناصر، شماره دوره و گروه، عدد اتمی، فلز یا نافلز بودن، حالت فیزیکی آن‌ها در دمای اتاق و نماد شیمیایی آن‌ها را یک بار برای همیشه حفظ کنید!

پاسخ خیلی تشریحی

عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

بررسی همه عبارت‌ها:

(الف) عنصر منگنز (${}_{25}\text{Mn}$) در گروه ۷ و عنصر فسفر (${}_{15}\text{P}$) در گروه ۱۵ جدول دوره‌ای جای دارند و اختلاف شماره گروه آن‌ها برابر $15 - 7 = 8$ است. هشتمین عنصر جدول دوره‌ای نیز معادل با اکسیژن (${}_{8}\text{O}$) است که در هر اتم از آن، ۸ پروتون وجود دارد.

شماره گروه عناصری با عدد اتمی ۲۱ تا ۲۹ برابر با مجموع ارقام عدد اتمی آن‌ها است. برای مثال شماره گروه ${}_{25}\text{Mn}$ برابر با $2 + 5 = 7$ است.

(ب) اختلاف شمار الکترون‌ها در زیرلایه p ($l = 1$) در این دو عنصر برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} {}_{25}\text{Mn} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2 &\Rightarrow \text{شمار الکترون در زیرلایه p} = 12 \\ {}_{15}\text{P} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3 &\Rightarrow \text{شمار الکترون در زیرلایه p} = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اختلاف} = 3$$

چهارمین عنصر دسته s معادل با ${}_{4}\text{Be}$ بوده و عدد اتمی آن برابر ۴ است.

(پ) ${}_{25}\text{Mn}$ در گروه ۷ جدول دوره‌ای بوده و دارای ۷ الکترون ظرفیتی است. ${}_{15}\text{P}$ نیز در گروه ۱۵ جدول بوده و دارای ۵ الکترون ظرفیتی است. مجموع الکترون‌های ظرفیتی این دو اتم برابر با ۱۲ است. هفتمین عنصر دسته p نیز معادل با آلومینیم (${}_{13}\text{Al}$) بوده که $Z = 13$ دارد که یک واحد بیشتر از مقدار ذکر شده است.

(ت) عنصری که در جایگاه پایین‌تر از ${}_{15}\text{P}$ قرار دارد، در دوره چهارم جدول دوره‌ای بوده و عدد اتمی آن، ۳ واحد کم‌تر از ${}_{36}\text{Kr}$ است؛ بنابراین این عنصر معادل با ${}_{33}\text{As}$ است و اختلاف عدد اتمی آن با ${}_{25}\text{Mn}$ برابر ۸ بوده که با عدد اتمی فسفر برابر نیست.



عنصر X با عنصر ${}_{18}\text{Ar}$ هم‌دوره بوده و نماد شیمیایی آن به صورت تک حرفی است. اگر مقدار $n+1$ برای الکترون‌های موجود در دو زیرلایه الکترونی آخر آن، ۶ واحد با هم اختلاف داشته باشد، آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم X کدام است؟

- (۱) $\cdot\ddot{X}\cdot$ (۲) $\cdot\ddot{X}:$
 (۳) $\ddot{X}:$ (۴) \dot{X}



پاسخ خیلی تشریحی ✓

عنصر X، هم‌دوره با ${}_{18}\text{Ar}$ است که در دوره سوم جدول تناوبی جای دارد. عناصر دوره سوم جدول را ببینیم:
 ${}_{11}\text{Na}$, ${}_{12}\text{Mg}$, ${}_{13}\text{Al}$, ${}_{14}\text{Si}$, ${}_{15}\text{P}$, ${}_{16}\text{S}$, ${}_{17}\text{Cl}$, ${}_{18}\text{Ar}$
 از میان این عناصر، فقط دو عنصر P (گروه ۱۵) و S (گروه ۱۶)، با نماد تک حرفی نوشته می‌شوند.

آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصرهای دسته S و P جدول دوره‌ای، به صورت زیر است:

شماره گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	
								He	بقیه عنصرها
آرایش الکترون - نقطه‌ای	\dot{X}	\ddot{X}	\ddot{X}	$\cdot\ddot{X}$	$\cdot\ddot{X}$	$\cdot\ddot{X}$	$\cdot\ddot{X}$	He:	$\cdot\ddot{X}$

چون عنصر X، فسفر یا گوگرد است، با توجه به نکته فوق، گزینه‌های (۳) و (۴) رد می‌شوند. فرض کنیم که عنصر X، معادل با ${}_{15}\text{P}$ است:

$${}_{15}\text{P} : 1s^2 2s^2 2p^6 \underbrace{3s^2 3p^3}_{\text{دو زیرلایه آخر}} \Rightarrow \begin{cases} 3s^2 \Rightarrow n=3, l=0 \Rightarrow n+1=3 \xrightarrow{\text{الکترون} \times 2} 6 \\ 3p^3 \Rightarrow n=3, l=1 \Rightarrow n+1=4 \xrightarrow{\text{الکترون} \times 3} 12 \end{cases} \Rightarrow \text{۶ واحد اختلاف دارد.}$$

بر این اساس فرض ما درست بوده و X معادل با ${}_{16}\text{S}$ است. آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصر گروه ۱۵ به صورت $\cdot\ddot{X}$ است. حال اگر اتم ${}_{16}\text{S}$ را در نظر می‌گیریم، مقدار $n+1$ برای الکترون‌های موجود در دو زیرلایه آخر آن به صورت زیر محاسبه می‌شد:

$${}_{16}\text{S} : 1s^2 2s^2 2p^6 \underbrace{3s^2 3p^4}_{\text{دو زیرلایه آخر}} \Rightarrow \begin{cases} 3s^2 \Rightarrow n=3, l=0 \Rightarrow n+1=3 \xrightarrow{\text{الکترون} \times 2} 6 \\ 3p^4 \Rightarrow n=3, l=1 \Rightarrow n+1=4 \xrightarrow{\text{الکترون} \times 4} 16 \end{cases}$$

اختلاف مقدار $n+1$ برای الکترون‌های موجود در دو زیرلایه آخر الکترونی اتم ${}_{16}\text{S}$ برابر ۱۰ است.

۶۰. اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون ${}^{78}\text{X}^{2-}$ برابر با ۸ و مجموع شمار ذرات زیراتمی اتم عنصر Y برابر با ۱۸ است. اگر شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در اتم Y با هم برابر باشند، بر این اساس

$$n + p + e$$

(۱) دو عنصر X و Y در یک دوره از جدول تناوبی جای دارند.

(۲) بین این دو عنصر در جدول تناوبی، ۲۹ عنصر دیگر یافت می‌شود.

(۳) اختلاف شماره گروه دو عنصر X و Y با اختلاف شماره دوره آن‌ها در جدول تناوبی برابر است.

(۴) نسبت عدد جرمی اتم X به عدد جرمی اتم Y برابر با عدد اتمی Y است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓ ابتدا شمار پروتون‌ها (عدد اتمی) هر یک از عناصر X و Y را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} {}^{78}\text{X}^{2-} &\Rightarrow n + p = 78 \\ n - e = 8 &\xrightarrow{e=p+2} n - p = 10 \Rightarrow n = 44 \text{ و } p = 34 \end{aligned}$$

البته می‌توانستیم مقدار عدد اتمی عنصر X را به صورت زیر نیز محاسبه کنیم:

$${}^{78}\text{X}^{2-} \Rightarrow (Z) \text{ عدد اتمی} = \frac{(A) \text{ عدد جرمی} - (n - e) + (\text{بار یون با علامت})}{2} \Rightarrow Z = \frac{78 - 8 + (-2)}{2} = 34$$

عنصری با عدد اتمی ۳۴، در گروه ۱۶ و دوره چهارم قرار دارد.

$${}^{n+p}_p\text{Y} \Rightarrow n + p + e = 18 \xrightarrow{e=p=n} 3p = 18 \Rightarrow p = Z = 6$$

عنصری با عدد اتمی ۶، در گروه ۱۴ و دوره دوم قرار دارد.

اختلاف شماره گروه X و Y برابر $2(14 - 16)$ و اختلاف شماره دوره آن‌ها نیز برابر با $2(4 - 2)$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): عنصر X در دوره چهارم و عنصر Y در دوره دوم جدول تناوبی جای دارد.

گزینه (۲):

برای محاسبه شمار عنصرهای موجود بین دو عنصر A و B در جدول دوره‌ای، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$|Z_A - Z_B| - 1 = |B - A| = \text{شمار عنصرهای بین دو عنصر A و B در جدول دوره‌ای}$$

بر این اساس می‌توان نوشت:

$$|Z_Y - Z_X| - 1 = |34 - 6| - 1 = 27 = \text{شمار عناصر بین دو عنصر X و Y در جدول دوره‌ای}$$

گزینه (۴): نماد اتم مربوط به عنصر X به صورت ${}^{78}_{34}\text{X}$ و نماد اتم مربوط به عنصر Y به صورت ${}^{12}_6\text{Y}$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{عدد جرمی X}}{\text{عدد جرمی Y}} = \frac{78}{12} = 6.5$$

عدد اتمی Y و هیچ عنصری نمی‌تواند برابر ۶/۵ باشد.



۶۱ عنصر X دارای دو ایزوتوپ با جرم‌های اتمی ۵۵ amu و ۵۸ amu است. اگر ۰/۲۵ مول نمونه‌ای از این عنصر، جرمی برابر ۱۳/۹۶ گرم داشته باشد، اختلاف درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر و سبک‌تر آن کدام است؟

- ۲۸ (۱) 
- ۴۴ (۲)
- ۶۶ (۳)
- ۷۲ (۴)

جرم اتمی میانگین X از نظر عددی، به تقریب برابر با جرم مولی عنصر X است.

ابتدا جرم مولی عنصر X را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم مولی} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow 0.25 = \frac{13.96}{x} \Rightarrow x = 55.84 \text{ g.mol}^{-1}$$

طبق نکته گفته شده می‌توان گفت که جرم اتمی میانگین X برابر ۵۵/۸۴ amu است. اکنون می‌توان نوشت:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{100} \Rightarrow 55.84 = \frac{(55 \times F_1) + (58 \times F_2)}{100} \xrightarrow{F_1 = 100 - F_2} 5584 = 55 \times (100 - F_2) + 58 F_2$$

$$\Rightarrow 5584 = 5500 - 55 F_2 + 58 F_2 \Rightarrow 84 = 3 F_2 \Rightarrow F_2 = 28\%, F_1 = 72\%$$

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) \Rightarrow 55.84 = 55 + \frac{F_2}{100} (58 - 55) \Rightarrow \begin{cases} F_2 = 28 \\ F_1 = 72 \end{cases}$$

$$72 - 28 = 44\%$$

اختلاف درصد فراوانی این دو ایزوتوپ برابر است با:

نکته

پاسخ خیلی تشریحی

به‌جور دیگر

کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) پرتوهای گسیل شده از کنترل تلویزیون، طول موج بلندتری نسبت به نور مرئی دارند.
 (ب) رنگ شعله فلز لیتیم و ترکیب‌های آن، نسبت به رنگ زرد با زاویه بیشتری در منشور منحرف می‌شود. **قرمز**
 (پ) نئون، در دمای اتاق به حالت گاز بوده و از لامپ آن، در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای نوشته‌های سرخ فام استفاده می‌شود.
 (ت) دمای پرتو گسیل شده از شمع، کم‌تر از دمای پرتوی گسیل شده از سشوار صنعتی است. **قرمز**

(۱) الف - ب

(۲) پ - ت

زرد

(۳) الف - پ

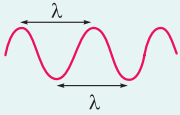
(۴) ب - ت



امواج الکترومغناطیس:

دروس Box

یکی از ویژگی‌های موج، طول موج است که آن را با نماد λ (لاندا) نشان می‌دهند. فاصله دو نقطه مشابه و متوالی (دو قله متوالی یا دو دره متوالی) در یک موج را، طول موج می‌گویند.

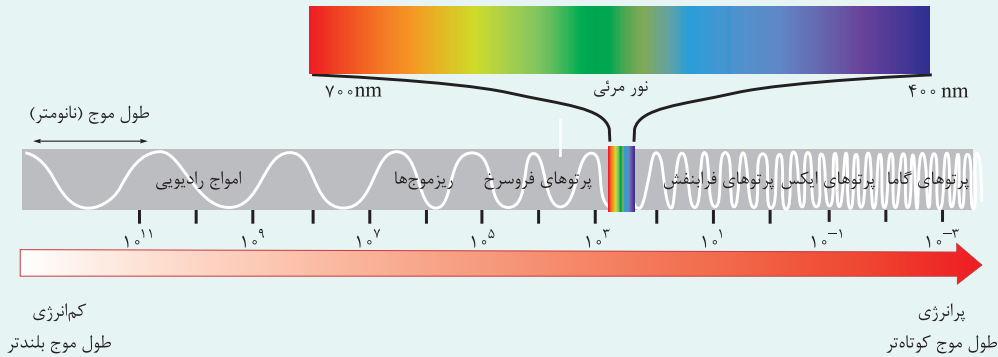


انرژی یک موج با طول موج آن رابطه عکس دارد.

طول موج کوتاه‌تر → انرژی بیشتر

طول موج بلندتر → انرژی کمتر

نور خورشید شامل گستره بسیار بزرگ و پیوسته‌ای از پرتوهای الکترومغناطیسی است که با خود انرژی حمل می‌کنند و نور مرئی تنها بخش کوچکی از این امواج با طول موج‌های 400 (رنگ بنفش) تا 700 (رنگ سرخ) نانومتر را شامل می‌شود.
 ($1\text{nm} = 10^{-9}\text{m}$)



مقایسه طول موج

امواج رادیویی < ریزموج‌ها < پرتوهای فرورسرخ < نور مرئی < پرتوهای فرابنفش < پرتوهای ایکس (X) < پرتوهای گاما

مقایسه انرژی

امواج رادیویی > ریزموج‌ها > پرتوهای فرورسرخ > نور مرئی > پرتوهای فرابنفش > پرتوهای ایکس (X) > پرتوهای گاما

عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند. ✓ پاسخ خیلی تشریحی

بررسی همه عبارت‌ها:

(الف) امواجی که از کنترل تلویزیون گسیل می‌شوند، امواج فرورسرخ هستند که طول موج (λ) بیشتری نسبت به امواج مرئی دارند.
 (ب) رنگ شعله لیتیم و ترکیب‌های آن، قرمز است. انرژی پرتو قرمز، کم‌تر از زرد بوده و با زاویه کوچک‌تری در منشور منحرف می‌شود. می‌دانیم که هر چه انرژی یک پرتو بیشتر باشد، میزان انحراف آن از منشور بیشتر است.



رنگ شعله ترکیب‌های مختلف را در جدول زیر مشاهده می‌کنید:

سرخ	زرد	سبز
لیتیم نیترات	سدیم نیترات	مس (II) نیترات
لیتیم کلرید	سدیم کلرید	مس (II) کلرید
لیتیم سولفات	سدیم سولفات	مس (II) سولفات
فلز لیتیم	فلز سدیم	فلز مس

ب) از لامپ نئون در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود. نئون، عنصری گازی شکل در گروه ۱۸ جدول دوره‌ای بوده و جزء گازهای نجیب دسته‌بندی می‌شود.

ت) هر چه انرژی یک پرتو بیشتر باشد، دمای آن نیز بیشتر است. بر این اساس می‌توان نوشت:

سشوار صنعتی > شمع > اجاق گاز: انرژی و دما
 ↓ ↓ ↓
 قرمز زرد آبی

۶۳ کدام مطلب به یقین درست است؟

- (۱) الکترون‌ها در حالت برانگیخته، پرنرژی‌تر و پایدارتر از حالت پایه هستند.
- (۲) عدد جرمی، مهم‌ترین عامل تعیین‌کننده انرژی لایه‌ها در اتم عناصر گوناگون است.
- (۳) هر چه از هسته دورتر می‌شویم، اختلاف انرژی بین لایه‌های الکترونی متوالی افزایش می‌یابد.
- (۴) با تعیین دقیق طول موج نوارها در طیف نشری خطی، می‌توان تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی به دست آورد.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

با تعیین دقیق طول موج نوارهای رنگی در طیف نشری خطی یک اتم می‌توان به تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی و در واقع آرایش الکترونی اتم دست یافت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): الکترون‌ها در حالت برانگیخته، پرنرژی‌تر و ناپایدارترند.

پایداری و سطح انرژی با هم رابطه وارونه دارند. **گول نخوری ✗**

گزینه (۲): انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم ویژه همان اتم بوده و به عدد اتمی (نه عدد جرمی!) آن وابسته است؛ پس انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان آن‌ها در اتم عنصرهای گوناگون، متفاوت است و انتظار می‌رود هر عنصر، طیف نشری خطی منحصر به فردی ایجاد کند.

گزینه (۳): با افزایش فاصله از هسته، انرژی لایه‌ها افزایش ولی اختلاف انرژی دو لایه متوالی کاهش می‌یابد.

۶۴ در کدام گزینه، مقادیر داده شده در دو مورد برابر است؟

(۱) شمار عناصر متعلق به دسته p جدول دوره‌ای - مجموع شماره گروه دو عنصر X و Y و ۳۶ عنصر

(۲) عدد اتمی اولین عنصر دسته d جدول دوره‌ای - شمار عناصر متعلق به دسته f جدول دوره‌ای و ۲۸ عنصر

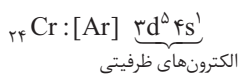
(۳) شمار الکترون‌های ظرفیتی X - شمار خطوط در طیف نشری خطی اتم هلیوم در گستره ۷۵۰nm - ۴۰۰ و ۶ نوار رنگی

(۴) مجموع شمار ایزوتوپ‌های طبیعی سه عنصر هیدروژن، لیتیم و کربن - شمار نوترون‌ها در $^{16}_8\text{O}$

تعداد عنصرهای هر دسته از عناصر جدول دوره‌ای، مطابق جدول زیر است:

موقعیت در جدول تناوبی	شماره عناصر	دسته عناصر
گروه‌های ۱ و ۲ و هلیوم از گروه ۱۸	۱۴	s
همه عناصر گروه ۱۳ تا ۱۸ به جز هلیوم	۳۶	p
گروه ۳ تا ۱۰ (دوره ۴ تا ۷)	۴۰	d
دو ردیف پایین جدول (اعداد اتمی ۵۷ تا ۷۰ در ردیف اول و ۸۹ تا ۱۰۲ در ردیف دوم)	۲۸	f

اتم $^{24}_{24}\text{Cr}$ دارای ۶ الکترون ظرفیتی است: **پاسخ خیلی تشریحی**



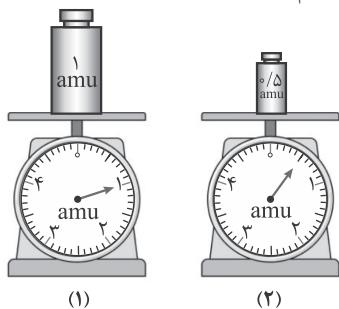
در طیف نشری خطی اتم هلیوم نیز، ۶ نوار رنگی وجود دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): شمار عناصر متعلق به دسته p جدول دوره‌ای برابر ۳۶ است. عناصر X و Y به ترتیب متعلق به گروه ۱۸ و ۱۷ جدول تناوبی هستند و مجموع شماره گروه آن‌ها برابر ۳۵ است.

گزینه (۲): شمار عناصر متعلق به دسته f جدول دوره‌ای برابر ۲۸ عنصر است. در حالی که اولین عنصر دسته d، معادل با $^{21}_{21}\text{Sc}$ است که $Z = 21$ دارد.

گزینه (۴): در هر اتم از $^{16}_8\text{O}$ ، ۸ نوترون وجود دارد. در حالی که عناصر H، Li و Cl به ترتیب دارای ۳، ۲ و ۲ ایزوتوپ طبیعی هستند که مجموع این ارقام برابر ۷ است.

شکل ۶۵ (۲)، جرم الکترون‌های موجود در چند اتم ${}^4_2\text{X}$ را نشان می‌دهد و نسبت جرم ترازو (۱) به جرم نوترون‌های X ، به تقریب چه قدر است؟



(۱) ۰/۰۵، ۲۰

(۲) ۰/۰۵، ۵۰

(۳) ۰/۵، ۲۰

(۴) ۰/۵، ۵۰



دروس Box

در رابطه با جرم اتمی عناصر، نکات زیر را به خاطر بسپاریم:

• یکای جرم اتمی را amu می‌نامند و آن را با نماد u نیز نشان می‌دهند. یک amu برابر $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن - ۱۲ است.

• هر یک از ذرات زیراتمی (الکترون، پروتون و نوترون) را با یک نماد نشان می‌دهند:

${}^1_0\text{n}$: نوترون ، ${}^1_1\text{p}$: پروتون ، ${}^{-1}_0\text{e}$: الکترون \Rightarrow نماد شیمیایی ذره زیراتمی \rightarrow ${}^a_b\text{X}$ ← جرم نسبی
← بار الکتریکی نسبی

• در مقیاس جرم اتمی، جرم پروتون و نوترون به تقریب با هم برابر و در حدود ۱ amu است (جرم نوترون اندکی از جرم پروتون بیشتر است)، در حالی که جرم الکترون ناچیز و در حدود $\frac{1}{1836}$ amu = 0.000548 amu است.

• از آنجا که جرم پروتون و نوترون به تقریب با هم برابر و حدوداً ۱ amu است، عدد جرمی را می‌توان برابر با جرم اتمی در نظر گرفت. عدد جرمی یکا ندارد (مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته را نشان می‌دهد)؛ در حالی که یکای جرم اتمی amu است:

$${}^A_Z\text{Li} \Rightarrow \begin{cases} \text{عدد جرمی} = n + p = 7 \\ \text{جرم اتمی} = 7\text{amu} \end{cases}$$

شمار الکترون‌ها در هر اتم از ${}^4_2\text{X}$ برابر ۲۰ است؛ در نتیجه داریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$\text{اتم } 50 = \frac{1 \text{ اتم}}{20 \text{ الکترون}} \times \frac{1 \text{ الکترون}}{1 \text{ amu}} \times \frac{1 \text{ amu}}{0.0005 \text{ amu}} = 50 \text{ اتم}$$

عقربه ترازوی (۱)، بر روی ۱ amu قرار دارد و می‌دانیم که جرم هر نوترون نیز برابر 1.0087 amu بوده که به تقریب همان

۱ amu است. در اتم ${}^4_2\text{X}$ ، ۲۰ نوترون که جرمی معادل با ۲۰ amu دارد، موجود است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{جرم ترازوی (۱)}}{\text{جرم نوترون‌های اتم } {}^4_2\text{X}} = \frac{1 \text{ amu}}{20 \text{ amu}} = 0.05$$

۶۶ با توجه به جدول زیر که به عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی مربوط است، کدام مطلب نادرست است؟

X	Y	Q	Z	اتم	ویژگی
	مثبت	منفی			علامت بار الکتریکی یون پایدار
۳	۱	۱	۲		شمار الکترون(های) جفت نشده در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم

(۱) تعداد الکترون‌های ظرفیتی عنصر Q، ۷ برابر تعداد الکترون‌های ظرفیتی عنصر Y است.

(۲) عنصر Z، دومین عنصر گروه خود محسوب می‌شود.

(۳) اگر Z در واکنش با دیگر عنصرها الکترون دریافت کند، ۱۰ الکترون با $l=1$ در آرایش الکترونی اتم خود دارد.

(۴) نماد شیمیایی (واقعی) عنصرهای Q و Y، دو حرفی و نماد عنصرهای Z و X، تک حرفی است.

مشاوره این تیپ سوالات، جزء مسائل کاملاً مفهومی شیمی و نیاز به دقت زیادی دارد. گاهی پیش می‌آید، سوالاتی که موردی نیستند، درجه سختی بیشتری نسبت به سوالات موردی دارند. حتماً با این تیپ سوالات آشنا بشید، چون به شدت مد نظر طراحای کنکوره!

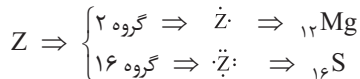


آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصرهای دسته S و p جدول دوره‌ای به صورت زیر است:

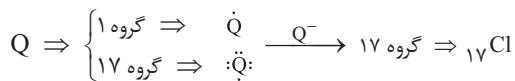
شماره گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	
								He	بقیه عنصرها
آرایش الکترون - نقطه‌ای	\dot{X}	\dot{X}	\dot{X}	\dot{X}	\ddot{X}	\ddot{X}	\ddot{X}	He:	\ddot{X}

قبل از بررسی تک تک گزینه‌ها بهتر است که همه عناصر را پیدا کنیم:

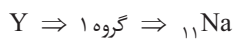
در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم Z، دو الکترون جفت نشده وجود دارد؛ لذا نماد آن می‌تواند به دو صورت زیر باشد:



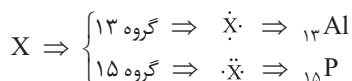
در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم Q، یک الکترون جفت نشده وجود دارد؛ لذا نماد آن می‌تواند به دو صورت زیر باشد:



در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم Y نیز، یک الکترون جفت نشده وجود داشته و از آنجا که اتم Y، تبدیل به کاتیون (یون مثبت) می‌شود، این عنصر جزء فلزهای گروه یک جدول تناوبی است.



در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم X، سه الکترون جفت نشده (تک الکترون) وجود دارد؛ لذا نماد آن می‌تواند به دو صورت زیر باشد:

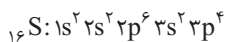


بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): عنصر Q در گروه ۱۷ جای دارد و دارای ۷ الکترون ظرفیتی است. عنصر Y نیز در گروه اول جدول جای دارد و یک الکترون ظرفیتی دارد.

گزینه (۲): عنصر Z می‌تواند منیزیم (دومین عنصر گروه ۲) یا گوگرد (دومین عنصر گروه ۱۶) باشد.

گزینه (۳): اگر Z الکترون دریافت کند، نافلز گروه ۱۶ بوده و معادل با S_{۱۶} است. آرایش الکترونی S_{۱۶} به صورت زیر بوده و دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه p (با $l=1$) است:



گزینه (۴): نماد شیمیایی عنصرهای Z و X، لزوماً تک حرفی نیست.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



(الف) در ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن، افزایش تعداد نوترون با کاهش میزان پایداری آن‌ها، رابطه مستقیم دارد.

(ب) خواص شیمیایی عناصری که در یک دوره از جدول تناوبی قرار دارند، مشابه است.

(پ) اختلاف عدد جرمی دو ایزوتوپ ساختگی و ناپایدارتر هیدروژن، برابر با تعداد ایزوتوپ‌های طبیعی این عنصر است.



(ت) از بین ایزوتوپ‌های طبیعی اولین عنصر دوره دوم، ایزوتوپ سنگین‌تر، فراوانی بیشتری دارد.

(۲) الف - ت

(۱) الف - ب

(۴) پ - ت

(۳) ب - پ

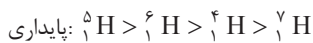


پاسخ خیلی تشریحی ✓

عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی همه عبارت‌ها:

(الف) هیدروژن دارای ۴ ایزوتوپ ساختگی است که ترتیب پایداری آن‌ها به صورت زیر است:



پایداری

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، شمار نوترون‌های ${}^4_1\text{H}$ ، کم‌تر از ${}^3_1\text{H}$ است، ولی پایداری ${}^4_1\text{H}$ کم‌تر از آن است.

(ب) عناصری که در یک گروه از جدول دوره‌ای جای دارند، خواص شیمیایی مشابهی دارند. عناصری که در یک دوره از جدول قرار

می‌گیرند، در گروه‌های مختلفی قرار داشته و خواص شیمیایی مشابهی ندارند.

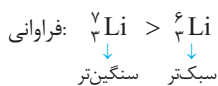
(پ) دو ایزوتوپ ناپایدارتر هیدروژن، ${}^3_1\text{H}$ و ${}^4_1\text{H}$ بوده که اختلاف شمار نوترون‌ها در این دو اتم برابر ۳ است. هیدروژن، ۳ ایزوتوپ

طبیعی نیز دارد.

در بین ایزوتوپ‌های طبیعی، ایزوتوپ‌های ${}^1_1\text{H}$ و ${}^2_1\text{H}$ پایدار هستند، اما ایزوتوپ ${}^3_1\text{H}$ ناپایدار است.



(ت) اولین عنصر دوره دوم، معادل با لیتیم بوده و ترتیب فراوانی ایزوتوپ‌های طبیعی آن به صورت زیر است:



درباره طیف نشری خطی اتم هیدروژن در گستره مرئی، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) ۷۵ درصد از خطوط موجود در آن طول موجی کم‌تر از ۵۰۰ نانومتر دارند.

(۲) رنگ نوار حاصل از انتقال از $n=3$ به $n=2$ ، شبیه به رنگ شعله محلول لیتیم سولفات است. **قرمز** ← **نوار قرمز**

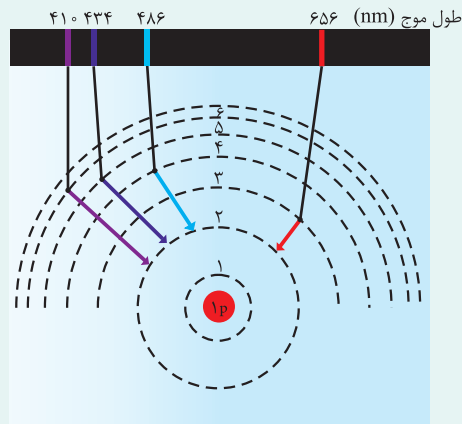
(۳) هر یک از خطوط موجود در این طیف، ناشی از برگشت الکترون از لایه‌های $n=3, 4, 5, 6$ به حالت پایه می‌باشد.

(۴) در آن، با افزایش طول موج پرتوها، فاصله نوارهای رنگی مجاور هم بیشتر می‌شود.



درس‌Box

شکل زیر چگونگی تشکیل چهار نوار رنگی ناحیه مرئی طیف نشری خطی عنصر هیدروژن را نمایش می‌دهد. پیشنهاد ما این است که رنگ، طول موج و این که هر کدام از پرتوهای حاصل از انتقال الکترون بین کدام لایه‌ها است را به خوبی یاد بگیرید و حفظ باشید.



الف) نوار بنفش: دارای کوتاه‌ترین طول موج (۴۱۰ نانومتر) و بیشترین انرژی بوده و حاصل بازگشت الکترون از $n=6$ به $n=2$ است.

ب) نوار نیلی: دارای طول موج ۴۳۴ نانومتر بوده و حاصل بازگشت الکترون از $n=5$ به $n=2$ است.

پ) نوار آبی: دارای طول موج ۴۸۶ نانومتر بوده و حاصل بازگشت الکترون از $n=4$ به $n=2$ است.

ث) نوار قرمز: دارای بلندترین طول موج (۶۵۶ نانومتر) و کم‌ترین انرژی بوده و حاصل بازگشت الکترون از $n=3$ به $n=2$ است.

بررسی گزینه‌ها:

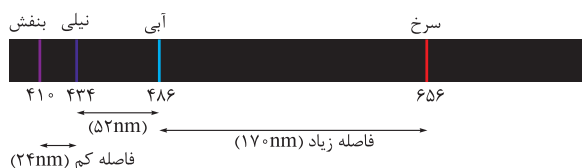
پاسخ‌خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): از ۴ خط رنگی موجود در طیف نشری خطی اتم H، مقدار طول موج ۳ نوار رنگی (۷۵٪)، کم‌تر از ۵۰۰ نانومتر است.

گزینه (۲): رنگ نوار حاصل از انتقال از $n=3$ به $n=2$ در اتم هیدروژن، قرمز بوده و رنگ شعله فلز لیتیم و ترکیب‌های آن نیز قرمز است.

گزینه (۳): حالت پایه اتم هیدروژن، $n=1$ می‌باشد، در حالی که نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن، مربوط به بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه دوم ($n=2$) می‌باشد.

گزینه (۴): شکل روبه‌رو را ببینید:



۶۹

شمار اتم‌های اکسیژن در نمونه‌ای از H_2SO_4 ، 10 برابر شمار اتم‌های کربن در نمونه‌ای از C_2H_6 است. اگر مجموع جرم دو نمونه برابر 260 گرم باشد، جرم اتم‌های گوگرد موجود در نمونه H_2SO_4 ، چند گرم است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, S = 32 : g.mol^{-1}$)

۱۶ (۲)

۴۰ (۱)

۸۰ (۴)

۶۴ (۳)



Hint

مقدار مول نمونه H_2SO_4 را x و مقدار مول نمونه C_2H_6 را y در نظر بگیر. از اون جایی که می‌دونی نسبت شمار اتم‌ها برابر با نسبت شمار مول‌ها است، می‌تونی مول O در H_2SO_4 و مول C در C_2H_6 را بر حسب x و y به دست بیاری. از طرفی، می‌دونیم که مجموع جرم دو نمونه برابر 260 گرمه. جرم دو نمونه را بر حسب x و y به دست بیار و با حل دو معادله - دو مجهول، مقادیر x و y به دست میان و دیگه کار تمومه!

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر مقدار H_2SO_4 را x مول در نظر بگیریم، مقدار مول اکسیژن در نمونه آن برابر است با:

$$? \text{ mol O} = x \text{ mol H}_2\text{SO}_4 \times \frac{4 \text{ mol O}}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} = 4x \text{ mol}$$

اگر مقدار C_2H_6 را y مول در نظر بگیریم، مقدار مول کربن در نمونه آن برابر است با:

$$? \text{ mol C} = y \text{ mol C}_2\text{H}_6 \times \frac{2 \text{ mol C}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6} = 2y \text{ mol}$$

مطابق فرض سؤال داریم:

$$\frac{\text{شمار اتم O در نمونه H}_2\text{SO}_4}{\text{شمار اتم C در نمونه C}_2\text{H}_6} = \frac{\text{مول O در نمونه H}_2\text{SO}_4}{\text{مول C در نمونه C}_2\text{H}_6} = \frac{4x}{2y} = 10 \Rightarrow x = 5y$$

x مول H_2SO_4 ، معادل با $98x$ گرم و y مول C_2H_6 نیز برابر با $30y$ گرم است. اکنون می‌توان دستگاه زیر را تشکیل داد:

$$\begin{cases} 98x + 30y = 260 \\ x = 5y \end{cases} \Rightarrow x = 2/5 \text{ mol}, y = 0/5 \text{ mol}$$

اکنون می‌توان جرم اتم‌های گوگرد در $2/5$ مول H_2SO_4 را محاسبه کرد:

$$? \text{ g S} = 2/5 \text{ mol H}_2\text{SO}_4 \times \frac{1 \text{ mol S}}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} \times \frac{32 \text{ g S}}{1 \text{ mol S}} = 8 \text{ g}$$

۷۰. کدام مورد، درست است؟

زیرلایه d

- (۱) زیرلایه‌ای که حداکثر گنجایش آن برابر 10^0 الکترون است، در آرایش الکترونی عناصر دوره سوم شروع به پرشدن می‌کند.
- (۲) طبق قاعده آفبا، بعد از زیرلایه $4d$ و قبل از زیرلایه $6s$ ، دو زیرلایه دیگر از الکترون اشغال می‌شوند.
- (۳) از جمله ویژگی‌های فیزیکی فلز سدیم این است که با تبدیل به Na^+ ، به پایداری می‌رسد.
- (۴) مقدار انرژی یک زیرلایه به دو کمیت وابسته بوده که عدد کوانتومی اصلی در هر دوی آنها مؤثر است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

طبق قاعده آفبا، انرژی زیرلایه‌ها به n و $n+1$ وابسته است، به طوری که اگر $n+1$ برای دو یا چند زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه با n بزرگ‌تر، انرژی بیشتری دارد. در هر دو کمیت n و $n+1$ ، عدد کوانتومی اصلی (n)، مؤثر است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): گنجایش زیرلایه d ، 10^0 الکترون است. با این‌که زیرلایه $3d$ در نوشتار آرایش الکترونی مربوط به لایه سوم است، ولی اولین عنصری که در این زیرلایه، الکترون دارد، Sc بوده که در دوره چهارم جدول جای دارد.

در نوشتار آرایش الکترونی، $3d$ همراه با $3s$ و $3p$ نوشته می‌شود، اما این زیرلایه در آرایش الکترونی عناصر دوره چهارم (به غیر از K و Ca) شروع به پرشدن می‌کند.

گزینه (۲):

• ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها در عنصرهای هر دوره جدول دوره‌ای طبق قاعده آفبا را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$ns \rightarrow (n-2)f \rightarrow (n-1)d \rightarrow np \quad n = \text{شماره دوره یا تناوب}$$

$$n \geq 1 \quad n \geq 6 \quad n \geq 4 \quad n \geq 2$$

• در هنگام استفاده از رابطه فوق، n را از ۱ تا ۷ به عنوان شماره دوره قرار می‌دهیم و زیرلایه‌هایی که در هر مرحله ایجاد می‌شوند را می‌نویسیم. زیرلایه‌های ایجادشده بر اثر ترتیب پرشدن در هر دوره به صورت زیر است:

$$[1s] - [2s2p] - [3s3p] - [4s3d4p] - [5s4d5p] - [6s4f5d6p] - [7s5f6d7p]$$

دوره هفتم دوره ششم دوره پنجم دوره چهارم دوره سوم دوره دوم دوره اول

بین دو زیرلایه $4d$ و $6s$ ، طبق قاعده آفبا، فقط زیرلایه $5p$ وجود دارد که پذیرای الکترون باشد.

گزینه (۳): از دست دادن، گرفتن یا به اشتراک گذاشتن الکترون نشانه‌ای از رفتار شیمیایی اتم است. این‌که اتم سدیم با از دست دادن یک الکترون به یون پایدار Na^+ برسد، جزء ویژگی‌های شیمیایی (نه فیزیکی) سدیم است.

