

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۹/۳۰

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

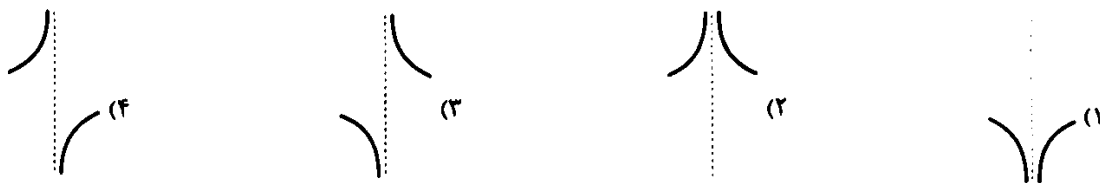
شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه	تعداد سؤال: ۵۵

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

تعداد سؤال	شماره سؤال	نوع سؤال	عناوین مواد امتحانی	
			تعداد سؤال	مدت پاسخگویی
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۲
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۳
	۳۵	۳۱	۵	ریاضی ۱
	۴۰	۳۶	۵	حسابان ۱
	۴۵	۴۱	۵	هندسه ۲
	۵۵	۴۶	۱۰	آمار و احتمال
			اجباری	ریاضیات



۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{(-1)^{|x|}}{x-2}$ در اطراف مجانب قائم آن به کدام صورت است؟



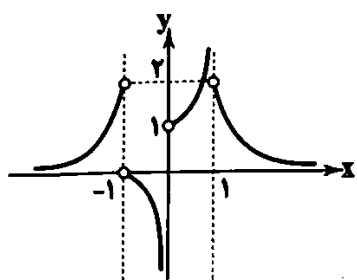
۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{[x]+[-x]}{x^2+x}$ در اطراف مجانب قائم آن به کدام صورت است؟



۳- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + ax + b}$ برابر $\mathbb{R} - \{1, 3\}$ باشد، نمودار تابع در اطراف مجانب قائم آن به کدام صورت است؟



۴- اگر نمودار تابع $y = g(x)$ به صورت زیر باشد، آن‌گاه نمودار تابع $f(x) = \frac{g(x)+1}{g(x)-2}$ چند مجانب قائم دارد؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

(۴) فاقد مجانب قائم

۵- اگر $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ و $g(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - 2x + f^{-1}(x)}$ ، آن‌گاه

$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = +\infty$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = +\infty$ (۱)

$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = -\infty$ (۴)

$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -\infty$ (۳)

محل انجام محاسبات

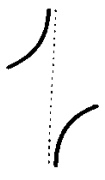
۶- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + 2x + 1}$ در مجاورت مجانب قائم آن به صورت زیر باشد، آن گاه

(۱) $b > -1$

(۲) $b < -1$

(۳) $b > 1$

(۴) $b < 1$



۷- نمودار تابع $f(x) = \log \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}$ چند مجانب قائم دارد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۸- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+2}{2(x-1)^2(x-2)}$ چند مجانب قائم دارد؟

(۴) فاقد مجانب قائم

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۹- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-2x}{ax^2+bx-2} = +\infty$ ، آن گاه $a+b$ کدام است؟

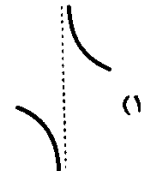
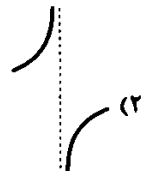
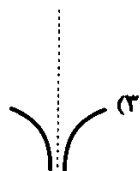
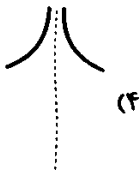
(۴) $-\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۲) $-\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{3}{2}$

۱۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{x-3}{x^2+x+1}$ در اطراف مجانب قائم آن به کدام صورت است؟



۱۱- در معادله $65x + 78y = 52$ ، مقادیر x و y کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $\begin{cases} x = 6k + 2 \\ y = -5k - 1 \end{cases}$

(۳) $\begin{cases} x = 6k + 2 \\ y = -2k \end{cases}$

(۲) $\begin{cases} x = 2k + 2 \\ y = -2k \end{cases}$

(۱) $\begin{cases} x = 2k + 2 \\ y = -5k - 1 \end{cases}$

۱۲- به ازای کدام مقدار m معادله سیاله $91x + 39y = 2m + 1$ دارای جواب است؟

(۴) ۱۳

(۳) ۲۷

(۲) ۳۱

(۱) ۵۶

۱۳- معادله سیاله $24x + 85y = 170$ دارای چند جواب به طوری که $x > -10$ و $y > 0$ می باشد؟

(۴) جواب ندارد.

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۱۴- به ازای کدام مقدار a معادله $(10+a)x + ay = 25$ در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است؟

(۴) ۲۰

(۳) ۱۶

(۲) ۱۰

(۱) ۱۵

۱۵- در یک کارگاه تولید سیمان می خواهیم ۸۰۰ کیلوگرم سیمان را با کیسه های ۱۰ و ۲۵ کیلویی پر کنیم. این کار به چند طریق امکان پذیر است

به طوری که حتماً از هر دو نوع کیسه استفاده شود؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۵

(۲) ۴

(۱) ۳

در گراف ۵- منتظم مرتبه p رابطه $p+q=21$ برقرار است. q کدام است؟

- ۱۲ (۴) ۱۶ (۳) ۱۵ (۲) ۸ (۱)

گراف کامل مرتبه ۸. چند زیرگراف کامل دارد؟

- ۲۱۴ (۴) ۲۵۵ (۳) ۲۵۴ (۲) ۲۳۹ (۱)

در گرافی از مرتبه ۱۰ می دانیم $\Delta(\bar{G})=6$ است. حداقل و حداکثر اندازه گراف G کدام است؟

- Min(q)=15
Max(q)=39 (۴) Min(q)=6
Max(q)=15 (۳) Min(q)=3
Max(q)=39 (۲) Min(q)=15
Max(q)=3 (۱)

چند گراف ۲- منتظم مرتبه ۹ یافت می شود؟

- ۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

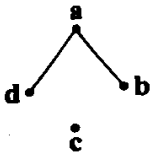
گراف زیر، چند زیرگراف دارد؟

- ۲۳ (۱)

- ۲۲ (۲)

- ۲۱ (۳)

- ۲۵ (۴)



اگر ۳ نقطه در صفحه باشد که از نقطه O به فاصله ۵ و از خط d به فاصله ۴ واحد باشد، مکان هندسی نقطه O دارای چند عضو می باشد؟

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (بی شمار)

فصل مشترک صفحه P با یک استوانه قائم در صورتی که صفحه P تمام یال های جانبی را قطع کند، کدام است؟

- ۱ (دایره یا بیضی) ۲ (بیضی یا سهمی)

- ۳ (سهمی یا دایره) ۴ (سهمی یا دو خط متقاطع)

معادله دایره ای که از دو نقطه $A|_{\frac{1}{2}}$ و $B|_{-\frac{1}{2}}$ گذشته و مرکز آن روی $d: x+2y=-1$ باشد، محور Ox را با کدام طول قطع می کند؟

- $\pm 2\sqrt{2}$ (۱) $1 \pm 2\sqrt{2}$ (۲) $1 \pm \sqrt{2}$ (۳) $\pm \sqrt{2}$ (۴)

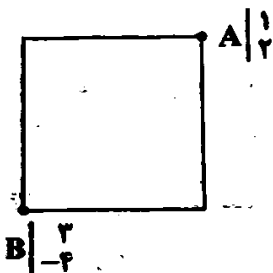
معادله دایره محاطی مربع روبهرو کدام است؟

$x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ (۱)

$x^2 + y^2 + 2x + 6y + 5 = 0$ (۲)

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 6$ (۳)

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ (۴)



برای از نقاط $A|_{\frac{1}{2}}$ و $B|_{-\frac{1}{2}}$ گذشته و بر خط $d: y=-3$ مماس است. بیشترین فاصله نقاط این دایره تا محور Oy کدام است؟

- $\frac{3}{2}$ (۴) ۱ (۳) ۳ (۲)

محاسبات

۲۶- دایره $C(x, y): mx^2 + (2m-2)y^2 + 8x - 2my - m = 0$ مفروض است. دایره به مرکز $A\left(\frac{-4}{m}, \frac{2}{m}\right)$ و شعاع ۵ واحد نسبت به این دایره چه

وضعیتی دارد؟

(۴) متقاطع

(۳) متخارج

(۲) مماس درون

(۱) مماس خارج

۲۷- دایره C در ناحیه اول بر محور Oy و خط $d: \sqrt{3}y = x$ مماس است و مرکز آن روی خط $d': \sqrt{3}x + y = 6$ قرار دارد. مختصات بالاترین نقطه این

دایره کدام است؟

(۴) $(6, 6)$

(۳) $(2 + \sqrt{3}, 2)$

(۲) $(\sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$

(۱) $(5, 6\sqrt{3})$

۲۸- شعاع دایره گذرنده از سه نقطه $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ، $B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ و $C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

(۴) $\frac{5}{4}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۲) $\frac{7}{4}$

(۱) $\frac{6}{5}$

۲۹- شعاع کوچک ترین دایره‌ای که بر هر دو دایره $C: x^2 + y^2 - 4x + 10y + 27 = 0$ و $C': x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$ مماس باشد، کدام است؟

(۴) $\frac{2\sqrt{2}}{2}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۱) $4\sqrt{2}$

۳۰- وضعیت نسبی دو دایره $(x-1)^2 + y^2 = 25$ و $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ چگونه است؟

(۴) مماس درون

(۳) متداخل

(۲) متخارج

(۱) متقاطع

۳۱- ساده شده عبارت $\frac{\sqrt{2} \times 2}{\sqrt{25} + \sqrt{9} + \sqrt{15}} - \frac{\sqrt{100} - \sqrt{36}}{\sqrt{100} - \sqrt{36}}$ کدام است؟

(۴) $2\sqrt{10}$

(۳) $-\frac{1}{2}\sqrt{6}$

(۲) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$

(۱) $-2\sqrt{6}$

۳۲- اگر $\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{6\sqrt{3}+k} = 2\sqrt{3}$ باشد، مقدار k کدام است؟

(۴) ۱۰

(۳) -۱۰

(۲) ۷

(۱) -۷

۳۳- اگر $a > \sqrt{a}$ باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

(۴) $\sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$

(۳) $a^4 < a^6$

(۲) $a > 1$

(۱) $a^2 > a^5$

۳۴- حاصل عبارت $(a - \frac{1}{a})(a^2 + \frac{1}{a^2})(a^3 + \frac{1}{a^3})(a + \frac{1}{a})$ به ازای $a = \sqrt[12]{2}$ کدام است؟

(۴) $2\sqrt{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

۳۵- حاصل عبارت $\sqrt{\sqrt{4}(\sqrt{2} + \sqrt{3})} \times \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) ۶

(۱) ۸

۳۶- حاصل $A = \frac{1+2+\dots+100}{1+2+\dots+99} + \frac{1+2+\dots+101}{1+2+\dots+100} - \frac{10298}{9900}$ برابر کدام است؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴)

۳۷- مجموع جواب‌های معادله $(3x+2)^2 + 7(2-x)(x+1) = 2x+1$ برابر با ۴۰ است. حاصل جمع معکوس‌های این جواب‌ها چند برابر $\frac{1}{17}$ است؟

- ۸۰ (۱) ۹۰ (۲) ۷۰ (۳) ۸۵ (۴)

۳۸- ماشین‌های A و B با هم جاده‌ای را در ۱۲ روز آسفالت می‌کنند، ماشین‌های A و C این کار را در ۱۸ روز انجام می‌دهند و ماشین‌های B و C این کار را در ۸ روز انجام می‌دهند. هر سه ماشین با هم تقریباً در چند روز جاده را آسفالت می‌کنند؟

- ۶/۵ (۱) ۷/۵ (۲) ۵/۵ (۳) ۸/۵ (۴)

۳۹- اگر خط‌های $y = 2x + a - 1$ و $ay = x + 2$ در نقطه $(3, b)$ تلاقی کنند، آن‌گاه حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

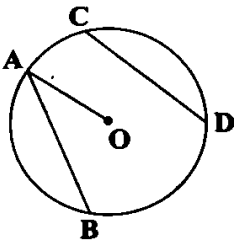
- ۱ (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) -۲ (۴)

۴۰- محیط مثلث به رئوس $A(m+1, m+5)$ ، $B(m-2, m+1)$ و $C(m+5, m+8)$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) $+ 7\sqrt{2}$ ۸ (۲) $+ 4\sqrt{2}$ ۱۰ (۳) $+ 5\sqrt{2}$ ۱۶ (۴)

۴۱- با توجه به شکل، O مرکز دایره از دو وتر CD و AB به یک فاصله است. اگر $AB = 2(x+5)$ ، $CD = 2(3x-1)$ و $OA = 10$ باشد، آن‌گاه

فاصله O از وترها کدام است؟



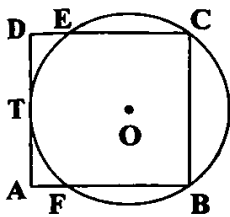
۸ (۱)

۶ (۲)

$3\sqrt{3}$ (۳)

$2\sqrt{5}$ (۴)

۴۲- با توجه به شکل، O مرکز دایره و چهارضلعی ABCD مربع است. اگر DA بر دایره مماس و $BC = 16$ باشد، آن‌گاه طول شعاع دایره کدام است؟



۶ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

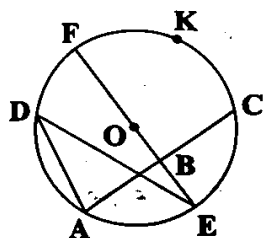
۴۳- با توجه به شکل، O مرکز دایره است، اگر $AB = BC$ و $\widehat{FKC} = 16^\circ$ باشد، آن‌گاه $\widehat{EDA} = x$ چند درجه است؟

۱۰ (۱)

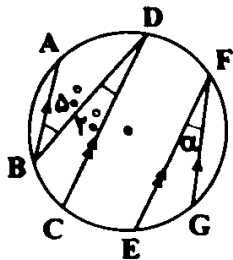
۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)



۴۴- با توجه به شکل، اگر $\hat{BDC} = 20^\circ$ و $\hat{ABD} = 50^\circ$ ، $DC \parallel FE$ ، $AB \parallel FG$ ، $EFG = \alpha$ چند درجه است؟



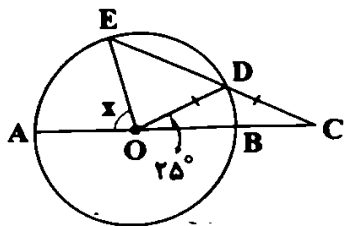
۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

۴۵- با توجه به شکل، O مرکز دایره است، اگر $OD = DC$ و $\hat{DOC} = 25^\circ$ باشد، $\hat{EOA} = x$ چند درجه است؟



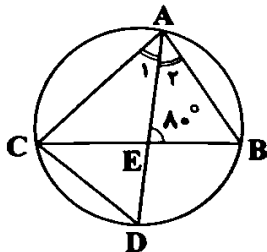
۶۵ (۱)

۷۰ (۲)

۷۵ (۳)

۸۰ (۴)

۴۶- با توجه به شکل، اگر $\hat{CAD} = \hat{DAB}$ و $\hat{AEB} = 80^\circ$ باشد، \hat{ACD} چند درجه است؟



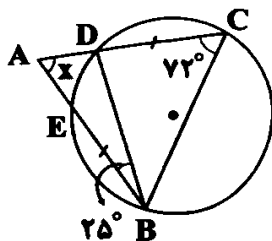
۷۰ (۱)

۸۰ (۲)

۹۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

۴۷- با توجه به شکل، اگر $DC = EB$ ، $\hat{DCB} = 72^\circ$ و $\hat{DBA} = 25^\circ$ باشد، $\hat{CAB} = x$ چند درجه است؟



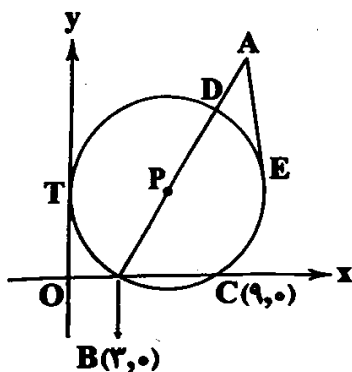
۲۴ (۱)

۳۶ (۲)

۳۸ (۳)

۴۰ (۴)

۴۸- با توجه به شکل، P مرکز دایره است، اگر $B(3, 0)$ و $C(9, 0)$ و مماس بر دایره و $AD = 4$ باشد، $AE = x$ کدام است؟



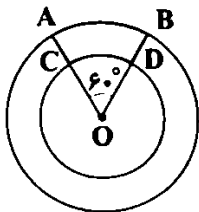
۶ (۱)

$4\sqrt{2}$ (۲)

۸ (۳)

۱۲ (۴)

۴۹- با توجه به شکل، O مرکز دایره است. اگر $AO=2$ ، $CO=1$ و $\widehat{AOB}=60^\circ$ باشد، مساحت قسمت رنگی کدام است؟



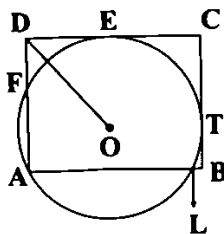
(۱) $4-\pi$

(۲) $\frac{\pi}{2}$

(۳) $\frac{2\pi}{5}$

(۴) $\frac{2\pi}{10}$

۵۰- با توجه به شکل، اگر چهارضلعی ABCD مستطیل و $AB=27$ ، $BC=24$ باشد، آن گاه طول OD کدام است؟



(O مرکز دایره و DC و CB مماس بر دایره هستند.)

(۱) $12\sqrt{3}$

(۲) ۱۵

(۳) $3\sqrt{41}$

(۴) ۱۹

۵۱- بر روی پاکت نامه‌ای که از LONDON یا CLIFTON آمده فقط دو حرف متوالی ON قابل خواندن است، احتمال این که از LONDON باشد، چقدر است؟

(۴) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{17}{30}$

(۲) $\frac{12}{17}$

(۱) $\frac{5}{17}$

۵۲- در یک امتحان ورودی دانشگاه به صورت تست چهارگزینه‌ای احتمال این که دانش آموزی جواب سؤال را بداند، ۹۰٪ است. اگر دانش آموز گزینه صحیح را انتخاب کند، احتمال این که حدس زده باشد، چقدر است؟

(۴) $\frac{36}{37}$

(۳) $\frac{1}{9}$

(۲) $\frac{37}{40}$

(۱) $\frac{1}{37}$

۵۳- کیف A شامل ۲ توپ سفید و ۳ توپ قرمز است و کیف B شامل ۴ توپ سفید و ۵ توپ قرمز است. اگر به صورت تصادفی از یکی از کیف‌ها یک توپ قرمز بیرون بیاید، احتمال این که از کیف B باشد، چقدر است؟

(۴) $\frac{25}{52}$

(۳) $\frac{5}{18}$

(۲) $\frac{5}{16}$

(۱) $\frac{5}{14}$

۵۴- ۶۰٪ دانشجویان یک دانشگاه خوابگاهی و ۴۰٪ آن‌ها غیرخوابگاهی هستند. سال گذشته نتایج نشان داده ۳۰٪ دانشجویان خوابگاهی و ۲۰٪ دانشجویان غیرخوابگاهی معدل الف گرفتند.

در آخر سال یک دانشجو به صورت تصادفی انتخاب می‌شود که معدل الف دارد، احتمال این که از خوابگاه باشد چقدر است؟

(۴) $\frac{4}{7}$

(۳) $\frac{5}{12}$

(۲) $\frac{9}{13}$

(۱) $\frac{3}{13}$

۵۵- شخصی یک تاس را پرتاب می‌کند اگر ۵ یا ۶ بیاید یک سکه را سه بار پرتاب می‌کند و تعداد دفعاتی که خط آمده را می‌شمارد. اگر تاس ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ بیاید، یک بار سکه را می‌اندازد. اگر دقیقاً یک خط بیاید، احتمال این که از پرتاب تاسی که ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ آمده باشد، چقدر است؟

(۴) $\frac{13}{15}$

(۳) $\frac{11}{13}$

(۲) $\frac{8}{11}$

(۱) $\frac{3}{8}$

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۹/۳۰

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه ۲۶	تعداد سوال: ۶۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

دقیقه	۸۰	۵۶	اجباری	۲۵	فیزیک ۳	فیزیک	۱
۴۵ دقیقه	۹۰	۸۱	زوج کتاب	۱۰	فیزیک ۱	فیزیک	۱
	۱۰۰	۹۱		۱۰	فیزیک ۲		
	۱۱۵	۱۰۱		۱۵	شیمی ۳		
۲۵ دقیقه	۱۲۵	۱۱۶	زوج کتاب	۱۰	شیمی ۱		
	۱۳۵	۱۲۶		۱۰	شیمی ۲		

فیزیک



۵۶- معادله حرکت نوسانی یک نوسانگر که روی سطح بدون اصطکاک نوسان هماهنگ ساده می‌کند، در SI به صورت $x = 0.02 \cos(12\pi t)$ است.

تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{18}$ s تا $t_2 = \frac{2}{16}$ s چند برابر سرعت متوسط آن است؟ ($\sqrt{3} = 1.7, \sqrt{2} = 1.4$)

- (۱) ۱.۱۶ (۲) $\frac{7}{9}$ (۳) ۱۴ (۴) $\frac{7}{3}$

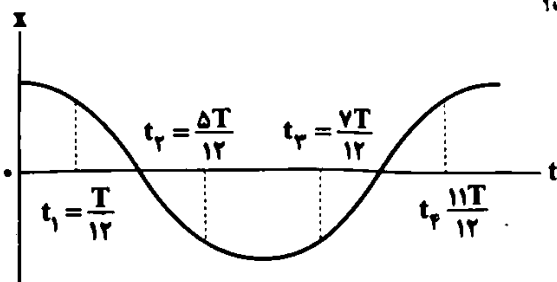
۵۷- نوسانگری روی پاره‌خط بدون اصطکاک به طول ۱۲cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در مدت زمان ۸.۱s بار شتاب آن صفر می‌شود.

بزرگی شتاب متوسط نوسانگر در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{16}$ s تا $t = \frac{2}{16}$ s چند واحد SI است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۲/۸۸ (۲) ۱/۴۴ (۳) ۲۳/۰۴ (۴) ۱۱/۵۲

۵۸- نمودار مکان- زمان نوسانگری که نوسان هماهنگ ساده انجام می‌دهد، به شکل زیر است. جابه‌جایی طی شده توسط نوسانگر در بازه

زمانی t_1 تا t_2 چند برابر مسافت طی شده توسط آن در بازه زمانی t_1 تا t_2 است؟



- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۵- دو وزنه A و B به جرم‌های $m_B = 2m_A$ را به فنری مشابه بسته و روی سطح بدون اصطکاک به حرکت نوسانی وامی داریم. اگر دامنه

حرکت برای وزنه A، ۲ برابر دامنه حرکت برای وزنه B باشد، تندی بیشینه متحرک A چند برابر تندی بیشینه متحرک B است؟

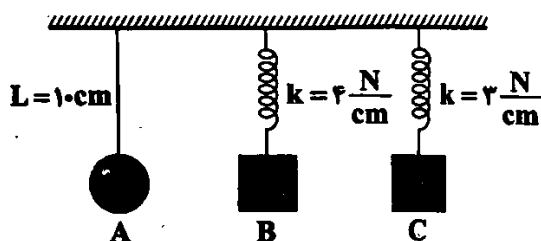
- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۶

۶- معادله حرکت هماهنگ ساده‌ای به صورت $x = A \cos(\frac{\pi}{6}t)$ است. متحرک در لحظه t_1 برای اولین بار در فاصله $\frac{\sqrt{2}A}{2}$ از مبدأ با شتاب

مثبت و سرعت منفی است و در لحظه t_2 برای اولین بار در فاصله $\frac{\sqrt{2}A}{2}$ از مبدأ با شتاب منفی و سرعت مثبت است. Δt چند ثانیه است؟

- (۱) ۶/۵ (۲) ۱۸/۵ (۳) ۲۴ (۴) ۱۲

۷- مطابق شکل زیر، وزنه A به جرم ۲kg را به نخ سبکی وصل کرده و وزنه‌های B و C را به فنرهایی وصل کرده‌ایم. با به نوسان درآوردن آونگ A،

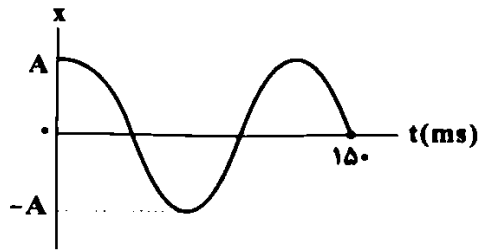


در کدام یک از وزنه‌های B و C تشدید رخ می‌دهد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) B (۲) C (۳) B و C (۴) در هیچ‌کدام تشدید رخ نمی‌دهد.

انجام محاسبات

۶۲- نمودار مکان - زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده، به شکل زیر است. در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{\pi}$ s تا $t_2 = 0.11$ s، چند ثانیه متحرک دارای حرکت

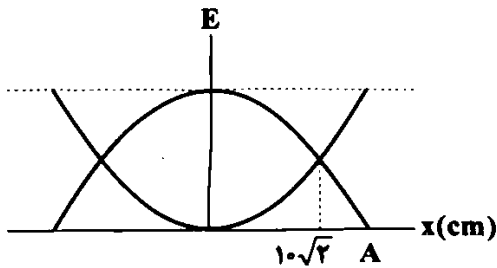


کندشونده است؟

- (۱) ۰/۰۴
(۲) ۰/۰۶
(۳) ۰/۰۳
(۴) ۰/۱۲

۶۳- نمودار انرژی بر حسب فاصله برای نوسانگری به جرم ۵۰g که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر است. اگر این نوسانگر در

مدت زمان ۰.۴s، نوسان کامل انجام دهد، در لحظه‌ای که تندی آن $\frac{0.6}{s}$ است، انرژی پتانسیل آن چند میلی‌ژول خواهد بود؟ ($\pi^2 = 10$)



- (۱) ۹
(۲) ۱۶۰
(۳) ۱۶۹
(۴) ۱۵۱

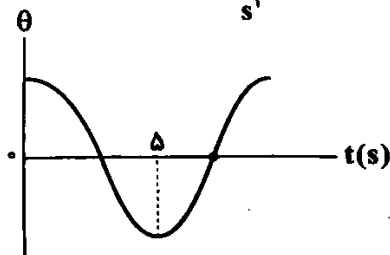
۶۴- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، در مدت زمان ۰/۵s پاره خط نوسان به طول ۴cm را طی می‌کند. اگر انرژی جنبشی نوسانگر در مکان $\sqrt{2}$ cm،

برابر با 0.8 mJ باشد، جرم نوسانگر چند گرم است؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) ۵۰۰
(۲) ۴۰۰
(۳) ۲۰۰
(۴) ۱۰۰

۶۵- آونگی در فاصله h از سطح زمین حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. نمودار زاویه آونگ نسبت به راستای قائم بر حسب زمان مطابق شکل

زیر است. اگر طول آونگ ۱m باشد، h چقدر است؟ ($\pi^2 = 10$ و R_e شعاع کره زمین و شتاب گرانشی روی زمین $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است.)



- (۱) $5R_e$
(۲) $4R_e$
(۳) $3R_e$
(۴) $2R_e$

۶۶- دو آونگ ساده A و B که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهند، در اختیار داریم که طول آونگ B، ۲۵ درصد بیشتر از طول آونگ A می‌باشد.

چند درصد از طول آونگ B را کم و به طول آونگ A اضافه کنیم تا با به حرکت درآوردن یکی از آن‌ها در دیگری تشدید ایجاد شود؟

- (۱) ۲۵
(۲) ۱۲/۵
(۳) ۱۰
(۴) باید جرم گوی‌های متصل به آونگ معلوم باشد.

۶۷- مطابق شکل زیر، وزنه 4 kg را به انتهای فنری با ثابت k می‌بندیم و روی سطح بدون اصطکاکی قرار داده و آن را می‌کشیم و رها می‌کنیم تا

حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. این وزنه در مدت زمان ۰/۲۵s پس از کشیدن به مرکز نوسان می‌رسد. سپس این فنر و وزنه را از سقف

آویزان می‌کنیم تا به حالت تعادل برسد. افزایش طول فنر در این حالت چند سانتی‌متر خواهد بود؟ ($\pi^2 = 10$ ، $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) ۱۰
(۲) ۲۵
(۳) ۵۰
(۴) ۱۶۰

۶- یک سامانه جرم - فنر روی یک سطح بدون اصطکاک حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در این نوسان در لحظه t_1 انرژی پتانسیل سامانه ۲ برابر انرژی جنبشی آن است. در لحظه t_2 تندی سامانه $\sqrt{2}$ برابر تندی آن در لحظه t_1 و انرژی پتانسیل 0.4 mJ می‌شود. اگر ثابت فنر $1/5 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ باشد، دامنه نوسان سامانه وزنه - فنر چند سانتی‌متر خواهد بود؟

۰/۴ (۴)

۰/۲ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۸- نوسانگری به جرم 400 g روی محور x بین نقطه $x = 3 \text{ cm}$ تا $x = -3 \text{ cm}$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر کم‌ترین زمان ممکن برای رسیدن نوسانگر از نقطه $x = \sqrt{3} \text{ cm}$ تا $x = -\sqrt{3} \text{ cm}$ برابر 0.5 s باشد، در لحظه‌ای که شتاب نوسانگر، بیشینه است، انرژی پتانسیل آن چند میکروژول خواهد بود؟ ($\pi^2 = 10$)

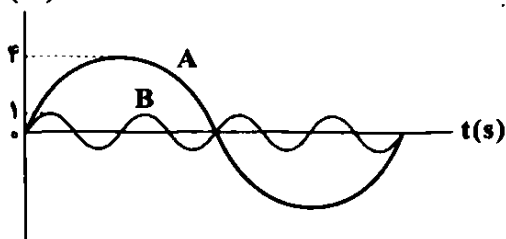
 5^4 (۴)

۱۸ (۳)

۷۲ (۲)

۳۶ (۱)

۹- نمودار دو نوسانگر هماهنگ ساده A و B مطابق شکل زیر است. اگر جرم نوسانگر A، ۲۰ درصد بیشتر از جرم نوسانگر B باشد، بیشینه انرژی پتانسیل و بیشینه تندی نوسانگر A چند برابر بیشینه انرژی پتانسیل و بیشینه تندی نوسانگر B است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

 $x(\text{m})$  16 و $\frac{5}{6}$ (۱)۱ و $\frac{6}{5}$ (۲)۱ و $\frac{5}{6}$ (۳) 16 و $\frac{6}{5}$ (۴)

۱۰- آونگ A به طول L ، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در مدت زمان t ، N نوسان کامل انجام می‌دهد. در همان مکان آونگ B با طول 36 درصد کم‌تر از طول آونگ A را به حرکت نوسانی وامی‌داریم. در همان مدت زمان t ، تعداد نوسان‌های کامل آونگ B چند برابر تعداد نوسان‌های کامل آونگ A است؟

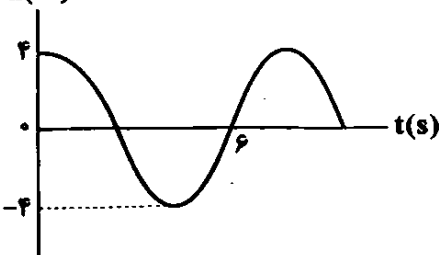
۱/۶ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۰/۸ (۲)

۰/۶ (۱)

۱۱- نمودار مکان - زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر است. در مدت زمان دلخواه $\frac{T}{4}$ ، بیشترین مقدار

 $x(\text{m})$ 

سرعت متوسط این نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۲ (۱)

۴ (۲)

 $4\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

۱۲- در مکانی خارج از کره زمین، شتاب گرانش برابر $g = \frac{1}{4}\pi^2$ است. در این مکان آونگی را به نوسان ساده وامی‌داریم. اگر بسامد آونگ 0.5 Hz باشد، طول آونگ چند سانتی‌متر است؟

۳/۱۴ (۴)

۵۰ (۳)

۵ (۲)

۰/۵ (۱)

۱۳- آونگ ساده‌ای به طول 81 cm در مدت زمان 0.5 s ، N نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ را چند سانتی‌متر و چگونه تغییر دهیم تا در همان مکان در مدت زمان 0.4 s همان تعداد نوسان را انجام می‌دهد؟ ($g = \pi^2$)

۸ و کاهش (۴)

۸ و افزایش (۳)

۱۷ و کاهش (۲)

۱۷ و افزایش (۱)

انجام محاسبات

۷۵- نوسانگر جرم - فنری به جرم m و دامنه A روی سطح بدون اصطکاک در حال نوسان هماهنگ ساده است. نوسانگر را متوقف کرده و روی آن وزنه‌ای به جرم $3m$ اضافه می‌کنیم. این بار فنر را با دامنه‌ای معادل 2 برابر A کشیده و سپس رها می‌کنیم. انرژی جنبشی نوسانگر در نقطه تعادل چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۷۶- اگر بخواهیم تندی نوک عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار یک ساعت عقربه‌ای با هم برابر باشند، چه رابطه‌ای بین طول عقربه دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار برقرار خواهد بود؟

(۱) طول عقربه دقیقه‌شمار برابر با طول عقربه ساعت‌شمار باشد.

(۲) طول عقربه دقیقه‌شمار، 12 برابر طول عقربه ساعت‌شمار باشد.

(۳) طول عقربه ساعت‌شمار، 12 برابر طول عقربه دقیقه‌شمار باشد.

(۴) هرگز امکان برابری تندی عقربه دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار وجود ندارد.

۷۷- متحرکی روی مسیر دایره‌ای شکل به شعاع 24cm با تندی ثابت در حال حرکت است و در مدت زمان 1.8s سه بار از نقطه مشخصی می‌گذرد. شتاب مرکزگرای این متحرک در بازه زمانی $t=0$ تا $t=3\text{s}$ چند واحد SI بیشتر از بزرگی شتاب متوسط متحرک در این بازه زمانی است؟ ($\pi=3$)

- (۱) 0.06 (۲) 0.12 (۳) 0.24 (۴) 0.08

۷۸- دو ماهواره A و B به جرم‌های m_A و m_B به ترتیب در فاصله‌های $2R_E$ و $\frac{R_E}{4}$ از سطح زمین در مدارهای دایره‌ای شکل به دور زمین می‌چرخند. اگر تکانه ماهواره A 3 برابر تکانه ماهواره B باشد، m_A چند برابر m_B خواهد بود؟

- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) 3 (۴) 6

۷۹- جرم و شعاع سیاره A به ترتیب $1/5$ و 2 برابر جرم و شعاع کره زمین و جرم و شعاع سیاره B به ترتیب 3 و 6 برابر جرم و شعاع کره زمین است. ماهواره‌ای یک‌بار در فاصله R_E از سطح سیاره A و یک‌بار در فاصله $2R_E$ از سطح سیاره B به دور آن می‌چرخد. شتاب مرکزگرای وارد بر ماهواره در سیاره B چند برابر شتاب مرکزگرای وارد بر ماهواره در سیاره A است؟

- (۱) $\frac{22}{9}$ (۲) $\frac{9}{22}$ (۳) $\frac{2}{8}$ (۴) $\frac{8}{2}$

۸۰- نیروی گرانشی وارد بر جسمی به جرم 72kg که از فاصله 8000km از سطح زمین در حال عبور است، چند نیوتون

است؟ ($R_E = 1600\text{km}$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) 10 (۲) 20

(۳) 30 (۴) باید ثابت گرانشی عمومی (G) و جرم زمین را داشته باشیم.

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰) فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج دوم

۸۱- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) آزمایش و مشاهده بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا می‌کنند.

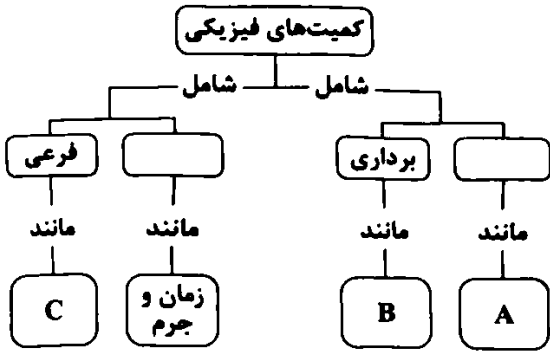
(ب) آزمون پذیرایی و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقش مهمی در فرایند پیشرفت دانش و تکامل شناخت ما از جهان پیرامون داشته است.

(ج) آخرین مدل اتمی در فرایند تغییر مدل اتمی در طول زمان، مربوط به مدل هسته‌ای رادرفورد است.

(د) مسافتی که نور در مدت یک سال در خلأ طی می‌کند را یک سال نوری می‌نامند و با یکای AU نشان می‌دهند.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۸۰- در نقشه مفهومی زیر، یکای هر یک از مولد A، B و C به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



- (۱) فشار - سرعت - انرژی
- (۲) ثانیه - نیوتون - مول
- (۳) جریان الکتریکی - جله جایی - مقدار ماده
- (۴) پاسکال - متر بر مربع ثانیه - ژول

۸۱- حاصل عبارت « ۷۶۸۰۰۰ نخود + ۸۰۰۰۰ سیر + ۱۲۰۰۰۰ من تبریز » چند خروار است؟

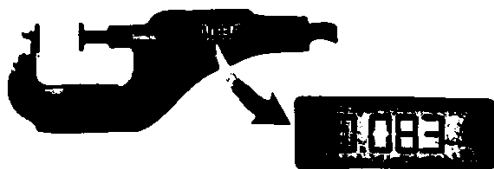
(۱ مثقال = ۲۴ نخود = ۹۶ گندم، ۱ من تبریز = ۴۰ سیر = ۶۴۰ مثقال و ۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز)

- (۱) ۱۲۲/۵
- (۲) ۱۳۴/۵
- (۳) ۱۲۲
- (۴) ۱۳۰

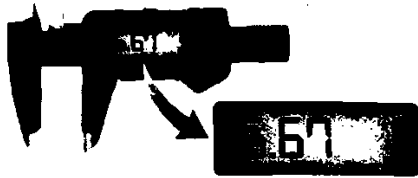
۸۲- سریع‌ترین رشد گیاه متعلق به گیاهی موسوم به هسپروپوکا است که در مدت ۲۰ روز تقریباً ۵/۵m رشد می‌کند. آهنگ رشد این گیاه چند هکتومتر بر هفته است؟

- (۱) $1/925 \times 10^1$
- (۲) $1/925 \times 10^2$
- (۳) $1/925 \times 10^{-1}$
- (۴) $1/925 \times 10^{-2}$

۸۳- با توجه به شکل‌های زیر، دقت اندازه‌گیری کولیس و ریزسنج رقمی به ترتیب از راست به چپ چند متر است؟



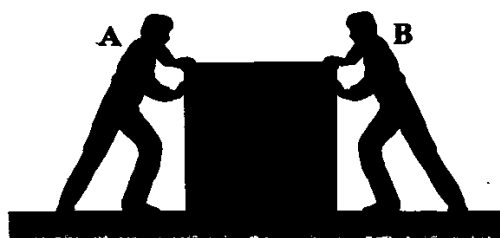
(الف)



(ب)

- (۱) 10^{-2} و 10^{-3}
- (۲) 10^{-3} و 10^{-2}
- (۳) 10^{-5} و 10^{-6}
- (۴) 10^{-6} و 10^{-5}

۸۴- در شکل زیر، دو شخص A و B جعبه سنگینی را بر روی زمین به سمت یک‌دیگر هل می‌دهند و جعبه شروع به حرکت می‌کند. کدام یک از گزینه‌های زیر، می‌تواند نحوه مدلسازی آرمانی حرکت جعبه بر روی سطح افقی دارای اصطکاک را به درستی نشان بدهد؟



- (۱) نیروی A، نیروی B، نیروی اصطکاک (همه به سمت چپ)
- (۲) نیروی A، نیروی اصطکاک، نیروی B (همه به سمت راست)
- (۳) نیروی A، نیروی اصطکاک، نیروی B (همه به سمت چپ)

۸۵- هر یک از گزینه‌های (۱) یا (۲) می‌توانند درست باشند.

تمام محاسبات

۸۷- کدام گزینه $457nm$ را بر حسب میکرومتر و با استفاده از نمادگذاری علمی به درستی نشان می‌دهد؟

(۴) $4/57 \times 10^{-1}$

(۳) $4/57 \times 10^{-1}$

(۲) 457×10^{-6}

(۱) 457×10^{-3}

۸۸- فلز آسمیم با چگالی $\rho = 22/5 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$ یکی از چگال‌ترین مواد یافت‌شده روی زمین است. جرم قطعه‌ای مکعبی از این ماده به

ضلع $2cm$ چند کیلوگرم است؟

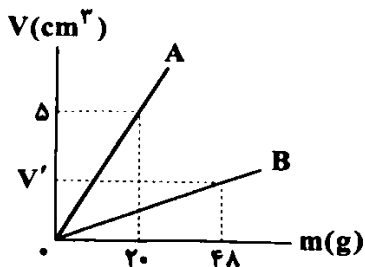
(۴) ۹۰

(۳) ۰/۰۹

(۲) ۱۸۰

(۱) ۰/۱۸

۸۹- ۴۰ درصد جرم آلیاژی از ماده A و مابقی آن از ماده B تشکیل شده است. اگر نسبت جرمی دو ماده A و B را عوض کنیم. چگالی آلیاژ



نسبت به قبل، ۲۵ درصد کاهش می‌یابد. با توجه به نمودار زیر، V' چند سانتی‌متر مکعب است؟

(۱) ۲

(۲) ۲/۵

(۳) ۳

(۴) ۳/۶

۹۰- مطابق شکل زیر، مکعبی به جرم $400g$ را به آرامی داخل ظرفی از آب می‌اندازیم و پس از این‌که مکعب به طور کامل در داخل آب فرو

می‌رود، آب از ظرف بیرون می‌ریزد. اگر چگالی ماده سازنده مکعب و چگالی آب به ترتیب از راست به چپ برابر با $8 \frac{g}{cm^3}$ و $1 \frac{g}{cm^3}$

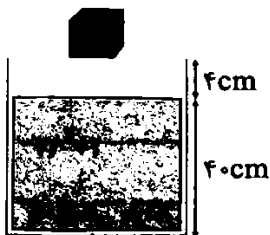
باشد، کدام گزینه در مورد این مکعب می‌تواند درست باشد؟

(۱) مکعب کاملاً توپر است.

(۲) مکعب دارای حفره‌ای به حجم $15cm^3$ است.

(۳) مکعب دارای حفره‌ای است که حداکثر گنجایش $7g$ از مایعی به چگالی $0/5 \frac{g}{cm^3}$ را دارد.

(۴) حجم حفره درون مکعب برابر با ۴۰ درصد از حجم کل مکعب است.



$10cm^2 = \text{سطح قاعده ظرف}$

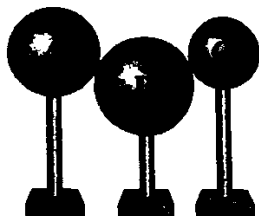
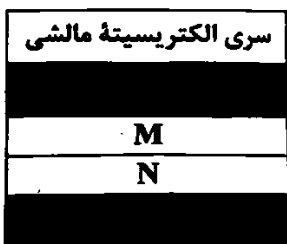
زوج درسی ۲

فیزیک (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

۹۱- در شکل زیر، سه کره رسانا و خنثای A، B و C با یکدیگر در تماس بوده و بر روی پایه‌های عایق قرار دارند. تیغه‌ای از جنس ماده M را با تیغه‌ای از

جنس ماده N مالش می‌دهیم و از سمت راست به کره C نزدیک می‌کنیم. در حضور تیغه، به کمک پایه‌ها، هر سه کره را از هم جدا کرده و تیغه را دور

می‌کنیم. اگر اندازه بار القاشده در کره C، $40\mu C$ باشد، بار القاشده در هر یک از کره‌های A و B به ترتیب از راست به چپ چند میکروکولن است؟



(۱) صفر و ۴۰

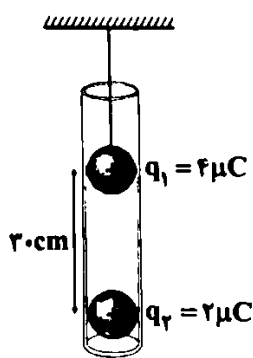
(۲) ۴۰ و -۴۰

(۳) -۴۰ و صفر

(۴) ۴۰ و صفر

حل انجام محاسبات

۹۲- مطابق شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم 100g داخل یک استوانه شیشه‌ای قرار داشته و گوی بالایی که از یک نخ عایق و سبک آویزان شده، به حالت



معلق قرار گرفته است. بزرگی نیروی کشش طناب چند میلی نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۱۰۰ (۱)

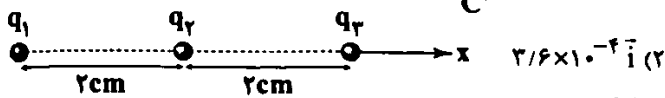
۰/۲ (۲)

۰/۱ (۳)

۲۰۰ (۴)

۹۳- بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = -4\text{nC}$ ، $q_2 = 5\text{nC}$ و $q_3 = -4\text{nC}$ مطابق شکل زیر، در جای خود ثابت شده‌اند. نیروی خالص الکتریکی

وارد بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر برحسب SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)



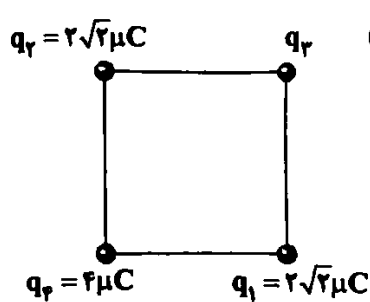
$3/6 \times 10^{-4} \vec{i}$ (۲)

$-3/6 \times 10^{-4} \vec{i}$ (۱)

$5/4 \times 10^{-4} \vec{i}$ (۴)

$-5/4 \times 10^{-4} \vec{i}$ (۳)

۹۴- مطابق شکل زیر، چهار ذره باردار بر رأس‌های مربعی به ضلع $6\sqrt{2}\text{cm}$ قرار گرفته‌اند و نیروهای الکتریکی وارد شده بر بار q_4 متوازن هستند.



بزرگی میدان الکتریکی برآیند ناشی از بارها در مرکز مربع چند واحد SI است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

صفر (۱)

2×10^7 (۲)

2×10^7 (۳)

10^7 (۴)

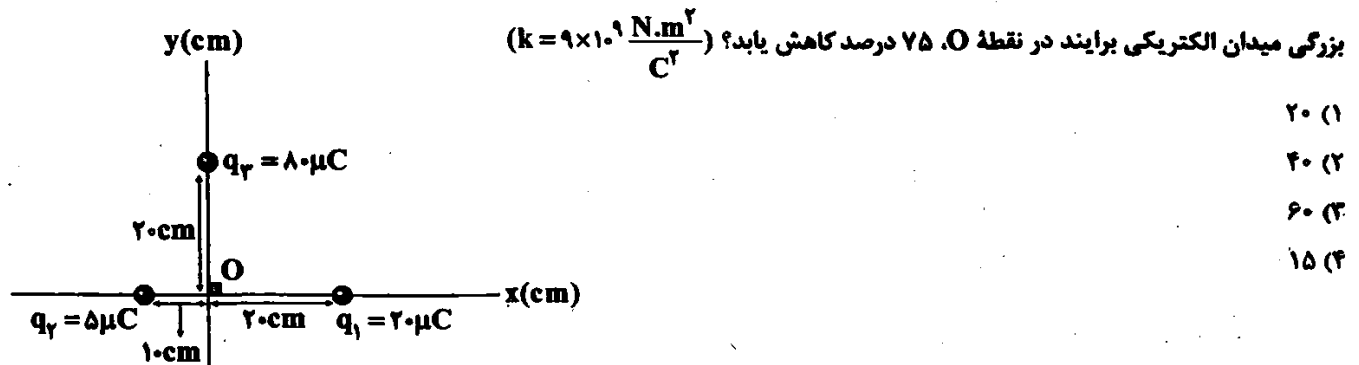
۹۵- بادکنکی باردار به جرم 10g را در یک میدان الکتریکی یکنواخت قائم پایین سو به بزرگی $5000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ قرار می‌دهیم. در صورتی که بادکنک

معلق بماند، تعداد الکترون‌های آن تعداد پروتون‌های آن است. (اندازه نیروی شناوری رو به بالای وارد بر بادکنک را ناچیز فرض

کنید. ($e = 1/6 \times 10^{-19}\text{C}$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) $1/25 \times 10^{14}$ تا بیشتر از (۲) $1/25 \times 10^{14}$ تا کم‌تر از (۳) 2×10^4 تا بیشتر از (۴) 2×10^4 تا کم‌تر از

۹۶- در شکل زیر، بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 ساکن‌اند. بار الکتریکی q_3 را چند سانتی‌متر در خلاف جهت محور y جابه‌جا کنیم تا



بزرگی میدان الکتریکی برآیند در نقطه O، ۷۵ درصد کاهش یابد؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

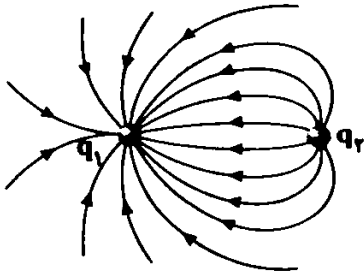
۲۰ (۱)

۴۰ (۲)

۶۰ (۳)

۱۵ (۴)

۹۷- خطوط میدان الکتریکی برای دو کره رسانای کوچک و باردار مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد مقایسه نوع بارها و اندازه آن‌ها درست است؟



$$(1) |q_1| < |q_2|, q_1 > 0, q_2 < 0$$

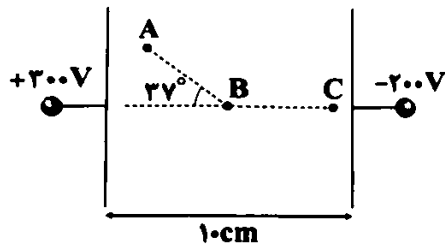
$$(2) |q_1| < |q_2|, q_1 < 0, q_2 < 0$$

$$(3) |q_1| > |q_2|, q_1 < 0, q_2 > 0$$

$$(4) |q_1| > |q_2|, q_1 > 0, q_2 < 0$$

۹۸- مطابق شکل زیر، دو صفحه رسانای بزرگ که دارای پتانسیل الکتریکی ثابت هستند، در فاصله 10 cm از هم قرار دارند. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه B ، 75 V باشد، پتانسیل الکتریکی نقاط A و C به ترتیب از راست به چپ چند ولت است؟

($AB = BC = 5\text{ cm}$ ، $\sin 37^\circ = 0.6$) و نقاط B و C روبه روی هم اند.



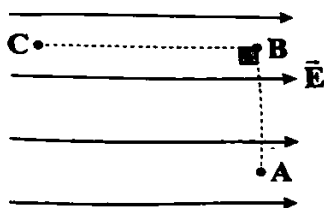
$$(1) 275 \text{ و } 175$$

$$(2) 250 \text{ و } 165$$

$$(3) 240 \text{ و } 175$$

$$(4) 275 \text{ و } 165$$

۹۹- مطابق شکل زیر، بار $q = -100\text{ nC}$ را در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به بزرگی $5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، نخست از نقطه A تا نقطه B و سپس از نقطه B تا نقطه C جابه‌جا می‌کنیم. اگر $AB = 0.2\text{ m}$ و $BC = 0.4\text{ m}$ باشد، انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در این جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند؟



(1) 10 میلی‌ژول افزایش می‌یابد.

(2) 10 میلی‌ژول کاهش می‌یابد.

(3) 20 میلی‌ژول افزایش می‌یابد.

(4) 20 میلی‌ژول کاهش می‌یابد.

۱۰۰- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$ در فاصله‌ای از یکدیگر قرار دارند. بار q_1 را به تدریج در یک مسیر مستقیم به بار q_2 نزدیک می‌کنیم. در این مسیر، پتانسیل الکتریکی نقاطی که q_1 در آن‌ها قرار می‌گیرد، به تدریج می‌یابد و انرژی پتانسیل الکتریکی مجموعه دو بار الکتریکی می‌یابد.

(۴) افزایش - افزایش

(۳) کاهش - کاهش

(۲) کاهش - افزایش

(۱) افزایش - کاهش

شیمی



۱۰۱- ترتیب قرارگیری چند فلز اصلی در سری الکتروشیمیایی به صورت زیر نشان داده شده است. اگر فقط جایگاه یکی از فلزها نادرست باشد، آن فلز کدام است؟

Li - K - Sr - Na - Ca - Mg - Al

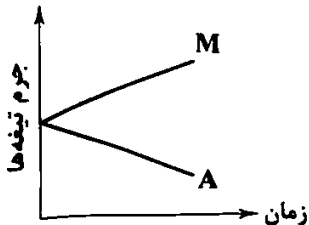
Mg (۴)

Na (۳)

Sr (۲)

K (۱)

۱۰۲- در سلول گالوانی حاصل از الکترودهای A و M، نمودار تغییر جرم تیغه‌ها به صورت مقابل است. با توجه به داده‌های زیر، کدام مطالب پیشنهاد شده به یقین درست است؟



(آ) فلز A در مقایسه با فلز M، کاهنده قوی‌تری است.

(ب) با قراردادن تیغه فلز M در محلول هیدروبرمیک اسید یک مولار، دمای مخلوط واکنش تغییری نمی‌کند.

(پ) emf سلول گالوانی موردنظر برابر با ۲/۵۳ است.

(ت) پتانسیل استاندارد کاهش فلزهای A و M، هم‌علامت نیستند.

(۴) «ب» و «ت»

(۳) «آ» و «ت»

(۲) «آ»، «ب» و «پ»

(۱) «آ» و «ب»

۱۰۳- شکل مقابل، نوعی سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن را نشان می‌دهد که با غشای مبادله‌کننده یون هیدرونیوم کار می‌کند. با توجه به محل

خروج بخار آب که در شکل به درستی نشان داده شده است، کدام مطالب زیر نادرست است؟

(آ) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی، برخلاف جهت حرکت

یون‌ها در الکترولیت، نادرست نشان داده شده است.

(ب) X و Y به ترتیب قطب‌های منفی و مثبت سلول را نشان می‌دهد

که هر کدام شامل کاتالیزگر هستند.

(پ) A، جزء ثابت تمام سلول‌های سوختی است.

(ت) B و C هر دو یک نوع گاز را نشان می‌دهند.

(۱) «آ» و «ت»

(۲) «آ» و «ب»

(۳) «ب» و «پ»

(۴) «پ» و «ت»

۱۰۴- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) اگر در شرایط معین، فلز پلاتین اکسید شود، ممکن است در همان شرایط، فلز طلا اکسید نشود.

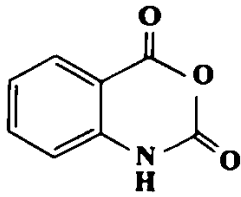
(۲) بازده اکسایش گاز هیدروژن در سلول سوختی، به تقریب سه برابر بازده سوختن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز است.

(۳) در هر دو نوع سلول سوختی هیدروژن و سلول سوختی متان، گازی که به عنوان سوخت استفاده می‌شود، قابل انفجار است، اما شدت انفجار

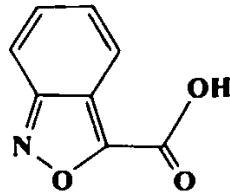
هیدروژن بیشتر است.

(۴) با اکسایش مولکول‌های آب، pH محیط افزایش می‌یابد.

۱۰۵- تفاوت میان پایین‌ترین عدد اکسایش کربن در ترکیب (I) با بالاترین عدد اکسایش کربن در ترکیب (II) کدام است؟



(II)



(I)

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۵)

۱۰۶- اگر در فرایند زنگ زدن آهن به کار رفته در اسکلت یک ساختمان قدیمی، ۱۵۰۰ مترمکعب گاز اکسیژن در شرایطی که حجم مولی گازها برابر با ۲۵ لیتر است، مصرف شده باشد، چند کیلوگرم آهن، اکسید شده است و در این مدت، چند مول الکترون میان گونه‌های کاهنده و اکسند

($Fe = 56 \text{ g.mol}^{-1}$)

مبادله شده است؟

۱/۲ × ۱۰^۵, ۲۲۴۰ (۴)۲/۴ × ۱۰^۵, ۲۲۴۰ (۳)۱/۲ × ۱۰^۵, ۴۴۸۰ (۲)۲/۴ × ۱۰^۵, ۴۴۸۰ (۱)

۱۰۷- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با اکسیژن درست است؟

• واکنش‌پذیرترین نافلز دوره دوم جدول تناوبی است.

• با فلزهای نجیبی مانند طلا و پلاتین واکنش نمی‌دهد.

• پتانسیل کاهش اغلب فلزها منفی بوده اما پتانسیل کاهش اکسیژن مثبت است.

• emf سلول سوختی هیدروژن، برابر با پتانسیل کاهش اکسیژن در محیط خنثی است.

• پتانسیل کاهش اکسیژن در محیط اسیدی، بیشتر از پتانسیل کاهش اکسیژن در محیط خنثی است.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۰۸- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با سلول‌های گالوانی و الکترولیتی درست است؟

• در سلول گالوانی، انجام یک واکنش اکسایش - کاهش، منجر به تبدیل انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی می‌شود.

• در سلول الکترولیتی با اعمال ولتاژ بیرونی معین، یک واکنش اکسایش - کاهش دلخواه انجام می‌شود و ولتاژ این سلول‌ها برخلاف ولتاژ سلول‌های گالوانی، مقداری منفی است.

• در سلول الکترولیتی، دو الکتروود درون یک الکترولیت قرار دارند و برای این‌که، الکتروودها در واکنش موردنظر شرکت نکنند، باید از جنس گرافیت باشند.

• هنگامی که به سلول‌های الکترولیتی، ولتاژ معینی اعمال شود، یون‌ها به سمت الکتروود با بار ناهم‌نام حرکت می‌کنند.

• در سلول‌های گالوانی، منظور از آند، الکتروودی است که الکترون از دست می‌دهد و با گذشت زمان، همواره از جرم آن کم می‌شود.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۰۹- کدام مطالب زیر درست است؟

(آ) عنصر سدیم در ترکیب‌های طبیعی و گوناگون خود، تنها به شکل یون سدیم وجود دارد.

(ب) کدر شدن ظروف نقره‌ای، نتیجه انجام یک واکنش اکسایش - کاهش است و ظروف نقره‌ای کدر شده را می‌توان با انجام یک واکنش اکسایش - کاهش جلا داد.

(پ) فلز سرخ‌فام مس از جمله فلزهایی است که طی یک واکنش اکسایش - کاهش، اکسید شده و به سبز، تغییر رنگ می‌دهد، اما خورده نمی‌شود.

(ت) سالانه حدود ۲۰ درصد از آهن تولیدی برای جایگزینی قطعه‌های خورده‌شده مصرف می‌شود.

۴ «آ» و «ب»

۳ «پ» و «ت»

۲ «آ»، «ب» و «ت»

۱ «آ»، «ب» و «پ»

۱۱۰- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن در آلوتروپ‌های مولکولی آن (گلر اکسیژن و اوزون) یکسان و برابر با صفر است.
- (۲) بالاترین عدد اکسایش هر یک از هالوژن‌ها برابر با +۷ است.
- (۳) بالاترین عدد اکسایش اتم‌های A ۱۶ و X ۲۴ با هم برابر است.
- (۴) عدد اکسایش اکسیژن در لورم، اتیل سولفات، NaHCO_3 و SrO_2 یکسان و برابر با -۲ است.

۱۱۱- اگر انرژی الکتریکی حاصل از سلول سوختی متان - اکسیژن، برای برقکافت ۲/۷ گرم آب استفاده شود، چند لیتر گاز متان در شرایط STP

باید وارد سلول سوختی شود؟ ($H=1, O=16: \text{g.mol}^{-1}$) (بازده واکنش سلول سوختی ۶۰٪ است.)

- (۱) ۰/۷ (۲) ۲/۱ (۳) ۱/۴ (۴) ۲/۸

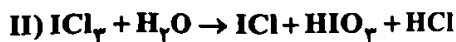
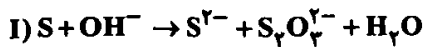
۱۱۲- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با استخراج فلز منیزیم از آب دریا درست است؟

- در مراحل اولیه این فرایند، باید رسوبی شامل یون Mg^{2+} وجود داشته که برای تولید آن، می‌توان آهک را به آب دریا اضافه کرد.
- رسوب شامل یون Mg^{2+} طی یک واکنش اکسایش - کاهش با یک محلول اسیدی واکنش می‌دهد.
- فراورده اصلی واکنش رسوب شامل یون Mg^{2+} و محلول اسیدی، یک ترکیب یونی محلول در آب است که شمار آنیون‌های آن، دو برابر شمار کاتیون‌های آن است.
- ترکیب یونی دارای منیزیم پس از خشک کردن و ذوب کردن در یک سلول الکترولیتی برقکافت می‌شود.

• در سلول الکتروشیمیایی مورد نظر، فلز منیزیم در قطب منفی به دست می‌آید.

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۳

۱۱۳- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با واکنش‌های (I) و (II) درست است؟



- پس از موازنه با کوچک‌ترین ضرایب صحیح، ضریب آب در دو معادله با هم برابر است.
- در هر دو واکنش، یک عنصر هر دو نقش کاهنده و اکسنده را بر عهده دارد.
- در واکنش (I) نیمی از اتم‌های گوگرد، اکسنده هستند.
- عدد اکسایش هر کدام از اتم‌های گوگرد در $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}$ برابر با +۲ است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۴- کدام مطالب زیر در ارتباط با برقکافت سدیم کلرید مذاب درست است؟

- (آ) الکترودی که در آن شمار مول بیشتری فراورده تولید می‌شود به قطب منفی باتری متصل است.
- (ب) در سلول الکتروشیمیایی مورد نظر، آنیون‌ها به سمت الکترودی حرکت می‌کنند که الکترون‌ها در مدار بیرونی نیز به سمت همان الکترودی روانه می‌شود.
- (پ) واکنش‌دهنده، بسیار پایدارتر از فراورده‌ها بوده و هیچ‌کدام از فراورده‌ها در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی‌شود.
- (ت) در این فرایند برای کاهش دمای ذوب سدیم کلرید و جبران بخشی از هزینه‌ها، از مقداری $\text{CaCl}_2(\text{aq})$ استفاده می‌شود.

- (۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

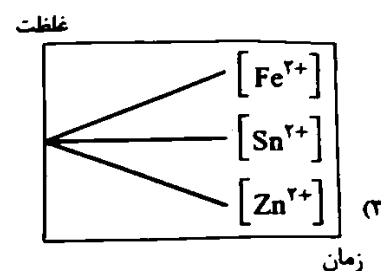
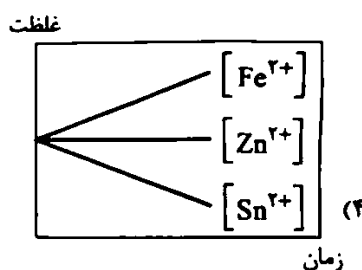
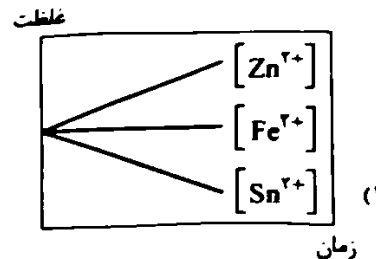
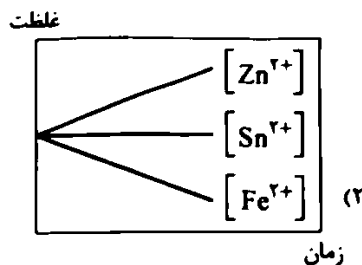
محل انجام محاسبات

۱۱۵- اگر در محلولی که شامل یون‌های $Zn^{2+}(aq)$ ، $Fe^{2+}(aq)$ و $Sn^{2+}(aq)$ با غلظت‌های برابر است، تیغه‌ای از فلز آهن وارد کنیم. کدام یک از نمودارهای زیر را می‌توان به تغییر غلظت یون‌های موجود در محلول، نسبت داد؟

$$E^{\circ}(Fe^{2+}/Fe) = -0.44V$$

$$E^{\circ}(Zn^{2+}/Zn) = -0.76V$$

$$E^{\circ}(Sn^{2+}/Sn) = -0.14V$$



توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی ۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵ و زوج درس ۲ (شیمی ۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

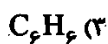
شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- نیم عمر کدام ایزوتوپ‌های هیدروژن، تفاوت بیشتری با هم دارند؟

- (۱) ایزوتوپی با ۵ ذره زیراتمی و ایزوتوپی با ۶ نوترون
(۲) ایزوتوپی با ۳ نوترون و ایزوتوپی با ۷ ذره زیراتمی
(۳) ایزوتوپی با ۵ ذره درون هسته و ایزوتوپی با ۶ نوترون
(۴) ایزوتوپی با ۶ ذره زیراتمی و ایزوتوپی با ۶ ذره درون هسته

۱۱۷- اگر هر قطره از مایع A شامل $4/515 \times 10^{21}$ اتم و هر میلی لیتر از آن، معادل ۲۰ قطره باشد، A کدام ترکیب می‌تواند باشد؟

$$(H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}, d_A = 0.87 g.mL^{-1})$$



۱۱۸- کم‌ترین تفاوت جرم، مربوط به کدام گزینه است؟ (جرم اتمی میانگین هیدروژن را $1.0078 amu$ در نظر بگیرید).

(۱) نوترون و جرم اتمی میانگین هیدروژن

(۲) پروتون و جرم اتمی میانگین هیدروژن

(۳) نوترون و پروتون

(۴) پروتون و واحد جرم اتمی

۱۱۹- اگر $66/66\%$ جرم ترکیب یونی MS را عنصر M تشکیل دهد، چند درصد جرم M_2S را عنصر گوگرد تشکیل می‌دهد و در صورتی که

تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌های یون M^{2+} برابر با ۸ باشد، عدد اتمی M کدام است؟ (عدد جرمی را از نظر عددی با جرم اتمی با یکای

amu یکسان در نظر بگیرید.) ($S=32 g.mol^{-1}$)

$$۲۵, ۲۲/۲۲ \quad (۴)$$

$$۲۹, ۲۰ \quad (۳)$$

$$۲۹, ۲۲/۲۲ \quad (۲)$$

$$۲۵, ۲۰ \quad (۱)$$

۱۲۰- آهن دارای چهار ایزوتوپ ^{54}Fe ، ^{56}Fe ، ^{57}Fe و ^{58}Fe است. اگر فراوانی ^{56}Fe برابر ۷۰٪ باشد،

در قطعه‌ای از آهن به جرم ۱۶/۸۳ گرم، چه تعداد نوترون وجود دارد؟ (جرم هر پروتون و هر نوترون را ۱amu در نظر بگیرید.)

- (۱) $4/763 \times 10^{24}$ (۲) $5/007 \times 10^{24}$ (۳) $5/912 \times 10^{24}$ (۴) $5/436 \times 10^{24}$

۱۲۱- اتم‌های ^{190}D و ^{75}X در مجموع دارای ۳۷۴ ذره زیراتمی هستند. اگر تفاوت شمار الکترون‌های یون‌های D^{3+} و X^{2-} برابر با ۳۷ باشد، بعد از D چند عنصر دیگر در جدول دوره‌ای وجود دارد؟

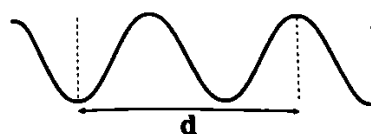
- (۱) ۴۵ (۲) ۳۷ (۳) ۴۲ (۴) ۴۰

۱۲۲- در نمونه‌ای به جرم ۰/۷۴ گرم از ترکیب X_3N_2 ، شمار اتم‌های عنصر X برابر با $9/03 \times 10^{21}$ است. اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در

یون X^{2+} برابر با ۲ باشد، عدد اتمی X کدام است؟ ($N = 14 \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۰ (۳) ۲۶ (۴) ۲۸

۱۲۳- کدام یک از عبارات‌های زیر در ارتباط با پرتوهای فرورسرخ نادرست است؟



(۱) در دستبندی هفت‌گانه پرتوهای الکترومغناطیسی، پرتوهای فرورسرخ، رتبه سوم را از نظر طول موج دارند.

(۲) اگر طول موج یک پرتو در حدود ۲۰۰۰ نانومتر باشد، آن پرتو از نوع فرورسرخ است.

(۳) کنترل تلویزیون با پرتوی فرورسرخ کار می‌کند.

(۴) برای پرتوی فرورسرخ، فاصله نشان داده شده (d)، حداقل برابر با $1/05 \times 10^{-5} \text{ cm}$ است.

۱۲۴- انرژی منتشرشده از اتم‌های برانگیخته کدام دو عنصر، تفاوت بیشتری با هم دارند؟

- (۱) Cu ، Na (۲) Ne ، Li (۳) Cu ، Ne (۴) Na ، Li

۱۲۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) سحلی‌ها، مجموعه‌های گازی متراکم‌شده شامل هیدروژن و هلیوم هستند.

(۲) شمار ایزوتوپ‌های طبیعی نخستین فلز جدول دوره‌ای، برابر با شمار ایزوتوپ‌های پایدار نخستین عنصر جدول دوره‌ای است.

(۳) تکنسیم، نخستین عنصری است که بشر موفق شد آن را در آزمایشگاه شیمی بسازد.

(۴) در فرایند غنی‌سازی ایزوتوپی اورانیم، هدف این است که مقدار ایزوتوپ اورانیم - ۲۳۵ را در مخلوط ایزوتوپ‌های این عنصر افزایش دهند.

زوج درس ۲

شیمی (۲) (سوالت ۱۳۶ تا ۱۳۵)

۱۲۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با عنصرهای A ، X و D درست است؟

• هر سه عنصر رسانایی الکتریکی کمی دارند.

• هر سه عنصر، جریان گرما را از خود عبور می‌دهند.

• هر سه عنصر، در اثر ضربه خرد می‌شوند.

• عنصرهای X و D برخلاف A ، سطح صیقلی دارند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۷- ۶۰۰ گرم آهن (III) اکسید با خلوص ۶۰٪ در کوره‌ای با کربن کافی گرما داده می‌شود و تمام کربن مصرف می‌شود. اگر فقط ۶۰٪ آهن (III)

اکسید وارد واکنش شود، جرم جامد برجای مانده در کوره چند گرم است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند.)

($\text{C} = 12$, $\text{O} = 16$, $\text{Fe} = 56 \text{g.mol}^{-1}$)

کربن دی‌اکسید + آهن \rightarrow کربن + آهن (III) اکسید

- (۱) ۵۵۳/۲ (۲) ۵۳۵/۲ (۳) ۴۹۷/۲ (۴) ۴۷۹/۲

نتیجه محاسبات

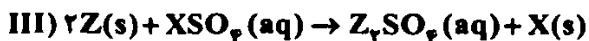
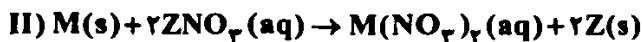
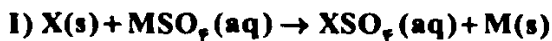
۱۲۸- درصد جرمی عنصرهای A، D و E در یک نمونه ناخالصی به ترتیب برابر با ۲۰، ۵۰ و ۱۰ است. اگر با خارج کردن بخشی از عنصر D از این نمونه، درصد جرمی آن به نصف کاهش یابد، درصد جرمی عنصر A در نمونه جدید چند برابر درصد جرمی آن در نمونه اولیه می‌شود؟

۱/۳۳ (۱) ۱/۲۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۱/۶۶ (۴)

۱۲۹- مخلوطی شامل ۴۰ لیتر گاز آمونیاک و ۳۰ لیتر گاز اکسیژن در دمای بالا با هم واکنش داده و طی آن گاز نیتروژن و بخار آب تولید شده است. اگر حجم مخلوط پس از انجام واکنش ۷۸L باشد، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (دما و فشار طی انجام واکنش ثابت است.)

۸۰ (۱) ۷۵ (۲) ۶۶/۶۷ (۳) ۵۰ (۴)

۱۳۰- از بین واکنش‌های زیر، فقط یکی از واکنش‌ها به طور طبیعی انجام می‌شود. با توجه به آن، چه تعداد از مطالب زیر نادرست است؟



• اگر واکنش‌پذیری فرآورده‌های واکنش (I) کم‌تر از واکنش‌دهنده‌های آن باشد، می‌توان نتیجه گرفت واکنش‌پذیری فلز Z بیشتر از فلز M است.
• اگر سطح انرژی فرآورده‌های واکنش (II)، پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌های آن باشد، می‌توان نتیجه گرفت واکنش‌پذیری فلز M از هر دو فلز X و Z بیشتر است.

• امکان ندارد واکنش‌پذیری فلز X از فلز M بیشتر، اما از فلز Z کم‌تر باشد.

• اگر واکنش‌پذیری فلز X از هر دو فلز M و Z کم‌تر باشد، می‌توان دریافت که واکنش (II) به طور طبیعی انجام نمی‌شود.

۱ (۱) صفر ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۳۱- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با نافلزها درست است؟ (از گازهای نجیب چشم‌پوشی کنید.)

(آ) هر کدام از نافلزها جزو عنصرهای دسته p جدول دوره‌ای هستند.

(ب) شعاع اتمی یک نافلز از شعاع اتمی شبه‌فلز هم‌دوره با آن، کوچک‌تر است.

(پ) در یک دوره جدول تناوبی با افزایش شعاع اتمی نافلزها، از واکنش‌پذیری آن‌ها کاسته می‌شود.

(ت) هر کدام از آن‌ها هم توانایی تشکیل آنیون (گرفتن الکترون) و هم توانایی برقراری پیوند کووالانسی (به اشتراک گذاشتن الکترون) را دارند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۲- عنصرهای A، X و D سه عنصر نخست جدول دوره‌ای هستند که اتم هر کدام از آن‌ها دارای ۱۰ الکترون با $I=2$ است. چه تعداد از

عبارت‌های زیر در ارتباط با این سه عنصر درست است؟ $(Z_D > Z_X > Z_A)$

• هر سه عنصر جریان برق را از خود عبور می‌دهند.

• عنصرهای A و X برخلاف عنصر D، جزو عنصرهای واسطه طبقه‌بندی می‌شوند.

• واکنش میان فلز A و کاتیون X در حالت محلول، به طور طبیعی پیشرفت می‌کند.

• عنصر D تمایل به از دست دادن الکترون و تشکیل کاتیون دارد، در حالی که عنصر E که هم‌دوره با D بوده و خانه پس از آن در جدول

دوره‌ای را اشغال می‌کند، یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

کدام مطالب زیر در ارتباط با هالوژن‌ها درست است؟

(آ) با چشم‌پوشی از گازهای نجیب، اتم‌های هالوژن‌ها دارای بیشترین الکترون ظرفیتی هستند.

(ب) اگر مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آخرین زیرلایه اتم یک هالوژن برابر ۳۰ باشد، آن هالوژن در دما و فشار اتاق به

حالت جامد است.

(پ) اگر مجموع اعداد کوانتومی اصلی الکترون‌های ظرفیت اتم یک هالوژن برابر ۲۸ باشد، آن هالوژن برای واکنش با گاز هیدروژن به حداقل

دمای $200^\circ C$ نیاز دارد.

(ت) سنگین‌ترین هالوژن گازی شکل (در دما و فشار اتاق) با هر کدام از فلزهای قلیایی به شدت واکنش می‌دهد.

< «آ» و «ب» (۲) «آ» و «پ» (۳) «ب»، «پ» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۱۳۴- سنتز مولکول A در صنعت شامل چهار واکنش متوالی است. اگر بازده واکنش‌های مرحله اول و دوم به ترتیب ۸۰٪ و ۷۵٪ و بازده واکنش کلی ۴۰٪ باشد، بازده می‌شود. اگر واکنش‌های مرحله سوم و چهارم کدام می‌توانند باشند؟

(۴) ۳۳ و ۸۵

(۳) ۲۴ و ۹۰

(۲) ۱۰۰ و ۷۵

(۱) ۵۰ و ۶۶

۱۳۵- ۵۱۳ گرم آلومینیم سولفات ناخالص به میزان ۸۰٪ تجزیه می‌شود. اگر جرم فراورده جامد به دست آمده، برابر با جرم باقیمانده نمونه اولیه باشد.

درصد خلوص آلومینیم سولفات در نمونه اولیه به تقریب کدام است؟ (ناخالصی‌ها تجزیه نمی‌شوند) ($S=۳۲, O=۱۶, Al=۲۷:g.mol^{-1}$)



(۴) ۹۶

(۳) ۶۹

(۲) ۸۷

(۱) ۷۸

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۹/۳۰

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۴) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

۸۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۲	ریاضیات	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته		
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۳		
	۳۵	۳۱	۵	ریاضی ۱		
	۴۰	۳۶	۵	حسابان ۱		
	۴۵	۴۱	۵	هندسه ۲		
	۵۵	۴۶	۱۰	آمار و احتمال		
۴۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	فیزیک ۳	فیزیک	۲
	۹۰	۸۱	۱۰	فیزیک ۱		
	۱۰۰	۹۱	۱۰	فیزیک ۲		
۲۵ دقیقه	۱۱۵	۱۰۱	۱۵	شیمی ۳	شیمی	۳
	۱۲۵	۱۱۶	۱۰	شیمی ۱		
	۱۳۵	۱۲۶	۱۰	شیمی ۲		

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری - حسین نادری میلاد منصوری - خشایار خاکی مفید ابراهیم پور - مهدی وارسته احمد رضا فلاح - صادق ثابتی هابده جواهری	محدثه کارگر فرد - ابوالفضل قاسمی ندا فرمختی - علی عرب مینا نظری - زهرا ساسانی مجید فرمندپور - محمد راشکی
فیزیک	محمد زیاندران - محمد آهنگر	مروارید شاه حسینی سارا دانایی کجانی
شیمی	پویا الفتی	ایمان زارعی - میلاد عزیزی یاسر راش

آبادسازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزروعی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه ریزی و هماهنگی: سارا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خامی

ویراستاران فنی: سناز فلاخی - مریم پارسائیان - سیدمسادات شریفی - فاطمه عبدالله خانی

سرپرست واحد فنی: سیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: ربابه الطافی - مینا عباسی - مهناز کاظمی - سحر فاضلی - حدیث فیض الهی - فاطمه میرزایی

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-2x}{ax^2+bx-2} = +\infty \Rightarrow \frac{-1}{2a+2b-2} = +\infty$$

باید مخرج در همسانی ۲ همواره منفی باشد. در نتیجه $x=2$ باید ریشه مضاعف مخرج بوده و ضریب x^2 نیز منفی باشد.

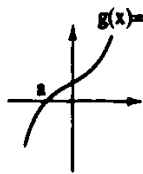
$$ax^2+bx-2=a(x-2)^2; a < 0$$

$$ax^2+bx-2=ax^2-4ax+4a \Rightarrow \begin{cases} -4a=b \\ 4a=-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{4}, b=2 \Rightarrow a+b = \frac{3}{4}$$

تابع $g(x) = x^2 + x + 1$ نیمی اکیداً صعودی با عرض از مبدأ مثبت است. اگر a محل تلاقی g و محور طولها باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \frac{a-2}{a-2} = +\infty, \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \frac{a-2}{a-2} = -\infty$$



۴

معادله در مجموعه Z دارای جواب است. $(65, 78) = 13 | 52 \Rightarrow$

$$65x + 78y = 52 \xrightarrow{+13} 5x + 6y = 4$$

$$5x \equiv 4 \pmod{6} \Rightarrow 5x \equiv 10 \pmod{6} \Rightarrow x \equiv 2 \pmod{6} \Rightarrow x = 6k + 2$$

$$\Rightarrow 5(6k+2) + 6y = 4$$

$$\Rightarrow y = \frac{-30k-6}{6} \Rightarrow y = -5k-1$$

شرط داشتن جواب $(91, 29) | 2m+1 \Rightarrow 13 | 2m+1$

$$\Rightarrow 2m+1 \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow 2m \equiv 0 \pmod{13} \Rightarrow m \equiv 0 \pmod{13} \Rightarrow m = 13k$$

پس m به فرم $13k+4$ است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) $56 = 13 \times 4 + 4$ ✓ ۲) $31 = 13 \times 2 + 5$ ✗

۳) $27 = 13 \times 2 + 1$ ✗ ۴) $12 = 13 \times 1 + 0$ ✗

معادله دارای جواب است. $(24, 85) | 17 \Rightarrow$

$$85y \equiv 17 \pmod{17} \Rightarrow 85y \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow 17y \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow y \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow y = 17k$$

$$\Rightarrow y = 17k$$

$$22x + 85(17k) = 17 \Rightarrow x = \frac{17 - 1445k}{22} = 5 - 66k$$

$$\Rightarrow x = 5 - 66k$$

موجب قائم تابع $x=2$ است و داریم

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{(-1)^-}{0^-} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{(-1)^+}{0^+} = +\infty$$

$$x^2+x=0 \Rightarrow x(x^2+1)=0 \Rightarrow x=0: \text{موجب قائم}$$

$$\lim_{x \rightarrow -} f(x) = \frac{-1}{0^-} = +\infty, \lim_{x \rightarrow +} f(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

نوجه کنید که $[x]+[-x]$ در نقاط غیر صحیح برابر با (-1) است.

ریشه‌های مخرج هستند پس داریم: $x=2$ و $x=1$

$$f(x) = \frac{(x-2)(x-2)}{(x-1)(x-2)} \xrightarrow{x \neq 2} f(x) = \frac{x-2}{x-1}$$

$x=1$ موجب قائم f است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{-1}{0^-} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

خطوط $x=1$ و $x=-1$ موجب‌های قائم تابع f می‌باشند.

$$f(x) = \frac{g(x)-2+2}{g(x)-2} = 1 + \frac{2}{g(x)-2}$$

پس جاهایی که $g(x)=2$ موجب قائم داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \left(1 + \frac{2}{2^- - 2}\right) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \left(1 + \frac{2}{2^- - 2}\right) = -\infty$$

$$f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow x = \sqrt{y-1} + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$g(x) = \frac{x^2-10}{4-2x+x^2-4x+5} \Rightarrow g(x) = \frac{x^2-10}{(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

چون در اطراف موجب قائم تغییر علامت داده، پس ریشه صورت هم هست.

$$f(x) = \frac{(x+1)(x+b)}{(x+1)(x+1)} \xrightarrow{x \neq -1} f(x) = \frac{x+b}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \Rightarrow \frac{-1+b}{0^-} = +\infty \Rightarrow -1+b < 0 \Rightarrow b < 1$$

خطوط $x=1, 2, 3, 4$ موجب‌های قائم تابع می‌باشند. یعنی جاهایی که عبارت جلوی لگاریتم صفر یا ∞ می‌شود.

باید حد تابع $\frac{x+2}{(x-1)^2(x-2)}$ در $x=2$ برابر با $+\infty$ گردد.

فقط خط $x=2$ موجب قائم تابع است، زیرا:


$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{0}{0^+} = \frac{0}{0^+} = +\infty$$

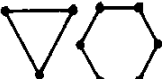
برای حداکثر اندازه کافی است، یک گراف کامل مرتبه ۱۰ را در نظر بگیریم. در این گراف تمام رئوس از درجه ۹ هستند. حال باید از یک رأس ۶ یال حذف شود، تا درجه آن ۳ شود. پس حداکثر اندازه در این گراف:


$$q = \binom{10}{2} - 6 = \frac{10 \times 9}{2} - 6 = 45 - 6 = 39$$

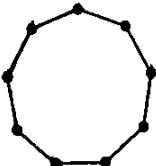
باید مرتبه گراف را به صورت مجموع چند عدد طبیعی

نوشت، به طوری که هر عدد کم‌تر از ۳ نباشد:

$p = 2 + 2 + 2:$ 

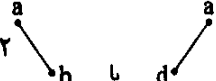
$p = 2 + 6:$ 

$p = 4 + 5:$ 

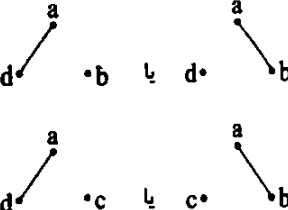
$p = 9:$ 


زیرگراف‌های شامل ۱ رأس $\binom{4}{1} = 4$

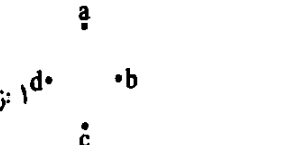
زیرگراف‌های شامل ۲ رأس بدون یال $\binom{4}{2} = 6$

زیرگراف‌های شامل ۲ رأس با یک یال: 

زیرگراف‌های شامل ۳ رأس بدون یال $\binom{4}{3} = 4$

زیرگراف‌های شامل ۳ رأس با یک یال: 

زیرگراف‌های شامل ۳ رأس و دو یال: 

زیرگراف‌های شامل ۴ رأس و بدون یال: 

$$\begin{cases} x > -10 \Rightarrow 5 - 5k > -10 \Rightarrow 5k < 15 \Rightarrow k < 3 \\ y > 0 \Rightarrow 2k > 0 \Rightarrow k > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < k < 3$$

$k = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$

$k = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 4 \end{cases}$

بنابراین این معادله دارای ۲ جواب با این شرایط است.

۱) شرط داشتن جواب $(10+a, a) | 25$

می‌دانیم $(10+a, a) = (10, a)$ پس باید $(10, a) | 25$ باشد. در بین گزینه‌ها فقط گزینه (۱) در این شرط صدق می‌کند.

۲) $25x + 10y = 800 \xrightarrow{+5} 5x + 2y = 160$

معادله دارای جواب است $(5, 2) | 160$

$5x \equiv 160 \Rightarrow x \equiv 0 \Rightarrow x = 2k$

$5 \times (2k) + 2y = 160 \Rightarrow y = \frac{160 - 10k}{2} = 80 - 5k$

$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow 2k > 0 \Rightarrow k > 0 \\ y > 0 \Rightarrow 80 - 5k > 0 \Rightarrow 5k < 80 \Rightarrow k < 16 \end{cases}$

$\Rightarrow 0 < k < 16 \Rightarrow 15$

دقت شود که چون x و y تعداد کیسه‌ها هستند و باید از هر دو نوع کیسه استفاده شود، پس حتماً x و y مثبت هستند.

۳) $7p = 2q \Rightarrow 5p = 2q \Rightarrow p = \frac{2}{5}q$ (*)

$p + q = 21 \xrightarrow{(*)} \frac{2}{5}q + q = 21 \Rightarrow \frac{7q + 5q}{5} = 21$

$\Rightarrow 7q = 105 \Rightarrow q = 15, p = 6$

با انتخاب n رأس تنها یک زیرگراف K_n می‌توان ساخت:

تعداد زیرگراف‌های K_1 $= \binom{8}{1}$

تعداد زیرگراف‌های K_2 $= \binom{8}{2}$

تعداد زیرگراف‌های K_3 $= \binom{8}{3}$

\vdots

تعداد زیرگراف‌های K_8 $= \binom{8}{8}$

$\Rightarrow \binom{8}{1} + \binom{8}{2} + \binom{8}{3} + \dots + \binom{8}{8} = 2^8 - 1 = 255$

$\Delta(\bar{G}) + \delta(G) = p - 1 \Rightarrow 6 + \delta(G) = 9 \Rightarrow \delta(G) = 3$

اگر بخواهیم حداقل اندازه را به دست آوریم، کافی است یک گراف ۳-منتظم مرتبه ۱۰ را در نظر بگیریم:

$10 \times 3 = 2q \Rightarrow q = 15$

$$\Rightarrow 2\beta + 1 = 2\beta + 2\beta \Rightarrow 18\beta = -18 \Rightarrow \beta = -1 \Rightarrow O \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

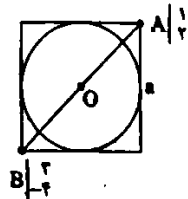
$$R = |OA| = \sqrt{(1-1)^2 + (-1-2)^2} = 3$$

پس معادله دایره به فرم $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 3^2$ می باشد. برای تعیین محل برخورد آن با محور Ox، مؤلفه y را مساوی صفر می گذاریم.

$$y=0 \Rightarrow (x-1)^2 + 1^2 = 9 \Rightarrow (x-1)^2 = 8 \Rightarrow x-1 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = 1 \pm 2\sqrt{2}$$

O مرکز دایره وسط A و B است و طول AB را می یابیم:



$$O = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{1+1}{2}, \frac{3-3}{2}\right) = (1, 0)$$

اگر R شعاع دایره باشد، ضلع مربع $a = 2R$ می باشد و داریم:

$$\text{مربع قطر: } AB = \sqrt{(1-1)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{40} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$a = 2R \Rightarrow 2\sqrt{10} = 2R \Rightarrow R = \sqrt{10}$$

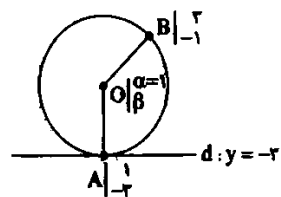
$$\Rightarrow C(x, y): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 10$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = 10$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y = 8$$

نقطه $A \begin{vmatrix} 1 \\ -3 \end{vmatrix}$ روی خط $d: y = -3$ قرار دارد.

بدیهی است $|OA| = |OB|$ ، از طرفی $O \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix}$ $\alpha = 1$



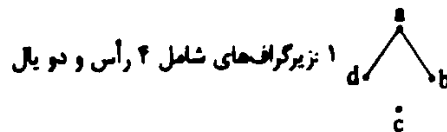
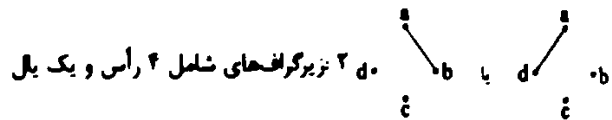
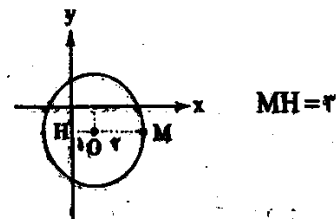
$$\sqrt{(1-\alpha)^2 + (\beta+1)^2} = \sqrt{(1-1)^2 + (\beta+3)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 4 + \beta^2 + 2\beta + 1 = \beta^2 + 6\beta + 9$$

$$\Rightarrow 2\beta = -4 \Rightarrow \beta = -1 \Rightarrow O \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$R = |OA| = \sqrt{(1-1)^2 + (-1+1)^2} = 2$$

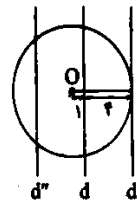
مطلق شکل بیشترین فاصله نقاط این دایره تا محور Oy برابر 2 واحد می باشد.



تعداد کل = 25

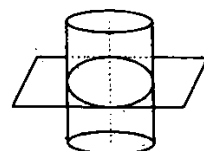
مکان هندسی نقطه O که از نقطه A به فاصله 5 واحد باشد

دایره ای است به مرکز نقطه O و شعاع 5 و مکان هندسی نقطه O که از خط d به فاصله 4 واحد باشد، خطوط d' و d'' موازی با d به فاصله 4 واحد تا خط d واقع در طرفین خط d می باشند، دایره به مرکز O خطوط d' و d'' را در 2 نقطه قطع کرده است بنابراین دایره مورد نظر بر d' یا d'' مماس و با دیگری متقاطع است. مطلق شکل فاصله نقطه O تا خط d یک واحد است، پس مکان هندسی نقطه O دو خط موازی d در طرفین آن به فاصله 1 واحد تا d می باشد. یعنی مکان هندسی نقطه O دارای بی شمار نقطه می باشد.

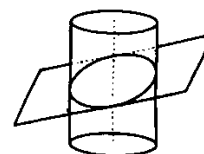


اگر صفحه مورد نظر بر محور استوانه عمود باشد، مقطع

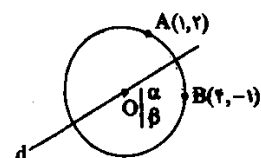
حاصل یک دایره است.



اگر صفحه مورد نظر بر محور استوانه عمود نباشد، مقطع حاصل یک بیضی است.



2 22



فرض می کنیم $O \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix}$ مرکز دایره باشد:

$$O \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix} \in d \Rightarrow \alpha + 2\beta = -1 \Rightarrow \alpha = -1 - 2\beta \Rightarrow O \begin{vmatrix} -1 - 2\beta \\ \beta \end{vmatrix}$$

از طرفی فاصله O تا نقاط A و B یکسان است، پس:

$$|OA| = |OB|$$

$$\Rightarrow \sqrt{(-2-2\beta)^2 + (\beta-2)^2} = \sqrt{(-5-2\beta)^2 + (\beta+1)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 4 + 4\beta^2 + 8\beta + 4 + \beta^2 - 4\beta + 4 = 25 + 4\beta^2 + 2\beta + \beta^2 + 2\beta + 1$$

(1)-(2): $2+2b-a=0 \Rightarrow 2+2(-\frac{a}{2})-a=0$

$\Rightarrow -2-a=0 \Rightarrow a=-2$

(2) $\rightarrow 1-2+c=0 \Rightarrow c=1$

$\Rightarrow C(x, y): x^2 + y^2 - 2x - \frac{a}{2}y + 1 = 0$

$R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 2c} = \frac{1}{2}\sqrt{4 + \frac{25}{4} - 2} = \frac{5}{4}$

ابتدا وضعیت دو دایره را نسبت به هم بررسی می‌نماییم: **۲۹**

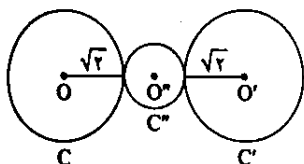
$C: x^2 + y^2 - 2x + 1.0y + 2.7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(2, -5) \\ R = \sqrt{4 + 25 - 2.7} = \sqrt{7} \end{cases}$

$C': x^2 + y^2 - 2x - 4y + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O'(1, 2) \\ R' = \sqrt{1 + 4 - 2} = \sqrt{3} \end{cases}$

$OO' = \sqrt{(2-1)^2 + (-5-2)^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{R+R'}{2\sqrt{2}} < \frac{OO'}{5\sqrt{2}} \Rightarrow$ دو دایره متقاطع‌اند

با توجه به یکسان بودن شعاع دو دایره، دایره C'' جواب مسأله است.



$OO' = 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 2R'' \Rightarrow 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 2R'' = 2R''$

$\Rightarrow R'' = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

۳۰

$C: (x-1)^2 + y^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} O(1, 0) \\ R=5 \end{cases}$

$C': x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O'(3, 0) \\ R' = \sqrt{9 - 5} = 2 \end{cases}$

$OO' = \sqrt{(1-3)^2} + 0 = 2, R+R' = 7, |R-R'| = 3$

چون $OO' < |R-R'|$ پس دو دایره متداخل هستند.

۳۱

$\frac{\sqrt{2} \times 2}{\sqrt{25} + \sqrt{9} + \sqrt{15}} - \frac{\sqrt{100} - \sqrt{36}}{\sqrt{100} - \sqrt{36}}$

$= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{5-3} - \frac{(\sqrt{100} - \sqrt{36})(\sqrt{100} + \sqrt{36})}{\sqrt{100} - \sqrt{36}}$

$= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} - (\sqrt{100} + \sqrt{36}) = -2\sqrt{6}$

$\sqrt{4+2\sqrt{2}} + \sqrt{6\sqrt{2}+k} = 2\sqrt{2}$

۳۲

$\Rightarrow \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} + \sqrt{6\sqrt{2}+k} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{6\sqrt{2}+k} = \sqrt{2}-1$

$\Rightarrow 6\sqrt{2}+k = (\sqrt{2}-1)^2 = 2\sqrt{2}-1-1+2\sqrt{2}$

$\Rightarrow 6\sqrt{2}+k = 6\sqrt{2}-1 \Rightarrow k = -1$

۲۶ در معادله ضمی باگنژده دایره ضرایب x^2 و y^2 باید برابر باشند.

$m = 2m - 2 \Rightarrow m = 2$

$\Rightarrow C(x, y): 2x^2 + 2y^2 + 2x - 4y - 2 = 0$

$\rightarrow x^2 + y^2 + x - 2y - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(-2, 2) \\ R = \frac{1}{2}\sqrt{16 + 16 + 4} = 3 \end{cases}$

$|OA| = \sqrt{(-4+2)^2 + (2-2)^2} = 2 =$ فاصله مراکز دو دایره
 $|R-R'| = |5-3| = 2$
 $\Rightarrow |OA| = |R-R'|$

یعنی دو دایره مماس داخل (درون) می‌باشند.

۲۷ فرض می‌کنیم $O \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases}$ مرکز این دایره باشد α و β هر دو مثبت.

مطابق فرض مسأله فاصله O تا محور Oy برابر فاصله آن تا خط $d: \sqrt{2}y = x$ می‌باشد.

$\frac{|\sqrt{2}\beta - \alpha|}{\sqrt{2+1}} = |\alpha| \rightarrow |\sqrt{2}\beta - \alpha| = 2\alpha \Rightarrow \sqrt{2}\beta - \alpha = \pm 2\alpha$

$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2}\beta - \alpha = 2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}\beta \checkmark \\ \sqrt{2}\beta - \alpha = -2\alpha \Rightarrow \alpha = -\sqrt{2}\beta \times \end{cases} \Rightarrow O \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{3}\beta \\ \beta \end{cases}$

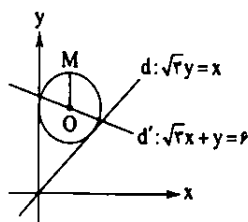
از طرفی مرکز روی خط $d': \sqrt{2}x + y = 6$ قرار دارد، پس:

$O \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{3}\beta \\ \beta \end{cases} \in \sqrt{2}x + y = 6 \Rightarrow \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{3}\beta) + \beta = 6 \Rightarrow 2\beta = 6$

$\Rightarrow \beta = 3 \Rightarrow O \begin{cases} \sqrt{2} \\ 3 \end{cases}$

شعاع این دایره نیز $R = \alpha = \sqrt{3}$ می‌باشد. با توجه به مختصات مرکز:

بالاترین نقطه دایره $M \begin{cases} \sqrt{2} \\ 3 + \sqrt{3} \end{cases}$ می‌باشد.



$M = (\alpha, \beta + R) = (\sqrt{2}, 3 + \sqrt{3})$

۲۸ معادله ضمی هر دایره به صورت زیر است:

$C(x, y): x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

$A \begin{cases} 2 \\ 2 \end{cases} \in$ دایره $\xrightarrow{\text{صدق دهید}} 2+2b+c=0$ (1)

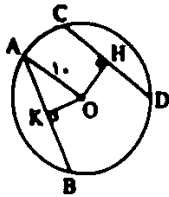
بنابراین:

$B \begin{cases} 1 \\ 1 \end{cases} \in$ دایره $\xrightarrow{\text{صدق دهید}} 1+a+c=0$ (2)

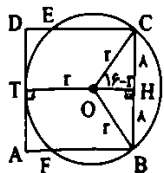
$C \begin{cases} 1 \\ \frac{5}{2} \end{cases} \in$ دایره $\xrightarrow{\text{صدق دهید}} 1 + \frac{25}{4} + a + \frac{5}{2}b + c = 0$ (3)

(2)-(3): $(1+a+c) - (1 + \frac{25}{4} + a + \frac{5}{2}b + c) = 0$

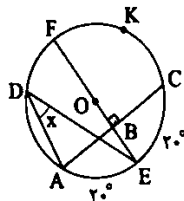
$\Rightarrow \frac{-25}{4} - \frac{5}{2}b = 0 \Rightarrow \frac{5}{2}b = -\frac{25}{4} \Rightarrow b = -\frac{5}{2}$



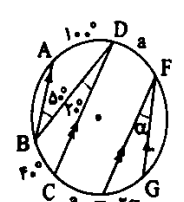
$OH = OK \Rightarrow AB = CD \Rightarrow 2(x + 5) = 2(2x - 1)$
 $\Rightarrow 2x + 10 = 4x - 2 \Rightarrow x = 2$
 $\Rightarrow AB = CD = 16$
 $\Rightarrow AK = KB = 8$
 $\Delta AOK : OK^2 = AO^2 - AK^2$
 $\Rightarrow OK^2 = 10^2 - 8^2 = 36$
 $\Rightarrow OK = 6$



$OH \perp BC$
 $CH = HB = \frac{1}{2} BC = 8$
 $TH = BC = 16 \Rightarrow OH = 16 - r$
 $\Delta OHB : r^2 = (16 - r)^2 + 8^2 \Rightarrow r^2 - (16 - r)^2 = 8^2$
 $\Rightarrow (r + 16 - r)(r - 16 + r) = 8^2$
 $\Rightarrow 16(2r - 16) = 64 \Rightarrow 2r - 16 = 4 \Rightarrow r = 10$



$AB = BC \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ, \widehat{AE} = \widehat{CE}$
 $\left. \begin{matrix} \text{فقط } FE \\ \text{فقط } FE \end{matrix} \right\} \Rightarrow \widehat{CE} = 20^\circ \Rightarrow \widehat{AE} = 20^\circ$
 $\widehat{E\hat{D}A} = x = \frac{\widehat{AE}}{2} = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$



$\text{مخاطی } \hat{A\hat{B}D} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 100^\circ$
 $\text{مخاطی } \hat{B\hat{D}C} = 20^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 40^\circ$
 $DC \parallel FE \Rightarrow \widehat{DF} = \widehat{CE} = \alpha$
 $\text{مخاطی } \hat{E\hat{F}G} = \alpha \Rightarrow \widehat{EG} = 2\alpha$
 $AB \parallel FG \Rightarrow \widehat{AF} = \widehat{BG}$
 $\Rightarrow 100^\circ - \alpha = 40^\circ - \alpha + 2\alpha \Rightarrow 2\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

۲۳۷

$a > \sqrt{a} \xrightarrow{a > 1} a > 1$
 $\Rightarrow a^2 < a^4, \sqrt{a} > \sqrt[4]{a}$
 $(a + \frac{1}{a})(a - \frac{1}{a})(a^2 + \frac{1}{a^2})(a^4 + \frac{1}{a^4})$
 $= a^8 - \frac{1}{a^8} \xrightarrow{a = \sqrt[16]{2}} \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{2}) \times \sqrt{2 - 2\sqrt{2}}$
 $= \sqrt{2} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$
 $= \sqrt{2 + 2\sqrt{2}} \times \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$
 $= \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} \times \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$
 $= |\sqrt{2} + 1| \times |\sqrt{2} - 1| = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 2 - 1 = 1$

۱ ۳۲

۲ ۳۳

۲ ۳۵

می دانیم: ۲ ۳۶

۲۳۸

$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
 $\frac{100 \times 101}{2} + \frac{101 \times 102}{2} - \frac{10298}{9900} = \frac{101}{99} + \frac{102}{100} - \frac{10298}{9900}$
 $= \frac{101 \times 100 + 102 \times 99 - 10298}{9900} = \frac{9900}{9900} = 1$
 $9x^2 + 12x + 4 + 14x + 14 - 7x^2 - 7x = ax + 1$
 $\Rightarrow 2x^2 + (19 - a)x + 17 = 0$
 $S = 40, P = \frac{17}{2} \Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} = \frac{40}{\frac{17}{2}} = \frac{80}{17}$

۱ ۳۷

۱ ۳۸

۲ ۳۸ فرض کنید ماشین های A, B, C و جاده را در a, b و c روز آسفالت کنند.

$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{18} \Rightarrow 2(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}) = \frac{1}{12} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18} = \frac{19}{72} \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{8} \end{cases}$
 $\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{19}{144}$

بنابراین هر سه ماشین با هم در تقریباً ۷/۵ روز کار را انجام می دهند.

نقطه (۳, b) در هر دو معادله خط صدق می کند و داریم: ۲ ۳۹

$\begin{cases} b = \Delta + a \\ ab = \Delta \end{cases} \Rightarrow a(\Delta + a) = \Delta \Rightarrow a^2 + \Delta a - \Delta = 0$

$a_1 a_2 = \frac{-\Delta}{1} = -\Delta$ حال داریم:

اندازه ۳ ضلع مثلث را به دست می آوریم: ۱ ۴۰

$|AB| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, |AC| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
 $|BC| = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$

بنابراین محیط این مثلث $10 + 3\sqrt{2}$ است.

PH را بر محور xها عمود می‌کشیم، پس داریم:

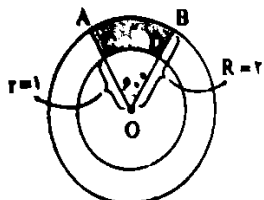
$$BH = HC = \frac{1-r}{2} = r$$

$$OH = PT = r = r + r = 2r$$

$$\Delta BOP: x^2 = (r+r)^2 - r^2 \xrightarrow{r=1} x^2 = (2+2)^2 - 1^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 100 - 26 = 74 \Rightarrow x = 8$$

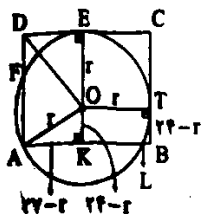
۲۳



$$S = \frac{\pi R^2 \theta - \pi r^2 \times 2\theta}{2\theta} \Rightarrow S = \frac{\pi(R^2 - 2r^2)}{2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{2\pi - \pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

۲۴



شعاع OE, OT مربع است و $\hat{E} = \hat{T} = 90^\circ$ و \hat{OECT} مماس DC, CB

$$AB = 2r, KB = r \Rightarrow AK = 2r - r$$

$$BC = 2r, CT = r \Rightarrow BT = 2r - r$$

$$\Delta OKA: r^2 = (2r-r)^2 + (2r-r)^2 \Rightarrow r^2 - 10r + 130 = 0$$

$$\Rightarrow (r-15)(r-87) = 0 \Rightarrow r = 15$$

$$DC = 2r, EC = r = 15 \Rightarrow DE = 12$$

$$\Delta DEO: DO^2 = DE^2 + OE^2$$

$$\Rightarrow DO^2 = 12^2 + 15^2 \Rightarrow DO = 2\sqrt{41}$$

۲۵

A_1 : پیشامد انتخاب یک جفت حروف متوالی از کلمه LONDON

A_2 : پیشامد انتخاب یک جفت حروف متوالی از کلمه CLIFTON

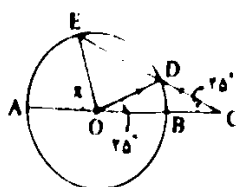
E: پیشامد انتخاب یک جفت حروف ON

بنابراین در پنج جفت حروف متوالی LONDON دو جفت آن ON است.

یعنی $P(A_1 \cap E) = \frac{2}{5}$ در شش جفت حروف متوالی CLIFTON

جفت آن ON است، یعنی $P(A_2 \cap E) = \frac{1}{6}$ بنابراین:

$$P(A_i | E) = \frac{P(A_i \cap E)}{P(A_1 \cap E) + P(A_2 \cap E)} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{5} + \frac{1}{6}} = \frac{12}{17}$$



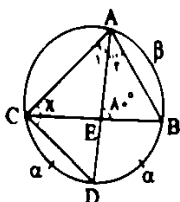
$$OD = DC \Rightarrow \hat{DOB} = \hat{DCB} = 2\theta$$

$$\text{مرکزی } \hat{DOB} = 2\theta \Rightarrow \widehat{BD} = 2\theta$$

$$\text{مرکزی } \hat{AOE} = x \Rightarrow \widehat{AE} = x$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AE} - \widehat{BD}}{2} \Rightarrow 2\theta = \frac{x - 2\theta}{2} \Rightarrow x = 4\theta$$

۲۶



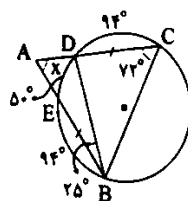
$$\text{محاظی } \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \widehat{CD} = \widehat{BD} = \alpha$$

$$\widehat{AB} = \beta$$

$$80^\circ = \frac{\alpha + \beta}{2} \Rightarrow \alpha + \beta = 160^\circ$$

$$\text{محاظی } \hat{ACD} = x = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$$

۲۷



$$DC = BE \Rightarrow \widehat{DC} = \widehat{BE}$$

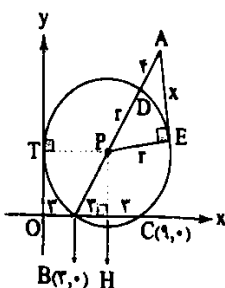
$$\left. \begin{aligned} \text{محاظی } \hat{DBA} = 2\theta &\Rightarrow \widehat{DE} = 50^\circ \\ \hat{DCB} = 72^\circ &\Rightarrow \widehat{DEB} = 144^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\widehat{BE} = 94^\circ \Rightarrow \widehat{DC} = 94^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 360^\circ - (94^\circ + 50^\circ + 94^\circ)$$

$$\Rightarrow \widehat{BC} = 122^\circ$$

$$x = \frac{\widehat{BC} - \widehat{DE}}{2} = \frac{122^\circ - 50^\circ}{2} = \frac{72^\circ}{2} \Rightarrow x = 36^\circ$$

۲۸



$$\left\{ \begin{aligned} \text{شعاع PE} \\ \text{مماس AE} \end{aligned} \Rightarrow \hat{E} = 90^\circ \right.$$

۲

 E_1 : پیشامد تاس ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ آمده باشد E_2 : پیشامد تاس ۵ یا ۶ آمده باشد E : پیشامد دقیقاً یک خط بیاید

$$P(E_1) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad P(E_2) = \frac{2}{6}$$

$$P(E|E_1) = \frac{1}{4} \quad P(E|E_2) = \frac{2}{2}$$

$$P(E_1|E) = \frac{P(E|E_1) \cdot P(E_1)}{P(E|E_1) \cdot P(E_1) + P(E|E_2) \cdot P(E_2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}}{\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{2} \times \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{12}}{\frac{2}{12} + \frac{2}{6}} = \frac{2}{2+4} = \frac{1}{3}$$

۱

 A_1 : پیشامد این که جواب سؤال را نداند A_2 : پیشامد این که جواب سؤال را داند E : پیشامد این که جواب صحیح را انتخاب کند

برای

$$P(A_1) = \frac{9}{10} \quad P(A_2) = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

$$P(E|A_1) = 1 \quad P(E|A_2) = \frac{1}{4}$$

پس

$$P(A_2|E) = \frac{P(A_2 \cap E)}{P(A_1 \cap E) + P(A_2 \cap E)} = \frac{P(A_2) \cdot P(E|A_2)}{P(A_1) \cdot P(E|A_1) + P(A_2) \cdot P(E|A_2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{10} \times \frac{1}{4}}{1 \times \frac{9}{10} + \frac{1}{10} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{40}}{1 + \frac{1}{40}} = \frac{1}{41}$$

۴

 E_1 : پیشامد این که توپ خارج شده از کیف A باشد E_2 : پیشامد این که توپ خارج شده از کیف B باشد E : پیشامد این که توپ خارج شده قرمز باشد

$$P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}$$

$$P(E|E_1) = \frac{2}{5}, \quad P(E|E_2) = \frac{5}{9}$$

$$P(E_1|E) = \frac{P(E_1) \cdot P(E|E_1)}{P(E_1) \cdot P(E|E_1) + P(E_2) \cdot P(E|E_2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}}{\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{9}} = \frac{2}{2+5} = \frac{2}{7}$$

۲

 E_1 : پیشامد این که دانشجو خوابگاهی باشد E_2 : پیشامد این که دانشجو غیر خوابگاهی باشد E : پیشامد این که دانشجو نمره الف گرفته باشد

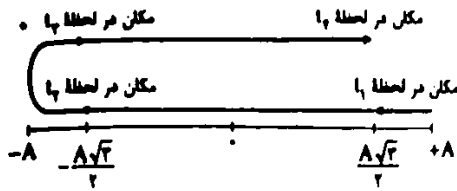
$$P(E_1) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}, \quad P(E_2) = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$$

$$P(E|E_1) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}, \quad P(E|E_2) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$P(E_1|E) = \frac{P(E|E_1) \cdot P(E_1)}{P(E|E_1) \cdot P(E_1) + P(E|E_2) \cdot P(E_2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}}{\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{4}{5}} = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}$$

اکنون مسیر این متحرک را در لحظات داده شده رسم می کنیم:



$2A =$ مسافت طی شده در بازه زمانی t_1 تا t_2

$\sqrt{2}A =$ جابه جایی در بازه زمانی t_1 تا t_2

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\text{جابه جایی}}{\text{مسافت}} = \frac{\sqrt{2}A}{2A} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

با توجه به رابطه بسامد زاویه ای سامانه جرم - فنر در رابطه تندی

بیشینه یک نوسانگر داریم:

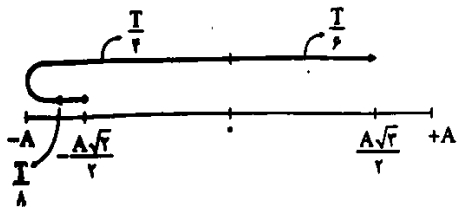
$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow \frac{v_{\max A}}{v_{\max B}} = \frac{A_A}{A_B} \times \frac{\omega_A}{\omega_B}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{v_{\max A}}{v_{\max B}} = \frac{A_A}{A_B} \times \sqrt{\frac{k_A}{k_B}} \times \sqrt{\frac{m_B}{m_A}}$$

$$\frac{A_A = 2A_B}{m_B = 2m_A} \Rightarrow \frac{v_{\max A}}{v_{\max B}} = 2 \times 1 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

با توجه به اطلاعات سوال، مسیر حرکت متحرک مطابق شکل

زیر است.



بازه های زمانی حرکت در هر مسیر را مشخص کردیم، داریم:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{4}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2s \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4} \times 2 = 1.5s$$

برای رخ دادن تشدید باید بسامدها برابر شوند.

$$f_A = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow f_A = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10}{1}} = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$

$$f_B = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f_B = \frac{1}{2\pi} \sqrt{200} = \frac{5\sqrt{2}}{\pi} \text{ Hz}$$

$$f_C = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{200}{2}} = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$

بسامد A و C برابر است، پس بین A و C تشدید رخ می دهد.

با مقایسه معادله داده شده با معادله مکان - زمان نوسانگر

همانک ساده داریم:

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t \\ x = 0.2 \cos(12\pi t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{12\pi} = \frac{1}{6} s$$

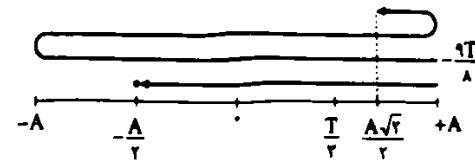
$$t_1 = \frac{1}{18} s = \frac{T}{3}$$

بنابراین:

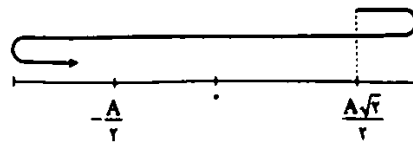
$$t_2 = \frac{2}{18} s = \frac{2T}{9}$$

با توجه به زمان های داده شده و بیان آن ها بر حسب دوره تناوب، مکان جسم را

روی مسیر حرکت مشخص می کنیم.



$$\text{مسافت} = \frac{A}{2} + 2A + 0.2A = 2.1A \Rightarrow \text{مساحت} = 5/6 \text{ cm}$$



$$\Delta x = \frac{A\sqrt{2}}{2} + \frac{A}{2} = 2/4 \text{ cm}$$

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{1}{\Delta x} = \frac{5/6}{2/4} = \frac{5}{3}$$

در هر بار نوسان کامل، دو مرتبه شتاب نوسانگر، صفر می شود.

$$t = NT \Rightarrow 1 = 4T \Rightarrow T = 0.25s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 8 \text{ rad/s}$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{1}{16} s = \frac{T}{4} \Rightarrow \text{متحرک در مرکز نوسان} \Rightarrow \vec{v}_{\max} = -A\omega \vec{i} \\ t_2 = \frac{2}{16} s = \frac{2T}{8} \Rightarrow \text{متحرک در مرکز نوسان} \Rightarrow \vec{v}_{\max} = A\omega \vec{i} \end{cases}$$

بنابراین شتاب متوسط نوسانگر برابر است با:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{2A\omega}{\Delta t} = \frac{2 \times 0.06 \times 8}{\frac{1}{4}} = 3.84 \frac{m}{s^2}$$

با توجه به داده های روی نمودار و با کمک معادله مکان - زمان داریم:

$$x = A \cos \omega t = A \cos \frac{2\pi}{T} t$$

$$t_1 = \frac{T}{12} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ و } t_2 = \frac{5T}{12} \Rightarrow x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$$

$$t_3 = \frac{7T}{12} \Rightarrow x_3 = -\frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ و } t_4 = \frac{11T}{12} \Rightarrow x_4 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

۲) طول آونگ B ۲۵ درصد بیشتر از طول آونگ A می‌باشد بنابراین:

$$L_B = 1/25 L_A \Rightarrow L_A = 0/18 L_B \quad (*)$$

برای رخ دادن تشدید باید طول آونگ‌ها برابر باشد.

$$L_A = L_B \Rightarrow L_A + \frac{\alpha}{100} L_B = L_B - \frac{\alpha}{100} L_B$$

$$\xrightarrow{(*)} 0/18 L_B + \frac{\alpha}{100} L_B = L_B - \frac{\alpha}{100} L_B$$

$$\Rightarrow 0/18 + \frac{\alpha}{100} = 1 - \frac{\alpha}{100} \Rightarrow 0/02\alpha = 0/2 \Rightarrow \alpha = 10$$

۲) مدت زمانی که طول می‌کشد تا آونگ از مکان $x = +A$ به

مکان $x = 0$ برسد، برابر $\frac{T}{4}$ است، بنابراین:

$$\frac{T}{4} = 0/25s \Rightarrow T = 1s$$

با توجه به رابطه دوره تناوب سامانه جرم - فنر داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 1 = \frac{4 \times 4}{k} \Rightarrow k = 160 \frac{N}{m}$$

حال اگر این فنر و وزنه در حالت قائم به تعادل برسند، داریم:



$$kx = mg \Rightarrow 160x = 40 \Rightarrow x = 0/25m = 25cm$$

۴) در لحظه t_1 داریم:

$$U_1 = 2K_1 \Rightarrow K_1 + U_1 = E \Rightarrow E = 2K_1$$

در لحظه t_2 داریم:

$$v_2 = \sqrt{2} v_1 \Rightarrow K_2 = 2K_1$$

$$K_2 + U_2 = E \Rightarrow 2K_1 + 0/4 = 2K_1 \Rightarrow K_1 = 0/4mJ$$

بنابراین:

$$E = 2K_1 = 1/2mJ$$

با توجه به رابطه انرژی مکانیکی داریم:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 1/2 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} \times 1/5 \times 10^2 A^2$$

$$\Rightarrow A = 4 \times 10^{-2}m \Rightarrow A = 0/4cm$$

۲) کم‌ترین زمان رسیدن جسم از نقطه $x = M$ تا $x = -M$

برابر $\frac{T}{4}$ است، بنابراین:

$$\frac{T}{4} = \Delta \Rightarrow T = 10s \Rightarrow f = 0/1Hz$$

در مکانی که شتاب بیشینه است، انرژی پتانسیل نوسانگر نیز بیشینه است، بنابراین:

$$U_{max} = E \Rightarrow E = 2\pi^2 A^2 f^2 m$$

$$\Rightarrow E = 2 \times 10 \times (0/02)^2 \times (0/1)^2 \times (0/4) = 22 \times 10^{-6} J = 22 \mu J$$

۲) با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$\frac{\Delta T}{T} = 150 \Rightarrow T = 120ms = 0/12s$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{1}{20}s \\ t_2 = 0/11s \end{cases} \Rightarrow \Delta t = 0/11 - 0/05 = 0/06s \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$$

در یک باره زمانی $\frac{T}{4}$ حرکت متحرک به مدت زمان $\frac{T}{4}$ کندشونده است بنابراین:

$$\text{مدت زمان حرکت کندشونده} = \frac{T}{4} = \frac{0/12}{4} = 0/03s$$

۴) نوسانگر در مدت زمان $8.4s$ نوسان کامل انجام می‌دهد بنابراین:

$$t = NT \Rightarrow 4 = 8T \Rightarrow T = 0/5s \Rightarrow f = 2Hz$$

می‌دانیم در مکان $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$ انرژی پتانسیل نوسانگر با انرژی جنبشی آن

برابر می‌شود، بنابراین با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}A = 10\sqrt{2} \Rightarrow A = 20cm$$

انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه‌ای که تندی آن برابر با $0/6 \frac{m}{s}$ است، برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^{-3} \times (0/6)^2 = 9 \times 10^{-3} J = 9mJ$$

انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = 2\pi^2 A^2 f^2 m = 2 \times 10 \times (0/2)^2 \times (2)^2 \times 0/05 = 0/16 J = 160mJ$$

$$E = K + U \Rightarrow 160 = 9 + U \Rightarrow U = 151mJ$$

بنابراین:

۲) طول پاره‌خط نوسان برابر با $4cm$ است، بنابراین:

$$A = 2cm$$

زمانی که نوسانگر در مکان $x = \sqrt{2}cm$ است، یعنی در مکان $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ قرار

دارد در این مکان $K = U$ است، بنابراین:

$$E = K + U \xrightarrow{K=U} E = 2K \xrightarrow{K=0/8mJ} E = 1/6mJ$$

$$\frac{T}{4} = 0/5s \Rightarrow T = 1s \Rightarrow f = 1Hz$$

از طرفی داریم:

با توجه به رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر داریم:

$$E = 2\pi^2 A^2 f^2 m \Rightarrow 1/6 \times 10^{-2} = 2 \times 10 \times (0/2)^2 \times 1 \times m$$

$$\Rightarrow m = 0/2kg = 200g$$

۲) طبق نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$\frac{T}{4} = \Delta \Rightarrow T = 10s$$

با توجه به دوره تناوب آونگ، شتاب گرانش را در ارتفاع h از سطح زمین به

دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g} \Rightarrow 100 = \frac{40}{g} \Rightarrow g' = 0/4 \frac{m}{s^2}$$

با توجه به رابطه شتاب گرانش داریم:

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{100} = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_e}{R_e+h} = \frac{2}{10}$$

$$\Rightarrow 10R_e = 2R_e + 2h \Rightarrow h = 4R_e$$

۷۵) انرژی جنبشی نوسانگر در نقطه تعادل، بیشینه است یعنی

$$K_{\max} = E$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow \frac{E_T}{E_1} = \frac{k_1}{k_2} \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = 1 \times (2)^2 = 4$$

۷۶) ۲

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{\text{دقیقه شمار}} = v_{\text{ساعت شمار}} \Rightarrow 2\pi \frac{r_{\text{دقیقه شمار}}}{T_{\text{دقیقه شمار}}} = 2\pi \frac{r_{\text{ساعت شمار}}}{T_{\text{ساعت شمار}}} \\ T_{\text{ساعت شمار}} = 12h = 12 \times 60 = 720 \text{ min} \\ T_{\text{دقیقه شمار}} = 60 \text{ min} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{r_{\text{ساعت شمار}}}{720} = \frac{r_{\text{دقیقه شمار}}}{60} \Rightarrow r_{\text{ساعت شمار}} = 12r_{\text{دقیقه شمار}}$$

۷۷) متحرک در مدت زمان ۱.۸s، بار از یک نقطه مشخص عبور می کند، بنابراین:

$$2T = 1.8 \Rightarrow T = 0.9s$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 0.724 \frac{m}{s}$$

تندی متحرک برابر است با:

در بازه زمانی $t=0$ تا $t=2s$ ، یعنی $\frac{T}{2}$ ، بزرگی شتاب متوسط متحرک برابری

است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta v = 2v} a_{av} = 0.16 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{\text{مرکزگرا}} = \frac{v^2}{r} = 0.724 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین:

$$a_{\text{مرکزگرا}} - a_{av} = 0.724 - 0.16 = 0.564 \frac{m}{s^2}$$

۷۸) ۲

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \sqrt{\frac{GM_c}{r}} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \\ \beta = mv \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{m_A}{m_B} \times \sqrt{\frac{R_c + r}{R_c + 2R_c}} \Rightarrow 2 = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 2\sqrt{3}$$

۷۹) شتاب مرکزگرای وارد بر ماهواره برابر با شتاب گرانش سیطره‌ای

است که ماهواره به دور آن می چرخد، بنابراین:

$$g = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow \frac{g_B}{g_A} = \frac{M_B}{M_A} \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g_B}{g_A} = \frac{M_B}{1.5M_E} \times \left(\frac{R_c + 2R_c}{2R_c + 6R_c}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{r}{A}\right)^2 = 2 \times \frac{9}{64} = \frac{9}{32}$$

۷۹) طبق نمودار داده شده در سؤال داریم:

$$2T_B = \frac{T_A}{2} \Rightarrow T_A = 4T_B \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega_B = 4\omega_A$$

است تندی بیشینه نوسانگر A به تندی بیشینه نوسانگر B برابر است با:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow \frac{v_{\max A}}{v_{\max B}} = \frac{A_A}{A_B} \times \frac{\omega_A}{\omega_B} = 4 \times \frac{1}{4} = 1$$

انرژی بیشینه نوسانگر برابر با انرژی جنبشی آن است بنابراین:

$$U_{\max} = E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

$$\frac{U_{\max A}}{U_{\max B}} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2 \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 = 1 \times 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times (4)^2 = 1 \times 2 = \frac{6}{3}$$

۸۰) با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ ساده داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow t = 2\pi N \sqrt{\frac{L}{g}} \\ t = NT \end{array} \right.$$

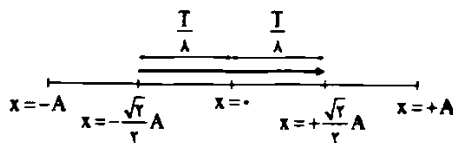
$$\frac{t_B}{t_A} = \frac{N_B}{N_A} \times \sqrt{\frac{L_B}{L_A} \times \frac{g_A}{g_B}} \Rightarrow 1 = \frac{N_B}{N_A} \times \sqrt{\frac{64}{100} \times 1} \Rightarrow \frac{N_B}{N_A} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow N_B = 1.25 N_A$$

۸۱) با توجه به نمودار داده شده در سؤال داریم:

$$\frac{2T}{4} = 6 \Rightarrow T = 12s$$

در یک بازه زمانی معین، بیشترین مقدار سرعت متوسط به ازای بیشترین مقدار جبهه‌جایی رخ می دهد برای این که بیشترین مقدار جبهه‌جایی را در مدت زمان $\frac{T}{4}$ داشته باشیم، باید به شکل زیر جبهه جا شود:



بنابراین بیشینه جبهه‌جایی در این بازه زمانی برابر است با: $\Delta x = \sqrt{2} A$
بیشینه سرعت متوسط نوسانگر برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2} A}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{cm}{s}$$

۸۲) دوره تناوب این آونگ برابر است با:

$$f = 0.5 Hz \Rightarrow T = 2s$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{10}} \Rightarrow 1 = \sqrt{L} \Rightarrow L = 1m$$

بنابراین:

$$\Rightarrow L = 0.5m \Rightarrow L = 50cm$$

۸۳) با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ ساده داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow{g = \pi^2} T = 2\sqrt{L} \xrightarrow{t = NT} t = 2N\sqrt{L}$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{48}{54} = 1 \times \sqrt{\frac{L_2}{81}} \Rightarrow L_2 = 64cm$$

طول آونگ را باید ۱۷cm کاهش دهیم.

۸۶) در گزینه (۱) چون بزرگی نیروی A بزرگتر از مجموع بزرگی نیروی B و نیروی اصطکاک است پس جسم به سمت راست شروع به حرکت می کند در گزینه (۲) نیز چون بزرگی نیروی B بزرگتر از مجموع بزرگی نیروی A و نیروی اصطکاک است؛ پس جسم به سمت چپ شروع به حرکت می کند پس مدلسازی آرمانی حرکت جسم در هر یک از گزینه های (۱) و (۲) به درستی رعایت شده است اما در گزینه (۳) در مدلسازی جهت نیروی اصطکاک اشتباه شده و چنین مدلسازی برای توصیف حرکت جسم قابل قبول نیست.

۸۷) به کمک روش تبدیل زنجیره ای داریم:

$$457 \text{ mm} \times \frac{10^{-9} \text{ m}}{1 \text{ nm}} \times \frac{1 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ m}} = 457 \times 10^{-2} \mu\text{m} = 4.57 \times 10^{-1} \mu\text{m}$$

۸۸) ابتدا حجم مکعب را به دست آورده و سپس به کمک رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ جرم مکعب را می یابیم.

$$V = a^3 = 2^3 = 8 \text{ cm}^3 = 8 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 22/5 \times 10^2 \times 8 \times 10^{-6} = 0.118 \text{ kg}$$

۸۹) در حالت اول، ۴۰ درصد جرم آلیاز از ماده A و ۶۰ درصد باقی آن از ماده B است؛ بنابراین داریم:

$$\rho = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_A + V_B}$$

$$= \frac{m_{\text{کل}}}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{m_{\text{کل}}}{\frac{0.4m_{\text{کل}}}{\rho_A} + \frac{0.6m_{\text{کل}}}{\rho_B}}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{1}{\frac{0.4}{\rho_A} + \frac{0.6}{\rho_B}} = \frac{\rho_A \rho_B}{0.4\rho_B + 0.6\rho_A}$$

در حالت دوم، نسبت جرمی دو ماده را عوض می کنیم و مشابه روند حل قبلی داریم:

$$\rho' = \frac{\rho_A \rho_B}{0.6\rho_B + 0.4\rho_A}$$

طبق اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{0.6\rho_B + 0.4\rho_A}{0.4\rho_B + 0.6\rho_A} = \frac{2}{4}$$

$$\Rightarrow 0.6\rho_B + 0.4\rho_A = 0.2\rho_B + 0.3\rho_A \Rightarrow 0.4\rho_A = 0.2\rho_B \quad (1)$$

به کمک نمودار داده شده برای ماده A داریم:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{20}{8} = 2.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (1) \Rightarrow \rho_B = 22 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

به کمک رابطه چگالی برای ماده B داریم:

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow 22 = \frac{20}{V} \Rightarrow V = \frac{20}{22} = 0.909 \text{ cm}^3$$

۸۴) با توجه به رابطه نیروی گرانشی و شتاب گرانشی در سطح زمین داریم:

$$g = \frac{GM_E}{R_E^2} \Rightarrow F = \frac{GM_E m}{r^2} \Rightarrow F = \frac{gR_E^2 m}{r^2}$$

$$\frac{r = R_E + h}{h = 8000 \text{ km} = 8R_E} \Rightarrow F = \frac{gR_E^2 m}{(R_E + 8R_E)^2} \Rightarrow F = \frac{gR_E^2 m}{81R_E^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{gm}{81} \Rightarrow F = \frac{10 \times 77}{81} = 20 \text{ N}$$

۸۵) عبارتهای «الف»، «ج» و «د» نادرست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

الف) آزمایش و مشاهده در فیزیک اهمیت زیادی دارد اما آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می کند تفکر خلاقانه و اندیشه مورزی فعال فیزیکیست نسبت به پدیده هایی است که با آنها مواجه می شوند.

ج) آخرین مدل اتمی، مدل اتمی ابر الکترونی شرویدینگر است.

د) یکای سال نوری با ly نشان داده می شود.

۸۶) تمام موارد مطرح شده در هر یک از گزینه های (۱) و (۲) یکا

نیستند؛ پس این دو گزینه حذف می شوند. در ادامه با توجه به موارد زیر داریم:

یکای کمیت A مربوط به یکای یک کمیت نرده ای است.

یکای کمیت B مربوط به یکای یک کمیت برداری است.

یکای کمیت C مربوط به یکای یک کمیت فرعی است.

۸۷) به کمک روش تبدیل زنجیره ای داریم:

$$120 \text{ خروار} = 120000 \times \frac{1 \text{ خروار}}{1000 \text{ من تبریز}}$$

$$2 \text{ خروار} = 200 \times \frac{1 \text{ خروار}}{100 \text{ من تبریز}} = 20000 \text{ سیر}$$

$$0.5 \text{ خروار} = 100 \times \frac{1 \text{ خروار}}{200 \text{ من تبریز}} = 50000 \text{ نخود}$$

بنابراین:

$$120000 + 20000 + 50000 = 190000 \text{ خروار}$$

۹) در فیزیک، تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، معمولاً آهنگ آن کمیت می نامند؛ بنابراین داریم:

$$\text{آهنگ رشد گیاه} = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{5/5 \times 10^{-2} \text{ hm}}{20 \text{ روز}} = \frac{1}{20} \times 10^{-2} \frac{\text{hm}}{\text{روز}}$$

$$\Rightarrow \text{آهنگ رشد گیاه} = 1/925 \times 10^{-2} \frac{\text{hm}}{\text{هفته}}$$

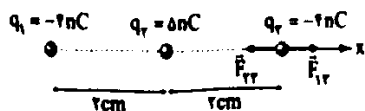
۹) شکل «ب» یک کولیس را نشان می دهد که دقت اندازه گیری

آن برابر ۰/۰۱ mm است که معادل 10^{-5} m می باشد.

شکل «الف» یک ریزسنج را نشان می دهد که دقت اندازه گیری آن

برابر ۰/۰۰۱ mm است که معادل 10^{-6} m می باشد.

۹۴) ۱) بار q_1 ، بار q_2 را به سمت راست دفع می‌کند و بار q_3 ، بار q_2 را به سمت چپ جذب می‌کند.



$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-9} \times 5 \times 10^{-9}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^{-5} \text{ N}$$

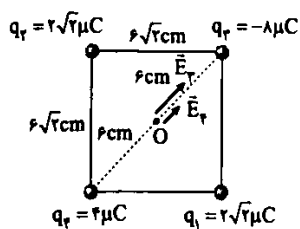
$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-9} \times 2 \times 10^{-9}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 45 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_T = (9 \times 10^{-5} - 45 \times 10^{-5}) \vec{i} \Rightarrow \vec{F}_T = (-3.6 \times 10^{-4} \text{ N}) \vec{i}$$

۹۴) ۲) چون بار q_2 در تعادل است، پس باید $q_1 = q_3$ بوده (که چنین هست) و $q_2 = -2\sqrt{2}q_1$ باشد (چرا؟ بنابراین داریم:

$$q_2 = -2\sqrt{2}q_1 = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8 \mu\text{C}$$

چون بارهای q_1 و q_2 هم‌نام و هم‌اندازه بوده و در فاصله یکسانی از مرکز مربع قرار دارند، بنابراین میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 در مرکز مربع یکدیگر را خنثی می‌کنند و کافیسیت فقط برابری میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_3 و q_4 را در مرکز مربع به دست آوریم:



$$E_O = E_3 + E_4 = \frac{k|q_3|}{r^2} + \frac{k|q_4|}{r^2}$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2})^2} + \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2})^2} = 2 \times 10^7 + 10^7 = 3 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۹۵) ۱) برای آن که بادکنک معلق بماند، نیروی الکتریکی باید به سمت بالا به آن وارد شود تا نیروی وزن را خنثی کند.



$$F_E = mg \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow |q| \times 5000 = 10 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow |q| = 2 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$|q| = ne \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 1.25 \times 10^{14}$$

دقت کنید، چون نیرو و میدان الکتریکی در خلاف جهت هم هستند بار بادکنک، منفی است و تعداد الکترون‌های آن، 1.25×10^{14} تا بیشتر از تعداد پروتون‌های آن است.

۹۵) ۲) ما توجه به شکل صورت سؤال، ابتدا حجم قسمت بالای طرفه خالی بود و بعد از این که مکعب به طور کامل در آب فرو رفته نه تنها حجم خالی طرف پر شده بلکه ۲۴g سیر از آب طرف بیرون ریخته است بنابراین داریم:

حجم آب بیرون ریخته شده + حجم قسمت خالی ظرف = حجم مکعب

$$V = V_1 + V_2 = Ah_{\text{خالی}} + \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = (10 \times 4) + \frac{24}{1} = 64 \text{ cm}^3$$

پس حجم ظاهری مکعب 64 cm^3 است. در ادامه حجم ماده سازنده مکعب را نیز به دست می‌آوریم و داریم:

$$V' = \frac{m}{\rho} = \frac{40}{8} = 50 \text{ cm}^3$$

چون حجم ظاهری مکعب بزرگ‌تر از حجم ماده سازنده آن است، پس مکعب دارای حفره‌ای به حجم زیر است:

$$V_{\text{حفره}} = V - V' = 64 - 50 = 14 \text{ cm}^3$$

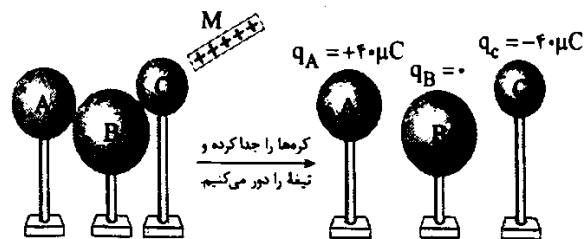
گزینه‌های (۱) و (۲) که نادرست هستند، پس به بررسی گزینه (۳) می‌پردازیم:

$$m_{\text{حفره}} = \rho_{\text{روغن}} V_{\text{حفره}} = 0.5 \times 14 = 7 \text{ g}$$

۹۱) ۴) با توجه به سری الکتریسیته مالشی، تیغه M به انتهای مثبت

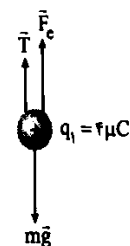
سری نزدیک است و پس از مالش با تیغه N دارای بار مثبت می‌شود. پس تیغه M را که دارای بار مثبت است از سمت راست، به کره C نزدیک می‌کنیم که در نتیجه در کره C بار منفی و در کره A بار مثبت القا شده و کره B خنثی می‌ماند. اگر در حضور تیغه، کره‌ها را از هم جدا کنیم، بار کره C و بار کره A در سطح خارجی آن‌ها پخش شده و کره B نیز خنثی می‌ماند. از طرفی نیز می‌دانیم اندازه بار القا شده به شکل و ابعاد کره‌ها بستگی ندارد و داریم:

$$q_A = 4 \mu\text{C}, q_B = 0, q_C = -4 \mu\text{C}$$



۹۲) ۴) چون گوی بالای به حالت معلق قرار گرفته است، پس باید

برایند نیروهای وارد بر آن صفر باشد؛ بنابراین داریم:



$$F_e = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(30 \times 10^{-2})^2} = 0.8 \text{ N}$$

$$mg = 100 \times 10^{-3} \times 10 = 1 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}, y} = 0 \Rightarrow T + F_e = mg \Rightarrow T + 0.8 = 1 \Rightarrow T = 0.2 \text{ N} = 200 \text{ mN}$$



نقطه وقتی می‌خواهد میدان برابر را در قطعی مثل O به دست آید، اگر دو بار الکتریکی هم نام q_1 و q_2 در طرفی خط O باشد و سمت $\frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2}$ برابر باشد آن که آن دو بار اثر همدیگر را در خط O حذف می‌کند.

ما توجه به نکته بالا، به راحتی می‌توان فهمید که در بارهای هم نام q_1 و q_2 مقدار $\frac{q_1}{r_1^2}$ با $\frac{q_2}{r_2^2}$ برابر بوده، بنابراین این دو بار را حذف می‌کنیم. در نتیجه میدان الکتریکی برآید در نقطه O همان میدان الکتریکی ناشی از بار q_3 در آن نقطه است و داریم:

$$E_{T_3} = (1 - 0.75)E_{T_1} \Rightarrow \frac{E_{T_3}}{E_{T_1}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{E'_3}{E_3} = \frac{1}{4}$$

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \left(\frac{r_3}{r'_3}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r_3}{r'_3} = \frac{1}{2} \Rightarrow r'_3 = 2r_3$$

$$r_3 = 20 \text{ cm} \rightarrow r'_3 = 40 \text{ cm}$$

پس باید فاصله بار q_3 از نقطه O برابر با 40 cm شود که یا می‌توان بار q_3 را 20 cm در جهت محور Y جابه‌جا کرد یا 60 cm در خلاف جهت محور Y جابه‌جا کرد.

می‌دانیم خطوط میدان الکتریکی برآیند از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شوند؛ بنابراین $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ است. از طرفی هر چه اندازه بار الکتریکی بزرگ‌تر باشد، تراکم خطوط میدان الکتریکی برآیند در اطراف آن بار بیشتر خواهد بود که با توجه به شکل داده‌شده در سؤال، $|q_1| > |q_2|$ است.

با توجه به این که بین این دو صفحه رسانای موازی، میدان الکتریکی یکنواخت برقرار است، داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{300 - (-200)}{0.1} = 5000 \frac{V}{m}$$

فاصله دو نقطه A و B در راستای میدان برابر است با:

$$d_{AB} = \overline{AB} \cos 37^\circ = 5 \times 0.8 = 4 \text{ cm}$$

$$E = \frac{|\Delta V_{AB}|}{d_{AB}} \Rightarrow 5000 = \frac{V_A - V_B}{0.04} \Rightarrow V_A - V_B = 200 \Rightarrow V_A = 275 \text{ V}$$

برای دو نقطه B و C نیز داریم:

$$E = \frac{|\Delta V_{BC}|}{d_{BC}} \Rightarrow 5000 = \frac{V_B - V_C}{0.05} \Rightarrow V_B - V_C = 250 \Rightarrow V_C = -175 \text{ V}$$

بار الکتریکی منفی در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کرده است؛ بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. دقت کنید مسیر AB عمود بر خطوط میدان است و انرژی پتانسیل بار در این مسیر تغییر نمی‌کند.

$$\Delta U_E = -E|q|d \cos \theta \quad \theta = 90^\circ$$

$$\Delta U_E = -5 \times 10^5 \times 100 \times 10^{-9} \times 0.4 \times 1 = -0.02 \text{ J} = -20 \text{ mJ}$$

با حرکت کردن بار q_1 که باری منفی است، به سمت بار مثبت q_2 ، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و به دلیل این که دو بار، ناهم نام هستند و یکدیگر را جذب می‌کنند پس کار میدان الکتریکی در این جبهه‌جایی مثبت است. در نتیجه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی، منفی می‌باشد.

ما توجه به این که در میل هر طرف کم‌ترین E^+ مربوط به لیتیم است می‌توان نتیجه گرفت که از Na به سمت Al مقدار E^+ در حال افزایش است. از آن جا که در سلول برنکافت سدیم کلرید منبأ با وجود حضور هیرمان یون‌های Na^+ و Ca^{2+} ، فقط Na^+ کاهش می‌یابد و فلز سدیم به دست می‌آید. می‌توان نتیجه گرفت که E^+ سدیم بیشتر از کلسیم است. در صورتی که در صورت سؤال، برعکس نشان داده شده است.

با توجه به این که جرم الکترودهای A و M به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد، می‌توان نتیجه گرفت که A و M به ترتیب آند و کاتد سلول گالوانی هستند. بنابراین مقدار E^+ فلز M بیشتر از E^+ فلز A است. به این ترتیب E^+ فلز M باید $+1.89 \text{ V}$ باشد، اما E^+ فلز A می‌تواند -0.64 V یا $+0.64 \text{ V}$ باشد. با این حساب، عبارت‌های «پ» و «ت» به یقین درست نیستند و گزینه‌های (2)، (3) و (4) حذف می‌شوند.

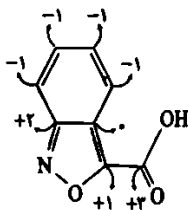
از روی محل خروج H_2O می‌توان نتایج زیر را گرفت:

- A ← گاز اکسیژن را نشان می‌دهد که جزء ثابت تمام سلول‌های سوختی است.
- B و C ← گاز هیدروژن را نشان می‌دهند.
- X ← قطب مثبت سلول (کاتد) را نشان می‌دهد که شامل کاتالیزگر است.
- Y ← قطب منفی سلول (آند) را نشان می‌دهد که شامل کاتالیزگر است.

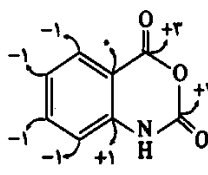
در سلول سوختی هیدروژن، جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی همانند جهت حرکت یون H^+ در الکترولیت از آند به کاتد است.

معادله نیم‌واکنش اکسایش مولکول‌های آب به صورت $2H_2O(l) \rightarrow 4e^- + O_2(g) + 4H^+(aq)$ است. واضح است که با تولید یون هیدرونیوم، pH محیط کاهش می‌یابد.

در هر کدام از دو ترکیب مورد نظر، عدد اکسایش تملی اتم‌های کربن مشخص شده است.



پایین‌ترین عدد اکسایش کربن: -1



بالترین عدد اکسایش کربن: +4

تفاوت دو عدد +4 و -1 برابر با 5 است.

معادله موازنه‌شده واکنش زنگ زدن آهن به صورت زیر است:

$$2Fe(s) + 2O_2(g) + 6H_2O(l) \rightarrow 2Fe(OH)_3(s)$$

با مصرف 4 مول Fe و تبدیل آن به 4 مول Fe^{2+} ، در مجموع 12 مول الکترون میان گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود.

$$\frac{x \text{ g Fe}}{2 \times 56} = \frac{1500 \times 10^{-3} \text{ LO}_2}{2 \times 25} = \frac{y \text{ mole}^-}{12}$$

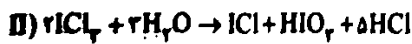
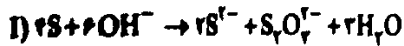
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4480 \times 10^{-3} \text{ g} = 4.48 \text{ kg Fe} \\ y = 27/2 \times 10^3 \text{ mole}^- \end{cases}$$

• فرارده اصلی واکنش حنی نشن، ترکیب بیوس $MgCl_2$ است که ششگر آبیون های آن، دو برتر ششگر کاتیون های آن است
 • $MgCl_2$ پس از خشک کردن و ذوب کردن در یک سلول الکترولیتی برکافت می شود
 • در سلول الکترولیتی برکافت منیزیم کلرید مذاب، فلز منیزیم در قطب منفی (کاتد) تولید می شود:



۱۳۳ به جز عبارت آخر، سایر عبارتها درست هستند

معادله موازنه شده هر دو واکنش به صورت زیر است:

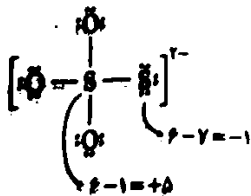


بررسی عبارتها:

• در هر کدام از دو معادله، ضریب H_2O برابر با ۳ است
 • در معادله واکنش (I)، عنصر گوگرد و در معادله واکنش (II)، عنصر ید، هر دو نقش کاهنده و اکسنده را برعهده دارند.

• در معادله واکنش (I)، از هر ۴ اتم S، دو اتم آن کاهش یافته و به S^{2-} تبدیل شده است.

• با توجه به ساختار لوویس $S_3O_6^{2-}$ که در زیر آمده است، عبده اکسایش اتم های S با هم برابر نیست:



۱۳۴ بررسی عبارت چهار:

(آ) با برکافت یک مول سدیم کلرید مذاب، ۱/۵ مول گاز کلر (Cl_2) و یک مول فلز سدیم (Na) به دست می آید. فلز سدیم در کاتد تولید می شود که به قطب منفی باتری متصل است.

(ب) در هر دو سلول گالوانی و الکترولیتی، آنیون ها به سمت آند حرکت می کنند و در مدار بیرونی نیز، الکترون ها از آند روانه کاتد می شوند.

(پ) فلز Na همانند گاز Cl_2 به علت واکنش پذیری زیاد، در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی شود.

(ت) در این فرایند برای کاهش دمای ذوب سدیم کلرید و جبران بخشی از هزینه ها، از مقداری (S) $CaCl_2$ استفاده می شود.

۱۳۵ قدرت کاهندگی فلزهای موردنظر به صورت $Sr < Fe < Zn$

است. بنابراین تیغه آهنی با یون Sr^{2+} واکنش داده و غلظت این یون، کاهش می یابد. (حذف گزینه های (۲) و (۳))، از طرفی تیغه آهنی با یون Zn^{2+} نمی تواند واکنش دهد و غلظت این یون، تغییر نمی کند (حذف گزینه (۱))

۱۳۶ به جز عبارتهای اول و چهارم، سایر عبارتها درست هستند

بررسی عبارتها:

• واکنش پذیر بر سطح فلز دوم، فلز اول است
 • کاتد سلول سوختی هیدروژن، بر اثر با پتانسیل کاهش اکسیژن در محیط آبی است
 $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$

۱۳۷ به جز عبارتهای سوم و آخر، سایر عبارتها درست هستند

بررسی عبارتها:

• الکترودهای سلول های الکترولیتی، اغلب گرافیتی هستند و در برخی موارد حتی در واکنش شرکت می کنند
 • آند الکترودی است که در سطح آن، اکسایش انجام می شود و لزوماً جرم آن، کم نمی شود

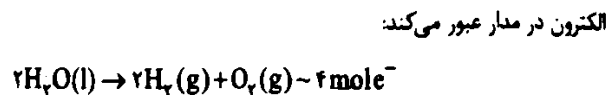
۱۳۸ خوردگی به فرایند ترد شدن، خرد شدن و فروریختن فلزها بر اثر واکنش اکسایش - کاهش گفته می شود. رنگ زدن آهن و زنگار سبز بر سطح مس نمونه هایی از خوردگی هستند.

۱۳۹ بالاترین عدد اکسایش هر کدام از اتم های S و Cr که دارای ۶ الکترون ظرفیتی هستند برابر با ۶+ است.

بررسی سایر گزینه ها:

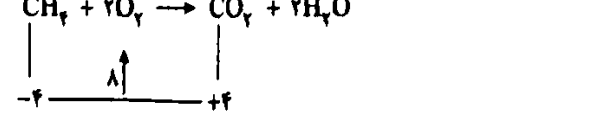
(۱) عدد اکسایش اتم های اکسیژن در O_3 برابر با -۱، صفر و +۱ است.
 (۲) بالاترین عدد اکسایش هالوزن فلوئور در حالت آزاد (F_2) برابر با صفر و در حالت ترکیب همواره برابر با -۱ است.
 (۴) عدد اکسایش اتم های اکسیژن در SrO_2 برابر با -۱ است.

۱۴۰ در برکافت آب، به ازای مصرف ۲ مول H_2O ، چهار مول الکترون در مدار عبور می کند:



$$? \text{ mole}^- = 2/17 g H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 g H_2O} \times \frac{4 \text{ mole}^-}{2 \text{ mol } H_2O} = 0.22 \text{ mole}^-$$

در سلول سوختی متان - اکسیژن، به ازای مصرف یک مول متان، ۸ مول الکترون در مدار عبور می کند:



$$0.22 \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{8 \text{ mole}^-} \times \frac{22/4 LCH_4}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{100}{60} = 1.14 LCH_4$$

۱۴۱ به جز عبارت دوم، سایر عبارتها درست هستند.

بررسی عبارتها:

• رسوب مورد نظر همان $Mg(OH)_2$ است که برای تولید آن می توان آهک ($Ca(OH)_2$) را به آب دریای شامل یون Mg^{2+} اضافه کرد.
 • محلول آبی A همان $HCl(aq)$ است که طی واکنش خنثی شدن اسید - باز که از نوع اکسایش - کاهش نیست با $Mg(OH)_2$ واکنش می دهد.

۱۳۱) اگر عدد اتمی عنصرهای D و X را به ترتیب با Z_X و Z_D نشان دهیم می توان نوشت

$$(75 + Z_X) + (119 + Z_D) = 272 \Rightarrow Z_X + Z_D = 109 \quad (I)$$

از طرفی واضح است که شمار الکترون های یون D^{2+} بیشتر از شمار الکترون های یون X^{2-} است بنابراین خواهیم داشت:

$$(Z_D - 2) - (Z_X + 2) = 27 \Rightarrow Z_D - Z_X = 42 \quad (II)$$

از حل همزمان معادله های (I) و (II)، مقادیر Z_X و Z_D به ترتیب برابر ۷۶ و ۳۳ به دست می آید.

با توجه به این که شمار عنصرهای جدول دورهای برابر با ۱۱۸ است، بعد از D شمار عنصرهای موجود در جدول برابر است با: $118 - 76 = 42$

۱۳۲) هر مول از ترکیب $X_p N_p$ شامل 6.02×10^{23} اتم X است.

$$X_p N_p = \frac{6.02 \times 10^{23}}{6.02 \times 10^{23}} = 1 \text{ mol}$$

$$X_p N_p = \frac{148 \text{ g}}{118 \text{ g/mol}} = 1.25 \text{ mol}$$

$$X_p N_p : 3(X) + 2(14) = 148 \Rightarrow X = 4 \text{ g/mol}$$

\Rightarrow عدد جرمی X = ۴۰

$$X^{2+} \begin{cases} p+n=40 \\ n-e=2 \Rightarrow p=20, e=18, n=20 \\ p-e=2 \end{cases}$$

۱۳۳) فاصله نشان داده شده در شکل برابر با $1/5 \lambda$ است. حداقل

طول موج پرتوی فرورسوخ 700 nm است:

$$1/5 \times 700 \times 10^{-9} = 1/5 \times 5 \times 10^{-8} \text{ m} = 1/5 \times 10^{-7} \text{ cm}$$

۱۳۴) نور حاصل از اتم های برانگیخته دو عنصر Cu و Ne، به

ترتیب سبزرنگ و سرخ رنگ است و انرژی آنها در مقایسه با سایر گزینه ها، بیشترین تفاوت را با هم دارند. در مورد عنصرهای Na و Li نور حاصل به ترتیب زرد و سرخ رنگ است.

۱۳۵) تکنسیم، نخستین عنصری است که بشر موفق شد آن را در

راکتور هسته ای بسازد.

۱۳۶) عبارت های سوم و چهارم درست هستند.

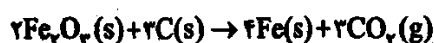
عنصرهای A، ۶، X، ۱۴، D و ۳۲، به ترتیب C، Si، ۱۴، Ge هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

گرافیت (C) رسانایی الکتریکی بالایی دارد.

گرافیت (C) جریان گرما را از خود عبور نمی دهد.

۱۳۷) معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



جامد باقی مانده شامل سه جزء است:

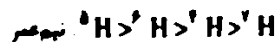
(۱) ناخالصی های آهن (III) اکسید

(۲) آهن تولید شده

(۳) بخشی از آهن (III) اکسید که در واکنش شرکت نکرده است

۱۳۸) مقایسه میل به مهاجرت یونهای ساهنگی هیدروژن به

صورت ر است



واضح است که بیشترین تفاوت در میل به مهاجرت یونهای H (با ۵ دره درون هسته) و H (با ۶ نوترون) است.

۱۳۹) فرض می کنیم یک قطره از مایع A در دسترس است.

$$1 \text{ drop A} \times \frac{1 \text{ mL}}{20 \text{ drop A}} \times \frac{1.87 \text{ g A}}{1 \text{ mL A}} \times \frac{1 \text{ mol A}}{16 \text{ g A}}$$

$$\times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule A}}{1 \text{ mol A}} \times \frac{n \text{ atom}}{1 \text{ molecule A}} = 4.515 \times 10^{21} \text{ atom}$$

$$\Rightarrow \frac{26/187 \times 10^{21} n}{M} = 4.515 \times 10^{21} \Rightarrow \frac{M}{n} = 5/8$$

تنها در گزینه (۲) نسبت جرم مولی (برحسب g/mol) به شمار اتم های یک مولکول برابر با ۵/۸ است.

۱۴۰) جرم پروتون، نوترون و جرم اتمی میانگین هیدروژن (برحسب amu)

به ترتیب ۱.۰۰۷۲، ۱.۰۰۸۷، ۱.۰۰۷۳ است.

$$MS: \frac{M}{S} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{درصد جرمی}}{\text{درصد جرمی}}$$

$$\Rightarrow \frac{66/66}{100-66/66} = \frac{M}{22} \Rightarrow M = 66 \text{ g/mol}$$

$$M_p S: \%M = \frac{2(M)}{M_p S} \times 100 \Rightarrow \%M = \frac{2(66)}{2(66)+22} \times 100$$

$$\Rightarrow \%S = 100 - 80 = 20$$

$$M^{2+} \begin{cases} p-e=2 \\ p+n=64 \Rightarrow p=29, n=25, e=27 \\ n-e=8 \end{cases}$$

۱۴۱) مطابق داده های سؤال می توان نوشت:

$$\begin{cases} f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 100 \\ f_1 = f_2 = f_3 = 10, f_4 = 70 \\ f_2 = 7f_1 = 7f_3 = 7f_4 \end{cases}$$

جرم اتمی میانگین Fe برابر است با:

$$\bar{Fe} = 54 + \frac{70}{100}(56-54) + \frac{10}{100}(57-54) + \frac{10}{100}(58-54) = 56.1$$

از طرفی شمار مول های نوترون در هر مول Fe برابر است با:

$$[(54-26) \times \frac{10}{100}] + [(56-26) \times \frac{70}{100}] + [(57-26) \times \frac{10}{100}]$$

$$+ [(58-26) \times \frac{10}{100}] = 2/8 + 21 + 3/1 + 3/2 = 20.1$$

$$?n = 16/187 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56/187 \text{ g Fe}} \times \frac{20.1 \text{ mol n}}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} n}{1 \text{ mol n}}$$

$$= 5.4226 \times 10^{24} n$$

جرم ناخالصی ها به راحتی به دست می آید.

$$?g \text{ ناخالصی} = 600g \times \frac{100-60}{100} = 240g$$

برای محاسبه جرم آهن تولیدشده می توان نوشت:

$$\frac{600g \text{ Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{60}{100} \times \frac{60}{100}}{2 \times 160} = \frac{xg \text{ Fe}}{2 \times 56} \Rightarrow x = 151.2g \text{ Fe}$$

جرم بخشی از Fe_2O_3 که در واکنش شرکت نکرده نیز برابر با:

$$600g \times \frac{60}{100} \times \frac{(100-60)}{100} = 360 - 216(60) = 144$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$\text{جرم جامد برجای مانده} = 240 + 151.2 + 144 = 535.2g$$

فرض می کنیم ۱۰۰ گرم از نمونه مخلوط اولیه در دسترس

است:

$$100g \begin{cases} 20g \text{ A} \\ 50g \text{ D} \\ 10g \text{ E} \\ 10g \text{ سایر} \end{cases}$$

برای نمونه مخلوط جدید می توان نوشت:

$$\text{نمونه مخلوط جدید} \begin{cases} 20g \text{ A} \\ mg \text{ D} \\ 10g \text{ E} \\ 10g \text{ سایر} \end{cases}$$

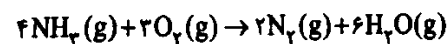
$$D \text{ درصد جرمی جدید} = \frac{mg}{20+m+10+10} \times 100 = 25 \Rightarrow 1250 + 25m$$

$$= 100m \Rightarrow 1250 = 75m \Rightarrow m = 16.66$$

$$A \text{ درصد جرمی جدید} = \frac{20g}{(20+16.66+10+10)g} \times 100 = 24.5$$

$$\Rightarrow \text{نسبت مورد نظر} = \frac{24.5}{20} = 1.225$$

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\begin{array}{cccc} \text{آغاز:} & 40 & 30 & 0 & 0 \\ \text{پایان:} & 40-4x & 30-3x & 2x & 6x \end{array}$$

مطابق داده های سؤال می توان نوشت:

$$(40-4x) + (30-3x) + 2x + 6x = 78 \Rightarrow 70 + x = 78 \Rightarrow x = 8L$$

در صورتی که بازده واکنش ۱۰۰٪ باشد، بر اثر واکنش ۳۰ لیتر گاز اکسیژن با

۴۰ لیتر گاز آمونیاک می توان ۲۰ لیتر گاز N_2 تولید کرد. در صورتی که

مقدار N_2 تولیدشده برابر $2 \times 8 = 16$ لیتر بوده است. بنابراین بازده درصدی

واکنش بر مبنای تولید N_2 برابر است با:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{16L}{20L} \times 100 = 80\%$$

۱۳۵ هر چهار نتیجه گیری درست هستند.

• اگر واکنش (I) به طور طبیعی انجام شود، به این معنی است که واکنش پذیری فلز X بیشتر از M است. در این صورت واکنش های (II) و (III) به طور طبیعی انجام نمی شوند و نتیجه می شود که واکنش پذیری فلز Z بیشتر از M و واکنش پذیری فلز X نیز بیشتر از Z است. به این ترتیب مقایسه میان واکنش پذیری این سه فلز به صورت $M < Z < X$ خواهد بود.

• اگر واکنش (II) به طور طبیعی انجام شود، به این معنی است که واکنش پذیری فلز M بیشتر از فلز Z است. در این صورت دو واکنش دیگر به طور طبیعی انجام نمی شوند و نتیجه می شود که واکنش پذیری فلز M بیشتر از X و واکنش پذیری فلز X بیشتر از Z است. به این ترتیب مقایسه میان واکنش پذیری این سه فلز به صورت $Z < X < M$ خواهد بود.

• اگر واکنش (III) به طور طبیعی انجام شود، به این معنی است که واکنش پذیری فلز Z بیشتر از X است. در این صورت واکنش های (I) و (II) به طور طبیعی انجام نمی شوند و نتیجه می شود که واکنش پذیری فلز M بیشتر از X و واکنش پذیری فلز Z نیز بیشتر از M است. به این ترتیب مقایسه میان واکنش پذیری این سه فلز به صورت $X < M < Z$ خواهد بود. جمع بندی:

(a) اگر واکنش (I) به طور طبیعی انجام شود به این معنی است که سطح انرژی واکنش دهنده های آن، بالاتر از فرآورده ها بوده و مقایسه واکنش پذیری فلزها به صورت $M < Z < X$ است.

(b) اگر واکنش (II) به طور طبیعی انجام شود، به این معنی است که سطح انرژی واکنش دهنده های آن، بالاتر از فرآورده ها بوده و مقایسه واکنش پذیری فلزها به صورت $Z < X < M$ است.

(c) اگر واکنش (III) به طور طبیعی انجام شود، به این معنی است که سطح انرژی واکنش دهنده های آن، بالاتر از فرآورده ها بوده و مقایسه واکنش پذیری فلزها به صورت $X < M < Z$ است.

۲ عبارت های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست.

• نافلز هیدروژن جزو عنصرهای دسته S است.

• کربن یک نافلز بوده و الکترون نمی گیرد.

۳ به جز عبارت سوم، سایر عبارت ها درست هستند.

عنصرهای A، X و D به ترتیب Cu ، Zn و Ga هستند.

بررسی عبارت ها:

• هر سه عنصر مس، روی و گالیم فلز بوده و جریان برق را از خود عبور می دهند.

• گالیم جزو عنصرهای اصلی (دسته D) است، در حالی که روی و مس جزو عنصرهای واسطه (دسته d) هستند.

• واکنش پذیری Cu کم تر از Zn بوده، در نتیجه واکنش میان فلز Cu با کاتیون Zn^{2+} به طور طبیعی پیشرفت نمی کند.

• گالیم با از دست دادن ۳ الکترون، کاتیون Ga^{3+} تشکیل می دهد. در حالی که Ge ۳ به جای تشکیل یون اتمی، الکترون به اشتراک می گذارد.

دوره دوم

تعداد مولهای اکسیژن در ۲ لیتر اکسیژن در ۲۰ درجه سانتیگراد و ۱ اتمسفر فشار ۲۸ گرم است. در ۱۰۰ میلی لیتر از این گاز در ۲۰ درجه سانتیگراد و ۱ اتمسفر فشار ۰.۲۸ گرم است.

$$5(5+4)=20$$

بازوی اول و دوم و کنتراکتور به هم وصل می شود. در ۲۰ درجه سانتیگراد و ۱ اتمسفر فشار ۲۸ گرم است.

$$(2 \times 4) + (5 \times 4) = 28$$

تعداد مولهای اکسیژن در ۱۰۰ میلی لیتر از این گاز در ۲۰ درجه سانتیگراد و ۱ اتمسفر فشار ۰.۲۸ گرم است.

در ۱۰۰ میلی لیتر از این گاز در ۲۰ درجه سانتیگراد و ۱ اتمسفر فشار ۰.۲۸ گرم است. در ۱۰۰ میلی لیتر از این گاز در ۲۰ درجه سانتیگراد و ۱ اتمسفر فشار ۰.۲۸ گرم است.

$$\frac{20}{100} = \frac{A \times 100}{100} \times \frac{R_1}{100} \times \frac{R_2}{100} \Rightarrow R_1 \times R_2 = 20000$$

سه عدد ۲۰ (۳) حاصل ضرب دو عدد اولی یا این معادله است.

۴) تعداد مولهای اکسیژن در ۱۰۰ میلی لیتر از این گاز در ۲۰ درجه سانتیگراد و ۱ اتمسفر فشار ۰.۲۸ گرم است.



$$\frac{512g Al_2(SO_4)_3 \times \frac{P}{100} \times \frac{A}{100}}{1 \times 222} = \frac{xg Al_2O_3}{1 \times 102}$$

$$\Rightarrow x = 1/222P A$$

آن چیزی که از نمونه اولیه باقی می ماند شامل ناخالصی های آلومینوم سولفات و بخش تجزیه شده (۲۰٪) آن است.

$$\frac{512(100-P)}{100} + 512x \frac{P}{100} \times \frac{20}{100} = (512 - 5/12P) + (1/102P)$$

مطلق داده های سؤال می توان نوشت:

$$512 - 5/12P + 1/102P = 1/222P$$

$$\Rightarrow 512 = 5/122P \Rightarrow P = 12.9/128$$

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره						
۱	<p>با دقت در محتوای آیه (من جاء بالحسنة فله عشر امثالها و من جاء بالسيئة فلا يجزي الا مثلها و هم لا يظلمون) به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:</p> <p>الف) کدام سنت الهی در آن ذکر شده است؟ سنت سبقت رحمت بر غضب (۰/۵)</p> <p>ب) خداوند پاداش کار نیک را چند برابر و کفر کار بد را به اندازه خودش می‌دهد و این نشانه الهی است. فضل و رحمت (۰/۵)</p>	۱						
۲	<p>هر یک از عبارتهای سمت راست جدول، با کدام یک از عبارتهای سمت چپ جدول ارتباط دارد؟ (یک مورد در سمت چپ اضافی است)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>الف) دعای خیر و طلب آمرزش برای صاحبان حق</td> <td>۱) امر به معروف و نهی از منکر</td> </tr> <tr> <td>ب) مهم‌ترین راه اصلاح جامعه از بیماری‌های اجتماعی</td> <td>۲) جبران حقوق مردم</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۳) جبران حقوق الهی</td> </tr> </table> <p>الف) ۲) جبران حقوق مردم (۰/۲۵) ب) ۱) امر به معروف و نهی از منکر (۰/۲۵)</p>	الف) دعای خیر و طلب آمرزش برای صاحبان حق	۱) امر به معروف و نهی از منکر	ب) مهم‌ترین راه اصلاح جامعه از بیماری‌های اجتماعی	۲) جبران حقوق مردم		۳) جبران حقوق الهی	۲
الف) دعای خیر و طلب آمرزش برای صاحبان حق	۱) امر به معروف و نهی از منکر							
ب) مهم‌ترین راه اصلاح جامعه از بیماری‌های اجتماعی	۲) جبران حقوق مردم							
	۳) جبران حقوق الهی							
۳	<p>مفهوم «تسویف» را تعریف کنید. از ریشه «سوف» و به معنای امروز و فردا کردن (۰/۲۵) و کار امروز را به فردا انداختن است. (۰/۲۵)</p>	۳						
۴	<p>تعیین کنید هر یک از سنت‌های زیر شامل چه کسانی می‌شود؟ (نیکوکاران - گناهکاران - تمام افراد مکلف)</p> <p>الف) سنت امتحان تمام افراد مکلف (۰/۵)</p> <p>ب) سنت املاء و استدراج گناهکاران (۰/۵)</p>	۴						
۵	<p>قوانین الهی حاکم بر پدیده‌های جهان در قرآن، چه نامیده می‌شود؟ سنت‌های الهی (۰/۵)</p>	۵						
۶	<p>عبارت «تنبیه فرزند توسط مادر جهت بازداشتن از اشتباه به قصد انتقام نیست» به کدام سنت الهی در زندگی انسان‌ها اشاره دارد؟ سنت سبقت رحمت بر غضب الهی (۰/۵)</p>	۶						
۷	<p>انسان چگونه می‌تواند علیه تمایلات پست خود قیام و انقلاب نماید؟ با پیروی از عقل (۰/۵)</p>	۷						
۸	<p>با توجه به این‌که در توبه همیشه باز است، کدام گزینه صحیح است؟ ۱) توفیق توبه همواره میسر است. ۲) باید لحظه‌های توفیق را شکار کرد. (۰/۵)</p>	۸						
۹	<p>نتیجه مهلت‌ها و نعمت‌هایی که خداوند در اختیار گناهکاران خرسند از کار خود، قرار می‌دهد چیست؟ خداوند به آن‌ها فرصتی می‌دهد و آن‌ها این فرصت را وسیله غوطه‌ور شدن در تاریکی‌ها قرار می‌دهند؛ به طوری‌که اگر در ابتدا توبه و امید وجود داشت که نور حق در دلشان بتابد، به تدریج چنین امیدی بر باد رفته و به شقاوت بادی گرفتار می‌شوند (۰/۵). در حقیقت مهلت‌ها و امکانات یا اختیار و اراده خودشان به صورت بلای الهی جلوه‌گر شده و باعث می‌شود که بار گناهان آنان هر روز سنگین‌تر و سنگین‌تر شود. (۰/۵)</p>	۹						

ردیف	موضوع	نمره
۱۰	چرا دوران حولی بهترین زمان برای توبه کردن است؟ با مثال شرح دهید. دوران حولی دورا لطاف پذیری، تحول و دگرگونی و دورا پیری دورا کم نفس لطافت و نسبت خوبی‌ها و خصایل است (۰/۵) اگر در دورا حولی خصیلت‌هایی در لسان پدید آمد و ماندگار شد خارج کردن آن‌ها در پیری بسیار سخت و طاقت‌فرسا خواهد بود (۰/۵). صفات ناپسندی که در ما پدید می‌آیند، شبهه ریشم‌های نهالی هستند که در خاک نفوذ می‌کنند و قوی‌تر می‌شوند و کندن آن درخت بسیار سخت می‌شود (۰/۵)	۱۰
۱۱	توبه اجتماعی را با ذکر مثال شرح دهید. اگر جامعه‌ای در برخی از ابعاد از مسیر توحید و اطاعت از خدایند خارج شده نیازمند بازگشت به مسیر توحید و اصلاح، یعنی نیازمند توبه اجتماعی است (۰/۵). انحراف‌های اجتماعی باید در همان مراحل ابتدایی خود اصلاح شوند تا گسترش نیابند و ماندگار نشوند (۰/۵). نمونه‌ای از این انحرافات، رباخواری، رشوه گرفتن، بی‌توجهی به عفاف و پاکدامنی، ظلم کردن و ظلم‌پذیری و اطاعت از غیر خداست (۰/۵)	۱۱
۱۲	اگر در سفر به شهری، هنگام خرید سوغاتی، حقی از صاحب مغازه ضایع کردیم و پس از رسیدن به منزل خود در وطن، پشیمان می‌شویم و توبه می‌کنیم: الف) در صورتی که حقیقتاً توبه کرده باشیم، چه وظایف‌های در جبران حق او داریم؟ باید بکوشیم حقوق مادی یا معنوی او را در حد توان ادا کنیم و رضایت او را به دست آوریم. (۰/۵) ب) در صورتی که به او دسترسی نداشته باشیم و آدرس او را فراموش کرده باشیم و تماسی با او نتوانیم برقرار کنیم چه مسئولیتی داریم؟ به نیابت از او صدقه دهیم و برایش دعای خیر و طلب آموزش نماییم. (۰/۵)	۱۲
۱۳	درستی یا نادرستی عبارات‌های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-1)^2}$ برابر با $(-\infty)$ است. نادرست (۰/۵) ب) اگر تابع f در $x=2$ دارای مجانب قائم باشد، f در $x=2$ تعریف نشده است. نادرست (۰/۵)	۱۳
۱۴	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - 2x - 5x^2)$ برابر با است. $(-\infty)$ (۰/۵) ب) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+5}{x-2}$ برابر با است. (0) (۰/۵) ج) تابع $y = \sqrt{1-x^2}$ دارای مجانب افقی و مجانب قائم است. صفر (۰/۵) - فاقد (۰/۵)	۱۴
۱۵	حدود a را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-2}{(1-x)^2} = +\infty$ باشد. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-2}{(1-x)^2} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2-2}{(1-x)^2} = +\infty$ (۰/۱۵) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2-2}{(1-x)^2} = +\infty$ (۰/۱۵) صورت هم‌شماره $\rightarrow 2-2 > 0 \Rightarrow 2 > 2$ (۰/۵)	۱۵

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	<p>کدامیک از خطوط $x = -1$ و $x = 3$ مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}$ می باشد؟ چرا؟</p> <p>باید بینیم حد تابع f در کدامیک از نقاط $x = -1$ و $x = 3$ برابر با بی نهایت می گردد:</p> $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \frac{1 - 4(-1) + 3}{1 - 2(-1) - 3} = \frac{0}{0} = \frac{0}{0} \quad (0/0)$ <p>پس $x = -1$ مجانب قائم تابع f است. (0/5)</p> $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-1)(x-3)}{(x+1)(x-3)} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (0/5)$ <p>پس $x = 3$ مجانب قائم تابع f نیست.</p>	۲
۱۷	<p>حاصل هر یک از حدود زیر را بیابید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\frac{4}{x} - 2}$</p> <p>می دانیم $\frac{\infty}{\infty} = 0$ در نتیجه:</p> $\text{حد صورت} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 + \frac{1}{x}\right) = 3 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 3 + \left(\frac{1}{+\infty}\right) = 3 + 0 = 3 \quad (0/5)$ $\text{حد مخرج} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{x} - 2\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{x}\right) - 2 = \frac{4}{+\infty} - 2 = 0 - 2 = -2 \quad (0/5)$ <p>بنابراین حاصل حد کسر داده شده برابر است با:</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\frac{4}{x} - 2} = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 + \frac{1}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{x} - 2\right)} = \frac{3}{-2} \quad (0/5)$ <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \cos \frac{1}{x}$</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \cos \frac{1}{x} = \cos\left(\frac{1}{\infty}\right) = \cos(0) = 1 \quad (0/5)$	۲/۵
۱۸	<p>اگر خط $y = -1$ مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{ax^2 - 1}{2x^2 - 3x^2}$ باشد، مقدار a را بیابید.</p> <p>$y = -1$ مجانب افقی تابع f است، پس حد در بی نهایت تابع برابر با (-1) می شود:</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 - 1}{2x^2 - 3x^2} = -1 \quad (0/5)$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2}{-x^2} = -1 \Rightarrow \frac{-a}{1} = -1 \quad (0/5) \Rightarrow a = -2x - 1 = 3 \quad (0/5)$	۱/۵
۲۰	جمع نمرات	