



# آزمون هدف‌گذاری

## ۴ بهمن ۱۴۰۳

### دوازدهم ریاضی

### دروس اختصاصی

پاسخ‌گویی به تمام سؤالات این آزمون اجباری است.

مدت پاسخ‌گویی (دقیقه)	شماره سؤالات	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
۱۵	۱ - ۱۰	۱۰	حسابان ۲	۱
۱۵	۱۱ - ۲۰	۱۰	هندسه ۳	۲
۱۵	۲۱ - ۳۰	۱۰	ریاضیات گسسته	۳
۱۵	۳۱ - ۴۰	۱۰	فیزیک ۳	۴
۱۰	۴۱ - ۵۰	۱۰	شیمی ۳	۵
۷۰	۱ - ۵۰	۵۰	مجموع	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

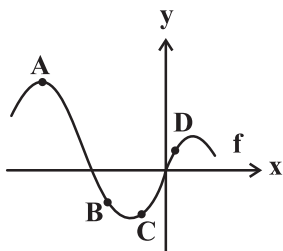
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳

۱- اگر  $m_D, m_C, m_B, m_A$  به ترتیب شیب خطوط مماس بر نمودار  $f$  در نقاط  $A, B, C, D$  باشند کدام گزینه درست است؟



$$(1) m_C < m_B < m_D < m_A$$

$$(2) m_B < m_D < m_A < m_C$$

$$(3) m_B < m_A < m_C < m_D$$

$$(4) m_A < m_B < m_D < m_C$$

۲- در تابع  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ ، اگر  $f'(\alpha) + f'(\beta) = 0$ ، آنگاه  $\alpha$  و  $\beta$  کدام می‌توانند باشند؟

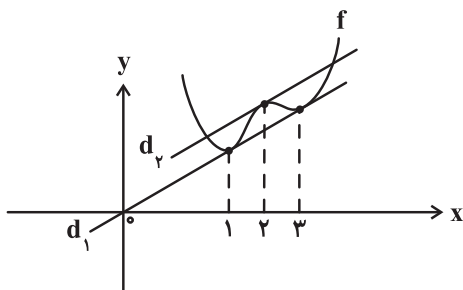
$$(1) \alpha = -2, \beta = 4$$

$$(2) \alpha = 1, \beta = 5$$

$$(3) \alpha = -2, \beta = -4$$

$$(4) \alpha = -1, \beta = 5$$

۳- در شکل زیر، خط  $d_1$  در نقاط به طول‌های ۱ و ۳ و خط  $d_2$  در نقطه به طول ۲ بر منحنی  $f$  مماس می‌باشند و داریم  $d_1 \parallel d_2$ :



حاصل  $f'(2)$  برابر کدام است؟

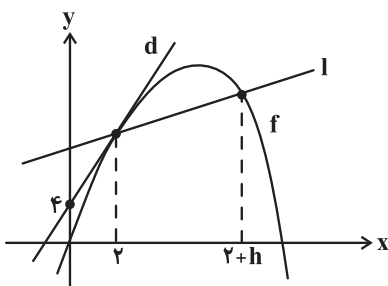
$$(1) f(1)$$

$$(2) \frac{f(1) + f(3)}{2}$$

$$(3) f(3)$$

$$(4) 2f(2)$$

۴- در شکل زیر، اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 6$ ، آنگاه  $f(2)$  برابر کدام می‌تواند باشد؟



$$(1) 10$$

$$(2) 12$$

$$(3) 15$$

$$(4) 16$$

۵- اگر  $f(4) = 1$  و  $f'(x) = \sqrt[3]{16x}$ ، آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 4x}$  کدام است؟

(1)  $\frac{1}{3}$

(2)  $\frac{1}{2}$

(3) ۳

(4) موجود نیست.

محل انجام محاسبات



۶- اگر  $f(1) = f'(1) = 2$ ، مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^3(1+h) - 8}{h}$  کدام است؟

- ۴ (۱)      ۸ (۲)      ۱۲ (۳)      ۲۴ (۴)

۷- اگر خط مماس بر منحنی تابع  $y = f(x)$  در نقطه‌ای به طول  $k$  واقع بر آن، عمود بر خط به معادله  $\frac{y-1}{3} + \frac{2x+1}{4} = -1$  باشد،

حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(k+2h) - f(k)}{2h}$  کدام است؟

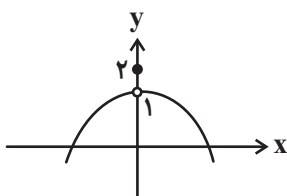
- $\frac{8}{3}$  (۱)       $\frac{8}{9}$  (۲)       $\frac{4}{9}$  (۳)       $\frac{4}{3}$  (۴)

۸- خط  $y = 2x - 1$  در نقطه‌ای به طول  $x = 1$  بر نمودار تابع پیوسته  $y = 3 - 2f(1 - 3x)$  مماس است. حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h-2) + a}{h}$

برابر عدد حقیقی  $b$  شده است، مقدار  $b - 2a$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۹- اگر نمودار تابع  $f$  به شکل زیر باشد و  $g(x) = \frac{\Delta \sin x}{2 \cos x + f(x)}$ ، مقدار  $g'(0)$  کدام است؟



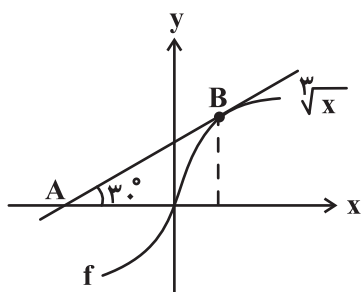
$\frac{5}{4}$  (۱)

$\frac{5}{3}$  (۲)

صفر (۳)

وجود ندارد. (۴)

۱۰- در شکل زیر، خط  $AB$  بر منحنی تابع  $f$  در نقطه  $B$  مماس است، طول نقطه  $B$  کدام است؟



$\frac{2}{3}$  (۱)

$\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt[3]{27}}{2}$  (۳)

$\frac{\sqrt[3]{18}}{2}$  (۴)

محل انجام محاسبات

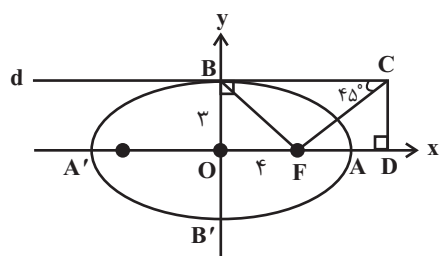


وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی، بردارها: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰

۱۱- در یک بیضی، محیط تمام مثلث‌هایی که یک رأس آن روی بیضی و دو رأس دیگر آن کانون‌های بیضی باشند، برابر کدام است؟

- (۱) مجموع قطر بزرگ و قطر کوچک  
 (۲) مجموع قطر بزرگ و فاصله کانونی  
 (۳) مجموع قطر کوچک و فاصله کانونی  
 (۴) مجموع نصف قطر بزرگ و فاصله کانونی

۱۲- در شکل زیر خط  $d$  در نقطه  $B$  بر بیضی مماس است و  $F$  یکی از کانون‌های بیضی است. مقدار  $AC$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{13}$

(۲) ۳

(۳)  $\sqrt{10}$

(۴) ۵

۱۳- شکل کدام یک از بیضی‌های زیر به دایره نزدیک‌تر است؟

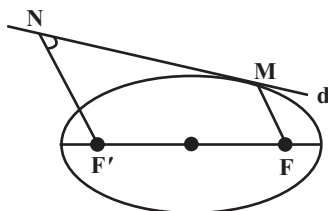
- (۱) بیضی با مقادیر  $a=3$  و  $b=2$   
 (۲) بیضی با مقادیر  $b=4$  و  $c=2$   
 (۳) بیضی با مقادیر  $a=5$  و  $c=2$   
 (۴) بیضی با مقادیر  $b=c=3$

۱۴- فاصله دو کانون بیضی از یکدیگر ۶ واحد و طول قطر کوچک این بیضی ۴ واحد است. اگر  $M$  نقطه‌ای درون صفحه این بیضی ومجموع فاصله‌های نقطه  $M$  از دو کانون برابر ۸ باشد، آن‌گاه  $M$  کجا قرار دارد؟

- (۱) درون بیضی  
 (۲) روی بیضی  
 (۳) بیرون بیضی  
 (۴) هر سه حالت امکان‌پذیر است.

۱۵- در بیضی شکل زیر خط  $d$  در نقطه  $M$  بر بیضی مماس است. اگر  $F'N \parallel FM$ ،  $\hat{N} = 45^\circ$ ،  $FM = 6$  و  $F'N = 8$  باشد، خروج از

مرکز بیضی کدام است؟



(۱)  $\frac{3}{7}$

(۲)  $\frac{2}{5}$

(۳)  $\frac{5}{7}$

(۴)  $\frac{4}{5}$

محل انجام محاسبات



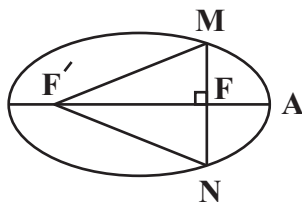
۱۶- یک بیضی درون مستطیلی محاط شده است به گونه‌ای که قطرهای کوچک و بزرگ بیضی موازی اضلاع مستطیل هستند. اگر

اندازه قطر مستطیل برابر ۴ و خروج از مرکز بیضی برابر  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  باشد، فاصله بین دو کانون بیضی کدام است؟

- (۱)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۲)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴)  $4\sqrt{3}$

۱۷- در شکل زیر  $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی هستند. اگر طول قطر کوچک بیضی برابر ۶ و محیط مثلث  $MNF'$  برابر ۲۰ باشد،

مساحت مثلث  $MNF'$  کدام است؟



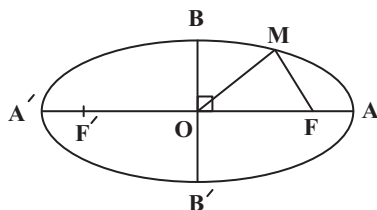
(۱)  $14/4$

(۲)  $28/8$

(۳)  $12$

(۴)  $12/8$

۱۸- در بیضی مقابل اگر  $OB = 5$ ،  $OM = 12$  و  $AF = 1$  باشد، طول پاره خط  $MF$  کدام است؟ ( $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی هستند).



(۱)  $\sqrt{119}$

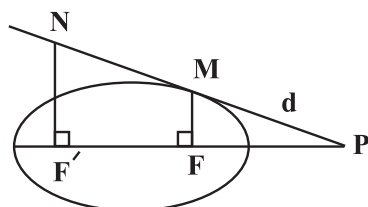
(۲)  $2\sqrt{119}$

(۳)  $12 - \sqrt{119}$

(۴)  $13 - \sqrt{119}$

۱۹- در شکل زیر نقاط  $F(3,2)$  و  $F'(-3,2)$  کانون‌های بیضی هستند و خط  $d$  در نقطه  $M(3,10)$  بر بیضی مماس شده است. طول

$PF'$  کدام است؟



(۱)  $36$

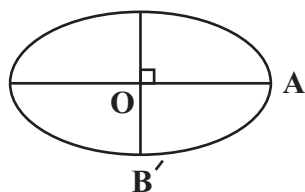
(۲)  $24$

(۳)  $30$

(۴)  $54$

۲۰- در بیضی شکل زیر، قطرهای کوچک و بزرگ موازی محورهای مختصات هستند. اگر  $A(16,6)$  و  $B'(-1,-2)$  باشند، فاصله

کانونی بیضی کدام است؟



(۱)  $30$

(۲)  $2\sqrt{353}$

(۳)  $15$

(۴)  $\sqrt{353}$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: گراف و مدل‌سازی (تا پایان کار در کلاس صفحه ۴۷): صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷

۲۱- برای گراف  $G$  از مرتبه ۵ چند تا از گزاره‌های زیر درست است؟(الف) گراف  $G$  قطعاً یک مجموعه احاطه‌گر ۵ عضوی دارد.

(ب) هر مجموعه که شامل یک مجموعه احاطه‌گر باشد، خود مجموعه‌ای احاطه‌گر است.

(پ) اگر درجه یک رأس این گراف برابر ۴ باشد، هر مجموعه احاطه‌گر شامل این رأس است.

(ت) این گراف ممکن است مجموعه احاطه‌گر نداشته باشد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۲- فرض کنید  $a, b, c, d, e$  و  $f$  شهرهای یک استان هستند و فاصله‌های مستقیم این شهرها از یکدیگر، مطابق جدول زیر

باشد. می‌خواهیم تعدادی ایستگاه رادیویی در برخی از شهرهای این استان راه‌اندازی کنیم به طوری که همه شهرهای استان

تحت پوشش رادیویی قرار بگیرند. اگر هر ایستگاه رادیویی تا حداکثر ۲۰ کیلومتر اطراف خود را پوشش دهد برای این کار به

حداقل چند ایستگاه رادیویی نیاز داریم؟

	a	b	c	d	e	f
a		۲۰	۴۰	۲۵	۱۵	۳۵
b	۲۰		۳۰	۳۵	۴۰	۵۰
c	۴۰	۳۰		۲۰	۵۵	۱۵
d	۲۵	۳۵	۲۰		۴۵	۳۰
e	۱۵	۴۰	۵۵	۴۵		۱۰
f	۳۵	۵۰	۱۵	۳۰	۱۰	

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۲۳- گراف  $G$  از مرتبه ۵ فقط یک دور دارد و این دور از هر ۵ رأس عبور می‌کند. این گراف چند مجموعه احاطه‌گر دارد؟

۱۵ (۲)

۵ (۱)

۲۶ (۴)

۲۱ (۳)

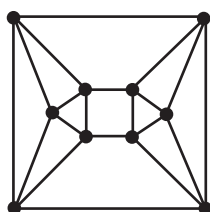
۲۴- عدد احاطه‌گری گراف زیر چقدر است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

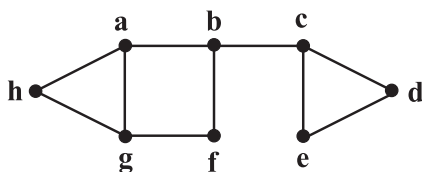
۴ (۴)



محل انجام محاسبات



۲۵- چه تعداد از مجموعه‌های زیر برای گراف مقابل، مجموعه احاطه‌گر مینیمال هستند؟



{a, c, g} (الف)

{a, f, c} (ب)

{g, e, d} (پ)

{b, h, d} (ت)

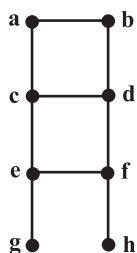
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۲۶- حداقل چند یال به گراف زیر اضافه کنیم تا عدد احاطه‌گری آن ۲ باشد؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۲۷- گراف  $C_3$  چند زیرگراف متمایز و ناتهی دارد به طوری که هر زیرگراف دارای ۷- مجموعه یکتا باشد؟

۱۵ (۴)

۸ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۲۸- عدد احاطه‌گری گرافی از مرتبه ۹، برابر ۲ است. این گراف حداکثر چند یال دارد؟

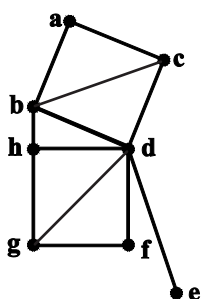
۳۵ (۴)

۳۱ (۳)

۴۵ (۲)

۱۷ (۱)

۲۹- گراف  $G$  مطابق شکل مقابل است. عدد احاطه‌گری گراف  $\bar{G}$  کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۳۰- چند گراف ساده با مجموعه رأس‌های  $\{a, b, c, d, e\}$  وجود دارد که مجموعه  $D = \{a, b\}$  یک مجموعه احاطه‌گر باشد؟

۱۴۴ (۴)

۲۵۶ (۳)

۱۲۸ (۲)

۴۳۲ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۸

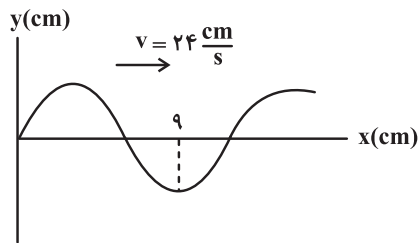
۳۱- چند مورد از موارد زیر درست است؟

(الف) موج‌ها به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند، موج‌های مکانیکی، موج‌های الکترومغناطیسی و موج‌های طولی.

(ب) جابه‌جایی هر جزء نوسان‌کننده موج عرضی، عمود بر جهت حرکت موج است.

(ج) به فاصله بین دو برآمدگی متوالی در موجی که روی سطح آب توسط نوسان‌ساز ایجاد می‌شود طول موج می‌گویند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

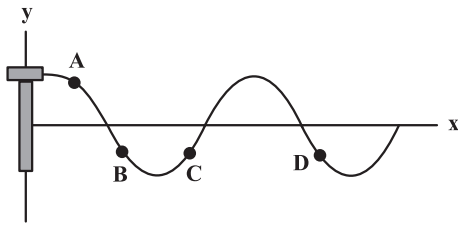
۳۲- نمودار نقش موج یک موج عرضی در  $t = 0$  مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط هر ذره از موج در صوت در بازه  $t = 0$ تا  $t = 20$  s برابر با  $20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  باشد. طول پاره‌خط نوسان ذرات چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۲/۵

(۲) ۵

(۳) ۱۰

(۴) ۱۵

۳۳- شکل زیر موج عرضی منتشر شده در طنابی را در یک لحظه نشان می‌دهد. پس از مدت زمان  $t = \frac{T}{4}$  کدام یک از گزینه‌های زیر

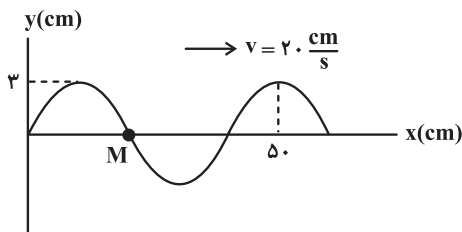
صحیح خواهد بود؟

(۱) شتاب D مثبت است.

(۲) شتاب C مثبت است.

(۳) سرعت A منفی است.

(۴) سرعت B مثبت است.

۳۴- شکل زیر تصویری از یک موج عرضی در یک ریسمان کشیده شده را در لحظه  $t_1$  نشان می‌دهد. سرعت متوسط ذره M ازلحظه  $t_1$  تا  $t_2 = t_1 + \frac{3}{200}$  (s) چند  $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$  است؟

(۱) ۲۰۰

(۲) -۲۰۰

(۳) ۶۰۰

(۴) -۶۰۰

۳۵- سیمی همگن به طول L و جرم m را با نیروی F می‌کشیم. اگر سیم را نصف کنیم و آن را با نیروی ۲F بکشیم تندی انتشار

موج‌های عرضی در سیم دوم چند برابر تندی انتشار موج‌های عرضی در سیم اولی است؟

(۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)  $\sqrt{2}$ (۲)  $\frac{1}{2}$ 

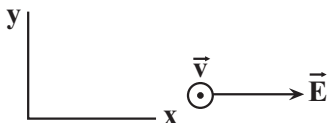
(۱) ۲

محل انجام محاسبات





۳۶- شکل مقابل نقش یک موج الکترومغناطیسی را در لحظه  $t = 0$  نشان می‌دهد و در این لحظه میدان الکتریکی ( $\vec{E}$ ) بیشینه است. اگر هر ذره از این موج در مدت یک دقیقه  $30$  نوسان کامل انجام دهد، در لحظه  $t = 3s$ ، میدان مغناطیسی ( $\vec{B}$ ) چگونه است؟



(۱) صفر است.

(۲) در جهت محور  $y$  و بیشینه است.

(۳) در خلاف جهت محور  $y$  و بیشینه است.

(۴) در جهت محور  $y$  و مقدار آن بین صفر و بیشینه است.

۳۷- در یک سیم همگن که با نیروی  $F$  کشیده شده است، موج عرضی ایجاد کرده‌ایم و تندی انتشار موج در آن  $160 \frac{m}{s}$  است.  $\frac{3}{4}$

قسمت طول سیم را بریده و کنار می‌گذاریم و  $\frac{1}{4}$  باقیمانده را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا طول آن به طول اولیه سیم برسد.

اگر در این حالت، سیم را با نیروی  $4F$  بکشیم، تندی انتشار موج عرضی در آن چه تغییری می‌کند؟

(۱)  $320 \frac{m}{s}$  کاهش می‌یابد.

(۲)  $480 \frac{m}{s}$  افزایش می‌یابد.

(۳)  $240 \frac{m}{s}$  افزایش می‌یابد.

(۴)  $160 \frac{m}{s}$  کاهش می‌یابد.

۳۸- در کدام گزینه طیف موج‌های الکترومغناطیسی به ترتیب کاهش بسامد منظم شده‌اند؟

(۱) فرابنفش، بنفش، قرمز، میکروموج

(۲) میکروموج، قرمز، فرابنفش، بنفش

(۳) قرمز، بنفش، میکروموج، فرابنفش

(۴) میکروموج، بنفش، فرابنفش، قرمز

۳۹- کدام یک از موارد زیر در مورد ویژگی‌های انواع مختلف امواج الکترومغناطیسی صحیح است؟

(الف) عدم گسستگی طول موج این امواج

(ب) تندی یکسان حرکت امواج در محیط‌های شفاف

(پ) تفاوت فراوان روش تولید امواج

(۱) «الف»

(۲) «الف» و «پ»

(۳) «الف»، «ب» و «پ»

(۴) «ب» و «پ»

۴۰- مطابق شکل زیر، موجی در یک فنر در حال انتشار است. نقاط  $A$  و  $B$  به ترتیب در مکان‌هایی هستند که بیش‌ترین

جمع‌شدگی و بازشدگی در آن جا رخ داده است. نقطه  $C$  نیز در وسط فاصله بین یک بازشدگی بیشینه و جمع‌شدگی بیشینه

مجاور هم قرار دارد. اگر جابه‌جایی هر جزء فنر واقع در نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  از وضع تعادل را به ترتیب با  $\Delta x_A$ ،  $\Delta x_B$  و  $\Delta x_C$

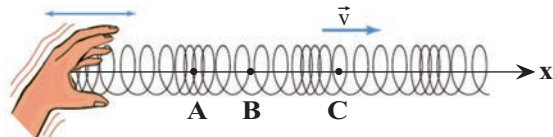
نشان دهیم، کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $\Delta x_A = \Delta x_B = 0$  و  $\Delta x_C$  بیشینه و مثبت است.

(۲)  $\Delta x_A = \Delta x_B = 0$  و  $\Delta x_C$  بیشینه و منفی است.

(۳)  $\Delta x_A$  و  $\Delta x_B$  بیشینه و مثبت و  $\Delta x_C = 0$  است.

(۴)  $\Delta x_A$  بیشینه و مثبت و  $\Delta x_B$  بیشینه و منفی و  $\Delta x_C = 0$  است.





۴۶- در کدام گزینه یکی از مولکول‌ها قطبی و دیگری ناقطبی و شمار الکترون‌های پیوندی آنها برابر است؟

(۱)  $SCO, SO_2$       (۲)  $C_2H_2, CO_2$       (۳)  $CHCl_3, CF_4$       (۴)  $SOCl_2, HCN$

۴۷- همه عبارات‌های زیر درست‌اند به جز:

- (۱) در کربونیل سولفید اتم با شعاع اتمی کمتر بار جزئی منفی دارد.
- (۲) گشتاور دوقطبی اتین بر خلاف کربونیل سولفید برابر صفر می‌باشد.
- (۳) اتین یک مولکول چهار اتمی خطی است و نوع بار جزئی اتم‌های H در آن با نوع بار جزئی S در  $SO_2$  متفاوت است.
- (۴) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول کربونیل سولفید با این نسبت در مولکول آب یکسان است.

۴۸- چند مورد از عبارات زیر درست است؟

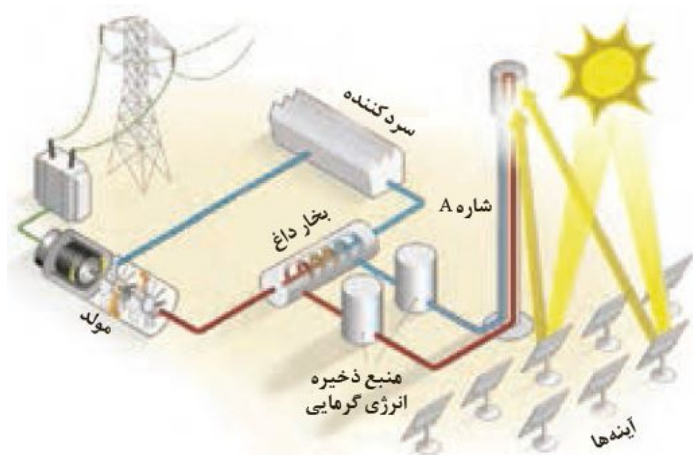
- الف) همه ترکیب‌های آلی، جزو مواد مولکولی هستند.
  - ب) شمار اتم‌های کربن در  $1\text{cm}^3$  الماس بیشتر از شمار اتم‌های کربن در  $1\text{cm}^3$  گرافیت است.
  - پ) نقطه ذوب الماس بالاتر از نقطه ذوب سیلیسیم است.
  - ت) واژه‌های فرمول مولکولی و نیروهای بین مولکولی را برای توصیف یخ خشک، نمی‌توان به کار برد.
- (۱) ۱      (۲) ۴      (۳) ۲      (۴) ۳

۴۹- همه موارد زیر صحیح می‌باشد، به جز:

- (۱) یخ همانند کوارتز ظاهری شفاف، زیبا و سخت دارد اما برعکس کوارتز زودگداز است.
- (۲) در ساختار یخ هر اتم هیدروژن به یک اتم اکسیژن با پیوند اشتراکی و به یک اتم اکسیژن از مولکول دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.
- (۳) نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی در مولکول‌های سه اتمی  $CO_2, H_2O, OF_2$  و اتم O سرخ رنگ می‌باشد.
- (۴) مولکول‌های  $HCl, H_2O, NH_3, SCO$  همگی در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

۵۰- با توجه به شکل چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- الف) شاره A سدیم کلرید مذاب می‌باشد.
- ب) بین مولکول‌های شاره‌ای که مولد را به حرکت درمی‌آورد پیوند هیدروژنی می‌تواند تشکیل می‌شود.
- پ) بدون حضور آینه‌ها در این فناوری نیز امکان تولید برق وجود دارد.
- ت) به جای شاره A در این فناوری می‌توان از آهن مذاب استفاده نمود.



(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴



# دفترچه پاسخ

## آزمون هدف گذاری

# ۴ بهمن ۱۴۰۳

## اختصاصی دوازدهم ریاضی

**طراحان**

نام طراحان (به ترتیب حروف الفبا)	نام درس
داود بوالحسینی-محمدابراهیم توزنده جانی-افشین خاصه خان-احمدرضا ذاکرزاده-محمد زنگنه-مهسان گودرزی-غلامرضا نیازی-یاسین قوی پنجه	حسابان ۲
امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-کیوان دارابی-سیدمحمدرضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-سوگند روشنی-محمدپارسا سبزه ای-محمد صحت کار-احمدرضا فلاح-امیر وفائی-سرژ یقیازاریان تبریزی	هندسه ۳ و ریاضیات گسسته
عباس اصغری-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-اوستا عباسی-مصطفی کیانی-محمدصادق مام سیده-مصطفی واتقی	فیزیک ۳
امیر ابراهیمی-عظیم بردی صیادلی-حسن رحمتی کوکنده-رضا سلیمانی-میلاد عزیزی-محمد عظیمیان زواره-هادی قاسمی اسکندر-علی نظیف کار	شیمی ۳

**گروه علمی**

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳ و ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	سپهر متولیان	محمدپارسا سبزه ای	اوستا عباسی	ماهان فرمندفر
گروه ویراستاری	سید ماهد عبدی مهرداد ملوندی	اوستا عباسی مهرداد ملوندی	ماهان فرمندفر	آرش ظریف
مسئول درس	سپهر متولیان	محمدپارسا سبزه ای	اوستا عباسی	ماهان فرمندفر
مسئول درس مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	احسان صادقی	امیرحسین توحیدی

**گروه فنی و تولید**

مهرداد ملوندی	مدیر گروه
محمدپارسا سبزه ای	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری	گروه مستندسازی
فرزانه فتح اله زاده	حروف نگار و صفحه آرا

**گروه آزمون**
**بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)**

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



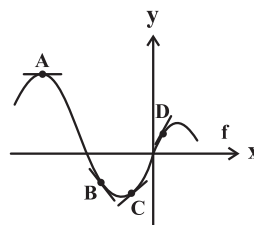
حسابان ۲

گزینه «۳» -۱

(مهمان کوروزی)

خط مماس در نقطه A افقی است، پس شیب آن صفر است، علامت شیب در نقطه B منفی است پس  $m_B < m_A$ .

علامت شیب خطوط مماس در نقاط C, D مثبت هستند، اما همان‌طور که در شکل مشخص است شیب خط مماس در نقطه D نسبت به نقطه C بیشتر است.



(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۵)

گزینه «۲» -۲

(مهمان زنگنه)

در تابع درجه ۲، نقاطی که نسبت به محور تقارن، قرینه هم باشند، مشتق آنها قرینه هم است پس چون خط  $x = 3$  محور تقارن تابع است لذا  $\alpha$  و  $\beta$  می‌تواند اعداد گزینه «۲» باشند چون نسبت به  $x = 3$ ، قرینه هم هستند.

$$f(x) = x^2 - 6x + 8$$

$$\Rightarrow \text{محور تقارن: } x = \frac{-(-6)}{2} = 3$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳)

گزینه «۱» -۳

(غلامرضا نیازی)

می‌دانیم شیب دو خط موازی، برابر است. درضمن، خط  $d_1$  از مبدأ مختصات و نقطه  $(1, f(1))$  می‌گذرد، پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} m_{d_1} &= \frac{f(1) - 0}{1 - 0} = f(1) \\ m_{d_2} &= f'(2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'(2) = f(1)$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

گزینه «۴» -۴

(اخشین فاصه‌فان)

مطابق شکل و فرض داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \rho = m_d : d \text{ شیب خط}$$

پس معادله خط  $d$  عبارت است از:

$$y - \rho = \rho(x - 0) \Rightarrow y = \rho x + \rho$$

و چون خط  $d$  در نقطه  $x = 2$  بر تابع  $f$  مماس است پس:

$$f(2) = \rho(2) + \rho = 1\rho$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۸)

گزینه «۲» -۵

(مهمان زنگنه)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 4x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 4x} \times \frac{\sqrt{f(x)} + 1}{\sqrt{f(x)} + 1} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 1}{(x-4)(x)(\sqrt{f(x)} + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 1}{x - 4} \times \frac{1}{x(\sqrt{f(x)} + 1)} = f'(4) \times \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳)

گزینه «۴» -۶

(یاسین قوی‌پنجه)

به جای ۸ قرار می‌دهیم  $f''(1)$  و از تعریف مشتق در نقطه  $x = 1$  استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(1+h) - 8}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(1+h) - f''(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(1+h) - f(1))(f'(1+h) + f'(1))f(1+h) + f''(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0} (f'(1+h) + 2f'(1) + 4)$$

$$= f'(1) \times (f'(1) + 2f'(1) + 4) = 2(4 + 4 + 4) = 24$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۸)

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow b - 2a = 2$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳)

(اسم‌رضا ذاکر زاده)

گزینه «۲» - ۹

می‌دانیم  $g(0) = 0$ ، در نتیجه:

$$g'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta \sin x}{2 \cos x + f(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta \sin x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2 \cos x + f(x)} = \Delta \times \frac{1}{2+1} = \frac{\Delta}{3}$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳)

(موسسان کورری)

گزینه «۲» - ۱۰

خط  $AB$  با محور طول‌ها زاویه  $30^\circ$  می‌سازد و  $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ، پس

شیب خط  $AB$  برابر  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  است و چون  $AB$  بر منحنی  $y = \sqrt[3]{x}$  مماس

است پس مشتق تابع در نقطه  $B$  برابر  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  است.

$$f'(x_B) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x_B + h} - \sqrt[3]{x_B}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x_B + h - x_B}{h(\sqrt[3]{(x_B + h)^2} + \sqrt[3]{x_B} \sqrt[3]{x_B + h} + \sqrt[3]{x_B^2})}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{(x_B + h)^2} + \sqrt[3]{x_B} \sqrt[3]{x_B + h} + \sqrt[3]{x_B^2}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x_B^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3\sqrt[3]{x_B^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x_B = 3 - \frac{3}{4} = \frac{\sqrt[3]{3}}{3}$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳)

(ممدابراهیم توزنده‌بانی)

گزینه «۲» - ۷

ابتدا شیب خط به معادله  $\frac{y-1}{3} + \frac{2x+1}{4} = -1$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{y}{3} - \frac{1}{3} + \frac{2x}{4} + \frac{1}{4} = -1 \Rightarrow \frac{y}{3} + \frac{x}{2} = -\frac{11}{12}$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط} = -\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2}$$

از آنجا که خط مماس بر منحنی  $f$  در  $x = k$  عمود بر خط مذکور می‌باشد،

پس شیب آن عکس و قرینه شده و برابر  $\frac{2}{3}$  خواهد بود، یعنی  $f'(k) = \frac{2}{3}$

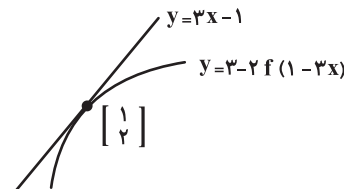
است و داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(k + \Delta h) - f(k)}{\Delta h} = \frac{\Delta}{3} f'(k) = \frac{\Delta}{3} \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\Delta}{9}$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳)

(داوود پوالمسنی)

گزینه «۲» - ۸



$$(1, 2) \in y \Rightarrow 2 = 3 - 2f(1 - 3) \Rightarrow f(-2) = \frac{1}{2}$$

$$y' = -2 \times (-3) f'(1 - 3x)$$

$$y'(1) = 6f'(-2) = 3 \Rightarrow f'(-2) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h - 2) + a}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2) + a}{0} = b$$

$$\xrightarrow{\text{عدد حقیقی } b} f(-2) + a = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} + a = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

در نتیجه:

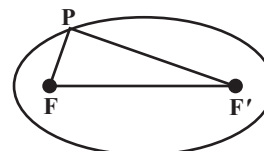
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h - 2) - \frac{1}{2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2 + 2h) - f(-2)}{h} = 2f'(-2) = b$$

هندسه ۳

گزینه ۲» ۱۱

(افشین فاضله‌فان)

مطابق شکل محیط مثلث مورد نظر برابر است با:



$$(PF + PF') + FF' = 2a + 2c$$

(هندسه ۳ - صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

گزینه ۱» ۱۲

(علی ایمانی)

$$\Delta OBF : BF^2 = OB^2 + OF^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow BF = a = 5$$

$$FCD \Rightarrow \text{متساوی الساقین} \Rightarrow CD = FD = b$$

$$AF = a - c \Rightarrow AD = b - (a - c) = b + c - a = 3 + 4 - 5 = 2$$

$$\Rightarrow AC^2 = AD^2 + CD^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow AC = \sqrt{13}$$

(هندسه ۳ - صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

گزینه ۳» ۱۳

(امیرحسین ابومصوب)

هرچه خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک شود، کشیدگی بیضی کمتر شده و شکل بیضی به دایره نزدیکتر می‌شود. داریم:

$$\text{گزینه ۱: } c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5} \Rightarrow e_1 = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{گزینه ۲: } a^2 = b^2 + c^2 = 16 + 4 = 20 \Rightarrow a = 2\sqrt{5} \Rightarrow e_2 = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{گزینه ۳: } e_3 = \frac{c}{a} = \frac{2}{5}$$

$$\text{گزینه ۴: } a^2 = b^2 + c^2 = 9 + 9 = 18 \Rightarrow a = 3\sqrt{2} \Rightarrow e_4 = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

با توجه به اینکه  $e_3 < e_2 < e_4 < e_1$ ، پس شکل بیضی گزینه ۳ به دایره نزدیکتر است.

(هندسه ۳ - صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

گزینه ۳» ۱۴

(امیرحسین ابومصوب)

$$\left. \begin{array}{l} 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 = 3^2 + 2^2 = 13$$

$$a = \sqrt{13} < 4 \Rightarrow 2a < 8$$

اگر  $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی باشند، آن‌گاه داریم:

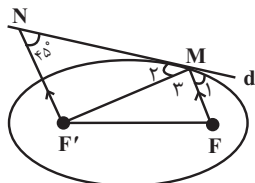
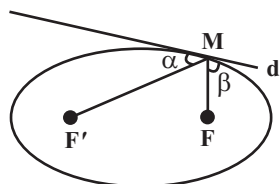
$$MF + MF' = 8 > 2a \Rightarrow M \text{ بیرون بیضی قرار دارد}$$

(هندسه ۳ - صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(امیررضا خلاج)

گزینه ۳» ۱۵

تذکر: در شکل زیر اگر خط  $d$  بر بیضی در نقطه  $M$  مماس باشد، آن‌گاه  $\alpha = \beta$  است.



چون  $F'N \parallel FM$ ، بنابر خاصیت خطوط موازی و مورب  $\hat{M}_1 = \hat{N} = 45^\circ$ .

از طرفی می‌دانیم  $\hat{M}_2 = \hat{M}_1$  در نتیجه  $\hat{M}_2 = 45^\circ$  و مثلث  $MF'N$  متساوی‌الساقین است، پس  $MF' = NF' = 8$  است. بدیهی است که زاویه  $\hat{M}_3 = 90^\circ$  و مثلث  $MFF'$  قائم‌الزاویه می‌باشد.

$$FF'^2 = MF^2 + MF'^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow FF' = 2c = 10 \Rightarrow c = 5$$

$$MF + MF' = 2a = 8 + 6 = 14 \Rightarrow a = \frac{14}{2} = 7$$

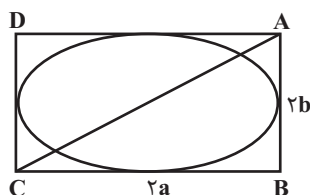
$$\Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{5}{7}$$

(هندسه ۳ - صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

گزینه ۲» ۱۶

(سرژ یقین‌آریان تبریزی)

طول اضلاع مستطیل  $2a$  و  $2b$  است. طبق رابطه فیثاغورس، طول قطر مستطیل را می‌توان پیدا کرد:



$$\Delta ABC : AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\xrightarrow{AC=4} 4a^2 + 4b^2 = 16 \Rightarrow a^2 + b^2 = 4 \quad (1)$$

از طرفی، خروج از مرکز بیضی برابر  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  است، پس داریم:

$$\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2(a^2 - b^2) = a^2 \Rightarrow a^2 = 2b^2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} 2b^2 + b^2 = 4 \Rightarrow b^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow a^2 = \frac{8}{3}$$

فاصله بین دو کانون بیضی ( $FF'$ ) برابر  $2c$  می‌باشد:

$$x + y = 2a = 26$$

$$x^2 + y^2 = (2c)^2 = 576 \Rightarrow (x+y)^2 - 2xy = 576$$

$$\Rightarrow 676 - 2xy = 576 \Rightarrow xy = 50$$

بنابراین حاصل جمع و حاصل ضرب  $x$  و  $y$  را داریم و می‌توانیم معادله درجه دوم تشکیل دهیم:

$$\begin{cases} x+y=26 \\ xy=50 \end{cases} \Rightarrow z^2 - 26z + 50 = 0 \Rightarrow z = 13 \pm \sqrt{119}$$

$$\Rightarrow x = MF = 13 - \sqrt{119}$$

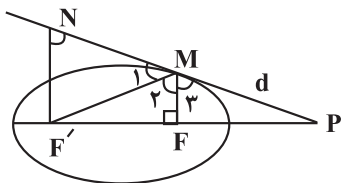
(هنر سه - صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

(سوکندر روشنی)

۱۹- گزینه «۳»

$$FF' = |3 - (-3)| = 6$$

$$MF = |10 - 2| = 8$$



مطابق شکل  $M$  را به  $F'$  وصل می‌کنیم.

طبق خاصیت بازتابندگی بیضی، زوایایی که خطوط  $MF$  و  $MF'$  با خط  $d$  (خط مماس بر بیضی در نقطه  $M$ ) می‌سازند، برابر یکدیگر است، پس  $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_3$  از طرفی داریم:

$$MF \parallel NF' \Rightarrow \widehat{M}_3 = \widehat{N} \xrightarrow{\widehat{M}_1 = \widehat{M}_3} \widehat{M}_1 = \widehat{N}$$

$$\xrightarrow{\Delta MNF'} NF' = MF'$$

$$\Delta MFF': MF'^2 = MF^2 + FF'^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\Rightarrow MF' = 10 \Rightarrow NF' = 10$$

$$MF \parallel NF' \Rightarrow \Delta PNF' \text{ تالس در } \frac{MF}{NF'} = \frac{PF}{PF'}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{PF}{6+PF} \Rightarrow PF = 24 \Rightarrow PF' = PF + FF' = 24 + 6 = 30$$

(هنر سه - صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

(علی ایمانی)

۲۰- گزینه «۱»

طول مرکز بیضی برابر با طول نقطه  $B'$  یعنی برابر  $(-1)$  و عرض آن برابر با عرض نقطه  $A$  یعنی برابر  $6$  است، بنابراین داریم:

$$a = OA = |16 - (-1)| = 17$$

$$b = OB' = |6 - (-2)| = 8$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 289 = 64 + c^2 \Rightarrow c^2 = 225 \Rightarrow c = 15$$

فاصله کانونی  $= 2c = 30$

(هنر سه - صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = \frac{8}{3} - \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow c = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow FF' = 2c = 2 \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

(هنر سه - صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

(افشین فاضل‌نار)

۱۷- گزینه «۱»

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع بر بیضی از دو کانون آن، برابر طول قطر بزرگ بیضی است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \Delta MNF' \text{ محیط} &= MN + MF' + NF' \\ &= (MF + NF) + MF' + NF' \\ &= (MF + MF') + (NF + NF') = 2a + 2a = 4a \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 4a = 20 \Rightarrow a = 5$$

$$\text{طول قطر کوچک} : 2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 25 = 9 + c^2 \Rightarrow c^2 = 16 \Rightarrow c = 4$$

در مثلث  $MNF'$ ، قاعده  $MN$  وتر کانونی بیضی به طول  $\frac{2b^2}{a}$  و ارتفاع وارد بر این قاعده،  $FF'$  فاصله کانونی بیضی به طول  $2c$  است، پس داریم:

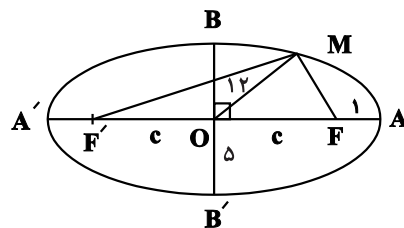
$$S_{MNF'} = \frac{1}{2} MN \times FF' = \frac{1}{2} \times \frac{2b^2}{a} \times 2c$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2 \times 3^2}{5} \times 2 \times 4 = 14 / 4$$

(هنر سه - صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

(کیوان دارابی)

۱۸- گزینه «۴»



$$\begin{cases} b = 5 \\ a = c + 1 \Rightarrow (c+1)^2 = 5^2 + c^2 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2c + 1 = 25 \Rightarrow c = 12, a = 13$$

بنابراین  $OM = OF = 12$  و  $M$  روی دایره‌ای به مرکز  $O$  و قطر

$F'F$  واقع است. در نتیجه:

$$F'MF = 90^\circ, MF = x, MF' = y$$

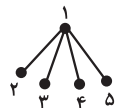


**ریاضیات گسسته**
**گزینه ۲۱**

(ممبرپارسا سبزه‌ای)

گزاره‌های «الف» و «ب» گزاره‌هایی درست هستند، اما گزاره‌های «پ» و «ت» نادرست‌اند.

در شکل زیر، درجه رأس ۱ برابر ۴ است و مجموعه احاطه‌گر  $\{۲, ۳, ۴, ۵\}$  شامل رأس ۱ نیست. (نادرستی «پ»)



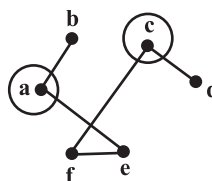
در هر گراف با مجموعه رئوس  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ ، خود مجموعه  $V$  احاطه‌گر است. (نادرستی «ت»)

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

**گزینه ۲۲**

(ممد صحت‌کار)

ابتدا باید گرافی با ۶ رأس رسم کنیم و هر رأس را به نام یکی از شهرها نام‌گذاری کنیم. سپس نقاط متناظر با شهرهایی که فاصله آن‌ها ۲۰ کیلومتر یا کمتر است را به هم وصل کنیم. در این شرایط، هدف، یافتن عدد احاطه‌گری این گراف است.



مجموعه دو عضوی  $\{a, c\}$  مجموعه احاطه‌گر مینیمم این گراف است. بنابراین:

$$\gamma(G) = 2$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

**گزینه ۲۳**

(سوکندر روشنی)

گراف گفته شده در صورت سؤال  $C_5$  است، که تعداد مجموعه‌های

$$\binom{5}{2} - 5 = 5$$

احاطه‌گر آن به صورت زیر است:

یعنی تمام مجموعه‌های دو عضوی احاطه‌گر هستند، به جز رئوسی که مجاورند.

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 10 + 5 + 1 = 16$$

یعنی تمام مجموعه‌های حداقل سه عضوی احاطه‌گر هستند.

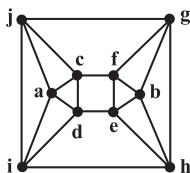
$$21 = 16 + 5 = \text{تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

**گزینه ۲۴**

(ممبرپارسا سبزه‌ای)

در این گراف  $\gamma = 2$ ؛ به عنوان مثال، یکی از  $\gamma$ -مجموعه‌ها، مجموعه  $\{a, b\}$  است.



(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

**گزینه ۲۵**

(ممد صحت‌کار)

مجموعه احاطه‌گر مینیمال زیرمجموعه‌ای از رأس‌های گراف است که با حذف هر رأس از آن دیگر احاطه‌گر نباشد.

با توجه به این تعریف، فقط مجموعه‌های  $\{a, f, c\}$  و  $\{b, h, d\}$  احاطه‌گر

مینیمال هستند. مجموعه  $\{g, e, d\}$  احاطه‌گر نیست و مجموعه  $\{a, c, g\}$

با حذف رأس  $a$ ، همچنان احاطه‌گر است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

$$\Rightarrow 2q = 8 \times 7 + 6 = 62 \Rightarrow q = 31$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

(امیر وغانی)

گزینه «۲»

گراف  $G$  رأس تنها ندارد، پس رأسی در گراف  $\bar{G}$  موجود نیست که با تمام رأس‌های آن گراف مجاور باشد و در نتیجه  $\gamma(\bar{G}) > 1$  است. از طرفی رأس  $a$  در گراف  $\bar{G}$  تمام رئوس گراف به جز  $b$  و  $c$  را احاطه می‌کند. دو رأس  $b$  و  $c$  نیز در گراف  $\bar{G}$  با رأس  $e$  مجاورند، پس  $\{a, e\}$  می‌تواند یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای گراف  $\bar{G}$  باشد و در نتیجه  $\gamma(\bar{G}) = 2$  است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

(ممدپارسا سبزه‌ای)

گزینه «۱»

برای آن که مجموعه  $\{a, b\}$  احاطه‌گر باشد، باید هر یک از رئوس  $c, d, e$  و به حداقل یکی از رئوس  $a$  و  $b$  وصل باشند. پس هر کدام ۳ حالت دارند (برای مثال برای رأس  $c$ ، یال  $ac$  یا  $bc$  یا هر دوی آن‌ها می‌تواند وجود داشته باشد).

یال  $ab$  می‌تواند وجود داشته باشد یا نداشته باشد (۲ حالت)

۳ یال  $cd, ce, de$  نیز می‌توانند در مجموعه یال‌های این گراف باشند یا نباشند (۳ حالت)

پس تعداد گراف‌های مطلوب برابر است با:

$$3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2^3 = 27 \times 16 = 432$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(ممدپارسا سبزه‌ای)

گزینه «۱»

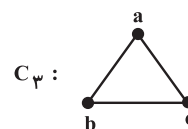
با اضافه کردن یال  $fg$ ، عدد احاطه‌گری گراف برابر ۲ و مجموعه احاطه‌گر آن  $\{a, f\}$  می‌شود.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(ممدپارسا سبزه‌ای)

گزینه «۱»

تعداد زیرگراف‌های مطلوب را براساس تعداد رأس‌های آن می‌شماریم:

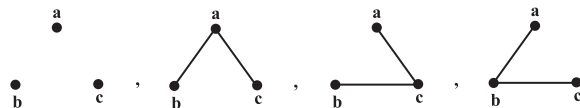


زیرگراف‌های ۱ رأسی:  $\bullet a, \bullet b, \bullet c$

زیرگراف‌های ۲ رأسی:  $\bullet a \bullet b, \bullet b \bullet c, \bullet a \bullet c$

توجه: دقت کنید اگر بین دو رأس یال باشد دیگر  $\gamma$  مجموعه یکتا نیست.

زیرگراف‌های ۳ رأسی:



تعداد زیرگراف‌های مورد نظر برابر است با:  $3 + 3 + 4 = 10$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(سیرممدرضا حسینی فرزند)

گزینه «۳»

چون عدد احاطه‌گری این گراف برابر ۲ است، پس هیچ رأسی از درجه ۸ ندارد و در نتیجه بیش‌ترین درجه در چنین گرافی  $\Delta = 7$  است. چون گراف نمی‌تواند به تعداد فرد رأس از درجه فرد داشته باشد، بیش‌ترین تعداد یال برای این گراف در صورتی ممکن است که درجه رئوس آن به صورت  $6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7$  باشد که در این حالت داریم:

## فیزیک ۳

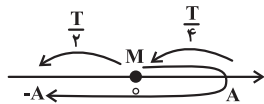
۳۴- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

با توجه به نمودار طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 50 \Rightarrow \frac{5\lambda}{4} = 50 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{0.4}{20} = 0.02 \text{ s}$$



چون هر ذره از طناب حرکت ذره قبل خود را تکرار می‌کند نقطه M در لحظه  $t_1$  روی مرکز تعادل قرار دارد و به سمت نقطه بازگشت A در حرکت است. درباره  $\Delta t$  داریم:

$$\Delta t = \frac{3}{200} \text{ s} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{3}{200} = \frac{3}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{3T}{4}$$

پس از  $\Delta t$  ذره M به نقطه -A می‌رسد و جابه‌جایی آن برابر است با:

$$\Delta x = -A = -3 \text{ cm} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-3}{\frac{3}{4}} = -4 \text{ cm/s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۳۲- گزینه «۲»

(مصطفی واتقی)

$$\frac{3}{4}\lambda = 9 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 12 \text{ cm}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{12}{24} = 0.5 \text{ s} \Rightarrow \text{تعداد نوسان ذرات} = \frac{\Delta t}{T} = \frac{20}{0.5} = 40$$

مسافت پیموده شده توسط ذرات موج طی یک نوسان 4A است. در نتیجه:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 20 = \frac{40(4A)}{20} \Rightarrow A = 2.5 \text{ cm}$$

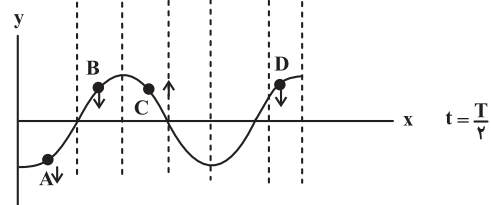
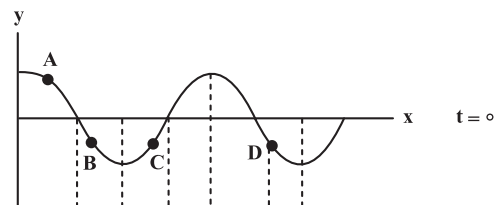
طول پاره‌خط نوسان برابر 2A است:

$$\text{طول پاره‌خط نوسان} = 2A = 2 \times 2.5 = 5 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۳۳- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

پس از  $t = \frac{T}{2}$  موج به اندازه  $\frac{\lambda}{2}$  به سمت راست می‌رود و نقاط A, B, C, D در وضعیت نشان داده شده قرار می‌گیرند با توجه به این که هر نقطه نوسان نقطه قبل خود را تکرار می‌کند، جهت حرکت نقاط A, B, C, D و مطابق جهت‌های نشان داده خواهد شد. پس جهت حرکت A, B, D و منفی و سرعت آن‌ها نیز منفی خواهد شد. پس گزینه «۳» صحیح است. جهت شتاب به سمت مرکز است پس شتاب B, C, D و منفی و شتاب A مثبت است. یعنی گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

۳۶- گزینه «۳»

(مصطفی واتقی)

با استفاده از قاعده دست راست،

(چهار انگشت به سمت  $\vec{E}$ ،

جهت چرخش چهار انگشت به

سمت  $\vec{B}$  انگشت شست به

سمت  $(\vec{v})$  در لحظه  $t=0$  میدان مغناطیسی در جهت محور  $y$  و مقدار آن مشابه میدان الکتریکی، بیشینه خواهد بود.

دقت کنید، به طور کلی، در تمام لحظه‌هایی که  $\vec{E}$  بیشینه باشد،  $\vec{B}$  نیزبیشینه خواهد بود. هم‌چنین، وقتی  $\vec{E}$  صفر است،  $\vec{B}$  نیز صفر خواهد بود.یعنی تغییر  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  مشابه یکدیگرند.

پرتو گاما ← پرتو ایکس ← فرابنفش ← نور مرئی (بنفش ← نیلی ← آبی  
 ← سبز ← زرد ← نارنجی ← قرمز) ← فروسرخ ← میکرو موج ← رادیویی  
 بنابراین، در گزینه «۱» موج‌های الکترومغناطیسی به ترتیب کاهش بسامد  
 منظم شده‌اند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

(امیرحسین برادران)

### ۳۹- گزینه «۲»

بین طول موج‌های طیف امواج الکترومغناطیسی هیچ گسستگی وجود  
 ندارد و تمام این امواج به رغم تفاوت فراوان در روش‌های تولید و  
 کاربردهای آن‌ها، با تندی یکسان (تندی نور) در خلاء حرکت می‌کنند.  
 اما تندی انتشار آن‌ها در محیط‌های شفاف، یکسان نیست.

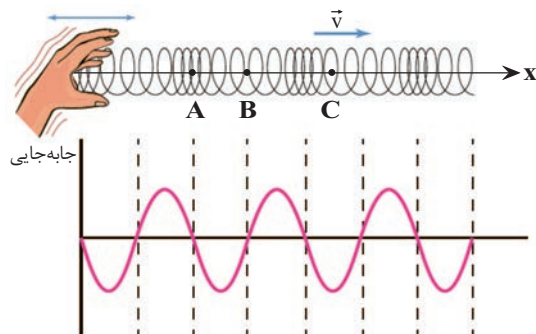
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

(عباس اصغری)

### ۴۰- گزینه «۲»

با توجه به متن کتاب درسی، در یک لحظه از زمان، در مکان‌هایی که  
 بیش‌ترین جمع‌شدگی یا بیش‌ترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی  
 هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است. در وسط فاصله بین یک جمع  
 شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم، اندازه جابه‌جایی هر جزء  
 فنر از وضعیت تعادل، بیشینه است.

بنابراین جابه‌جایی هر جزء فنر واقع در نقاط A و B از وضع تعادل صفر  
 است و برای C بیش‌ترین جابه‌جایی را دارد. از طرف دیگر حلقه‌ها از وسط  
 بازشدگی دور شده و به وسط جمع‌شدگی نزدیک شده‌اند. از آن‌جایی که  
 جمع‌شدگی در سمت چپ نقطه C است بنابراین C به سمت چپ (خلاف  
 جهت محور x) کشیده شده است. لذا  $\Delta x_C < 0$  است.



(فیزیک ۳ - صفحه ۷۷)

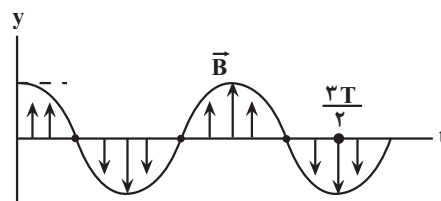
اکنون مشخص می‌کنیم، در لحظه  $t = 3s$  میدان مغناطیسی  $(\vec{B})$  چگونه  
 است. به همین منظور، ابتدا دوره تناوب (T) را می‌یابیم. چون هر ذره موج،  
 در مدت  $t = 1 \text{ min} = 60s$  تعداد ۳۰ نوسان کامل انجام می‌دهد، می‌توان  
 نوشت:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{t=60s}{n=30} \rightarrow T = \frac{60}{30} = 2s$$

چون  $T = 2s$  است،  $t = 3s$  برابر  $\frac{3T}{2}$  خواهد بود. بنابراین، اگر نقش موج

را برای میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  رسم کنیم، می‌بینیم در لحظه  $t = 3s = \frac{3T}{2}$ ،

میدان مغناطیسی  $\vec{B}$ ، بیشینه مقدار خود را دارد و سوی آن در خلاف جهت  
 محور y است.



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

### ۳۷- گزینه «۲»

(مهم‌صالح ماه‌سپیده)

در حالت اول، طول، جرم و نیروی کشش سیم به ترتیب برابر  $m$ ،  $L$  و  $F$  در  
 حالت دوم که  $\frac{3}{4}$  از طول سیم را کنار گذاشته‌ایم و  $\frac{1}{4}$  از آن باقی‌مانده است،  
 جرم سیم  $\frac{1}{4}$  جرم آن در حالت اول می‌باشد. بنابراین، با توجه به این‌که،  
 طول سیم را به طول آن در حالت اولیه رسانده و آن را با نیروی  $4F$   
 کشیده‌ایم، با استفاده از رابطه  $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$  می‌توان نوشت:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{F_2 \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{m_1}{m_2}}}{\sqrt{F_1 \times L_1 \times m_2}} \quad \begin{matrix} v_1 = 160 \frac{m}{s}, m_1 = m, m_2 = \frac{1}{4}m \\ L_2 = L_1, F_2 = 4F, F_1 = F \end{matrix}$$

$$\frac{v_2}{160} = \sqrt{\frac{4F}{F} \times 1 \times \frac{m}{\frac{1}{4}m}} \Rightarrow \frac{v_2}{160} = \sqrt{16} \Rightarrow \frac{v_2}{160} = 4 \Rightarrow v_2 = 640 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 640 - 160 \Rightarrow \Delta v = 480 \frac{m}{s}$$

می‌بینیم، تندی انتشار موج عرضی در سیم،  $480 \frac{m}{s}$  افزایش پیدا کرده است.

(فیزیک ۳- صفحه ۷۳)

### ۳۸- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

گستره امواج الکترومغناطیسی به ترتیب افزایش طول موج و کاهش بسامد  
 عبارت‌اند از:

شیمی ۳

$$1 / \Delta \text{mol Fe}_2\text{O}_3 = \frac{? \text{ g O}}{3 \times 16} \Rightarrow 72 \text{ g O}$$

$$1 / \Delta \text{mol SiO}_2 = \frac{? \text{ g O}}{2 \times 16} \Rightarrow 48 \text{ g O}$$

$$\text{جرم ناخالصی‌ها} = 660 \times \frac{50}{100} = 330 \text{ g}$$

$$\Rightarrow \text{جرم O موجود در ناخالصی‌ها} = 330 \times \frac{10}{100} = 33 \text{ g}$$

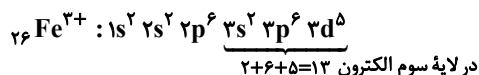
$$\text{درصد جرمی O در مخلوط} = \frac{72 + 48 + 33}{660} \times 100 = 23 / 18$$

(شیمی ۳ - صفحه ۶۹)

## گزینه ۴۴ «۴»

(حسن رمضانی کولنده)

الف) ترکیب  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  سبب سرخ فام بودن خاک رس می‌شود که دارای کاتیون‌های  $\text{Fe}^{3+}$  می‌باشد:



ب) ترکیب‌های گوناگون اکسیژن و سیلیسیم بیش از ۹۰٪ پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

پ) سیلیس خالص (نه سیلیسیم خالص) به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.

ت) ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص سیلیس است.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

## گزینه ۴۵ «۲»

(رضا سلیمانی)

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

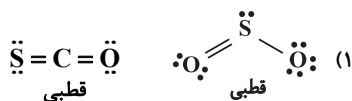
ب) در دمای اتاق، برخی ترکیب‌های مولکولی مانند  $\text{I}_2$ ، به صورت جامد، برخی مانند  $\text{H}_2\text{O}$  به صورت مایع و برخی مانند  $\text{N}_2$  به صورت گاز هستند.

ت)  $\text{SiO}_2$  یک جامد کووالانسی است و شبکه گول آسا از اتم‌های متصل به هم دارد، در حالی که کربن دی‌اکسید یک جامد مولکولی است و از مولکول‌های مجزا تشکیل شده است.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۷۰، ۷۱ و ۷۵ تا ۷۷)

## گزینه ۴۶ «۳»

(امیر ابراهیمی)



## گزینه ۴۱ «۴»

(عظیم پردی صیادلی)

مورد دوم نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

طبق شکل «۱» مجسمه موآی در جزیره ایستر از نمونه‌های سنگی به جای مانده از گذشتگان است و مواد اولیه برای ساخت چنین آثاری افزون بر فراوانی و در دسترس بودن، باید واکنش‌پذیری کم، استحکام زیاد و پایداری مناسبی داشته باشند.

طبق شکل «۱» آثار به جای مانده از گذشتگان عموماً از جنس فلز، سنگ و سفال است. و چوب به علت ماندگاری کم جزو این دسته قرار نمی‌گیرد.

شیمی‌دان‌ها به منظور دستیابی به مواد جدید، نوع، مقدار، ساختار و رفتار مواد سازنده آثار به جا مانده از گذشتگان را بررسی کردند.

شیمی دانشی است که به ما کمک می‌کند تا هوشمندانه از مواد در خلق آثاری هنرمندانه، زیبا و ماندگار بهره ببریم.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

## گزینه ۴۲ «۲»

(هاری قاسمی اسکندر)

قسمت اول:

فرمول اکسید گروه دوم برابر  $\text{MO}$  می‌باشد؛ لذا داریم:

$$60 = \frac{M}{M+16} \times 100 \Rightarrow M = 24 \text{ g.mol}^{-1}$$

مربوط به فلز منیزیم می‌باشد.

قسمت دوم:

فرمول منیزیم سولفات،  $\text{MgSO}_4$  می‌باشد؛ درصد جرمی منیزیم در این ترکیب برابر است با:

$$\text{درصد جرمی منیزیم} = \frac{24}{24 + 32 + 4(16)} \times 100 = 20\%$$

(شیمی ۳ - صفحه ۶۹)

## گزینه ۴۳ «۳»

(میلاز عزیزی)

جرم هر سه بخش مخلوط را با یکدیگر جمع می‌کنیم تا به جرم کل مخلوط برسیم. (۶۶۰g)

مقدار مول  $\text{SiO}_2$  و  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  را هر کدام x در نظر گرفته و در جرم مولی هر کدام ضرب کرده تا به جرم آنها برسیم.

چون ۵۰٪ جرم مخلوط را ناخالصی‌های آن تشکیل می‌دهند پس مجموع جرم  $\text{SiO}_2$  و جرم  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  برابر جرم ناخالصی‌های مخلوط است.

$$(x \times 160) + (x \times 160) + (220 \times x) = 660 \text{ g}$$

جرم ناخالصی‌ها                      جرم  $\text{SiO}_2$                       جرم  $\text{Fe}_2\text{O}_3$

$$\Rightarrow 440 \times x = 660 \Rightarrow x = 1 / 5$$

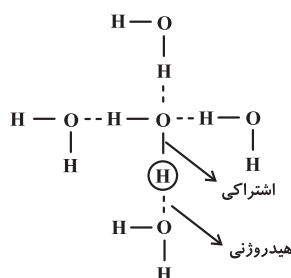
ت) نادرست؛ یخ خشک همان کربن دی‌اکسید جامد است و جزو مواد مولکولی طبقه‌بندی می‌شود. بنابراین واژه‌های شیمیایی رایج مانند ماده مولکولی، فرمول مولکولی و نیروهای بین مولکولی را برای توصیف آن می‌توان به کار برد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

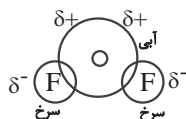
۴۹- **گزینه «۳»** (رکتر حسن رحمتی‌کولنده)

(۱) کوارتز همان سیلیس خالص است که ظاهری شفاف، زیبا و سخت دارد (همانند یخ) اما چون برعکس یخ جامد کووالانسی است بسیار سخت و دیرگداز می‌باشد.

(۲) درست؛ به ساختار یخ توجه کنید:



(۳) در مولکول  $\text{OF}_2$  چون خاصیت نافلزی F از O بیشتر است پس تراکم بار بر روی O کمتر است و رنگ آبی می‌گیرد.



(۴) هر چهار مولکول قطبی‌اند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۰ و ۷۵ تا ۷۷)

۵۰- **گزینه «۲»** (مهمر عظیمیان‌زواره)

بررسی موارد:

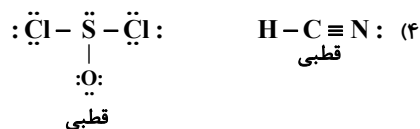
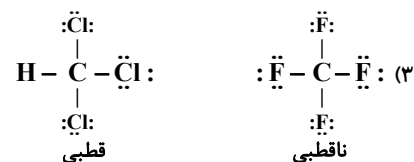
الف) درست؛  $\text{NaCl}$  در گستره دمایی بزرگ‌تر به حالت مایع است (افزودن به آن فراوان است).

ب) درست؛ بین مولکول‌های آب امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد.

پ) نادرست؛ وجود آینه‌ها برای متمرکز کردن انرژی خورشید و ذوب کردن  $\text{NaCl}$  ضروری است.

ث) نادرست

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)



(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۴۷- **گزینه «۳»** (مهمر عظیمیان‌زواره)

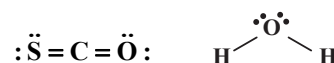
نوعی بار جزئی H در  $\text{C}_2\text{H}_2$  با نوع بار جزئی S در  $\text{SO}_3$  یکسان است (هر دو  $\delta^+$ )

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست؛ اتم اکسیژن در کربونیل سولفید بار جزئی منفی داشته و شعاع اتمی کمتری دارد.

(۲) درست؛  $\text{C}_2\text{H}_2$  یک مولکول ناقطبی و  $\text{SCO}$  یک مولکول قطبی (دو قطبی) است.

(۴) درست؛ با توجه به ساختار لوویس آن‌ها



(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۴۸- **گزینه «۳»** (علی نظیف‌کار)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ اغلب ترکیب‌های آلی جزو مواد مولکولی هستند.

ب) درست؛ چون چگالی الماس بیشتر از چگالی گرافیت است پس شمار

اتم‌های کربن در هر  $\text{cm}^3$  الماس بیشتر از شمار اتم‌های کربن در هر  $\text{cm}^3$

گرافیت است.

پ) درست