

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

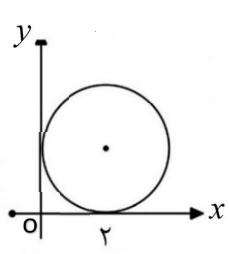
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (چهار عمل اصلی و بدون حافظه) مجاز است

### سؤالات فصل اول

۱	الف) اگر در ماتریس $A$ تعداد سطرها با تعداد ستونها برابر باشد، ماتریس $A$ را مربعی می‌نامیم. (درست - نادرست) ب) $A = \begin{bmatrix} m & 2-m \\ 0 & n \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است. مقدار عددی $n$ برابر ..... می‌باشد. پ) دترمینان ماتریس مربعی $A$ برابر ۲ می‌باشد. در این صورت مقدار $ A^{-1} $ برابر ..... است. گزینه درست قسمت (ت) را در پاسخ برگ بنویسید. ت) مقدار عددی $a_{۲۳}$ در ماتریس $A = [i - j]_{۳ \times ۳}$ کدام است؟ <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> -۱	۱
۱/۵	با فرض $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس $A^{۴۹}$ را محاسبه کنید.	۲
۱	دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ را برحسب ستون اول به دست آورید.	۳
۱	نشان دهید ماتریس $A = \begin{bmatrix}  2A  & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست.	۴
۱/۵	$A = \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات یک دستگاه خطی هستند. دستگاه معادلات را تشکیل دهید و مقدار $m$ را طوری تعیین کنید که دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد.	۵

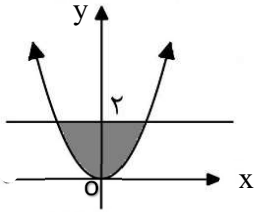
### سؤالات فصل دوم

۰/۵	الف) هرگاه دو خط $d$ و $l$ موازی باشند، از دوران $d$ حول $l$ سطحی ایجاد می‌شود که آن را یک سطح ..... می‌نامیم. ب) نقطه دلخواه $M$ در صفحه بیضی مفروض است. اگر مجموع فاصله‌های نقطه مورد نظر از دو کانون بیضی، بیشتر از اندازه قطر بزرگ بیضی باشد، آنگاه نقطه $M$ در درون بیضی قرار دارد. (درست - نادرست)	۶
۱/۵	نقاط $A$ و $B$ و $C$ در یک صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از نقاط $A$ و $B$ به یک فاصله بوده و از نقطه $C$ به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد (در مورد تعداد جواب‌ها می‌توان بحث کنید).	۷
۱/۲۵	در شکل مقابل، دایره $C(M, R)$ بر محورهای مختصات مماس است. مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را بیابید و سپس معادله ضمنی دایره را بنویسید.	۸
		
صفحه ۱ از ۲		

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
۹	وضعیت خط به معادله $X + Y = 4$ و دایره به معادله $X^2 + Y^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۰	در بیضی فاصله یک کانون از نزدیک ترین رأس برابر ۲ و اندازه قطر کوچک بیضی برابر ۸ است. مقدار خروج از مرکز بیضی را تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	سهمی به معادله $Y^2 = -2X - 4Y$ مفروض است. الف) معادله متعارف (استاندارد) سهمی را بنویسید. ب) مختصات رأس و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۲	نقطه دلخواه M روی سهمی مفروض است. ثابت کنید هر دایره به مرکز M که از کانون سهمی بگذرد، بر خط هادی سهمی مماس است.	۰/۷۵

## سؤالات فصل سوم

۱۳	حاصل هر کدام از عبارات گروه A را از گروه B انتخاب کنید. (دو مورد از گروه B اضافی است)	۰/۵														
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="4">گروه B</th> <th></th> <th colspan="2">گروه A</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\vec{i}</math></td> <td><math>\vec{k}</math></td> <td><math>\vec{j}</math></td> <td><math>\vec{o}</math></td> <td></td> <td>الف) <math>(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})</math></td> <td>ب) <math>(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}</math></td> </tr> </tbody> </table>			گروه B					گروه A		$\vec{i}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$\vec{o}$		الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$
گروه B					گروه A											
$\vec{i}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$\vec{o}$		الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$										
۱۴	برای موارد الف) و ب) پاسخ صحیح را از گزینه‌های داده شده انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید. الف) رابطه مربوط به قسمت رنگی کدام است؟  <input type="checkbox"/> $x^2 \leq y \leq 2$ <input type="checkbox"/> $2 \leq y \leq x^2$ ب) شرط هم‌صفحه بودن برای هر سه بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ کدام است؟ <input type="checkbox"/> $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{o}$ <input type="checkbox"/> $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$	۰/۵														
۱۵	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 1)$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ مفروض‌اند. الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a} - \vec{b}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. ب) مختصات بردار عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را بیابید.	۲														
۱۶	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به اندازه‌های ۳ و ۴ با یکدیگر زاویه‌ی $30^\circ$ می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط دو بردار $(-\vec{a})$ و $(-\vec{b})$ ساخته می‌شود را محاسبه کنید.	۱/۵														
۱۷	برای هر دو بردار دلخواه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 =  \vec{a} ^2  \vec{b} ^2$	۱/۵														
۲۰	جمع نمره	موفق باشید														
صفحه ۲ از ۲																

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ۱۲ ص (ب) ۲ (۰/۲۵) ۱۲ ص (پ) $\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ۳۱ ص (ت) ۱- (۰/۲۵) ۱۱ ص	۱
۲	۲۰ ص $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$ (۰/۵) $(A^2)^{2f} = (-I)^{2f} \rightarrow A^{4f} = I^{2f} = I$ (۰/۵) $\rightarrow A^{4f} = A^{4f} \times A = I \times A = A$ (۰/۵)	۱/۵
۳	۲۸ ص $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow  A  = (-1)^2 \times 2 \times \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 \times 0 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 \times (-3) \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = \underbrace{(-32)}_{(0/25)} + 0 + \underbrace{12}_{(0/25)} = (-20)$	۱
۴	۳۰ و ۳۳ ص در نتیجه A وارون پذیر نیست. (۰/۲۵) $ A  =  2A  \times 1 - (0 \times 1) \rightarrow  A  =  2A $ (۰/۵) $\rightarrow  A  = 4 A $ (۰/۲۵) $\rightarrow  A  = 0$ (۰/۲۵)	۱
۵	۳۱ و ۲۶ ص <b>روش اول:</b> $AX=B \Rightarrow \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \\ 2m - 4 = 4 \rightarrow m = 2 \\ 4m - 4 = 4 \rightarrow m = 2 \end{cases}$ (۰/۲۵) <b>روش دوم:</b> $\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{m^2 - m - 2}{2} = 0 \rightarrow \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{4} \\ m = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \end{cases}$ (۰/۲۵) $m = 2$ (۰/۲۵) قابل قبول است.	۱/۵
۶	الف) استوانه ای (۰/۲۵) ۳۹ ص (ب) نادرست (۰/۲۵) ۴۷ ص	۰/۵
۷	۳۹ ص مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۲ cm باشند، دایره ای به مرکز نقطه C و شعاع ۲ cm است. (۰/۲۵) فصل مشترک دو مکان هندسی مورد نظر جواب مسأله است. (۰/۲۵) الف) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع کند، مسأله دو جواب دارد. (۰/۲۵) ب) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm مماس باشد، مسأله یک جواب دارد. (۰/۲۵) پ) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع نکند، مسأله فاقد جواب است. (۰/۲۵) به بحث در حالات مختلف به کمک رسم شکل نیز نمره منظور گردد.	۱/۵
۸	۴۱ و ۴۰ ص چون دایره بر محورهای مختصات مماس است، پس: $R = 2$ . (۰/۲۵) $M(2, 2)$ (۰/۲۵) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ (۰/۵) $\rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
	صفحه ۱ از ۳	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳			
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۹	ص ۴۵ و ۴۶ <b>روش اول:</b> فاصله مرکز دایره از خط مورد نظر $OH = \frac{ x+y-4 }{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{ 0+0-4 }{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \quad (0/5)$ چون $OH > R$ . بنابراین خط دایره را قطع نمی کند. (۰/۲۵) <b>روش دوم:</b> $x^2 + y^2 = 4 \rightarrow x^2 + (4-x)^2 = 4 \quad (0/5) \rightarrow 2x^2 - 8x + 12 = 0 \quad (0/25) \rightarrow \Delta = -32 < 0 \quad (0/25)$ معادله جواب ندارد. در نتیجه خط و دایره هیچ نقطه برخوردی ندارند. (۰/۲۵)	۱/۲۵	
۱۰	ص ۴۸ و ۴۹ $a-c=2 \quad (0/25)$ $a^2 - c^2 = b^2 \rightarrow a^2 - c^2 = 16 \rightarrow (a-c)(a+c) = 16 \rightarrow a+c=8 \quad (0/5)$ $\begin{cases} a-c=2 \\ a+c=8 \end{cases} \rightarrow a=5, c=3 \quad (0/5) \rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \quad (0/25)$	۱/۵	
۱۱	الف) $y^2 = -2x - 4y \rightarrow y^2 + 4y + 4 = -2x + 4 \rightarrow (y+2)^2 = -2(x-2) \quad (0/5)$ ب) ص ۵۴ و ۵۸ $\begin{cases} A(2, -2) \quad (0/25) \\ 4a = 2 \rightarrow a = \frac{1}{2} \quad (0/25) \end{cases} \quad x = \frac{5}{2} \quad (0/25)$	۱/۲۵	
۱۲	از آنجایی که M نقطه ای روی سهمی است، در نتیجه فاصله M از کانون و خط هادی برابر است. (۰/۲۵) پس هر دایره که مرکز آن نقطه M بوده و از کانون بگذرد شعاعی برابر MF خواهد داشت. (۰/۲۵) و بنابراین دایره به مرکز M و شعاع MF برخط هادی سهمی مماس است. (۰/۲۵) ص ۵۸	۰/۷۵	
۱۳	الف) $\vec{k} \quad (0/25)$ ص ۸۲ ب) $\vec{i} \quad (0/25)$ ص ۷۹	۰/۵	
۱۴	الف) $x^2 \leq y \leq 2 \quad (0/25)$ ص ۶۳ ب) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \quad (0/25)$ ص ۸۳ و ۸۴	۰/۵	
	صفحه ۲ از ۳		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	<p>الف) ص ۷۳ و ۷۴ و ۷۸</p> <p><math>\vec{a} - \vec{b} = (1, 0, 1)</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} =  \vec{a} - \vec{b}  \cdot  \vec{b}  \cos \theta \rightarrow 1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \cos \theta</math> (۰/۲۵) <math>\rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ</math> (۰/۲۵)</p> <p> <math display="block">\begin{vmatrix} \vec{i} &amp; \vec{j} &amp; \vec{k} \\ 2 &amp; -1 &amp; 1 \\ 1 &amp; -1 &amp; 0 \end{vmatrix} = 1\vec{i} + 1\vec{j} - \vec{k} = (1, 1, -1)</math> (۰/۲۵)                 </p> <p>پاسخ نهایی به یکی از دو صورت <math>\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}</math> یا <math>(1, 1, -1)</math> یا مضاربی از بردار حاصل مورد پذیرش است.</p> <p>ب) ص ۸۴</p>	۲
۱۶	<p>ص ۷۴ و ۸۱ و ۸۴</p> <p><math>S = \frac{1}{2}  (-2\vec{a}) \times (-\vec{b}) </math> (۰/۵) <math>\rightarrow S = \frac{1}{2} \times 2  \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{a} \times \vec{b} </math> (۰/۵)</p> <p><math>S =  \vec{a}   \vec{b}  \sin 30^\circ = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6</math> (۰/۵)</p>	۱/۵
۱۷	<p>ص ۷۸ و ۸۱</p> <p><math> \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \underbrace{ \vec{a} ^2  \vec{b} ^2 \sin^2 \theta}_{(۰/۵)} + \underbrace{ \vec{a} ^2  \vec{b} ^2 \cos^2 \theta}_{(۰/۵)} = \underbrace{ \vec{a} ^2  \vec{b} ^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{ \vec{a} ^2  \vec{b} ^2}_{(۰/۲۵)}</math></p>	۱/۵
<p>همکاران گرامی، خدا قوت</p> <p>جمع نمره</p> <p>۲۰</p>		
<p>صفحه ۳ از ۳</p>		