



کد مدرسه

دفترچه شماره ۱

آزمون

۸



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲۰

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	—	نیمسال اول
هندسه	—	—	نیمسال اول
گسسته	—	—	نیمسال اول

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۱- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4x$ را دو واحد به راست انتقال داده و سپس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم. اگر نمودار حاصل را k واحد

به سمت بالا انتقال دهیم، نمودار نهایی، نمودار f را در نقطه‌ای به طول $\frac{5}{4}$ قطع می‌کند. k کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲- اگر $p(x) = (x^2 + 1) - 1 = x^2 - 1$ باقیمانده $p(x) - 3xp(x-1) - 3(x-2)$ بر $x-2$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۶ (۲) -۷ (۳) -۸ (۴)

- ۳ (۳) -۹ (۴)

۳- اگر $f(x) = ax^2 + 3x - a$ و $g(x) = ax^3 - 3x^2 - a$ به ازای کدام مقدار a باقیمانده تقسیم $fog(x)$ و $gof(x)$ بر $x-1$ با هم برابر

است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴- تابع f با دامنه $(1, +\infty)$ اکیداً نزولی است. مجموعه جواب نامعادله $f(2a+1) < f(4a-5)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵- بازه $[-3, +\infty)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که سهمی $f(x) = ax^2 + (a-2)x$ در آن بازه اکیداً نزولی است. مقدار $f(5a)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{6}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{4}$ (۴)

- ۲ (۲) $\frac{2}{4}$ (۳) $\frac{2}{8}$ (۴)

۶- بیشترین مقدار تابع $f(x) = a + b \sin\left(\frac{bx}{a}\right)$ سه برابر کمترین مقدار آن است. دوره تناوب تابع f کدام است؟

- ۱ (۱) π (۲) 2π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) 4π

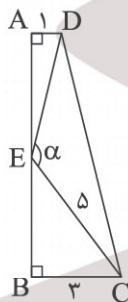
۷- در دوزنقه قائم‌الزاویه شکل زیر، $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ است. طول پاره خط AE چقدر است؟

- ۱ (۱) ۹

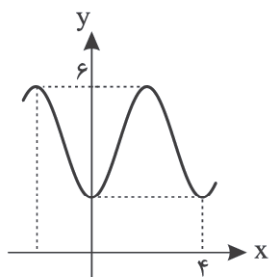
- ۲ (۲) ۶

- ۳ (۳) ۸

- ۴ (۴) ۷



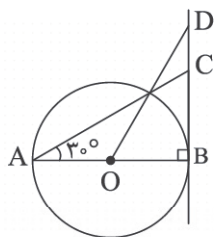
محل انجام محاسبات



۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \cos \frac{\pi}{4} x$ به صورت زیر است. مقدار $f(7)$ کدام است؟

- (۱) ۵
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۹- در دایره مثلثاتی شکل زیر، اندازه DC چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



- (۱) $\frac{2}{5}$
- (۲) $\frac{2}{9}$
- (۳) $\frac{1}{3}$
- (۴) $\frac{1}{6}$

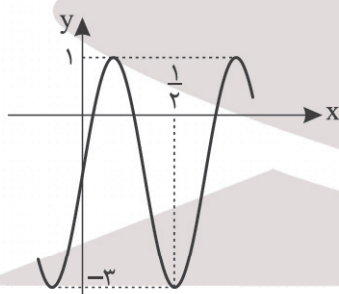
۱۰- مجموع جواب‌های معادله $\sin(x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ در بازه $[0, 2\pi]$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{7\pi}{3}$
- (۲) 2π
- (۳) 3π
- (۴) $\frac{13\pi}{6}$

۱۱- تعداد جواب‌های $2 \cos^2 x + \sin 2x = \sin x + \cos x$ در بازه $(0, 2\pi)$ چه عددی است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

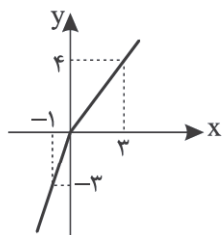
۱۲- نمودار تابع $f(x) = a \sin bx + c$ شکل زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{18}} \frac{1}{f(x)}$ کدام است؟



- (۱) $+\infty$
- (۲) $-\infty$
- (۳) ۲
- (۴) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۳- نمودار تابع $y = f(x)$ شکل زیر است. مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f \circ f(x)}{f^{-1}(-2x)}$ چه عددی است؟



(۱) $\frac{16}{9}$

(۲) $\frac{16}{3}$

(۳) $-\frac{8}{3}$

(۴) $-\frac{4}{3}$

۱۴- اگر $f(x) = \sqrt{2x^2 + 6x + 4}$ مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(f(\frac{1}{x}) - 2)$ چه عددی است؟

(۱) ۱

(۲) ۳

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۱۵- اگر n یک عدد طبیعی و $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^n - nx^2 + 3}{x^n + 2x^2 - 1}$ باشد، مجموع جواب‌های ممکن برای m کدام است؟

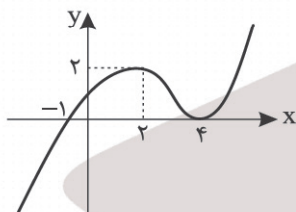
(۱) $\frac{13}{6}$

(۲) $\frac{17}{6}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) $\frac{7}{2}$

۱۶- شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. اگر $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{a + f(x-b)} = -\infty$ مقدار $a + b$ کدام است؟



(۱) ۴

(۲) -۲

(۳) -۴

(۴) -۶

۱۷- تابع $f(x) = \frac{x-1}{x^2 + mx + m^2}$ فقط یک مجانب قائم دارد. نمودار f در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟



محل انجام محاسبات

۱۸- اگر $f(x) = \frac{3x}{x-2}$ ، $g(x) = \frac{ax+2}{x-3a}$ و $x=4$ مجانب قائم تابع $y = fog(x)$ باشد، به طوری که مجانب قائم $y = fog(x)$ خط $x=4$ باشد، مجانب افقی $y = gof(x)$ کدام است؟

(۱) $y = \frac{9}{5}$ (۲) $y = \frac{19}{6}$ (۳) $y = \frac{19}{5}$ (۴) $y = \frac{6}{5}$

۱۹- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & m \\ 0 & n & 0 \\ 1 & 0 & p \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر A^2 ماتریس اسکالر باشد، آنگاه حاصل $n^2 - m + p^2$ برابر کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۰- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعاریف $a_{ij} = \begin{cases} -1 & j=1 \\ 2 & j=2 \\ -2 & j=3 \end{cases}$ و $b_{ij} = \begin{cases} k & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$ و مجموع درایه‌های ماتریس $A^{1403}B$ برابر با ۱۲- باشد، بزرگ‌ترین درایه ماتریس $(A+I)^k$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۱- اگر $A^2 + 3A - 2I = \bar{O}$ و $(A+4I)^{-1} = \alpha A + \beta I$ باشد، حاصل $\alpha - \beta$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲۲- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & -5 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، آنگاه در تساوی ماتریسی $B = \begin{bmatrix} \frac{|A|}{5} & 1 \\ \sqrt{|A|} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$ بزرگ‌ترین درایه ماتریس B کدام است؟

(۱) $-\frac{25}{4}$ (۲) $-\frac{15}{2}$ (۳) $\frac{25}{4}$ (۴) $\frac{15}{2}$

۲۳- اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر و $AB = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار دترمینان ماتریس $BA - I$ کدام است؟

(۱) -۴ (۲) ۷ (۳) -۷ (۴) ۴

۲۴- اگر A و B دو ماتریس مربعی 3×3 ، وارون پذیر و $(AB^{-1})^{-1}(A+B)(A^{-1}B)^{-1} = 2I$ باشد، مقدار دترمینان ماتریس

$A^2 + 2B + AB$ کدام است؟

(۱) ۳۲ (۲) ۶۴ (۳) ۳۶ (۴) ۱۲۸

محل انجام محاسبات

۲۵- مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر دو خط $d: 2y - 3x + 1 = 0$ و $d': \frac{x}{4} = \frac{y}{3} + 5$ مماس هستند، کدام است؟

- (۱) دو خط عمود بر هم (۲) دو خط موازی (۳) یک خط (۴) محیط یک مستطیل

۲۶- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۸ واحد مفروض است. مکان هندسی مجموعه نقاطی از درون مثلث که به رأس B نزدیک‌تر از رأس C باشند و فاصله آنها از رأس B بیشتر از ۳ واحد باشد، چه مساحتی دارد؟

- (۱) $8\sqrt{3} - \frac{3\pi}{2}$ (۲) $4\sqrt{3} - \frac{3\pi}{2}$ (۳) $8\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$ (۴) $4\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$

۲۷- شعاع کوچک‌ترین دایره‌ای که از نقطه‌ای به عرض ۳ روی خط $2x + 3y = 7$ گذشته و بر خط $x + y = 0$ مماس باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۸- معادله قطره‌های دایره‌ای که بر محورهای مختصات مماس است، $(m-1)x + (m+2)y = 6$ است. اگر خط $3x + 4y + c = 0$ که از ناحیه اول نمی‌گذرد، روی دایره و تری به طول $2\sqrt{3}$ جدا می‌کند. مقدار c کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۷

۲۹- دایره $x^2 + y^2 - mx - 4y + 1 = 0$ بر محور x مماس است. وضعیت نسبی این دایره با خط $3x + my = 6$ چگونه است؟ ($m < 0$)

- (۱) متقاطع (۲) مماس (۳) نامتقاطع (۴) عمود بر دایره

۳۰- نقطه $P(4, -1)$ خارج دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 2y + m = 0$ قرار دارد. به ازای کدام مقدار m ، کمترین و بیشترین فاصله نقطه P از این دایره به ترتیب برابر ۱ و ۳ است؟

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

۳۱- به ازای هر سه عدد حقیقی x, y, z نامساوی $x^2 + 4y^2 + z^2 + 2A \geq 2x - 12y + 6z + 1$ برقرار است. کمترین مقدار A کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

۳۲- فرض کنید $x \in \mathbb{Z}$ و $x^2 - 1 \mid 3x^2 + 5x - 8$ ، مجموع مقادیر ممکن برای x کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۵ (۴) ۴

۳۳- اگر $a - 1 \mid 24$ و $a \equiv 17$ باشد، باقیمانده تقسیم $\frac{a-1}{3}$ بر ۱۷ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۴- به ازای چند عدد طبیعی و ۳ رقمی n ، رابطه $(n^6 - 1, 8) = 4$ برقرار است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۸۵ (۳) ۷۵ (۴) صفر

محل انجام محاسبات

۳۵- رقم یکان دو عدد $7a + 3^{2a+1}$ و $4a + 20!$ یکسان است. رقم یکان عدد $9a + 5$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۱

۳۶- $29 \equiv 13b$ و $42b \equiv 30a$ می‌باشد. باقیمانده $5 + 9a^{100}$ بر ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۵

۳۷- $x = x_0$ و $y = y_0$ یک جواب معادله $18 = 37y - 73x$ می‌باشد. اگر x اولین عدد طبیعی سه‌رقمی باشد که در این معادله صدق

می‌کند، ب.م.م x_0 و y_0 کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۷

۳۸- گراف G ۱۰- منتظم و از \bar{G} ، ۴۵ یال بیشتر دارد. حاصل $P(G) + q(G)$ کدام است؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴) ۹۰

۳۹- در یک گراف منتظم با اندازه ۱۸ رابطه $p\Delta - p = 108$ برقرار است. اگر a و b رأس‌هایی از گراف باشد $N_G(a) \cup N_G(b)$ حداکثر

چند عضو دارد؟ (p مرتبه گراف و Δ بزرگ‌ترین درجه رئوس گراف G می‌باشد.)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۶

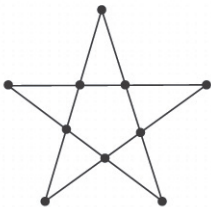
۴۰- در گراف زیر چند دور به طول ۷ داریم؟

- (۱) ۵

- (۲) ۱۰

- (۳) ۸

- (۴) ۷



محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۲



کد مدرسه

آزمون

۸



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲۰

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

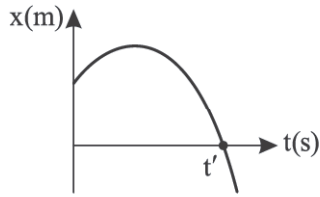
مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	-	-	نیمسال اول
شیمی	-	-	نیمسال اول

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

فیزیک

۴۱- نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی صفر تا t' ، در مورد علامت سرعت متوسط (v_{av}) و شتاب متوسط (a_{av}) کدام گزینه درست است؟



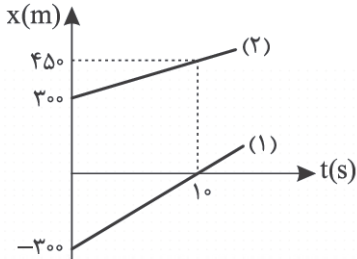
(۱) $a_{av} > 0, v_{av} < 0$

(۲) $a_{av} < 0, v_{av} < 0$

(۳) $a_{av} > 0, v_{av} > 0$

(۴) $a_{av} < 0, v_{av} > 0$

۴۲- شکل زیر نمودار مکان- زمان دو خودرو را نشان می دهد که بر روی خط راست حرکت می کنند. در چه مکانی بر حسب متر این دو متحرک به هم می رسند؟



(۱) ۹۰۰

(۲) ۶۰۰

(۳) ۱۲۰۰

(۴) ۱۵۰۰

۴۳- معادله مکان- زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 10t + 5$ داده شده است. این متحرک از مبدأ زمان تا چه لحظه ای بر حسب ثانیه مسافت ۴۱ متر را طی می کند؟

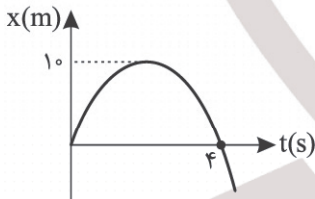
(۴) ۱۰

(۳) ۹

(۲) ۷

(۱) ۴

۴۴- شکل زیر نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می دهد که در امتداد محور X با شتاب ثابت در حرکت است. کدام یک از گزاره های زیر صحیح اند؟



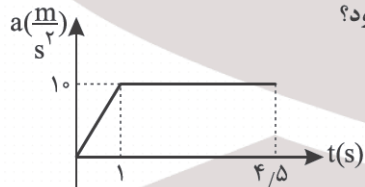
(۴) ب، ج و د

(۳) ب، د و ه

(۲) الف، ج و د

(۱) ج، د و ه

۴۵- نمودار شتاب- زمان یک متحرک که بر روی محور X با تندی اولیه $10 \frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور شروع به حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. این متحرک از لحظه تغییر جهت حرکت تا لحظه $t = 4/5 s$ چند متر جابه جا می شود؟



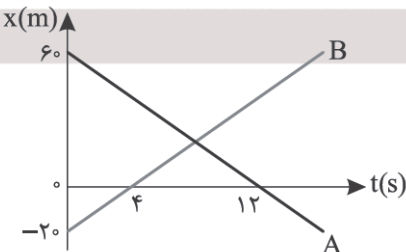
(۱) ۱۵

(۲) ۲۰

(۳) ۳۵

(۴) ۴۵

۴۶- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B در حرکت بر روی خط راست، به صورت شکل زیر است. چند ثانیه فاصله دو متحرک از یکدیگر کمتر از ۳۰ متر است؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

محل انجام محاسبات

۴۷- خودرویی با سرعت ثابت $(6 \frac{m}{s})\vec{i}$ از چراغ قرمز راهنمایی و رانندگی که در مکان $x = 0$ قرار دارد، عبور می‌کند، در همین لحظه

خودرو پلیس از مکان $x = 8m$ از حال سکون با شتاب ثابت $\vec{a} = (2 \frac{m}{s^2})\vec{i}$ در جهت حرکت خودرو به دنبال آن شروع به حرکت

می‌کند. فاصله زمانی دو عبور متوالی دو خودرو از کنار هم چند ثانیه است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۲

۴۸- متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند. اگر در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 6s$ از مکان $x = 5m$ و در لحظه $t = 3s$ از

مکان $x = 8m$ عبور کند، بزرگی شتاب حرکت چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

- (۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۱/۵ (۴) ۲

۴۹- کامیونتی با سرعت ثابت بر مسیر مستقیم در حال حرکت است. ناگهان مانعی را در جلوی خود می‌بیند و بدون تأمل ترمز می‌کند و تا

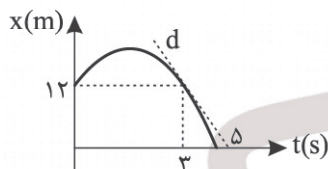
قبل از رسیدن به مانع با شتاب ثابت متوقف می‌شود. اگر مسافت طی شده توسط کامیونت در ثانیه اول و ثانیه آخر حرکت کندشونده

به ترتیب ۳۶ متر و ۲ متر باشد، زمان حرکت کندشونده چند ثانیه است؟

- (۱) ۱۲/۵ (۲) ۱۰/۵ (۳) ۹/۵ (۴) ۹

۵۰- سهمی شکل زیر نمودار مکان - زمان حرکت متحرکی را در حرکت بر روی خط راست نشان می‌دهد. اندازه شتاب حرکت چند $\frac{m}{s^2}$

است؟ (خط چین d ، خط مماس بر منحنی در $t = 3s$ است.)



- (۱) ۶

- (۲) ۴

- (۳) ۳

- (۴) ۱/۵

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود. اگر این گلوله در ۲ ثانیه آخر سقوط $50m$ را طی کرده باشد، تندی متوسط گلوله در

کل حرکت چند $\frac{m}{s}$ است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۳۵ (۲) ۱۷/۵ (۳) ۱۵ (۴) ۷/۵

۵۲- گلوله کوچکی در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود. اگر مسافتی که گلوله در ۲ ثانیه آخر طی می‌کند، ۱۲ برابر

مسافتی باشد که در ثانیه اول طی کرده است، تندی متوسط در ثانیه آخر چند $\frac{m}{s}$ است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۳۵ (۲) ۴۵ (۳) ۳۰ (۴) ۵۰

۵۳- در فیلم علمی - تخیلی، موتور یک کشتی فضایی که در فضای تهی خارج از جو زمین و دور از هر سیاره و خورشید در حرکت است،

از کار می‌افتد. در نتیجه حرکت کشتی فضایی چگونه خواهد بود و با کدام قانون فیزیکی توجیه می‌شود؟

(۱) به صورت کندشونده حرکت می‌کند و می‌ایستد - قانون سوم نیوتون

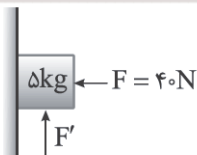
(۲) با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد - قانون اول نیوتون

(۳) به صورت کندشونده حرکت می‌کند و می‌ایستد - قانون اول نیوتون

(۴) با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد - قانون سوم نیوتون

۵۴- در شکل زیر، جسم $5kg$ را ابتدا روی دیوار قائم قرار می‌دهیم و همزمان دو نیروی افقی F و نیروی قائم F' را به آن وارد می‌کنیم.

اندازه نیروی قائم F' چند نیوتون می‌تواند باشد، تا جسم روی دیوار ساکن بماند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$, $\mu_s = 0/4$, $\mu_k = 0/2$)



- (۱) ۶۸

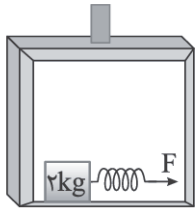
- (۲) ۶۰

- (۳) ۳۲

- (۴) ۲۸

محل انجام محاسبات

۵۵- مطابق شکل زیر، جعبه‌ای به جرم $m = 2\text{kg}$ در کف یک آسانسور قرار دارد. اگر آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت $\frac{5}{2}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به سمت بالا شروع به حرکت کند، با اعمال نیروی افقی F جعبه روی کف آسانسور نمی‌لغزد. حداکثر تغییر طول فنر نسبت به طول طبیعی چند سانتی‌متر می‌تواند باشد؟ ($\mu_s = 0.5$, $g = 9.8\frac{\text{N}}{\text{kg}}$, $k = 2\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



۱۵ (۱)

۳/۷۵ (۲)

۷/۵ (۳)

۱۰ (۴)

۵۶- دو شخص به جرم‌های 100kg و 50kg با کفش‌های چرخدار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص سنگین‌تر با نیروی چند نیوتون شخص دیگر را هل بدهد تا شتابی که می‌گیرد نصف شتاب شخص سبک‌تر شود؟

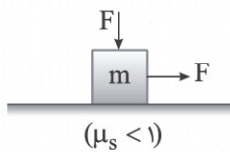
(۴ هر مقداری می‌تواند باشد.

۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

۵۷- جسمی به جرم m روی یک سطح افقی مطابق شکل زیر تحت تأثیر نیروهای افقی و عمودی یکسان F قرار گرفته و در آستانه حرکت قرار دارد، نیروی وزن جسم چند برابر نیروی عمودی سطح تکیه‌گاه است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود).



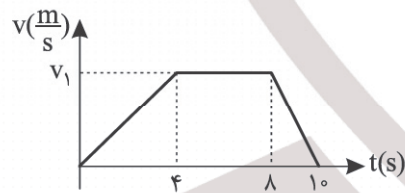
۱ - μ_s (۲)

۱ + μ_s (۱)

$\frac{1 + \mu_s}{1 - \mu_s}$ (۴)

$\frac{1 - \mu_s}{1 + \mu_s}$ (۳)

۵۸- شخصی بر روی یک ترازو درون یک آسانسور ایستاده است. نمودار سرعت - زمان حرکت آسانسور از طبقه اول تا طبقه دهم مطابق شکل زیر است. عددی که ترازو در لحظه $t = 9\text{s}$ نشان می‌دهد، نصف مقداری است که ترازو در لحظه $t = 3\text{s}$ نشان می‌دهد. حداکثر سرعت آسانسور در این حرکت (v_1) چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؟ ($g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



۴ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۱۰ (۴)

۵۹- وزنه‌ای به جرم m را به انتهای فنری با جرم ناچیز که از سقف آویزان است، می‌بندیم. در حال تعادل طول فنر 8cm افزایش می‌یابد. اگر به همین فنر وزنه‌ای به جرم m' ببندیم و آن را روی سطح افقی که ضریب اصطکاک جنبشی آن $\mu_k = 0.5$ است با تندی ثابت بکشیم، باز هم طول فنر 8cm افزایش می‌یابد. کدام $\frac{m'}{m}$ است؟

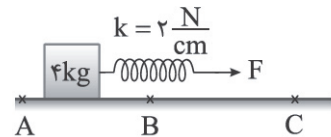
$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۶۰- جسمی مطابق شکل با فنری سبک به ثابت $2\frac{\text{N}}{\text{cm}}$ روی سطح افقی با نیروی ثابت و افقی F به سمت راست کشیده می‌شود. چنانچه تغییر طول فنر نسبت به طول طبیعی در مسیر AB و BC به ترتیب 4cm و 2cm باشد، نسبت شتاب جسم در مسیر BC به شتاب آن در مسیر AB ($\frac{a_{BC}}{a_{AB}}$) کدام است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$, $\mu_{kAB} = 0.5$, $\mu_{kBC} = 0.15$)



-۳ (۲)

- $\frac{1}{3}$ (۱)

۳ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

محل انجام محاسبات

۶۱- ماهواره‌های A و B در حال چرخش به دور زمین به شعاع R_e می‌باشند. اگر جرم ماهواره B، ۲۵ درصد جرم ماهواره A باشد و فاصله ماهواره‌های A و B از سطح زمین به ترتیب R_e و $\frac{3}{4}R_e$ باشد، نیروی گرانش وارد از این سیاره به ماهواره A چند برابر نیروی گرانش وارد بر ماهواره B است؟

(۱) $\frac{25}{4}$ (۲) $\frac{4}{25}$ (۳) $\frac{25}{16}$ (۴) $\frac{16}{25}$

۶۲- دونده‌ای به جرم ۷۵ کیلوگرم با تندی $72 \frac{km}{h}$ بر مسیر مستقیم در حال حرکت است. اگر با تغییر تندی دونده، ۱۹ درصد از انرژی جنبشی‌اش کاهش یابد، بزرگی تکانه آن چند واحد SI و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ۳۰۰ افزایش می‌یابد. (۲) ۳۰۰ کاهش می‌یابد. (۳) ۱۵۰ افزایش می‌یابد. (۴) ۱۵۰ کاهش می‌یابد.

۶۳- اگر در اثر تغییر مدار چرخش ماهواره‌ای به دور زمین، دوره حرکت ماهواره ۸ برابر شود، انرژی جنبشی ماهواره چند برابر می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴ (۴) ۲

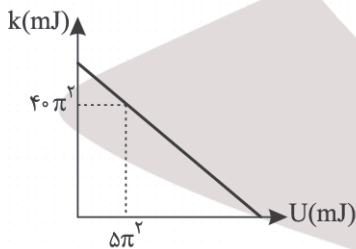
۶۴- خودرویی به جرم ۲۰۰۰ kg در یک پیچ مسطح افقی به شعاع ۸۰ m بدون آنکه بلغزد با تندی $72 \frac{km}{h}$ دور می‌زند. نیروی که از طرف سطح جاده به اتومبیل وارد می‌شود، چند کیلونیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) $10\sqrt{3}$ (۴) $10\sqrt{5}$

۶۵- وزنه‌ای به جرم ۸۰ گرم را به انتهای فنری با ثابت $2 \frac{N}{cm}$ متصل می‌کنیم و روی سطح افقی بدون اصطکاک به نوسان درمی‌آوریم. اگر در حین نوسان در مکان $x_1 = 66 cm$ مقدار شتاب نوسانگر بیشینه و در مکان $x_2 = 56 cm$ تندی نوسانگر بیشینه باشد، بیشینه تندی نوسانگر بر حسب SI کدام است؟

(۱) ۵۰ (۲) ۵ (۳) ۰/۵ (۴) ۵۰۰

۶۶- نمودار انرژی جنبشی بر حسب انرژی پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. اگر جرم نوسانگر ۱۰ گرم باشد و نوسانگر در هر نوسان کامل مسافت ۱۲ سانتی‌متر را بپیماید، در هر ۶۰ ms چند مرتبه انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر با هم برابر می‌شوند؟

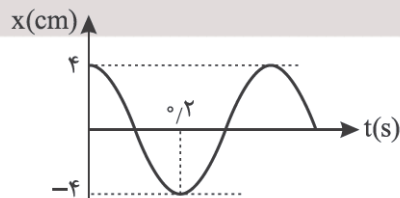


(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۶۷- جرم آویخته از یک نوسانگر وزنه و فنر را چند درصد کاهش دهیم تا بسامد آن در حرکت هماهنگ ساده ۴۰۰ درصد افزایش یابد؟

(۱) ۹۶ (۲) ۴ (۳) $93/75$ (۴) $6/25$

۶۸- نمودار مکان - زمان یک نوسانگر ساده مطابق شکل است. در لحظه $t = \frac{1}{3} s$ ، شتاب نوسانگر در SI کدام است؟ ($\pi^2 \approx 10$)



(۱) -۵ (۲) ۵ (۳) -۰/۵ (۴) ۰/۵

محل انجام محاسبات

۶۹- به گلوله یک آونگ ساده در هر دو ثانیه یک نیرو در جهت مناسب وارد می‌شود و در آونگ پدیده تشدید رخ می‌دهد. طول آونگ چند

سانتی‌متر است؟ ($g = \pi^2$)

- (۱) ۲ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱ (۴) ۱۰۰

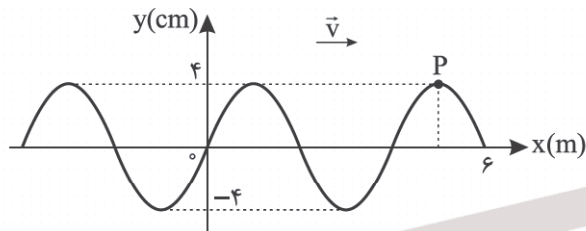
۷۰- معادله نیرو- مکان نوسانگر وزنه- فنری در SI به صورت $F = \frac{-\pi^2}{100} x$ و جرم نوسانگر ۱۰ گرم است. اگر این نوسانگر در هر ۴ ثانیه،

مسافت ۱۶ سانتی‌متر را طی کند، معادله مکان- زمان آن در SI کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) $x = 0.02 \cos(2\pi t)$ (۲) $x = 0.04 \cos(\pi t)$ (۳) $x = 0.04 \cos(\pi t)$ (۴) $x = 0.02 \cos(\pi t)$

۷۱- در یک طناب افقی با چگالی $\frac{2}{5} \frac{\text{kg}}{\text{lit}}$ و سطح مقطع 4 mm^2 که با نیروی ۱۶N کشیده شده است، موج عرضی در جهت محور x در

لحظه $t = 0$ مطابق شکل زیر در حال انتشار است. تندی متوسط ذره P از طناب در 75 ms اول انتشار موج چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؟



(۱) ۰/۲

(۲) ۰/۱۶

(۳) ۱/۲

(۴) ۱/۶

۷۲- دو ریسمان A و B مطابق شکل با نیروی یکسان F تحت کشش هستند. اگر $\rho_B = \frac{9}{4} \rho_A$ و قطر مقطع ریسمان A نصف ریسمان B

باشد، به ترتیب از راست به چپ نسبت $\frac{f_B}{f_A}$ و $\frac{\lambda_B}{\lambda_A}$ کدام است؟ (ρ چگالی ریسمان، f بسامد و λ طول موج موج است.)

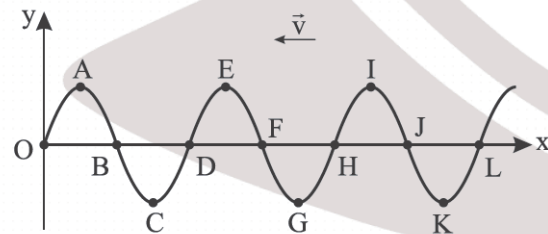


(۱) ۳، ۱ (۲) ۱، ۳

(۳) ۱، ۱/۳ (۴) ۱، ۱/۳

۷۳- شکل زیر، یک موج عرضی سینوسی را در یک لحظه مشخص نشان می‌دهد. در بین ذرات مشخص شده، تعداد ذراتی که به صورت

تندشونده رو به پایین حرکت می‌کنند چند برابر تعداد ذراتی است که کندشونده رو به بالا حرکت می‌کنند؟



(۱) ۴/۳

(۲) ۳/۴

(۳) ۴/۵

(۴) ۵/۴

۷۴- در یک لحظه خاص، میدان الکتریکی مربوط به یک موج الکترومغناطیسی در نقطه‌ای از فضا در جهت (-z) و میدان مغناطیسی

مربوط به آن در جهت (-y) در حال ارتعاش می‌باشند. جهت انتشار موج در کدام سو است؟

(۱) -x (۲) +x (۳) +y (۴) +z

۷۵- توسط یک نوسان‌ساز امواج دایره‌ای را بر سطح آب داخل تشت موج ایجاد کرده‌ایم. اگر نوسان‌ساز در هر دقیقه ۱۸۰ نوسان انجام دهد،

موج ایجاد شده با تندی $v = 1/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در سطح آب منتشر می‌شود. فاصله یک برآمدگی از دومین فرورفتگی بعد از آن بر حسب

سانتی‌متر کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۷۵ (۳) ۵۰ (۴) ۳۷/۵

محل انجام محاسبات

۷۶- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

(آ) امید به زندگی شاخصی است که نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، حداقل چند سال در این جهان زندگی می‌کنند.

(ب) امروزه سن امید به زندگی برای اغلب مردم جهان حدود هفتاد تا هشتاد سال است.

(پ) چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی متفاوت با شوینده‌های امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.

(ت) شیب نمودار سن امید به زندگی برحسب سال، در مناطق توسعه یافته و برخوردار در مقایسه با مناطق کم‌برخوردار بیشتر است.

(ث) آلاینده‌ها موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، نمونه ماده یا یک جسم وجود دارند.

(۱) آ، ب و پ (۲) ب، ت و ث (۳) آ، پ و ت (۴) آ، ت و ث

۷۷- همه عبارت‌های زیر درست‌اند به جز
($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) تفاوت جرم مولی اوره و اتیلن گلیکول با تفاوت جرم مولی اوره و استون یکسان است.

(۲) فرمول تقریبی وازلین به صورت $C_{18}H_{38}$ می‌باشد و این ترکیب در هگزان محلول است.

(۳) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است، در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل دارد و به همین دلیل در آب محلول است.

(۴) چربی‌ها را می‌توان مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر (با جرم مولی زیاد) دانست.

۷۸- روغن زیتون را می‌توان استری سه‌عاملی با فرمول $C_{57}H_{104}O_6$ در نظر گرفت. تفاوت شمار اتم‌های H در فرمول مولکولی اسید چرب سازنده روغن زیتون با اتم‌های H در فرمول مولکولی هفتمین آلکین کدام است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۲

۷۹- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) صابون ماده‌ای است که هم در آب و هم در چربی حل می‌شود.

(۲) رفتار کلونیدها را می‌توان رفتاری بین سوسپانسیون‌ها و محلول‌ها در نظر گرفت.

(۳) اغلب موادی که در زندگی روزانه با آنها سروکار داریم از مخلوط دو یا چند عنصر تشکیل شده‌اند.

(۴) شربت معده مخلوطی ناهمگن بوده و یک سوسپانسیون محسوب می‌شود.

۸۰- هر یک از جملات زیر با نمادهای A تا F مشخص شده‌اند با توجه به آن کدام گزینه نادرست است؟

A: نور را پخش می‌کند. B: نور را عبور می‌دهد.

C: یک مخلوط همگن است. D: یک مخلوط ناهمگن است.

E: پایدار است و ته‌نشین نمی‌شود. F: ناپایدار است.

(۱) موارد B و C و E را می‌توان به مخلوط سدیم کلرید در آب نسبت داد.

(۲) سس مایونز و رنگ‌های روغنی در موارد A و D با هم مشابه‌اند.

(۳) موارد A، D و F را می‌توان به یک سوسپانسیون نسبت داد.

(۴) مخلوط خاکشیر در آب و ژله در موارد D و F با هم مشابه‌اند.

محل انجام محاسبات

۸۱- درستی یا نادرستی عبارتهای «آ» تا «ت» در کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ، به درستی مشخص شده است؟
 (آ) صابون در نمونه آبی که دارای مقادیر چشمگیری از یونهای کلرید و کلسیم باشد به خوبی کف نمی‌کند.

(ب) پاک‌کننده‌ای با فرمول $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_3\text{COO}^- \text{Na}^+$ یک صابون جامد است و دارای دو بخش آب‌دوست و آب‌گریز می‌باشد.
 (پ) لکه‌هایی که پس از شستن لباس با صابون در آب سخت بر جای می‌ماند نشانه‌ای از تشکیل رسوب‌های $(\text{RCOO})_2\text{Mg}$ و $(\text{RCOO})_2\text{Ca}$ می‌باشد.

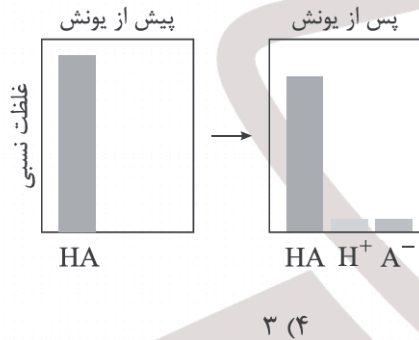
(ت) در شرایط یکسان لکه چربی روی پارچه نخی در مقایسه با پارچه پلی‌استر بهتر پاک می‌شود.

(۱) درست - نادرست - درست - درست (۲) نادرست - درست - درست - درست
 (۳) درست - درست - درست - درست (۴) نادرست - نادرست - درست - نادرست

۸۲- هرگاه جرم مولی پاک‌کننده صابونی $\text{RCOO}^- \text{Na}^+$ با جرم مولی پاک‌کننده غیرصابونی $\text{SO}_3^- \text{Na}^+$ یکسان باشد،
 شمار اتم‌های کربن در فرمول مولکولی پاک‌کننده کمتر و تفاوت شمار پیوندهای $\text{C} - \text{H}$ در آنها برابر خواهد بود. (R و R' هر دو زنجیرهای هیدروکربنی سیر شده‌اند.)

($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Na} = 23, \text{S} = 32 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) صابونی - ۱۲ (۲) غیرصابونی - ۱۲ (۳) صابونی - ۱۶ (۴) غیرصابونی - ۱۶
 ۸۳- نمودارهای زیر غلظت نسبی گونه‌های موجود در محلول یک اسید را پیش و پس از یونش نشان می‌دهند با توجه به آن چند مورد از مطالب نادرست است؟



(آ) اسید HA یکی از دو اسید موجود در باران‌های اسیدی می‌باشد.
 (ب) در این اسید، A می‌تواند هالوژن هم‌دوره با نخستین شبه‌فلز گروه ۱۴ باشد.
 (پ) در شرایط یکسان مجموع شمار یون‌ها و مولکول‌ها در محلول نیتریک اسید از محلول اسید HA بیشتر است.
 (ت) در دمای 25°C رسانایی الکتریکی محلول ۰/۱ مولار اسید HA از محلول ۰/۱ مولار هیدروبرمیک اسید کمتر است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۴- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

(آ) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده به آنها نمک‌های فسفات می‌افزایند.
 (ب) به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها به آنها کلر اضافه می‌کنند.
 (پ) آلومینیم نخستین عنصر فلزی دسته P بوده و در واکنش با محلول اسیدها یا بازها گاز هیدروژن تولید می‌کند.
 (ت) برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک (CaCO_3) می‌افزایند.
 (ث) آرنیوس بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد و یافته‌های تجربی او نشان داد که محلول‌ها رسانای برق هستند.

(۱) آ، ب و پ (۲) ب، پ و ت (۳) آ، ت و ث (۴) ب، ت و ث

۸۵- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) واکنش مخلوط پودر Al و NaOH با آب گرماده بوده و این مخلوط یک پاک‌کننده خورنده است.
 (۲) اسیدها با اغلب فلزها واکنش داده و در تماس با پوست سوزش ایجاد می‌کنند.
 (۳) پیش از شناخت اسیدها و بازها، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آنها نیز آشنا بودند.
 (۴) اکسید عنصری که اتم آن دارای ۱۷ الکترون با $I = 1$ می‌باشد، یک باز آرنیوس محسوب می‌شود.

محل انجام محاسبات

۸۶- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- (آ) پتاسیم هیدروکسید جامد یک باز آرنیوس به شمار می‌رود زیرا در آب سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید می‌شود.
 (ب) از واکنش هر مول لیتیم اکسید با مقدار کافی آب ۲ مول باز قوی تولید می‌شود.
 (پ) به کمک مدل آرنیوس می‌توان اسید و باز را تشخیص داده یا دربارهٔ میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهار نظر کرد.
 (ت) خوراکی‌ها، شوینده‌ها، داروها، مواد آرایشی و بهداشتی شامل مقادیر متفاوتی از یون‌ها به ویژه یون هیدرونیوم هستند.
 (ث) فلزها و شبه‌فلزهایی مانند گرافیت، رسانای جریان برق بوده و به آنها رسانای الکترونی می‌گویند.

(۱) آ، ب و ت (۲) ب، ت و ث (۳) آ، پ و ت (۴) ب، پ و ث

۸۷- ثابت یونش اسید ضعیف HB در دمای 25°C برابر 1.6×10^{-5} می‌باشد. غلظت یون هیدرونیوم در محلول 0.25 مولار این اسید به تقریب کدام است؟

(۱) 2×10^{-3} (۲) 8×10^{-3} (۳) 2×10^{-2} (۴) 8×10^{-2}

۸۸- با توجه به جدول زیر نسبت غلظت یون هیدروکسید در محلول B به غلظت یون H^+ در محلول A و مجموع pH محلول‌های A و B به تقریب از راست به چپ برابر و می‌باشد.
 ($\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.5$, $\log 7 = 0.85$)

[H ⁺]	pH	محلول
.....	۲٫۱۵	A
3.6×10^{-4}	B

(۱) $5/55 - 4 \times 10^{-1}$

(۲) $4/55 - 4 \times 10^{-3}$

(۳) $5/55 - 4 \times 10^{-3}$

(۴) $4/55 - 4 \times 10^{-1}$

۸۹- مقدار m گرم باریم اکسید را در آب حل کرده و حجم محلول حاصل را به ۵۰۰ میلی‌لیتر رسانده‌ایم اگر تفاوت pH این محلول با pH محلول 0.04 مولار اسید ضعیف HA با درصد یونش ۲۰ برابر ۱۰/۱ باشد، مقدار m کدام است؟ (دما را 25°C در نظر بگیرید،



($\text{O} = 16$, $\text{Ba} = 137$: g.mol^{-1})

(۱) 0.306 (۲) 6.12 (۳) 0.612 (۴) 3.06

۹۰- همهٔ عبارتهای زیر نادرست‌اند به جز

- (۱) محلول سدیم هیدروژن کربنات در آب خاصیت اسیدی داشته و نام دیگر آن جوش شیرین است.
 (۲) اگر MOH و $M'(\text{OH})_2$ بازهایی قوی باشند، فلزهای M و M' نمی‌توانند عناصری از دستهٔ p یا d جدول دوره‌ای باشند.
 (۳) اسید معده یک اسید قوی است و اغلب اسیدها و بازهای شناخته شده، الکترولیت قوی به شمار می‌روند.
 (۴) غلظت یون هیدرونیوم در شیرۀ معدۀ انسان در حدود 0.03 مول بر لیتر است.

۹۱- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) پدیده‌های طبیعی مانند تندر و آذرخش سبب شد تا تلاش برای شناسایی واکنش‌هایی که شامل دادوستد الکترون هستند، به شکل هدفمند دنبال شود.

- (۲) الکتروشیمی افزون بر تهیهٔ مواد جدید به کمک انرژی الکتریکی می‌تواند در راستای پیاده کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.
 (۳) الکتروشیمی شاخه‌ای از دانش شیمی است که در بهبود خواص مواد و تأمین انرژی نقش بسزایی دارد.
 (۴) با دو تیغه از جنس مس یا روی و با میوه‌ای مانند لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ LED را روشن کرد.

محل انجام محاسبات

۹۲- جدول زیر داده‌هایی از قرار دادن چهار نوع تیغه فلزی درون محلول مس (II) سولفات در دمای 20°C را نشان می‌دهد. با توجه به آن هرکدام از نمادهای فرضی A, B, D و E به ترتیب از راست به چپ به کدام فلز می‌تواند مربوط باشد؟

نشانه شیمیایی فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^{\circ}\text{C}$)
A	۲۳
B	۲۰
D	۲۶
E	۲۰

(۱) روی - طلا - آهن - آلومینیم

(۲) آهن - مس - روی - طلا

(۳) روی - مس - آهن - طلا

(۴) آهن - طلا - نقره - مس

۹۳- با توجه به جدول زیر کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

(آ) قدرت کاهندگی فلز اصلی موجود در این جدول از قدرت کاهندگی ۳ فلز واسطه بیشتر و از ۳ فلز واسطه کمتر است.

(ب) با قرار دادن تیغه‌ای از فلز مس در محلول نقره سولفات، فلز نقره آزاد می‌شود.

(پ) ۳ فلز موجود در این جدول با قرار گرفتن در محلول اسیدها گاز H_2 تولید نمی‌کنند.

(ت) کاتیون Zn^{2+} قدرت اکسندگی کمتری از Cu^{2+} دارد.

(۱) آ و ت

(۲) آ

(۳) ب، پ و ت

(۴) آ و پ

پتانسیل کاهشی استاندارد برخی نیم‌سلول‌ها

نیم‌واکنش کاهشی	$E^{\circ}(\text{V})$
$\text{Pt}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{Pt}(\text{s})$	+۱/۲۰
$\text{Ag}^{+}(\text{aq}) + \text{e}^{-} \rightarrow \text{Ag}(\text{s})$	+۰/۸۰
$\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{Cu}(\text{s})$	+۰/۳۴
$2\text{H}^{+}(\text{aq}) + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{H}_2(\text{g})$	۰/۰۰
$\text{Sn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{Sn}(\text{s})$	-۰/۱۴
$\text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{Zn}(\text{s})$	-۰/۷۶
$\text{Mn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{Mn}(\text{s})$	-۱/۱۸
$\text{Al}^{3+}(\text{aq}) + 3\text{e}^{-} \rightarrow \text{Al}(\text{s})$	-۱/۶۶

۹۴- کدام موارد از مطالب زیر درباره سلول گالوانی استاندارد منیزیم - آلومینیم درست است؟

(ولت $E^{\circ}(\text{Mg}^{2+}(\text{aq}) / \text{Mg}(\text{s})) = -2/37$, ولت $E^{\circ}(\text{Al}^{3+}(\text{aq}) / \text{Al}(\text{s})) = -1/66$)

(آ) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از الکتروود آلومینیم به الکتروود منیزیم می‌باشد.

(ب) در این سلول الکتروود فلزی دسته p افزایش جرم و الکتروود فلزی دسته s کاهش جرم دارد.

(پ) در بخش آندی دستگاه با افزایش غلظت کاتیون‌ها شدت رنگ محلول افزایش می‌یابد.

(ت) اگر به جای نیم‌سلول آلومینیم، نیم‌سلول مس جایگزین شود ولتاژ سلول افزایش خواهد یافت.

(۱) آ و پ (۲) ب و ت (۳) آ و ب (۴) پ و ت

۹۵- نیروی الکتروموتوری سلول گالوانی استاندارد حاصل از فلزهای «A و B» و «B و D» به ترتیب برابر ۲ و ۱/۱ ولت می‌باشد. اگر پتانسیل

کاهشی استاندارد برای نیم‌واکنش $\text{B}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{B}(\text{s})$ برابر ۰/۳۴ ولت باشد، emf سلول گالوانی استاندارد حاصل از فلزهای A و D کدام است؟ (تیغه B در هر سلول، نقش کاتد را دارد.)

(۱) ۰/۹ (۲) ۲/۴۲ (۳) ۱/۳۲ (۴) ۱/۳

۹۶- هرگاه در واکنش منیزیم با اکسیژن مقدار ۸ گرم منیزیم اکسید تولید شده باشد، با دادوستد همین مقدار الکترون در سلول گالوانی

منگنز - نقره، تغییر جرم تیغه فلزی آند سلول برحسب گرم کدام است؟ ($\text{O} = 16$, $\text{Mg} = 24$, $\text{Mn} = 55$, $\text{Ag} = 108$; $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

(معادله موازنه شود) $\text{Ag}^{+}(\text{aq}) + \text{Mn}(\text{s}) \rightarrow \text{Ag}(\text{s}) + \text{Mn}^{2+}(\text{aq})$

(۱) ۲۲ (۲) ۴/۸ (۳) ۱۱ (۴) ۹/۶

محل انجام محاسبات

۹۷- همه عبارتهای زیر درست‌اند به جز

- (۱) نخستین فلز قلیایی در میان فلزها، کمترین چگالی و E° را دارد.
 (۲) سلول‌های سوختی افزون بر کارایی بیشتر می‌توانند ردپای کربن دی‌اکسید را کاهش دهند.
 (۳) در جدول پتانسیل کاهش استاندارد، اندازه‌گیری‌ها در دمای 25°C ، فشار 1 atm و غلظت 1 گرم بر لیتر برای محلول الکترولیت‌ها انجام شده است.
 (۴) رتبه‌بندی فلزها به ترتیب کاهش E° آنها در یک جدول، سری الکتروشیمیایی نامیده می‌شود.

۹۸- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، گاز هیدروژن با گاز اکسیژن به صورت کنترل شده واکنش داده و بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.
 (ب) سوزاندن گاز H_2 در موتور درون‌سوز بازدهی نزدیک به 20% درصد دارد، در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا چهار برابر افزایش می‌دهد.
 (پ) در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، آند و کاتد دارای کاتالیزورهایی هستند که به نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش، سرعت می‌بخشند.
 (ت) واکنش کلی نوعی از سلول‌های سوختی به صورت $\text{CH}_4(\text{g}) + 2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ می‌باشد.
 (ث) سلول سوختی نوعی سلول گالوانی است که شیمی‌دان‌ها برای گذر از تنگنای تأمین انرژی و کاهش آلودگی محیط زیست پیشنهاد می‌دهند.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۹۹- همه عبارتهای زیر درست‌اند به جز

- (۱) عدد اکسایش گوگرد در گوگرد تری‌اکسید با عدد اکسایش کروم در $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ یکسان است.
 (۲) تغییر عدد اکسایش اتم کربن در واکنش $\text{CH}_4(\text{g}) + 2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ برابر ۸ می‌باشد.
 (۳) در واکنش $2\text{CO}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{CO}_2(\text{g})$ گونه اکسند، گاز کربن مونواکسید است.
 (۴) یکی از چالش‌هایی که در کاربرد سلول‌های سوختی هیدروژن - اکسیژن خودنمایی می‌کند، تأمین سوخت آنهاست.
 ۱۰۰- هرگاه در برقکافت آب مقدار $4/48$ لیتر گاز در شرایط STP در بخش آندی دستگاه تولید شده باشد، حجم گاز تولید شده در بخش کاتدی در شرایط STP برابر لیتر و برای تولید این مقدار گاز در کاتد مقدار مول الکترون دادوستد شده است.

(معادله موازنه شود.) $\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$

(۱) $8/96 - 0/4$ (۲) $2/24 - 0/4$ (۳) $2/24 - 0/8$ (۴) $8/96 - 0/8$

۱۰۱- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) در سلول‌های الکترولیتی با اعمال یک ولتاژ بیرونی و عبور جریان الکتریکی از درون محلول الکترولیت، می‌توان یک واکنش شیمیایی را در خلاف جهت طبیعی پیش راند.
 (ب) فلز سدیم یک کاهنده قوی است که در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی‌شود و یون‌های سدیم بسیار پایدارتر از اتم‌های آن هستند.
 (پ) در فرایند تولید فلز منیزیم از آب دریا چگالی منیزیم مذاب تولیدشده از چگالی منیزیم کلرید مذاب تولیدشده بیشتر است.
 (ت) به فرایند ترد شدن، خرد شدن و فرو ریختن فلزها بر اثر واکنش اکسایش - کاهش، خوردگی گفته می‌شود.
 (ث) در سلول‌های گالوانی، دو الکترود درون یک الکترولیت قرار دارند و این الکترودها اغلب گرافیتی هستند.
 (۱) آ، ب و پ (۲) پ، ت و ث (۳) آ، ب و ت (۴) ب، ت و ث

محل انجام محاسبات

۱۰۲- با توجه به واکنش کلی زنگ زدن آهن، اگر به ازای تولید ۲۱/۴ گرم فرآورده در مجموع a گرم آب و اکسیژن مصرف شده و b مول

($H = 1, O = 16, Fe = 56 : g.mol^{-1}$)

الکترون دادوستد شده باشد، a + b کدام است؟

Fe(s) + H₂O(l) + O₂(g) → Fe(OH)₃(s) (معادله موازنه شود.)

۱۲/۶ (۴)

۱۱/۴ (۳)

۱۰/۸ (۲)

۱۰/۲ (۱)

۱۰۳- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) آهن پرمصرف‌ترین فلز در جهان است و سالانه حدود ۲۰ درصد از آهن تولیدی برای جایگزینی قطعه‌های خورده شده مصرف می‌شود.

(۲) فلزهای نجیبی مانند طلا، پلاتین و مس حتی در محیط‌های اسیدی اکسایش نمی‌یابند.

(۳) برای جلوگیری از خوردگی آهن، ساده‌ترین راه، ایجاد یک پوشش محافظ است تا از رسیدن اکسیژن و رطوبت به آهن جلوگیری کند.

(۴) هنگامی که خراشی در سطح آهن گالوانیزه پدید می‌آید، فلز روی اکسید شده و آهن محافظت می‌شود.

۱۰۴- در آبکاری یک قاشق فولادی با فلز نقره، قاشق فولادی باید به دستگاه متصل شود و الکترولیت را محلولی از نمک انتخاب می‌کنند.

(۴) آند - نقره

(۳) قطب منفی - نقره

(۲) آند - آهن

(۱) قطب منفی - آهن

۱۰۵- همه عبارتهای زیر درست‌اند به جز

(۱) فلز آلومینیم با تشکیل لایه چسبنده و متراکم Al₂O₃ از ادامه اکسایش جلوگیری می‌کند و لایه‌های زیرین برای مدت طولانی دست نخورده باقی می‌ماند.

(۲) آلومینیم همانند دیگر فلزهای فعال در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شود از این رو، این فلز هم از برقکافت نمک‌های مذاب آن به دست می‌آید.

(۳) تولید قوطی‌های آلومینیمی از قوطی‌های کهنه فقط به ۲۷ درصد از انرژی لازم برای تهیه همان تعداد قوطی از فرایند حال نیاز دارد.

(۴) باتری‌های روی - نقره از جمله باتری‌های دگمه‌ای هستند و در آنها واکنش $Zn(s) + Ag_2O(s) \rightarrow ZnO(s) + 2Ag(s)$ انجام می‌شود.



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۸
۲۰ دی ۱۴۰۳



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	ابوالفضل فروغی - محمد منتظران	
۲	هندسه	مهريار راشدی	امیرحسین ابومحیوب - علیرضا شیرازی احمدرضا فلاح - حسن محمدبیگی	داوود روزبهانی - مهدیار شریف
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی - مصطفی دیداری	محمدحسین جمالی - مهدیار شریف
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	محمدرضا خادمی - محمدمهدی شریفی	محمدرضا خادمی - ارسلان کریمی
۵	شیمی	مسعود جعفری	جواد پرتوی - محمد عظیمیان زواره	ارسلان کریمی - کارو محمدی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

گزینه ۳ صحیح است.

$$y = (x-2)^2 - 4(x-2) \Rightarrow y = x^2 - 8x + 12$$

$$x^2 + 8x + 12 : \text{فرینه نسبت به محور } y \text{ لها}$$

$$k : y = x^2 + 8x + 12 + k$$

$$x^2 + 8x + 12 + k = x^2 - 4x \Rightarrow x = \frac{-12-k}{12} = -\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow k = 3$$

گزینه ۳ صحیح است.

$$x^{24} - 1 = (x^3 + 1)(x^{21} - x^{18} + x^{15} - x^{12} + x^9 - x^6 + x^3 - 1)$$

$$p(x) = x^{21} - x^{18} + \dots + x^3 - 1$$

$$f(x) = p(x-3) - 3xp(x-1) = (x-2)q(x) + r$$

$$r = f(2) = p(-1) - 6p(1) = \lambda(-1) - 6(0) = -\lambda \Rightarrow r = -\lambda$$

گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{fog}(1) = \text{gof}(1) \Rightarrow f(-3) = g(3)$$

$$\Rightarrow 9a - 9 - a = 27a - 27 - a$$

$$8a - 9 = 26a - 27 \Rightarrow 18a = 18 \Rightarrow a = 1$$

گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{شرط دامنه : } \begin{cases} 2a + 1 \geq 1 \\ 4a - 5 \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ a \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow a \geq \frac{3}{2}$$

$$f(2a+1) < f(4a-5) \Rightarrow 2a+1 > 4a-5 \Rightarrow a < 3$$

پس $\frac{3}{2} \leq a < 3$ است که فقط شامل $a = 2$ است.

گزینه ۲ صحیح است.

باید $x = -3$ رأس سهمی و $a < 0$ باشد.

$$-3 = -\frac{a-2}{2a} \Rightarrow 6a = a-2 \Rightarrow a = -\frac{2}{5}$$

$$f(x) = -\frac{2}{5}x^2 - \frac{12}{5}x$$

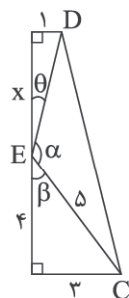
$$f(\Delta a) = f(-2) = -\frac{\Delta}{5} + \frac{24}{5} = \frac{16}{5} = 3\frac{2}{5}$$

گزینه ۴ صحیح است.

$$a + |b| = 2(a - |b|) \Rightarrow a = 2|b|$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2|a|}{|b|} \pi = 4\pi$$

گزینه ۴ صحیح است.



$$\tan(\theta + \beta) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \theta + \tan \beta}{1 - \tan \theta \tan \beta} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}} = 1$$

$$\Rightarrow 3x + 4 = 4x - 2 \Rightarrow x = 7$$

گزینه ۴ صحیح است.

$$T = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow -b < 0 \Rightarrow b = -2$$

$$\max = 6 \Rightarrow a - b \Rightarrow a = 4$$

$$f(y) = 4 - 2 \cos \frac{7\pi}{4} = 4$$

گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} BC = AB \times \tan 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow DC = \frac{1}{3}\sqrt{3} \\ BD = OB \times \tan 60^\circ = \sqrt{3} \end{cases}$$

گزینه ۳ صحیح است.

$$(\sin x \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos x \times \frac{\sqrt{2}}{2}) + (\cos x \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin x \times \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sqrt{2} \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \Rightarrow \text{جمع} = 3\pi$$

گزینه ۲ صحیح است.

$$2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \sin x + \cos x$$

$$\Rightarrow 2 \cos x (\sin x + \cos x) = \sin x + \cos x$$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = 0 \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

$$2 \cos x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$$

پس در این بازه ۴ جواب دارد.

گزینه ۲ صحیح است.

$$ab > 0 \xrightarrow{\text{فرض}} a > 0, b > 0$$

$$\begin{cases} \max = c + |a| = 1 \\ \min = c - |a| = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + c = 1 \\ c - a = -3 \end{cases} \Rightarrow c = -1, a = 2$$

$$f(\frac{1}{2}) = -3 \Rightarrow 2 \sin \frac{b}{2} - 1 = -3$$

$$\sin \frac{b}{2} = -1 \Rightarrow \frac{b}{2} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow b = 3\pi$$

$$f(x) = 2 \sin 3\pi x - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{18}} \frac{1}{-2 \sin 3\pi x - 1} = -\infty$$

زیرا

$$x < \frac{1}{18} \Rightarrow 3\pi x < \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sin 3\pi x < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \sin 3\pi x - 1 < 0 \Rightarrow \text{مخرج} \rightarrow 0^-$$

گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} 4x & x > 0 \\ 3x & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & x > 0 \\ \frac{x}{3} & x \leq 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f \circ f(x)}{f^{-1}(-2x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{16}{9}x}{-\frac{2}{3}x} = -\frac{16 \times 3}{9 \times 2} = -\frac{8}{3}$$



هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا ماتریس A^2 را پیدا می‌کنیم.

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & m \\ 0 & n & 0 \\ 1 & 0 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & m \\ 0 & n & 0 \\ 1 & 0 & p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+m & 0 & m+mp \\ 0 & n^2 & 0 \\ 1+p & 0 & m+p^2 \end{bmatrix}$$

چون ماتریس A^2 اسکالر است پس درایه‌های روی قطر اصلی مساوی‌اند و درایه‌های بالا و پایین قطر اصلی صفر هستند.
پس:

$$1+p=0 \Rightarrow p=-1$$

$$n^2=1+m \Rightarrow n^2-m=1$$

بنابراین:

$$n^2-m+p^2=1+(-1)^2=2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۲ و ۲۰)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$B = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} = -A$$

بنابراین:

$$A^2 = -A \xrightarrow{\times A} A^3 = -A^2 = -(-A) = A$$

$$\Rightarrow A^{2013} = -A \quad A^{2014} = A$$

با توجه به توضیح فوق $A^{1403} = A$ و از طرفی $B = kI$ ($k \in \mathbb{R}$).

پس:

$$A^{1403}B = A(kI) = kA = \begin{bmatrix} -k & 2k & -2k \\ -k & 2k & -2k \\ -k & 2k & -2k \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = -3k = -12 \Rightarrow k = 4$$

$$(A+I)^4 = ((A+I)^2)^2 = (\underbrace{A^2}_{-A} + 2A + I)^2 = (A+I)^2$$

$$= \underbrace{A^2}_{-A} + 2A + I = A + I$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{بزرگ‌ترین درایه} = 3$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۱۸ و ۲۰)

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{\frac{2}{x^2} + \frac{6}{x} + 4} - 2 \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 6x + 2} - 2x$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x+2}{4x} = \frac{3}{2}$$

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$n=1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-x^2+3}{x+2x^2-1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

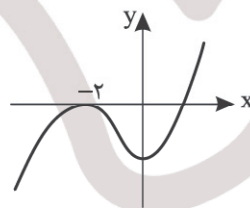
$$n=2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-2x^2+3}{x^2+2x^2-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

$$n \geq 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^n - nx^2 + 3}{x^n + 2x^2 - 1} = 3 \Rightarrow m = 3$$

$$\text{مجموع} = 3 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{17}{6}$$

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

دقت کنید چون حاصل حد $-\infty$ شده است، پس باید مخرج در همسایگی $x = -2$ صفر منفی باشد. اگر تابع را ۴ واحد به چپ و ۲ واحد به پایین انتقال دهیم، به شکل زیر می‌رسیم:



آنگاه $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x-2} = -\infty$ پس $b = -4$ و $a = -2$ یعنی

$$a+b = -6$$

۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

$x=1$ نمی‌تواند ریشهٔ مخرج باشد. چون $1+m+m^2=0$ جواب ندارد، پس:

$$x^2+mx+m^2=0$$

$$\Delta=0 \Rightarrow m^2-4m^2=0 \Rightarrow m=0$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x-1}{x^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{مجانِب قائم } f, g \Rightarrow g(x)=2 \Rightarrow \frac{ax+2}{x-3a}=2$$

$$\frac{4a+2}{4-3a}=2 \Rightarrow 4a+2=8-6a \Rightarrow 10a=6 \Rightarrow a=\frac{3}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \text{gof}(x) = \lim_{x \rightarrow 3} g(x) = \frac{\frac{9}{5}+2}{3-\frac{9}{5}} = \frac{19}{6}$$

یعنی $y = \frac{19}{6}$ مجانب افقی $y = \text{gof}(x)$ است.



۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{aligned} A^2 + 3A - 2I &= \bar{O} \Rightarrow A^2 + 3A = 2I \\ \xrightarrow{-2I} A^2 + 3A - 4I &= -2I \Rightarrow (A + 4I)(A - I) = -2I \\ \Rightarrow (A + 4I) \times \left(-\frac{1}{2}\right)(A - I) &= I \\ \Rightarrow (A + 4I)^{-1} &= -\frac{1}{2}(A - I)^{-1} = -\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}I \\ \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{2} \\ \beta = \frac{1}{2} \end{cases} &\Rightarrow \alpha - \beta = -1 \end{aligned}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۲. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا دترمینان ماتریس A را برحسب ستون سوم پیدا می‌کنیم.

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & -5 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-5)(-1) \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = (5)(5) = 25$$

اکنون تساوی داده شده را با جای‌گذاری $|A| = 25$ بازنویسی می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} \frac{|A|}{5} & 1 \\ \sqrt{|A|} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} \sqrt{|A|} & 0 \\ -1 & -\sqrt{|A|} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 5 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

در اینجا برای محاسبه ماتریس B طرفین تساوی آخر را در وارون

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 5 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \text{ از سمت چپ ضرب می‌کنیم.}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 5 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 5 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -1 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & -25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{5}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{25}{4} \end{bmatrix}$$

بزرگ‌ترین درایه ماتریس B عدد $\frac{15}{4}$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۳ و ۲۸)

۲۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} |AB - I| &= |AB - AA^{-1}| = |A(B - A^{-1})| = |A| |B - A^{-1}| \\ &= |B - A^{-1}| |A| = |(B - A^{-1})A| = |BA - I| \end{aligned}$$

بنابراین مقدار دترمینان ماتریس $BA - I$ برابر با مقدار دترمینان ماتریس $AB - I$ است.

پس:

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow AB - I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow |AB - I| &= 1 + 3 = 4 \Rightarrow |BA - I| = 4 \end{aligned}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۷ و ۲۹)

۲۴. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا عبارت داده شده را ساده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} (AB^{-1})^{-1}(A+B)(A^{-1}B)^{-1} &= 2I \\ \Rightarrow (BA^{-1})(A+B)(B^{-1}A) &= 2I \\ \Rightarrow (BI + BA^{-1}B)(B^{-1}A) &= 2I \Rightarrow (IA + BI) = 2I \\ \Rightarrow A + B &= 2I \end{aligned}$$

حال مقدار دترمینان ماتریس خواسته شده را می‌یابیم.

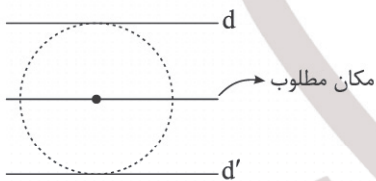
$$|A^2 + AB + 2B| = |A(A+B) + 2B| = |A \times 2I + 2B|$$

$$= |2A + 2B| = 2^3 |A + B| = 2^3 \times |2I| = 2^3 \times 2^3 |I| = 2^6 = 64$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۳ و ۳۱)

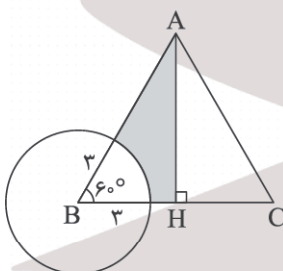
۲۵. گزینه ۳ صحیح است.

دو خط d و d' دارای شیب‌های مساوی هستند پس d و d' موازی‌اند. بنابراین مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر دو خط موازی d و d' مماسند خطی موازی این دو خط است.



(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۷)

۲۶. گزینه ۱ صحیح است.



مکان هندسی نقاطی که از دو رأس B و C به یک فاصله باشند، عمودمنصف ضلع BC می‌باشد (ارتفاع AH). مکان هندسی نقاطی که به رأس B نزدیک‌تر از C باشند کلیه نقاط درون مثلث ABH است. از طرفی مجموعه نقاطی که فاصله آنها از رأس B بیشتر از ۳ واحد باشد، نقاط بیرون دایره به مرکز B و شعاع ۳ واحد است، اشتراک این دو ناحیه، ناحیه رنگی است.

$$\begin{aligned} \text{مساحت ناحیه رنگی} &= S_{\Delta ABH} - S_{\text{قطاع } 60^\circ} = \frac{1}{2}(S_{\Delta ABC}) - S_{\text{قطاع } 60^\circ} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3 \times \sqrt{3}}{4} - \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi(3)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\pi}{2} \end{aligned}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۸)



پایه دوازدهم . آزمون ۸ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

در نتیجه معادله دایره به صورت $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ است

که مرکز آن $O = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (-1, 2)$ و شعاع آن

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{4 + 16 - 4}}{2} = 2$$

اکنون فاصله مرکز دایره تا خط $3x + my = 6$ را پیدا کرده و با شعاع دایره مقایسه می‌کنیم.

$$m = -2 \Rightarrow 3x - 2y = 6$$

$$OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-3 - 4 - 6|}{\sqrt{9 + 4}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

چون $OH > R$ است. پس خط دایره را قطع نمی‌کند.

دقت کنید! اگر خطی از مرکز دایره عبور کند، بر دایره عمود است زیرا به خط مماس بر دایره عمود می‌شود. در صورتی که خط با دایره متقاطع شود باید بررسی کنیم مرکز دایره روی خط صدق می‌کند یا نه. مسلماً اگر مرکز روی خط باشد گزینه عمود بودن خط بر دایره را انتخاب می‌کنیم.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۵)

گزینه ۴ صحیح است.

فرض کنید فاصله نقطه P تا مرکز دایره برابر d و شعاع دایره برابر R باشد. در این صورت بیشترین و کمترین فاصله P تا نقاط واقع بر دایره به ترتیب برابر $d + R$ و $d - R$ است.

$$\begin{cases} d + R = 3 \\ d - R = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 2 \\ R = 1 \end{cases}$$

بنابراین کافی است شعاع دایره را برابر ۱ قرار دهیم.

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + 2^2 - 4m} = \sqrt{5 - m} = 1$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 5 - m = 1 \Rightarrow m = 4$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

ریاضیات گسسته

گزینه ۳ صحیح است.

$$x^2 + 4y^2 + z^2 + 2A \geq 2x - 12y + 6z + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4y^2 + z^2 - 2x + 12y - 6z + 2A - 1 \geq 0$$

$$(x-1)^2 + (2y+3)^2 + (z-3)^2 - 1 - 9 - 9 + 2A - 1 \geq 0$$

$$(x-2)^2 + (2y+3)^2 + (z-3)^2 \geq 20 - 2A$$

اگر $20 - 2A = 0$ باشد کمترین مقدار A یعنی $A = 10$ به دست می‌آید، تا رابطه همواره درست باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷ و ۸)

گزینه ۲ صحیح است.

$$x^2 - 1 | 3x^2 + 5x - 8 \xrightarrow{+} x^2 - 1 | 5x - 5$$

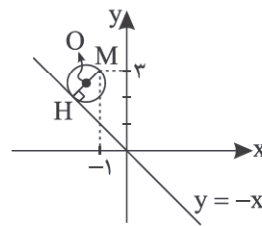
$$x^2 - 1 | -3x^2 + 3$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+1) | 5(x-1)$$

دقت کنید $x = 1$ در رابطه بالا صدق می‌کند. حال فرض کنید $x \neq 1$ باشد.

گزینه ۱ صحیح است.

$$y = 3 - 2x + 2y = 7 \rightarrow x = -1$$



کوچک‌ترین دایره‌ای که از نقطه

$M(-1, 3)$ گذشته و بر خط

$x + y = 0$ مماس باشد، دایره‌ای به

قطر MH است. باید فاصله نقطه M

تا خط $x + y = 0$ را به دست آوریم.

$$MH = \frac{|-1+3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \sqrt{2}$$

بنابراین شعاع کوچک‌ترین دایره گذرنده از $M(-1, 3)$ و مماس بر خط $x + y = 0$ برابر است با:

$$R = \frac{MH}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

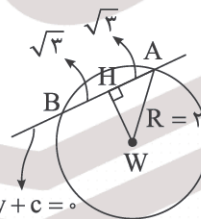
گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم قطرهای دایره از مرکز دایره می‌گذرند پس به ازای دو مقدار مختلف m دو قطر به دست می‌آید که می‌توانیم مرکز را به دست آوریم.

$$\begin{cases} m = 1 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = 2 \\ m = -2 \Rightarrow -3x = 6 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \Rightarrow \text{مرکز دایره: } W(-2, 2)$$

$$\Rightarrow R = 2$$

با توجه به مختصات مرکز، دایره در ربع دوم بر محورهای مختصات مماس است.



$$3x + 4y + c = 0$$

$$WH = \frac{|-6 + 8 + c|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|c + 2|}{5}$$

$$\Delta WHA (H = 90^\circ): R^2 = WH^2 + AH^2 \Rightarrow 4 = \frac{|c+2|^2}{25} + 3$$

$$\Rightarrow (c+2)^2 = 25$$

$$c+2 = 5 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow 3x + 4y + 3 = 0$$

$$c+2 = -5 \Rightarrow c = -7 \Rightarrow 3x + 4y - 7 = 0$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ و ۴۶)

گزینه ۳ صحیح است.

دایره بر محور x مماس است پس معادله حاصل از تلاقی دایره با خط $y = 0$ (محور x) باید فقط یک ریشه داشته باشد.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - mx - 4y + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - mx + 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = 0 \rightarrow m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$$

پس بنابر فرض سؤال $m = -2$ قابل قبول است.



حال y را محاسبه می‌کنیم:

$$73 \times 130 - 37y = 18 \Rightarrow y = 256$$

$$(x_0, y_0) = (130, 256) = 2$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۶ و ۳۰)

۳۸. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم $q(G) = 10p$ پس $2q(G) = 20p$ می‌باشد.

$$q(\bar{G}) = q(G) - 45 = 5p - 45$$

از طرفی داریم:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \binom{p}{2} \Rightarrow 5p + 5p - 45 = \binom{p}{2}$$

$$10p - 45 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p^2 - 21p + 90 = 0 \Rightarrow (p-15)(p-6) = 0$$

پس $p = 6$ یا $p = 15$ است. دقت کنید چون گراف 10 - منظم

است، $p = 6$ غیرقابل قبول است.

$$p(G) = 15, q(G) = 5p(G) = 75$$

و $p(G) + q(G) = 90$ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

فرض کنیم گراف k - منظم باشد، پس:

$$\Delta p = kp = 2q = 36, \Delta = \delta = k$$

پس داریم:

$$p^2 - 36 = 108 \Rightarrow p^2 = 144 \Rightarrow p = 12 \Rightarrow k = 3$$

$N_G(a)$ و $N_G(b)$ هر کدام ۳ عضو دارند.

اگر a و b را طوری انتخاب کنید که هیچ همسایه مشترکی نداشته

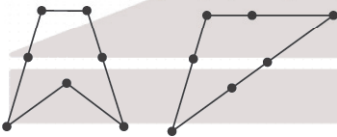
باشند $N_G(a) \cup N_G(b)$ بیشترین تعداد عضو را دارد که برابر با ۶

عضو است.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۵ و ۳۷)

۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

این گراف ۲ مدل دور به طول ۷ دارد که از هر کدام هم ۵ عدد دارد.



(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۸)

فیزیک

۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

از آنجایی که $x(t) < x(t=0)$ است، Δx در این بازه منفی است و از

رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ در نتیجه سرعت متوسط منفی خواهد بود.

با توجه به شیب نمودار مکان - زمان، سرعت در $(t=0)$ مثبت و در

$(t=t')$ منفی است. بنابراین در این بازه زمانی Δv منفی و در نتیجه

از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ علامت a_{av} نیز منفی خواهد بود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷ تا ۹)

$$\frac{\pm(x-1)}{\pm(x-1)} \rightarrow x+1 | 5 \Rightarrow x+1 = \pm 1 \pm 5$$

$$\Rightarrow x = \{0, -2, 4, -6, 1\}$$

پس مجموع مقادیر قابل قبول -3 می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۹ و ۱۲)

۳۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$a \equiv 24 \pmod{17} \Rightarrow a-1 \equiv 23 \pmod{17} \equiv 6 \pmod{17} \xrightarrow{+3} \frac{a-1}{3} \equiv 2 \pmod{17}$$

پس $r = 2$ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۴. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا $n^6 - 1$ را تجزیه می‌کنیم:

$$n^6 - 1 = (n^2 - 1)(n^4 + n^2 + 1)$$

دقت کنید $n^4 + n^2 = n^2(n^2 + 1)$ چون ضرب دو عدد متوالی است،

زوج است پس $n^4 + n^2 + 1$ فرد می‌باشد.

$$(n^6 - 1, 8) = 4 \Rightarrow 4 | n^2 - 1, 8 | n^2 - 1$$

$$n^2 - 1 = 4q, q = 2k + 1 \Rightarrow n^2 - 1 = 4k + 4 \Rightarrow n^2 = \frac{4k+8}{4}$$

دقت کنید n عدد فرد است می‌دانیم مربع عدد فرد $4q + 1$ است. پس

برای n جوابی به دست نمی‌آید.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

دو عدد به پیمانده ۱۰ هم‌نهمت هستند. پس داریم:

$$3^{4a+1} + 7a \equiv 4a + 20 \pmod{10} \Rightarrow (3^4)^a \times 3 + 7a \equiv 4a + 0$$

$$\Rightarrow (-1)^a \times 3 + 7a \equiv 4a \pmod{10} \Rightarrow 3a \equiv -3 \pmod{10} \xrightarrow{+3} a \equiv -1 \pmod{10}$$

$$\xrightarrow{\times 9} 9a \equiv -9 \pmod{10} \xrightarrow{+5} 9a + 5 \equiv -4 \pmod{10}$$

(ریاضیات گسسته، تمرین ۱۰ صفحه ۲۹)

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$30a \equiv 42b \pmod{39} \xrightarrow{\div 6} 5a \equiv 7b \pmod{13} \Rightarrow 5a \equiv 20b \pmod{13}$$

$$\xrightarrow{\div 5} a \equiv 4b \pmod{13} \Rightarrow a \equiv 3 \pmod{13} \xrightarrow{\text{توان } 3} a^3 \equiv 27 \pmod{13} \equiv 1$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 33} a^{99} \equiv 1 \pmod{13} \xrightarrow{\times a} a^{100} \equiv a \pmod{13} \xrightarrow{\times 9} 9a^{100} \equiv 9a \pmod{13}$$

$$\Rightarrow 9a^{100} + 5 \equiv 32 \pmod{13} \equiv 6$$

پس $r = 6$ می‌باشد.

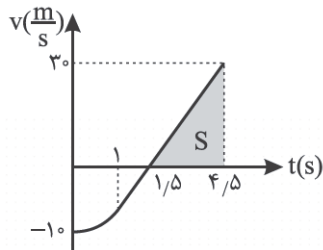
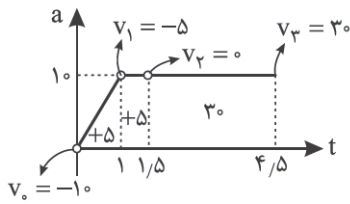
(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

۳۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$72x - 37y = 18 \Rightarrow 72x - 37y \equiv 18 \pmod{37} \Rightarrow 72x \equiv 18 \pmod{37}$$

می‌دانیم $73 \equiv -1 \pmod{37}$ پس داریم:

$$-x \equiv 18 \pmod{37} \Rightarrow x \equiv -18 \pmod{37} \Rightarrow x = 37q - 18 \xrightarrow{q=4} x_0 = 130$$



متحرک ۳ ثانیه با شتاب ثابت $10 \frac{m}{s^2}$ از $t = 1/5s$ تا $t = 4/5s$ حرکت کرده است.

$$S = \frac{30 \times 3}{2} = 45 \Rightarrow \Delta x = 45m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۱)

۴۶. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا از روی نمودارهای مکان - زمان دو متحرک معادلات مکان - زمان هر یک را پیدا می‌کنیم:

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6m}{12s} = -\frac{1}{2} \frac{m}{s} \Rightarrow x_A = -\frac{1}{2}t + 6$$

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2m}{4s} = \frac{1}{2} \frac{m}{s} \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}t - 2$$

چون می‌خواهیم فاصله دو متحرک کمتر و یا مساوی ۳۰ متر باشد، باید نامعادله زیر را حل کنیم:

$$\begin{aligned} |x_A - x_B| \leq 30m &\Rightarrow |-\frac{1}{2}t + 6 - (\frac{1}{2}t - 2)| \leq 30 \\ \Rightarrow |-10t + 8| \leq 30 &\Rightarrow -3 \leq -t + 8 \leq 3 \Rightarrow -11 \leq -t \leq -5 \\ \Rightarrow 5 \leq t \leq 11 &\Rightarrow \Delta t = 6s \end{aligned}$$

بازه (۵s, ۱۱s) بزرگ‌ترین بازه‌ای است که فاصله این دو متحرک از هم کمتر و یا مساوی ۴۰ متر می‌باشد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

چراغ قرمز را مبدأ محور فرض می‌کنیم و معادله مکان - زمان هر یک از متحرک‌ها را می‌نویسیم.

$$x_{\text{خودرو}} = 6t$$

$$x_{\text{پلیس}} = t^2 + 8$$

$$x_{\text{پلیس}} = x_{\text{خودرو}} \Rightarrow t^2 + 8 = 6t \Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2s \\ t = 4s \end{cases}$$

$$\Delta t = 4 - 2 = 2s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۴۲. گزینه ۱ صحیح است.

از معادله مکان - زمان $(x = vt + x_0)$ به راحتی می‌توان به پاسخ تست رسید.

$$x = vt + x_0, v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - (-300)}{10 - 0} = 30 \frac{m}{s} \Rightarrow x_1 = 30t - 300$$

$$x = vt + x_0, v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{450 - 300}{10 - 0} = 15 \Rightarrow x_2 = 15t + 300$$

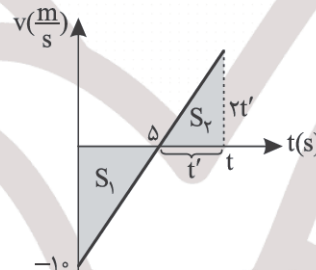
$$\xrightarrow[\text{لحظه به هم رسیدن}]{x_1 = x_2} 30t - 300 = 15t + 300$$

$$15t = 600 \Rightarrow t = 40s, x = 900m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۷)

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

چون مسافت خواسته شده است بهترین کار رسم نمودار $(v-t)$ است. مسافت برابر مجموع سطوح زیر نمودار $(v-t)$ است. $v = 2t - 10$ از آنجایی که $S_1 = \frac{5 \times 10}{2} = 25$ است. پس برای طی مسافت ۴۱ متر باید بیشتر از ۵s در حرکت باشد.



$$S_1 + S_2 = 41$$

$$25 + \frac{2t'(t')}{2} = 41 \Rightarrow t'^2 = 16 \Rightarrow t' = 4s$$

بنابراین لحظه مورد نظر $t = 9s$ است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۷)

۴۴. گزینه ۱ صحیح است.

(الف) نادرست، متحرک در $t = 2s$ جهت حرکت خود را تغییر داده است. (ب) نادرست، در بازه صفر تا $t = 5s$ ، دو ثانیه ابتدایی در حال دور شدن از مبدأ است و از $t = 4s$ تا $t = 5s$ نیز از مبدأ دور می‌شود. (ج) درست، از آنجایی که در ۵ ثانیه اول، بردار جابه‌جایی خلاف جهت محور X است، $(x_{(t=5)} < x_{(t=0)})$ ، بنابراین جهت بردار سرعت متوسط نیز در خلاف جهت محور X است.

(د) درست، چون در $t = 2s$ ، جهت حرکت عوض می‌شود، متحرک ابتدا به صورت کندشونده و سپس تندشونده حرکت می‌کند.

(ه) درست، چون تقعر تابع رو به پایین است. پس بردار شتاب همواره خلاف جهت محور X است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۷)

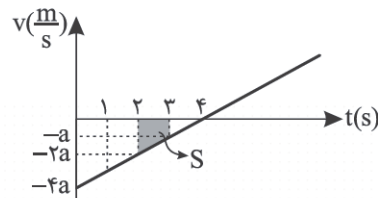
۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

از آنجایی که سطح زیر نمودار شتاب - زمان معرف اندازه Δv است. بنابراین در $t = 1/5s$ ، سرعت صفر و علامتش تغییر می‌کند و متحرک جهت حرکت با شتاب خود را عوض می‌کند. از این لحظه تا لحظه $t = 4/5s$ حرکت با شتاب ثابت است. بنابراین با رسم نمودار $(v-t)$ در بازه $t = 1/5s$ تا $t = 4/5s$ و محاسبه سطح زیر آن می‌توان مقدار جابه‌جایی را به دست آورد.



۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

چون متحرک با شتاب ثابت در دو لحظه t_1 و t_2 در یک مکان بوده است، می‌توان دریافت که متحرک در لحظه $t = 4s$ تغییر جهت داده است، با توجه به اینکه متحرک در $t = 2s$ در مکان $x = 5m$ و در $t = 3s$ در مکان $x = 2m$ بوده، پس در این بازه زمانی جابه‌جایی آن منفی بوده و نمودار $v-t$ زیر محور زمان است. به این ترتیب نمودار $v-t$ به صورت زیر است:



$$2s < t < 3s \Rightarrow \Delta x = 2 - 5 = -3m$$

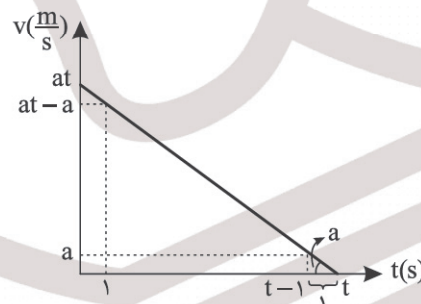
$$|\Delta x| = S = 3m$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a+2a}{2}\right) \times 1 = 3 \Rightarrow a = \frac{6}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه حرکت کامیونت شتابدار و با شتاب ثابت بوده است، می‌توان نمودار سرعت-زمان آن را به صورت زیر رسم کرد: (a در نمودار اندازه شتاب کامیونت می‌باشد.)



می‌دانیم سطح محصور نمودار $v-t$ برابر است با بزرگی جابه‌جایی:

$$\Delta x_{(t-1, t)} = 2 = \frac{1 \times a}{2} \Rightarrow |a| = \frac{4}{s}$$

$$\Delta x_{(0, 1)} = 36 = \frac{2at - a}{2} \times 1 \Rightarrow 8t - 4 = 72 \Rightarrow t = 9.5s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

سرعت در هر لحظه برابر است با شیب خط مماس بر نمودار $(x-t)$ در آن لحظه است، از طرفی شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان در دو لحظه $t = 3s$ و $t = 0$ قرینه یکدیگرند. (زیرا هر دو لحظه در نمودار دارای عرض یکسانی هستند و نمودار سهمی است.)

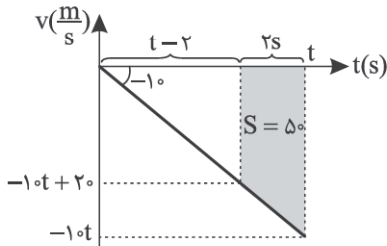
$$\begin{cases} v(t=3) = \frac{0-12}{5-3} = -6 \frac{m}{s} \\ v(t=0) = +6 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_0}{3 - 0} = \frac{-6 - 6}{3} = -4 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷ تا ۹)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا نمودار سرعت-زمان گلوله را ترسیم می‌کنیم. سپس به کمک سطح محصور نمودار، زمان سقوط را پیدا می‌کنیم.



$$\Rightarrow \left(\frac{-2 \cdot 0 + 2 \cdot 0}{1}\right) \times 1 = -5 \Rightarrow -2t + 2 = -5 \Rightarrow t = 3.5s$$

$$\Rightarrow v_{av(0, 3.5s)} = \frac{v_0 + v_{3.5s}}{2} = \frac{0 + 3.5}{2} = 1.75 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۲. گزینه ۱ صحیح است.

مسافت در ثانیه اول: $\Delta y_1 = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=1} \Delta y_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 = 5m$

مسافت در دو ثانیه آخر: $\Delta y_2 = 12\Delta y_1 = 12 \times 5 = 60m$

$$\Delta y_2 = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g(t-2)^2 \Rightarrow \Delta y_2 = 5t^2 - 5(t-2)^2$$

$$= 5(t^2 - t^2 + 4t - 4) = 60$$

$$4t - 4 = 12 \Rightarrow t = 4s$$

$$\begin{cases} t_1 = 3s \Rightarrow v_1 = gt = 10 \times 3 = 30 \frac{m}{s} \\ t_2 = 4s \Rightarrow v_2 = gt = 10 \times 4 = 40 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{30 + 40}{2} = 35 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

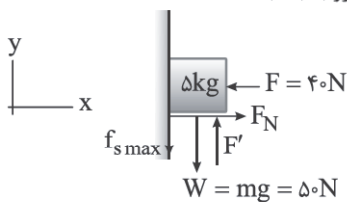
۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

چون نیروی خالصی بر کشتی فضای وارد نمی‌شود، مطابق با قانون اول نیوتون وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، سرعت جسم تغییری نمی‌کند. بنابراین با از کار افتادن موتور کشتی فضای، باید کشتی با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۵۴. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را ترسیم می‌کنیم. چون جهت لغزش جسم معین نشده است، می‌بایست در دو حالت زیر مسئله را بررسی کنیم: (۱) جسم در آستانه حرکت رو به بالا باشد:



$$F_{net} = m \cdot a \Rightarrow F' - W - f_{s \max} = 0$$

$$F' - 50 - 0.4 \times 40 = 0 \Rightarrow F' = 66N$$

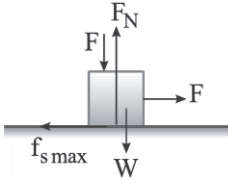


پایه دوازدهم . آزمون ۸ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

چون جرم آن دو برابر جرم شخص سبک‌تر است، بنابراین نیروی وارد از طرف شخص سنگین‌تر هر چقدر باشد، شتاب شخص سنگین‌تر همواره، نصف شتاب دیگری است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۳ و ۳۵)

۵۷. گزینه ۲ صحیح است.



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F = f_{smax} = \mu_s F_N \quad (I)$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N = W + F \quad (II)$$

$$(I): F = \mu_s F_N \rightarrow (II): F_N = W + \mu_s F_N$$

$$\Rightarrow W = F_N - \mu_s F_N = F_N(1 - \mu_s) \Rightarrow \frac{W}{F_N} = 1 - \mu_s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۵۸. گزینه ۳ صحیح است.



در $t = 9s$ ، آسانسور کندشونده رو به بالا حرکت می‌کند.

$$(v-t) \text{ از طرفی طبق نمودار } \begin{cases} a' = \frac{v}{4} \text{ در } 4 \text{ ثانیه اول} \\ |a| = \frac{v}{2} \text{ در } 2 \text{ ثانیه آخر} \end{cases}$$

$$F_{net} = ma$$

$$F_N - mg = m(-a) \Rightarrow F_N = m(g - |a|)$$

و در $t = 3s$ آسانسور تندشونده رو به بالا حرکت می‌کند:

$$F_{net} = ma$$

$$F_N - mg = m(a') \Rightarrow F_N = m(g + a')$$

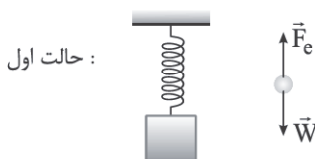
$$\text{طبق مسئله: } \frac{F_N}{F_N} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m(g - |a|)}{m(g + a')} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{10 - a'}{10 + a'} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 10 + a' = 20 - 2|a| \quad (I)$$

$$a' + 2|a| = 10 \Rightarrow \frac{v}{4} + 2\left(\frac{v}{2}\right) = 10 \Rightarrow \frac{5v}{4} = 10 \Rightarrow v = 8 \frac{m}{s}$$

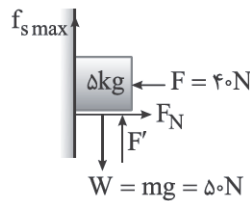
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۵۹. گزینه ۱ صحیح است.



$$\text{تعداد: } F_{net} = 0 \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow ky = mg \Rightarrow k(\lambda) = mg \quad (I)$$

۲) جسم در آستانه حرکت رو به پایین باشد:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F' + f_{smax} - W = 0$$

$$F' + 0.4 \times 40 - 50 = 0 \Rightarrow F' = 34 N$$

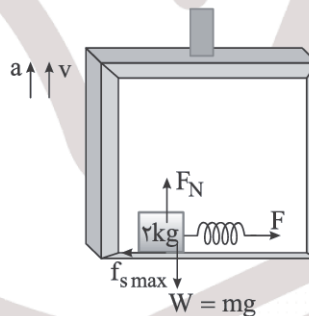
یعنی اگر نیروی F' در بازه $34 N \leq F' \leq 66 N$ باشد، جسم بر روی دیوار ساکن باقی می‌ماند، پس تنها گزینه ۲ می‌تواند درست باشد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۶)

۵۵. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا نیروهای وارد بر جعبه را ترسیم می‌کنیم و سپس با توجه به مقدار شتاب آسانسور و جهت حرکت آن مقدار نیروی عمودی سطح (F_N) را پیدا می‌کنیم.

چون جهت بردار سرعت و بردار شتاب هم‌سو و هم‌جهت است، حرکت آسانسور تندشونده رو به بالا می‌باشد، پس نیروی عمودی سطح برابر است با:



$$F_N = m(g + a) = 2 \times (9.8 + 5/2) = 30 N$$

برای اینکه جعبه بر روی کف آسانسور نلغزد، می‌بایست نیروی کشسانی فنر برابر با بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی باشد.

$$F = f_{smax} = k\Delta x = \mu_s F_N \Rightarrow 2 \times \Delta x = 0.5 \times 30$$

$$\Rightarrow \Delta x = 7.5 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۶)

۵۶. گزینه ۴ صحیح است.

از قانون سوم نیوتون می‌دانیم نیرویی که شخص سنگین‌تر وارد می‌کند (\vec{F}_{12}) هم‌اندازه و خلاف جهت نیرویی است که شخص سبک‌تر به دیگری وارد می‌کند (\vec{F}_{21}) .

$$\begin{cases} F_{12} = m_2 a_2 \\ F_{21} = m_1 a_1 \end{cases} \xrightarrow{F_{12} = F_{21}} \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2}$$

a_1 : شتاب شخص سنگین‌تر
 m_1 : جرم شخص سنگین‌تر

a_2 : شتاب شخص سبک‌تر
 m_2 : جرم شخص سبک‌تر



$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{W_A}{W_B} = \frac{m_A g_A}{m_B g_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = 4 \times \left(\frac{2R_e}{2R_e}\right)^2$$

$$= 4 \times \frac{25}{16} = \frac{25}{4}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۶۲. گزینه ۴ صحیح است.

از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$K_2 = \frac{11}{100}K_1 \Rightarrow \frac{11}{100} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow v_2 = 0.97v_1 \Rightarrow v_2 = 18 \frac{m}{s}$$

با توجه به رابطه تکانه و ثابت ماندن جرم می‌نویسیم:

$$\Delta P = m\Delta v = m(v_2 - v_1) = (75 \text{ kg}) \times (18 - 20) \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$= -150 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3} \Rightarrow \lambda = \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3} \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = 64 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 4$$

$$V = \sqrt{\frac{GM}{r}} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}\right)^2 = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{4}$$

۶۴. گزینه ۴ صحیح است.

در راستای عمود بر سطح، نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر خودرو وارد می‌شود و نیروی اصطکاک ایستایی که عمود بر راستای حرکت است، مانع از لغزش خودرو شده و به طرف مرکز پیچ، بر خودرو وارد می‌شود.

$$v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f_s = \frac{mv^2}{r} = \frac{2000 \times 400}{80} = 10000 \text{ N} = 10 \text{ kN}$$

$$F_N = mg = 2000 \times 10 = 20000 \text{ N} = 20 \text{ kN}$$

$$F_R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5} \text{ kN}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۳)

۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

مکان $x = 66 \text{ cm}$ انتهای پاره‌خط نوسان و $x = 46 \text{ cm}$ مرکز نوسان است. بنابراین دامنه اختلاف این دو طول است.

$$A = 66 - 46 = 20 \text{ cm}$$

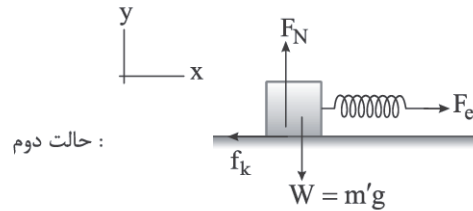
اکنون مقدار بسامد زاویه‌ای نوسانگر را از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{200}{80 \times 10^{-3}}} = 50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

و در آخر برای به دست آوردن بیشینه تندی می‌نویسیم:

$$|v_{\text{max}}| = A\omega = (0.1 \text{ m}) \times (50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)



حالت دوم:

$$\begin{cases} (F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F_N = W = m'g \\ (F_{\text{net}})_x = 0 \Rightarrow F_e = f_k \Rightarrow k(\lambda) = \mu_k m'g \quad (\text{II}) \end{cases}$$

$$\text{II), (I): } mg = \mu_k m'g \Rightarrow m = \mu_k m' \text{ یا } \frac{m}{m'} = \mu_k$$

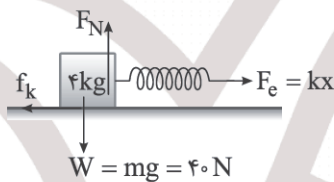
$$\Rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{1}{\mu_k} = 2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا در هر مسیر نیروهای وارد بر جسم را ترسیم می‌کنیم و سپس به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را در هر مرحله به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{net}} = m \cdot a \Rightarrow kx - f_k = ma, f_k = \mu_k \cdot F_N = \mu_k mg$$



پس شتاب حرکت جسم در هر مسیر برابر است با:

$$a = \frac{kx - \mu_k \cdot F_N}{m}$$

$$\Rightarrow a_{AB} = \frac{k\Delta x_{AB} - \mu_{kAB} mg}{m} = \frac{2 \times 4 - 0.05 \times 4 \times 10}{4} = \frac{3}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_{BC} = \frac{k\Delta x_{BC} - \mu_{kBC} mg}{m} = \frac{2 \times 2 - 0.15 \times 4 \times 10}{4} = -\frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_{BC}}{a_{AB}} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$$

دقت کنید در مسیر AB حرکت تندشونده و در مسیر BC حرکت کندشونده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۵)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا اطلاعات مسئله را دسته‌بندی می‌کنیم:

$$m_B = \frac{25}{100} m_A \Rightarrow m_B = \frac{1}{4} m_A$$

فاصله دو ماهواره از مرکز زمین برابر است با:

$$r_A = R_e + h_A = R_e + R_e = 2R_e$$

$$r_B = R_e + h_B = R_e + \frac{3}{4} R_e = \frac{7}{4} R_e$$

می‌دانیم شتاب جاذبه در فاصله r از مرکز هر سیاره مطابق رابطه

$$g = \frac{GM_{\text{سیاره}}}{r^2}$$

همان وزن ماهواره‌ها است.



۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} F = -m\omega^2 x \Rightarrow -\frac{\pi^2}{100} x = -10^{-2} (2\pi f)^2 x \\ m = 10^{-2} \text{ kg} \end{cases}$$

$$1 = 4f^2 \Rightarrow f = \frac{1}{2} \text{ Hz}, \omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, T = 2\text{s}$$

۴ ثانیه معادل زمان طی ۲ دوره است. از آنجایی که در هر دوره، نوسانگر ۴A مسافت طی می‌کند، بنابراین در زمان ۲ دوره، ۸A مسافت طی می‌کند.

$$8A = 16\text{cm} \Rightarrow A = 2\text{cm}$$

$$\Rightarrow x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0.02 \cos(\pi t)$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۷۱. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا تندی انتشار موج عرضی را در طناب به کمک رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$

محاسبه می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{16}{2500 \times 4 \times 10^{-6}}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون به کمک طول موج که از روی نمودار به دست می‌آید، بسامد موج را پیدا می‌کنیم.

$$\frac{2\lambda}{3} = 6\text{m} \Rightarrow \lambda = 9\text{m} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{40}{9} = 4.44 \text{ Hz}$$

اکنون تعداد نوسانات کامل ذره P را در مدت $\Delta t = 75\text{ms}$ به دست می‌آوریم تا مسافت طی شده را محاسبه کنیم:

$$n = \Delta t \times f = 75 \times 10^{-3} \times 4.44 = \frac{3}{4}$$

$$L = n \times 4A \Rightarrow L = \frac{3}{4} \times 4 \times 4 = 12\text{cm}$$

و در آخر داریم:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{12\text{cm}}{75 \times 10^{-3}\text{s}} = 160 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 1.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

بسامد موج به چشمه (منبع) موج وابسته است و با تغییر محیط انتشار موج، تغییر نمی‌کند، بنابراین $f_A = f_B$.

$$f = \text{ثابت}, v = \lambda f \Rightarrow v \propto \lambda, v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \sqrt{\frac{F_B}{F_A} \times \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{A_A}{A_B}}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \sqrt{1 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

برای تشخیص بالا یا پایین رفتن ذرات روی محیط موج باید به جهت انتشار دقت کرد. اگر ذره به سمت وضع تعادل در حال حرکت باشد، حرکتش تندشونده و اگر به سمت نقاط بازگشتی در حال حرکت باشد، حرکتش کندشونده است.

۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$4A = 12\text{cm} \Rightarrow A = 3\text{cm}$$

در هر نوسان می‌توان نوشت:

و می‌دانیم که $E = K + U = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$ پس مقدار ω را محاسبه می‌کنیم:

$$45\pi^2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times \omega^2 \times 9 \times 10^{-4} \Rightarrow \omega = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50}\text{s}$$

اکنون تعداد نوسان‌های کامل نوسانگر را در مدت ۶۰ms به دست می‌آوریم.

$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{60 \times 10^{-3}\text{s}}{\frac{1}{50}\text{s}} = 3$$

در هر نوسان کامل ۴ مرتبه مقدار K و U برابر با یکدیگر می‌شوند، پس در ۳ نوسان کامل، ۱۲ مرتبه مقدار K با U برابر خواهد شد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۶۷. گزینه ۱ صحیح است.

وقتی بسامد ۴۰۰ درصد افزایش یابد، یعنی بسامد پنج برابر می‌شود.

$$\begin{cases} f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \Delta = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 25 \\ f_2 = \Delta f_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{1}{25} m_1 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{25} \times 100 = 4\%$$

یعنی باید جرم آونگ ۹۶ درصد کاهش یابد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۵)

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{T}{2} = 0.2 \Rightarrow T = 0.4\text{s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A = 3\text{cm}$$

$$x = A \cos(\omega t) \xrightarrow{t=\frac{1}{3}\text{s}} x = 0.03 \cos(5\pi \times \frac{1}{3})$$

$$\xrightarrow{\cos(\frac{5\pi}{3})=\frac{1}{2}} x = 0.03 \times (\frac{1}{2}) = 0.015\text{m}$$

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow a = -(5\pi)^2 (0.015) = -25\pi^2 (0.015) = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

چون دوره نیرویی که به آونگ وارد می‌شود دو ثانیه است و همچنین در آونگ تشدید رخ داده است، باید دوره آونگ نیز دو ثانیه باشد.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$2 = \frac{2\pi \sqrt{l}}{\sqrt{g}}$$

$$2 = \frac{2\pi \sqrt{l}}{\pi} \Rightarrow l = 1\text{m} = 100\text{cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)



۸۱. گزینه ۱ صحیح است.

(آ) درست، زیرا صابون با یون‌های Ca^{2+} موجود در این آب رسوب $(RCOO)_2Ca$ تولید می‌کند.

(ب) نادرست، زیرا زنجیر هیدروکربنی آن باید پرکربن باشد تا صابون محسوب شود!!

(پ) درست

(ت) درست، زیرا بین مولکول‌های ناقطبی چربی و پارچه نخی جاذبه کمتری برقرار است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶، ۸ و ۹)

۸۲. گزینه ۲ صحیح است.

$RCOO^-Na^+ = R + 67; g.mol^{-1}$: جرم مولی پاک‌کننده صابونی

$R'C_6H_4SO_3^-Na^+$: جرم مولی پاک‌کننده غیرصابونی

$= R' + 179; g.mol^{-1}$

تفاوت جرم مولی R و R' برابر ۱۱۲ گرم و جرم مولی $R > R'$ می‌باشد.

با توجه به آنکه جرم مولی هر واحد CH_2 برابر ۱۴ گرم می‌باشد، برای یکسان بودن جرم مولی این دو نوع پاک‌کننده و تفاوت جرم مولی R و R' ، شمار واحدهای CH_2 در R باید ۸ واحد بیشتر از R' باشد:

$$\frac{112}{14} = 8$$

بنابراین شمار اتم‌های کربن در فرمول مولکولی پاک‌کننده غیرصابونی ۲ واحد کمتر است!! (زیرا در حلقه بنزن آن ۶ کربن موجود است.)

با توجه به ۸ واحد CH_2 و سیرشده بودن R و R' و شمار پیوندهای $C-H$ در حلقه بنزی پاک‌کننده غیرصابونی (۴ پیوند $C-H$) تفاوت پیوندهای $C-H$ در این دو نوع پاک‌کننده برابر ۱۲ می‌باشد.

$$(8 \times 2) - 4 = 12$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶، ۱۰ و ۱۱)

۸۳. گزینه ۳ صحیح است.

(آ) نادرست، زیرا اسیدهای موجود در باران اسیدی، اسیدهای قوی تک‌پروتون‌دار HNO_3 و دو پروتون‌دار H_2SO_4 هستند. اما HA یک اسید ضعیف تک‌پروتون‌دار است.

(ب) نادرست، هالوژن هم‌دوره با Si ، Cl (۱۷) کلر می‌باشد و هیدروکلریک اسید (HCl) یک اسید قوی است.

(پ) درست، زیرا HNO_3 یک اسید قوی بوده و تقریباً به طور کامل یونیده می‌شود. ($\alpha \simeq 1$)

(ت) درست، زیرا هیدروبرمیک اسید (HBr) یک اسید قوی بوده و در شرایط یکسان، شمار یون‌ها در محلول آن از محلول اسید HA بسیار بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) درست، زیرا این نمک‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب‌های سخت واکنش داده و از تشکیل رسوب و ایجاد لکه جلوگیری می‌کنند.

(ب) نادرست، برای این منظور به آنها ترکیب‌های کلردار اضافه می‌کنند. (پ) درست، مخلوط پودر Al و سدیم هیدروکسید در آب، تولید گاز H_2 می‌نماید و این نشان می‌دهد که این فلز با محلول بازها نیز واکنش داده و گاز H_2 تولید می‌کند.

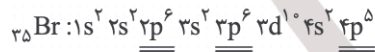
(ت) نادرست، فرمول شیمیایی آهک، CaO (کلسیم اکسید) است.

(ث) نادرست، برخی از محلول‌های آبی مانند اتانول، شکر یا استون در آب که فاقد یون می‌باشند رسانای جریان برق نمی‌باشند. محلول‌های غیرآبی مانند ید در هگزان و ... نیز رسانای برق نیستند. یافته‌های تجربی آرنیوس نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند زیرا این محلول‌ها دارای یون هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۸۵. گزینه ۴ صحیح است.

این عنصر، برم (Br) می‌باشد. اغلب اکسیدهای نافلزی اسید آرنیوس هستند.



بررسی عبارت‌های درست:

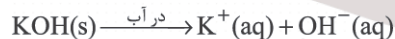
(۱) گرما و تولید گاز H_2 در این واکنش قدرت پاک‌کنندگی را افزایش می‌دهند.

(۲) برخی فلزها (مانند طلا، پلاتین و ...) با اسیدها واکنش نمی‌دهند.

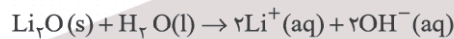
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۸۶. گزینه ۱ صحیح است.

(آ) درست، KOH یک باز آرنیوس است.



(ب) درست



(پ) نادرست، با اینکه می‌توان اسید و باز را براساس این مدل تشخیص داد اما نمی‌توان درباره میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهار نظر کرد.

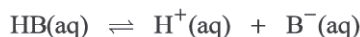
(ت) درست

(ث) نادرست، گرافیت از کربن تشکیل شده است و کربن یک نافلز است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۸۷. گزینه ۱ صحیح است.

راه حل نخست:



$mol.L^{-1}$ غلظت اولیه	۰/۲۵	۰	۰
$mol.L^{-1}$ تغییر غلظت	-x	+x	+x
$mol.L^{-1}$ غلظت تعادلی	۰/۲۵ - x	+x	+x



۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

بازهای قوی گروه قلیایی، MOH و بازهای قوی گروه قلیایی خاکی $M'(OH)_r$ می‌باشند. فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی به فلزهای دسته S جدول دوره‌ای مربوط‌اند.
بررسی عبارت‌های نادرست:

(۱) محلول سدیم هیدروژن کربنات خاصیت بازی دارد.

(۳) اغلب اسیدها و بازهای شناخته شده ضعیف بوده و الکترولیت ضعیف به شمار می‌روند.

(۴) در بدن انسان بالغ روزانه بین دو تا سه لیتر شیرۀ معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم در آن حدود 10^{-3} mol/L است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

با یک تیغه مسی و تیغه‌ای دیگر مانند روی و با میوه‌ای مانند لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ LED را روشن کرد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۷، ۳۸ و ۳۹)

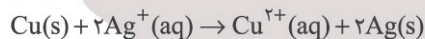
۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

هر چه واکنش‌پذیری و قدرت کاهندگی فلز بیشتر باشد، افزایش دمای محلول بیشتر است. در مورد فلزهای B و E به دلیل عدم تغییر دمای محلول این فلزها می‌توانند مس، طلا یا نقره و ... باشند.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۳)

۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) نادرست، افزون بر Sn (قلع) آلومینیم (Al) نیز یک فلز اصلی است.
(ب) درست، زیرا قدرت کاهندگی مس از نقره بیشتر است.



(پ) درست، فلزهای Ag، Cu، Pt و با محلول اسیدها گاز H_2 تولید نمی‌کنند زیرا قدرت کاهندگی کمتری از H_2 دارند.

(ت) درست، زیرا پتانسیل کاهشی استاندارد آن کوچک‌تر است.

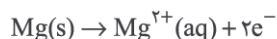
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۹۴. گزینه ۲ صحیح است.

در این سلول منیزیم (فلز دسته S) قدرت کاهندگی بیشتری از آلومینیم (فلز دسته P) داشته و آند سلول را تشکیل می‌دهد.

(آ) نادرست، در سلول‌های گالوانی (و الکترولیتی) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد می‌باشد.

(ب) درست، زیرا Al کاتد سلول و Mg آند سلول را تشکیل می‌دهد.



(پ) نادرست، محلول محتوی کاتیون‌های $\text{Mg}^{2+}(\text{aq})$ (یا $\text{Al}^{3+}(\text{aq})$) بی‌رنگ است!

(ت) درست، زیرا قدرت اکسندگی Cu^{2+} از Al^{3+} بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

با توجه به آنکه K_a از 10^{-4} کوچک‌تر است می‌توان از X در مقابل

۰٫۲۵ صرف‌نظر کرد. ($0.25 = 0.5^2$)

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{B}^-]}{[\text{HB}]} \Rightarrow 16 \times 10^{-6} = \frac{x^2}{0.5^2}$$

$$\Rightarrow x = [\text{H}^+] = 2 \times 10^{-3} \text{ mol/L}^{-1}$$

راه‌حل دوم:

$$[\text{H}^+] = \sqrt{K_a \cdot M} \Rightarrow [\text{H}^+] = \sqrt{16 \times 10^{-6} \times 0.25}$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ mol/L}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۲)

۸۸. گزینه ۱ صحیح است.

B محلول: $[\text{H}^+] = 3.6 \times 10^{-4} \text{ mol/L}^{-1}$, $[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 1 \times 10^{-14}$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{1}{36} \times 10^{-9} \text{ mol/L}^{-1}$$

A محلول: $\text{pH} = 2.15$, $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2.15} = 7 \times 10^{-3} \text{ mol/L}^{-1}$

$$\frac{\frac{1}{36} \times 10^{-9}}{7 \times 10^{-3}} = \frac{1}{252} \times 10^{-6} \approx 4 \times 10^{-10}$$

B محلول: $[\text{H}^+] = 3.6 \times 10^{-4} \text{ mol/L}^{-1}$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] \Rightarrow \text{pH} = -\log(3.6 \times 3.6 \times 10^{-5}) = 3.4$$

$$2.15 + 3.4 = 5.55$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

HA اسید: $[\text{H}^+] = M \cdot \alpha \Rightarrow [\text{H}^+] = 4 \times 10^{-3} \times \frac{20}{100}$

$$= 8 \times 10^{-4} \text{ mol/L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log(8 \times 10^{-4}) = 3.1$$

$$1.01 + 3.1 = 4.11$$

بنابراین pH باز برابر است با:

$$\text{pH} = 4.11, [\text{H}^+] = 10^{-4.11}, [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 1 \times 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-9.89} = 16 \times 10^{-10} \text{ mol/L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = M \times 2 \Rightarrow 16 \times 10^{-10} = M \times 2$$

$$\Rightarrow M_{\text{Ba(OH)}_2} = 0.8 \text{ mol/L}^{-1}$$

$$n = M \cdot V \Rightarrow n_{\text{Ba(OH)}_2} = 0.8 \times 0.5 = 0.4 \text{ mol}$$

$$? \text{ g BaO} = 0.4 \text{ mol Ba(OH)}_2 \times \frac{1 \text{ mol BaO}}{1 \text{ mol Ba(OH)}_2} \times \frac{153 \text{ g BaO}}{1 \text{ mol BaO}}$$

$$= 61.2 \text{ g BaO}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۵، ۲۸ و ۲۹)



۱۰۳. گزینه ۲ صحیح است.

فلز مس، فلز نجیب محسوب نمی‌شود و حتی در برابر اکسیژن و رطوبت اکسایش می‌یابد.

بررسی عبارتهای درست:

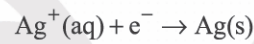
(۳) پوشش موردنظر می‌تواند با روش‌هایی مانند رنگ زدن، قیراندود کردن و روکش دادن ایجاد شود.

(۴) زیرا قدرت کاهندگی روی (Zn) از آهن (Fe) بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱۰۴. گزینه ۳ صحیح است.

باید قاشق فولادی به قطب منفی (کاتد) سلول آبکاری (نوعی سلول الکترولیتی) متصل شود و الکترولیت را نمک نقره (مثال AgNO_3) انتخاب می‌کنند. نیم‌واکنش‌های انجام یافته عبارتند از:



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۰ و ۶۲)

۱۰۵. گزینه ۳ صحیح است.

تولید قوطی‌های آلومینیومی از قوطی‌های کهنه فقط به ۷ درصد از انرژی لازم برای تهیه همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)