



# حلی سنج

آزمون حلی سنج ۶

۲۳ آذر ماه ۱۴۰۳

پایه دوازدهم - رشته ریاضی فیزیک

دفترچه شماره ۱ از ۲

مدت پاسخگویی: ۶۵ دقیقه

تعداد سوال: ۳۵

ردیف	بودجه بندی درسی		تعداد سوالات	دبیران طراح
۱	حسابان	ریاضی ۱ (دهم)	۱۵	حسین شفیعزاده علیرضا ندافزاده
		حسابان ۱ (یازدهم)		
		حسابان ۲ (دوازدهم)		
۲	هندسه	هندسه ۱ (دهم)	۱۰	صبا مهدوی نصیر کریمی علیرضا فعلی
		هندسه ۲ (یازدهم)		
		هندسه ۳ (دوازدهم)		
۳	ریاضیات گسسته	ریاضی ۱ (دهم)	۱۰	محمد پیشنماز احسان ایزدپناه علیرضا شریف خطیبی
		آمار و احتمال (یازدهم)		
		ریاضیات گسسته (دوازدهم)		

کیارش بازرگان - امیرمحمد محقق  
امیرحسین ملازینل - علی نوذری

طراحی و پشتیبانی علمی  
(به ترتیب حروف الفبا)

 @helli\_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- اختلاف حد چپ و حد راست تابع  $f(x) = [-\frac{2}{x^2}] + 3[\frac{1}{x}]$  در نقطه  $x = -1$  چقدر است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{3 + \sqrt{x}}}{x - 1}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $-\frac{1}{12}$       ۲ (۲)  $-\frac{1}{6}$       ۳ (۳)  $\frac{1}{6}$       ۴ (۴)  $\frac{1}{12}$

۳- اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a - \sqrt{bx + 4}}{x} = \frac{2}{c}$  باشد حاصل  $\frac{a}{bc}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{1}{4}$       ۲ (۲)  $\frac{1}{8}$       ۳ (۳)  $-\frac{1}{4}$       ۴ (۴)  $-\frac{1}{8}$

۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^m x - \sin^n x}{mx^n} = 1$  باشد مقدار  $m + n$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۸      ۲ (۲) ۶      ۳ (۳) ۹      ۴ (۴) ۷

۵- حد راست تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \sin(2nx)}}{1 - \tan(nx)}$  در نقطه  $x = \frac{\pi}{4n}$  برابر کدام است؟ ( $n > 0$ )

- ۱ (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ۲ (۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       ۳ (۳)  $\sqrt{2}$       ۴ (۴)  $-\sqrt{2}$

۶- تابع  $f(x) = a[x - 2] + 6[x + 1]$  در مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. حاصل  $\frac{f(a^2)}{a}$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲      ۲ (۲) ۳      ۳ (۳) -۲      ۴ (۴) -۳

محل انجام محاسبات

۷- تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & [|x|] \leq 2 \\ bx^2 + 6 & [|x|] > 2 \end{cases}$  در تمام نقاط پیوسته است. حاصل  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{3}$

۸- تابع  $f(x) = 2x^2 - 8x + 1$  و تابع خطی  $g(x)$  مفروض می‌باشند. اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) - xg(x)}{2g(x) - g^{-1}(x)} = 2$

مقدار  $g(7)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۹- اگر  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x - 1}{ax^2 - bx + 3} = -\infty$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2\pi^-} \frac{3 \tan x}{4a \cos x + b}$  کدام است؟

- (۱)  $+\infty$  (۲)  $-\infty$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۰- توابع  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$  و  $g(x) = \frac{x + a}{x^2 - x}$  مفروضند اگر تابع  $f - g$  فقط دارای دو مجانب قائم باشد چند مقدار

برای  $a$  به دست می‌آید؟

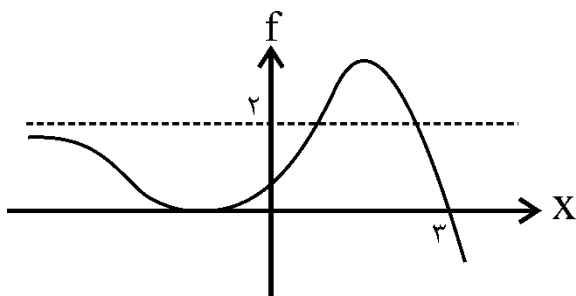
- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱- مساحت شکل هندسی حاصل از محل برخورد مجانب‌های تابع  $f(x) = \frac{2x + 3}{|4 - 2x| - 1}$  چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴) ۲

محل انجام محاسبات

۱۲- اگر نمودار هندسی تابع به صورت زیر باشد حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \left( \frac{-1}{f(x)} \times f\left(\frac{4x}{3-x}\right) \right)$  چقدر است؟



- (۱)  $+\infty$   
 (۲)  $-\infty$   
 (۳)  $0$   
 (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳- تابع  $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{ax^2 - 4x + 3}$  فقط دو خط مجانب موازی محورهای مختصات دارد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|4 - ax| + 2}{\sqrt{4x^2 - x + 1}}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$   
 (۲)  $\frac{2}{3}$   
 (۳)  $\frac{2}{4}$   
 (۴)  $\frac{3}{4}$

۱۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^n + nx^2 + 1}{x^n + x^2 - 1} = m$  و  $n \in \mathbb{N}$  باشد، مجموع مقادیر ممکن برای  $m$  کدام است؟

- (۱) ۶  
 (۲) ۵  
 (۳) ۵/۵  
 (۴) ۶/۵

۱۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{3}} \frac{[-\frac{\pi}{x}] + ax}{\sin 2x - \sin x} = +\infty$  باشد حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $a < \frac{9}{\pi}$   
 (۲)  $a > \frac{9}{\pi}$   
 (۳)  $a < \frac{12}{\pi}$   
 (۴)  $a > \frac{12}{\pi}$

محل انجام محاسبات

۱۶- در یک چند ضلعی شبکه‌ای که نقاط شبکه‌ای آن به فاصله واحد از هم قرار دارند، می‌دانیم مساحت شکل برابر با یک شانزدهم مجذور تعداد نقاط مرزی می‌باشد. حداقل مساحت شکل کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۷- متوازی الاضلاع ABCD با زاویه  $60^\circ$  مفروض است. چهارضلعی حاصل از وصل کردن وسط اضلاع متوازی الاضلاع MNPQ و چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی این شکل را SRUT می‌نامیم. اگر مساحت SRUT برابر مساحت MNPQ باشد، نسبت اضلاع متوازی الاضلاع کدام است؟

- (۱)  $3 + \sqrt{2}$       (۲)  $3 + 2\sqrt{2}$       (۳)  $3 + \sqrt{3}$       (۴)  $3 + 2\sqrt{3}$

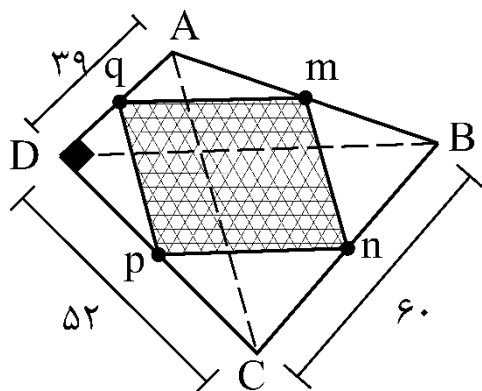
۱۸- دو دایره  $C_1: 3x^2 + 3y^2 + 12x + 3a = 21$  و  $C_2: x^2 + y^2 - 2x - 8y = -1$  به ازای کدام بازه‌ی  $a$ ، وتر مشترک دارند؟ ( $a > 0$ )

- (۱)  $(0, 10)$       (۲)  $(2, 10)$       (۳)  $(0, 8)$       (۴)  $(2, 8)$

۱۹- دوزنقه‌ی ABCD با اضلاع  $AB = 17$ ،  $BC = 15$  و  $CD = 34$  مفروض است. ساق‌های BC و AD را از سمت رئوس B و A امتداد داده تا یکدیگر را در M قطع کنند. اگر  $AM = 8$  باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۱۲۰      (۲) ۱۵۳      (۳) ۱۷۰      (۴) ۱۸۰

۲۰- در شکل مقابل چهارضلعی ABCD محاطی بوده و نقاط  $m, n, p, q$  وسط اضلاع چهارضلعی هستند. مساحت ناحیه رنگی کدام است؟

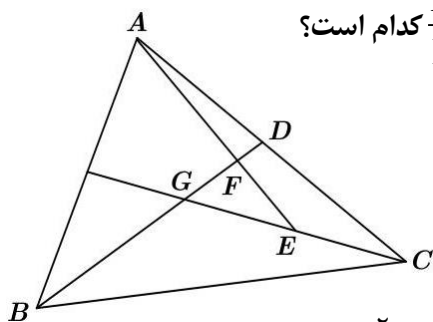


- (۱) ۸۸۲      (۲) ۱۰۵۶      (۳) ۱۲۱۲      (۴) ۱۴۰۷

محل انجام محاسبات



۲۱- در شکل زیر،  $G$  مرکز ثقل مثلث  $ABC$  است. اگر  $GE = EC$  باشد، مقدار  $\frac{BD}{FD}$  کدام است؟



- ۹ (۱)  
۸ (۲)  
۵ (۴)  
۶ (۳)

۲۲- معادله دایره‌ای که بر دو دایره  $C_1: x^2 - 2x + y^2 = 0$  و  $C_2: x^2 - 8x + y^2 + 15 = 0$  مماس خارج است و مرکزش روی یکی از محورهای قرار دارد، کدام است؟

- (۱)  $x^2 + y^2 + 5x + 6 = 0$   
(۲)  $x^2 + y^2 - 5x + 6 = 0$   
(۳)  $4x^2 + 4y^2 - 20x + 25 = 0$   
(۴)  $4x^2 + 4y^2 + 20x + 25 = 0$

۲۳- از نقطه  $A(0, 2)$  بر دایره  $x^2 + y^2 + 2y - 2x - 3 = 0$  مماسی رسم شده است. اگر معادله خط مماس با شیب منفی بصورت  $x + \alpha y + \beta = 0$  باشد، حاصل  $2\alpha + 3\beta$  کدام است؟

- (۱) -۴  
(۲) ۹  
(۳) ۲  
(۴) -۸

۲۴- دایره‌ای به مرکز  $(1, 3)$  بر روی خط راست  $5x + 12y = 15$  و تری به طول  $2\sqrt{21}$  جدا می‌کند. این دایره بر محور  $x$  ها، و تری با کدام اندازه جدا می‌کند؟

- (۱)  $2\sqrt{6}$   
(۲) ۶  
(۳)  $2\sqrt{15}$   
(۴) ۸

۲۵- مقدار  $K$  چقدر باشد تا دو دایره  $x^2 - 2x + y^2 - 2y = K$  و  $x^2 - 8x + y^2 - 2y + 16 = 0$  دقیقاً دارای سه مماس مشترک باشند؟

- (۱) ۲  
(۲) ۱  
(۳) -۱  
(۴) صفر

محل انجام محاسبات



۲۶- گراف  $G$  از مرتبه ۱۳ با کدام یک از شرایط زیر، قطعاً همبند است؟

- (۱)  $q = 60$       (۲)  $\Delta = 11$       (۳)  $\delta = 6$       (۴)  $q = 66$

۲۷- گرافی از مرتبه ۲۰ و اندازه ۳۵، فقط دارای رأس‌هایی از درجه‌های ۲، ۳ و ۴ است. اگر تعداد رأس‌های درجه ۳، ۳ برابر رأس‌های درجه ۲ باشد، این گراف چند رأس از درجه ۴ دارد؟

- (۱) ۲      (۲) ۸      (۳) ۱۰      (۴) ۱۲

۲۸- گراف  $G$  از مرتبه ۱۰، یک رأس درجه ۳ و یک رأس از درجه ۴ دارد. گراف  $\bar{G}$  حداقل چند یال دارد؟

- (۱) ۸      (۲) ۹      (۳) ۱۲      (۴) ۱۰

۲۹- اگر به ازای هر  $x, y \in V(G)$  داشته باشیم  $N_G[x] = N_G[y]$  و مجموع مرتبه و اندازه این گراف ۲۱ باشد، مجموع درجات رئوس این گراف کدام است؟

- (۱) ۳۰      (۲) ۳۶      (۳) ۴۲      (۴) ۴۸

۳۰- در گراف  $K_p$  تعداد دورهای شامل همه رأس‌ها برابر با ۱۲ است. این گراف چند دور به طول حداکثر ۴ دارد؟

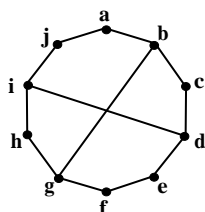
- (۱) ۱۵      (۲) ۲۵      (۳) ۲۲      (۴) ۱۲

۳۱- گراف ساده  $G$ ، ۴- منتظم است و  $q(\bar{G}) = \Delta(G)$  می‌باشد. اندازه گراف  $G$  کدام است؟

- (۱) ۲۵      (۲) ۴۶      (۳) ۵۰      (۴) ۷۲

۳۲- در گراف کامل مرتبه ۶ با رأس‌های  $\{a, b, c, d, e, f\}$ ، چند زیرگراف از اندازه ۱۲ وجود دارد، به طوری که در آن درجه هر یک از رأس‌های  $a$  و  $b$  مساوی ۵ باشد؟

- (۱) ۹      (۲) ۱۲      (۳) ۱۸      (۴) ۲۰



۳۳- شکل روبه‌رو، فاقد کدام دور به طول‌های داده شده است؟

- (۱) ۶      (۲) ۷      (۳) ۸      (۴) ۵

۳۴- در یک فروشگاه، هفت نوع خشکبار مختلف فروخته می‌شود. اگر در یک آجیل حداقل چهار نوع از این خشکبارها به نسبت یکسان استفاده شود، چند نوع آجیل مختلف در این فروشگاه می‌توان درست کرد؟

- (۱) ۳۵      (۲) ۵۶      (۳) ۶۳      (۴) ۶۴

۳۵- از بین ۵ مدرس ریاضی، ۴ مدرس فیزیک و ۳ مدرس شیمی، به چند طریق می‌توان ۳ نفر را انتخاب کرد، به گونه‌ای که در افراد انتخابی حداقل مدرسین دو درس حضور داشته باشند؟

- (۱) ۲۱۵      (۲) ۲۱۰      (۳) ۲۰۵      (۴) ۲۰۰

محل انجام محاسبات



# حلج سنج

آزمون حلی سنج ۶

۲۳ آذر ماه ۱۴۰۳

پایه دوازدهم - رشته ریاضی فیزیک

دفترچه شماره ۲ از ۲

مدت پاسخگویی: ۶۵ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

ردیف	بودجه‌بندی و پیمان‌های درسی	تعداد سوالات	دبیران طراح
۱	فیزیک ۱ (دهم)	۲۵	پوریا دیار کجوری محمدجواد حیدری ابوالفضل علیدوست علی گندمی
	فیزیک ۲ (یازدهم)		
	فیزیک ۳ (دوازدهم)		
۲	کل فصل ۳	۲۰	سید صمد صفوی حسن ایزدی مسعود خوش طینت محمد رضا زهره‌وند علی عبدالهی
	کل فصل ۳		
	فصل ۱ تا صفحه ۲۸		
	فصل ۲، از صفحه ۵۰ تا پایان فصل		

امیررضا جدیدی - محمدصدرا حبیب خدا  
ژیولوان محمدی‌پور - ارشیا محمدنژاد - پارسا مومکش

طراحی و پشتیبانی علمی  
(به ترتیب حروف الفبا)

 @helli\_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه‌حلی (۱) تهران مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.



۳۶- آونگ ساده کم دامنه‌ای در مدت ۶۳ ثانیه، ۳۵ نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ چند سانتی متر است؟ ( $g = \pi^2 \frac{m}{s^2}$ )

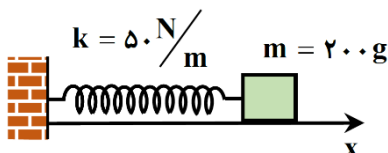
۸۰ (۴)

۹۰ (۳)

۶۴ (۲)

۸۱ (۱)

۳۷- در شکل زیر اصطکاک سطح افقی ناچیز است. وزنه را  $5\text{cm}$  از حالت تعادل در جهت محور  $x$  کشیده و رها می‌کنیم تا حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. هنگامی که مسافت طی شد توسط وزنه به  $12\text{cm}$  می‌رسد، بردار شتاب حرکت نوسانگر در SI کدام است؟

 $5\vec{i}$  (۲) $-5\vec{i}$  (۱) $7/5\vec{i}$  (۴) $-7/5\vec{i}$  (۳)

۳۸- نوسانگری روی سطح افقی بدون اصطکاک حول مبدأ مختصات حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. چه تعداد از موارد زیر در مورد این نوسانگر درست است؟

(الف) بردارهای شتاب و مکان نوسانگر همواره در خلاف جهت یکدیگرند.

(ب) هرگاه بردارهای مکان و سرعت نوسانگر هم جهت باشند، حرکت الزاماً کندشونده است.

(پ) جابه‌جایی نوسانگر در بازه زمانی دلخواه  $\frac{T}{2}$ ، همواره صفر است.

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۹- معادله حرکت هماهنگ ساده نوسانگری در SI به صورت  $x = 0.14 \cos(20\pi t)$  است. تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی

$t_1 = \frac{1}{4}\text{s}$  تا  $t_2 = \frac{1}{12}\text{s}$  چند متر بر ثانیه است؟

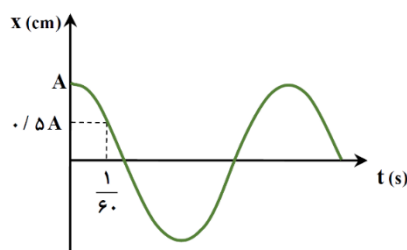
۳/۶ (۴)

۶ (۳)

۱/۲ (۲)

۵/۶ (۱)

۴۰- نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل است. اگر تندی متوسط نوسانگر در مدت نصف دوره برابر  $\frac{2}{4}\frac{m}{s}$



باشد، بیشترین سرعت متوسط نوسانگر در مدت  $\frac{1}{4}\text{s}$  چند متر بر ثانیه است؟

 $1/2\sqrt{2}$  (۲) $2/4\sqrt{2}$  (۱) $3/6$  (۴) $2/4$  (۳)

۴۱- نوسانگری به جرم  $200\text{g}$  روی پاره‌خطی به طول  $16\text{cm}$  روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در لحظه‌ای که تندی نوسانگر  $2\frac{m}{s}$  است، انرژی پتانسیل نوسانگر ۳ برابر انرژی جنبشی آن است. اندازه نیروی وارد بر نوسانگر هنگامی که در فاصله  $3\text{cm}$  از مرکز نوسان قرار دارد، چند نیوتون است؟

۱۵ (۴)

۳/۷۵ (۳)

۷/۵ (۲)

۳۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۴۲- دو آونگ A و B هم‌زمان از ابتدای مسیر خود رها می‌شوند تا به نوسان در آیند. در لحظه‌ای که تندی آونگ A برای اولین بار بیشینه می‌شود، شتاب آونگ B برای اولین بار نصف مقدار بیشینه‌اش می‌شود. طول آونگ B چند برابر طول آونگ A است؟ (شتاب گرانشی در محل نوسان آونگ‌ها یکسان است.)

- ۳ (۱)       $\frac{3}{2}$  (۲)       $\frac{9}{4}$  (۳)      ۹ (۴)

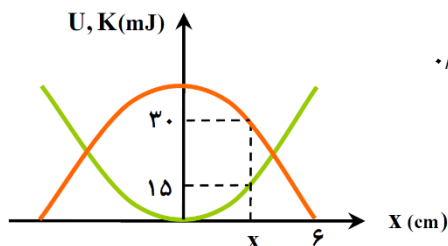
۴۳- جسمی به فتری با ثابت  $\frac{5}{\text{cm}} \frac{\text{N}}{\text{cm}}$  متصل است و روی محور x با معادله  $x = 0.04 \cos(50\pi t)$  در SI نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که تندی نوسانگر برابر  $\pi(\frac{\text{m}}{\text{s}})$  است، انرژی پتانسیل نوسانگر چند ژول است؟

- ۰/۳۵ (۱)      ۰/۲ (۲)      ۰/۳ (۳)      ۰/۱ (۴)

۴۴- وزنه‌ای را از انتهای فنر سبک قائمی با طول عادی ۳۰ cm می‌آویزیم. هنگامی که وزنه به تعادل می‌رسد، طول فنر ۳۹ سانتی‌متر می‌شود. اگر این مجموعه در راستای افقی و روی سطح بدون اصطکاکی حرکت هماهنگ ساده انجام دهد، در هر دقیقه چند نوسان انجام می‌دهد؟ ( $g = \pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

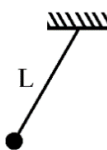
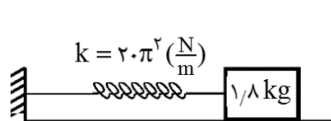
- ۵۰ (۱)      ۱۰۰ (۲)      ۵ (۳)      ۱۰ (۴)

۴۵- نمودار تغییرات انرژی‌های جنبشی و پتانسیل کشسانی بر حسب مکان برای یک نوسانگر هماهنگ ساده به صورت زیر است. نیروی وارد بر نوسانگر در لحظه‌ای که تغییر جهت می‌دهد، چند نیوتون است؟



- ۱/۵ (۱)      ۱ (۲)      ۰/۷۵ (۳)      ۰/۵ (۴)

۴۶- در شکل زیر دستگاه وزنه - فنر و آونگ در یک محل، روی سطح زمین نوسان می‌کنند و در این حالت دستگاه وزنه - فنر قادر است آونگ ساده را به تشدید وادارد. اگر هر دو دستگاه را تا فاصله  $0.25 R_e$  از سطح زمین بالا ببریم، در مدت یک دقیقه آونگ ساده ..... نوسان ..... از دستگاه وزنه - فنر انجام خواهد داد. ( $R_e$  شعاع کره زمین است و شتاب گرانش روی سطح زمین  $g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  است.)

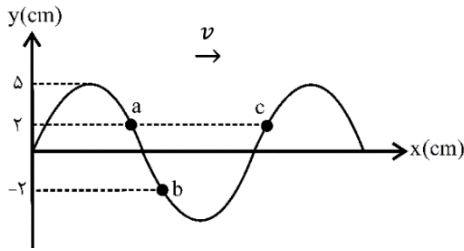


- (۲) ۲۵، کمتر  
(۴) ۲۰، کمتر

- (۱) ۲۵۰، بیشتر  
(۳) ۲۰، بیشتر

محل انجام محاسبات

۴۷- شکل زیر نقش یک موج سینوسی را در یک لحظه نشان می‌دهد و موج در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده‌ای

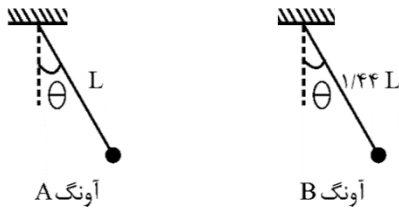


انتشار می‌یابد. کدام گزینه درست است؟

- (۱) تندی ذرات a و c هم‌زمان صفر می‌شود.
- (۲) حرکت ذرات a و b در این لحظه تندشونده است.
- (۳) فاصله بین b و c برابر نصف طول موج است.
- (۴) موج فاصله بین a و b را در نصف دوره طی می‌کند.

۴۸- شکل زیر مربوط به دو آونگ ساده کم‌دامنه هست. روی سطح زمین، در هر دقیقه آونگ A از آونگ B تعداد ۱۲ نوسان

کامل بیشتر انجام می‌دهد. اگر آونگ‌ها در فاصله  $\frac{1}{3}R_e$  از سطح زمین نوسان کنند، در هر دقیقه آونگ A چند نوسان کامل بیشتر

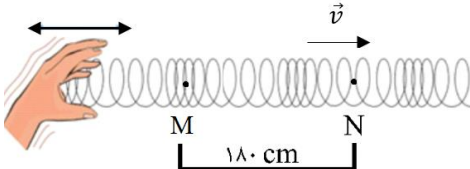


از آونگ B انجام خواهد داد؟ ( $R_e$  شعاع کره زمین است.)

- |        |       |
|--------|-------|
| ۱۸ (۲) | ۸ (۱) |
| ۱۲ (۴) | ۶ (۳) |

۴۹- مطابق شکل شخصی با بسامد ۳Hz در یک فنر بلند موج طولی ایجاد کرده است. در لحظه نشان داده شده، M در

بیشترین جمع‌شدگی و N در بیشترین بازشدگی حلقه‌ها قرار دارد. سرعت انتشار امواج طولی در این فنر چند متر بر ثانیه است؟



- |         |         |
|---------|---------|
| ۳/۶ (۲) | ۵/۴ (۱) |
| ۰/۶ (۴) | ۰/۴ (۳) |

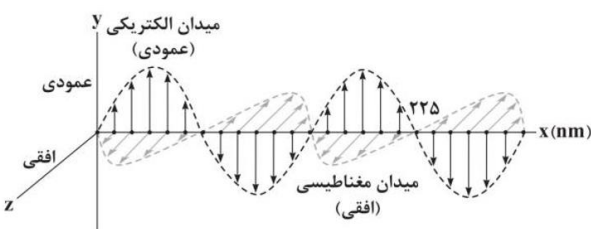
۵۰- دو سیم مسی و آلومینیمی با طول برابر ۳۰ متر و سطح مقطع یکسان در اختیار داریم. سیم آلومینیمی با نیروی ۴۵N و سیم

مسی با نیروی ۹۶N کشیده می‌شود. اگر در یک سر سیم‌ها هم‌زمان موج عرضی ایجاد کنیم، موج‌ها با اختلاف زمانی ۰/۲s به

انتهای دیگر می‌رسند. تندی انتشار امواج عرضی در سیم مسی چند متر بر ثانیه است؟ ( $\rho_{Cu} = 9 \frac{g}{cm^3}$ ,  $\rho_{Al} = 2.7 \frac{g}{cm^3}$ )

- |        |        |          |        |
|--------|--------|----------|--------|
| ۳۰ (۴) | ۳۶ (۳) | ۳۷/۵ (۲) | ۲۴ (۱) |
|--------|--------|----------|--------|

۵۱- نقش یک موج الکترومغناطیسی سینوسی که در راستای محور x در خلأ منتشر می‌شود، در یک لحظه مانند شکل زیر است.

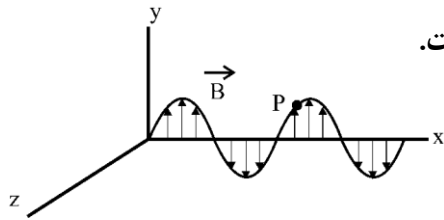


با توجه به نمودار کدام گزینه درست است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ )

- (۱) این موج در طیف امواج رادیویی قرار دارد.
- (۲) مسافتی که موج در هر دوره طی می‌کند، ۱۵۰nm است.
- (۳) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در هر دقیقه  $2 \times 10^{15}$  نوسان کامل انجام می‌دهند.
- (۴) موج در خلاف جهت محور x پیشروی می‌کند.

محل انجام محاسبات

۵۲- شکل زیر نمودار میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر می شود را بر حسب مکان، در لحظه  $t = 0$  نشان می دهد. در این لحظه اندازه میدان مغناطیسی در نقطه P رو به افزایش است. این موج الکترومغناطیسی در جهت ..... منتشر می شود و میدان الکتریکی در نقطه P و در لحظه  $t = \frac{T}{2}$  در جهت ..... است.



$$+Z, -X \quad (2)$$

$$+Z, +X \quad (1)$$

$$-Z, -X \quad (4)$$

$$-Z, +X \quad (3)$$

۵۳- شخصی با تندی ثابت  $v$  به سمت یک آمبولانس ساکن با آژیر روشن می دود. شخص در فاصله  $80$  متری آمبولانس صدایی با تراز کمتر می شنود و  $30$  ثانیه بعد، تراز شدت صوت دریافتی توسط شخص  $12$  dB افزایش یافته است. تندی دویدن شخص چند متر بر ثانیه است؟ (در مدت حرکت، شخص به آمبولانس نمی رسد و  $\log 2 = 0.3$  است.)

$$2/5 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

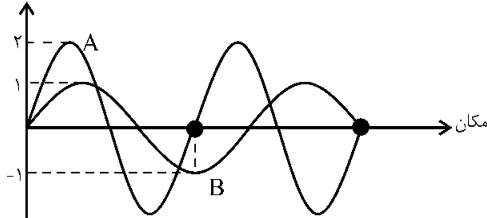
$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$



۵۴- نمودار جابه جایی - مکان دو موج صوتی A و B که در یک محیط منتشر شده اند، مطابق شکل است. توان متوسط انتقال انرژی موج A چند برابر موج B است؟

جابه جایی cm



$$\frac{9}{4} \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

$$\frac{64}{9} \quad (4)$$

$$\frac{16}{9} \quad (3)$$

۵۵- جرم واحد طول یک سیم که در ساز موسیقی به کار رفته  $24 \cdot \frac{g}{m}$  است. اگر این سیم نواخته شود، طول موج صوت ایجاد شده در هوا  $80$  cm است. اگر نیروی کشش در سیم  $600$  N باشد، طول موج ایجاد شده در سیم چند سانتی متر است؟ سرعت صوت در هوا را  $320 \frac{m}{s}$  در نظر بگیرید.

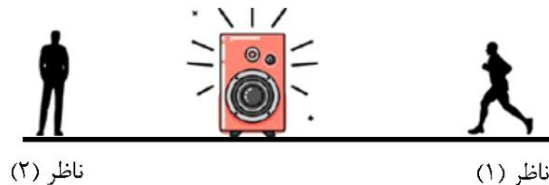
$$25 \quad (4)$$

$$12/5 \quad (3)$$

$$40 \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

۵۶- در شکل زیر یک چشمه ساکن، صوتی با بسامد  $f_s$  تولید می کند. ناظر (۱) به طرف چشمه صوت حرکت می کند و ناظر (۲) ساکن است. بسامدی که ناظر (۱) می شنود، .....  $f_s$  و طول موجی که اندازه گیری می کند، ..... طول موجی است که ناظر (۲) از صدای چشمه اندازه می گیرد.



ناظر (۲)

ناظر (۱)

(۱) بیشتر از، برابر با

(۲) بیشتر از، کوچکتر از

(۳) برابر با، بزرگتر از

(۴) برابر با، برابر با

محل انجام محاسبات

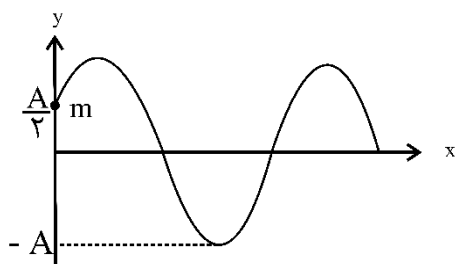
۵۷- در فاصله ۱۰ متری یک چشمه صوت نقطه‌ای، پرده‌ای به مساحت  $500 \text{ cm}^2$  قرار دارد. این پرده در مدت ۵ دقیقه،  $6 \text{ J}$  انرژی صوتی از این چشمه دریافت می‌کند. تراز شدت صوت در محل پرده چند دسی‌بل است؟  $(\log 2 = 0.3, I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2})$

۷۳ (۴)

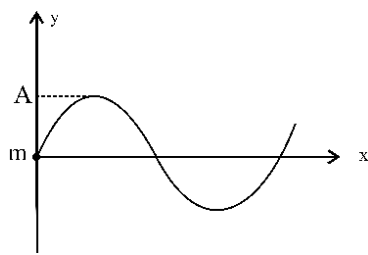
۴۲ (۳)

۱۰۶ (۲)

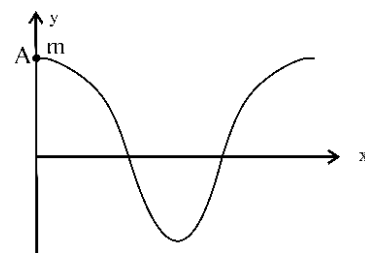
۹۳ (۱)



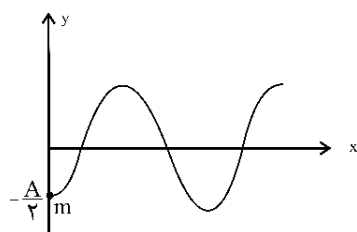
۵۸- شکل روبه‌رو وضعیت بخشی از طنابی را نشان می‌دهد که در آن موج سینوسی در جهت مثبت محور  $x$  منتشر شده است. در این شکل ذره  $m$  از طناب در  $x = 0$  قرار دارد. کدام شکل وضعیت همین بخش از طناب را پس از گذشت مدت زمان  $\Delta t = \frac{T}{6}$  بهتر نشان می‌دهد؟ ( $T$  دوره تناوب موج است).



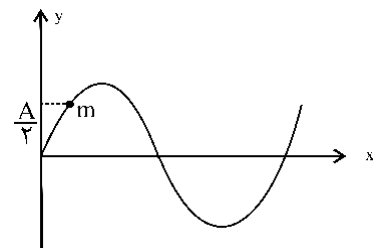
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۵۹- اگر تراز شدت صوت  $A$ ،  $24/5$  دسی‌بل بیشتر از تراز شدت صوت  $B$  باشد، شدت صوت  $A$  چند برابر شدت صوت  $B$  است؟  $(\log 2 = 0.3)$

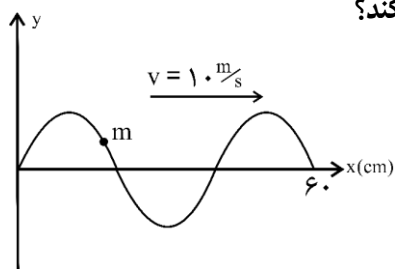
 $20\sqrt{7}$  (۴) $400\sqrt{3}$  (۳)

۲۰۳ (۲)

 $200\sqrt{2}$  (۱)

۶۰- شکل زیر، تصویری از یک موج عرضی را در لحظه  $t_1$  در یک ریسمان کشیده شده نشان می‌دهد. اگر سرعت انتشار موج

$10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2 = t_1 + 0.23 \text{ s}$  چند بار جهت حرکت ذره  $M$  تغییر می‌کند؟



۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۷ (۱)

محل انجام محاسبات

۶۱- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد مراحل تولید منیزیم از آب دریا درست است؟

(الف) چگالی فلز تولید شده از چگالی منیزیم کلرید مذاب بیش تر است.

(ب) pH مادهای که در مرحله اول به آب دریا می افزایند قطعاً بالاتر از مادهای است که در مرحله دوم به رسوب بدست آمده اضافه می کنند.

(پ) کاتیون منیزیم موجود در آب دریا را با یک واکنش اکسایش و کاهش به صورت منیزیم هیدروکسید رسوب می دهند.

(ت) گاز بدست آمده بر اثر برقکافت ۰/۱ مول منیزیم کلرید مذاب را می توان برای تهیه ۲۰۰ mL محلول هیدروکلریک اسید ۰/۱ مولار استفاده کرد.

۳ (۴)

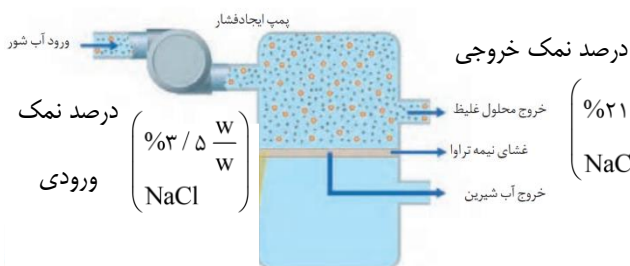
۱ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۶۲- مطابق شکل داده شده که برای شیرین سازی آب از روش اسمز معکوس استفاده می شود. اگر ۱/۵ تن آب شیرین بدست

آمده باشد جرم آب شور اولیه چند کیلوگرم است؟



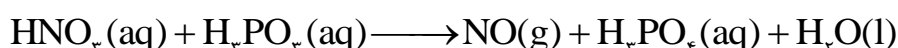
۲۵۰۰ (۲)

۲/۵ (۱)

۱۸۰۰ (۴)

۱/۸ (۳)

۶۳- با توجه به واکنش داده شده و پس از موازنه آن کدام گزینه درست است؟



(۱) به ازای تولید ۰/۱ مول  $\text{H}_2\text{O}$  مقدار ۴/۴۸ لیتر گاز  $\text{NO}$  در شرایط واکنش بدست می آید.

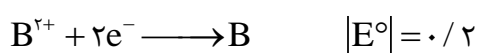
(۲) جمع جبری عددهای اکسایش اتم فسفر ۱/۵ برابر همین عدد در اتمهای نیتروژن است.

(۳) بر اثر مصرف ۲/۵ مول اکسنده ۵ مول الکترون مبادله می شود.

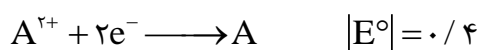
(۴) مجموع عدد اکسایش اتمهای هیدروژن در کل واکنش دو برابر مجموع ضرایب استوکیومتری مواد این واکنش است.

۶۴- قدر مطلق پتانسیل کاهش دو عنصر A و B داده شده است. «هنگامی که نیم سلول B را به نیم سلول هیدروژن متصل می کنیم،

غلظت کاتیون  $\text{B}^{2+}$  افزایش می یابد و محلول ترکیب یونی  $\text{ASO}_4$  را نمی توان داخل ظرف B نگهداری کرد» کدام نتیجه گیری



درست است؟

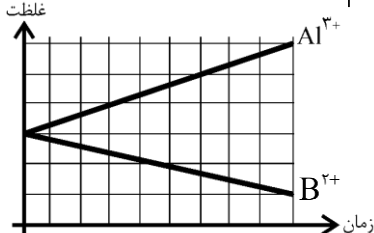


(۱) emf سلول A با B برابر ۰/۲ ولت است.

(۲) پتانسیل کاهش نیم سلول B از نیم سلول مس بزرگتر است.

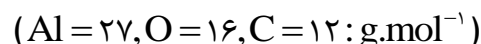
(۳) در صورت اتصال دو نیم سلول A به B، جریان الکترون ها از B به A برقرار می شود.

(۴) نمودار غلظت - زمان سلول گالوانی B با فلز آلومینیم به صورت مقابل است :



محل انجام محاسبات

۶۵- مقدار ۴ تن آلومینیم اکسید مذاب وارد فرآیند هال می‌شود، اگر پس از گذشت ۲ ساعت ۲۰٪ از جرم ماده مذاب کاسته شود، چه تعداد الکترون بین الکترودها مبادله می‌شود؟ (فرض کنید Al مذاب از دستگاه خارج نشده است.)



$$1 / 8.06 \times 10^{26} \quad (2) \qquad 6 / 0.2 \times 10^{28} \quad (1)$$

$$1 / 8.06 \times 10^{29} \quad (4) \qquad 6 / 0.2 \times 10^{25} \quad (3)$$

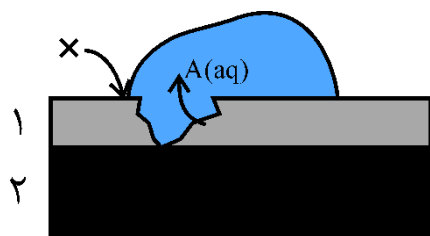
۶۶- یک میخ آهنی در چه تعداد از موارد پیشنهادی زیر سریعتر و بیشتر زنگ خواهد زد؟

(آ) به یک نوار نقره‌ای متصل شود. (ب) در محلول با  $pH = 12$  قرار داده شود.

(پ) با لایه‌ای از قلع پوشانده شود. (ت) به یک نوار منیزیم متصل شود.

(ث) در هوای خشک قرار گیرد. (ج) در آب دریا قرار گیرد.

(۱) مورد ۲ (۲) مورد ۳ (۳) مورد ۴ (۴) مورد ۵



۶۷- با توجه به شکل زیر کدام مطلب درست بیان شده است؟

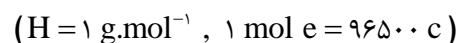
(۱) اگر لایه (۱) آهن و لایه (۲) فلز روی باشد، شکل برای آهن گالوانیزه است.

(۲) گونه X نیم واکنش  $2O^{2-} + 4e^- \rightarrow O_2$  را انجام می‌دهد.

(۳) اگر شکل برای حلی باشد گونه A کاتیون‌های فلز روکش شده می‌باشد.

(۴) در آهن گالوانیزه، به ازای واکنش هر مول گاز اکسیژن دو مول کاتیون A وارد قطره آب می‌شود.

۶۸- در رابطه با سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن کدام یک از موارد زیر نادرست هستند؟



(الف) درصد انرژی اتلاف شده در سوزاندن گاز هیدروژن در یک موتور درونسوز دو برابر درصد انرژی اتلاف شده از اکسایش این گاز در سلول سوختی است.

(ب) واکنش کلی انجام شده در سلول سوختی در حین کار کردن دستگاه  $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$  است.

(پ) جهت جریان الکترون در مدار خارجی برخلاف جهت حرکت یون هیدروژن از آند به کاتد است.

(ت) در اثر اکسایش ۱۰۰۰ گرم گاز هیدروژن در آند،  $9 / 65 \times 10^7$  کولن بار از سیم عبور می‌کند.

(۱) الف، ب (۲) الف، ب، ت (۳) ب، پ (۴) پ، ت

۶۹- در کدام ترکیب اختلاف جبری اعداد اکسایش دو عنصر مشخص شده بیشتر است؟



محل انجام محاسبات

۷۰- محلول سیرشده‌ای از کلسیم کلرید موجود است. اگر ۱۰ میلی لیتر از این محلول با چگالی  $1/11 \text{ g/mL}$  با ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۱ مولار سدیم فسفات واکنش کامل دهد، انحلال پذیری کلسیم کلرید در این دما به تقریب چند گرم در ۱۰۰ گرم آب است؟

$$(Ca = 40, Cl = 35.5 : \text{g.mol}^{-1})$$

$$48/6 \text{ (4)}$$

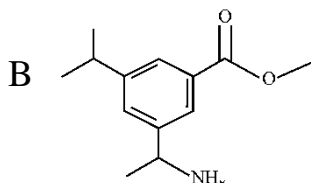
$$45/2 \text{ (3)}$$

$$42/8 \text{ (2)}$$

$$39/2 \text{ (1)}$$

۷۱- اگر مجموع عدد اکسایش تمام اتم‌های کربن در ترکیب A برابر a و تعداد اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر در ترکیب

B برابر b باشد. نسبت  $\frac{a}{b}$  کدام است؟



$$-\frac{22}{5} \text{ (2)}$$

$$-\frac{11}{2} \text{ (1)}$$

$$-\frac{24}{5} \text{ (4)}$$

$$-\frac{12}{2} \text{ (3)}$$

۷۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد آبکاری یک قاشق آهنی با فلز نقره درست است؟ (آند از جنس نقره است.)

$$(Fe = 56, Ag = 108 : \text{g.mol}^{-1})$$

(الف) غلظت کاتیون موجود در الکترولیت با گذشت زمان کاهش می‌یابد.

(ب) در صورت قطع جریان بیرونی، هیچ واکنش شیمیایی انجام نمی‌شود.

(پ) تیغه فلز نقره، به قطب منفی منبع بیرونی متصل می‌شود.

(ت) به ازای عبور  $1/806 \times 10^{23}$  عدد الکترون در مدار،  $32/4$  گرم به جرم قاشق اضافه می‌شود.

$$\text{صفر (4)}$$

$$3 \text{ (3)}$$

$$2 \text{ (2)}$$

$$1 \text{ (1)}$$

۷۳- «نیروی بین مولکولی a برخلاف نیروی بین مولکولی b، وابسته به جرم نبوده و تنها در بین برخی از مولکول‌های دارای عنصر نافلزی قوی وجود دارد.» چه تعداد از عبارتهای زیر درست‌اند؟

(الف) علت نقطه جوش بالای ترکیب هیدروژن دار عنصر سرگروه ۱۵ جدول تناوبی، وجود نیروهای بین مولکولی از نوع a است.

(ب) در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند b و به دو اتم هیدروژن دیگر با پیوند a متصل است.

(پ) نقطه جوش اتانول به دلیل وجود پیوند b بالاتر از نقطه جوش استون است.

(ت) اثر نیروهای a در تعیین مقدار نقطه جوش مولکول‌ها، همواره بیشتر از سایر نیروها است.

$$4 \text{ (4)}$$

$$3 \text{ (3)}$$

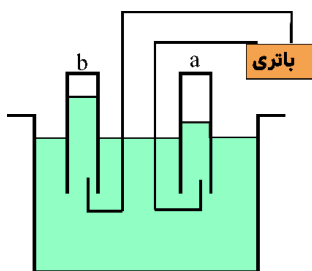
$$2 \text{ (2)}$$

$$1 \text{ (1)}$$

محل انجام محاسبات



۷۴- با توجه به شکل روبرو که مربوط به برقکافت آب است، کدام گزینه از نظر درستی و یا نادرستی با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟



- (۱) در لوله b، نیم واکنش آندی انجام می‌گیرد.  
 (۲) چگالی گاز تولید شده در لوله a، بیشتر از چگالی گاز تولید شده در لوله b است.  
 (۳) emf این سلول برخلاف emf سلول سوختی، منفی است.  
 (۴) رنگ شناساگر pH در محلول زیر لوله a آبی‌رنگ می‌شود.

۷۵- چه تعداد از عبارتهای زیر مربوط به نیم واکنش  $2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^+ + 4e^-$  است؟

- (الف) نیم واکنش کاهش در سلول سوختی  
 (ب) نیم واکنش کاهش در برقکافت آب  
 (پ) نیم واکنش کاهش در زنگ زدن آهن در محیط خنثی  
 (ت) نیم واکنش کاهش در زنگ زدن آهن در محیط اسیدی
- (۱) الف - ب  
 (۲) ب - پ  
 (۳) الف - ت  
 (۴) ب - ت

۷۶- عبارتهای زیر هر کدام مزیت یکی از سلولهای سوختی متان یا  $H_2$  است، در کدام گزینه فقط عبارتهایی آورده شده که مزایای سلول سوختی متان را بیان می‌کنند؟

- (الف) ارزان تر بودن مواد اولیه نسبت به سلول سوختی دیگر  
 (ب) تولید انرژی بیشتر نسبت به سلول سوختی دیگر با جرم برابر از مواد اولیه  
 (پ) آسان تر بودن نگهداری مواد اولیه نسبت به سلول سوختی دیگر  
 (ت) تولید فرآوردههای کم ضررتر برای محیط زیست
- (۱) الف - ب  
 (۲) ب - ت  
 (۳) پ - ت  
 (۴) الف - پ

۷۷- میخی آهنی به جرم  $2/8$  گرم را در حجم کافی از آب غوطه‌ور می‌کنیم اگر ۲۰ درصد آن زنگ بزند، چند میلی گرم به جرم میخ اضافه می‌شود؟ ( $Fe: 56, O = 16, H = 1: g.mol^{-1}$ )

- (۱) ۰/۵۱  
 (۲) ۰/۱۷  
 (۳) ۱۷۰  
 (۴) ۵۱۰

۷۸- یون سولفات موجود در  $4/8$  گرم از نمونه‌ای کود شیمیایی را با استفاده از یون باریم، جداسازی کرده و  $4/66$  گرم باریم سولفات بدست آمده است. درصد خلوص کود شیمیایی بر حسب یون سولفات، کدام است؟

- ( $Ba = 137, O = 16, S = 32: g.mol^{-1}$ )
- (۱) ۲۰  
 (۲) ۳۰  
 (۳) ۵۰  
 (۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

۷۹- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) به تقریب جرم کل مواد در کره زمین ثابت است.

(ب) پراکندگی ناهمگون منابع شیمیایی مختلف، از دلایل پیدایش تجارت جهانی است.

(پ) انسانهای پیشین فقط از برخی مواد طبیعی مانند چوب، سنگ، سفال، پشم و پوست بهره می بردند.

(ت) با گسترش دانش تجربی، شیمی دانها دریافتند که گرما دادن به مواد و افزودن آنها به یکدیگر، سبب تغییر و گاهی بهبود خواص مواد می شود.

۳ (۴)

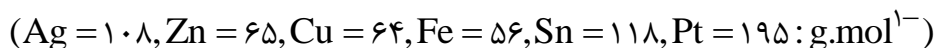
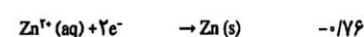
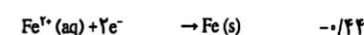
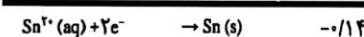
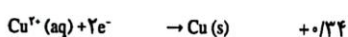
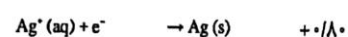
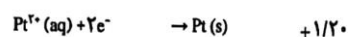
۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

۸۰- در سلول الکتروشیمیایی که emf آن برابر ۱/۵۶ است با فرض برابر بودن جرم تیغه های اولیه بعد از جابه جایی ۰/۴ مول

الکترون، تفاوت جرم ۲ تیغه تقریباً چند گرم خواهد بود؟



۵۶ (۲)

۴۳ (۱)

۶۴ (۴)

۲۸ (۳)

محل انجام محاسبات





# حلج سنج

آزمون حلی سنج ۶

۲۳ آذرماه ۱۴۰۳

پایه دوازدهم – رشته ریاضی

دفترچه پاسخ تشریحی جلد ۱

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان
۱	حسابان	۱۵	۱	۱۵	۶۵	
۲	هندسه	۱۰	۱۶	۲۵		
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۲۶	۳۵		

#

 @helli\_sanj

#

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- پاسخ: گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = [-2^-] + 3[-1^-] = -3 - 6 = -9$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = [-2^+] + 3[-1^+] = -2 - 3 = -5$$

اختلاف برابر ۴ واحد است.

۲- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - 3 - \sqrt[3]{x}}{(x-1)(2 + \sqrt{3} + \sqrt[3]{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{4(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{4(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)} = -\frac{1}{12} \end{aligned}$$

۳- پاسخ: گزینه ۳

$$۱) a = 2$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2 - \sqrt{bx+4})(2 + \sqrt{bx+4})}{x(2 + \sqrt{bx+4})}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - bx - 4}{4x} = -\frac{b}{4} = \frac{2}{c}$$

$$\Rightarrow bc = -8 \Rightarrow \frac{a}{bc} = -\frac{1}{4}$$

۴- پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\tan^m x - \sin^m x)(\tan^m x + \sin^m x)}{mx^n}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\tan^m x \sin^m x (\tan^m x + \sin^m x)}{mx^n}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^m \times x^m \times 2x^m}{mx^n} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^{2m}}{mx^n} = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 6 \end{cases} \Rightarrow m + n = 8$$

۵- پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = \frac{\sqrt{(\sin nx - \cos nx)^2}}{\cos nx - \sin nx}$$

$$= \frac{(\sin nx - \cos nx) \cos nx}{\cos nx - \sin nx}$$

$$= -\cos nx$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4n}^+} f(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۶- پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = a[x] - 2a + 6[x] + 6$$

$$= (a + 6)[x] - 2a + 6$$

$$a = -6 \Rightarrow f(x) = 18$$

$$\frac{f(a^2)}{a} = \frac{18}{-6} = -3$$

۷- پاسخ: گزینه ۴

$$[|x|] \leq 2 \Rightarrow |x| < 3 \Rightarrow -3 < x < 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \Rightarrow f(3) \Rightarrow 9 + 3a = 9b + 6$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) \Rightarrow f(-3) \Rightarrow 9 - 3a = 9b + 6 \Rightarrow a + 3b = 1$$

$$\Rightarrow a = 0, b = \frac{1}{3} \Rightarrow a + b = \frac{1}{3}$$

۸- پاسخ: گزینه ۲

$$g(x) = ax + b \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - \lambda x + 1 - ax^2 - bx}{2ax + 2b - \frac{x - b}{a}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2 - a)x^2 - (\lambda + b)x + 1}{(2a - \frac{1}{a})x + 2b + \frac{b}{a}} = 2$$

از این تساوی نتیجه می‌گیریم که  $a = 2$  (چون باید درجه صورت و مخرج مساوی شوند) و در ضمن طبق هم‌ارزی پرتوان داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-(\lambda + b)x}{(2a - \frac{1}{a})x} = \frac{-(\lambda + b)}{2a - \frac{1}{a}} = \frac{-(\lambda + b)}{\frac{7}{2}} = 2$$

$$\rightarrow -\lambda - b = 7 \rightarrow b = -15 \rightarrow g(x) = 2x - 15 \rightarrow g(7) = -1$$

۹- پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x-1}{ax^2-bx+3} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x-1}{a(x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{3}{a})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x-1}{a(x+2)^2} = \frac{-7}{\cdot+} = +\infty \rightarrow a > \cdot$$

$$x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{3}{a} = x^2 + 4x + 4 \quad \text{بنابراین:}$$

زیرا در غیر این صورت تابع منجر در نقطه  $X = -2$  تغییر علامت می‌دهد و حد وجود ندارد. پس

$$x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{3}{a} = x^2 + 4x + 4 \begin{cases} \nearrow -\frac{b}{a} = 4 \rightarrow b = -3 \\ \searrow \frac{3}{a} = 4 \rightarrow a = \frac{3}{4} \end{cases}$$

حال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi^-} \frac{3 \tan x}{3 \cos x - 3} = \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} \frac{3 \sin x}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} \frac{3 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} \frac{\cos \frac{x}{2}}{2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} \frac{-1}{2} = +\infty$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۳

$$(f-g)(x) = \frac{x}{(x+1)(x-1)} - \frac{x+a}{x(x-1)}$$

$$= \frac{x^2 - (x+a)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{-(a+1)x - a}{x(x-1)(x+1)}$$

برای آن که تابع  $f-g$  فقط دو مجانب قائم داشته باشد باید صورت با یکی از عوامل منجر ساده شود. پس

$$g(x) = -(a+1)x - a \rightarrow g(\cdot) = 0 \rightarrow a = 0$$

$$(f-g)(x) = \frac{-1}{(x+1)(x-1)} \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -1 \quad \text{خطوط مجانب قائم}$$

$$g(1) = 0 \rightarrow -a - 1 - a = 0 \rightarrow -2a = 1 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$(f-g)(x) = \frac{-\frac{1}{2}}{x(x+1)} \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -1 \quad \text{خطوط مجانب قائم}$$

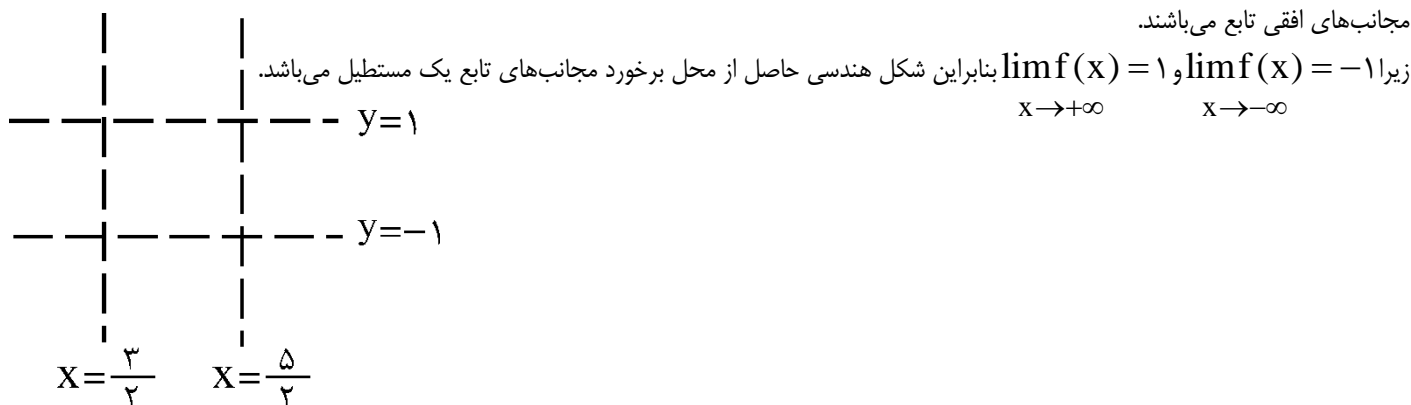
برای  $a$  مقداری به دست نمی‌آید.  $g(1) = 0 \rightarrow a + 1 - a = 0 \rightarrow 1 = 0$

۱۱- پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{2x-5} & x \geq 2 \\ \frac{2x+3}{-2x-3} & x \leq 2 \end{cases}$$

خطهای  $x = \frac{3}{2}$  و  $x = \frac{5}{2}$  مجانب‌های قائم تابع  $f$  می‌باشند. (چون ریشه‌های مخرج بوده و ریشه صورت نمی‌باشند) و خطوط  $y = 1$  و  $y = -1$

مجانب‌های افقی تابع می‌باشند.



$$S = 2 \times 1 = 2$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} -\frac{1}{f(x)} = \frac{-1}{-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f\left(\frac{4x}{3-x}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

طبق قضیه ۵ صفحه ۵۴ کتاب می‌توان نوشت.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \left(-\frac{1}{f(x)} \times f\left(\frac{4x}{3-x}\right)\right) = +\infty$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

چون صورت فاقد ریشه می‌باشد پس مجانب‌های قائم تابع فقط در ریشه‌های مخرج یافت می‌شوند. از طرفی  $a \neq 0$  می‌باشد زیرا با فرض  $a = 0$  تابع

$$y = \frac{1}{a} \quad f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{3 - 4x}$$

فقط یک مجانب موازی محوری دارد و از طرفی  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{a}$  بنابراین تابع دارای یک مجانب افقی به معادله  $y = \frac{1}{a}$

می‌باشد. پس فقط یک مجانب قائم وجود دارد که بخاطر ریشه مضاعف مخرج بوجود می‌آید یعنی دلتای مخرج باید صفر باشد.

$$16 - 12a = 0 \rightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|4 - \frac{4}{3}x| + 2}{\sqrt{4x^2 - x + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{4}{3}x + 6}{|2x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{4}{3}x}{-2x} = \frac{2}{3}$$



۱۴- پاسخ: گزینه ۴

$$۱) n = ۱ \Rightarrow m = ۱$$

$$۲) n = ۲ \Rightarrow m = \frac{۵}{۲} \Rightarrow \text{جمع} = ۶/۵$$

$$۳) n \geq ۳ \Rightarrow m = ۳$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{۳}} \frac{[-۳^+] + \frac{a\pi}{۳}}{\sin x (۲ \cos x - ۱)} = \frac{-۳ + \frac{a\pi}{۳}}{۰^-} \Rightarrow -۳ + \frac{a\pi}{۳} < ۰ \Rightarrow a < \frac{۹}{\pi}$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{array}{l} \text{قضیه پیک: } S = \left(\frac{b}{2} + i - 1\right) \times 1^2 \\ \text{طبق فرض: } S = \frac{1}{16} b^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{16} b^2 = \frac{b}{2} + i - 1 \\ \Rightarrow \frac{1}{16} b^2 - \frac{b}{2} + 1 = i \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{4} b - 1\right)^2 = i \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4} b - 1 = \sqrt{i} \\ 1 - \frac{1}{4} b = \sqrt{i} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{در هر دو حالت}} b = 4, i = 0 \Rightarrow S_{\min} = \frac{4}{2} + 0 - 1 = 1$$

۱۷- پاسخ: گزینه ۲

اضلاع متوازی الاضلاع را  $L$  و  $K$  و مساحت آن را  $S$  می‌نامیم. ( $K > L$ )

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{2} S_{\text{total}} = \frac{1}{2} \times (L \times K \times \sin 60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4} KL$$

$$S_{SRUT} = \sin 30^\circ (K - L) \times \cos 30^\circ (K - L) = \frac{\sqrt{3}}{4} (K - L)^2$$

$$\frac{S_{SRUT}}{S_{MNPQ}} = 2 \Rightarrow \frac{(K - L)^2}{KL} = 4 \Rightarrow K^2 + L^2 - 6KL = 0 \Rightarrow \begin{cases} K = (3 + 2\sqrt{2})L \\ K = (3 - 2\sqrt{2})L \end{cases}$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۱

$$C_1: x^2 + y^2 + 4x + a - 7 = 0 \rightarrow O_1(-2, 0), R_1 = \frac{1}{2} \sqrt{44 - 4a} = \sqrt{11 - a}$$

$$C_2: x^2 + y^2 - 2x - 8y + 1 = 0 \rightarrow O_2(1, 4), R_2 = \frac{1}{2} \sqrt{64} = 4$$

برای اینکه دو دایره وتر مشترک داشته باشند، باید متقاطع باشند که یعنی:

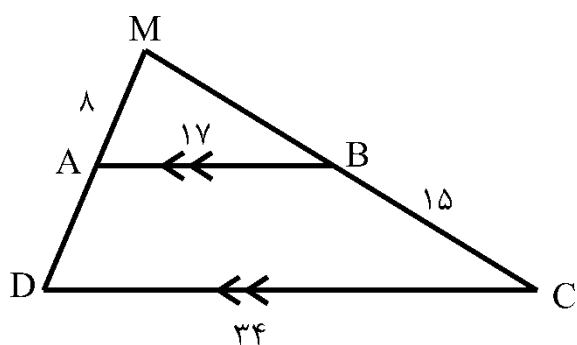
$$|R_1 - R_2| < O_1O_2 < R_1 + R_2$$

$$\Rightarrow |\sqrt{11 - a} - 4| < 5 < \sqrt{11 - a} + 4$$

$$a > 0 \Rightarrow 4 - \sqrt{11 - a} < 5 < \sqrt{11 - a} + 4$$

$$\Rightarrow -\sqrt{11 - a} < 1 < \sqrt{11 - a} \Rightarrow |1| < \sqrt{11 - a} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 < 11 - a \Rightarrow a < 10$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۴



$$\text{قضیه تالس: } \frac{AB}{CD} = \frac{MB}{MC} = \frac{MA}{MD}$$

$$\Rightarrow \frac{17}{34} = \frac{8}{8+AD} = \frac{MB}{15+MB} \Rightarrow AD=8, MB=15$$

$$\Delta MAB: MA^2 + MB^2 = AB^2 \Rightarrow 8^2 + 15^2 = 17^2 \Rightarrow \hat{M} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow S_{\text{دورنقه}} = S_{MCD} - S_{MBA} = \frac{30 \times 16}{2} - \frac{15 \times 8}{2} = 180$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۱

چون چهارضلعی ABCD محاطی است،  $\hat{D} + \hat{B} = 180^\circ$  و چون  $\hat{D} = 90^\circ$ ، در نتیجه  $\hat{B} = 90^\circ$  می‌باشد.

$$AC = \sqrt{39^2 + 52^2} = 65 \Rightarrow AB = \sqrt{65^2 - 60^2} = 25$$

با استفاده از تشابه می‌توان نشان داد که مساحت ناحیه رنگ نیمی از مساحت چهارضلعی ABCD است:

$$S_{\text{رنگی}} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} \left( \frac{39 \times 52}{2} + \frac{60 \times 25}{2} \right) = 882$$

۲۱- پاسخ: گزینه ۱

نقطه G محل برخورد میان‌های مثلث ABC است. میان‌ها یکدیگر را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کنند؛ بنابراین:

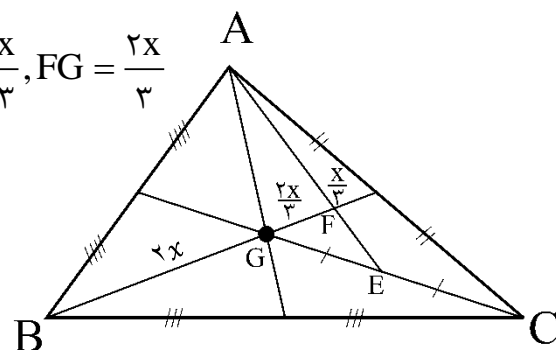
$$\frac{GD}{BG} = \frac{1}{2} \rightarrow GD = x, BG = 2x$$

نقطه F محل برخورد میان‌های مثلث AGC است. میان‌ها یکدیگر را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کنند؛ بنابراین:

$$\frac{FD}{FG} = \frac{1}{2} \rightarrow 2FD = FG$$

$$GD = FD + FG = FD + 2FD = 3FD \rightarrow x = 3FD \rightarrow FD = \frac{x}{3}, FG = \frac{2x}{3}$$

$$\frac{BD}{FD} = \frac{BG + GD}{FD} = \frac{2x + x}{\frac{x}{3}} = \frac{3x}{\frac{x}{3}} = 9$$



۲۲- پاسخ: گزینه ۲

$$C_1: x^2 - 2x + y^2 = 0 \rightarrow O_1 = (1, 0), R_1 = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2} = 1$$

$$C_2: x^2 - 8x + y^2 + 15 = 0 \rightarrow O_2 = (4, 0), R_2 = \frac{1}{2} \sqrt{(-8)^2 - 4(15)} = 1$$

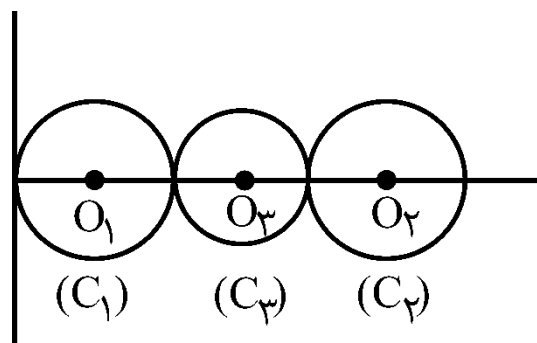
دایره  $(C_3)$  بر دو دایره  $(C_1)$  و  $(C_2)$  مماس خارج است. مختصات مرکز و اندازه شعاع این دایره برابر است با:

$$O_3 = (2/5, 0), R_3 = \frac{1}{2}$$

$$C_3: (x - 2/5)^2 + (y - 0)^2 = (\frac{1}{2})^2$$

$$\rightarrow x^2 - 5x + 6/25 + (y)^2 = \frac{1}{4}$$

$$x^2 + y^2 - 5x + 6 = 0$$



۲۳- پاسخ: گزینه ۴

$$O(1, -1), R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 4 + 12} = \sqrt{5}$$

نقطه A خارج از دایره است.  $f(0, 2) > 0 \rightarrow$

$$(x = 0 \text{ به غیر از } A(0, 2)) \text{ معادله کلی خطوط گذرنده از } A(0, 2) \rightarrow mx - y + 2 = 0$$

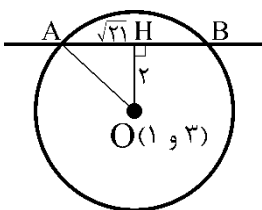
$$|OH| = R \rightarrow \frac{|m + 1 + 2|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}$$

$$\rightarrow |m + 3| = \sqrt{5} \times \sqrt{m^2 + 1} \rightarrow \begin{cases} m_1 = 2 & \text{غ ق} \\ m_2 = -\frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{m = -\frac{1}{2}} y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 0) \rightarrow x + 2y - 4 = 0$$

$$\rightarrow \alpha = 2, \beta = -4 \rightarrow 2\alpha + 3\beta = 4 - 12 = -8$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۴



$$|OH| = \frac{|\frac{5}{13} + \frac{36}{13} - \frac{15}{13}|}{\sqrt{\frac{25}{169} + \frac{144}{169}}} = \frac{26}{13} = 2$$

$$\rightarrow OA^2 = 2^2 + (\sqrt{21})^2 \rightarrow OA = R = 5$$

$$\xrightarrow{\text{معادله دایره}} (x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$\xrightarrow{y=0} (x-1)^2 + 9 = 25 \rightarrow x = 5, -3 \xrightarrow{\text{نقاط تلاقی}} E \left| \begin{matrix} 5 \\ \cdot \end{matrix} \right., F \left| \begin{matrix} -3 \\ \cdot \end{matrix} \right. \rightarrow |EF| = 8$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{دایره اول } O \left| \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right., R = \frac{1}{2} \sqrt{4+4+4K} = \sqrt{2+K}$$

$$\text{دایره دوم } O' \left| \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right., R' = \frac{1}{2} \sqrt{64+4-64} = 1$$

$$\rightarrow OO' = \sqrt{(4-1)^2 + (1-1)^2} = 3$$

$$\text{شرط مماس خارج } : OO' = R + R'$$

بودن دو دایره

$$3 = 1 + \sqrt{2+K}$$

$$K = 2$$

۲۶- گزینه ۳ پاسخ است.

روش اول: یک گراف ناهمبند از مرتبه ۱۳، حداکثر  $\frac{12 \times 11}{2} = 66$  یال می‌تواند داشته باشد، بنابراین به‌ازای  $q = 60$  و  $q = 66$ ، گراف مرتبه ۱۳ نمی‌تواند قطعاً همبند باشد. در صورتی که  $q = 66$  باشد، گراف از یک رأس تنها و یک گراف  $K_{13}$  تشکیل شده است. در این حالت  $\Delta = 11$  و گراف ناهمبند است. پس گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ نمی‌توانند درست باشند. حال فرض کنید در گرافی از مرتبه ۱۳،  $\delta = 6$  باشد. کمترین تعداد یال در چنین گرافی زمانی اتفاق می‌افتد که تمام رأس‌های گراف از درجه ۶ باشند، یعنی گراف ۶-منتظم باشد. اما با توجه به آنکه یک گراف ۶-منتظم، حداقل به ۷ رأس نیاز دارد، پس برای ناهمبند بودن یک گراف ۶-منتظم، گراف حداقل باید  $2 \times 7 = 14$  رأس داشته باشد و در نتیجه یک گراف مرتبه ۱۳ که در آن  $\delta = 6$  است، قطعاً همبند می‌باشد.

روش دوم: اگر در یک گراف مرتبه  $p$ ،  $\delta \geq \frac{p-1}{2}$  باشد، آنگاه گراف قطعاً همبند است.

بنابراین گرافی از مرتبه ۱۳ که در آن  $\delta = 6$  است، قطعاً همبند می‌باشد زیرا داریم:  $6 \geq \frac{13-1}{2}$

۲۷- گزینه ۴ پاسخ است.

$$3x = \text{تعداد رأس‌های درجه ۳} \Rightarrow x = \text{تعداد رأس‌های درجه ۲}$$

$$4x = 20 - \text{تعداد رأس‌های درجه ۴}$$

$$2q = 2 \times 35 = 70 = \text{جمع درجات} \Rightarrow 2x + 9x + 4(20 - 4x) = 70 \Rightarrow -5x + 80 = 70 \Rightarrow x = 2$$

$$4x = 20 - 8 = 12 = \text{تعداد رأس‌های درجه ۴}$$

۲۸- گزینه ۴ پاسخ است.

گراف  $\bar{G}$  زمانی کمترین یال را دارد که گراف  $G$ ، بیشترین یال را داشته باشد.

اگر دو رأس با درجه ۳ و ۴ را کنار بگذاریم، با ۸ رأس باقی‌مانده می‌توان ۲۸ یال داشت که با الحاق ۲ رأس گراف  $G$  دارای  $28 + 3 + 4 = 35$  یال خواهد بود.

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 35 + q(\bar{G}) = \frac{10(9)}{2} = 45 \Rightarrow q(\bar{G}) = 10$$

بنابراین گراف  $\bar{G}$  دارای دست‌کم ۱۰ یال خواهد بود.

۲۹- گزینه ۱ پاسخ است.

از آنجا که طبق فرض  $N_G[x] = N_G[y]$ ، پس حتماً یال  $xy$  در گراف وجود دارد و از آنجا که این فرض به‌ازای همه رئوس  $G$  برقرار است، پس گراف

$G$  کامل است می‌دانیم در یک گراف مرتبه  $p$ ، تعداد یال‌ها از دستور  $q = \frac{p(p-1)}{2}$  حاصل می‌شود.

$$p + q = 21 \Rightarrow p + \frac{p(p-1)}{2} = 21 \Rightarrow \frac{p^2 + p}{2} = 21 \Rightarrow p^2 + p = 42 \Rightarrow p(p+1) = 42 \Rightarrow p = 6$$

$$K_6 \quad \text{مجموع درجات} = 2q = 2\left(\frac{6 \times 5}{2}\right) = 30$$

۳۰- گزینه ۲ پاسخ است.

تعداد دورهای به طول  $p$  (شامل همه رأس‌ها) در گراف  $K_p$  برابر با  $\frac{(p-1)!}{2}$  است، بنابراین:

$$\frac{(p-1)!}{2} = 12 \Rightarrow (p-1)! = 24 \Rightarrow p-1 = 4 \Rightarrow p = 5$$

$$K_5 \text{ در گراف } 3 \text{ به طول } 3 \text{ در گراف } K_5 = \binom{5}{3} \times 1 = 10$$

$$K_5 \text{ در گراف } 4 \text{ در گراف } K_5 = \binom{5}{4} \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

پس تعداد دورهای با طول حداکثر ۴ برابر است با:  $10 + 15 = 25$

۳۱- گزینه ۳ پاسخ است.

نکته: تعداد یال‌های گراف  $G$  با  $p$  رأس به همراه تعداد یال‌های گراف مکمل آن برابر با تعداد یال‌های گراف کامل  $K_p$  است.

$$q(G) + q(\bar{G}) = q(K_p)$$

مطابق نکته می‌توان نوشت:

$$q(G) = \Delta q(G) = q(K_p) \Rightarrow 6q(G) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 12q(G) = p(p-1)$$

گراف  $G$ ، ۴-منتظم است، یعنی درجه تمام رأس‌های آن ۴ می‌باشد و رابطه روبه‌رو برقرار است:

$$rq = 2q \Rightarrow 4q = 2q \Rightarrow q = 2q$$

بنابراین:

$$12q = p(p-1) \Rightarrow 12 \times 2p = p(p-1) \Rightarrow 24p = p(p-1) \Rightarrow p = 25 \Rightarrow q(G) = 2 \times 25 = 50$$

۳۲- گزینه ۴ پاسخ است.

نکته: گراف  $H$  را زیرگراف  $G$  می‌خوانیم هرگاه رأس‌ها و یال‌هایش زیرمجموعه رأس‌ها و یال‌های گراف  $G$  باشد.

مطابق شکل روبه‌رو، این زیرگراف شامل ۹ یال با شرط  $\deg(a) = \deg(b) = 5$  می‌باشد، پس:

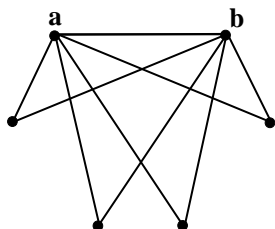
$$\binom{6}{2} - 9 = 6$$

۶ یال دیگر لازم داریم تا گراف کامل شود. از طرفی زیرگراف‌هایی را می‌خواهیم که ۱۲ یال داشته باشند،

$$\binom{6}{3} = 20$$

پس از بین ۶ یال باقی‌مانده ۳ تایی دیگر را انتخاب می‌کنیم:

پس ۲۰ زیرگراف با مشخصات خواسته شده وجود دارد.



۳۳- گزینه ۲ پاسخ است.

نکته: دنباله  $v_1 v_2 v_3 \dots v_n v_1$  از رئوس دو به دو متمایز که در آن هر رأس با رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول  $n$  می‌نامیم. این گراف دورهای به طول ۶، ۸، ۱۰ را داراست. به‌طور مثال:

دور به طول ۶: **abcdija**

دور به طول ۱۰: **abcdefghija**

دور به طول ۸: **abgfedia**

ولی دور به طول ۷ را ندارد، بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۴- گزینه ۴ پاسخ است.

چون در هر آجیل، حداقل ۴ نوع خشکبار استفاده می‌شود، پس تعداد آجیل‌های مختلف که در این فروشگاه می‌توان درست کرد، برابر است با:

$$\binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 35 + 21 + 7 + 1 = 64$$

نکته: می‌دانیم اگر  $r+k=n$  باشد، آنگاه  $\binom{n}{r} = \binom{n}{k}$  است، بنابراین  $\binom{7}{4} = \binom{7}{3}$  و  $\dots$  و  $\binom{7}{5} = \binom{7}{2}$  است و در نتیجه داریم:

$$\binom{7}{4} + \dots + \binom{7}{7} = \frac{\binom{7}{0} + \binom{7}{1} + \dots + \binom{7}{7}}{2} = \frac{2^7}{2} = 2^6 = 64$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ است.

می‌توانیم سؤال را با کمک متمم حالت خواسته شده حل کنیم یعنی حالت‌هایی را که هر ۳ نفر انتخابی از مدرسین فقط یکی از درس‌های ریاضی، فیزیک یا شیمی باشند از کل حالت‌های انتخاب این ۳ نفر کم کنیم. داریم:

$$\text{تعداد حالت‌ها} = \binom{12}{3} - \left( \binom{5}{3} + \binom{4}{3} + \binom{3}{3} \right) = 220 - (10 + 4 + 1) = 205$$

$\downarrow$  شیمی     $\downarrow$  فیزیک     $\downarrow$  ریاضی





# حلی سنج

آزمون حلی سنج ۶

۲۳ آذرماه ۱۴۰۳

پایه دوازدهم – رشته ریاضی

دفترچه پاسخ تشریحی جلد ۲

مدت پاسخگویی: ۶۵ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان
۱	فیزیک	۲۵	۳۶	۶۰	۴۰	
۲	شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۵	

#



@helli\_sanj

#

#

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

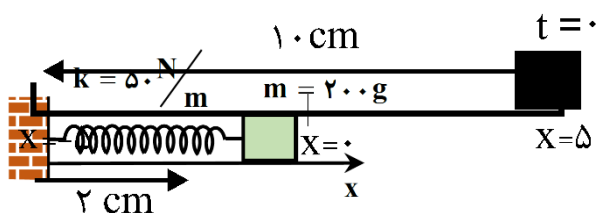
۳۶- پاسخ: گزینه ۱

دوره نوسان آونگ برابر است با:

$$T = \frac{63}{25} = 1/8s$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow 1/8 = 2\sqrt{L} \Rightarrow L = 0.11m = 11cm$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

هنگامی که مسافت طی شده توسط وزنه ۱۲cm شود، وزنه در فاصله ۳cm از مرکز نوسان یعنی  $x = -3cm$  قرار دارد:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{50}{0.2} = 250 \left(\frac{rad}{s}\right)^2$$

$$\vec{a} = -\omega^2 \vec{x} \Rightarrow \vec{a} = -250 \cdot \left(-\frac{3}{100} \vec{i}\right) = 7.5 \vec{i}$$

۳۸- پاسخ: گزینه ۲

موارد الف و ب درست هستند. به عنوان مثال نوسانگر می تواند در بازه زمانی  $\frac{T}{2}$  از  $x = -A$  به  $x = A$  برود، که در این صورت جابه جایی صفر نیست.

۳۹- پاسخ: گزینه ۳

موقعیت نوسانگر را در دو لحظه تعیین می کنیم:

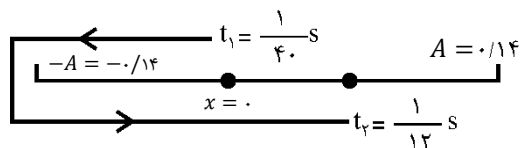
$$x = 0.14 \cos(20\pi t)$$

$$t_1 = \frac{1}{40} s \Rightarrow x_1 = 0.14 \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$t_2 = \frac{1}{12} s \Rightarrow x_2 = 0.14 \cos \frac{5\pi}{3} = 0.07m$$

$$l = 0.14 \times 2 + 0.07 = 0.35m$$

$$s_{av} = \frac{0.35}{\frac{1}{12} - \frac{1}{40}} = 6 \frac{m}{s}$$



با توجه به مسیر حرکت، مسافت طی شده برابر است با:

۴۰- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا با توجه به نمودار، دوره تناوب را حساب می کنیم:  $\frac{T}{6} = \frac{1}{60} \Rightarrow T = \frac{1}{10} s$

تندی متوسط در نصف دوره تناوب برابر  $\frac{2A}{T}$  یا به عبارتی  $\frac{4A}{T}$  است. پس:

$$\frac{4A}{0.1} = 2/4 \Rightarrow A = 0.06m$$

بیشترین جابه جایی در بازه زمانی دلخواه  $\frac{1}{40} s$  که برابر  $\frac{T}{4}$  است، به صورت متقارن در دو طرف مرکز نوسان شکل می گیرد:

$$\Delta x_{\max} = \sqrt{2}A = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$v_{\text{av,max}} = \frac{6\sqrt{2}}{1} \times 10^{-2} = 2/4\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۱- پاسخ: گزینه ۴

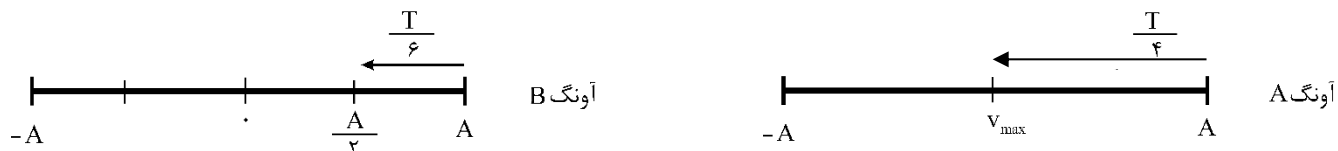
$$\frac{v}{v_{\max}} = \sqrt{\frac{K}{E}} = \sqrt{\frac{K}{K+U}} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_{\max} = 2v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow 4 = 0.1 \cdot \lambda \omega \Rightarrow \omega = 50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$F = m\omega^2 |x| = 0.1 \times 50^2 \times \frac{3}{100} = 15 \text{ N}$$

۴۲- پاسخ: گزینه ۳

طبق رابطه  $a = -\omega^2 x$  در لحظه‌ای که نوسانگر در  $x = \frac{A}{2}$  قرار می‌گیرد، شتاب نوسانگر نصف مقدار بیشینه می‌شود:



$$\frac{T_B}{6} = \frac{T_A}{4} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{\sqrt{L_B}}{\sqrt{L_A}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{L_B}{L_A} = \frac{9}{4}$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۳

$$v_{\max} = A\omega = 0.1 \times 4 \times 50\pi = 2\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 = \frac{K}{E} \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2\pi}\right)^2 = \frac{K}{E} \Rightarrow K = \frac{1}{4}E \Rightarrow U = \frac{3}{4}E$$

انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 500 \times 16 \times 10^{-4} = 0.4 \text{ J}$$

$$U = \frac{3}{4}E = 0.3 \text{ J}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۲

در حالت تعادل نیروی کشسانی فنر با نیروی گرانشی برابر است.

$$mg = kx \Rightarrow m \times \pi^2 = k \times 0.09 \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{0.09}{\pi^2}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \times \frac{0.3}{\pi} = 0.6 \text{ s}$$

$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{60}{0.6} = 100$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۱

$$E = U + K = ۱۵ + ۳۰ = ۴۵ \text{ mJ}$$

نیرو در لحظه تغییر جهت بیشینه است. پس داریم:

$$F_{\max} = ma_{\max} = mA\omega^2$$

$$E = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

$$\frac{F_{\max}}{E} = \frac{2}{A} \Rightarrow F_{\max} = \frac{2E}{A} = \frac{2 \times 45 \times 10^{-3}}{0.06} = 1.5 \text{ N}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۴

روی سطح زمین، دوره نوسان آونگ ساده همان دوره دستگاه وزنه - فنر است:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \times \sqrt{\frac{1/\lambda}{2 \cdot \pi^2}} = 2\sqrt{0.9} = 0.6 \text{ s}$$

با فاصله گرفتن از سطح زمین، g و به دنبال آن دوره نوسان آونگ تغییر می‌کند. در فاصله  $h = 0.25 R_e$  از سطح زمین دوره نوسان آونگ برابر است با:

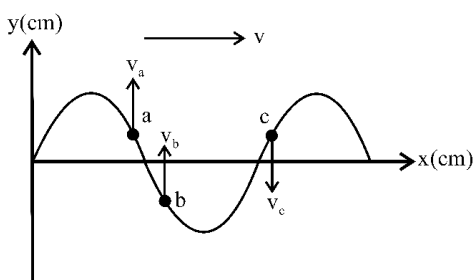
$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \xrightarrow{g \propto \frac{1}{r^2}} \frac{T'}{T} = \frac{r'}{r} \Rightarrow \frac{T'}{0.6} = \frac{1/25 R_e}{R_e} \Rightarrow T' = 0.75 \text{ s}$$

باید توجه داشت با تغییر فاصله از سطح زمین دوره نوسان دستگاه وزنه - فنر تغییر نمی‌کند و همان 0.6 s باقی می‌ماند. پس تعداد نوسان‌های هر نوسانگر در مدت ۱ دقیقه برابر است با:

$$n = \frac{60}{T} = \frac{60}{0.6} = 100 \quad n' = \frac{60}{T'} = \frac{60}{0.75} = 80$$

پس تعداد نوسان‌های آونگ ۲۰ نوسان کمتر از وزنه - فنر خواهد بود.

۴۷- پاسخ: گزینه ۳



برای تحلیل وضعیت حرکت هر ذره، ذره را در خلاف جهت انتشار موج حرکت می‌دهیم! مشخص است که تندی ذره a زودتر از c صفر می‌شود، چون زمان لازم برای رسیدن a به قله کمتر از زمان لازم برای رسیدن c به دره است. از طرفی ذره a از مرکز نوسان عبور کرده و در این لحظه حرکت کندشونده دارد. پس گزینه‌های ۱ و ۲ درست نیستند.

ذره c برای آن که در موقعیت کنونی ذره b قرار گیرد  $\frac{T}{4}$  زمان لازم دارد. در این مدت موج مسافت

$\frac{\lambda}{4}$  را طی می‌کند، پس گزینه ۳ درست است؛ اما فاصله بین a و b کمتر از  $\frac{\lambda}{4}$  است و کمتر از  $\frac{T}{4}$  طول می‌کشد و گزینه ۴ نادرست است.

۴۸- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا حساب می‌کنیم که دوره تناوب هر آونگ با قرار گرفتن در فاصله  $h = \frac{1}{4} R_e$  از سطح زمین، نسبت به قبل چند برابر می‌شود:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \xrightarrow{g \propto \frac{1}{r^2}} \frac{T'}{T} = \frac{r'}{r} = \frac{1/5 R_e}{R_e}$$

دوره نوسان هر آونگ  $\frac{3}{4}$  برابر می‌شود. بنابراین تعداد نوسان هر آونگ در حالت جدید، در یک زمان معین،  $\frac{2}{3}$  حالت اولیه می‌شود.

$$n_A - n_B = ۱۲ \text{ روی زمین}$$

$$n'_A - n'_B = \frac{2}{3}n_A - \frac{2}{3}n_B = \frac{2}{3} \times ۱۲ = ۸$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

فاصله دو تراکم متوالی برابر  $\frac{\lambda}{2}$  است؛ بنابراین فاصله MN برابر  $\frac{3\lambda}{2}$  است.

$$\frac{3\lambda}{2} = 1/8 \Rightarrow \lambda = 1/24 \text{ m}$$

$$v = \lambda f = 1/24 \times 3 = 3/6 \text{ m}$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۴

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow \frac{v_{\text{Cu}}}{v_{\text{Al}}} = \sqrt{\frac{F_{\text{Cu}} \times \rho_{\text{Al}}}{F_{\text{Al}} \rho_{\text{Cu}}}} \Rightarrow \frac{v_{\text{Cu}}}{v_{\text{Al}}} = \sqrt{\frac{96}{45} \times \frac{2/7}{9}} = 0/8$$

اگر سرعت در سیم مسی برابر  $v$  باشد سرعت در سیم آلومینیومی برابر  $\frac{5}{4}v$  است. پس:

$$\Delta t_{\text{Cu}} - \Delta t_{\text{Al}} = \frac{L}{v_{\text{Al}}} - \frac{L}{v_{\text{Cu}}} \Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{30}{v} - \frac{30}{\frac{5}{4}v} = \frac{30}{5v} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{6}{v} \Rightarrow v = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۱- پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه ۱: با توجه به شکل،  $\frac{3}{4}\lambda = 225 \text{ nm}$  است؛ بنابراین طول موج  $\lambda = 150 \text{ nm}$  است که در محدوده امواج رادیویی قرار ندارد.

بررسی گزینه ۲: با توجه به این که طول موج  $\lambda = 150 \text{ nm}$  است، موج در هر دوره به اندازه یک طول موج یعنی  $150 \text{ nm}$  پیشروی می‌کند و گزینه ۲ درست است.

بررسی گزینه ۳: بسامد موج برابر  $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{1/5 \times 10^{-7}} = 2 \times 10^{15} \text{ Hz}$  است. بسامد موج برابر یعنی میدان‌ها در هر ثانیه  $2 \times 10^{15}$  نوسان انجام

می‌دهند و نه در هر دقیقه.

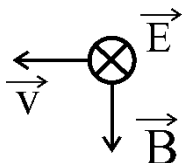
بررسی گزینه ۴: با توجه به جهت میدان‌ها در یک نقطه (مثلاً مبدأ) و استفاده از قاعده دست راست برای موج، جهت پیشروی موج جهت مثبت محور X است.

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

اولاً با توجه به رو به افزایش بودن میدان، جهت انتشار موج در خلاف جهت محور X است.

ثانیاً جهت میدان مغناطیسی در نقطه P در لحظه  $\frac{T}{4}$  قرینه جهت فعلی است؛ یعنی میدان مغناطیسی در نقطه P در جهت -y می‌شود. پس با در نظر گرفتن

قاعده دست راست میدان الکتریکی در جهت -z است:



۵۳- پاسخ: گزینه ۱

$$\Delta \beta = \log \frac{I_r}{I_1} \Rightarrow 1/2 = \log \left( \frac{r_1}{r_r} \right)^2 \Rightarrow 4 \times 0/3 = \log \left( \frac{r_1}{r_r} \right)^2 \Rightarrow 4 \log 2 = \log \left( \frac{r_1}{r_r} \right)^2$$

$$\Rightarrow \left( \frac{r_1}{r_r} \right)^2 = 2^4 \Rightarrow \frac{r_1}{r_r} = \frac{1}{4} \Rightarrow r_r = \frac{1}{4} \times 80 = 20 \text{ m}$$

سرعت دهنده برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{80 - 20}{30} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۴

مطابق شکل،  $A_A = 2A_B$  و  $2\lambda_A = \frac{3}{2}\lambda_B$  است. چون محیط انتشار موج یکسان است، پس  $v_A = v_B$  است.

$$f_A \lambda_A = f_B \lambda_B \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{4}{3}$$

توان انتقال انرژی با  $A^2 f^2$  متناسب است. پس:

$$\frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 = 2^2 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{64}{9}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

بسامد موج همان بسامد منبع است؛ پس بسامد صوت ایجاد شده در هوا با بسامد موج ایجاد شده در سیم یکسان است:

$$f = \frac{v_{\text{air}}}{\lambda_{\text{air}}} = \frac{330}{0.8} \Rightarrow f = 412.5 \text{ Hz}$$

از طرفی تندی انتشار موج در سیم برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{600}{240 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{6 \times 10^3}{240}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پس طول موج در سیم عبارت است از:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{50}{412.5} = \frac{1}{8} \text{ m} = 12.5 \text{ cm}$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۱

در اثر دوپلر، وقتی چشمه ساکن است، طول موج صوت تغییری نمی‌کند و ارتباطی به حرکت ناظر ندارد؛ اما با حرکت ناظر به طرف چشمه، تعداد جبهه‌های موج دریافتی در واحد زمان توسط ناظر افزایش می‌یابد و ناظر بسامدی بیشتر از بسامد چشمه دریافت می‌کند.

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A \Delta t} \Rightarrow I = \frac{6 \times 10^{-1}}{5 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^2} = 4 \times 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{4 \times 10^{-2}}{10^{-12}} = 10 \log (4 \times 10^{10})$$

$$\beta = 10 (2 \log 2 + \log 10^{10}) = 10 (0.6 + 10) = 106 \text{ dB}$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۴

باید دقت نمود که ذره  $m$  در راستای افقی جابه‌جا نمی‌شود و از آن جا که موج در جهت مثبت محور  $X$  در حرکت است، ذره  $m$  به طرف مرکز نوسان در حرکت است و در مدت  $\frac{T}{6}$  از  $\frac{A}{2}$  به  $-\frac{A}{2}$  می‌رسد. با توجه به توضیحات داده شده، گزینه ۴ درست است.

۵۹- پاسخ: گزینه ۱

$$\Delta\beta = \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow 2/45 = \log \frac{I_A}{I_B}$$

$$2/45 = 2 + 0/45 = 2 + \frac{3}{4} \log 2 = \log 10^2 + \log 2^{\frac{3}{4}} = \log(\sqrt[4]{8} \times 10^2)$$

$$\Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 2\sqrt[4]{8} \times 10^2 = 20\sqrt{2}$$

$$\frac{3}{2}\lambda = 60 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.4}{10} \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

$$\Delta t = 0.23 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = \frac{23}{4} T = 11 \frac{T}{2} + \frac{T}{4}$$

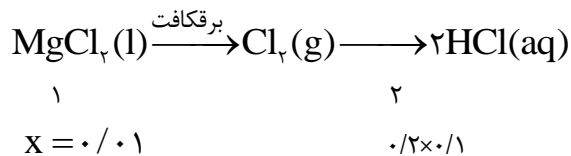
نوسانگر در هر  $\frac{T}{2}$  یک مرتبه تغییر جهت می‌دهد (۱۱ بار). از آنجا که ذره  $M$  از مرکز نوسان عبور کرده و در حال حرکت به سمت قله است، در مدت  $\frac{T}{4}$  باقیمانده نیز یک مرتبه دیگر از نقطه بازگشت عبور می‌کند و مجموعاً ۱۲ بار تغییر جهت خواهد داشت.

۶۱- پاسخ: گزینه ۱

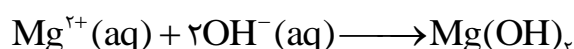
عبارت‌های «ب» و «ت» درست است.

عبارت ب: ماده‌ای که در مرحله اول به آب دریا می‌افزایند دارای یون  $\text{OH}^-$  می‌باشد پس خاصیت بازی دارد در حالیکه در مرحله دوم به رسوب  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  مقداری  $\text{HCl}(\text{aq})$  اضافه می‌کنند که خاصیت اسیدی دارد.

عبارت ت:

عبارت آ: چگالی فلز منیزیم تولید شده بر اثر برقکافت منیزیم کلرید از  $\text{MgCl}_2(\text{l})$  کم‌تر است و بر روی آن قرار می‌گیرد.

عبارت پ: واکنش تولید رسوب از یون‌های منیزیم موجود در آب دریا از نوع اکسایش و کاهش نیست.



۶۲- پاسخ: گزینه ۴

جرم آب شیرین + جرم محلول غلیظ = جرم آب شور اولیه

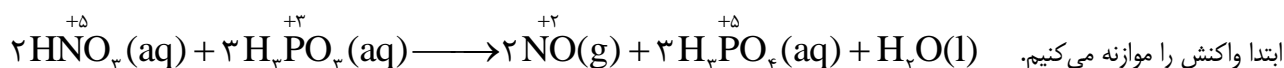
تن  $1/5$  - جرم آب شور اولیه = جرم محلول غلیظ

$$3/5 = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم آب شور اولیه (X)}} \times 100$$

$$21 = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم آب شور اولیه (X) - } 1/5} \times 100$$

$$3/5x = 21x - 31/5 \Rightarrow x = 1/8 \text{ تن} = 180 \text{ kg}$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۴



ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم. در این واکنش ۲۲ اتم هیدروژن وجود دارد که همگی عدد اکسایش +۱ را دارند (۲۲) که دو برابر مجموع ضرایب مواد (۱۱) می‌باشد.

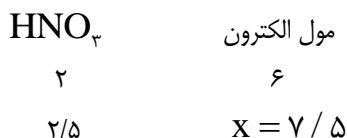
بررسی گزینه‌های نادرست

۱- بر اثر تولید ۰/۱ مول  $\text{H}_2\text{O}$ ، ۰/۲ مول  $\text{NO}$  بدست می‌آید که فقط در شرایط STP حجمی برابر ۴/۴۸ لیتر دارد.

۲-

$$\text{جمع جبری عددهای اکسایش فسفر} = (3 \times 3) + (5 \times 3) = 24$$

$$14 \times 1/5 = 21 \Rightarrow 14 = (2 \times 5) + (2 \times 2)$$

۳- در این واکنش ۶ مول الکترون مبادله می‌شود و عامل اکسنده  $\text{HNO}_3$  است.

۶۴- پاسخ: گزینه ۳



با توجه به اطلاعات ارائه شده در مورد نیم سلول‌های A و B می‌توان نتیجه گرفت،

$$E^{\circ}(A^{2+}/A) = +0.4 \text{ V}, E^{\circ}(B^{2+}/B) = -0.2 \text{ V}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱ نادرست: emf سلول B - A برابر 0.6+ ولت است.

گزینه ۲ نادرست:  $E^{\circ}$  مس مثبت است و قطعاً  $E^{\circ}$  آن از فلز B بزرگتر است.

گزینه ۳ درست: در سلول گالوانی B - A نیم سلول B آند است و الکترون‌ها از B به سمت A جاری می‌شود.

گزینه ۴ نادرست: با توجه به معادله کلی سلول،  $2Al + 3B^{2+} \longrightarrow 2Al^{3+} + 3B$ ، شیب تغییر غلظت  $Al^{3+}$  باید کمتر از  $B^{2+}$  باشد.

۶۵- پاسخ: گزینه ۱

در فرآیند حال جرم کاسته شده برابر جرم اکسیژن جدا شده از ترکیب  $Al_2O_3$  می‌باشد:

$$4 \times 10^6 \text{ g} \times \frac{20}{100} \times \frac{1 \text{ mol O}}{16 \text{ g O}} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol O}} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23}}{1 \text{ mole}^-} = 6/0.2 \times 10^{28}$$

۶۶- پاسخ: گزینه ۱

موارد آ و ج، باعث افزایش سرعت و مقدار خوردگی آهن می‌شوند.

(آ) اتصال به نوار نقره‌ای ← آهن آند می‌شود و سریعتر خورده می‌شود.

(ج) در آب دریا، نمک (الکترولیت) وجود دارد و به دلیل رسانایی بالا فرآیند خوردگی تسریع می‌شود.

۶۷- پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها

گزینه ۱ نادرست: در آهن گالوانیزه لایه ۱ فلز روی می‌باشد.

گزینه ۲ نادرست: گونه X نیم واکنش  $4OH^- \longrightarrow O_2 + 2H_2O + 4e^-$  را انجام می‌دهد.

گزینه ۳ نادرست: در حلیی گونه A کاتیون‌های خود آهن می‌باشد که لایه زیرین شکل می‌باشد.

گزینه ۴ درست: برای کاهش هر مول گاز  $O_2$  چهار مول الکترون نیاز است که با اکسایش دو مول فلز روی و تشکیل دو مول کاتیون  $Zn^{2+}$  تامین می‌شود.

۶۸- پاسخ: گزینه ۳

(الف) اتلاف انرژی در موتور درونسوز برابر ۸۰٪ و در سلول سوختی ۴۰٪ است. (درست)

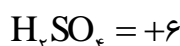
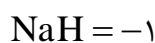
(ب) در سلول سوختی بخار آب تولید می‌شود. (نادرست)

(پ) جهت جریان الکترون و  $H^+$  هر دو از آند به کاتد است. (نادرست)

$$(ت) 1000 \text{ g H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{96500 \text{ C}}{1 \text{ mole}^-} = 9/65 \times 10^7 \text{ C} \text{ (درست)}$$

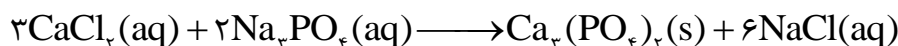
۶۹- پاسخ: گزینه ۲

اعداد اکسایش عناصر مشخص شده به این صورت است.



۷۰- پاسخ: گزینه ۲

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ابتدا غلظت مولی  $\text{CaCl}_2$  را حساب می‌کنیم:

$$\frac{x \text{ mol.L}^{-1} \text{CaCl}_2 \times 0.1 \text{ L}}{3} = \frac{0.1 \text{ mol.L}^{-1} \text{Na}_3\text{PO}_4 \times 0.2 \text{ L}}{2} \Rightarrow x = 3 \text{ mol.L}^{-1}$$

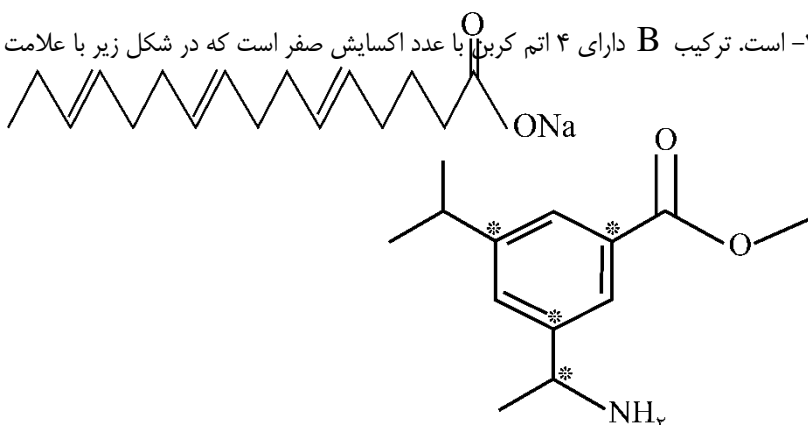
$$3 = \frac{10 \cdot a \cdot d}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \cdot a \times 1/11}{111}$$

$$\Rightarrow (a) \text{ درصد جرمی} = \frac{333}{11/1} = 30$$

$$\text{انحلال پذیری} = \frac{100 \cdot a}{100 - a} = \frac{3000}{70} = \frac{300}{7} = 42/8$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

مجموع عدد اکسایش تمام کربن‌های ترکیب A برابر ۲۲- است. ترکیب B دارای ۴ اتم کربن با عدد اکسایش صفر است که در شکل زیر با علامت A مشخص شده‌اند.

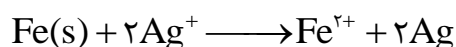


۷۲- پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت «ت» درست است.

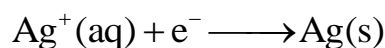
(آ) غلظت کاتیون الکترولیت ( $\text{Ag}^+$ ) در طول فرایند ثابت است.

(ب) با توجه به اینکه آهن کاهنده قوی‌تری از نقره است، قاشق آهنی با کاتیون‌های نقره واکنش می‌دهد.



(پ) تیغه فلز نقره به قطب (+) منبع خارجی متصل می‌شود.

(ت) به ازای  $10^{23} \times 1/806$  الکترون ( $0.3$  مول الکترون)  $32/4$  گرم نقره به قاشق آهنی چسبیده و افزایش جرم پیدا می‌کند.



$$\frac{0.3 \text{ mol e}^-}{1} = \frac{x \text{ g Ag}}{108 \times 1} \Rightarrow x = 0.3 \times 108 = 32/4 \text{ g Ag}$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت «الف» درست است.

نیروی a هیدروژنی و نیروی b واندروالسی است.

بررسی عبارت‌ها:

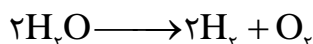
الف) هیدرید سرگروه ۱۵ جدول تناوبی، ترکیب  $\text{NH}_3$  است که به علت وجود پیوند هیدروژنی در بین مولکول‌های آن، نقطه جوش بالایی دارد. (ب) در ساختار یخ، آرایش مولکول‌های آب به گونه‌ای است که در آن، اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم هیدروژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

پ) نقطه جوش اتانول به دلیل وجود پیوند هیدروژنی بالاتر از نقطه جوش استون است.

ت) در مواردی مانند مولکول سنگین  $\text{I}_2$ ، نیروهای واندروالسی به اندازه‌ای قوی است که حالت فیزیکی آن به صورت جامد است. در صورتی که مولکول‌های آب با وجود داشتن پیوندهای هیدروژنی بین مولکول‌ها، حالت فیزیکی مایع دارد.

۷۴- پاسخ: گزینه ۲

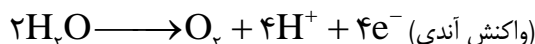
با توجه به میزان حجم گاز تولید شده از برقکافت آب:



گاز تولید شده در لوله  $a$ ، هیدروژن ( $\text{H}_2$ ) و گاز تولید شده در لوله  $b$ ، اکسیژن ( $\text{O}_2$ ) است.

بررسی عبارت‌ها (عبارت ۲ نادرست است).

(۱) در لوله  $b$ ، نیم واکنش زیر انجام می‌گیرد. (واکنش اکسایش)

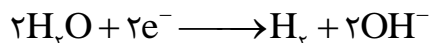


(۲) نسبت چگالی دو گاز مانند نسبت جرم‌های مولی آن دو گاز است. بنابراین چگالی گاز  $\text{O}_2$  تولید شده در لوله  $b$ ، بیشتر از چگالی گاز  $\text{H}_2$  تولید شده در لوله  $a$  است.

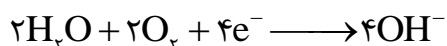
(۳) برقکافت در سلول الکترولیتی انجام می‌گیرد ولی سلول سوختی، سلول گالوانی است.  $emf$  سلول‌های الکترولیتی برخلاف  $emf$  سلول‌های گالوانی، منفی است.

(۴)  $a$  سمت کاتدی برقکافت آب را نشان می‌دهد که در آن  $\text{OH}^-$  تولید شده و رنگ شناساگر  $pH$  در آن آبی می‌شود.

۷۵- پاسخ: گزینه ۳



نیم واکنش کاتدی در برقکافت آب:



نیم واکنش کاتدی در زنگ زدن آهن در محیط خنثی:

۷۶- پاسخ: گزینه ۴

الف) متان از  $\text{H}_2$  ارزان‌تر است.

ب) سلول سوختی  $\text{H}_2$  حتی با مول برابر از مواد اولیه هم انرژی بیشتری تولید می‌کند. در جرم برابر که خیلی بیشتر تولید می‌کند.

پ) نگهداری متان به دلیل واکنش‌پذیری کمتر راحت‌تر از نگهداری  $\text{H}_2$  است.

ت) فرآورده سلول سوختی هیدروژن کم ضررتر هستند.

۷۷- پاسخ: گزینه ۴



جرم اضافه شده به میخ همان  $\text{OH}^-$  می‌باشد:

$$2/8 \text{ g Fe} \times \frac{20}{100} \times \frac{1 \text{ mol}}{56 \text{ g}} \times \frac{3 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{17 \text{ g OH}^-}{1 \text{ mol OH}^-} = 0/51 \text{ g} \Rightarrow 0/51 \text{ g} \times 1000 = 510 \text{ mg}$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۴

درصد خلوص یون سولفات را در نمونه به دست می‌آوریم:

$$4/66 \text{ g BaSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol BaSO}_4}{233 \text{ g BaSO}_4} \times \frac{1 \text{ mol SO}_4^{2-}}{1 \text{ mol BaSO}_4} \times \frac{96 \text{ g SO}_4^{2-}}{1 \text{ mol SO}_4^{2-}} \times \frac{100}{4/8} = 40\%$$

۷۹- پاسخ: گزینه ۱

تنها مورد پ نادرست است. با توجه به صفحه ۲ کتاب درسی انسان‌های پیشین فقط از برخی مواد طبیعی مانند چوب، سنگ، خاک، پشم و پوست بهره می‌بردند، اما با گذشت زمان توانستند موادی مانند سفال را تولید و برخی فلزها را نیز استخراج کنند که خواص مناسبتری داشتند.

۸۰- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا باید با توجه به جدول عناصر موجود در سلول را مشخص کنیم، ۲ عنصر که  $E^0$  آن‌ها  $1/56$  اختلاف دارد روی و نقره هستند،

و حاصل جمع این دو عدد تقریباً معادل گزینه ۲ می‌شود.

$$(2 \times 108) + 65 = 281 \text{ g}$$

$$\frac{0/4 \text{ mole}^-}{2 \text{ mole}} \times \frac{x}{281 \text{ g}} = 56/2$$