

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



آزمون ۲۴ اسفند ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۱	۲۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	ریاضی پایه	۱۰	۲۱	۳۰
۳	عادی	۱۰	۳۱	۵۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۴	زوج کتاب	۱۰	۵۱	۶۰
	آمار و احتمال		۶۱	۷۰
۵	عادی	۱۰	۷۱	۹۰
	پیشروی سریع	۱۰		



آزمون «۲۴ اسفند ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

دفتر قلمچی

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات عادی و سریع: ۱۱۰ دقیقه
(از ساعت ۸ صبح تا ۹:۵۰)

تعداد کل سؤالات: ۹۰ سؤال
(۵۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۱۰	عادی
	۱۰	پیشروی سریع
۲۱-۳۰	۱۰	ریاضی پایه
۳۱-۵۰	۱۰	عادی
	۱۰	پیشروی سریع
۵۱-۶۰	۱۰	آمار و احتمال
۶۱-۷۰	۱۰	آمار و احتمال
۷۱-۹۰	۱۰	عادی
	۱۰	پیشروی سریع

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلالی-بهمن امیدی-دانیال آرکیش-داود بوالحسنی-شاهین پروازی-افشین خاصه-سینا خیرخواه-احمد رضا ذاکر زاده محمد زنگنه-علی سلامت-کیان کریمی خراسانی-محمد گودرزی-مهسان گودرزی-رضا ماجدی-حامد معنوی-نیما مهندس علیرضا نداف زاده-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-جواد ترکمن-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-کیوان دارابی مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-هومن عقلی-شبنم غلامی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی نیما مهندس	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته
گزینشگر	کیان کریمی خراسانی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت کار - علیرضا عباسی زاهد - محمدرضا مهدوی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۲۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- تابع $f(x) = (-1)^{|x|} \times (x - [x])$ مفروض است. کدام مورد درباره f درست است؟(۱) $\max$ و $\min$ مطلق دارد. (۲) $\max$ و $\min$ مطلق ندارد.(۳) فقط $\max$ مطلق دارد. (۴) فقط $\min$ مطلق دارد.۲- در کدام یک از فاصله‌های زیر، تابع $y = (x-1)^2(x+2)$ صعودی است؟(۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(-2, 1)$ (۳) $(-\infty, -1)$ (۴) $(-1, 2)$ ۳- نقاط بحرانی تابع $f(x) = |x|(ax^2 + 1)$ ، با شرط $a < 0$ ، رئوس مثلث ABC هستند. مقدار a چقدر باشد تا مساحت مثلث ABCبرابر با $\frac{1}{18}$ باشد؟(۱) -1 (۲) -2 (۳) -3 (۴) -4 ۴- اگر $x=0$ اکسترمم نسبی تابع زیر نباشد، آن گاه مجموع مقادیر صحیح که جای a می‌تواند قرار گیرد کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^3 + 4x^2} - 3x}{x}, & x \in [-4, +\infty) - \{0\} \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

(۱) -6 (۲) -10 (۳) -15 (۴) -9 ۵- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+a}$ ، به‌طوری که $a > 0$ ، روی بازه $[3a-5, +\infty)$ اکیدا نزولی است. کمترین مقدار طبیعی برای a کدام است؟(۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4 ۶- یک دوزنقه متساوی‌الساقین با زاویه حاده 30° داریم. اگر محیط آن 100 واحد باشد، آن گاه بیشترین مساحت این دوزنقه چند واحد مربع است؟(۱) $250/5$ (۲) $275/5$ (۳) $312/5$ (۴) $325/5$ ۷- اگر مینیمم نسبی تابع $f(x) = \frac{a-10}{x^2 + 4x + a}$ ، مینیمم مطلق تابع نیز باشد، مجموع حداکثر و حداقل مقدار صحیح a کدام است؟(۱) 15 (۲) 14 (۳) 10 (۴) 9 ۸- برای هر x از بازه $(0, 1)$ ، نامعادله $\frac{4}{x-1} - \frac{1}{x} \leq k$ برقرار است. حداقل مقدار k کدام است؟(۱) -10 (۲) -9 (۳) $-7/5$ (۴) $-13/5$ ۹- تابع $f(x) = \frac{x}{3} + \sqrt{3-x}$ روی بازه $[a, b]$ نزولی است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟(۱) 3 (۲) 4 (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{11}{4}$ ۱۰- تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 + 12a, & x \leq a \\ 12x + a^3, & x > a \end{cases}$ فاقد نقطه بحرانی است. مقدار a کدام است؟(۱) -2 (۲) 2 (۳) 3 (۴) -3 مشابه سؤالی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۴

دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۱- روی بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ شیب خط مماس بر منحنی به معادله $y = \sin^2 x + 2 \sin x$ در نقطه عطف آن کدام است؟

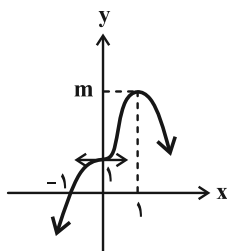
- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

۱۲- برای تابع هموگرافیک $y = f(x)$ ، رابطه $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-3} = 1$ برقرار است. مختصات برخورد مجانب‌های این تابع کدام است؟

- (۱) $(2, 3)$ (۲) $(3, 4)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(3, 2)$

۱۳- تابع $f(x) = 9x^3 - 3ax + 2a$ دارای سه ریشه حقیقی متمایز است. a چند مقدار طبیعی نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۴- شکل زیر، نمودار تابع درجه چهارم f را نشان می‌دهد. مقدار m کدام است؟

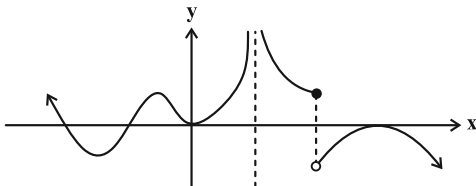
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{8}{7}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۵- خط $y + 4x = 5$ از دو نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = 2x^3 - ax + b$ می‌گذرد. مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۱۱ (۴) ۱۱

۱۶- شیب خط واصل بین نقاط عطف تابع $f(x) = 9x^2\sqrt[3]{x^2} - 20x^2$ برابر کدام است؟

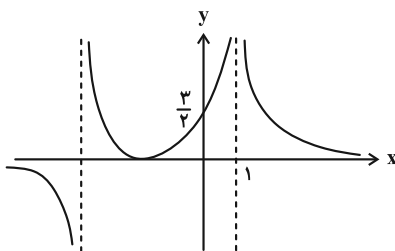
- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) -۲

۱۷- شکل زیر، نمودار تابع f' است. اگر تابع f روی کل $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، در این صورت f ، نقطه ماکزیمم نسبی، نقطه مینیمم نسبی و نقطه عطف دارد.

- (۱) ۱، ۲ و ۵ (۲) ۲، ۲ و ۵ (۳) ۲، ۲ و ۴ (۴) ۲، ۳ و ۴

۱۸- برای تابع $f(x) = (x+m)\sqrt[3]{x}$ ، مقدار غیر صفر m چقدر باشد تا مجموع طول نقاط عطف تابع برابر با ۶ باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۱۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x^3 + cx^2 + dx + a}$ به صورت زیر است. مقدار $f(d+2c)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

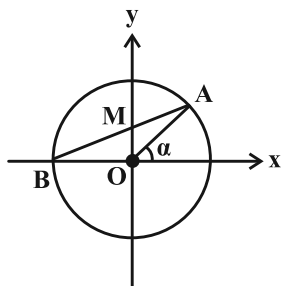
۲۰- به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = |x-3|(ax-12)$ دارای نقطه عطف است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: ریاضی ۱: مثلثات: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶ / حسابان ۱: مثلثات، حد و پیوستگی: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۵۱

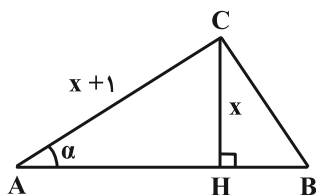
۲۱- در دایره مثلثاتی شکل زیر $\tan \alpha = \frac{12}{5}$ ، مساحت مثلث OAM کدام است؟

(۱) $\frac{5}{13}$

(۲) $\frac{10}{39}$

(۳) $\frac{5}{39}$

(۴) $\frac{4}{13}$

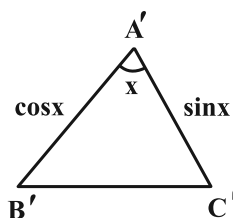
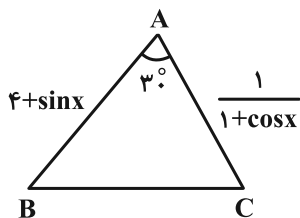
۲۲- در مثلث ABC زیر، رابطه $1 = 3\cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha$ برقرار است. طول پاره خط AH کدام است؟

(۱) $2\sqrt{5} + 2$

(۲) $\sqrt{5} + 2$

(۳) $\sqrt{5} + 1$

(۴) $2\sqrt{5} + 1$

۲۳- در شکل زیر، مساحت مثلث ABC برابر $\frac{3}{4}$ است. مساحت مثلث A'B'C'، با زاویه حاده x، کدام است؟

(۱) $\frac{12}{125}$

(۲) $\frac{24}{125}$

(۳) $\frac{21}{250}$

(۴) $\frac{63}{250}$

۲۴- اگر $x = \frac{\tan 54^\circ - \cot 17^\circ}{2 \tan 35^\circ - \cot 9^\circ}$ ، آن گاه حاصل $\cos 14^\circ$ بر حسب x کدام است؟

(۲) $\frac{x-2}{x}$

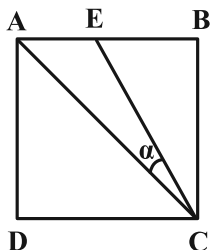
(۴) $\frac{x}{x-2}$

(۱) $\frac{x+2}{x}$

(۳) $\frac{x}{x+2}$

محل انجام محاسبات

۲۵- در مربع شکل زیر، $AE = 2EB$ ، در این صورت $\sin \alpha$ برابر کدام است؟



(۱) $\frac{2}{\sqrt{21}}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{17}}$

(۳) $\frac{2}{\sqrt{30}}$

(۴) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

۲۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left[\frac{x}{\sin x} \right] - \lim_{x \rightarrow 0^+} [\sin x - x]$ برابر کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۴) -۱

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۲۷- اختلاف حد چپ و راست تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{2x - \sqrt{x+3}}{x - \sqrt{x}}, & x > 1 \\ [x^2] - x^2, & x < 1 \end{cases}$ در نقطه به طول $x = 1$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۴) ۴/۵

(۳) ۳/۵

(۲) ۲/۵

(۱) ۱/۵

۲۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - \cot x}{2\sqrt{2} \cos^2 x - \sqrt{2} \sin 2x}$ برابر کدام است؟

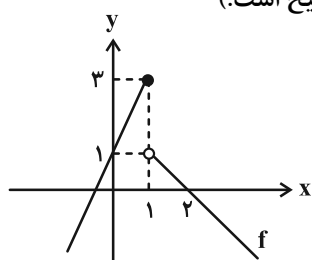
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۱) $-\sqrt{2}$

۲۹- اگر $g(x) = \frac{x^2[x] - 8}{x[x] - 4}$ و نمودار $f(x)$ به شکل زیر باشد و داشته باشیم $b = \lim_{x \rightarrow 1^+} [f(f(x))]$ و $a = \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$ ، آن گاه تعداد نقاط



ناپیوستگی تابع $h(x) = (x^2 - 3bx + 2a)[x]$ در بازه $(1, 5)$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۳۰- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4x + c}, & x \neq a \\ b, & x = a \end{cases}$ روی R پیوسته است. نسبت مقادیر ممکن b کدام می تواند باشد؟

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۲) $-\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{8}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: بردارها: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- می‌دانیم نقطه $A(2m-5, 3, -2)$ در ناحیه ششم و نقطه $B(-1, 3-7m, 4)$ در ناحیه سوم دستگاه $\mathbb{R}^3$ واقع هستند، میانگین

اعداد صحیح ممکن برای m کدام است؟

$$(1) \frac{3}{2} \quad (2) 1$$

$$(3) \frac{1}{2} \quad (4) 2$$

۳۲- اگر $\vec{AB} + \vec{BC} + 3\vec{MP} + 3\vec{PN} = \vec{O}$ باشد، زاویه بین دو بردار $\vec{AC}$ و $\vec{MN}$ چند درجه است؟

$$(1) 120 \quad (2) 135$$

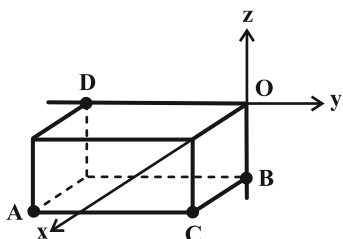
$$(3) 150 \quad (4) 180$$

۳۳- در مثلث ABC ، با رئوس $A(1, 2, -1)$ ، $B(0, 3, -2)$ و $C(-1, 1, 0)$ ، طول بلندترین میانه کدام است؟

$$(1) \frac{3}{2} \quad (2) \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$(3) \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad (4) 3$$

۳۴- در شکل زیر، اگر $A(2, -1, -2)$ رأس مکعب مستطیل باشد، آن‌گاه حاصل $\vec{AB} - \vec{CD}$ کدام است؟



$$(1) (2, -2, 4)$$

$$(2) (2, 0, -4)$$

$$(3) (2, -1, 1)$$

$$(4) (0, 2, -2)$$

مشابه سؤالی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۳۵- قرینه نقطه $A(1, 0, -6)$ نسبت به نقطه $B(0, -a, a-3)$ را C می‌نامیم. اگر طول بردار $\overline{OC}$ برابر ۳ باشد، مجموع مقادیر

ممکن برای a برابر با کدام است؟ (O مبدأ مختصات است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) صفر

۳۶- نقطه M روی خط گذرا از دو نقطه $A(2, 3, 1)$ و $B(2, -2, 1)$ قرار داشته و فاصله‌اش از مبدأ مختصات برابر ۳ واحد است.

فاصله نقطه M از محور x ها کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۱

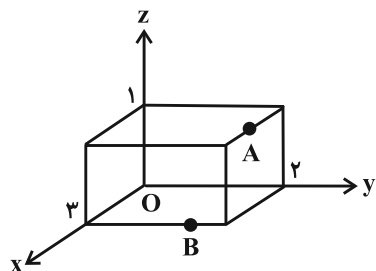
۳۷- فرض کنید بردار $\vec{a}$ تصویر قائم بردار $(-1, 2, 4)$ روی صفحه yz بوده و نقاط $A(-1, 2, 3)$ ، $B(-3, 4, 5)$ و M در فضای $\mathbb{R}^3$

به گونه‌ای مفروض‌اند که رابطه $\vec{a} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{AM} = \vec{0}$ برقرار است، مجموع مؤلفه‌های نقطه M کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۶ (۴) -۶

۳۸- نقاط A و B مطابق شکل، روی دو یال مکعب مستطیل قرار دارند. اگر $|OA| = 3$ و $|OB| = \sqrt{10}$ ، کدام بردار زیر موازی بردار $\overline{AB}$

می‌باشد؟



- (۱) $(3, -2, -2)$
(۲) $(5, -3, -1)$
(۳) $(3, -3, -3)$
(۴) $(5, -1, -3)$

۳۹- دو بردار به طول ۷، مبدأ مختصات را به دو نقطه روی خط به معادلات $(x=2, y=-3)$ وصل می‌کنند، اندازه تفاضل این دو بردار

چقدر است؟

- (۱) $2\sqrt{7}$ (۲) ۱۴ (۳) $2\sqrt{13}$ (۴) ۱۲

۴۰- فرض کنید $A = (-1, 0, 0)$ ، $B = (1, -2, 4)$ و نقطه C به گونه‌ای باشد که $\overline{AC} = 3\overline{BC}$ ؛ فاصله نقطه C از مبدأ مختصات کدام است؟

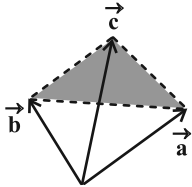
- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $6\sqrt{2}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴

🔔 دانش‌آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۴۱- در شکل زیر $\vec{a} = (\alpha, 1, 1)$ ، $\vec{b} = (4, 5, -3)$ و $\vec{c} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$ و مساحت مثلث رنگی $4\sqrt{6}$ می‌باشد، مجموع مقادیر α کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۸

(۳) -۴

(۴) ۴

۴۲- برای بردارهای یکه محوره‌ای مختصات، طول بردار $(\vec{i} \times \vec{j}) \times \vec{i}$ چند برابر طول بردار $((3\vec{i} - \vec{j}) \times \vec{k})$ است؟

(۴) $\frac{\sqrt{10}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (۲) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ (۱) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

۴۳- اگر $x - 3y + 4z = 29$ باشد، کمترین مقدار عبارت $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2$ کدام است؟

(۴) ۵۸

(۳) ۲۶

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

۴۴- بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو ضلع متوازی‌الاضلاع هستند که اندازه قطرهای آن ۳ و ۱۱ است. حاصل ضرب داخلی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است؟

(۴) ± 66 (۳) ± 14 (۲) ± 28 (۱) ± 33

۴۵- نقاط $A(1, -1, 2)$ ، $B(2, 0, -1)$ و $C(1, 2, 2)$ سه رأس یک مثلث هستند. کدام بردار بر صفحه شامل این مثلث عمود است؟

(۴) $2\vec{i} + \vec{j}$ (۳) $3\vec{i} + \vec{k}$ (۲) $\vec{j} - 2\vec{i}$ (۱) $3\vec{k} - \vec{i}$

۴۶- اگر حجم متوازی‌السطوح ساخته شده با سه بردار $\vec{c}$ ، $\vec{b}$ ، $\vec{a}$ برابر ۲ باشد، آن‌گاه حجم متوازی‌السطوح ساخته شده با بردارهای $2\vec{a} + 3\vec{b}$ ، $2\vec{a} + 3\vec{c}$ ، $2\vec{b} + 3\vec{c}$ چقدر است؟

(۴) ۶۰

(۳) ۴۸

(۲) ۳۰

(۱) ۱۲

۴۷- دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ طوری مفروض‌اند که $|\vec{a}| = 20$ ، $|\vec{b}| = 15$ و $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$ ؛ اندازه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{a} - \vec{b}$ چقدر است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۵

(۲) ۱۴

(۱) ۱۲

۴۸- مثلث ABC با رأس‌های $A(1, 3, 0)$ ، $B(-1, 1, 2)$ و $C(0, 1, 3)$ مفروض است. طول ارتفاع وارد بر ضلع AC چند برابر $\sqrt{21}$ است؟

(۴) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۱) $\frac{2}{7}$

۴۹- بردارهای $\vec{a} = \vec{i} + \alpha\vec{j} + 2\vec{k}$ ، $\vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{c} = 3\vec{i} + \beta\vec{j} + 4\vec{k}$ را در نظر بگیرید. به ازای چند زوج مرتب (α, β) با مقادیر صحیح، این سه بردار هم‌صفحه خواهند بود؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) صفر

۵۰- اگر $|\vec{a}| = 3$ ، $|\vec{b}| = 6$ و $\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} = \vec{0}$ باشند، مقدار عبارت $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ چقدر است؟

(۴) -۴۵

(۳) -۲۲/۵

(۲) ۴۵

(۱) ۲۲/۵

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱ / ریاضی ۱: آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۵۱ تا ۶۰) و (۶۱ تا ۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- در نمونه‌گیری سامانمند از بین ۲۱۰ نفر که به ترتیب شماره‌گذاری شده‌اند. اگر ۱۵ نفر انتخاب شوند و یکی از شماره‌های منتخب،

۹۴ باشد، نفر چندم از هر طبقه باید انتخاب شود؟

(۲) دهم

(۱) سوم

(۴) سیزدهم

(۳) هفتم

۵۲- انحراف معیار طول میزهای یک کارخانه، ۳ سانتی‌متر اعلام شده است. برای داشتن یک نمونه از میزها که میانگین طول آن‌ها از

میانگین اعلام شده کمتر از ۱ سانتی‌متر اختلاف داشته باشد، طول حداقل چند میز را باید اندازه‌گیری کنیم؟

(۲) ۲۶

(۱) ۵۰

(۴) ۱۷

(۳) ۳۷

۵۳- بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه‌ای با انحراف معیار ۲/۲۵ براساس یک نمونه به صورت $[4/1, 4/7]$ است. مجموع

اعضای این نمونه چقدر است؟

(۲) ۹۲۲/۵

(۱) ۹۹۰

(۴) ۹۵۴

(۳) ۹۰۱/۶

۵۴- اگر اندازه نمونه افزایش یابد، طول فاصله اطمینان می‌یابد و در صورتی که انحراف معیار جامعه افزایش یابد، طول فاصله

اطمینان می‌یابد.

(۲) کاهش - افزایش

(۱) افزایش - افزایش

(۴) کاهش - کاهش

(۳) افزایش - کاهش

۵۵- کران بالای بازه اطمینان ۹۵ درصد در نمونه‌ای به اندازه ۲۵۰۰ و میانگین ۱۵ برابر ۱۵/۱۲ است. اگر تعداد اعضای نمونه ۹۰۰ واحد

کاهش یابد، طول بازه اطمینان چقدر خواهد شد؟

(۲) ۰/۲

(۱) ۰/۱

(۴) ۰/۴

(۳) ۰/۳

محل انجام محاسبات

۵۶- در کدام یک از موضوعات زیر، از دادگان برای جمع‌آوری داده‌ها نمی‌توان استفاده کرد؟

(۱) تیراژ روزنامه‌های کشور

(۲) تعداد مجروحان تصادفات رانندگی سال ۱۴۰۳ در کل کشور

(۳) تعداد پروازهای خروجی فرودگاه امام خمینی در یک روز خاص

(۴) تعداد عابرائی که در یک روز خاص از یک پل عابر استفاده می‌کنند.

۵۷- اگر جامعه آماری را اعداد طبیعی تک رقمی در نظر بگیریم، با کدام احتمال یک نمونه ۷ عضوی، میانگین را دقیق برآورد می‌کند؟

$$(۱) \frac{1}{3} \quad (۲) \frac{2}{3}$$

$$(۳) \frac{1}{9} \quad (۴) \frac{7}{9}$$

۵۸- برای نظرسنجی در مورد تغییر ساعت رسمی کشور در نیمه اول سال، چه تعداد از روش‌های نمونه‌گیری زیر اریب هستند؟

(الف) افراد در دسترس را انتخاب کنیم.

(ب) پرسشنامه‌ای به ایمیل‌هایی که به تصادف انتخاب شده، ارسال کنیم.

(پ) از دفترچه راهنمای تلفن، تعدادی شماره به تصادف انتخاب کنیم.

(ت) یک نمونه غیرتصادفی انتخاب کنیم. (افراد حاضر در نمونه از قبل مشخص شده باشند)

$$(۱) ۱ \quad (۲) ۲ \quad (۳) ۳ \quad (۴) ۴$$

۵۹- می‌خواهیم میزان رضایت ۲۰۰ دانش‌آموز مدرسه را از مدیریت بررسی کنیم. نمونه‌ای ۱۰ عضوی به روش سیستماتیک انتخاب می‌کنیم. احتمال انتخاب فرد شماره ۱۲۳ ام کدام است؟

$$(۱) \frac{123}{200} \quad (۲) \frac{1}{2}$$

$$(۳) 0/4 \quad (۴) 0/05$$

۶۰- می‌خواهیم بهره هوشی دانش‌آموزان پایه دوازدهم شهر اراک را بررسی کنیم. اگر فهرست همه دانش‌آموزان را نداشته باشیم،

ولی نام دبیرستان‌های اراک و تعداد کلاس‌های دوازدهم دبیرستان‌ها موجود باشد، کدام روش نمونه‌گیری بهتر است؟

(۱) تصادفی ساده (۲) طبقه‌ای

(۳) خوشه‌ای (۴) سامانمند

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: احتمال: صفحه‌های ۳۵ تا ۶۸ / ریاضی ۱: آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۶۰ تا ۶۸) و (۷۰ تا ۷۸) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۶۱- از مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی که بر ۴ یا ۶ بخش پذیرند ولی بر ۱۲ بخش پذیر نیستند، عددی به تصادف انتخاب کرده ایم. با

کدام احتمال این عدد بر ۴ بخش پذیر نیست؟

$$\frac{1}{3} \quad (۱) \quad \frac{2}{3} \quad (۲) \quad \frac{15}{29} \quad (۳) \quad \frac{7}{29} \quad (۴)$$

۶۲- دو خانواده A و B دارای تعدادی مساوی فرزند هستند. ۳ بلیط شهربازی به صورت تصادفی بین همه بچه‌ها توزیع می‌کنیم

به طوری که به هیچ بچه‌ای بیش از یک بلیط نرسد. اگر احتمال آن که هر سه بلیط به فرزندان خانواده B برسد $\frac{1}{12}$ باشد تعداد

فرزندان هر خانواده کدام است؟

$$۳ \quad (۱) \quad ۴ \quad (۲) \quad ۵ \quad (۳) \quad ۶ \quad (۴)$$

۶۳- در یک مسابقه علمی، احتمال اول شدن نگین، پرنیان، صبا و فاطمه، با همین ترتیب، تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت $\frac{1}{8}$

می‌دهند. احتمال این که صبا یا فاطمه، اول شوند چند برابر احتمال اول شدن نگین است؟

$$۲ \quad (۱) \quad ۴ \quad (۲) \quad ۸ \quad (۳) \quad ۱۲ \quad (۴)$$

۶۴- احتمال این که مریم در آزمون‌های قلم‌چی شرکت کند $\frac{۵}{۶}$ و احتمال شرکت پگاه هم در این آزمون‌ها با مریم برابر است. اگر مریمدر آزمون شرکت کند، احتمال شرکت پگاه $\frac{۵}{۸}$ می‌شود. اگر مریم در آزمون شرکت نکند، با کدام احتمال پگاه در آزمون

شرکت می‌کند؟

$$۰/۳ \quad (۱) \quad ۰/۶ \quad (۲) \quad ۰/۳۵ \quad (۳) \quad ۰/۲ \quad (۴)$$

۶۵- ۳ سکه را به هوا پرتاب می‌کنیم. اگر هر ۳ بار رو آمده باشد ۲ تاس، اگر حداکثر ۱ بار رو آمده باشد ۳ تاس و در سایر حالات ۱

تاس پرتاب می‌کنیم. اگر عدد همگی تاس‌ها در هر حالت فرد آمده باشد، چقدر احتمال دارد هر ۳ سکه رو آمده باشد؟

$$\frac{1}{8} \quad (۱) \quad \frac{2}{9} \quad (۲) \quad \frac{1}{9} \quad (۳) \quad \frac{3}{8} \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات

۶۶- چهار مهره سفید و چهار مهره سیاه هر کدام به شماره‌های ۱ تا ۴ در کیسه‌ای قرار دارند. دو مهره از کیسه خارج می‌کنیم، اگر

بدانیم مجموع عددهای دو مهره عددی اول است، با چه احتمالی دو مهره غیرهم‌رنگ‌اند؟

$$(۱) \frac{1}{2} \quad (۲) \frac{9}{16} \quad (۳) \frac{8}{17} \quad (۴) \frac{9}{17}$$

۶۷- در جعبه‌ای ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی قرار دارد. در برداشتن یک مهره از این ظرف، اگر آبی بود، آن مهره را به همراه ۲ مهره آبی

دیگر به ظرف برمی‌گردانیم و اگر قرمز بود، آن را کنار می‌گذاریم. طبق شرط مذکور، در برداشتن متوالی ۳ مهره از ظرف، با

کدام احتمال فقط مهره دوم آبی است؟

$$(۱) \frac{3}{8} \quad (۲) \frac{5}{6} \quad (۳) \frac{15}{56} \quad (۴) \frac{5}{42}$$

۶۸- در کیسه‌ای ۳ توپ وجود دارد که هر کدام از آن‌ها به یکی از دو رنگ سفید یا سیاه هستند که ما از آن اطلاعی نداریم. یک توپ

سفید داخل کیسه می‌اندازیم و سپس تویی به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال سفید بودن توپ خارج شده چقدر است؟

$$(۱) \frac{5}{8} \quad (۲) \frac{1}{2} \quad (۳) \frac{7}{12} \quad (۴) \frac{9}{16}$$

۶۹- در یک کلاس ۲۵ نفره که افراد a و b نیز جزء آن‌ها می‌باشند، نمره درس آمار و احتمال هیچ دو دانش‌آموزی برابر نیست. اگر نمره

شخص a از نمره شخص b بیشتر باشد، با کدام احتمال شخص b نفر دهم کلاس است؟

$$(۱) \frac{3}{100} \quad (۲) \frac{4}{100} \quad (۳) \frac{3}{40} \quad (۴) \frac{6}{100}$$

۷۰- در یک کیسه ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. در یک آزمایش تصادفی، از این کیسه به تصادف و با جای‌گذاری هر بار یک

مهره خارج می‌کنیم تا به مهره‌ای با شماره زوج برسیم. با کدام احتمال حداکثر در بار سوم، در این آزمایش موفق می‌شویم؟

$$(۱) \frac{98}{125} \quad (۲) \frac{21}{25} \quad (۳) \frac{108}{125} \quad (۴) \frac{117}{125}$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: ترکیبات: صفحه‌های ۵۹ تا ۷۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

- ۷۱- چند عدد طبیعی چهار رقمی وجود دارد که رقم هزارگان آن با مجموع ارقام یکان، دهگان و صدگان آن برابر باشد؟
 (۱) ۲۰۹ (۲) ۲۱۰ (۳) ۲۱۹ (۴) ۲۲۰
- ۷۲- اگر A مربع لاتین چرخشی 4×4 باشد، چند مربع لاتین متعامد با A مانند B وجود دارد که درایه سطر چهارم و ستون چهارم آن عدد ۲ است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ
- ۷۳- ۷ نفر به چند طریق می‌توانند به ۴ نفر کاندیدای عضویت در هیئت مدیره یک شرکت رأی بدهند به طوری که هر نفر به حداکثر یک نفر بتواند رأی بدهد؟ (در این رأی‌گیری، فقط تعداد آرای کاندیداها مهم است).
 (۱) ۳۳۰ (۲) ۲۱۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۲۴۰
- ۷۴- در یک مربع لاتین 3×3 ، با کدام تغییرات زیر، مربع لاتین متعامد با مربع اول می‌توان ساخت؟
 (۱) جابه‌جایی دو سطر، سپس جابه‌جایی دو ستون
 (۲) جابه‌جایی دو ستون، سپس جابه‌جایی دو سطر
 (۳) جابه‌جایی دو سطر، سپس جایگشت دو عضو
 (۴) جابه‌جایی دو سطر، سپس جابه‌جایی دو سطر دیگر
- ۷۵- تعداد جواب‌های طبیعی $12 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$ ، با شرط $x_1 x_2 = 6$ ، کدام است؟
 (۱) ۷۲ (۲) ۴۲ (۳) ۳۶ (۴) ۲۱
- ۷۶- معادله $12 = 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟
 (۱) ۲۸ (۲) ۳۹ (۳) ۴۴ (۴) ۵۴
- ۷۷- اعداد x, y, z, t به گونه‌ای در دو مربع زیر قرار گرفته‌اند که هر دو مربع، مربع‌هایی لاتین تشکیل داده‌اند. مقدار $2x + y + z + t$ کدام است؟
 (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰
- | | | | |
|---|---|---|---|
| | y | ۳ | |
| | | z | |
| | ۴ | ۱ | t |
| ۲ | | | |
- | | | | |
|---|---|---|---|
| | ۱ | | x |
| | | ۲ | |
| ۲ | | | |
| | | | |
- ۷۸- از بین ۵ نوع گل رز، ارکیده، لاله، شقایق و داوودی به چند طریق می‌توان ۱۲ شاخه گل انتخاب کرد به گونه‌ای که دقیقاً ۳ شاخه گل شقایق، حداقل ۳ شاخه گل رز و بیش از ۳ شاخه گل لاله را شامل شود؟
 (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱
- ۷۹- معادله $11 = \frac{x_1}{x_4} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{x_1}$ چند جواب صحیح و نامنفی با شرط $x_1 < 5$ دارد؟
 (۱) ۱۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۹۰
- ۸۰- می‌خواهیم برای تدریس ۴ مدرس T_1, T_2, T_3 و T_4 برای ۴ جلسه در ۴ کلاس C_1, C_2, C_3 و C_4 برنامه‌ریزی کنیم، به گونه‌ای که هر مدرس در هر کلاس، دقیقاً یک جلسه تدریس کند. اگر بدانیم مدرس T_4 در جلسه‌های اول و چهارم به ترتیب در کلاس‌های C_1 و C_4 و مدرس T_3 در جلسه‌های دوم و سوم به ترتیب در کلاس‌های C_2 و C_3 تدریس می‌کند، این برنامه‌ریزی به چند طریق امکان‌پذیر است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: ترکیبات: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۸۱- ۲ تهرانی، ۲ اصفهانی و ۲ شیرازی به چند طریق می‌توانند کنار هم در یک ردیف بایستند به طوری که هیچ ۲ همشهری کنار هم نباشند؟

(۱) ۲۴۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۴۸۰

۸۲- چهار عکس مختلف را به چند طریق می‌توانیم در ۳ پاکت مختلف قرار بدهیم به طوری که حداقل یک پاکت خالی بماند؟

(۱) ۳۶ (۲) ۴۵ (۳) ۲۴ (۴) ۴۸

۸۳- از مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی حداقل چند عضو انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم دو عضو مضرب ۷ انتخاب کرده‌ایم؟

(۱) ۷۷ (۲) ۷۸ (۳) ۷۹ (۴) ۸۰

۸۴- چند عدد زوج در مجموعه اعداد $M = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 90\}$ وجود دارد که بر هیچ کدام از اعداد ۳ و ۵ بخش پذیر نیست؟

(۱) ۲۴ (۲) ۳۳ (۳) ۳۹ (۴) ۲۱

۸۵- چند تابع از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به روی خودش می‌توان نوشت به طوری که برد تابع حداقل ۳ عضو داشته باشد؟

(۱) ۱۲۴ (۲) ۱۴۴ (۳) ۱۵۶ (۴) ۱۶۸

۸۶- به چند طریق ۵ دانش آموز یک مدرسه را می‌توان در ۷ کلاس مختلف تقسیم کرد به طوری که یکی از دانش آموزان به نام رضا، در کلاس A قرار گیرد و در هر کلاس حداکثر یکی از دانش آموزان حضور داشته باشد؟ (هر دانش آموز فقط در یک کلاس باشد).

(۱) ۷۲۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۱۵۰

۸۷- در یک مدرسه حداقل چند دانش آموز حضور داشته باشند تا مطمئن شویم حداقل ۴ نفر آن‌ها، دو حرف اول و دوم نامشان

غیرتکراری و مثل هم می‌باشد؟ (هیچ دانش آموزی در این مدرسه وجود ندارد که حرف اول و دوم نامش یکسان باشد)

(۱) ۲۹۷۰ (۲) ۲۹۷۶ (۳) ۲۹۷۷ (۴) ۲۹۸۰

۸۸- اگر ۱۱ عدد از مجموعه $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots, m\}$ انتخاب کنیم، مطمئن هستیم که دو عدد متوالی در

بین اعداد انتخاب شده وجود دارد. بیشترین مقدار m کدام است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴) ۲۳

۸۹- در چند عدد چهار رقمی با ارقام ۱، ۲ و ۳، فقط یکی از ارقام ۱ یا ۲ (بدون توجه به تعداد آن‌ها) وجود دارد؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

۹۰- فرض کنید A زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی باشد که اعضای آن به جز ۲، ۳، ۷ و ۱۱ بر هیچ عدد اول دیگری بخش پذیر نباشند.

حداقل چند عضو از A انتخاب کنیم تا مطمئن شویم حاصل ضرب حداقل دو عضو از میان آن‌ها، قطعاً مربع کامل است؟

(۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۱۷ (۴) ۲۵

محل انجام محاسبات

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۲۴ اسفند ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۹۱	۱۱۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	زوج کتاب	۱۰	۱۱۱	۱۲۰
	فیزیک ۱		۱۲۱	۱۳۰
۳	عادی	۱۰	۱۳۱	۱۵۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۴	زوج کتاب	۱۰	۱۵۱	۱۶۰
	شیمی ۱		۱۶۱	۱۷۰



آزمون «۲۴ اسفند ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

نقد و نظر

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات عادی و سریع: ۷۰ دقیقه
(از ساعت ۹:۵۰ صبح تا ۱۱)

تعداد کل سؤالات: ۸۰ سؤال
(۴۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۹۱-۱۱۰	۱۰	عادی
	۱۰	پیشروی سریع
۱۱۱-۱۲۰	۱۰	فیزیک ۳
۱۲۱-۱۳۰	۱۰	فیزیک ۲
		زوج کتاب
۱۳۱-۱۵۰	۱۰	فیزیک ۱
		عادی
	۱۰	پیشروی سریع
۱۵۱-۱۶۰	۱۰	شیمی ۳
		شیمی ۲
۱۶۱-۱۷۰	۱۰	شیمی ۱
		زوج کتاب

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
مهران اسماعیلی-حسین الهی-عبدالرضا امینی-نسب-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-مصطفی کیانی-محمد کاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-افشین مینو-حسام نادری-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
امیرعلی بیات-محمد رضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمان-امیرحسین حسن‌نژاد-پیمان خواجوی‌مجد-حمید ذبحی-یاسر راش-روزبه رضوانی-رضا سلیمانی-رسول عابدینی‌زواره-میلاد عزیزی-آرمین عظیمی-محمد عظیمیان‌زواره-محمد فائزنیبا-علی کریمی-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجتونی-امین نوروزی-اکبر هنرمند	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مصطفی کیانی	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	حسین شاهسواری محمدحسن محمدزاده مقدم یاسر راش آرش ظریف
ویراستاری رتبه‌های برتر	سینا صالحی اوستا عباسی	ماهان فرمندفر
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	مهدی صالحی سجاد بهارلویی پرهام مهر آرا	محمدصدرا وطنی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

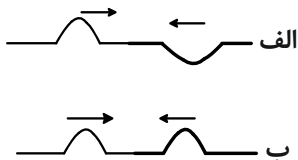
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: برهم‌کنش‌های موج + آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۳۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۹۱- شکل زیر، انتشار دو تپ موج در ریسمان را نشان می‌دهد. در تداخل این دو تپ، در طناب «الف» تداخل و در طناب

«ب» تداخل ایجاد شده و بعد از همپوشانی، هر تپ حرکت اولیه، ادامه مسیر می‌دهد.



(۱) ویرانگر - سازنده - در خلاف جهت

(۲) سازنده - ویرانگر - در خلاف جهت

(۳) ویرانگر - سازنده - در جهت

(۴) سازنده - ویرانگر - در جهت

۹۲- با اعمال چند مورد از تغییرات زیر، پهنای نوارهای تداخلی در آزمایش یانگ افزایش می‌یابد؟

(الف) استفاده از نور تکفام قرمز به جای نور تکفام سبز

(ب) انجام آزمایش در محیط غلیظتر

(پ) استفاده از نور تکفام آبی به جای نور تکفام زرد

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

۹۳- چگالی خطی جرم یک تار مرتعش $5 \frac{g}{m}$ و طول آن 75 cm است. اگر نیروی کشش این تار از 162 N به 288 N برسد، بسامد

هماهنگ دوم آن نسبت به قبل چند هرتز تغییر می‌کند؟

(۴) ۸۰۰

(۳) ۸۰

(۲) ۴۰۰

(۱) ۴۰

۹۴- در یک آزمایش فوتوالکتریک، طول موج نور فرودی بر فلز 240 nm و بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌های خارج شده از

فلز 6 eV است. طول موج نور فرودی چند میکرومتر کاهش یابد تا بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها $3/6 \text{ eV}$ شود؟

$$(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

(۴) ۰/۰۹

(۳) ۹۰

(۲) ۰/۰۴۵

(۱) ۴۵

۹۵- در یک آزمایش فوتوالکتریک، بسامد نور مورد آزمایش k برابر بسامد آستانه است. اگر بسامد نور مورد نظر را k برابر کنیم،

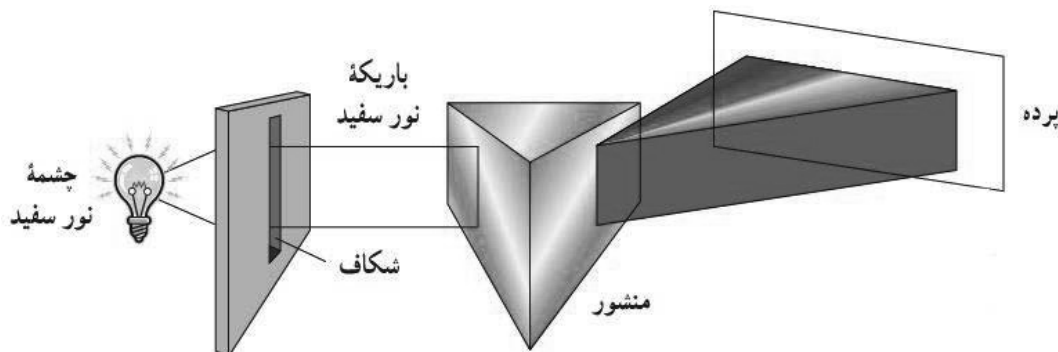
بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها نسبت به حالت اول چند برابر می‌شود؟

(۴) $k^2 - 1$ (۳) $k^2 + 1$ (۲) $k + 1$ (۱) k

مشابه سؤالی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۹۶- شکل زیر مربوط به طیف از طول موج ها است و تشکیل این طیف توسط جسم ناشی از است.



(۱) گسسته- برهم کنش آن با محیط (۲) گسسته- برهم کنش قوی بین اتم های آن

(۳) پیوسته- برهم کنش آن با محیط (۴) پیوسته- برهم کنش قوی بین اتم های آن

۹۷- نسبت کوتاه ترین طول موج به بلندترین طول موج گسیلی در رشته براکت ($n' = 4$) اتم هیدروژن کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{16}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{25}{9}$ (۴) $\frac{9}{25}$

۹۸- در اتم هیدروژن، کدام گذار منجر به گسیل فوتونی با انرژی $\frac{5}{3} \text{ eV}$ می شود؟

$$(R = 0.01 \text{ nm})^{-1} \text{ و } c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s})$$

- (۱) $n = 4$ به $n' = 2$ (۲) $n = 3$ به $n' = 2$ (۳) $n = 4$ به $n' = 1$ (۴) $n = 3$ به $n' = 1$

۹۹- اختلاف طول موج پرتوهای A و B برابر با 100 nm است. اگر انرژی هر فوتون پرتوی B، ۶ برابر انرژی هر فوتون پرتوی A باشد،

بسامد پرتوی A چند مگاهرتز است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

- (۱) 5×10^{16} (۲) $2/5 \times 10^{15}$ (۳) 5×10^{10} (۴) $2/5 \times 10^9$

۱۰۰- کدام موارد زیر نادرست اند؟

(الف) مدل اتمی بور نمی تواند طیف خطی Li^{2+} را توجیه کند.

(ب) با مطالعه طیف جذبی خورشید می توان گازهایی را که در جو زمین هستند، شناسایی کرد.

(پ) فوتون های گسیلی باریکه لیزر هم بسامد و هم فاز هستند.

(ت) در گسیل القایی برخلاف گسیل خودبه خود، فوتون در جهت کاتوره ای گسیل می شود.

(ث) در مدل اتمی تامسون، تابش امواج الکترومغناطیسی با نوسان الکترون ها حول وضع تعادل شان توجیه می شود.

- (۱) الف، ب، ت (۲) ب، ث (۳) الف، ت (۴) پ، ت، ث

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۵۶

🔔 دانش‌آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۰۱- عدد نوترونی عنصر ${}_{Z}^{100}X$ برابر با ۵۲ است. به ترتیب از راست به چپ، اختلاف تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های اتم ${}_{Z}^{2+}Y$ و بار

خالص هسته آن در SI چقدر است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

(۱) ۲ و $3/2 \times 10^{-19}$ (۲) ۲ و $3/52 \times 10^{-18}$

(۳) ۴ و $3/2 \times 10^{-19}$ (۴) ۴ و $3/52 \times 10^{-18}$

۱۰۲- چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح‌اند؟

(الف) نوکلئون‌های درون هسته می‌توانند هر مقدار انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

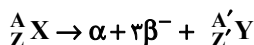
(ب) اگر تعداد پروتون‌های درون هسته افزایش یابد، برای پایدار ماندن هسته باید تعداد نوترون‌ها کاهش یابد.

(پ) در تمام فرآیندهای واپاشی پرتوزا مشاهده شده است که تعداد نوکلئون‌ها در طی فرآیند واپاشی هسته‌ای پایسته است.

(ت) هر پروتون موجود در هسته اتم به تمام پروتون‌های دیگر نیروی الکتروستاتیکی و هسته‌ای وارد می‌کند.

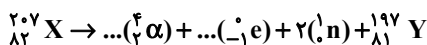
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۳- در فرایند واپاشی زیر، تعداد نوترون‌های هسته مادر با تعداد نوترون‌های هسته دختر چقدر اختلاف دارد؟



(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۰۴- عنصر پرتوزای ${}_{82}^{207}X$ با واکنش هسته‌ای زیر به عنصر ${}_{81}^{197}Y$ تبدیل شده است:



تعداد تابش α و β در این واکنش به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) ۳ و ۳ (۲) ۲ و ۴ (۳) ۳ و ۲ (۴) ۲ و ۳

۱۰۵- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) هسته‌هایی که تعداد نوترون مساوی ولی تعداد پروتون متفاوت دارند، ایزوتوپ نامیده می‌شوند.

(۲) عنصر ${}_{Z}^{A}X$ با گسیل یک ذره آلفا و یک ذره β^{+} به ${}_{Z-1}^{A-4}Y$ تبدیل می‌شود.

(۳) پس از گذشت دو نیمه عمر از لحظه $t = 0$ ، تعداد هسته‌های مادر پرتوزای اولیه $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

(۴) در واپاشی β^{-} ، یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک الکترون تبدیل می‌شود.

محل انجام محاسبات

۱۰۶- تعداد هسته‌های مادر اولیه یک ماده پرتوزا پس از مدت ۱۲۰ روز، $\frac{1}{16}$ برابر می‌شود. ۳۰ روز قبل، چند درصد از این ماده پرتوزا

وایشی کرده است؟

۸۹ (۴)

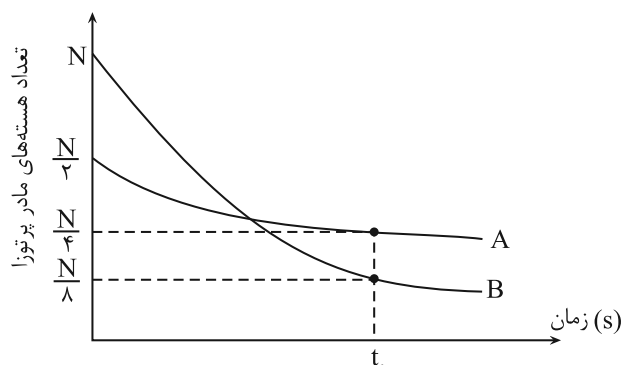
۹۳/۷۵ (۳)

۷۵ (۲)

۸۷/۵ (۱)

۱۰۷- نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای دو نمونه A و B بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. اگر نیمه عمر نمونه A برابر با

چهار ثانیه باشد، نیمه عمر نمونه B چند ثانیه است؟



۱۲ (۱)

 $\frac{4}{3}$ (۲)

۲ (۳)

۸ (۴)

۱۰۸- در هسته‌های پایدار، جرم هسته کمی از جرم تشکیل دهنده هسته کمتر است که اگر این اختلاف جرم را در مربع تنیدی

نور ضرب کنیم، به دست می‌آید.

(۲) نوکلئون‌های - انرژی بستگی هسته‌ای

(۱) پروتون‌های - نیروی هسته‌ای

(۴) نوکلئون‌های - نیروی هسته‌ای

(۳) پروتون‌های - انرژی بستگی هسته‌ای

۱۰۹- نیمه عمر یک ماده رادیواکتیو ۴ ماه است. جرم ماده واپاشیده در طی سال اول چند برابر جرم ماده واپاشیده در طی سال سوم است؟

۶۴ (۴)

۳۲ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

۱۱۰- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در واکنش گداخت هسته‌ای، به دلیل همجوشی هسته‌ها، مجموع جرم محصولات فرایند کم‌تر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است.

(۲) افزایش غلظت ^{238}U در یک نمونه اورانیوم را غنی‌سازی می‌گویند.

(۳) در واکنش $^{235}_{92}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{133}_{50}\text{Sn} + ^{91}_{42}\text{Mo} + x^1_0\text{n}$ ، تعداد نوترون‌ها (x) برابر ۲ است.

(۴) میله‌های کنترل در یک راکتور هسته‌ای می‌توانند از جنس کادمیم باشند.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- سیمی به طول ۱۶۰ cm را به صورت یک حلقه مربع شکل درمی آوریم. اگر این حلقه را طوری در میدان مغناطیسی $B = ۲۰۰\text{ G}$ قرار دهیم که سطح حلقه با میدان زاویه ۶۰° بسازد، شار عبوری از این سطح چند وبر می‌شود؟

(۴) $۱۶\sqrt{۳} \times ۱۰^{-۴}$

(۳) ۱۶×۱۰^{-۴}

(۲) $۸\sqrt{۳} \times ۱۰^{-۴}$

(۱) ۸×۱۰^{-۴}

۱۱۲- پیچه‌ای شامل ۲۰۰۰ دور و مقاومت الکتریکی $۱۰\ \Omega$ که مساحت هر حلقه آن ۲۰ cm^2 می‌باشد، به طور عمود بر میدان مغناطیسییکنواختی قرار دارد. آهنگ تغییرات میدان مغناطیسی چند تسلا بر ثانیه باشد تا شدت جریان $۰/۱$ آمپر در پیچه ایجاد گردد؟

(۴) ۲۵۰

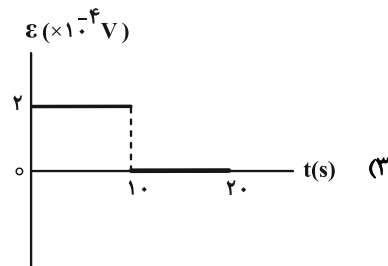
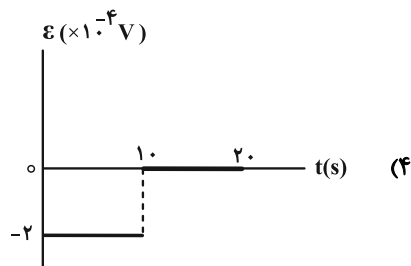
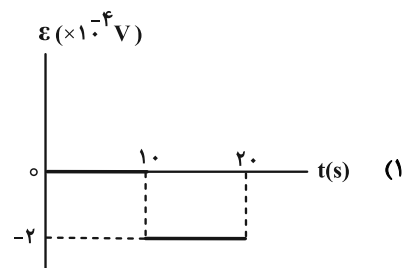
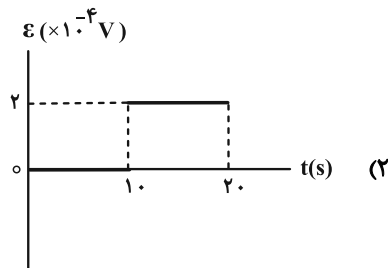
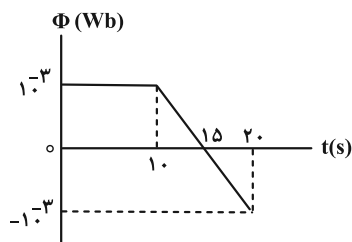
(۳) ۲۵

(۲) $۰/۲۵$

(۱) $۲/۵$

۱۱۳- تغییرات شار مغناطیسی که از یک حلقه می‌گذرد، بر حسب زمان در نمودار شکل زیر نشان داده شده است. کدام گزینه نمودار

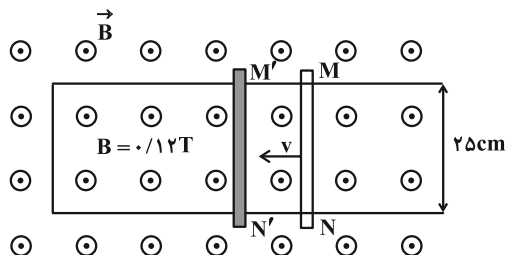
نیروی محرکه القایی بر حسب زمان را به درستی نشان می‌دهد؟



محل انجام محاسبات

۱۱۴- میله فلزی MN را روی رسانای U شکل با سرعت ثابت v در مدت زمان Δt از وضع MN به وضع $M'N'$ درمی آوریم. اگر نیروی

محركة القا شده 0.15 ولت باشد، سرعت حرکت میله چند متر بر ثانیه و جهت جریان القا شده در میله کدام است؟



(۱) از N به M طرف

(۲) از M به N طرف

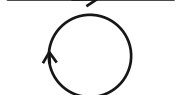
(۳) از N به M طرف

(۴) از M به N طرف

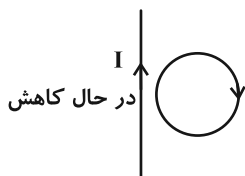
۱۱۵- در شکل های زیر، تغییرات شدت جریان I در سیم مستقیم حامل جریان در ۳ حالت مختلف نشان داده شده است. جهت جریان

القایی در حلقه مجاور سیم در کدام شکل صحیح است؟

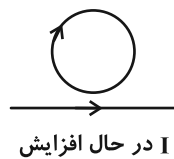
I در حال افزایش



شکل (۳)



شکل (۲)



شکل (۱)

(۱) و (۳) شکل

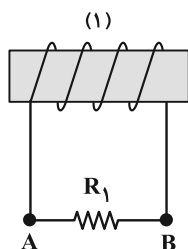
(۲) و (۳) شکل

(۱) و (۲) شکل

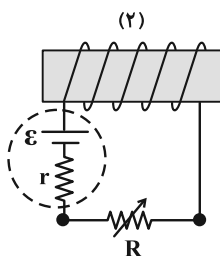
(۴) هر سه شکل

۱۱۶- در شکل زیر، با تغییر مقاومت رئوستا، جریان القایی در مقاومت R_1 از B به طرف A ایجاد می شود. به ترتیب از راست به چپ،

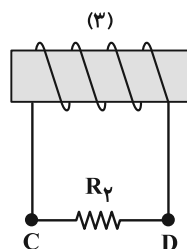
مقاومت رئوستا چگونه تغییر می کند و جهت جریان القایی در مقاومت R_2 در کدام جهت است؟



(۱)



(۲)



(۳)

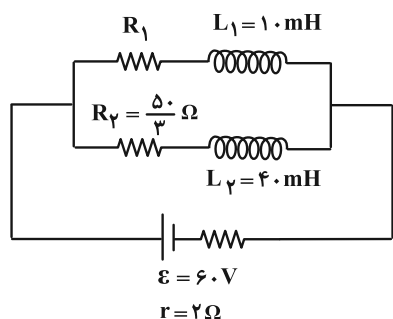
(۱) افزایش می یابد، از C به D

(۲) افزایش می یابد، از D به C

(۳) کاهش می یابد، از D به C

(۴) کاهش می یابد، از C به D

- ۱۱۷- در مدار شکل زیر، مقاومت الکتریکی سیملوله‌ها ناچیز است. مقاومت R_1 چند اهم باشد تا انرژی ذخیره شده در سیملوله L_1 ، Q برابر انرژی ذخیره شده در سیملوله L_2 باشد؟ (مدار، به مدت طولانی در این حالت قرار گرفته است).



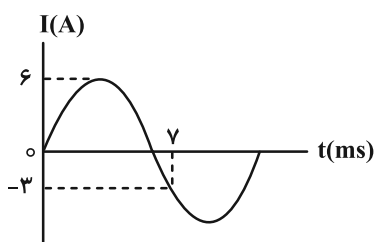
(۱) ۲۵

(۲) ۵۰

(۳) ۱۲/۵

(۴) ۷۵

- ۱۱۸- مطابق نمودار شکل زیر، جریان عبوری از یک القاگر در طول زمان به صورت سینوسی تغییر می‌کند. اگر ضریب القاوری آن ۱۰۰ میلی‌هائری باشد، انرژی ذخیره شده در این القاگر در لحظه $t = 9 \text{ ms}$ چند ژول است؟



(۱) ۹

(۲) ۱۸

(۳) ۰/۹

(۴) ۱/۸

- ۱۱۹- یک مولد جریان متناوب شامل پیچه‌ای به مساحت 25 cm^2 است. پیچه درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 0.2 T تسلا می‌چرخد. اگر در یک لحظه شار مغناطیسی گذرنده از پیچه 0.0003 Wb و شدت جریان القا شده در آن $2/4 \text{ A}$ باشد، شدت جریان القایی بیشینه در آن چند آمپر خواهد بود؟

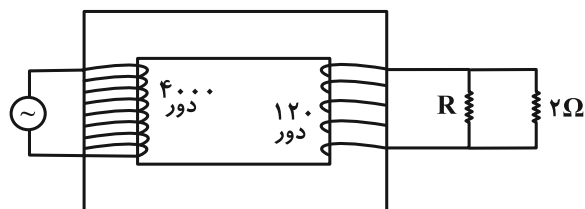
(۴) ۴/۸

(۳) ۴

(۲) ۳/۶

(۱) ۳

- ۱۲۰- اگر در مبدل آرمانی شکل زیر، بیشینه توان مصرفی مقاومت 2Ω برابر 18 W باشد، بیشینه اختلاف پتانسیل مولد چند ولت است؟



(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۲۰

(۳) ۲۲۰

(۴) ۲۰۰

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۹

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- جاهای خالی عبارت زیر به ترتیب از راست به چپ با کدام گزینه به درستی تکمیل می‌شود؟

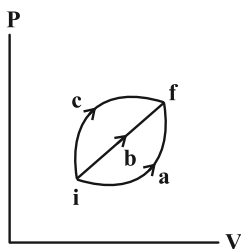
«در فرایند بی‌دررو، کار انجام شده روی گاز برابر و در فرایند هم‌دما انرژی درونی است.»

(۲) صفر - صفر

(۱) قرینه گرمای مبادله شده - ثابت

(۴) تغییرات انرژی درونی - ثابت

(۳) قرینه تغییرات انرژی درونی - ثابت

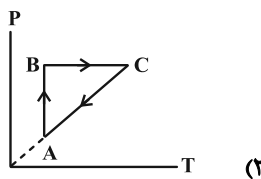
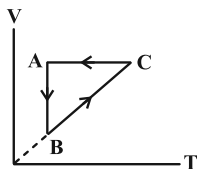
۱۲۲- نمودار $P-V$ گاز کاملی که از سه مسیر a ، b و c از حالت i به حالت f می‌رود، مطابق شکل زیر است. اگر تغییر انرژی درونیگاز ΔU ، گرمایی که گاز می‌گیرد Q و کار انجام شده روی گاز W باشند، چند مورد از موارد زیر صحیح‌اند؟(الف) $\Delta U_a = \Delta U_b = \Delta U_c = 0$ (ب) $Q_a > Q_b > Q_c$ (پ) $W_c > W_b > W_a$ (ت) $\Delta U_c > 0$, $\Delta U_b = 0$, $\Delta U_a < 0$

(۲) ۱

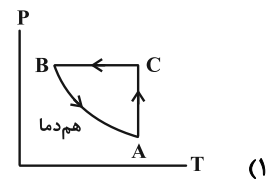
(۱) صفر

(۴) ۳

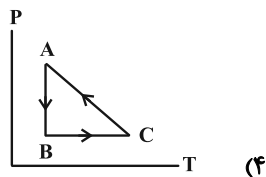
(۳) ۲

۱۲۳- نمودار $V-T$ سه فرایند ترمودینامیکی گاز کاملی رسم شده است. نمودار $P-T$ آن کدام است؟

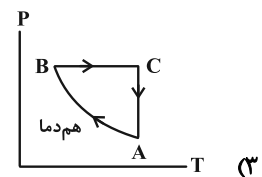
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

محل انجام محاسبات

۱۲۴- در فشار ثابت، دمای $2/5$ مول گاز کامل را از 30°C به چند درجه سلسیوس برسانیم تا کار انجام شده بر روی گاز در این فرایند

برابر با -415 J شود؟ $(R = 8/3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$

(۴) ۵۰

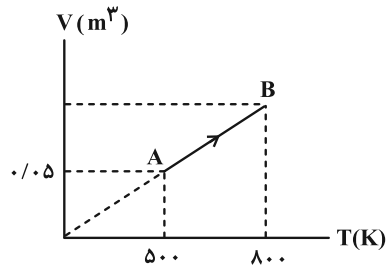
(۳) ۴۰

(۲) ۱۰

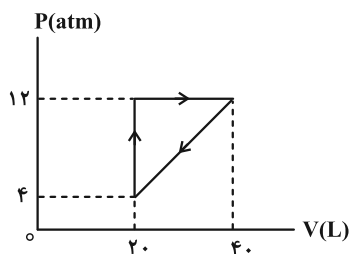
(۱) ۲۰

۱۲۵- در نمودار زیر، فرایند AB مربوط به دو مول گاز کامل تک اتمی است. به ترتیب از راست به چپ، فشار گاز در نقطه B چند

اتمسفر و کار انجام شده روی گاز در این فرایند چند ژول است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$ و $1\text{ atm} = 10^5\text{ Pa}$)

(۱) $4800, 1/6$ (۲) $-4800, 1/6$ (۳) $2400, 0/8$ (۴) $-2400, 0/8$

۱۲۶- اگر چرخه شکل زیر، مربوط به یک گاز آرمانی تک اتمی باشد، کدام گزینه در مورد این گاز، در هر چرخه درست است؟



(۱) ۸ کیلوژول گرما از دست می‌دهد.

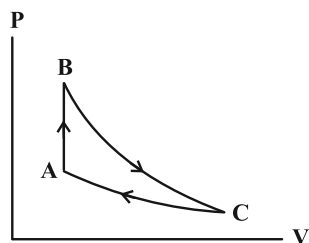
(۲) ۴ کیلوژول گرما از دست می‌دهد.

(۳) ۴ کیلوژول کار انجام می‌دهد.

(۴) ۸ کیلوژول کار انجام می‌دهد.

۱۲۷- مطابق شکل زیر، ۲ مول گاز کامل تک اتمی چرخه‌ای شامل سه فرایند هم‌حجم، بی‌دررو و هم‌دما را طی می‌کند. اگر اندازه گرمای

مبادله شده در فرایندهای CA و AB به ترتیب 800 J و 1200 J باشد، اندازه کار انجام شده در فرایند BC چند ژول است؟



$(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$

(۱) ۶۰۰

(۲) ۸۰۰

(۳) ۱۲۰۰

(۴) ۲۰۰۰

۱۲۸- یک ماشین گرمایی، در هر دقیقه 270 kJ از منبع دما بالا گرما می‌گیرد. اگر بازده آن 40% باشد، گرمای تلف شده این ماشین در

هر دقیقه چند کیلوژول است؟

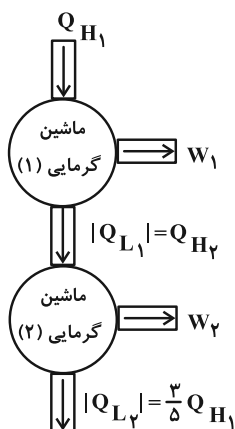
(۲) 162000

(۱) 108000

(۴) 162

(۳) 108

۱۲۹- در طرح‌واره شکل زیر، تمام انرژی گرمایی تلف شده در ماشین گرمایی آرمانی (۱) را ماشین گرمایی آرمانی (۲) دریافت می‌کند.



اگر بازده ماشین گرمایی (۲)، برابر با 20% درصد باشد، بازده ماشین گرمایی (۱) چند درصد است؟

(۱) 15

(۲) 25

(۳) 30

(۴) 20

۱۳۰- کدام موارد زیر درست است؟

الف) ماشین استرلینگ یک ماشین گرمایی برون‌سوز است.

ب) مرحله ضربه قدرت در چرخه یک ماشین بنزینی، یک فرایند هم‌دما است.

پ) نقض قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی لزوماً موجب نقض قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی نمی‌شود.

ت) اگر کسی بگوید که یک ماشین گرمایی با بازده 100% درصد ساخته است، قانون اول ترمودینامیک را نقض نکرده است.

(۲) پ و ت

(۱) ب و پ

(۴) الف و ت

(۳) الف، ب و ت

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر (تا انتهای انرژی فعال‌سازی در واکنش‌های شیمیایی): صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۳۱- فناوری تعیین‌کننده علم شیمی در کدام دستاورد، به درستی معرفی نشده است؟

- (۱) کنترل شیوع بیماری‌ها از جمله وبا: فناوری شناسایی و تولید مواد بی‌حس‌کننده و آنتی بیوتیک
- (۲) کاهش آلودگی حاصل از مصرف سوخت‌های فسیلی: فناوری تولید مبدل‌های کاتالیستی
- (۳) کاهش نگرانی‌ها برای تأمین غذای جمعیت جهان: فناوری شناسایی و تولید کودهای شیمیایی مناسب مثل آمونیاک
- (۴) دگرگون شدن صنعت پوشاک و صنعت بسته‌بندی (غذا، دارو و ...): فناوری تولید پلاستیک

۱۳۲- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- هوای خشک و پاک شامل مخلوطی از گازهای مختلف است که به‌طور یکنواخت در هواکره پخش شده‌اند.
- آلاینده‌های گازی و کرین‌دار که در هوای آلوده وجود دارند، می‌توانند از سوختن هیدروکربن‌ها تولید شده باشند.
- یکی از اتم‌ها در ساختار لوویس اکسید بی‌رنگ نیتروژن که توسط خودروها تولید می‌شود، از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کند.
- در معادله واکنش تولید اوزون تروپوسفری، ضریب آلوتروپ‌های اکسیژن در دو طرف معادله واکنش موازنه شده برابر است.

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۱۳۳- کدام یک از عبارت (های) زیر نادرست‌اند؟

- الف) استفاده از دانش و فناوری همواره آسایش و رفاه را در زندگی تأمین می‌کند.
- ب) استفاده از مبدل کاتالیستی مصرف سوخت وسایل نقلیه را کاهش داده است.
- پ) فناوری تولید آمونیاک قبل از فناوری تولید ویتامین A راه‌اندازی شد.
- ت) گسترش فناوری صفحه‌های نمایشگر در وسایل الکترونیک، مدیون دانش شیمی است.

(۲) الف و ب

(۱) فقط الف

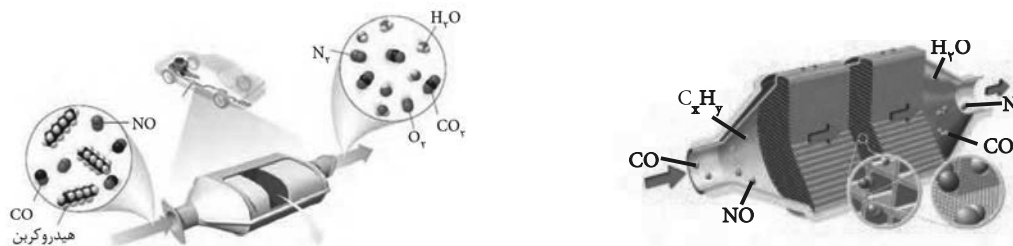
(۴) الف، ب و ت

(۳) ب، پ و ت

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۳۴- با توجه به شکل های زیر، کدام گزینه درست است؟



- (۱) در این نوع از مبدل های کاتالیستی، بازده واکنش های تبدیل آلاینده ها با اندازه ذره های کاتالیزگر رابطه مستقیم دارد.
- (۲) برای این که واکنش های تبدیل آلاینده ها در آگروز خودرو در دماهای پایین، متوسط و بالا انجام شود از ۳ نوع کاتالیزگر استفاده می شود.
- (۳) کاتالیزرها مسیر و چگونگی انجام واکنش را تغییر می دهند و اغلب انتخابی و اختصاصی عمل می کنند.
- (۴) در مبدل های کاتالیستی خودروهای بنزینی از کاتالیزگرهای رودیم (Rh)، پلاتین (Pt) و پالادیم (Pd) استفاده می شود.

۱۳۵- کدام گزینه نادرست است؟ 

- (۱) هوای آلوده مخلوطی از گازهای گوناگون با ترکیب درصد متغیر در قسمت های مختلف هواکره است.
- (۲) بوی بد هوای آلوده و پوشانیده شدن سطح شهر تهران به ویژه در زمستان از وجود برخی آلاینده ها در آن نشأت می گیرد.
- (۳) پوسیدگی خودروها و فرسودگی ساختمان ها از وجود آلاینده های CO و O₃ در هوای آلوده نشأت می گیرد.
- (۴) تشکیل آلاینده های نیتروژن دار در ساعات ابتدایی صبح بر تشکیل گاز اوزون تروپوسفری تقدم دارد.

۱۳۶- چه تعداد از عبارت های زیر درباره آلاینده های هوا نادرست بیان شده است؟

- بر اثر تابش نور خورشید و آلودگی هوا، میزان NO₂ کاهش و O₃ افزایش می یابد.
- در اکثر ساعات شبانه روز، غلظت NO بیشتر از NO₂ می باشد.
- آلاینده های SO₂، O₃، NO و C_xH_y مستقیماً از آگروز خودرو خارج می شوند.
- نیتروژن دارای تنها ۲ اکسید با فرمول شیمیایی متفاوت می باشد که آلاینده محسوب می شوند.

۲ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

۳ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۳۷- با توجه به جدول داده شده و با فرض این که روزانه صد میلیون خودرو در جهان به طور متوسط ۵۰ کیلومتر مسافت پیمایند، روزانه چند تن آلاینده با مولکول های قطبی وارد هواکره زمین می شود؟

فرمول شیمیایی آلاینده	مقدار آلاینده به ازای طی یک کیلومتر (گرم)
CO	۵ / ۹۹
C _x H _y	۱ / ۶۷
NO	۱ / ۰۴

(۱) ۳۵۱۵۰

(۲) ۸۳۵۰

(۳) ۲۹۹۵۰

(۴) ۱۳۵۵۰

۱۳۸- کدام گزینه نادرست است؟

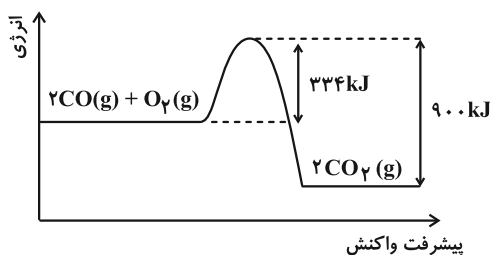
- (۱) برای آغاز یک واکنش شیمیایی گرماده، همانند یک واکنش گرماگیر نیاز به مقدار معینی از انرژی اولیه است.
- (۲) کاتالیزورها در واکنش شرکت می کنند و انرژی فعال سازی را کاهش می دهند، اما در پایان واکنش باقی می مانند.
- (۳) استفاده از توری پلاتینی مانند ایجاد جرقه، باعث کاهش انرژی فعال سازی و انفجاری شدن واکنش میان گازهای H_۲ و O_۲ می شود.
- (۴) استفاده از کاتالیزورها، آلودگی محیط زیست، زمان انجام واکنش و دمای لازم برای انجام واکنش را می تواند کاهش دهد.
- ۱۳۹- با توجه به نمودار انرژی - پیشرفت واکنش زیر و اطلاعات مربوط به آن و با توجه به این که میانگین آنتالپی پیوند C = O و آنتالپی پیوند O = O به ترتیب برابر ۸۰۰ و ۴۹۴ کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی پیوند C ≡ O برابر چند kJ . mol⁻¹ است؟

(۱) ۶۳۶

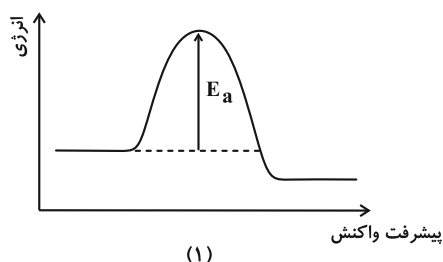
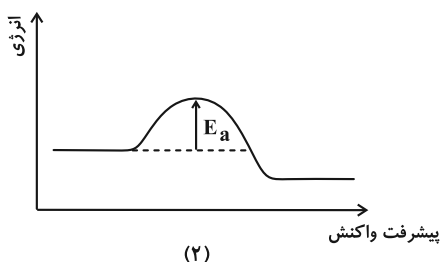
(۲) ۸۱۸

(۳) ۱۱۴۰

(۴) ۱۰۷۰



۱۴۰- با توجه به نمودارهای زیر کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) نمودارهای (۱) و (۲) مربوط به واکنش های گرماده هستند و سرعت واکنش (۱) نسبت به (۲) در شرایط یکسان، کمتر است.
- (۲) اگر نمودار (۱) مربوط به سوختن هیدروژن به کمک جرقه باشد، نمودار (۲) را می توان مربوط به سوختن هیدروژن در حضور توری پلاتین در نظر گرفت.
- (۳) با افزایش دما در واکنش (۱) سرعت واکنش و E_a آن به ترتیب افزایش و کاهش می یابند.
- (۴) در نمودار (۲) مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده ها از مجموع آنتالپی پیوند فرآورده ها کمتر است.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۲۳

🔔 دانش‌آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۴۱- کدام موارد از مطالب بیان شده درست هستند؟ 

(آ) از واکنش گاز کلر با گاز اتن، کلرواتان تولید می‌شود که در افشانه‌های بی‌حس‌کننده موضعی کاربرد دارد.

(ب) اتن در شرایط مناسب در واکنش با آب، اتانول تولید می‌کند که از اکسایش این فراورده اتانویک اسید به‌دست می‌آید.

(پ) از واکنش بین اتانول و اتان، اتیل‌استات تولید می‌شود که حلال چسب است.

(ت) گاز اتن در دما و فشار بالا، به جامد سفیدرنگ پلی‌اتن تبدیل می‌شود.

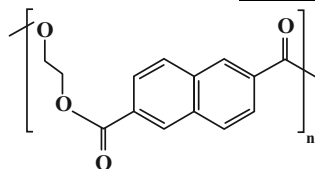
(۱) آ، ب (۲) ب، ت (۳) آ، ب، ت (۴) پ، ت

۱۴۲- برای تولید ۹/۲ گرم اتانول با خلوص ۸۰ درصد از گاز اتن، به چند گرم آب نیاز است و اگر در واکنشی دیگر گاز اتن مورد استفاده در این واکنش با مقدار کافی گاز هیدروژن واکنش دهد، به تقریب چند لیتر گاز اتان در شرایط STP تولید می‌شود؟

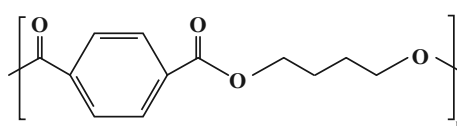
($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$) (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(۱) ۴/۴۸ ، ۳/۶ (۲) ۴/۴۸ ، ۲/۸۸ (۳) ۳/۵۸ ، ۲/۸۸ (۴) ۳/۵۸ ، ۳/۶

۱۴۳- شکل‌های زیر ساختار دو پلیمر را نشان می‌دهند. با توجه به آن‌ها کدام گزینه نادرست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



پلیمر A



پلیمر B

(۱) الکل سازنده پلی‌استر A و اسید سازنده پلی‌استر B، مونومرهای سازنده پلی‌اتیلن ترفتالات هستند.

(۲) تعداد اتم‌های هیدروژن در اسید سازنده پلی‌استر A، برابر با تعداد اتم‌های هیدروژن در نفتالن است.

(۳) تعداد اتم‌های هیدروژن در الکل سازنده پلی‌استر B، برابر با تعداد اتم‌های هیدروژن در پارازیلن است.

(۴) اختلاف جرم مولی الکل سازنده پلی‌استر B و الکل سازنده پلی‌استر A، برابر با جرم مولی اتان است.

۱۴۴- کدام موارد زیر نادرست است؟

(آ) باتری آب از پلیمری ساخته شده که در هر واحد تکرارشونده آن ۱۲ اتم کربن وجود دارد.

(ب) یکی از مونومرهای سازنده PET، ترفتالیک‌اسید است که در ساختار خود همانند ساختار واحد تکرارشونده PET، یک حلقه بنزن دارد.

(پ) در ساختار واحد تکرارشونده پلی‌اتیلن ترفتالات، ۵ پیوند دوگانه و ۸ پیوند «C-H» وجود دارد.

(ت) طی واکنش یک الکل تک‌عاملی و یک اسید آلی تک‌عاملی، یک مولکول استر و دو مولکول آب تولید می‌شود.

(۱) آ و ب (۲) آ و ت (۳) ب، پ و ت (۴) آ، ب و پ

۱۴۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر درباره مولکول‌های پارازیلن و ترفتالیک‌اسید درست است؟

(آ) شمار گروه‌های متیل در پارازیلن با شمار گروه‌های کربوکسیل در ترفتالیک‌اسید، برابر است.

(ب) شمار پیوندهای دوگانه در مولکول هر دو ماده با هم برابر است.

(پ) شمار اتم‌های سازنده در هر مولکول از این دو ماده با هم برابر است.

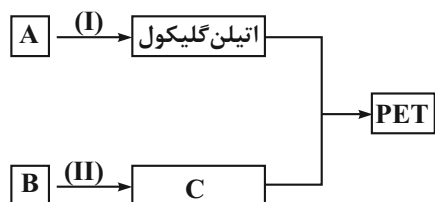
(ت) در هر دو مولکول، ۶ اتم کربن با عدد اکسایش ۱- یافت می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) چون اتیلن گلیکول ساختاری متقارن دارد، گشتاور دوقطبی مولکول‌های آن برخلاف اتانول برابر صفر است.
 (ب) در واکنش سوختن گاز متان همانند واکنش تبدیل آن به گازهای CO و H_2 ، اتم کربن اکسایش می‌یابد.
 (پ) برای تولید بطری‌های آب، یک نمونه خالص از PET را در قالب‌های مخصوص می‌ریزند.
 (ت) چگالی کم، نفوذناپذیری در مقابل هوا، ارزان بودن و مقاومت در برابر خوردگی، از جمله ویژگی‌های پلاستیک‌ها است.
- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۴۷- با توجه به نمودار مقابل، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟



- (آ) شرایط انجام واکنش (II) در دمای اتاق، حتی با وجود غلظت بالای اکسنده تأمین نمی‌شود.
 (ب) درصد جرمی کربن در فرمول مولکولی ماده A، بیشتر از ماده B است.
 (پ) مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در فراورده‌های واکنش (I) و (II) برابر صفر است.
 (ت) تفاوت شمار پیوندها در فراورده‌های آلی واکنش‌های (I) و (II) برابر با ۱۴ است.

- (۱) آ، ب (۲) آ، ت (۳) فقط ب (۴) پ، ت

۱۴۸- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) PET در شرایط مناسب با متانول واکنش می‌دهد و به مواد مفیدی تبدیل می‌شود.
 (۲) بخش قابل توجهی از گاز متان را در میدان‌های گازی برای افزایش ایمنی می‌سوزانند.
 (۳) مونومرهای سازنده PET، اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید هستند که در نفت خام وجود دارند.
 (۴) در صنعت، متانول را از واکنش گاز کربن مونوکسید و گاز هیدروژن در شرایط مناسب و در حضور کاتالیزگر تولید می‌کنند.
- ۱۴۹- با توجه به واکنش موازنه نشده زیر، از واکنش چند میلی لیتر محلول ۰/۴ مولار پتاسیم پرمنگنات با مقدار کافی پارازایلن، ۸ گرم ترفتالیک اسید با درصد خلوص ۸۳٪ تولید می‌شود و تغییر عدد اکسایش گونه اکسنده در این واکنش کدام است؟

(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) $(\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1})$



- (۱) ۲۰۰ - ۳ (۲) ۴۰۰ - ۴ (۳) ۴۰۰ - ۳ (۴) ۲۰۰ - ۴

۱۵۰- کدام موارد از مطالب زیر درباره متانول و روش‌های تولید آن درست است؟

- (آ) از گاز یکسانی به عنوان واکنش‌دهنده در هر دو روش مستقیم و غیرمستقیم برای تولید متانول استفاده می‌شود.
 (ب) در روش مستقیم برخلاف روش غیرمستقیم از کاتالیزگر استفاده می‌شود.
 (پ) در روش غیر مستقیم تولید متانول، آلاینده بیش‌تری تولید می‌شود.
 (ت) گاز متان واکنش‌پذیری بالایی دارد و در حضور کاتالیزگر و دمای بالا با بخار آب واکنش داده و گاز کربن مونوکسید و گاز هیدروژن تولید می‌شود.
- (۱) آ و ت (۲) ب و ت (۳) آ و پ (۴) ب و پ

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۲۳

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۵۱- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(الف) حدود ۵۰ درصد از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.

(ب) نوع عنصرهای سازنده الیاف پنبه با نوع عنصرهای سازنده اتانول یکسان است.

(پ) سلولز، نشاسته و اتن همگی درشت مولکول محسوب شده و اندازه مولکول آن‌ها بسیار بزرگ است.

(ت) اگر گاز C_2H_4 را در فشار بالا گرما دهیم، جامد سفید رنگی به دست می‌آید که جرم مولی آن اغلب ده‌ها هزار گرم بر مول است.

(ث) تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری شدن ممکن نیست و تاکنون هیچ قاعده‌ای برای چگونگی اتصال مونومرها به یکدیگر ارائه نشده است.

(۱) الف ، ب ، ت (۲) ب ، ت ، ث (۳) الف ، ب ، پ (۴) الف ، پ ، ث

۱۵۲- درصد جرمی اولین نافلز گروه ۱۷، در مخلوطی از وینیل کلرید و تترافلوئورواتن برابر ۵۷٪ است. اگر در شرایط مناسب و یکسان این دو

ماده در واکنش بسپارش شرکت کنند و جرم پلیمر تولید شده از هر کدام، با هم برابر باشد، نسبت بازده این دو واکنش کدام گزینه

می‌تواند باشد؟ (شمار واحدهای تکرارشونده در هر دو پلیمر برابر است.) ($H=1, C=12, F=19, Cl=35.5: g.mol^{-1}$)(۱) ۲ (۲) ۶ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۵۳- کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

(۱) پلی‌استرها، دسته‌ای از پلیمرها هستند که از اتم‌های H, C, N و O تشکیل شده‌اند.

(۲) بو و طعم خوش آناناس به دلیل وجود استری به نام اتیل اتانوات در آن است.

(۳) یک پلی‌استر با n گروه عاملی دارای $4n$ الکترون ناپیوندی است.

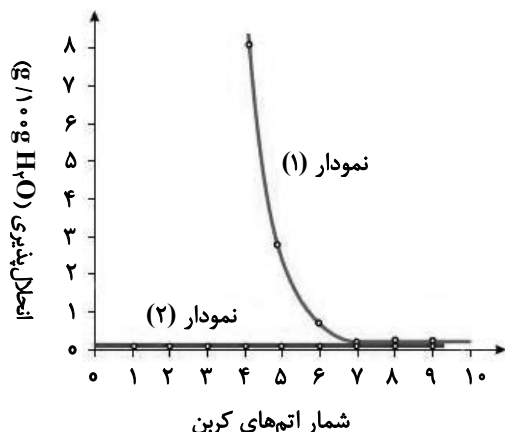
(۴) ساده‌ترین استر شامل ۲ اتم کربن است.

۱۵۴- در کدام گزینه فرمول مولکولی پلی‌استر نشان داده شده، ساده‌ترین واحد تکرارشونده را دارد؟

(۱) $(C_4H_6O_4)_n$ (۲) $(C_3H_4O_4)_n$ (۳) $(C_4H_4O_4)_n$ (۴) $(C_3H_2O_4)_n$

محل انجام محاسبات

۱۵۵- با توجه به نمودار زیر که انحلال پذیری آلکان‌های راست زنجیر و الکل‌ها را نشان می‌دهد، کدام عبارت‌ها درست هستند؟



الف) نمودار ۱ مربوط به انحلال پذیری الکل‌ها و نمودار ۲ مربوط به

انحلال پذیری آلکان‌های راست زنجیر است.

ب) آلکان‌ها به دلیل ناقطبی بودن محلول در آب نیستند.

پ) با کاهش تعداد کربن در الکل‌ها، خصلت آب دوستی آن‌ها کاهش می‌یابد.

ت) الکل‌های سبک (تا ۵ کربن) با تشکیل پیوند هیدروژنی در آب به

خوبی حل می‌شوند.

(۲) ب ، پ

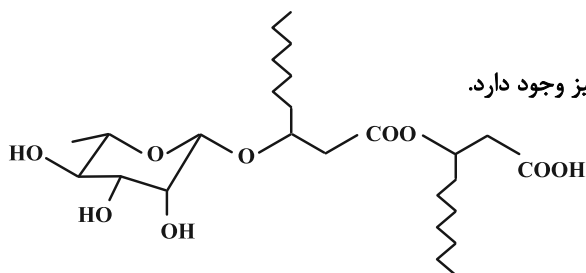
(۱) الف ، ت

(۴) الف ، ب ، ت

(۳) پ ، ت

۱۵۶- «رامنولیبید» ترکیبی از گلیکولیپیدها است که توسط نوعی باکتری تولید می‌شود. چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد ساختار

این ترکیب درست است؟



- تمامی گروه‌های عاملی موجود در ساختار ویتامین C، در این ترکیب نیز وجود دارد.

- فرمول مولکولی ساختار $C_{26}H_{48}O_9$ است.

- تنوع نیروهای بین مولکولی در آن همانند اعضای خانواده الکل‌ها است.

- بیش از ۲۵٪ اتم‌های کربن در ساختار آن تنها به یک اتم هیدروژن متصل هستند.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۵۷- ۲۳ گرم اتانول را با مقدار کافی از یک کربوکسیلیک اسید تک عاملی با گروه هیدروکربنی سیرشده وارد واکنش کرده‌ایم. اگر تفاوت

جرم استر و آب تولید شده برابر با ۴۹ گرم باشد، شمار پیوندهای اشتراکی در هر مولکول از اسید آلی به کار رفته در تهیه این استر

به تقریب چند برابر تعداد پیوندهای اشتراکی در هر مولکول از ساده‌ترین آمید است؟ ($O = ۱۶$, $C = ۱۲$, $H = ۱$: $g \cdot mol^{-1}$)

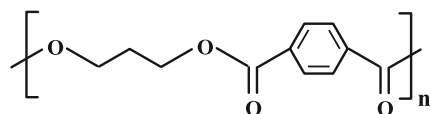
(۴) ۲/۳۳

(۳) ۱/۸۳

(۲) ۱/۵۵

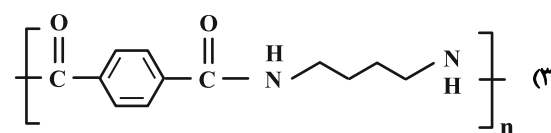
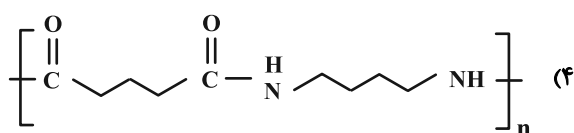
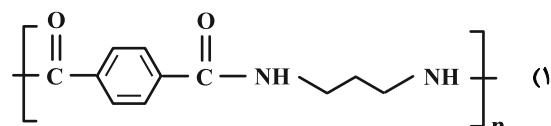
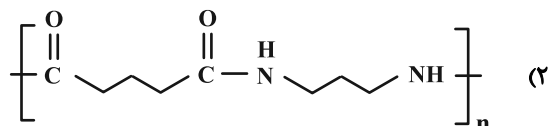
(۱) ۱/۲۲

۱۵۸- کدام یک از گزینه‌های زیر نشان‌دهنده فرآورده پلیمری حاصل از واکنش دی‌اسید سازنده پلی‌بوتیلن ترفتالیک داده شده

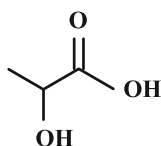


پلی‌بوتیلن ترفتالیک

با $H_2N(CH_2)_3NH_2$ خواهد بود؟



۱۵۹- از واکنش پلیمری شدن کامل ۱ گرم از ترکیب زیر، چند گرم پلیمر حاصل می‌شود؟ ($C = 12$, $H = 1$, $O = 16$: $g \cdot mol^{-1}$)



(۱) ۷۵/۰

(۲) ۸/۰

(۳) ۹/۰

(۴) ۱

۱۶۰- کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

(۱) به دسته‌ای از پلیمرها که اگر در طبیعت رها شوند، توسط جانداران ذره‌بینی تجزیه می‌شوند و دوستدار محیط‌زیست هستند، پلیمر سبز می‌گویند.

(۲) پلیمرهای سبز بعد از تجزیه شدن در طبیعت به مولکول‌های ساده‌ای مانند آب و کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شوند.

(۳) شیر ترش شده دارای پلی‌لاکتیک اسید است.

(۴) پلیمرهای سبز را می‌توان از فرآورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر تهیه کرد.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۲

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۶۱- اگر در حجم‌های برابر از محلول‌های جداگانه از KOH و Na_2SO_4 ، جرم برابر از این نمک‌ها وجود داشته باشد و غلظت Na^+ در محلول Na_2SO_4 برابر 6900 ppm باشد، مولاریته محلول KOH کدام است؟ (چگالی محلول Na_2SO_4 برابر $1/12$ گرم بر

میلی‌لیتر می‌باشد؛ $(\text{Na} = 23, \text{K} = 39, \text{S} = 32, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$

۳/۹۶ (۴)

۴/۲۶ (۳)

۰/۴۲۶ (۲)

۰/۲۱۳ (۱)

۱۶۲- براساس واکنش موازنه نشده: $\text{KI(aq)} + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow \text{KCl(aq)} + \text{I}_2(\text{s})$ ، چند لیتر گاز کلر در شرایط استاندارد با محلولی به

جرم 200 گرم از پتاسیم یدید که غلظت یون پتاسیم در آن 58500 ppm است، به‌طور کامل واکنش می‌دهد و چند مول I_2

تولید می‌شود؟ $(\text{K} = 39 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$

۰/۳ ، ۴/۴۸ (۴)

۰/۳ ، ۳/۳۶ (۳)

۰/۱۵ ، ۴/۴۸ (۲)

۰/۱۵ ، ۳/۳۶ (۱)

۱۶۳- همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به‌جز:

(۱) بیشترین مقدار از یک حل‌شونده را که در دمای معین، 100 گرم حلال حل می‌شود، انحلال‌پذیری آن ماده می‌نامند.

(۲) نقره کلرید، باریم سولفات و کلسیم فسفات ترکیب‌های یونی سه‌تایی بوده و انحلال‌پذیری آن‌ها در آب از $0/01$ گرم در 100 گرم آب کمتر است.

(۳) اگر انحلال‌پذیری KCl در دمای 75°C برابر 50 گرم در 100 گرم آب باشد درصد جرمی محلول سیرشده آن در این دما تقریباً برابر $33/33\%$ خواهد بود.

(۴) درصد جرمی محلول سیرشده لیتیم سولفات در دمای 90°C از درصد جرمی محلول سیرشده آن در دمای 40°C کمتر است.

۱۶۴- با توجه به معادله انحلال‌پذیری نمک‌های A و B ، کدام گزینه نادرست است؟ $(A = 148, B = 248: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$

نمک	معادله انحلال‌پذیری	
A	$S = -0/40 + 34$	(۱) اگر $3/75$ گرم B را در $12/5$ گرم آب با دمای 10°C حل کنیم، محلول سیرنشده پدید می‌آید.
B	$S = 0/80 + 28$	(۲) با افزایش دمای 481 گرم محلول سیرشده نمک A از 10°C به 60°C ، $0/5$ مول از آن رسوب می‌کند.

(۳) معادله انحلال‌پذیری نمک‌های A و B را به ترتیب می‌توان به نمک‌های لیتیم سولفات و پتاسیم نیترات نسبت داد.

(۴) اگر چگالی دو محلول سیرشده از نمک‌های A و B در دمای 25°C یکسان باشد، غلظت مولی آن‌ها در این دما برابر خواهد بود.

محل انجام محاسبات

۱۶۵- کدام مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- الف) اتم اکسیژن مولکول‌های SO_3 در میدان الکتریکی، به سمت مثبت میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.
 ب) مولکول‌های آب از سمت اتم اکسیژن خود به سمت میلهٔ شیشه‌ای مالش داده شده به موی سر نزدیک می‌شوند.
 پ) در مولکول‌های قطبی، به‌طور حتم نقطهٔ جوش ترکیبی بیشتر است که جرم مولی بالاتری دارد.
 ت) به دلیل بیشتر بودن جرم مولی Cl_4 از F_4 ، مولکول‌های کلر سریع‌تر به مایع تبدیل می‌شوند.
 ث) علی‌رغم جرم مولی مشابه N_2 و CO ، نقطهٔ جوش CO به دلیل قطبی بودن بیشتر است.

(۱) الف، ت و ث (۲) الف و ث (۳) ب، پ و ت (۴) ت و ث

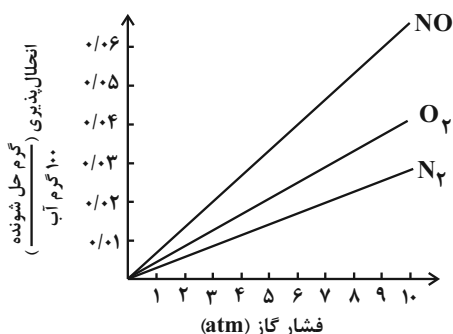
۱۶۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد پیوند هیدروژنی درست است؟

- حجم یک مول آب در حالت مایع، از حجم یک مول یخ و یک مول بخار آب کمتر است.
 - در حلقه‌های شش‌ضلعی یخ، تعداد اتم‌های هیدروژن و اکسیژن برابر است و تعداد پیوندهای هیدروژنی در هر حلقه برابر با نصف مجموع تعداد اتم‌ها است.

- اگر مادهٔ X امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با آب را داشته باشد، نمی‌توان با قطعیت گفت بین مولکول‌های X نیز پیوند هیدروژنی برقرار است.
 - پیوند اتم H به یکی از اتم‌های F، O یا N، سبب ایجاد یک نوع جاذبهٔ الکترواستاتیکی قوی میان این اتم‌ها می‌شود.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۶۷- با توجه به نمودارهای شکل زیر، که انحلال‌پذیری گازها در آب در دمای $20^\circ C$ را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- در فشار ۳ atm، انحلال‌پذیری گاز CO_2 می‌تواند برابر 0.03° گرم باشد.
 - در فشار ۶ atm، انحلال‌پذیری گاز N_2 در آب شور، به بیش از 0.02° گرم می‌رسد.
 - در فشار ۵ atm، تفاوت انحلال‌پذیری گازهای O_2 و NO ، برابر 0.02° گرم است.
 - در دمای $50^\circ C$ ، شیب تغییرات انحلال‌پذیری هر سه گاز، نسبت به نمودار داده شده، کاهش می‌یابد.

- اگر شیب تغییرات انحلال‌پذیری گاز X_2 ، بیش از گاز O_2 باشد، انحلال‌پذیری آن در فشار ۴ atm، می‌تواند برابر 0.02° گرم باشد.

(۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴) پنج

۱۶۸- چند مورد از مطالب زیر نادرست هستند؟

الف) در هر دما و فشار مشخص، به دلیل قطبی بودن NO، انحلال پذیری گاز NO بیشتر از CO_۲ است.

ب) گاز CO_۲ به دلیل انحلال فیزیکی که در آب دارد، در تولید نوشیدنی گازدار نقش دارد.

پ) مهم ترین عامل انحلال پذیری گازها در مایعات، پس از بررسی امکان واکنش با حلال، بررسی میزان قطبیت گاز و حلال مورد نظر است.

ت) قانون هنری مربوط به اثر دما بر میزان انحلال پذیری گازها در آب است.

ث) احساس خستگی پس از ورزش های سنگین می تواند با مصرف الکترولیت های بدن مانند K⁺(aq) جبران شود.

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۴ (۴) ۵

۱۶۹- در دما و فشار معین، مقدار ۵/۰ مول گاز NO_۲ را وارد ۵ لیتر آب می کنیم. اگر تنها ۱۰ درصد این گاز درون آب حل شود، محلول آن به تقریب

چند ppm است؟ (چگالی آب را ۱ گرم بر میلی لیتر در نظر بگیرید.) (فرض کنید گاز با آب واکنش نمی دهد.) (N = ۱۴, O = ۱۶ : g.mol⁻¹)

(۱) ۴۶۰ (۲) ۵۱۰

(۳) ۴۱۰ (۴) ۳۹۰

۱۷۰- کدام گزینه درست است؟

(۱) با روش اسمز معکوس، نمی توان میکروب ها و ترکیبات آلی فرار را از آب جدا کرد.

(۲) آب به دست آمده از روش صافی کربن، نیاز به ضد عفونی کردن دارد.

(۳) تنها گازی که برای گندزدایی می توان استفاده کرد کلر است که گازی زرد رنگ است.

(۴) غشاء نیمه تراوا در ساختار خیار اجازه عبور غیرانتخابی تمامی یون ها را می دهد، عاملی که باعث چروکیده شدن آن، در آب شور می شود.



دفترچه سؤال ؟

فرهنگیان

(رشته عمومی ریاضی و فیزیک، علوم تجربی)

و فنی و حرفه‌ای / کار دانش)

۲۴ اسفند ماه ۱۴۰۳

تعداد سؤالات و زمان پاسخ‌گویی آزمون

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	وقت پیشنهادی
تعلیم و تربیت اسلامی	۲۰	۲۵۱ - ۲۷۰	۲۰
هوش و استعداد معلّمی	۲۰	۲۷۱ - ۲۹۰	۴۰
جمع دروس	۴۰	—	۶۰

مراجعه به ترتیب حروف الفبا

تعلیم و تربیت اسلامی	محمد رضایی‌نقا - یاسین ساعدی - عباس سید شیبستری - مرتضی محسنی کبیر
هوش و استعداد معلّمی	حمید لنجان‌زاده اصفهانی، فاطمه راسخ، مهدی ونکی فراهانی، هادی زمانیان، فرزاد شیرمحمدلی، هومن رجائیان

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	مسئول درس‌های مستندسازی
تعلیم و تربیت اسلامی	یاسین ساعدی	یاسین ساعدی	محمد مهدی مانده علی	سجاد حقیقی‌پور
هوش و استعداد معلّمی	حمید لنجان‌زاده اصفهانی	حمید لنجان‌زاده اصفهانی	فاطمه راسخ	علیرضا همایون‌خواه

مدیران گروه	الهام محمدی - حمید لنجان‌زاده اصفهانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک - معصومه روحانیان

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



تعلیم و تربیت اسلامی

۲۰ دقیقه

دین و زندگی ۱

فضیلت آراستگی

زیبایی پوشیدگی

درس ۱۱ و ۱۲

صفحه ۱۳۶ تا ۱۵۲

دین و زندگی ۲

پیوند مقدس

درس ۱۲

صفحه ۱۴۸ تا ۱۵۸

مهارت معلمی

فصل سوم: وظایف معلم

صفحه ۷۵ تا ۱۱۶

۲۵۱- قرآن کریم «تبرج» را چه نوع کاری می‌شمارد و به چه علت دین اسلام ما را از آن پرهیز می‌دهد؟

- (۱) جاهلانه - چون تمجید دیگران قدرت تعقل و تفکر را از انسان می‌گیرد و باعث می‌شود استعدادهایش شکوفا نشود.
- (۲) حقیرانه - چون تمجید دیگران قدرت تعقل و تفکر را از انسان می‌گیرد و باعث می‌شود استعدادهایش شکوفا نشود.
- (۳) جاهلانه - باعث غفلت انسان از هدف اصلی و اشتغال به کارهایی می‌شود که عاقبتی جز دور شدن از خدا ندارد.
- (۴) حقیرانه - باعث غفلت انسان از هدف اصلی و اشتغال به کارهایی می‌شود که عاقبتی جز دور شدن از خدا ندارد.

۲۵۲- با وجود این که پیشوایان همواره آراسته به زیبایی‌های باطنی بودند، تفاوت در آراستگی ظاهری آنان بر

اساس تغییر در کدام شرایط، قابل فهم است؟

- (۱) شرایط زندگی مردم و توانایی آنان
- (۲) سلاقی و رویکردهای گوناگون نسبت به آراستگی
- (۳) تفاوت‌های فردی میان پیشوایان مذهبی
- (۴) اوضاع اجتماعی و سیاسی حاکمان در دوره‌های مختلف

۲۵۳- امام صادق (ع) استفاده از کدام پوشش را نهی کردند و در همان روایت، علت آن را چگونه بیان نمودند؟

- (۱) پوشیدن لباس نازک و بدن‌نما - فرد با انجام آن به جنگ با خدا می‌رود.
- (۲) پوشیدن لباس چسبان و کوتاه - فرد با انجام آن به جنگ با خدا می‌رود.
- (۳) پوشیدن لباس نازک و بدن‌نما - نشانه سستی و ضعف دینداری فرد است.
- (۴) پوشیدن لباس چسبان و کوتاه - نشانه سستی و ضعف دینداری فرد است.

۲۵۴- کدام بخش از آیه شریفه «یا ایها النبی قل لأزواجک و بناتک و نساء المؤمنین یدنین علیهنّ من جلابیبهنّ ذلک ادنی یعرفن فلا یؤذین و کان الله

غفوراً رحیماً»، بیان‌کننده فلسفه رعایت حجاب است؟

- (۱) «قل لأزواجک و بناتک و نساء المؤمنین»
- (۲) «یدنین علیهنّ من جلابیبهنّ»
- (۳) «ذلک ادنی یعرفن فلا یؤذین»
- (۴) «و کان الله غفوراً رحیماً»

۲۵۵- ریشه و علت بی‌حجابی زنان غرب را در کدام گزینه می‌توان یافت؟

- (۱) تعالیم حضرت موسی (ع) که مورد غفلت قرار گرفته بود.
- (۲) اروپاییان نسبت به دستورات پیامبر اکرم (ص) و اسلام بی‌توجه بودند.
- (۳) بدبینی و کینه‌توزی آنان نسبت به مسلمانان که ریشه در جنگ‌های صلیبی داشت.
- (۴) بی‌حجابی زنان غرب، بازگشتی به سنت‌های مشرکانه قبل از حضرت عیسی (ع) به شمار می‌رود.

۲۵۶- نیاز به مقبولیت، در کدام دوران نمود بیشتری دارد و پاسخ‌گویی صحیح به این نیاز، چه نتیجه‌ای در پی دارد؟

- (۱) تشکیل خانواده - تحسین دیگران و خلق آثار گوناگون هنری همراه با خودبزرگ‌بینی
- (۲) نوجوانی و جوانی - تحسین دیگران و خلق آثار گوناگون هنری همراه با خودبزرگ‌بینی
- (۳) تشکیل خانواده - کشف و شکوفایی استعدادها و توانایی‌ها و عرضه آن به جامعه
- (۴) نوجوانی و جوانی - کشف و شکوفایی استعدادها و توانایی‌ها و عرضه آن به جامعه

۲۵۷- به ترتیب، چگونگی و نوع پوشش تا حدود زیادی تابع چیست و رعایت حجاب در چه صورت نزد خدا، بارزش‌تر محسوب می‌شود؟

- (۱) دین و آیین - ساده و بی‌پیرایه
- (۲) دین و آیین - کامل‌تر و دقیق‌تر
- (۳) آداب و رسوم - کامل‌تر و دقیق‌تر
- (۴) آداب و رسوم - ساده و بی‌پیرایه



۲۵۸- طبق مقررات اسلامی، رضایت کامل دختر و پسر برای ازدواج چه حکمی دارد و اگر عقدی به‌زور انجام گرفته باشد، حکمش چیست؟

- (۱) مستحب و مؤکد - مکروه
(۲) مستحب و مؤکد - باطل
(۳) ضروری - باطل
(۴) ضروری - مکروه

۲۵۹- به‌ترتیب، هر یک از موارد «مدارا و تحمل سختی‌ها» و «نیازمندی به زندگی با دیگری» از مصادیق کدام یک از اهداف ازدواج می‌باشد؟

- (۱) رشد اخلاقی و معنوی - پاسخ به نیاز جنسی
(۲) رشد اخلاقی و معنوی - انس با همسر
(۳) رشد و پرورش فرزندان - انس با همسر
(۴) رشد و پرورش فرزندان - پاسخ به نیاز جنسی

۲۶۰- موارد «سلامت جسمی و روانی» و «عدم ارتباط قبلی با جنس مخالف» به ترتیب، مصادیق‌های کدام برنامه در مورد تشکیل خانواده می‌باشد؟

- (۱) رشد و پرورش فرزندان - پاسخ به نیاز جنسی
(۲) شناخت معیارهای همسر مناسب - پاسخ به نیاز جنسی
(۳) رشد و پرورش فرزندان - معیارهای همسر مناسب
(۴) شناخت معیارهای همسر مناسب - شناخت معیارهای همسر مناسب

۲۶۱- «تجربه‌کردن مسئولیت‌پذیری» و «تحکیم‌بخش وحدت روحی زن و مرد» به ترتیب در کدام یک از اهداف ازدواج عنوان شده است؟

- (۱) رشد اخلاقی و معنوی - انس با همسر
(۲) رشد اخلاقی و معنوی - رشد و پرورش فرزندان
(۳) پاسخ به نیاز جنسی - رشد و پرورش فرزندان
(۴) پاسخ به نیاز جنسی - انس با همسر

۲۶۲- روایت شریف از امام علی (ع) مبنی بر «حبه الشيء یعمی و یصم»، به کدام موضوع در خصوص ازدواج اشاره دارد و راه محفوظ‌ماندن از عواقب آن چیست؟

- (۱) علاقه و محبت به یک شخص، عقل را به حاشیه می‌راند. - توکل بر خدا
(۲) محبت و علاقه، سرچشمه اصلی همه کارهای انسان است. - توکل بر خدا
(۳) علاقه و محبت به یک شخص، عقل را به حاشیه می‌راند. - مشورت با پدر و مادر
(۴) محبت و علاقه، سرچشمه اصلی همه کارهای انسان است. - مشورت با پدر و مادر

۲۶۳- آرامش‌یافتن با همسر و قراردادن دوستی و رحمت میان آن‌ها توسط خدای متعال، از مفهوم کدام آیه استنباط می‌شود و اولین بلوغی که انسان

برای ازدواج نیازمند رسیدن به آن است، کدام مورد است؟

- (۱) «وَمِنْ آيَاتِهِ أَنْ خَلَقَ لَكُمْ مِنْ أَنْفُسِكُمْ...» - جنسی
(۲) «وَمِنْ آيَاتِهِ أَنْ خَلَقَ لَكُمْ مِنْ أَنْفُسِكُمْ...» - عقلی
(۳) «وَاللَّهُ جَعَلَ لَكُمْ مِنْ أَنْفُسِكُمْ أَزْوَاجًا...» - جنسی
(۴) «وَاللَّهُ جَعَلَ لَكُمْ مِنْ أَنْفُسِكُمْ أَزْوَاجًا...» - عقلی

۲۶۴- این که امام خمینی (ره) سرمای پاریس را تحمل می‌کرد و از نفت استفاده نمی‌کرد، نشان از کدام ویژگی ایشان دارد و برخورد آیت‌الله بروجردی

(ره) پس از آن که به طلبه‌ای سؤال‌کننده تندی بی‌جا کرده بودند، با کدام یک از بایدهای معلمی مرتبط است؟

- (۱) تواضع و دوری از کبر و غرور - جبران ضعف‌ها
(۲) تواضع و دوری از کبر و غرور - هم‌دردی
(۳) همراهی و هم‌دردی با مردم - هم‌دردی
(۴) همراهی و هم‌دردی با مردم - جبران ضعف‌ها

۲۶۵- برخورداری انسان از پاداش الهی «یرفع الله» مشروط به چه چیزی است و سخن «إن هذا آلا ملک کریم» اشاره به چه شخصیتی دارد؟

(۱) «یا ایها الذین آمنوا قیل لکم تفتسحوا فی المجالس فافسحوا» - حضرت یوسف (ع)

(۲) «یا ایها الذین آمنوا قیل لکم تفتسحوا فی المجالس فافسحوا» - رسول اکرم (ص)

(۳) «و اذا قیل انشزوا فانشزوا» - رسول اکرم (ص)

(۴) «و اذا قیل انشزوا فانشزوا» - حضرت یوسف (ع)

۲۶۶- گام اول در مسیر عبودیت و بندگی کدام مورد است و امام رضا (ع) در این باره چه می‌فرمایند؟

(۱) «بسم الله» - «به اسم اعظم الهی از سیاهی چشم به سفیدی آن نزدیک‌تر است.»

(۲) «بسم الله» - «خدایا هدف من تنها تو هستی، نه مردم، نه طاغوت‌ها، نه جلوه‌ها و نه هوس‌ها.»

(۳) «الله اکبر» - «به اسم اعظم الهی از سیاهی چشم به سفیدی آن نزدیک‌تر است.»

(۴) «الله اکبر» - «خدایا هدف من تنها تو هستی، نه مردم، نه طاغوت‌ها، نه جلوه‌ها و نه هوس‌ها.»

۲۶۷- به ترتیب، تعبیر «مادر همه خیرات» و «نور مستقر در جان که اثرش در گفتار و رفتار انسان هویدا می‌گردد»، بیانگر مقوله‌ای هستند که در کدام

یک از وظایف معلم تجلی دارند؟

(۱) آغاز کار با نام خدای متعال - برخورداری از حکمت

(۲) آغاز کار با نام خدای متعال - اهل ذکر بودن

(۳) برخورداری از حکمت - اهل ذکر بودن

(۴) برخورداری از حکمت - برخورداری از حکمت

۲۶۸- کدام آیه انسان را به دفع بدی‌های مردم با عمل خوب فرامی‌خواند و ثمره و برکات جنبی چنین کاری چگونه تبیین شده است؟

(۱) «یا ایها الذین آمنوا اتقوا الله و قولوا قولاً سدیداً» - تبدیل کینه و دشمنی به دوستی گرم

(۲) یا ایها الذین آمنوا اتقوا الله و قولوا قولاً سدیداً» - اصلاح عمل و بخشش گناهان

(۳) «و لا تستوی الحسنه و لا السیئه اذفع بالتی هی أحسن» - اصلاح عمل و بخشش گناهان

(۴) «و لا تستوی الحسنه و لا السیئه اذفع بالتی هی أحسن» - تبدیل کینه و دشمنی به دوستی گرم

۲۶۹- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) این که کسی ندانسته جواب بدهد، نشانه جهالت اوست؛ اما این که به راحتی و راستی بگوید: «نمی‌دانم»، نشانه برخورداری او از نصف علم است.

(۲) شاگردان و اطرافیان ما قبل از آن که به حرف‌های ما توجه کنند، به رفتار ما توجه و از آن تأسی می‌کنند. لذا دعوت معلم باید عملی باشد.

(۳) شرط امر به معروف و نهی از منکر، عمل خود انسان است.

(۴) علم، زمانی کامل است که علاوه بر وصل بودن به تاریخ کهن، پویا و به روز نیز باشد.

۲۷۰- توصیف خداوند از کافران کوردلی که به حقایق گوش نمی‌دهند، چگونه است و در قرآن کریم به چه عنوانی از کار شیطان و منافقان یاد شده است؟

(۱) «ذلک بانهم قوم لا یعلمون» - مایوس کردن دیگران

(۲) «ذلک بانهم قوم لا یعلمون» - جلوگیری از رشد فکری انسان

(۳) «و إذا ذکروا لا یذکرون» - جلوگیری از رشد فکری انسان

(۴) «و إذا ذکروا لا یذکرون» - مایوس کردن دیگران

۴۰ دقیقه

هوش و استعداد معلّمی

* بر اساس متن زیر به چهار پرسشی که در پی می‌آید پاسخ دهید.

رشته‌ی فلسفه‌ی تعلیم و تربیت یکی از رشته‌های حوزه‌ی علوم تربیتی در دوره‌ی دکتری و شامل مجموعه‌ای هماهنگ از فعالیت‌های آموزشی و پژوهشی است. دانش آموزش و پرورش، یکی از نیازهای اساسی جامعه‌ی بشری از جمله جامعه‌ی ماست. کلیه‌ی برنامه‌ها و فعالیت‌های آموزشی و پرورشی در کلیه‌ی سطوح از خانواده تا نهادهای رسمی و غیررسمی به بهره‌گیری از یافته‌های این حوزه نیاز دارد اما در این میان توجه به زیرساخت‌های این فعالیت‌ها نقطه‌ی آغاز و تعیین‌کننده‌ی اهداف و سوییچ‌های کلیه‌ی فعالیت‌ها و نهادهای آموزشی و پرورشی است. رشته‌ی فلسفه‌ی تعلیم و تربیت در پی بررسی مبانی نظری و بنیادهایی است که زیربنای تعیین اهداف برنامه‌ها و محتواست. در غیر این صورت خطر انحراف از یکپارچگی، هماهنگی و اهداف، برنامه‌ها را تهدید می‌کند و معیاری برای ارزیابی نخواهد بود. متخصصان این رشته در وزارتخانه‌های آموزش و پرورش، آموزش عالی، بخش آموزش در کلیه‌ی وزارتخانه‌ها و در نهادهای غیررسمی آموزش و پرورش می‌توانند مفید و فعال باشند. هدف از برگزاری این دوره تربیت متخصصان کارآمدی است که به تحلیل و بررسی مبانی نظری و فلسفی آموزش و پرورش در سیاست‌گذاری، برنامه‌ریزی و نحوه‌ی اجرای برنامه‌ها و کلیه‌ی فعالیت‌های آموزشی و پرورشی در حوزه‌ی کلان سطوح ستادی و نیز حوزه‌ی عمل در نهادهای آموزشی بپردازد.

ضرورت و اهمیت بازنگری در این فلسفه، مبتنی بر توجه و تمرکز بر غایات اهداف و ارزش‌هاست که جایگاه اصلی آنها در حوزه‌های انسان‌شناسی و ارزش‌شناسی است، زیرا انسان به مثابه‌ی موضوع تعلیم و تربیت است و ارزش‌ها تعیین‌کننده‌ی جهت‌گیری‌های کلی و اساسی در تربیت و غفلت از اهداف و ارزش‌های مذکور موجب آسیب‌ها و خساراتی در عرصه‌ی آموزش و پرورش است زیرا مؤلفه‌های مورد نظر در حکم راهنمای عمل آدمی برای تحقق انسان آرمانی است و اهتمام به موارد مذکور موجب شفاف‌سازی اقدام در زمینه‌ی آموزش و پرورش.

۲۷۱- کدام گزینه واژه‌ی «موجد» را در متن، بهتر معنا کرده است؟

(۱) نتیجه (۲) درمان شده (۳) عامل (۴) برطرف‌کننده

۲۷۲- منظور از بخش مشخص‌شده در متن، «این صورت»، کدام است؟

- (۱) بی‌توجهی به مبانی اندیشه‌های فلسفه‌ی آموزشی
(۲) بهره‌نگرفتن از اندیشه‌های اندیشمندان مختلف در حوزه‌ی فلسفه‌ی تعلیم و تربیت
(۳) توجه به مبانی اندیشه‌های فلسفه‌ی آموزشی
(۴) بهره‌گرفتن از اندیشه‌های اندیشمندان مختلف در حوزه‌ی فلسفه‌ی تعلیم و تربیت

۲۷۳- متن به کدام پرسش‌ها پاسخ می‌دهد؟

الف) برای فارغ‌التحصیلان رشته‌ی فلسفه‌ی تعلیم و تربیت، چه آینده‌ی شغلی می‌توان متصور بود؟

ب) متناسب‌سازی اهداف ترسیم‌شده‌ی تعلیم و تربیت با محیط مورد بحث، با چه معاییری انجام می‌شود؟

ج) به چه علت رشته‌ی فلسفه‌ی تعلیم و تربیت تنها در دوره‌ی دکتری تدریس می‌شود؟

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب» (۳) «الف» و «ج» (۴) «ب» و «ج»

۲۷۴- کدام فعل در متن بالا نادرست به کار رفته است؟

(۱) دارد (۲) تهدید می‌کند (۳) نخواهد بود (۴) بپردازد

۲۷۵- بدیهی است با کاهش ارزش پول یک کشور در قیاس با کشوری دیگر، می‌باید همان گونه که قیمت کالاهای وارداتی بیشتر می‌شود، قیمت کالاهای صادراتی برای کشور مقصد کاهش یابد و امکان صادرات بیشتر فراهم شود. برای مثال ایالات متحده‌ی آمریکا چین را به کاهش عمده‌ی ارزش پول خود متهم می‌کند که به صادرات بیشتر این محصول به آمریکا منجر می‌شود. با این حال در بسیاری از کشورها چنین اتفاقی رخ نمی‌دهد، چرا که ..

- (۱) سیاستمداران آن کشورها تدبیر لازم را برای افزایش ارزش پول خود ندارند.
(۲) کاهش ارزش پول ملی یک کشور به افزایش قیمت مواد اولیه‌ی وارداتی و در نتیجه افزایش قیمت نهایی محصول تولیدی منجر می‌شود.
(۳) برخی کشورها با کشورهای بزرگی نظیر چین و آمریکا مبادله‌ی تجاری ندارند.
(۴) افزایش ارزش پول ملی یک کشور، به گسترش سفرهای بین‌المللی منجر می‌شود که نیاز به سرمایه‌گذاری در این امر را ایجاد می‌کند.

* بر اساس متن زیر به دو پرسش بعدی پاسخ دهید.

مطمئن نیستیم اولین بار بومیان امریکای شمالی بودند که علامت‌دادن با دود را ابداع کردند یا چینی‌ها، اما مطمئنیم علامت‌دادن با دود نیز مثل دیگر انواع پیام‌ها، قوانینی دارد. فرستندگان این پیام‌ها، چیزی شبیه به پتو را در فواصل زمانی معین روی آتشی قرار می‌دهند و برمی‌دارند تا دودها نیز در فواصلی معین به هوا فرستاده شود. بدیهی است که پیام‌ها تا فاصله‌ای قابل ارسالند که مطمئن باشیم همه علامت‌ها دیده می‌شود؛ برای مثال فرض کنید در میان بومیان یادشده، دو دود غلیظ نشانه آمدن دوست و چهار دود غلیظ نشانه حمله دشمن باشد و گیرنده پیام، دو تا از پیام‌ها را نبیند. علاوه بر این، شرط مهم دیگر در برقراری ارتباط با دود، آشنایی گیرنده پیام با مفاهیم است. می‌گویند از زمانی که سرخ‌پوست‌ها توانستند بر اسب‌ها مسلط شوند و راحت‌تر گرد هم بیایند، تدریجاً شکل‌های بیشتری را با یکدیگر قرارداد کردند. معمولاً از آن جایی که این پیام‌ها عمومیت ندارند، لو نمی‌روند. با این همه برخی از این پیام‌ها امروزه نیز کارایی دارند.

۲۷۶- برای پیام‌های دودی، کدام دو عنصر مهم در متن ذکر شده است؟

- (۱) شکل - فاصله زمانی (۲) فاصله زمانی - غلظت (۳) غلظت - حجم (۴) حجم - شکل

۲۷۷- طبق متن ...

(۱) همه علامت‌های پیام‌های سرخپوستان تا کنون کشف رمز شده است.

(۲) نخستین ارتباط‌های بین انسانی در شرق آسیا شکل گرفته است.

(۳) برقراری ارتباط به وسیله دود، امروزه کاملاً منسوخ شده است.

(۴) گاه ناقص رسیدن پیام از نرسیدن آن خطرناک‌تر است.

* هفت کارت «خرداد، تیر، مرداد، مهر، آبان، آذر، دی» هر کدام با یکی از رنگ‌های رنگین کمان «بنفش، آبی، نیلی، سبز، زرد، نارنجی، قرمز» در یک ردیف روی میز چیده شده است، ولی ما روی کارت‌ها را نمی‌بینیم. در این باره می‌دانیم کارت سبز دقیقاً بین کارت‌های نیلی و زرد است و کارت مهر دقیقاً کارت میانی است. همچنین کارت دی، بنفش است و کارت مرداد نارنجی نیست. بر این اساس به چهار سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۷۸- اگر کارت سبز ششمین کارت باشد ...

- (۱) مهر قطعاً نارنجی است. (۲) آبان قطعاً قرمز است. (۳) مهر قطعاً نیلی نیست. (۴) آبان قطعاً قرمز نیست.

۲۷۹- اگر کارت‌های «آبان، آذر، دی» به همین ترتیب کنار هم و کارت مهر قرمز باشد، کارت‌های آبان و آذر ...

(۱) ممکن است نیلی، سبز یا زرد باشند.

(۲) قطعاً نارنجی و آبی هستند.

(۳) ممکن است آبی، زرد یا سبز باشند.

(۴) قطعاً نارنجی و زرد هستند.

۲۸۰- اگر کارت‌های بنفش، آبی و قرمز هیچ‌کدام بی‌فاصله کنار هم نباشند، می‌توان گفت ...

- (۱) مهر قطعاً آبی است. (۲) مهر قطعاً نیلی یا زرد است. (۳) مرداد قطعاً آبی است. (۴) مرداد قطعاً نیلی یا زرد است.

۲۸۱- اگر بدانیم دو کارت ابتدایی و انتهایی، کارت‌های دی و مرداد است و کارت «قرمز» آذر به کارت دی چسبیده است و کارت آبی آبان به کارت آذر، می‌توان گفت قطعاً ...

- (۱) مهر نارنجی است. (۲) تیر زرد است. (۳) مهر نارنجی نیست. (۴) تیر زرد نیست.

۲۸۲- کاری را که سه کارگر با روزی پنج ساعت کار در هشت روز انجام می‌دهند، دو سرکارگر در چهار روز سه ساعته کاری تمام می‌کنند. یک کارگر و یک سرکارگر برای انجام کار با هم، به چند روز چهارساعته کاری احتیاج دارند؟ کارگرها با هم یکسانند و سرکارگرها هم با هم.

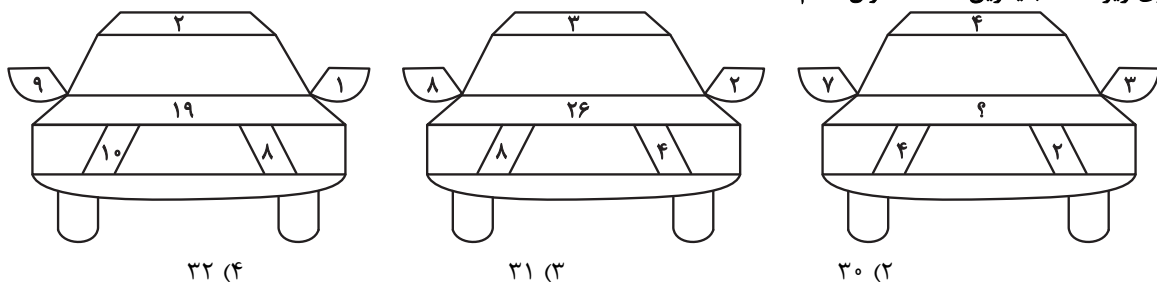
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۸۳- بین n شخص در یک اتاق، مطمئنیم روزی در هفته هست که روز تولد حداقل سه نفر از آنان باشد، هر چند نمی‌دانیم آن روز، کدام روز هفته است. همچنین بین m شخص در اتاقی دیگر، فصلی در سال هست که می‌دانیم فصل تولد حداقل چهار نفر از آن‌هاست. هر چند نمی‌دانیم آن فصل

بهار است یا تابستان، یا پاییز یا زمستان. حاصل $m - n$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

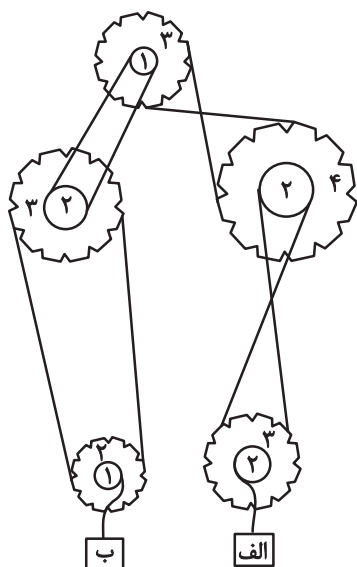
۲۸۴- در الگوی زیر، عدد جایگزین علامت سؤال کدام است؟



۲۸۵- اگر جعبه «الف» در سازوکار زیر با سرعت ۷۲ سانتی‌متر بر ثانیه به سمت بالا شروع به حرکت کند،

جعبه «ب» با چه سرعتی بر حسب سانتی‌متر بر ثانیه به کدام جهت حرکت را آغاز می‌کند؟ قطره‌های

نسبی چرخ‌دنده‌ها نوشته شده است.



(۱) ۵۴- بالا

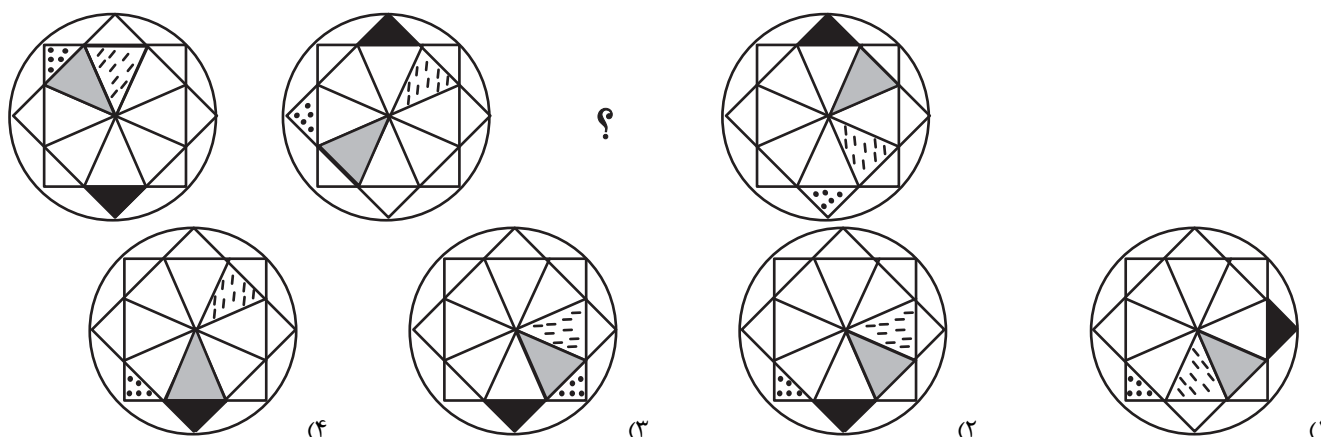
(۲) ۹۶- بالا

(۳) ۹۶- پایین

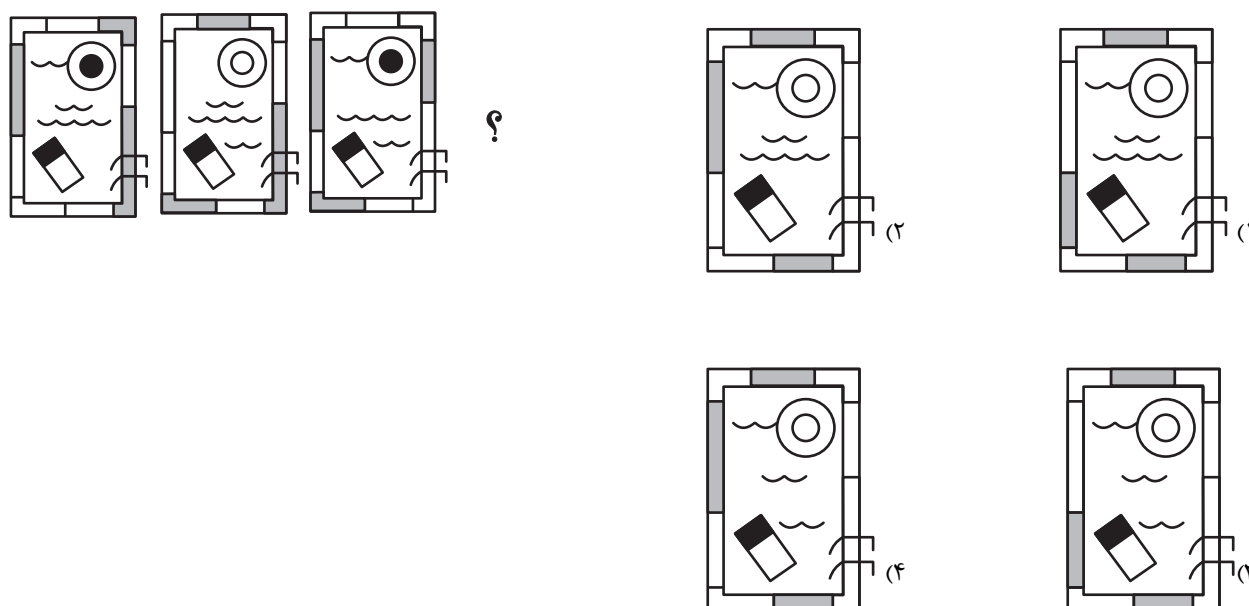
(۴) ۵۴- پایین

* در دو پرسش بعدی، شکل جایگزین علامت سؤال را در الگوی ارائه‌شده تعیین کنید.

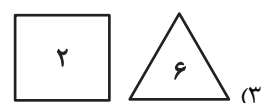
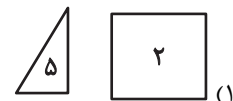
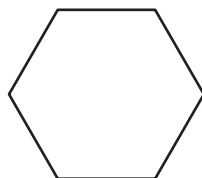
۲۸۶-



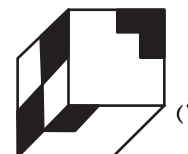
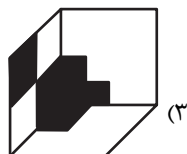
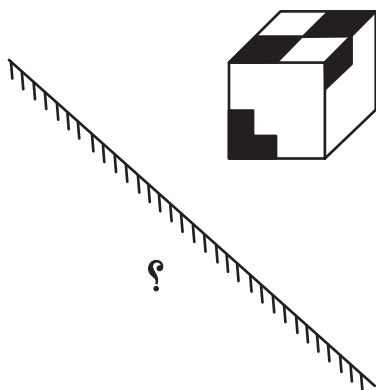
۲۸۷-



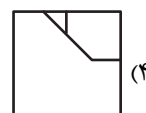
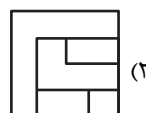
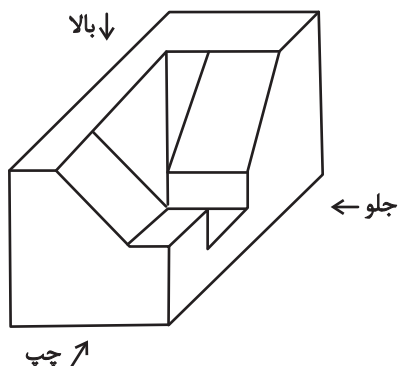
۲۸۸- با کنار هم قرار دادن همه قطعه‌های کدام گزینه می‌توان شکل زیر را ساخت؟ تعداد قطعه‌ها روی آن‌ها نوشته شده است.



۲۸۹- قرینه تصویر زیر نسبت به آینه تخت رسم شده، کدام گزینه خواهد بود؟



۲۹۰- کدام گزینه نمایی از حجم زیر نیست؟





آزمون ۲۴ اسفند ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-بهمن امیدی-دانیال آرکیش-داود بوالحسنی-شاهین پروازی-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-احمد رضا ذاکر زاده محمد زنگنه-علی سلامت-کیان کریمی خراسانی-محمد گودرزی-مهسان گودرزی-رضا ماجدی-حامد معنوی-نیما مهندس علیرضا نداف زاده-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی ایمانی جواد ترکمن-سید محمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-هومن عقیلی-شبنم غلامی-احمد رضا فلاح-مهر داد ملوندی-نیلوفر مهدوی نیما مهندس
فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-عبدالرضا امینی نسب-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-مصطفی کیانی محمد کاظم منشادی-امیر احمد میرسعید-افشین مینو-حسام نادری-مجتبی نکوتیان
شیمی	امیر علی بیات-محمد رضا پور جاوید-سعید تیزرو-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیر حسین حسن نژاد-پیمان خواجوی مجد حمید ذیحی-یاسر راش-روزیه رضوانی-رضا سلیمانی-رسول عابدینی زواره-میلاد عزیزی-آرمین عظیمی-محمد عظیمیان زواره محمد فائز نیا-علی کریمی-امیر محمد کنگرانی-محسن مجنونئی-امین نوروزی-اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کیان کریمی خراسانی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب مهر داد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهر داد ملوندی	بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	حسین شاهسواری محمد حسن محمدزاده مقدم یاسر راش آرش ظریف
بازبینی نهایی رتبه های برتر	محمد پارسا سبزه‌ای	محمد پارسا سبزه‌ای	محمد پارسا سبزه‌ای	سینا صالحی اوستا عباسی	ماهان فرهمندفر
مسئول درس	مهر داد ملوندی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	حسام نادری	امیر علی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت کار - علیرضا عباسی زاهد - محمد رضا مهدوی				
				مهدی صالحی سجاد بهارلویی پرهام مهر آرا	محمد صدرا وطنی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهر داد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



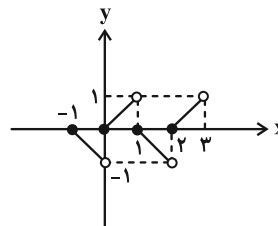
حسابان ۲

گزینه ۲ - ۱

(سینا فیروزخواه)

نمودار تابع را با بازه بندی رسم می کنیم:

$$\begin{cases} -1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = -(x - [x]) = [x] - x \\ 0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = x - [x] \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = -(x - [x]) = [x] - x \\ 2 \leq x < 3 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow y = x - [x] \end{cases}$$

طبق نمودار رسم شده، تابع $f(x)$ نه $\max$ مطلق دارد و نه $\min$ مطلق.توجه: تابع f یک تابع متناوب با دوره تناوب $T = 2$ است.

(حسابان ۲ - صفحه های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

گزینه ۳ - ۲

(دانیال آرکیش)

کافی است مشتق تابع مذکور را گرفته و تعیین علامت کنیم:

$$\begin{aligned} y &= (x-1)^2(x+2) \Rightarrow y' = 2(x-1)(x+2) + (x-1)^2 \\ \Rightarrow y' &= (x-1)(2x+4+x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases} \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-1		+1	$+\infty$
y'	+	○	-	○	+
y	↗		↘		↗

صعودی نزولی صعودی

در بین گزینه ها، تابع فوق تنها در بازه $(-\infty, -1)$ صعودی است.

(حسابان ۲ - صفحه های ۱۲۰ تا ۱۲۳)

گزینه ۴ - ۳

(پویانیش نیکنام)

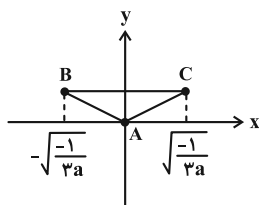
تابع f را به صورت دو ضابطه ای می نویسیم:

$$f(x) = |x| (ax^2 + 1) = \begin{cases} ax^3 + x & , x \geq 0 \\ -ax^3 - x & , x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 3ax^2 + 1 & , x > 0 \\ -3ax^2 - 1 & , x < 0 \end{cases}$$

 $x=0$ نقطه بحرانی تابع f است چون $f'_+(0) \neq f'_-(0)$. همچنین نقاطبحرانی ای که مشتق تابع f به ازای آن ها صفر است را می یابیم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{1}{3a}} \Rightarrow f\left(\pm \sqrt{-\frac{1}{3a}}\right) = \frac{2}{3} \sqrt{-\frac{1}{3a}}$$

با توجه به نمودار تابع f ، مساحت مثلث ABC به صورت زیر می شود:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} \sqrt{-\frac{1}{3a}}\right) \times \left(2 \sqrt{-\frac{1}{3a}}\right) = \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{3a}\right)$$

$$\xrightarrow{S_{ABC} = \frac{1}{18} \text{ طبق فرض}} \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{3a}\right) = \frac{1}{18} \Rightarrow a = -4$$

(حسابان ۲ - صفحه های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

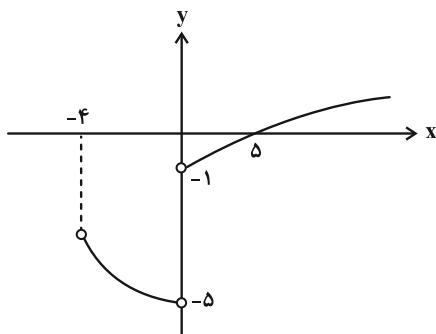
گزینه ۲ - ۴

(پویانیش نیکنام)

تابع f را به صورت یک تابع سه ضابطه ای می نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x| \sqrt{x+4} - 3x}{x} & , x \in [-4, +\infty) - \{0\} \\ a & , x = 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -\sqrt{x+4} - 3 & , -4 \leq x < 0 \\ \sqrt{x+4} - 3 & , x > 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$$

با توجه به نمودار تابع f ، اگر $-4, -3, -2, -1, a$ باشد، $x=0$

اکسترمم نسبی نخواهد بود.

$$a \text{ مقادیر } = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$$

(حسابان ۲ - صفحه های ۱۱۲ تا ۱۱۶)



$$\Rightarrow S_{\max} = (x+y) \cdot \frac{L}{4} = (50) \left(\frac{25}{4} \right) = 312.5$$

$$x+y=2L=50 \Rightarrow \begin{cases} x+y=50 \\ L=25 \end{cases} \quad \text{توجه:}$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

(شاهین پروازی)

۷- گزینه «۱»

$$f'(x) = \frac{-(2x+4)(a-10)}{(x^2+4x+a)^2} = \frac{(10-a)(2x+4)}{(x^2+4x+a)^2}$$

$x = -2$ ریشه تابع f' است پس همین نقطه باید min نسبی تابع باشد و برای این که این نقطه min نسبی باشد، باید جدول تغییرات f به صورت زیر باشد:

x	-2
f'	- +
	↘ ↗

پس $10-a > 0$ و در نتیجه $a < 10$.

با توجه به این که صورت کسر $f(x)$ ، منفی است اگر مخرج کسر تابع f ، ریشه ساده یا مضاعف داشته باشد، در حداقل یکی از طرفین ریشه‌ها، مخرج کسر برابر $(-\infty)$ می‌شود که در این صورت min مطلق ندارد، در نتیجه مخرج کسر ریشه ندارد و داریم:

$$\Delta < 0 \Rightarrow 16-4a < 0 \Rightarrow a > 4$$

پس $4 < a < 10$ است. اما دقت کنید اگر $a = 10$ باشد، آن گاه تابع $f(x)$ به تابع ثابت $f(x) = 0$ تبدیل خواهد شد که همه نقاط آن هم min نسبی و هم min مطلق هستند، پس $4 < a \leq 10$ و در نتیجه حداکثر و حداقل مقدار صحیح a به ترتیب ۱۰ و ۵ خواهد بود.

$$a_{\max} + a_{\min} = 10 + 5 = 15$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۳)

(شاهین پروازی)

۸- گزینه «۲»

کافی است k برابر max تابع $f(x) = \frac{4}{x-1} - \frac{1}{x}$ در بازه $(0, 1)$ باشد،

$$f'(x) = \frac{-4}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2} \xrightarrow{f'(x)=0} \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{|x|} = \frac{2}{|x-1|} \xrightarrow{x \in (0, 1)} \frac{1}{x} = \frac{2}{1-x} \Rightarrow 2x = 1-x \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

(مهم کرداری)

۵- گزینه «۳»

با توجه به این که $D_f = [0, +\infty)$ و f روی $(0, +\infty)$ مشتق پذیر است، می‌نویسیم:

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x+a) - 1(\sqrt{x})}{(x+a)^2} = 0$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{a-x}{2\sqrt{x}(x+a)^2} = 0 \Rightarrow x = a$$

x	0	a	$+\infty$
f'(x)	↘	0	↘

بنابراین تابع f روی $[a, +\infty)$ اکیداً نزولی است. بنابراین باید:

$$a \leq 3a-5 \Rightarrow 2a \geq 5 \Rightarrow a \geq \frac{5}{2}$$

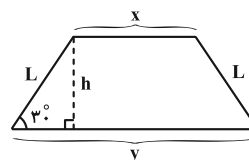
در نتیجه کمترین مقدار طبیعی ممکن برای a برابر ۳ است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۳)

(غلامرضا نیازی)

۶- گزینه «۳»

راه حل اول: طول قاعده‌ها را x و y و طول ساق دوزنقه را L می‌گیریم. با توجه به فرض و شکل زیر داریم:



$$P = x + y + 2L = 100 \Rightarrow x + y = 100 - 2L$$

$$h = L \sin 30^\circ = \frac{L}{2}$$

$$S = \left(\frac{x+y}{2} \right) \cdot h = \left(\frac{100-2L}{2} \right) \cdot \frac{L}{2} = 25L - \frac{L^2}{2}$$

$$S' = 25 - L = 0 \Rightarrow L = 25$$

$$\Rightarrow S_{\max} = 25(25) - \frac{(25)^2}{2} = \frac{625}{2} = 312.5$$

راه حل دوم:

نکته: اگر مجموع دو یا چند متغیر مثبت، عددی ثابت باشد، حاصل ضرب آن‌ها وقتی max است که با هم برابر باشند. پس:

$$(x+y) + (2L) = 100 \quad (\text{ثابت})$$



حسابان ۲- پیشروی سریع

(اعتماد رضا ذاکر زاده)

گزینه «۴» - ۱۱

مشتق دوم تابع را به دست می آوریم:

$$y = \sin^2 x + 2 \sin x$$

$$\Rightarrow y' = 2 \sin x \cos x + 2 \cos x = \sin 2x + 2 \cos x$$

$$\Rightarrow y'' = 2 \cos 2x - 2 \sin x = 2(1 - 2 \sin^2 x) - 2 \sin x$$

ریشه های مشتق دوم تابع عبارتند از:

$$y'' = -2(\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0 \Rightarrow \sin x = -1 \text{ یا } \sin x = \frac{1}{2}$$

در بازه $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ، فقط $\sin x = \frac{1}{2}$ قابل قبول است و $x = \frac{\pi}{6}$ طول تنهانقطه عطف تابع در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ است. شیب خط مماس بر نمودار تابع در

این نقطه برابر می شود با:

$$y' = \sin 2x + 2 \cos x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{6} \text{ شیب خط مماس در } x = \frac{\pi}{6}}$$

$$m = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

(حسابان ۲- صفحه های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

(موسان کوررزی)

گزینه «۲» - ۱۲

راه حل اول: ضابطه تابع هموگرافیک $y = f(x)$ را به دست می آوریم:

$$\frac{1}{y-3} = 1 - \frac{1}{x-2} \Rightarrow \frac{1}{y-3} = \frac{x-2-1}{x-2} \Rightarrow \frac{1}{y-3} = \frac{x-3}{x-2}$$

$$\Rightarrow y-3 = \frac{x-2}{x-3} \Rightarrow y = \frac{x-2}{x-3} + 3$$

مجاانب های قائم و افقی تابع f به صورت زیر می شود:

$$x-3=0 \Rightarrow x=3 \quad (\text{مجاانب قائم})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x-3} + 3 \right) = 1 + 3 = 4 \Rightarrow y = 4 \quad (\text{مجاانب افقی})$$

نقطه $(3, 4)$ برخورد مجاانب ها است.

راه حل دوم:

$$\begin{cases} \text{مجاانب افقی } (x \rightarrow \pm\infty): 0 + \frac{1}{y-3} = 1 \Rightarrow y = 4 \\ \text{مجاانب قائم } (y \rightarrow \pm\infty): \frac{1}{x-3} + 0 = 1 \Rightarrow x = 3 \end{cases} \Rightarrow (3, 4)$$

(حسابان ۲- صفحه های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

در نتیجه ماکزیمم مطلق تابع f در بازه $(0, 1)$ برابر است با:

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{\frac{1}{3}-1} - \frac{1}{\frac{1}{3}} = -9 \Rightarrow k = -9$$

توجه: خطوط $x=0$ و $x=1$ مجاانب های قائم تابع f هستند که دربازه $(0, 1)$ ، مقادیر تابع f در مجاورت این مجاانب ها به سمت $(-\infty)$ میلمی کند و تابع f مینیمم مطلق ندارد.

(حسابان ۲- صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

گزینه «۳» - ۹

(کاظم ایلالی)

ابتدا توجه کنید که $D_f = (-\infty, 3]$ و داریم:

$$f'(x) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}} = \frac{2\sqrt{3-x}-3}{6\sqrt{3-x}}$$

$$f'(x) \leq 0 \Rightarrow 2\sqrt{3-x} \leq 3 \Rightarrow 3-x \leq \frac{9}{4} \Rightarrow x \geq \frac{3}{4}$$

بنابراین تابع f روی بازه $[\frac{3}{4}, 3]$ نزولی است و بیشترین مقدار $b-a$

$$3 - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$$

برابر می شود با:

(حسابان ۲- صفحه های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

گزینه «۱» - ۱۰

(کیان کریمی فراسانی)

چون تابع f فاقد نقطه بحرانی است، نتیجه می گیریم که $f'(a)$ موجوداست. پس تابع f باید پیوسته باشد که با بررسیمقادیر $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ ، $f(a)$ نتیجه می گیریم که تابع f در $x=a$ پیوسته می باشد. لذا باید مشتق چپ و راست f در این نقطه

$$f'_-(a) = f'_+(a) \Rightarrow 2a^2 = 12 \Rightarrow a = \pm 2$$

برابر باشد:

به ازای $a=2$ ، تابع f در $x=0$ نقطه بحرانی خواهد داشتچون $f'(0) = 0$ ، ولی به ازای $a=-2$ این اتفاق نمی افتد.

(حسابان ۲- صفحه ۱۱۷)



۱۳- گزینه «۳»

(رضا ماجری)

برای این که یک تابع درجه سوم، سه ریشه متمایز داشته باشد، اولاً باید دارای ماکزیمم و مینیمم نسبی باشد و ثانیاً حاصل ضرب مقادیر ماکزیمم و مینیمم نسبی آن منفی باشد.

مقادیر اکسترمم نسبی تابع را به دست می آوریم:

$$f(x) = 9x^3 - 3ax + 2a \Rightarrow f'(x) = 27x^2 - 3a = 0$$

$$\xrightarrow{a > 0} \begin{cases} x = \frac{\sqrt{a}}{3} \\ x = -\frac{\sqrt{a}}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{min نسبی: } x = \frac{\sqrt{a}}{3} \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{a}}{3}\right) = \frac{-2a\sqrt{a}}{3} + 2a \\ \text{max نسبی: } x = -\frac{\sqrt{a}}{3} \Rightarrow f\left(-\frac{\sqrt{a}}{3}\right) = \frac{2a\sqrt{a}}{3} + 2a \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2a - \frac{2a\sqrt{a}}{3})(2a + \frac{2a\sqrt{a}}{3}) = 4a^2 - \frac{4a^3}{9} < 0$$

$$\Rightarrow 4a^2(1 - \frac{a}{9}) < 0 \xrightarrow{4a^2 > 0} 1 - \frac{a}{9} < 0 \Rightarrow a > 9$$

در نتیجه a ، ۹ مقدار طبیعی ۹، ...، ۲، ۱ را نمی تواند قبول کند.

(مسابقان ۲- صفحه های ۱۳۷ تا ۱۴۰)

۱۴- گزینه «۳»

(دانیال آرکشین)

ضابطه تابع f را به صورت $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ در نظر می گیریم. با توجه به نمودار $f(0) = 1$ ، پس $e = 1$. همچنین $x = 0$ طول نقطه عطف افقی است. پس $f'(0) = 0$ و $f''(0) = 0$ داریم:

$$\begin{cases} f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d \xrightarrow{f'(0)=0} d = 0 \\ f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c \xrightarrow{f''(0)=0} c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = ax^4 + bx^3 + 1$$

نقطه $(0, -1)$ روی نمودار قرار دارد. پس:

$$f(-1) = 0 \Rightarrow a - b + 1 = 0 \Rightarrow a - b = -1 \quad (1)$$

از طرفی در $x = 1$ مشتق تابع برابر صفر است:

$$f'(1) = 4a(1)^3 + 3b(1)^2 = 0 \Rightarrow 4a + 3b = 0 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \begin{cases} a - b = -1 \\ 4a + 3b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a - 2b = -2 \\ 4a + 3b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{2}{7}, b = \frac{4}{7}$$

$$f(x) = -\frac{2}{7}x^4 + \frac{4}{7}x^3 + 1 \Rightarrow m = f(1) = \frac{1}{7}$$
 در نتیجه:

(مسابقان ۲- صفحه های ۱۳۷ تا ۱۴۰)

۱۵- گزینه «۲»

(نیمیا مهندس)

خطی که از اکسترمم های نسبی یک تابع درجه ۳ می گذرد، یا به عبارتی $\max$ و $\min$ نسبی این تابع را به هم وصل می کند، حتماً از نقطه عطف تابع نیز عبور می کند. پس ابتدا مختصات نقطه عطف $f(x)$ را به دست می آوریم:

$$f'(x) = 6x^2 - a \Rightarrow f''(x) = 12x$$

$$\xrightarrow{f''(x)=0} \text{مختصات نقطه عطف: } I = (0, b)$$

$$\xrightarrow{I \in \mathcal{L}: y + 4x = 5} b + 4 \times (0) = 5 \Rightarrow b = 5$$

چون $f(x)$ همواره مشتق پذیر است، از حل معادله $f'(x) = 0$ ، طول نقاط اکسترمم نسبی تابع به دست می آید. پس داریم:

$$6x^2 - a = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{a}{6}}$$

$$y + 4x = 5 \xrightarrow{x = \sqrt{\frac{a}{6}}} y + 4\sqrt{\frac{a}{6}} = 5 \Rightarrow y = -4\sqrt{\frac{a}{6}} + 5$$

$$\left(\sqrt{\frac{a}{6}}, -4\sqrt{\frac{a}{6}} + 5\right) \in f \rightarrow -4\sqrt{\frac{a}{6}} + 5 = 2\frac{a}{6}\sqrt{\frac{a}{6}} - a\sqrt{\frac{a}{6}} + 5$$

$$\xrightarrow{\sqrt{\frac{a}{6}} \neq 0} -4 = \frac{a}{3} - a = -\frac{2a}{3} \Rightarrow a = 6$$

در نتیجه $a - b = 6 - 5 = 1$.

(مسابقان ۲- صفحه های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

۱۶- گزینه «۲»

(مهمرب زککنه)

مشتق دوم تابع f را به دست می آوریم:

$$f(x) = 9x^2\sqrt{x^2} - 20x^2 \Rightarrow f(x) = 9x^3 - 20x^2$$

$$\Rightarrow f'(x) = 9 \times \frac{1}{3}x^2 - 40x \Rightarrow f''(x) = 9 \times \frac{2}{9}x - 40 = 2x - 40$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{4(2\sqrt[3]{x^2}) - \frac{3 \times 2}{2\sqrt[3]{x}}(4x+m)}{9\sqrt[3]{x^4}} = \frac{4x-2m}{9x\sqrt[3]{x^2}}$$

در نقاط به طول $x=0$ و $x=\frac{m}{4}$ ، تابع f'' تغییر علامت می‌دهد و در هر کدام از آن‌ها، خط مماس یکتا بر تابع f وجود دارد، پس هر دوی آن‌ها نقاط عطف تابع f هستند و طبق فرض داریم:

$$0 + \frac{m}{4} = 6 \Rightarrow m = 12$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

(پویش نیکنام)

گزینه «۱» ۱۹-

با توجه به این‌که نمودار تابع f بر محور x مماس است، پس معادله $f(x) = 0$ دارای ریشه مضاعف است. از طرفی مقادیر تابع f در همسایگی مجانب قائم $x=1$ به سمت $(+\infty)$ میل می‌کند پس در مخرج کسر عامل $(x-1)^2$ وجود دارد. با توجه به ضابطه تابع f داریم:

$$f(x) = \frac{(x+\frac{a}{2})^2}{(x-1)^2(x+a)} \quad f(0) = \frac{3}{2} \rightarrow f(0) = \frac{\frac{a^2}{4}}{a} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 6$$

$$f(x) = \frac{(x+3)^2}{(x-1)^2(x+6)} = \frac{(x+3)^2}{x^3+4x^2-11x+6}$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow \begin{cases} c=4 \\ d=-11 \end{cases} \Rightarrow f(d+2c) = f(-3) = 0$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۴)

(کیان کریمی‌فراسانی)

گزینه «۴» ۲۰-

تابع را به صورت دو ضابطه‌ای می‌نویسیم، با فرض $a \neq 4$ داریم:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - (3a+12)x + 36 & , x \geq 3 \\ -ax^2 + (3a+12)x - 36 & , x < 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2ax - 3a - 12 & , x > 3 \\ -2ax + 3a + 12 & , x < 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \begin{cases} 2a & , x > 3 \\ -2a & , x < 3 \end{cases}$$

با توجه به f'' ، تابع در هیچ کدام از دو بازه $(-\infty, 3)$ و $(3, +\infty)$ تغییر تقعر نمی‌دهد. ولی اگر $a = 4$ باشد، آن‌گاه تابع f در $x=3$ هم مشتق‌پذیر می‌شود و هم در این نقطه تغییر تقعر می‌دهد، یعنی نقطه عطف است.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

ریشه‌های مشتق دوم تابع f عبارتند از:

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 4 \cdot (x^{\frac{2}{3}} - 1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

تقعر تابع f در نقاط به طول $x = \pm 1$ عوض شده و در این نقاط، خط مماس بر نمودار تابع f رسم می‌شود، پس نقاط عطف تابع هستند:

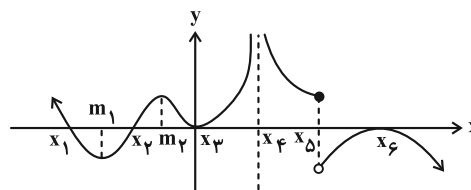
$$\begin{cases} A(1, -11) \\ B(-1, -11) \end{cases} \Rightarrow m_{AB} = \frac{-11+11}{1+1} = 0$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

(داود پورالمسنی)

گزینه «۱» ۱۷-

نقاط به طول $x_1, x_2, \dots, x_m$ نقاط بحرانی تابع f هستند.



جدول تعیین علامت f' برای این نقاط به صورت زیر می‌شود:

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
f'	+	-	+	+	+	-
	↗	↘	↗	↗	↗	↘

نقاط به طول x_1 و x_5 ماکزیمم نسبی و نقطه به طول x_3 مینیمم نسبی است.

از طرفی در نقاط $m_1, m_2, m_3, x_3, x_4, x_6$ مقدار f'' تغییر علامت می‌دهد و

در همه آن‌ها مماس وجود دارد، پس این ۴ نقطه، عطف هستند.

در نقطه x_2 نیز f' وجود ندارد ولی f'' تغییر علامت می‌دهد و در این نقطه،

مماس قائم دارد، پس x_2 هم عطف (قائم) است.

پس تابع f ، ۲ نقطه ماکزیمم نسبی، ۱ نقطه مینیمم نسبی و ۵ نقطه عطف دارد.

توجه: در نقطه به طول x_5 ، با وجود این‌که f'' تغییر علامت می‌دهد ولی

چون تابع f در این نقطه، مشتق‌ناپذیر است، لذا مماس واحد نداریم و x_5

نمی‌تواند نقطه عطف باشد.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

(پویش نیکنام)

گزینه «۴» ۱۸-

مشتق دوم تابع را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = (x+m)\sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{x} + \frac{x+m}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{4x+m}{3\sqrt[3]{x^2}}$$



ریاضی پایه

۲۱- گزینه «۳»

(شمار معنوی)

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

توجه کنید که:

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{25}{169} \xrightarrow{\text{ربع اول}} \cos \alpha = \frac{5}{13} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{12}{13}$$

مطابق شکل داریم:

$$\begin{cases} A\left(\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right) \\ B(-1, 0) \end{cases} \Rightarrow m_{AB} = \frac{\frac{12}{13} - 0}{\frac{5}{13} + 1} = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{18}{13}} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

معادله خط گذرا از نقاط A و B به صورت زیر می‌شود:

$$y - 0 = \frac{2}{3}(x + 1) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

مختصات نقطه M را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \xrightarrow{x=0} M\left(0, \frac{2}{3}\right)$$

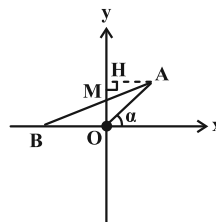
برای به دست آورد مساحت مثلث OAM می‌توان از دو روش زیر استفاده کرد:

$$S_{OAM} = \frac{1}{2} \times OM \times OA \times \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}_{\cos \alpha} \quad \text{روش اول:}$$

$$\Rightarrow S_{OAM} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 1 \times \frac{5}{13} = \frac{5}{39}$$

روش دوم: ارتفاع AH در مثلث OAM برابر با $\cos \alpha$ است. پس:

$$S_{OAM} = \frac{1}{2} \times OM \times \underbrace{AH}_{\cos \alpha} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{13} = \frac{5}{39}$$



(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۳)

۲۲- گزینه «۲»

(بهمن امیری)

طبق فرض سؤال داریم:

$$2 \sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow 2(1 - \cos^2 \alpha) - 3 \cos^2 \alpha = 1$$

$$2 - 5 \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \alpha \text{ حاده است، پس:}$$

در مثلث قائم‌الزاویه AHC داریم:

$$\sin \alpha = \frac{x}{x+1} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow 2x + 2 = \sqrt{5}x$$

$$\Rightarrow \sqrt{5}x - 2x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{5} - 2} \times \frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} + 2} = 2\sqrt{5} + 4$$

$$\cos \alpha = \frac{AH}{x+1} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{AH}{2\sqrt{5} + 5} \quad \text{از طرفی:}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{5} + 5}{\sqrt{5}} = 2 + \sqrt{5}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵، ۴۲ و ۴۳)

۲۳- گزینه «۲»

(جعانبخش نیکنام)

با توجه به فرض، رابطه سینوسی را برای مساحت مثلث ABC می‌نویسیم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times (4 + \sin x) \times \left(\frac{1}{1 + \cos x}\right) \times \sin 30^\circ = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{4 + \sin x}{1 + \cos x} = 3 \Rightarrow 4 + \sin x = 3 + 3 \cos x$$

$$\Rightarrow \sin x = 3 \cos x - 1 \xrightarrow{\text{توان}} \sin^2 x = 9 \cos^2 x - 6 \cos x + 1$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 x = 9 \cos^2 x - 6 \cos x + 1$$

$$\Rightarrow 10 \cos^2 x - 6 \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & \text{غ ق} \\ \cos x = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin x = \frac{4}{5} \end{cases}$$



$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \beta - \sin \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{5x}{\sqrt{34x}} - \frac{3x}{\sqrt{34x}} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{34}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(علیرضا نراف‌زاده)

۲۶- گزینه «۳»

$$f(x) = \frac{\sin x}{x} \text{ با توجه به کار در کلاس صفحه ۱۲۰ کتاب درسی، تابع}$$

حول $x = 0$ با مقادیر کمتر به عدد ۱ نزدیک می‌شود، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{x}{\sin x} \right] = [1^+] = 1$$

از طرفی در یک همسایگی راست $x = 0$ ، عبارت $\sin x - x$ کمتر از صفر

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [\sin x - x] = [0^-] = -1 \quad \text{است، پس:}$$

پس حاصل عبارت مورد نظر برابر می‌شود با $1 - (-1) = 2$.

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۹)

(غلامرضا نیازی)

۲۷- گزینه «۴»

ابتدا حد چپ تابع f در $x = 1$ را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} ([x^2] - x^2) = [1^-] - 1 = 0 - 1 = -1$$

حد راست تابع f در $x = 1$ برابر می‌شود با:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - \sqrt{x+3}}{x - \sqrt{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - \sqrt{x+3}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \times \frac{2x + \sqrt{x+3}}{2x + \sqrt{x+3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x^2 - x - 3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(2x + \sqrt{x+3})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(4x+3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(2x + \sqrt{x+3})}$$

در نتیجه مساحت مثلث $A'B'C'$ برابر می‌شود با:

$$S_{A'B'C'} = \frac{1}{2} (\sin x \cos x) \sin x = \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \frac{3}{5} = \frac{24}{125}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵، ۳۵ و ۳۳)

(علی سلامت)

۲۴- گزینه «۱»

ابتدا عبارت داده شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\tan 54^\circ - \cot 17^\circ}{2 \tan 35^\circ - \cot 97^\circ} = \frac{\tan(54^\circ + 7^\circ) - \cot(18^\circ - 7^\circ)}{2 \tan(36^\circ - 7^\circ) - \cot(9^\circ + 7^\circ)}$$

$$= \frac{\tan 7^\circ + \cot 7^\circ}{-2 \tan 7^\circ + \tan 7^\circ} = \frac{\tan 7^\circ + \cot 7^\circ}{-\tan 7^\circ}$$

$$= -(1 + \cot^2 7^\circ) = -x \Rightarrow 1 + \cot^2 7^\circ = -x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 7^\circ} = -x \Rightarrow \sin^2 7^\circ = -\frac{1}{x}$$

از طرفی با توجه به رابطه $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ داریم:

$$\cos^2 4^\circ = 1 - \sin^2 7^\circ = 1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۲)

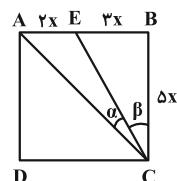
(افشین فاضله‌فان)

۲۵- گزینه «۲»

با توجه به فرض، $AE = 2x$ ، $EB = 3x$ و $AB = BC = \Delta x$ است و

$$EC = \sqrt{2\Delta x^2 + 9x^2} = \sqrt{34}x$$

همچنین:



مطابق شکل $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ و داریم:

$$\sin \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) = \sin \frac{\pi}{4} \cos \beta - \cos \frac{\pi}{4} \sin \beta$$



$$b = \lim_{x \rightarrow 1^+} [f(f(x))] = \lim_{t \rightarrow 1^-} [f(t)] = [3^-] = 2$$

توجه: وقتی $x \rightarrow 1^+$ ، آن گاه تابع f با مقادیر کمتر به عدد ۱ نزدیک می‌شود؛ همچنین وقتی $x \rightarrow 1^-$ ، آن گاه تابع f با مقادیر کمتر به عدد ۳ نزدیک می‌شود.

$$h(x) = (x^2 - 6x + 8)[x] \quad \text{در نتیجه:}$$

عبارت x در بازه $(1, 5)$ به ازای ۲، ۳، ۴، مقادیر صحیح می‌شود ولی ۲، ۴، ریشه‌های عبارت پشت $[x]$ هستند، پس تابع $h(x)$ فقط در $x = 3$ ناپیوسته می‌باشد.

(مسایان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(راور پوالمسنى)

۳۰- گزینه «۱»

با توجه به این‌که تابع f در R پیوسته است، پس $x = a$ باید تنها ریشه $x^3 - 4x + c = 0$ باشد؛ از طرفی ریشه صورت نیز می‌باشد (یعنی $x^2 - x - 2 = 0$)، پس ریشه مشترک صورت و مخرج است:

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -1$$

$$\begin{cases} \text{حالت اول: } a = 2 \Rightarrow 2^3 - 4(2) + c = 0 \Rightarrow c = 0 \\ \text{حالت دوم: } a = -1 \Rightarrow (-1)^3 - 4(-1) + c = 0 \Rightarrow c = -3 \end{cases}$$

مقادیر b در هر یک از حالت‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{\underbrace{x^3 - 4x}_{x(x-2)(x+2)}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x(x+2)} = \frac{3}{8} = b_1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-2)(x+1)}{\underbrace{x^3 - 4x - 3}_{(x+1)(x^2 - x - 3)}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-2}{x^2 - x - 3} = \frac{-3}{-1} = 3 = b_2$$

در نتیجه نسبت مقادیر ممکن برای b برابر با یکی از مقادیر ۸ یا $\frac{1}{8}$ است.

(مسایان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x}+1)(4x+3)}{\sqrt{x}(2x+\sqrt{x}+3)} = \frac{2(2)}{4} = \frac{2}{2} = 1$$

در نتیجه اختلاف حد چپ و راست برابر است با:

$$1 - (-1) = 2$$

(مسایان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۲۸- گزینه «۱» (بهمین امیری)

حاصل حد را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x}}{2\sqrt{2} \cos^2 x - 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos x}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x}}{2\sqrt{2} \cos x (\cos x - \sin x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{2\sqrt{2} (\sin x \cdot \cos x)(\cos x - \sin x)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)}{\sqrt{2} (\sin^2 x \cdot \cos x)(\cos x - \sin x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(\sin x + \cos x)}{\sqrt{2} (\sin^2 x \cdot \cos x)} = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1)(\frac{\sqrt{2}}{2})} = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

(مسایان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۴)

۲۹- گزینه «۲» (سینا فیرخواه)

با توجه به فرض و شکل صورت سوال، مقادیر a و b را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} a &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2[x] - 8}{x[x] - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2 - 8}{2x - 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x+2)(x-2)}{2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x+2) = 4 \end{aligned}$$



هندسه ۳

۳۱- گزینه «۱»

(اسحاق اسفندیار)

در ناحیه ششم داریم $x < 0$ ، $y > 0$ و $z < 0$ ، پس:

$$\begin{cases} 2m - 5 < 0 \\ 3 > 0 \\ -2 < 0 \end{cases} \Rightarrow m < \frac{5}{2} \quad (1)$$

در ناحیه سوم نیز $x < 0$ ، $y < 0$ و $z > 0$ ، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} -1 < 0 \\ 3 - 7m < 0 \\ 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow m > \frac{3}{7} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که $\frac{3}{7} < m < \frac{5}{2}$ و تنها مقادیر صحیح ۱ و ۲ را قبول می‌کند که میانگین آن‌ها برابر $\frac{3}{2}$ است.

۲ را قبول می‌کند که میانگین آن‌ها برابر $\frac{3}{2}$ است.

(هنرسه ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۵)

۳۲- گزینه «۴»

(هومن عقیلی)

$$\begin{cases} \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \\ \overline{MP} + \overline{PN} = \overline{MN} \end{cases}$$

داریم:

$$\text{فرض: } \frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{\overline{AC}} + 3 \frac{(\overline{MP} + \overline{PN})}{\overline{MN}} = \vec{0} \Rightarrow \overline{AC} = -3\overline{MN}$$

پس دو بردار $\overline{AC}$ و $\overline{MN}$ با هم موازی و خلاف جهت یکدیگر هستند و بایکدیگر زاویه 180° می‌سازند.

(هنرسه ۳- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۳۳- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

بلندترین میانه، میانه وارد بر کوتاه‌ترین ضلع است. طول اضلاع مثلث را پیدا می‌کنیم:

$$AB = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

$$AC = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$$

$$BC = \sqrt{1+4+4} = 3$$

بلندترین میانه، متناظر با کوتاه‌ترین ضلع (یعنی AB) است. نقطه M، وسط

ضلع AB به صورت $M(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$ است و طول میانه CM برابر

می‌شود با:

$$CM = \sqrt{(-1 - \frac{1}{2})^2 + (1 - \frac{5}{2})^2 + (0 + \frac{3}{2})^2} \Rightarrow CM = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

(هنرسه ۳- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۳۴- گزینه «۴»

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

به کمک مختصات نقطه $A(2, -1, -2)$ ، مختصات بقیه نقاط را به دست

می‌آوریم:

$$\begin{cases} B(0, 0, -2) \\ C(2, 0, -2) \\ D(0, -1, 0) \end{cases}$$

بنابراین مؤلفه‌های بردارهای مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{cases} \overline{AB} = (-2, 1, 0) \\ \overline{CD} = (-2, -1, 2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} - \overline{CD} = (-2, 1, 0) - (-2, -1, 2) = (0, 2, -2)$$

(هنرسه ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ و ۷۳ تا ۷۵)

۳۵- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌شان)

با توجه به فرض، رابطه $\frac{C+A}{2} = B$ برقرار است، لذا مختصات نقطه C

به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \frac{x_C + 1}{2} = 0 \Rightarrow x_C = -1 \\ \frac{y_C + 0}{2} = -a \Rightarrow y_C = -2a \\ \frac{z_C - 6}{2} = a - 3 \Rightarrow z_C = 2a \end{cases}$$

$$|\overline{OC}| = 3 \Rightarrow \sqrt{(-1)^2 + (-2a)^2 + (2a)^2} = 3$$

$$\Rightarrow 1 + 4a^2 + 4a^2 = 9 \Rightarrow 8a^2 = 8 \Rightarrow a = \pm 1$$

مجموع مقادیر ممکن برای a مساوی صفر می‌شود.

(هنرسه ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ و ۷۳)



۳۶- گزینه «۲»

(امیدرضا فلاح)

چون مؤلفه‌های x و z در دو نقطه A و B با هم برابرند، پس معادله خط گذرا از دو نقطه A و B به صورت $d: (x=2, z=1)$ می‌باشد. مختصات همه نقاط روی این خط به شکل $(2, t, 1)$ می‌باشد. پس مختصات نقطه M به شکل $M(2, t, 1)$ است. از طرفی فاصله نقطه M تا مبدأ مختصات، ۳ واحد است، پس:

$$|OM| = 3 \Rightarrow \sqrt{2^2 + t^2 + 1^2} = 3 \Rightarrow t^2 + 5 = 9$$

$$\Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = \pm 2$$

فاصله نقطه M از محور x ها برابر می‌شود با:

$$\sqrt{y_M^2 + z_M^2} = \sqrt{(\pm 2)^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۳۷- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

با توجه به فرض، بردار $\vec{a}$ به صورت $(0, 2, 4)$ خواهد بود و داریم:

$$\begin{cases} \vec{AM} = \vec{OM} - \vec{OA}, & \vec{MB} = \vec{OB} - \vec{OM} \\ \vec{OA} = (-1, 2, 3), & \vec{OB} = (-3, 4, 5) \end{cases}$$

رابطه برداری مفروض به صورت زیر ساده می‌شود:

$$2\vec{OM} - 2\vec{OA} + \vec{OB} - \vec{OM} + (0, 2, 4) = \vec{0}$$

$$(\vec{OM} - 2\vec{OA} + \vec{OB}) = (-1, 0, -1)$$

$$\Rightarrow \vec{OM} + (-1, 2, 3) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{OM} = (1, -2, -3) : M$$

در نتیجه مجموع مؤلفه‌های نقطه M برابر ۴- می‌شود.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۳۸- گزینه «۳»

(امیدرضا فلاح)

نقطه A روی فصل مشترک صفحات $z=1$ و $y=2$ است، پس مختصات آن به فرم $A(t, 2, 1)$ ، $0 \leq t \leq 3$ و نقطه B روی فصل مشترک صفحات $x=3$ و $z=0$ است. پس مختصات آن به فرم $B(3, t', 0)$ ، $0 \leq t' \leq 2$ است. طبق فرض داریم:

$$|OA| = 3 \Rightarrow \sqrt{t^2 + 2^2 + 1^2} = 3 \Rightarrow t^2 + 5 = 9$$

$$\Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = \pm 2 \xrightarrow{0 \leq t \leq 3} t = 2 \Rightarrow A(2, 2, 1)$$

$$|OB| = \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{3^2 + t'^2 + 0} = \sqrt{10} \Rightarrow 9 + t'^2 = 10$$

$$\Rightarrow t'^2 = 1 \Rightarrow t' = \pm 1 \xrightarrow{0 \leq t' \leq 2} t' = 1 \Rightarrow B(3, 1, 0)$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (1, -1, -1)$$

هر بردار به صورت $(m, -m, -m)$ ، همانند بردار گزینه (۳)،

موازی $\vec{AB}$ می‌باشد.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۶۴ تا ۷۶)

۳۹- گزینه «۴»

(سیرمحمدرضا حسینی فرد)

مؤلفه‌های برداری که مبدأ را به نقطه‌ای روی خط $(x=2, y=-3)$

وصل می‌کند، به صورت $\vec{a} = (2, -3, z)$ است، بنابراین:

$$|\vec{a}| = \sqrt{4 + 9 + z^2} = 7 \Rightarrow z^2 = 36 \Rightarrow z = \pm 6$$

پس دو بردار $\vec{a}_1 = (2, -3, 6)$ و $\vec{a}_2 = (2, -3, -6)$ به دست

می‌آید و اندازه تفاضل آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\vec{a}_1 - \vec{a}_2 = (2, -3, 6) - (2, -3, -6) = (0, 0, 12)$$

$$\Rightarrow |\vec{a}_1 - \vec{a}_2| = 12$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۴۰- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

با توجه به فرض داریم:

$$\vec{AC} = 3\vec{BC} \Rightarrow \vec{OC} - \vec{OA} = 3(\vec{OC} - \vec{OB})$$

$$\Rightarrow 2\vec{OC} = 3\vec{OB} - \vec{OA}$$

$$= (3, -6, 12) - (-1, 0, 0) = (4, -6, 12)$$

$$\Rightarrow \vec{OC} = (2, -3, 6)$$

فاصله نقطه C از مبدأ مختصات برابر است با:

$$|\vec{OC}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

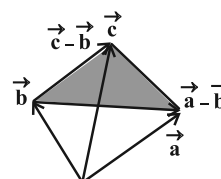


هندسه ۳ - پیشروی سریع

۴۱ - گزینه «۴»

(اعتماد رضا فلاح)

مطابق شکل، مثلث رنگی، مثلثی است که روی بردارهای $\vec{a} - \vec{b}$ و $\vec{c} - \vec{b}$ ساخته شده است. بنابراین:



$$S_{\text{مثلث رنگی}} = \frac{1}{2} |(\vec{c} - \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})| = 4\sqrt{6}$$

$$\begin{cases} \vec{c} - \vec{b} = (-2, 0, 4) \\ \vec{a} - \vec{b} = (\alpha - 4, -4, 4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\vec{c} - \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b}) = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -2 & 0 & 4 \\ \alpha - 4 & -4 & 4 \end{vmatrix} = 16\mathbf{i} + (4\alpha - 8)\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$$

$$\text{داریم: } S = 4\sqrt{6} \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{16^2 + (4\alpha - 8)^2 + 8^2} = 4\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \sqrt{320 + (4\alpha - 8)^2} = 8\sqrt{6} \xrightarrow{\text{توان}} 320 + (4\alpha - 8)^2 = 384$$

$$\Rightarrow (4\alpha - 8)^2 = 64 \Rightarrow 4^2(\alpha - 2)^2 = 64 \Rightarrow (\alpha - 2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha - 2 = 2 \Rightarrow \alpha = 4 \\ \alpha - 2 = -2 \Rightarrow \alpha = 0 \end{cases}$$

مجموع مقادیر α برابر ۴ می‌شود.

(هنرسه ۳ - صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۴۲ - گزینه «۳»

(اسحاق اسفندیار)

داریم:

$$|(\vec{i} \times \vec{j}) \times \vec{i}| = |\vec{k} \times \vec{i}| = |\vec{j}| = 1$$

$$|(\vec{3}\vec{i} - \vec{j}) \times \vec{k}| = |\vec{3}\vec{i} \times \vec{k} - \vec{j} \times \vec{k}| = |-\vec{3}\vec{j} - \vec{i}|$$

$$= \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2 + 0^2} = \sqrt{10}$$

$$\frac{|(\vec{i} \times \vec{j}) \times \vec{i}|}{|(\vec{3}\vec{i} - \vec{j}) \times \vec{k}|} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

در نتیجه:

(هنرسه ۳ - صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۴۳ - گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

طبق خاصیت کشی - شوارتز داریم $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$. بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\vec{a} = (x-1, y+2, z+1)$$

$$\vec{b} = (1, -3, 4)$$

داریم:

$$|x-1-3y-6+4z+4| \leq \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2} \times \sqrt{1+9+16}$$

$$\xrightarrow{\text{توان}} 26 \times 26 \leq [(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2] \times 26$$

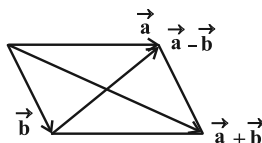
در نتیجه کمترین مقدار عبارت مذکور برابر ۲۶ است.

(هنرسه ۳ - صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۴۴ - گزینه «۲»

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

مطابق شکل، اگر با بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ متوازی الاضلاع بسازیم آن گاه $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ قطرهای آن هستند، پس طبق فرض:



$$|\vec{a} + \vec{b}| = 11, |\vec{a} - \vec{b}| = 3$$

$$\begin{cases} |\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 4\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow 11^2 = 4\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 28$$

البته اگر $|\vec{a} + \vec{b}| = 3$ و $|\vec{a} - \vec{b}| = 11$ باشد، آن گاه $\vec{a} \cdot \vec{b} = -28$.

(هنرسه ۳ - صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۴۵ - گزینه «۳»

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

بردارهای $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ دو ضلع از این مثلث هستند و بردار $\vec{AB} \times \vec{AC}$ و هر بردار همراستا با آن، بر صفحه شامل مثلث ABC عمود است، پس:

$$\begin{cases} \vec{AB} = (1, 1, -3) \\ \vec{AC} = (0, 3, 0) \end{cases} \Rightarrow \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 1 & -3 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} = (9, 0, 3)$$



$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} |(-2, 4, 2)| = \frac{1}{2} \sqrt{4+16+4} = \frac{1}{2} \sqrt{24} = \sqrt{6}$$

مطابق شکل زیر، طول ارتفاع BH را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |AC| \times |BH| \Rightarrow \sqrt{6} = \frac{1}{2} \times \sqrt{1+4+9} \times |BH|$$

$$\Rightarrow |BH| = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(نیمه مهندس)

۴۹- گزینه «۱»

اگر سه بردار مذکور بخواهند هم‌صفحه باشند، آن‌گاه:

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha & 2 \\ 4 & -2 & 0 \\ 3 & \beta & 4 \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow[\text{به سطر اول}]{\text{بسط نسبت}} -8 - \alpha(4 \times 4 - 3 \times 0) + 2 \times (4\beta + 6) = 0$$

$$\xrightarrow{+4} -2 - 4\alpha + (2\beta + 3) = 0 \Rightarrow 4\alpha - 2\beta = 1 \quad (*)$$

به ازای مقادیر صحیح α و β ، حاصل $4\alpha - 2\beta$ عددی زوج خواهد بود که

با رابطه (*) در تضاد است، پس هیچ زوج مرتب (α, β) با مقادیر صحیح

وجود ندارد.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

(هومن عقیلی)

۵۰- گزینه «۳»

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{c} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = -\vec{c} \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|^2 = |-\vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + \underbrace{2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c})}_x = |\vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow 9 + 36 + 2x = 0 \Rightarrow x = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} = -22/5$$

(هنر سه ۳- مشابه تمرین ۲ صفحه ۸۴)

بردار $(\vec{AB} \times \vec{AC}) = 3\vec{i} + \vec{k}$ بر صفحه شامل مثلث ABC عمود است.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(علی ایمانی)

۴۶- گزینه «۴»

$$\begin{cases} \vec{a} \times \vec{a} = \vec{0} \\ \vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0 \\ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = -\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) \end{cases} \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 2 \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

حجم متوازی‌السطوح مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} & (2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot ((2\vec{a} + 3\vec{c}) \times (2\vec{b} + 3\vec{c})) \\ &= (2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (4\vec{a} \times \vec{b} + 6\vec{a} \times \vec{c} - 6\vec{b} \times \vec{c}) \\ &= -12\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + 18\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) \\ &= -12\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) + 18\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) \\ &= 12\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) + 18\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = 30\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) \\ &\Rightarrow V' = |30\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})| = 30 \times 2 = 60 \end{aligned}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

(هومن عقیلی)

۴۷- گزینه «۴»

با توجه به فرض داریم:

$$\begin{aligned} |\vec{a} - \vec{b}| = 7 &\Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 49 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 49 \\ \Rightarrow 400 + 225 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} &= 49 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 288 \end{aligned}$$

اندازه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{a} - \vec{b}$ برابر می‌شود با:

$$|\vec{a}'| = \frac{|\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})|}{|\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{||\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{400 - 288}{7} = 16$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۷۷ و ۸۰)

(علیرضا شریف‌قطبی)

۴۸- گزینه «۱»

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| \quad \text{مطابق دستور مساحت مثلث داریم:}$$

$$\begin{cases} \vec{AB} = (-2, -2, 2) \\ \vec{AC} = (-1, -2, 3) \end{cases} \Rightarrow \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = (-2, 4, 2)$$



آمار و احتمال

۵۱- گزینه «۲»

(پوار ترکمن)

چون ۱۵ نفر انتخاب شده است، پس ۱۵ طبقه وجود دارد. چون $\frac{210}{15} = 14$ ،

پس تعداد افراد داخل هر طبقه ۱۴ نفر است و فاصله دو شماره متوالی

منتخب (قدرنسبت) برابر ۱۴ است. از طرفی $10 + 6 \times (14) = 94$ ، پس

عدد ۹۴ از طبقه هفتم می‌باشد و نفر دهم این طبقه است. پس از هر طبقه نفر

دهم انتخاب می‌شود.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳)

۵۲- گزینه «۳»

(پوار ترکمن)

$$|\mu - \bar{x}| \leq \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \xrightarrow{|\mu - \bar{x}| < 1} \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} < 1$$

$$\Rightarrow \frac{2 \times 3}{\sqrt{n}} < 1 \Rightarrow \sqrt{n} > 6 \Rightarrow n > 36 \Rightarrow \min(n) = 37$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۵۳- گزینه «۱»

(نیلوفر مهدوی)

می‌دانیم میانگین جامعه (μ)، با اطمینان بیش از ۹۵ درصد، عددی در بازه

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right] \text{ است، پس طبق فرض داریم:}$$

$$\bar{x} = \frac{4/1 + 4/7}{2} = 4/4$$

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 4/7 - 4/1 \Rightarrow \frac{4 \times 2/25}{\sqrt{n}} = 0/6 \Rightarrow \sqrt{n} = 15 \Rightarrow n = 225$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow 4/4 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{225}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 990$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۵۴- گزینه «۲»

(شبنم غلامی)

بازه اطمینان ۹۵ درصد برای برآورد میانگین به صورت زیر است:

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

بنابراین طول فاصله اطمینان برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ می‌باشد. بدیهی است با افزایش

اندازه نمونه، مخرج کسر بزرگ شده و در نتیجه طول فاصله اطمینان کاهش

می‌یابد و برعکس با افزایش انحراف معیار، صورت کسر بزرگ شده و در

نتیجه طول فاصله اطمینان افزایش پیدا می‌کند.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۵۵- گزینه «۳»

(سوکنر روشنی)

می‌دانیم کران بالای بازه اطمینان $\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ است که σ انحراف معیار

جامعه و n اندازه نمونه است.

$$15 + \frac{2\sigma}{\sqrt{2500}} = 15/12 \Rightarrow \frac{2\sigma}{50} = \frac{12}{100} = \frac{6}{50} \Rightarrow \sigma = 3$$

اگر تعداد اعضای نمونه ۹۰۰ واحد کاهش یابد، $n = 1600$ خواهد شد و داریم:

$$\text{طول بازه اطمینان: } \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4(3)}{\sqrt{1600}} = \frac{4(3)}{40} = 0/3$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)



۵۶- گزینه «۴»

(شبیم غلامی)

هیچ دادگان ثبت شده‌ای برای تعداد عابرانی که در یک روز خاص از یک پل عابر استفاده می‌کنند، وجود ندارد و بهترین روش جمع‌آوری داده‌ها در این زمینه، روش مشاهده است. در مورد سایر موضوعات، اطلاعات ثبتی در سازمان‌های مربوطه وجود دارد و می‌توان از دادگان استفاده کرد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۹)

۵۷- گزینه «۳»

(سولندر روشنی)

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} \text{جامعه آماری: } \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \\ \text{نمونه: } \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7\} \end{cases}$$

$$\bar{x}_{\text{جامعه}} = \frac{1+9}{2} = 5$$

$$n(S) = \binom{9}{2} = 36$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_7}{7} = 5 \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_7 = 35$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 9 = \frac{9 \times 10}{2} = 45 \Rightarrow 45 - 35 = 10 \text{ : می‌دانیم}$$

باید جمع دو عضو غیرواقع در نمونه ۷ عضوی برابر ۱۰ باشد، پس:

$$4 \text{ حالت} \Rightarrow \{4, 6\}, \{3, 7\}, \{2, 8\}, \{1, 9\}$$

$$P = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \text{ : احتمال مورد نظر}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

۵۸- گزینه «۴»

(شبیم غلامی)

اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند، می‌گویند آن روش نمونه‌گیری اریب است. همه موارد ذکر شده در روش‌های «الف» تا «ت» اریب هستند. دقت کنید که در موارد «ب» و «پ» ممکن است بخش‌هایی از جامعه فاقد ایمیل باشند و یا دسترسی به خط تلفن نداشته باشند، بنابراین شانس برای حضور در نمونه‌گیری ندارند.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۵۹- گزینه «۴»

(سولندر روشنی)

برای تعیین نمونه ۱۰ عضوی باید هر طبقه $\frac{200}{10} = 20$ عضو داشته باشد،

$$\text{پس احتمال انتخاب هر فرد } 0.05 = \frac{1}{20} \text{ خواهد شد.}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳)

۶۰- گزینه «۳»

(شبیم غلامی)

بهترین روش نمونه‌گیری در این شرایط، نمونه‌گیری خوشه‌ای است که در آن واحدهای نمونه‌گیری اولیه همان دبیرستان‌ها (کلاس‌های دبیرستان‌ها) هستند و سپس همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده (تمام دانش‌آموزان هر کلاس) را به عنوان نمونه در نظر می‌گیریم. دقت کنید که در سه روش دیگر به فهرست دانش‌آموزان نیاز داریم.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)



آمار و احتمال

گزینه «۱» - ۶۱

(سوکلر روشنی)

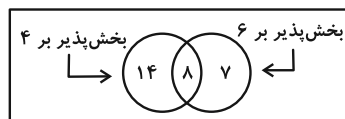
داریم:

$$22 = \left[\frac{99}{4} \right] - \left[\frac{9}{4} \right] : \text{تعداد اعداد طبیعی دو رقمی بخش پذیر بر ۴}$$

$$15 = \left[\frac{99}{6} \right] - \left[\frac{9}{6} \right] : \text{تعداد اعداد طبیعی دو رقمی بخش پذیر بر ۶}$$

$$8 = \left[\frac{99}{12} \right] - \left[\frac{9}{12} \right] : \text{تعداد اعداد طبیعی دو رقمی بخش پذیر بر ۱۲}$$

مطابق نمودار ون زیر، احتمال مورد نظر برابر می شود با:



$$\Rightarrow P(A) = \frac{7}{7+14} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۳۹ تا ۴۳)

گزینه «۳» - ۶۲

(مصطفی دیداری)

فرض کنیم تعداد فرزندان هر خانواده n نفر باشد. طبق فرض، احتمال آن که هر سه بلیط به فرزندان خانواده B برسد، برابر می شود با:

$$\begin{aligned} \frac{\binom{n}{3}}{\binom{2n}{3}} &= \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1}}{\frac{(2n)(2n-1)(2n-2)}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{1}{12} \\ \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{2n(2n-1)(2)(n-1)} &= \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{n-2}{2n-1} = \frac{1}{3} \\ \Rightarrow 3n-6 &= 2n-1 \Rightarrow n=5 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱ - آمار و احتمال: صفحه های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

گزینه «۴» - ۶۳

(علی ایمانی)

طبق فرض داریم:

فاطمه	صبا	پرنیان	نگین	دانش آموز
$a + \frac{3}{8}$	$a + \frac{2}{8}$	$a + \frac{1}{8}$	a	احتمال اول شدن

$$\text{مجموع احتمال} = 1 \Rightarrow 4a + \frac{6}{8} = 1 \Rightarrow 4a = \frac{2}{8} \Rightarrow a = \frac{1}{16}$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{P(\text{فاطمه یا صبا})}{P(\text{نگین})} = \frac{2a + \frac{5}{8}}{a} = \frac{\frac{1}{8} + \frac{5}{8}}{\frac{1}{16}} = \frac{\frac{6}{8}}{\frac{1}{16}} = \frac{6 \times 16}{8} = 12$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۳۴ تا ۳۷)

گزینه «۱» - ۶۴

(سوکلر روشنی)

مریم و پگاه را به ترتیب M و P در نظر می گیریم. طبق فرض داریم:

$$P(M) = P(P) = 0/6$$

$$P(P|M) = 0/8 \Rightarrow \frac{P(P \cap M)}{P(M)} = 0/8$$

$$\Rightarrow P(P \cap M) = 0/6 \times 0/8 = 0/48$$

احتمال مورد نظر برابر می شود با:

$$P(P|M') = \frac{P(P \cap M')}{P(M')} = \frac{P(P) - P(P \cap M)}{1 - P(M)} = \frac{P(P) - P(P \cap M)}{1 - P(M)}$$

$$= \frac{0/6 - 0/48}{0/4} = \frac{0/12}{0/40} = \frac{12}{40} = 0/3$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۳۱، ۳۲ و ۳۹ تا ۵۲)

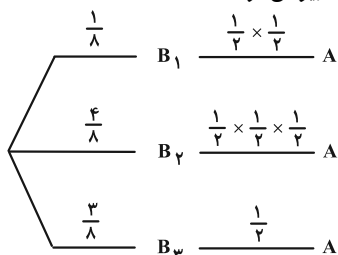
گزینه «۳» - ۶۵

(احمد رضا خلاج)

پیشامدهای آزمایش را به صورت زیر تعریف می کنیم:

- A : پیشامد فرد آمدن رقم تاس
- B_1 : پیشامد هر ۳ سکه رو
- B_2 : پیشامد حداکثر ۱ سکه رو
- B_3 : (۲ سکه رو) سایر حالات

طبق فرض نمودار درختی به صورت زیر می شود:



$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{8} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{2+4+3}{16} = \frac{9}{16}$$

طبق قاعده بیز، احتمال خواسته شده را می یابیم:

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{8} \times \frac{1}{2}}{\frac{9}{16}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{9}{16}} = \frac{1}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۵۷ تا ۶۰)

گزینه «۴» - ۶۶

(افشین قاصدقانی)

می دانیم شرط، فضای نمونه ای را به خود محدود می کند. فضای نمونه ای محدود شده عبارتست از:

$$\{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 3), (3, 4)\}$$

(۱، ۱) فقط یک حالت وجود دارد که غیرهم رنگ می باشد.

برای هر کدام از زوجها مثلاً (۱، ۲) چهار حالت وجود دارد (هر دو سفید / هر دو سیاه / یکی سفید و دیگری سیاه و برعکس)، لذا در کل با شرط داده شده ۱۷ حالت وجود دارد که ۸ حالت آن هم رنگ و ۹ حالت آن غیرهم رنگ اند.

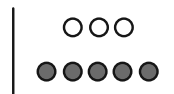
(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۳۹ تا ۵۲)



۶۷- گزینه «۴»

(سوکنر روشنی)

اگر ظرف را به صورت زیر در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$P(\text{سومی قرمز و دومی آبی و اولی قرمز}) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{9} = \frac{5}{42}$$

دقت کنید که در بار اول احتمال خارج کردن مهره قرمز برابر $\frac{5}{8}$ است. بعد

از خروج یک مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۴ مهره قرمز در جعبه باقی مانده

است. پس احتمال خارج کردن مهره آبی برابر $\frac{3}{7}$ است. حال این مهره آبی

را به همراه ۲ مهره آبی دیگر به جعبه برمی گردانیم. یعنی ۴ مهره قرمز و ۵ مهره آبی در جعبه موجود خواهد بود که احتمال خارج کردن مهره قرمز

برابر $\frac{4}{9}$ است.

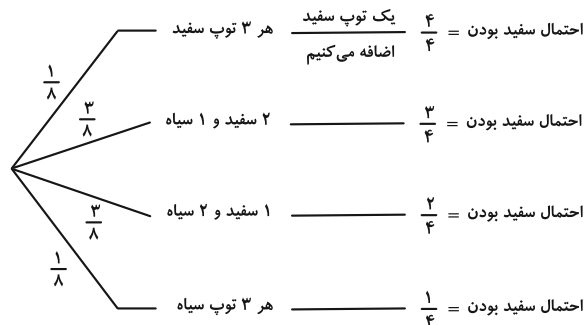
(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۶۸- گزینه «۱»

(مصطفی ریداری)

راه حل اول: با توجه به حالت بندی رنگ توپ‌های داخل جعبه، نمودار درختی

زیر را رسم می‌کنیم:



در نتیجه احتمال سفید بودن توپ خارج شده برابر می‌شود با:

$$P(\text{سفید}) = \left(\frac{1}{8} \times 1\right) + \left(\frac{3}{8} \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{8} \times \frac{2}{4}\right) + \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} \\ = \frac{4}{32} + \frac{9}{32} + \frac{6}{32} + \frac{1}{32} = \frac{20}{32} = \frac{5}{8}$$

راه حل دوم: به احتمال $\frac{1}{4}$ توپ خارج شده همان توپ سفید (که در کیسهانداخته‌ایم) می‌باشد، در غیر این صورت، توپ خارج شده، به احتمال $\frac{1}{4}$ سفید

خواهد بود. پس احتمال سفید بودن توپ خارج شده برابر می‌شود با:

$$P(\text{سفید}) = \frac{1}{4} \times 1 + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۶۹- گزینه «۱»

(جواد ترکمن)

راه حل اول: (نمره $b > a$ نمره b نفر دهم است)

$$P((\text{نمره } b > a \mid \text{نمره } a > b \text{ نفر دهم است})) \\ = \frac{P(a \text{ نمره } > b \text{ نفر دهم است})}{P(a \text{ نمره } > b \text{ نفر دهم است})} \\ = \frac{P(b \text{ نفر دهم است}) \cdot P((a \text{ نمره } > b \text{ نفر دهم است}) \mid (b \text{ نفر دهم است}))}{P(a \text{ نمره } > b \text{ نفر دهم است})}$$

$$= \frac{\frac{1}{25} \times \frac{9}{24}}{\frac{1}{24}} = \frac{3}{100}$$

توجه کنید چون b نفر دهم است، پس رتبه دهم توسط b پر شده است و لذا ۲۴ حالت ممکن برای a باقی می‌ماند که از بین آن‌ها ۹ حالت مطلوب (رتبه‌های ۱ تا ۹) مورد نظر است. پس:

$$P((a \text{ نمره } > b \text{ نفر دهم است}) \mid (b \text{ نفر دهم است})) = \frac{9}{24}$$

راه حل دوم: به $300 = \binom{25}{2}$ حالت، دو جایگاه (از نفر اول تا نفر ۲۵ ام)

انتخاب کرده و نمره بیشتر را a و نمره کمتر را b قرار می‌دهیم. (شرط بیان شده به عنوان فضای نمونه‌ای جدید.)

پیشامد مطلوب آن است که نفر دهم را b قرار دهیم که در آن صورت ۹ جایگاه برای a قابل قبول است. در نتیجه احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P = \frac{9}{300} = \frac{3}{100}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۷)

۷۰- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

روش اول: خروج مهره‌ای با شماره زوج حداکثر در بار سوم به این معناست که در بار اول یا بار دوم و یا بار سوم مهره‌ای با شماره زوج خارج شود. با توجه به مستقل بودن پیشامد خارج کردن مهره‌ها از یکدیگر داریم:

$$P(A) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5}$$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓
بار اول بار اول بار دوم بار اول بار دوم بار سوم

زوج باشد فرد باشد زوج باشد فرد باشد فرد باشد زوج باشد

$$= \frac{2}{5} + \frac{6}{25} + \frac{18}{125} = \frac{50 + 30 + 18}{125} = \frac{98}{125}$$

روش دوم: متمم پیشامد A آن است که در سه بار اول، مهره با شماره فرد خارج شود، پس داریم:

$$P(A') = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{27}{125} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{27}{125} = \frac{98}{125}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)



$$\begin{pmatrix} 7+5-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \end{pmatrix} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4 \times 3 \times 2} = 330$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(افشین فاضل‌شان)

۷۴- گزینه «۳»

در مربع لاتین 3×3 ، با تعویض دو سطر یا دو ستون، مربع لاتین حاصل با مربع قبلی متعامد است. با تکرار این عمل، مربع لاتین حاصل با مربع اول متعامد نخواهد بود، پس فقط گزینه «۳» جواب درست خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۷۲)

(علی ایمانی)

۷۵- گزینه «۲»

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$$

با توجه به شرط $x_1 x_2 = 6$ ، دو حالت پیش می‌آید:

$$\{x_1, x_2\} = \{1, 6\} \Rightarrow x_3 + x_4 + x_5 = 5 \quad \text{حالت (۱)}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \begin{pmatrix} 5-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 6$$

$$\{x_1, x_2\} = \{2, 3\} \Rightarrow x_3 + x_4 + x_5 = 7 \quad \text{حالت (۲)}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \begin{pmatrix} 7-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = 15$$

از آنجا که در هر یک از حالت‌ها، مقادیر x_1 و x_2 ، دو حالت جایگشت دارند، پس تعداد جواب‌های طبیعی کل برابر می‌شود با:

$$2 \times (6 + 15) = 42$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(مصطفی ریداری)

۷۶- گزینه «۲»

x_4 حتماً باید زوج باشد پس $x_4 = 2k$ و داریم:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3(2k) = 12$$

$$\xrightarrow{+2} x_1 + x_2 + x_3 + 3k = 6$$

با حالت‌بندی مقادیر k ، تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله را به دست می‌آوریم:

$$k=0 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 6 \Rightarrow \text{تعداد} = \begin{pmatrix} 6+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} = 28$$

$$k=1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3 \Rightarrow \text{تعداد} = \begin{pmatrix} 3+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = 10$$

$$k=2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow \text{فقط یک جواب (همگی صفر)}$$

$$28 + 10 + 1 = 39$$

پس تعداد کل جواب‌ها برابر است با:

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(سوگند روشنی)

۷۷- گزینه «۴»

در مربع سمت راستی، دو درایه‌ای که در سطر اول و ستون‌های اول و سوم قرار گرفته‌اند غیر از ۱ و ۲ هستند (یعنی ۳ و ۴) و در نتیجه باید $x = 2$ باشد. از طرفی در مربع سمت چپی، با توجه به این نکته که در هر سطر یا هر ستون عدد ۲ وجود دارد، نتیجه می‌گیریم که باید $y = z = t = 2$ باشد.

$$2x + y + z + t = 5 \times 2 = 10$$

پس:

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

طبق فرض، برای عدد چهار رقمی $abcd$ داریم $a = b + c + d$.

از طرفی می‌دانیم به ازای هر انتخاب c و d ، یک جواب منحصر به فرد برای a وجود دارد. پس کافی است تعداد جواب‌های b ، c و d را بشماریم.

$$1 \leq a \leq 9 \Rightarrow 1 \leq b + c + d \leq 9$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی نامعادله $b + c + d \leq 9$ را منهای تعداد حالات $b + c + d = 0$ (۱ حالت) می‌کنیم:

$$\text{تعداد جواب‌ها} = \begin{pmatrix} 9+4-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} - 1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \end{pmatrix} - 1 = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} - 1 = 219$$

توجه: برای حل نامعادله $b + c + d \leq 9$ ، با شرط $b, c, d \geq 0$ ، آن را به معادله $b + c + d + e = 9$ تبدیل می‌کنیم که در آن نیز $e \geq 0$ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(سوگند روشنی)

۷۲- گزینه «۴»

مربع لاتین چرخشی 4×4 به صورت زیر است:

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline \end{array}$$

مربع B که متعامد با A بوده و درایه سطر چهارم و ستون چهارم آن ۲ می‌باشد، به صورت زیر خواهد بود:

$$B = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & 2 \\ \hline \end{array}$$

پس به دلیل متعامد بودن B با A ، در قطر اصلی مربع B ، نباید دیگر ۲ داشته باشیم و با توجه به شرط مربع لاتین بودن، در ۳ سطر اول ستون چهارم و ۳ ستون اول سطر چهارم نباید ۲ داشته باشیم. پس یکی از حالت‌های زیر اتفاق می‌افتد:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \diagup & 2 & \circ & \\ \hline \circ & \diagup & 2 & \\ \hline 2 & \circ & \diagup & \\ \hline & & & 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \diagup & \circ & 2 & \\ \hline 2 & \diagup & \circ & \\ \hline \circ & 2 & \diagup & \\ \hline & & & 2 \\ \hline \end{array}$$

که هیچ کدام از آن‌ها با A متعامد نیست، پس هیچ مربع لاتینی مانند B وجود ندارد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(امیررضا فلاح)

۷۳- گزینه «۱»

اگر x_1, x_2, x_3 و x_4 به ترتیب تعداد رأی‌های ۴ نفر کاندیدا و x_5 نیز تعداد رأی‌های سفید آن ۷ نفر باشند، آن‌گاه جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7$ همان جواب مسئله است. تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی این معادله برابر است با:



ریاضیات گسسته - پیشروی سریع

(امیررضا فلاح)

۸۱- گزینه «۱»

مجموعه‌های زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} A: \text{حالاتی که دو تهرانی کنار هم باشند.} \\ B: \text{حالاتی که دو اصفهانی کنار هم باشند.} \\ C: \text{حالاتی که دو شیرازی کنار هم باشند.} \end{cases}$$

خواسته سؤال به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} |A' \cap B' \cap C'| &= |S| - |A \cup B \cup C| \\ &\text{کل حالات} \\ &= |S| - (|A| + |B| + |C| - |A \cap B| \\ &\quad - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|) \\ &= |S| - (3|A| - 3|A \cap B| + |A \cap B \cap C|) \\ &= 6! - (3 \times 2! \times 5! - 3 \times 2! \times 2! \times 4! + 3! \times 2! \times 2! \times 2!) \\ &= 720 - 480 = 240 \end{aligned}$$

۲۴۰ طریق ایستادن برای این ۶ نفر وجود دارد طوری که هیچ ۲ همشهری کنار هم نباشند.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

(امیررضا فلاح)

۸۲- گزینه «۲»

کافی است از کل حالات قرار گرفتن ۴ عکس متمایز در ۳ پاکت مختلف، حالت‌هایی که هیچ پاکتی خالی نمی‌ماند را کم کنیم و این معادل است با تعداد کل توابع از مجموعه ۴ عضوی به مجموعه ۳ عضوی، منهای توابع پوشا روی همان دو مجموعه (تعداد توابعی که پوشا نمی‌باشند).

تعداد کل توابع برابر $3^4 = 81$ می‌باشد و همچنین تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر است با:

$$3^4 - 3 \times 2^4 + 3 = 36$$

$$81 - 36 = 45$$

در نتیجه جواب سؤال برابر خواهد شد با:

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(افشین فاضله‌فان)

۸۳- گزینه «۳»

بدترین حالت زمانی است که ابتدا همه اعداد دو رقمی غیر مضرب ۷ انتخاب شوند:

$$\begin{cases} S = \{10, 11, \dots, 99\} \\ A = \{14, 21, \dots, 98\} : \text{اعداد مضرب ۷} \end{cases}$$

$$|S| = 90, \quad |A| = \left\lfloor \frac{99}{7} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{9}{7} \right\rfloor = 13$$

$$\Rightarrow 77 = 90 - 13 = \text{تعداد اعداد دو رقمی غیر مضرب ۷}$$

بنابراین حداقل ۷۹ عدد باید انتخاب شود تا مطمئن باشیم دو عدد مضرب ۷ انتخاب شده است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

۷۸- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

فرض کنید تعداد گل‌های رز، ارکیده، لاله، شقایق و داوودی را به ترتیب با X_1 تا X_5 نمایش دهیم. در این صورت داریم:

$$\begin{cases} X_1 \geq 3 \Rightarrow X_1 = y_1 + 3 \\ X_3 > 3 \Rightarrow X_3 \geq 4 \Rightarrow X_3 = y_3 + 4 \\ X_4 = 3 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 12 \Rightarrow y_1 + X_2 + y_3 + X_5 = 2$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{2+4-1}{4-1} = \binom{5}{3} = 10$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(امیرحسین ابومصوب)

۷۹- گزینه «۲»

با فرض $X_1, X_4 \in \mathbb{Z}$ ، برای این‌که هر دو عبارت $\frac{X_4}{X_1}$ و $\frac{X_1}{X_4}$ عددی صحیح شود، لازم است $X_1 = X_4 \neq 0$ باشند. در این صورت تنها مقدار صحیح برای $\frac{X_1}{X_4} + \frac{X_4}{X_1}$ عدد ۲ است و مثلاً به ازای $X_1 = X_4 = 1$ ، معادله $X_2 + X_3 = 9$ حاصل می‌شود که تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی آن برابر می‌شود با:

$$\binom{9+2-1}{2-1} = \binom{10}{1} = 10$$

همچنین متغیرهای دیگر X_1 و X_4 ، هر دو برابر ۲، ۳ یا ۴ می‌توانند باشند. پس تعداد کل جواب‌ها برابر است با:

$$4 \times 10 = 40$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(شبنم غلامی)

۸۰- گزینه «۴»

برای این برنامه‌ریزی، یک مربع لاتین 4×4 رسم می‌کنیم که سطرها نشان‌دهنده کلاس‌ها و ستون‌ها نمایانگر جلسات باشند. اگر مدرسين T_1, T_2, T_3 و T_4 را به ترتیب با شماره‌های ۱ تا ۴ در مربع لاتین مشخص کنیم، آن‌گاه مربع اولیه به صورت مربع A است که با پر کردن اعداد ۲ و ۳ به شکل مربع B درمی‌آید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & & & \\ & 3 & & \\ & & 3 & \\ & & & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & & & 3 \\ & 3 & 2 & \\ & & 2 & 3 \\ 3 & & & 2 \end{bmatrix}$$

با توجه به این‌که اعداد ۱ و ۴ در سطرها اول و چهارم به دو صورت و نیز در سطرها دوم و سوم به دو صورت پر می‌شوند، تعداد مربع‌های لاتین ممکن طبق اصل ضرب برابر است با:

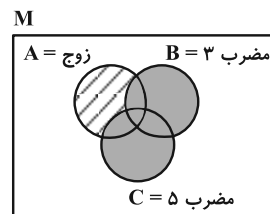
$$2 \times 2 = 4$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۸۴- گزینه «۱»

(سیرممد رضا حسینی فرد)

اگر A ، B و C به ترتیب مجموعه اعداد زوج، مضرب ۳ و مضرب ۵ باشند، ناحیه هاشورخورده در نمودار ون زیر، پاسخ سؤال است، پس:



$$\begin{aligned}
 |A - (B \cup C)| &= |A| - |A \cap (B \cup C)| \\
 &= |A| - (|A \cap B| + |A \cap C| - |A \cap B \cap C|) \\
 &= \left| \frac{90}{2} \right| - \left(\left| \frac{90}{2 \times 3} \right| + \left| \frac{90}{2 \times 5} \right| - \left| \frac{90}{2 \times 3 \times 5} \right| \right) \\
 &= 45 - (15 + 9 - 3) = 45 - 21 = 24
 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

۸۵- گزینه «۴»

(سیرممد رضا حسینی فرد)

طبق فرض، برد تابع باید سه عضوی یا چهار عضوی باشد:

$$\begin{aligned}
 \text{عضوی} \Rightarrow \left(\frac{4}{3} \right) \times (3^4 - 3(2^4 - 1)) &= 4 \times 36 = 144 \\
 \downarrow & \text{توابع پوشا از ۴ به ۳ عضوی} \\
 \text{انتخاب اعضای برد} &
 \end{aligned}$$

$$4! = 24 \Rightarrow \text{برد تابع، ۴ عضوی}$$

$$144 + 24 = 168$$

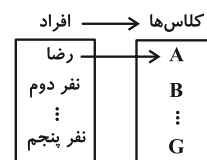
در نتیجه جواب نهایی برابر می‌شود با:

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۸۶- گزینه «۲»

(علیرضا شریف فطیعی)

یکی از افراد و یکی از کلاس‌ها کلاً حذف می‌شوند پس ۴ دانش‌آموز دیگر باید در ۶ کلاس تقسیم شوند و در هر کلاس حداکثر یکی قرار گیرد. این مسأله مانند تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعه ۴ عضوی به مجموعه ۶ عضوی است، در نتیجه:



$$3 \times 4 \times 5 \times 6 = 360$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۷۸)

۸۷- گزینه «۳»

(علیرضا شریف فطیعی)

طبق اصل لانه کبوتری داریم:

$$(n-1)k + 1 = \text{تعداد کل کبوترها}$$

برای حرف اول و دوم نام هر شخص در زبان فارسی 31×22 حالت (غیر تکراری) انتخاب داریم. در نتیجه:

$$2977 = 1 + (31 \times 22 \times (4-1)) = \text{حداقل تعداد دانش‌آموزان}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

۸۸- گزینه «۳»

(مصطفی زیداری)

بدترین حالت انتخاب اعداد، این است که متوالی نباشند. اگر ۱۰ عدد به صورت زیر برداریم هیچ کدام از اعداد متوالی نیستند:

$$21, 19, 17, 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3$$

اگر $m = 23$ باشد، اعداد بالا به همراه ۲۳، یازده عددی هستند که هیچ دو عددی از آن‌ها متوالی نیستند. پس اگر $m = 23$ باشد نمی‌توانیم مطمئن باشیم و در نتیجه بیشترین مقدار m برابر ۲۲ است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

۸۹- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

برای اعداد چهار رقمی صورت سؤال، مجموعه‌های زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} \text{مجموعه اعداد فاقد ۱: } A \\ \text{مجموعه اعداد فاقد ۲: } B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |A| = |B| = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16 \\ |A \cap B| = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1 \end{cases}$$

این که فقط یکی از ارقام ۱ یا ۲ وجود دارد، یعنی مجموعه‌های $A' \cap B$ یا $A \cap B'$ ، که در آن صورت تعداد اعداد مطلوب برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned}
 |A' \cap B| + |A \cap B'| &= |B| - |A \cap B| + |A| - |A \cap B| \\
 &= |A| + |B| - 2|A \cap B| = 2 \times 16 - 2 = 30
 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

۹۰- گزینه «۳»

(شبنم غلامی)

فرض کنید X و Y دو عضو از مجموعه A باشند. طبق فرض، X و Y به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases} x = 2\alpha_1 \times 3\beta_1 \times 7\gamma_1 \times 11\theta_1 \\ y = 2\alpha_2 \times 3\beta_2 \times 7\gamma_2 \times 11\theta_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow xy = 2^{\alpha_1 + \alpha_2} \times 3^{\beta_1 + \beta_2} \times 7^{\gamma_1 + \gamma_2} \times 11^{\theta_1 + \theta_2}$$

عدد xy در صورتی مربع کامل است که هر ۴ مقدار $\alpha_1 + \alpha_2$ ، $\beta_1 + \beta_2$ ، $\gamma_1 + \gamma_2$ و $\theta_1 + \theta_2$ زوج باشند.

این موضوع در صورتی امکان‌پذیر است که توان‌های پایه‌های مشابه در X و Y ، همزمان هر دو زوج یا هر دو فرد باشند و چون ۴ پایه مختلف وجود دارد، پس طبق اصل ضرب، $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ حالت مختلف برای زوج یا فرد بودن توان‌ها در xy وجود دارد. در نتیجه طبق اصل لانه کبوتری با انتخاب ۱۷ عضو، حداقل دو عضو وجود دارد که توان‌های آن‌ها از نظر زوج یا فرد بودن دقیقاً مانند یکدیگر بوده و حاصل ضرب آن‌ها مربع کامل باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

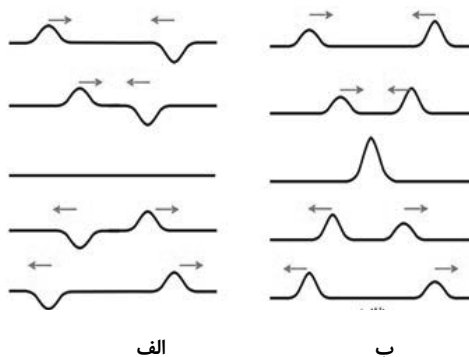


فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۳»

(کنکور ریاضی تیر ۱۴۰۳)

شکل زیر عکس‌های دو تپ را که در جهت‌های مخالف هم در یک ریسمان کشیده شده حرکت می‌کنند در چند لحظه متوالی نشان می‌دهد. وقتی این تپ‌ها به هم می‌رسند و با یکدیگر همپوشانی می‌کنند، بنابر اصل برهم نهی، تپ برآیند با مجموع دو تپ برابر است. توجه کنید چه برای تپ‌ها و چه برای موج‌هایی که همپوشانی می‌کنند، آن‌ها به هیچ وجه شکل و حرکت یکدیگر را تغییر نمی‌دهند، و بنابراین پس از همپوشانی، بدون هرگونه تغییر شکلی به حرکت خود ادامه می‌دهند به ترکیب موج‌ها با یکدیگر، تداخل می‌گویند. به بیان دیگر تداخل، ترکیب دو یا چند موج است که هم‌زمان از یک منطقه عبور می‌کنند. در شکل ب، تپ‌ها هنگام همپوشانی تپ بزرگ‌تری را ایجاد کرده‌اند که به آن تداخل سازنده می‌گویند، درحالی که در شکل الف، تپ‌ها هنگام همپوشانی اثر یکدیگر را حذف کرده‌اند که به آن تداخل ویرانگر می‌گویند.



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه ۱۰۳)

۹۲- گزینه «۳»

(مسام ندری)

می‌دانیم پهنای نوارها در طرح تداخلی آزمایش یانگ با طول موج نور تابیده متناسب است. پس هر چه طول موج نور افزایش یابد، پهنای نوارها افزایش می‌یابد. با انجام مورد (الف) طول موج افزایش و در نتیجه پهنای نوارها افزایش می‌یابد:

$$\lambda f = \frac{c}{n} \begin{cases} \text{پهنای بیشتر} \Rightarrow \lambda \uparrow \Rightarrow \text{نور قرمز به جای سبز} \\ \text{پهنای کمتر} \Rightarrow \lambda \downarrow \Rightarrow \text{نور آبی به جای زرد} \\ \text{پهنای کمتر} \Rightarrow \lambda \downarrow \Rightarrow f \text{ ثابت}, n \uparrow \Rightarrow \text{محیط غلیظتر} \end{cases}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۹۳- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

تندی انتشار موج و سپس بسامد هماهنگ دوم تار را در حالتی که نیروی کشش تار 162 N است، به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{162}{5 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{162 \times 2}{10^{-2}}} = \sqrt{\frac{81 \times 4}{10^{-2}}} = 180 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{n=2, v=180 \frac{\text{m}}{\text{s}}, L=0.75 \text{ m}} f_2 = \frac{2 \times 180}{2 \times 0.75} = 240 \text{ Hz}$$

تندی انتشار موج و سپس هماهنگ دوم تار را در حالت دوم نیز به دست می‌آوریم:

$$v' = \sqrt{\frac{F'}{\mu}} = \sqrt{\frac{288}{5 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{288 \times 2}{10^{-2}}} = \sqrt{\frac{144 \times 4}{10^{-2}}} = 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f'_n = \frac{nv'}{2L} \xrightarrow{n=2, v'=240 \frac{\text{m}}{\text{s}}, L=0.75 \text{ m}} f'_2 = \frac{2 \times 240}{2 \times 0.75} = 320 \text{ Hz}$$

اکنون می‌توانیم تغییر بسامد هماهنگ دوم تار را پیدا کنیم:

$$f'_2 - f_2 = 320 - 240 = 80 \text{ Hz}$$

بنابراین بسامد هماهنگ دوم تار 80 Hz افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۹۴- گزینه «۴»

(ممدکازم منشاری)

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} K_{\max_2} = hf_2 - W_0 \\ K_{\max_1} = hf_1 - W_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow K_{\max_2} - K_{\max_1} = hf_2 - hf_1$$

$$hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow K_{\max_2} - K_{\max_1} = hc \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)$$

$$3/6 - 0/6 = 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8 \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{240} \right) \times 10^9$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = 150 \text{ nm}$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = -90 \text{ nm} = -0.09 \mu\text{m}$$

(علامت منفی نشان دهنده کاهش طول موج است.)

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه ۱۱۸)

۹۵- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به رابطه اثر فوتوالکتریک ($K_{\max} = hf - W_0$) در دو حالت داریم:

$$K_{\max_1} = hf_1 - W_0$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{12 \times 10^{-7} \times 3}{5} = 7.2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \lambda = 720 \times 10^{-9} \text{ m} = 720 \text{ nm}$$

این طول موج در محدوده نور مرئی قرار دارد و مربوط به رشته بالمر است، یعنی $n' = 2$. اکنون با استفاده از رابطه ریدبرگ، شماره مدار بزرگ تر را محاسبه می کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{720} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{5}{36} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} - \frac{5}{36} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow n = 3$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

(مبشئ کلوئیان)

۹۹- گزینه «۴»

با توجه به این که انرژی هر فوتون از رابطه $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ به دست

می آید، داریم:

$$E_B = 6E_A \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_B} = 6 \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = 6\lambda_B$$

$$\lambda_A - \lambda_B = 100 \text{ nm} \xrightarrow{\lambda_A = 6\lambda_B} 6\lambda_B - \lambda_B = 100 \text{ nm}$$

$$\Rightarrow \lambda_B = 20 \text{ nm}, \lambda_A = 120 \text{ nm}$$

در نهایت بسامد پرتوی A را به صورت زیر محاسبه می کنیم:

$$f_A = \frac{c}{\lambda_A} = \frac{3 \times 10^8}{12 \times 10^{-8}} = 2.5 \times 10^{15} \text{ Hz} = 2.5 \times 10^9 \text{ MHz}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

(مسام ناری)

۱۰۰- گزینه «۳»

موارد (الف) و (ت) نادرست اند.

بررسی موارد نادرست:

(الف) مدل اتمی بور طیف اتم های هیدروژن گونه (مثل Li^{2+}) را می تواند توجیه کند.

(ت) در گسیل خودبه خود، فوتون در جهت کاتوره ای گسیل می شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۲۵، ۱۲۹ و ۱۳۱ تا ۱۳۳)

$$\frac{f_1 = kf_0}{W_0 = hf_0} \rightarrow K_{\max_1} = h(kf_0) - hf_0 = hf_0(k-1)$$

$$f_2 = kf_1 \xrightarrow{f_1 = kf_0} f_2 = k(kf_0) = k^2 f_0$$

$$K_{\max_2} = hf_2 - W_0$$

$$\frac{f_2 = k^2 f_0}{W_0 = hf_0} \rightarrow K_{\max_2} = h(k^2 f_0) - hf_0 = hf_0(k^2 - 1)$$

با تقسیم کردن انرژی جنبشی پیشینه در دو حالت، داریم:

$$\frac{K_{\max_2}}{K_{\max_1}} = \frac{hf_0(k^2 - 1)}{hf_0(k - 1)} = \frac{(k-1)(k+1)}{k-1} = k+1$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۹۶- گزینه «۴» (مسین الهی)

شکل مربوط به تابش گرمایی رشته داغ یک لامپ می باشد که طیفی پیوسته است و ناشی از برهم کنش قوی بین اتم های سازنده آن است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه ۱۲۱)

۹۷- گزینه «۴» (عبدالرضا امینی نسب)

طول موج طیف اتم هیدروژن از رابطه $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ محاسبه

می شود که n' شماره متناظر با نام رشته می باشد. می دانیم کوتاه ترین طول موج به ازای $n = \infty$ به دست می آید و بلندترین طول موج به ازای نزدیک ترین تراز یعنی $n = n' + 1$ به دست می آید:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\lambda_{\min}} &= R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{\infty} \right) \\ \frac{1}{\lambda_{\max}} &= R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{9}{400}} = \frac{400}{9 \times 16} = \frac{25}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}} = \frac{9}{25}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۹۸- گزینه «۲» (علیرضا جباری)

ابتدا به کمک انرژی فوتون گسیل شده، طول موج مربوط به آن را به دست می آوریم:

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda}$$



فیزیک ۳- پیشروی سریع

۱۰۱- گزینه «۴»

(مسام نادری)

در عنصری با نماد شیمیایی A_ZX ، A برابر عدد جرمی $(Z+N)$ و Z برابر عدد اتمی می باشد:

$${}^{100}_{48}X \Rightarrow N+Z=100 \xrightarrow{N=52} Z=48 \Rightarrow {}^{100}_{48}X$$

$${}^{48}_{22}Y^{2+} \Rightarrow \begin{cases} Z'=22 \\ N'+Z'=48 \end{cases} \Rightarrow N'=26 \Rightarrow N'-Z'=26-22=4$$

بار خالص هسته ${}^{48}_{22}Y^{2+}$ ناشی از ۲۲ پروتون موجود در هسته است:

$$C = 3/52 \times 10^{-18} = 22 \times 1/6 \times 10^{-19} = 22e = +22e = \text{بار هسته}$$

(توجه شود که بار کل اتم برابر $+2e$ است.)

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۳۸ و ۱۳۹)

۱۰۲- گزینه «۲»

(مهمرکظم منشاری)

تنها عبارت «پ» درست است.

بررسی عبارات نادرست:

الف) انرژی نوکلئون های وابسته به هسته نیز مانند انرژی الکترون های وابسته به اتم کوانتیده اند و نوکلئون های درون هسته نمی توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

ب) اگر تعداد پروتون های درون هسته افزایش یابد، برای پایدار ماندن هسته باید تعداد نوترون ها افزایش یابد.

ت) هر نوکلئون فقط به نزدیک ترین نوکلئون های مجاورش نیروی هسته ای وارد می کند.

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۴۰، ۱۴۱ و ۱۴۲)

۱۰۳- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

با توجه به یکسان بودن مجموع عددهای جرمی در دو طرف واکنش و همچنین یکسان بودن مجموع عددهای اتمی در دو طرف واکنش می توان نوشت:

$$\begin{aligned} {}^A_ZX &\rightarrow {}^4_2\alpha + {}^3_1\beta^- + {}^{A-7}_{Z-3}Y \\ A &= 4+3+0+A' \Rightarrow A-A'=7 \\ Z &= 2+3+(-1)+Z' \Rightarrow Z'-Z=1 \end{aligned}$$

می دانیم تعداد نوترون های هسته یک اتم، برابر است با اختلاف عددهای جرمی و اتمی آن. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} N &= A - Z \\ N' &= A' - Z' \Rightarrow N - N' = (A - Z) - (A' - Z') \\ \Rightarrow N - N' &= (A - A') + (Z' - Z) \xrightarrow{\frac{A-A'=4}{Z'-Z=1}} \\ N - N' &= 4 + 1 = 5 \end{aligned}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۱۰۴- گزینه «۴»

(افشین مینو)

طبق معادله واکنش هسته ای در صورت سؤال داریم:

$$\begin{aligned} {}^{207}_{82}X &\rightarrow m({}^4_2\alpha) + n({}^1_0e) + 2({}^1_1n) + {}^{197}_{81}Y \\ 207 &= 4m + 2 + 197 \Rightarrow m = 2 \end{aligned}$$

$$82 = 2m - n + 81 \Rightarrow 1 = 2m - n \Rightarrow n = 3$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۱۰۵- گزینه «۳»

(مسام نادری)

بررسی گزینه های نادرست:

گزینه «۱»: هسته هایی که تعداد پروتون مساوی ولی تعداد نوترون متفاوت دارند، ایزوتوپ نامیده می شوند.

گزینه «۲»:

$${}^A_ZX \rightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + {}^4_2\alpha + {}^1_1\beta \Rightarrow \begin{cases} A = A' + 4 \Rightarrow A - 4 = A' \\ Z = Z' + 3 \Rightarrow Z - 3 = Z' \end{cases}$$

گزینه «۴»: در واپاشی β^- یکی از نوترون های درون هسته به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می شود.

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۳۹ و ۱۴۲ تا ۱۴۷)

۱۰۶- گزینه «۱»

(امیرامیر میرسعید)

$$\begin{aligned} \frac{N}{N_0} &= \frac{1}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{2^n} = \frac{1}{16} \Rightarrow n = 4 \\ 4 &= \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow 4 = \frac{120}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = 30 \text{ روز} \end{aligned}$$



(مهران اسماعیلی)

۱۰۹- گزینه «۴»

ابتدا باید جرم ماده باقی مانده را در پایان سال اول و دوم و سوم به دست آوریم:

$$m_1 = \frac{m_0}{2^{n_1}} \xrightarrow{n_1 = \frac{12}{4} = 3} m_1 = \frac{m_0}{2^3} \quad \text{پایان سال اول:}$$

$$m_2 = \frac{m_0}{2^{n_2}} \xrightarrow{n_2 = \frac{24}{4} = 6} m_2 = \frac{m_0}{2^6} \quad \text{پایان سال دوم:}$$

$$m_3 = \frac{m_0}{2^{n_3}} \xrightarrow{n_3 = \frac{36}{4} = 9} m_3 = \frac{m_0}{2^9} \quad \text{پایان سال سوم:}$$

حال می توانیم جرم واپاشیده را در طی سال اول و سوم به دست آوریم.

$$m'_1 = m_0 - \frac{m_0}{2^3} = \frac{7}{8} m_0 \quad \text{جرم واپاشیده در طی سال اول:}$$

جرم واپاشیده در طی سال سوم:

$$m'_3 = m_2 - m_3 = \frac{m_0}{2^6} - \frac{m_0}{2^9} = \frac{7m_0}{512}$$

$$\frac{m'_1}{m'_3} = \frac{\frac{7}{8} m_0}{\frac{7}{512} m_0} = 64$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(مسام نادری)

۱۱۰- گزینه «۲»

گزینه «۲» نادرست است؛ زیرا افزایش غلظت $^{235}_{92}\text{U}$ در یک نمونه اورانیم

را غنی سازی می گویند.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»؛ درست؛ در واکنش گداخت، به دلیل همجوشی هسته ها، مجموع

جرم محصولات فرایند کمتر از مجموع جرم هسته های اولیه است و این

کاستی جرم در انرژی آزاد شده خود را نشان می دهد.



$$\Rightarrow 1 + 235 = 133 + 101 + x \Rightarrow x = 2$$

گزینه «۴»؛ درست؛ میله های کنترل در یک راکتور هسته ای، از مواد

جذب کننده نوترون مثل بور و کادمیم ساخته می شوند و گرافیت به عنوان

کندساز نوترون ها استفاده می شود.

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۴۸ تا ۱۵۳)

۳۰ روز قبل از روز ۱۲۰م، یعنی روز ۹۰م که معادل ۳ نیمه عمر است:

$$n' = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{90}{30} = 3$$

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^{n'}} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{8}$$

یعنی $\frac{1}{8}$ آن باقی می ماند، پس $\frac{7}{8}$ آن واپاشیده می شود.

$$\text{درصد هسته های واپاشیده شده} = \frac{7}{8} \times 100 = 87.5\%$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(ممدکازم منشاری)

۱۰۷- گزینه «۲»

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \begin{cases} \frac{N}{4} = \frac{N_0}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{n_A} \Rightarrow n_A = 1 \\ \frac{N}{8} = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_B} \Rightarrow n_B = 3 \end{cases}$$

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow \begin{cases} n_A = \frac{t_0}{T_A} \Rightarrow T_A = \frac{t_0}{n_A} \\ n_B = \frac{t_0}{T_B} \Rightarrow T_B = \frac{t_0}{n_B} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow T_B = \frac{1}{3} T_A = \frac{4}{3} s$$

(فیزیک ۳- صفحه ۱۴۷)

(هسین الهی)

۱۰۸- گزینه «۲»

در اندازه گیری های دقیق نشان داده شده است که جرم هسته از مجموع جرم

پروتون ها و نوترون های تشکیل دهنده اش اندکی کمتر است. اگر این اختلاف

جرم را که به آن کاستی جرم هسته گفته می شود، مطابق رابطه معروف

اینشتین ($E = mc^2$)، در مربع تندی نور (c^2) ضرب کنیم انرژی بستگی

هسته ای به دست می آید.

هسته اتم از نوترون ها و پروتون ها تشکیل شده است که به طور کلی نوکلئون

نامیده می شوند.

(فیزیک ۳- صفحه ۱۴۴)



فیزیک ۲

۱۱۱- گزینه «۴»

(ممدکاتظم منشاری)

$$a = \frac{160}{4} = 40 \text{ cm} \Rightarrow A = a^2 = \left(\frac{40}{100}\right)^2 = 0.16 \text{ m}^2$$

$$\Phi = AB \cos \theta = 0.16 \times 200 \times 10^{-4} \times \cos 30^\circ$$

$$= 32 \times 10^{-4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3} \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

(فیزیک ۲- صفحه ۱۱۱)

۱۱۲- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا به کمک قانون اهم ($\mathcal{E} = IR$) نیروی محرکه القایی را به دست می آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} I = 0.1 \text{ A} \\ R = 10 \Omega \end{array} \right\} \Rightarrow \mathcal{E} = RI = 10 \times 0.1 = 1 \text{ V}$$

سپس به کمک رابطه $\mathcal{E}_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ مجهول مسئله را می یابیم. در این

مسئله آهنگ تغییرات میدان مغناطیسی مد نظر است. پس داریم:

$$\mathcal{E}_{av} = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| -NA \cdot \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$$

$$\Rightarrow 1 = \left| -2000 \times 20 \times 10^{-4} \times 1 \times \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$$

$$\Rightarrow \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = \frac{1}{4} \frac{\text{T}}{\text{s}} = 0.25 \frac{\text{T}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۱۱۱ تا ۱۱۴)

۱۱۳- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

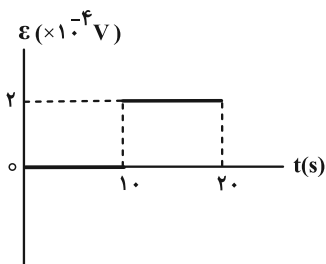
می دانیم نیروی محرکه القایی در هر مدار از رابطه $\mathcal{E}_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ به

دست می آید. در بازه زمانی صفر الی ۱۰ ثانیه داریم:

$$\mathcal{E}_{av} = -1 \times \frac{10^{-3} - 10^{-3}}{10 - 0} = 0$$

در بازه زمانی ۱۰ ثانیه الی ۲۰ ثانیه داریم:

$$\mathcal{E}_{av} = -1 \times \frac{-10^{-3} - 10^{-3}}{20 - 10} = -\left(\frac{-2 \times 10^{-3}}{10}\right) \Rightarrow \mathcal{E}_{av} = 2 \times 10^{-4} \text{ V}$$



(فیزیک ۲- صفحه های ۱۱۱ تا ۱۱۴)

۱۱۴- گزینه «۱»

(کتلور سراسری ریاضی ۹۸)

$$\mathcal{E} = B \ell v \Rightarrow \frac{\mathcal{E} = 0.15 \text{ V}, B = 0.12 \text{ T}}{\ell = 0.25 \text{ m}} \Rightarrow 0.15 = 0.12 \times 0.25 \times v$$

$$\Rightarrow v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

هنگامی که میله به سمت چپ حرکت می کند، شار گذرنده از قاب کاهش می یابد. برای جلوگیری از کاهش شار طبق قانون لنز، میدان موافق میدان خارجی ایجاد می شود، بنابراین اگر چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت میله و خم شدن انگشت ها را در جهت میدان قرار دهیم، انگشت شست جهت جریان الکتریکی در سیم را، که از N به طرف M می باشد، نشان می دهد.

(فیزیک ۲- صفحه های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۱۱۵- گزینه «۳»

(علی بزرگر)

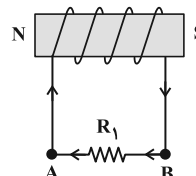
طبق قانون لنز، جهت جریان القایی در جیتی است که با تغییرات شار عبوری از حلقه مخالفت کند، بنابراین در شکل (۱) به دلیل افزایش جریان شار عبوری از حلقه افزایش می یابد، لذا جهت جریان القایی باید ساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی ناشی از آن در جهت مخالف میدان سیم راست باشد. در شکل (۲) به دلیل کاهش جریان شار عبوری از حلقه کاهش می یابد، لذا جهت جریان القایی باید ساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی ناشی از آن در جهت مخالف میدان سیم راست باشد. در شکل (۳) به دلیل افزایش جریان شار عبوری از حلقه افزایش می یابد، لذا جهت جریان القایی باید پادساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی ناشی از آن در جهت مخالف میدان سیم راست باشد.

(فیزیک ۲- صفحه های ۱۱۷ و ۱۱۸)

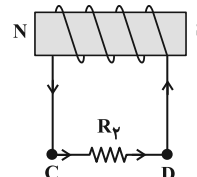
۱۱۶ - گزینه «۱»

(علیرضا بیاری)

با توجه به قاعده دست راست و معلوم بودن جهت جریان در مقاومت R_1 ، قطب‌های S و N در دو سر سیم‌لوله (۱)، مطابق شکل زیر تشکیل می‌شود.



جهت جریان در مدار (۲) به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی درون آن با میدان مغناطیسی سیم‌لوله (۱) هم‌جهت است، بنابراین با توجه به قانون لنز، شار مغناطیسی ناشی از سیم‌لوله (۲) در حال کاهش است. یعنی جریان آن کاهش پیدا کرده و در نتیجه مقاومت رتوستا در حال افزایش است. با توجه به قانون لنز و کاهش شار مغناطیسی عبوری از سیم‌لوله (۳)، جهت میدان مغناطیسی در سیم‌لوله (۳) باید هم‌جهت با میدان سیم‌لوله (۲) یعنی به طرف چپ باشد. بنابراین جهت جریان القایی در مقاومت R_P از C به طرف D است.



(فیزیک ۲ - صفحه ۱۱۷)

۱۱۷ - گزینه «۱»

(امیراحمد میرسعید)

$$U_P = 9U_1 \Rightarrow \frac{1}{P} L_P I_P^2 = 9 \times \frac{1}{P} L_1 I_1^2$$

$$\Rightarrow 40 \times 10^{-3} \times I_P^2 = 9 \times 10 \times 10^{-3} I_1^2 \Rightarrow I_P = \frac{3}{2} I_1$$

چون اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی یکسان می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$V_P = V_1 \Rightarrow R_P I_P = R_1 I_1 \Rightarrow \frac{I_P}{I_1} = \frac{R_1}{R_P}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{\frac{50}{3}} = \frac{3}{2} \Rightarrow R_1 = 25 \Omega$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۲۲)

۱۱۸ - گزینه «۴»

(حسین الهی)

ابتدا با توجه به نمودار معادله جریان متناوب را به دست می‌آوریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow -3 = 6 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \times 7\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} = \sin\left(\frac{2\pi}{T} \times 7\right) \Rightarrow \frac{7\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \times 7$$

$$\Rightarrow T = 12 \text{ ms} = \frac{12}{1000} \text{ s}$$

بنابراین:

$$I = 6 \sin\left(\frac{500\pi}{3} t\right) \xrightarrow{t=9 \text{ ms}} I = 6 \sin\left(\frac{500\pi}{3} \times 9 \times 10^{-3}\right)$$

$$\Rightarrow I = 6 \sin\left(\frac{1500\pi}{3}\right) = 6 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -6$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \xrightarrow{\substack{L=100 \text{ mH} \\ I=6 \text{ A}}} U = \frac{1}{2} \times 100 \times 10^{-3} \times 36 = 1.8 \text{ J}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۵)

۱۱۹ - گزینه «۱»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به رابطه شار مغناطیسی عبوری از پیچه داریم:

$$\Phi = BA \cos \theta \xrightarrow{\substack{\Phi = 3 \times 10^{-4} \text{ Wb} \\ B = 0.2 \text{ T}, A = 25 \times 10^{-4} \text{ m}^2}} \rightarrow$$

$$3 \times 10^{-4} = 0.2 \times 25 \times 10^{-4} \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

از طرفی دیگر، بنابه معادله جریان القایی در پیچه داریم:

$$I = I_m \sin \theta \xrightarrow{\substack{I = 2/4 \text{ A} \\ \sin \theta = \frac{4}{5}}} \rightarrow 2/4 = I_m \times \frac{4}{5} \Rightarrow I_m = 3 \text{ A}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۵)

۱۲۰ - گزینه «۴»

(مسعود قنارانی)

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 2Ω با اختلاف پتانسیل دو سر پیچه برابر است:

$$P = \frac{V_P^2}{R} \Rightarrow 18 = \frac{V_P^2}{2} \Rightarrow V_P = 6 \text{ V}$$

$$\frac{V_P}{V_1} = \frac{N_P}{N_1} \Rightarrow \frac{6}{V_1} = \frac{120}{4000} \Rightarrow V_1 = 200 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)



فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۴»

(افشیرین مینو)

در فرایندهای بی‌دررو $Q = 0$ است؛

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\text{بی‌دررو}} W = \Delta U$$

پس در فرایند بی‌دررو، کار انجام شده روی گاز برابر است با تغییرات انرژی درونی گاز و در فرایند هم‌دم، انرژی درونی گاز ثابت و تغییرات انرژی درونی صفر است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۹)

۱۲۲- گزینه «۱»

(مهمرکاظم منشاری)

تغییرات انرژی درونی گاز به مسیر بستگی نداشته و تنها به نقاط ابتدایی و

انتتهایی بستگی دارد؛

$$PV = nRT \xrightarrow{P_f V_f > P_i V_i} T_f > T_i$$

$$\xrightarrow{U \propto T} U_f > U_i \Rightarrow \Delta U > 0$$

مساحت سطح زیر نمودار $P-V$ برابر با اندازه کار انجام شده توسط محیط بر روی گاز است؛

$$S_c > S_b > S_a \Rightarrow |W_c| > |W_b| > |W_a|$$

$$\Delta V > 0 \Rightarrow W < 0 \Rightarrow W_c < W_b < W_a$$

$$\Delta U_a = \Delta U_b = \Delta U_c > 0$$

$$\Rightarrow W_a + Q_a = W_b + Q_b = W_c + Q_c > 0$$

$$\Rightarrow Q_c > Q_b > Q_a > 0$$

پس هیچ یک از عبارات داده شده، درست نیستند.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۵)

۱۲۳- گزینه «۲»

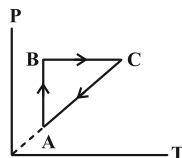
(عبدالرضا امینی نسب)

فرایند AB یک فرایند هم‌دم می‌باشد که حجم آن کم شده، بنابراین طبق رابطه $PV = nRT$ هنگامی که حجم کم شود، فشار گاز افزایش می‌یابد.

فرایند BC یک فرایند هم‌فشار است که دمای آن افزایش یافته، حجم آن نیز افزایش یافته است.

فرایند CA یک فرایند هم‌حجم است که دمای آن کم شده، بنابراین طبق رابطه $PV = nRT$ فشار آن نیز کاهش می‌یابد.

نکته: هرگاه نمودار $V-T$ پادساعتگرد باشد، آن‌گاه نمودار $P-T$ ساعتگرد می‌باشد.



(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۰)

۱۲۴- گزینه «۴»

(علی بزرگر)

در فرایند هم‌فشار داریم؛

$$\xrightarrow{n=2/5 \text{ mol}, W=-415 \text{ J}} -415 = -2/5 \times 8/3 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 20^\circ \text{C}$$

$$\Delta T = T_f - T_i \Rightarrow 20 = T_f - 30 \Rightarrow T_f = 50^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۴)

۱۲۵- گزینه «۲»

(علیرضا جباری)

ابتدا به کمک معادله گازهای کامل، فشار گاز در نقطه A را به دست می‌آوریم؛

$$P_A V_A = nRT_A \xrightarrow{V_A=0.05 \text{ m}^3, n=2 \text{ mol}, R=8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}, T_A=500 \text{ K}} P_A \times 0.05 = 2 \times 8 \times 500$$

$$\Rightarrow P_A = \frac{16 \times 5 \times 10^2}{5 \times 10^{-2}} = 1/6 \times 10^5 \text{ Pa} = 1/6 \text{ atm}$$

از طرفی با توجه به شکل نمودار داده شده، این فرایند در فشار ثابت انجام

می‌گیرد، بنابراین؛

$$P_A = P_B \Rightarrow P_B = 1/6 \text{ atm}$$

فرایند AB هم‌فشار است. در نتیجه کار انجام شده روی گاز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$W = -P\Delta V = -nR\Delta T = -nR(T_B - T_A)$$

$$\xrightarrow{n=2 \text{ mol}, R=8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}, T_A=500 \text{ K}, T_B=800 \text{ K}} W = -2 \times 8 \times (800 - 500) = -16 \times 300 = -4800 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۴)

۱۲۶- گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

می‌دانیم مساحت داخل یک چرخه در نمودار $P-V$ با اندازه کار انجام شده در آن چرخه برابر است. بنابراین داریم؛

$$|W| = S_{\text{نمودار}} = \frac{(12-4) \times 10^5 \times (40-20) \times 10^{-3}}{2}$$

$$= \frac{8 \times 20 \times 10^2}{2} = 8000 \text{ J} \Rightarrow |W| = 8 \text{ kJ}$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow 0 + Q_H + Q_L + W = 0 \Rightarrow Q_H = |Q_L| + |W|$$

از طرفی رابطه بازده ماشین گرمایی به صورت $\eta = \frac{|W|}{Q_H}$ می‌باشد.

بنابراین ابتدا، از رابطه بازده ماشین گرمایی مقدار W را محاسبه می‌کنیم.

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{40}{100} = \frac{|W|}{270} \Rightarrow |W| = 0.4 \times 270 = 108 \text{ kJ}$$

$$Q_H = |Q_L| + |W|$$

$$\Rightarrow |Q_L| = Q_H - |W| = 270 - 108 = 162 \text{ kJ}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۳۵)

(مصطفی کیانی)

۱۲۹- گزینه «۲»

با استفاده از رابطه بازده ماشین گرمایی آرمانی و با توجه به این که

$$|Q_{Lr}| = \frac{3}{5} Q_{Hr} \text{ و } Q_{Hr} = |Q_{Lr}|$$

$$\eta_r = 1 - \frac{|Q_{Lr}|}{Q_{Hr}} = 1 - \frac{\frac{3}{5} Q_{Hr}}{Q_{Hr}} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{Q_{Hr} = |Q_{Lr}|}{5} \Rightarrow \frac{3}{5} \frac{Q_{Hr}}{|Q_{Lr}|} \Rightarrow \frac{|Q_{Lr}|}{Q_{Hr}} = \frac{3}{4}$$

$$\eta_1 = 1 - \frac{|Q_{Lr}|}{Q_{Hr}} \Rightarrow \eta_1 = 1 - \frac{3}{4} \Rightarrow \eta_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow \eta_1 = 25\%$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۳۵)

(مسلم نادری)

۱۳۰- گزینه «۴»

موارد (الف) و (ت) صحیح‌اند.

بررسی موارد نادرست:

ب) مرحله ضربه قدرت در چرخه یک ماشین بنزینی، یک فرایند بی‌دررو است.

پ) نقض قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی موجب نقض قانون دوم

ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی می‌شود.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۷)

با توجه به این که جهت این چرخه، ساعتگرد است، $W < 0$ بوده و می‌توان

$$W = -8 \text{ kJ}$$

نوشت:

از طرفی با توجه به قانون اول ترمودینامیک، می‌توان گرمای مبادله شده را به

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U=0 \text{ چرخه}} Q = -W$$

دست آورد:

$$\xrightarrow{W=-8 \text{ kJ}} Q = 8 \text{ kJ}$$

یعنی دستگاه ۸ kJ گرما دریافت می‌کند.

(فیزیک ۱- صفحه ۱۳۹)

(مهران اسماعیلی)

۱۲۷- گزینه «۳»

همان‌طور که می‌دانیم همواره تغییر فشار در فرایند بی‌دررو بیشتر از فرایند

هم‌دما است، بنابراین فرایند BC بی‌دررو و فرایند CA هم‌دما است. با

توجه به این که تغییر انرژی درونی گاز در چرخه برابر صفر است، داریم:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

هم‌دما بی‌دررو هم‌حجم

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} \text{ در فرایند بی‌دررو } \Delta U_{AB} = Q_{AB} \text{ در فرایند هم‌حجم}$$

و در فرایند هم‌دما $\Delta U_{CA} = 0$ است.

با توجه به این که در فرایند هم‌حجم فشار افزایش یافته، دمای گاز نیز

افزایش می‌یابد، یعنی گاز گرما می‌گیرد. بنابراین:

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} = 1200 \text{ J}$$

$$\Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \xrightarrow{\Delta U_{AB}=1200 \text{ J}, \Delta U_{CA}=0} \Delta U_{BC}=W_{BC}$$

$$1200 + W_{BC} + 0 = 0 \Rightarrow W_{BC} = -1200 \text{ J}$$

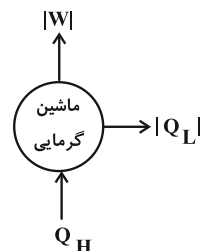
$$\Rightarrow |W_{BC}| = 1200 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۲۸- گزینه «۴»

مطابق قانون اول ترمودینامیک برای چرخه ماشین‌های آرمانی داریم:



شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۱»

(یاسر راش)

مجموعه تلاش‌های بشریت برای حل مشکلات و مسئله‌ها در هر زمان و مکان و یافتن راهکارهای علمی، در گذر زمان منجر به تولید و انباشت دانش و فناوری شده است. یکی از آن‌ها، دانش شیمی و فناوری‌های آن است که نقش پررنگی برای گذر از تنگناها و رسیدن به زندگی مدرن امروزی داشته است. شکل زیر برخی از دستاوردهای مهم شیمی را در این راستا نشان می‌دهد:



(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۳۲- گزینه «۴»

(مهمرباش پورباوید)

همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

• آلاینده‌های کربن‌داری همچون CO و CO_2 می‌توانند از سوختن ناقص و کامل هیدروکربن‌ها تولید شوند.

• اکسید بی‌رنگ نیتروژن، نیتروژن مونوکسید (NO) است که در ساختار آن N از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کند:

• تولید اوزون تروپوسفری طبق واکنش $NO + O_3 \rightarrow NO_2 + O_2$ صورت می‌گیرد و ضریب O_3 و NO_2 (به عنوان آلوتروپ‌های اکسیژن) در این واکنش یکسان است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۱۳۳- گزینه «۲»

(مفسن مبنونی)

بررسی موارد:

الف) با توجه به متن کتاب درسی، با این‌که استفاده بهینه و درست از دانش و فناوری، آسایش و رفاه را در زندگی تأمین می‌کند، اما استفاده نادرست از آن، آثاری مخرب‌تر و زیان‌بارتری به دنبال خواهد داشت.

ب) استفاده از مبدل کاتالیستی، آلودگی ناشی از مصرف سوخت را کاهش می‌دهد.

پ) با توجه به نمودار صفحه ۹۳ کتاب درسی دوازدهم صحیح است.

ت) گسترش فناوری صفحه‌های نمایشگر در وسایل الکترونیک، مدیون دانش شیمی است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۱، ۹۲ و ۹۳)

۱۳۴- گزینه «۳»

(علی کریمی)

گزینه «۱»: هر چه اندازه ذره‌های کاتالیزگر ریزتر باشد، سطح تماس و در نتیجه بازده واکنش‌های تبدیل آلاینده‌ها بیش‌تر می‌شود.

گزینه «۲»: به این دلیل از ۳ نوع کاتالیزگر استفاده می‌شود که ۳ نوع واکنش مختلف داریم.

گزینه «۴»: نماد پالادیم Pd می‌باشد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۱۳۵- گزینه «۳»

(یاسر راش)

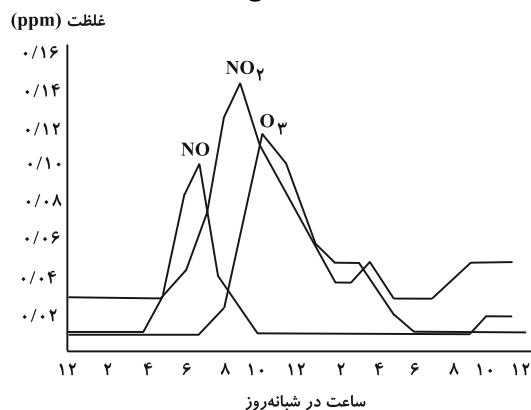
هوای آلوده شامل اکسیدهای نیتروژن‌دار و گوگرددار بوده و بر اثر واکنش این آلاینده‌ها با آب، باران اسیدی شکل می‌گیرد. دو مورد از پیامدهای باران اسیدی، «پوسیدگی خودروها» و «فرسودگی ساختمان‌ها» است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هوای خشک و پاک مخلوطی از گازهای گوناگون است که به‌طور یکنواخت در هواکره پخش شده‌اند. در حالی که هوای آلوده افزون بر آن‌ها حاوی گازهای گوناگونی مانند SO_2 ، O_3 ، NO_2 ، CO ، NO ، ذره‌های معلق و مواد آلی فرار است. از طرفی میزان آلودگی هواکره در شهرهای مختلف متفاوت بوده و در نتیجه ترکیب درصد هوای آلوده در قسمت‌های مختلف هواکره متغیر است.

۲) به دلیل وجود آلاینده‌ها هوای آلوده بوی بدی دارد. وجود گاز آلایندۀ NO_2 در هواکره باعث می‌شود سطح شهرهای بزرگ مثل تهران به ویژه در زمستان با لایۀ قهوه‌ای رنگی پوشانیده شود.

۴) با توجه به نمودار زیر این گزاره صحیح است:



(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)



$$\Delta H = [2\Delta H_{C\equiv O} + \Delta H_{O=O}] - [4\Delta H_{C=O}]$$

$$-566 = 2\Delta H_{C\equiv O} + 494 - 4 \times 800$$

$$\Delta H_{C\equiv O} = 1070 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

۱۴۰- گزینه «۳»

(پیمان فواپی میر)

با افزایش دما انرژی فعال‌سازی واکنش تغییر نمی‌کند. بلکه میزان جنب و جوش ذره‌ها افزایش می‌یابد و از این طریق سرعت واکنش افزایش پیدا می‌کند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

شیمی ۳- پیشروی سریع

۱۴۱- گزینه «۲»

(رسول عابدینی زواره)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) از واکنش اتن با هیدروژن کلرید، ترکیب کلرواتان به دست می‌آید که در افشانه‌های بی‌حس‌کننده موضعی کاربرد دارد.

(ب) از واکنش اتن با آب در شرایط مناسب، اتانول به دست می‌آید و از اکسایش اتانول، اتانویک‌اسید حاصل می‌شود.

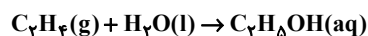
(پ) اتیل‌استات حلال چسب است که از واکنش اتانول و اتانویک‌اسید تولید می‌شود.

(ت) در دما و فشار بالا، از واکنش پلیمری شدن اتن، پلی‌اتن تولید می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه ۱۱۴)

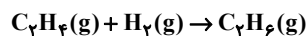
۱۴۲- گزینه «۳»

(امیر ماتمیان)



$$? g H_2O = 9 / 2 g C_7H_8OH \times \frac{18}{100} \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_8OH}{46 g C_7H_8OH}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_7H_8OH} \times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 2 / 18 g H_2O$$



$$? L C_7H_6 = 9 / 2 g C_7H_8OH \times \frac{18}{100} \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_8OH}{46 g C_7H_8OH}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_7H_6}{1 \text{ mol } C_7H_8OH} \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_6}{1 \text{ mol } C_7H_6} \times \frac{22 / 4 L C_7H_6}{1 \text{ mol } C_7H_6} = 3 / 58 L C_7H_6$$

(شیمی ۳- صفحه ۱۱۴)

(مهمر خاترنیا)

۱۳۶- گزینه «۱»

تنها مورد اول به درستی بیان شده است. بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: در بیشتر ساعات شبانه‌روز، غلظت NO_2 بیشتر از NO می‌باشد.

مورد سوم: گاز O_3 ، مستقیماً از آگزوز خودرو خارج نمی‌شود.

مورد چهارم: NO ، NO_2 ، N_2O ، N_2O_3 ، N_2O_5 و ... از اکسیدهای

نیترژن هستند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۱۳۷- گزینه «۱»

(رسول عابدینی زواره)

در بین فرمول شیمیایی آلاینده‌های داده شده، فقط مولکول‌های C_xH_y از نوع ناقطبی‌اند.

$$\text{میزان آلاینده‌های با مولکول قطبی} \leftarrow \frac{5}{99} + \frac{1}{0.4} = \frac{7}{0.3} \frac{g}{km}$$

$$(\text{آلاینده قطبی}) \frac{7}{0.3} \times \frac{50 km}{1} \times \frac{1}{1 km} \times (\text{خودرو}) = 10^8 \times (\text{خودرو}) \times \frac{1}{1 km} \text{ ton}$$

$$\times \frac{1 \text{ ton}}{10^6 g} = 35150 \text{ ton} \text{ (آلاینده قطبی)}$$

(شیمی ۳- صفحه ۹۴)

۱۳۸- گزینه «۳»

(سمیر زبئی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) برای آغاز هر واکنش، به انرژی فعال‌سازی نیاز است.

(۲) کاتالیزورها با این که در واکنش شرکت می‌کنند، اما مصرف نمی‌شوند.

(۳) جرقه انرژی فعال‌سازی واکنش میان گازهای H_2 و O_2 را تأمین

می‌کند، ولی استفاده از توری پلاتینی، E_a واکنش را کاهش می‌دهد. جرقه

باعث تغییر E_a نمی‌شود.

(۴) دقیقاً

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

۱۳۹- گزینه «۴»

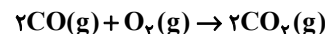
(مفسن مهنونی)

با توجه به نمودار، مقدار آنتالپی واکنش را محاسبه می‌کنیم. با توجه به این که

واکنش گرماده است، پس ΔH آن منفی است.

$$\text{پس } \Delta H = -566 \text{ kJ} \text{ می‌باشد. } \Rightarrow \Delta H = 900 - 334 = 566 \text{ kJ}$$

حال با توجه به واکنش و آنتالپی پیوند مواد داریم:





۱۴۳- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: الکل سازنده پلی‌استر A، همان اتیلن‌گلیکول ($C_2H_6O_2$) و اسید سازنده پلی‌استر B، همان ترفتالیک‌اسید ($C_8H_6O_4$) است. این دو ترکیب مونومرهای سازنده پلی‌اتیلن ترفتالات (PET) هستند.

گزینه «۲»: در مولکول اسید سازنده پلی‌استر A، ۸ اتم هیدروژن وجود دارد که با تعداد اتم‌های هیدروژن در مولکول نفتالن ($C_{10}H_8$) برابر است.

گزینه «۳»: در مولکول الکل سازنده پلی‌استر B، ۱۰ اتم هیدروژن وجود دارد که با تعداد اتم‌های هیدروژن در مولکول پارازیلین (C_8H_{10}) برابر است.

گزینه «۴»: الکل سازنده پلی‌استر B، مولکول $C_7H_9O_2$ و الکل سازنده پلی‌استر A، مولکول $C_7H_9O_2$ است.

$$C_7H_9O_2 \text{ مولی جرم} = (4 \times 12) + (10 \times 1) + (2 \times 16) = 90 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$C_7H_9O_2 \text{ مولی جرم} = (2 \times 12) + (6 \times 1) + (2 \times 16) = 62 \text{ g.mol}^{-1}$$

تفاوت جرم مولی این دو ترکیب برابر ۲۸ گرم بر مول بوده و جرم مولی اتان (C_2H_6) برابر ۳۰ گرم بر مول است.

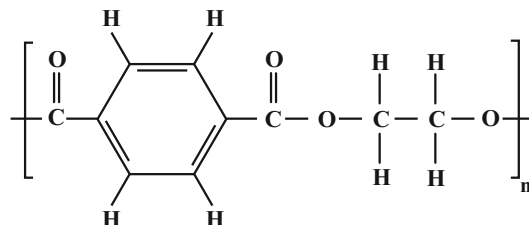
(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۱۴۴- گزینه «۲»

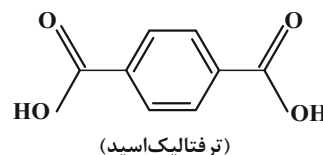
عبارت‌های (آ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) بطری آب از پلیمر PET ساخته شده است که در واحد تکرارشونده آن مطابق ساختار زیر، ۱۰ اتم کربن وجود دارد.



(ب) یکی از مونومرهای سازنده PET، ترفتالیک‌اسید است که در ساختار خود همانند ساختار واحد تکرارشونده PET یک حلقه بنزن دارد.



(پ) فرمول ساختاری واحد تکرارشونده پلی‌اتیلن ترفتالات (PET) به صورت ساختار رسم شده در قسمت «آ» است. در ساختار این واحد تکرارشونده، ۵ پیوند دوگانه و ۸ پیوند «کربن - هیدروژن» وجود دارد.

(ت) از واکنش یک الکل تک‌عاملی (ROH) و یک اسید آلی تک‌عاملی ($R'COH$)، یک مولکول استر ($R'COR$) و یک مولکول آب تولید می‌شود.

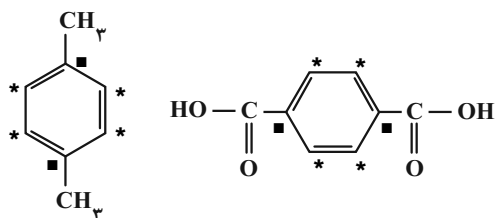
(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۱۶، ۱۱۷ و ۱۱۸)

۱۴۵- گزینه «۲»

(رسول عابدینی زواره)

عبارت‌های (آ) و (پ) درست‌اند.

ساختار مولکول‌های پارازیلین و ترفتالیک‌اسید به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

(آ) شمار گروه‌های متیل در پارازیلین = ۲، شمار گروه‌های کربوکسیل در ترفتالیک‌اسید = ۲

(ب) شمار پیوندهای دوگانه در پارازیلین = ۳، شمار پیوندهای دوگانه در ترفتالیک‌اسید = ۵

(پ) فرمول مولکولی پارازیلین C_8H_{10} و شمار اتم‌ها = ۱۸، فرمول مولکولی ترفتالیک‌اسید $C_8H_6O_4$ و شمار اتم‌ها = ۱۸

(ت) در هر دو مولکول، اتم‌های کربن ستاره‌دار عدد اکسایش ۱- و اتم‌های کربن ■ دار، عدد اکسایش صفر دارند. (۶ اتم کربن در هر مولکول با عدد اکسایش یکسان)

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۱۴۶- گزینه «۴»

(امین نوری)

موارد (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) اتیلن گلیکول یک الکل دو عاملی با فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ است. چنین اتم‌ها در اطراف اتم‌های کربن موجود در ساختار اتیلن گلیکول متقارن نبوده و هریک از اتم‌های کربن موجود در ساختار مولکولی این ماده، به اتم‌های متفاوتی از ۳ عنصر مختلف متصل شده است، پس گشتاور دوقطبی مولکول‌های این ماده بزرگ‌تر از صفر است.

گزینه «۳»: مونومرهای سازنده PET، اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید هستند. این دو ماده در نفت خام وجود ندارد.



شیمی ۲

۱۵۱- گزینه «۱»

(ممد عظیمیان زواره)

الف) درست؛ حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.

ب) درست؛ پنبه از الیاف سلولز تشکیل شده است. مونومر سازنده سلولز،

گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) می‌باشد. فرمول شیمیایی اتانول C_2H_5OH

می‌باشد. بنابراین نوع عنصرهای سازنده هر کدام C، H و O می‌باشد.

پ) نادرست؛ اتن درشت مولکول محسوب نمی‌شود.

ت) درست؛ با حرارت دادن گاز اتن (C_2H_2) در فشار بالا، جامد سفید

رنگ پلی‌اتن به دست می‌آید و یک درشت مولکول محسوب شده و جرم

مولی آن اغلب به ده‌ها هزار گرم بر مول می‌رسد.

ث) نادرست؛ تاکنون هیچ قاعده‌ای برای اتصال شمار مونومرها به یکدیگر

ارائه نشده است نه این که چگونه به هم وصل می‌شوند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۵)

۱۵۲- گزینه «۳»

(امیرعلی بیات)

درصد جرمی F در مخلوطی از C_2H_3Cl و C_2F_4 برابر ۵۷٪ است. این

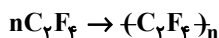
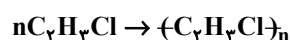
یعنی اگر جرم مخلوط اولیه را ۴۰۰g فرض کنیم:

$$400 \times \frac{57}{100} = 4 \times 57g F$$

$$4 \times 57g F \times \frac{1 \text{ mol } F}{19g F} \times \frac{1 \text{ mol } C_2F_4}{4 \text{ mol } F} \times \frac{100g C_2F_4}{1 \text{ mol } C_2F_4}$$

$$= 300g C_2F_4$$

$$\Rightarrow 400 - 300 = 100g C_2H_3Cl$$



$$300g C_2F_4 \times \frac{1 \text{ mol}}{100g} \times \frac{1 \text{ mol}}{n \text{ mol}} \times \frac{100n g}{1 \text{ mol}} \times a\%$$

$$= 100g C_2H_3Cl \times \frac{1 \text{ mol}}{62.5g} \times \frac{1 \text{ mol PVC}}{n \text{ mol}} \times \frac{62.5n g PVC}{1 \text{ mol PVC}} \times b\%$$

$$\Rightarrow 300a\% = 100b\% \Rightarrow 3a\% = b\%$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{3} \quad \text{یا} \quad \frac{b}{a} = 3$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۴)

۱۵۳- گزینه «۴»

(رسول عابدینی زواره)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ پلی‌استرها دسته‌ای از پلیمرها هستند که از اتم‌های C، H

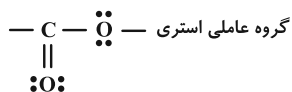
و O تشکیل شده‌اند و اتم N ندارند.

(۲) نادرست؛ بو و طعم خوش آناناس به دلیل وجود استری به نام اتیل

پوتانات در آن است.

(۳) نادرست؛ یک پلی‌استر با n گروه عاملی دارای ۸n الکترون ناپیوندی

است. (۴n جفت الکترون ناپیوندی)



(۴) درست؛ ساده‌ترین استر، متیل متانوات بوده که شامل ۲ اتم کربن است:



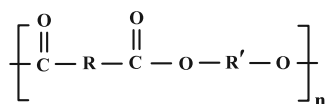
(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)



۱۵۴ - گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

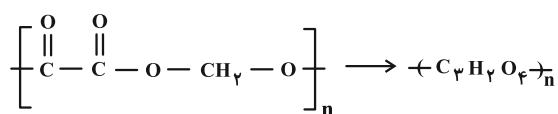
فرمول کلی پلی استرها:



در ساده ترین واحد تکرارشونده، گروه R بدون اتم است و دو گروه C با

پیوند یگانه به هم متصل می شوند و گروه R' نیز تنها دارای یک

گروه CH_۲ است.



(شیمی ۲ - صفحه های ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۱۵۵ - گزینه «۴»

(امیرمهر کنگرانی)

آلکان ها ناقطبی هستند و در آب حل نمی شوند اما الکل ها هم دارای بخش

قطبی و هم بخش ناقطبی هستند. در ۵ عضو ابتدایی خانواده الکل های

تک عاملی، راست زنجیر و سیر شده، بخش قطبی بر ناقطبی غلبه کرده و در آب

به خوبی حل می شوند. هر چه تعداد کربن الکل ها کمتر باشد، بخش ناقطبی

کوچک تر بوده و در آب راحت تر حل می شوند.

(شیمی ۲ - صفحه ۱۱۲)

۱۵۶ - گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

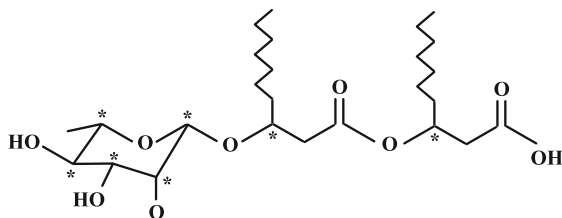
تمامی عبارت ها درست هستند.

در ساختار این ترکیب همانند ساختار ویتامین C گروه های عاملی «استر» و

«هیدروکسیل» مشاهده می شود. در این ساختار همانند الکل ها دو نوع نیروی

بین مولکولی وجود دارد: نیروی واندروالسی و پیوند هیدروژنی. همچنین اتم های

کربن ستاره دار در ساختار زیر، تنها به یک اتم هیدروژن متصل هستند:

فرمول مولکولی: C_{۲۶}H_{۴۸}O_۹

(شیمی ۲ - صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱۵۷ - گزینه «۴»

(آرمین عظیمی)

۲۳ گرم اتانول معادل با ۵/۰ مول است، از این رو ۵/۰ مول استر و ۵/۰

مول آب مطابق واکنش زیر تولید شده است:

آب + استر → کربوکسیلیک اسید + اتانول

$$\text{جرم آب} = ۵/۰ \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{۱۸ \text{ g H}_2\text{O}}{۱ \text{ mol H}_2\text{O}} = ۹ \text{ g H}_2\text{O}$$

$$۴۹ - ۹ = \text{m استر} \Rightarrow ۴۹ \text{ g} = \text{جرم آب} - \text{جرم استر}$$

$$\Rightarrow \text{m استر} = ۵۸ \text{ g}$$

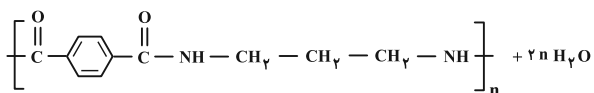
جرم ۵/۰ مول استر برابر با ۵۸ گرم است، بنابراین جرم مولی این استر برابر

با ۱۱۶ گرم بر مول است. فرمول کلی استرهای تک عاملی با زنجیر

هیدروکربنی سیر شده و دارای n اتم کربن به صورت C_nH_{۲n}O_۲ است،

بنابراین داریم:

$$۱۲n + ۲n + ۳۲ = ۱۱۶ \Rightarrow n = ۶$$

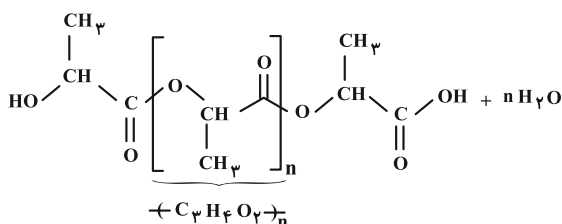
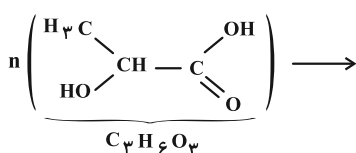


(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

(یاسر راش)

۱۵۹- گزینه «۲»

واکنش پلیمری شدن به صورت زیر است:



$$? \text{ g (پلیمر)} = 1 \text{ g C}_3\text{H}_6\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_6\text{O}_3}{90 \text{ g C}_3\text{H}_6\text{O}_3} \times \frac{1 \text{ mol (پلیمر)}}{n \text{ mol C}_3\text{H}_6\text{O}_3}$$

$$\times \frac{72 \text{ ng (پلیمر)}}{1 \text{ mol (پلیمر)}} = 0.8 \text{ g (پلیمر)}$$

(شیمی ۲- صفحه ۱۲۱)

(ممد رضا جمشیری)

۱۶۰- گزینه «۳»

بررسی مورد نادرست: گزینه «۳» شیر ترش شده دارای لاکتیک اسید است.

سایر گزینه‌ها درست هستند.

(شیمی ۲- صفحه ۱۲۱)

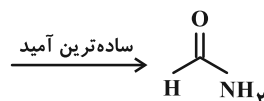
اتانول یک الکل دوکربنه با فرمول مولکولی $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ و فرمول مولکولی

استر به صورت $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_4$ است. بنابراین فرمول مولکولی اسید آلی

مصرف شده به صورت $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_4$ است.

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{(4 \times 4) + (1 \times 8) + (2 \times 2)}{2} = 14$$

فرمول ساختاری ساده‌ترین آمید به صورت زیر است:



این آمید دارای ۶ پیوند اشتراکی است. بنابراین در نهایت داریم:

$$\frac{14}{6} \approx 2.33$$

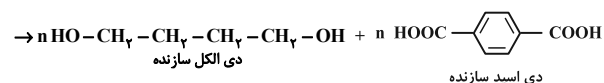
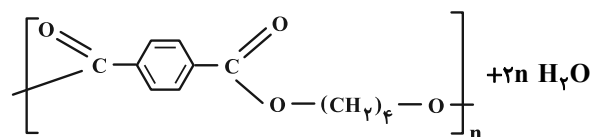
(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

(ممد رضا پوریاوید)

۱۵۸- گزینه «۱»

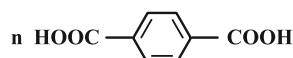
برای تعیین فرمول ساختاری دی اسید سازنده پلی پروپیلن ترفتالات، می‌توان

از واکنش آبکافت این پلیمر استفاده کرد:



به این ترتیب فراورده پلیمری حاصل از واکنش دی اسید تولید شده با

دی‌آمین مورد نظر عبارت است از:





شیمی ۱

۱۶۱- گزینه «۲»

(مفسر مبنوی)

در ابتدا مولاریته Na_2SO_4 را با استفاده از غلظت ppm یون سدیم محاسبه می‌کنیم: (فرض می‌کنیم ۱۰۰ گرم محلول Na_2SO_4 در اختیار داریم).

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 6900 = \frac{\text{جرم Na}^+}{100 \text{ g}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{جرم Na}^+ = 0.69 \text{ g}$$

می‌دانیم در هر مول از Na_2SO_4 ، دو مول Na^+ وجود دارد. پس با محاسبات استوکیومتری جرم Na_2SO_4 را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ g Na}_2\text{SO}_4 = 0.69 \text{ g Na}^+ \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{23 \text{ g Na}^+} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{2 \text{ mol Na}^+} \times \frac{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} = 2.13 \text{ g Na}_2\text{SO}_4$$

در نتیجه با توجه به فرض سؤال، جرم KOH برابر 2.13 g است.

حجم 100 g از محلول Na_2SO_4 با چگالی $1.12 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$ برابر است با:

$$d = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow 1.12 = \frac{100 \text{ g محلول}}{V} \Rightarrow V = \frac{100}{1.12} \text{ mL}$$

حال غلظت مولی محلول KOH را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مولاریته} = \frac{\text{mol}}{V(L)}$$

$$\text{مولاریته KOH} = \frac{\frac{2.13 \text{ g}}{56 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}}{\frac{100}{1.12} \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}} = 0.426 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۹۸، ۹۹، ۱۰۰ و ۱۲۲)

۱۶۲- گزینه «۱»

(مفسر رضا جمشیری)

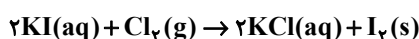
ابتدا مقدار K^+ را برحسب گرم در 200 g گرم محلول KI به دست می‌آوریم:

$$58500 = \frac{\text{g K}^+}{200} \times 10^6 \Rightarrow \text{g K}^+ = 11.7 \text{ g}$$

حال اطلاعات KI را برحسب مول از طریق مقدار K^+ به دست می‌آوریم:

$$11.7 \text{ g K}^+ \times \frac{1 \text{ mol K}^+}{39 \text{ g K}^+} \times \frac{1 \text{ mol KI}}{1 \text{ mol K}^+} = 0.3 \text{ mol KI}$$

حال با توجه به واکنش موازنه شده داریم:



$$0.3 \text{ mol KI} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{2 \text{ mol KI}} \times \frac{22.4 \text{ L Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} = 3.36 \text{ L Cl}_2$$

$$0.3 \text{ mol KI} \times \frac{1 \text{ mol I}_2}{2 \text{ mol KI}} = 0.15 \text{ mol I}_2$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۶۳- گزینه «۲»

(مفسر عظیمیان زواره)

نقره کلرید (AgCl) یک ترکیب یونی دوتایی محسوب می‌شود.

بررسی گزینه‌های درست:

(۱) تعریف انحلال‌پذیری

$$(3) \quad \frac{50}{150} \times 100 \approx 33.3\% \text{ درصد جرمی}$$

(۴) زیرا با افزایش دما انحلال‌پذیری لیتیم سولفات در آب کاهش می‌یابد و

محلول سیرشده آن در دمای بالاتر شامل مقدار کمتری حل‌شونده بوده و

چگالی محلول آن کمتر است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲ و ۱۲۲)



۱۶۴ - گزینه «۳»

(آرمین عظیمی)

معادله انحلال پذیری پتاسیم نترات به صورت خطی نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) انحلال پذیری نمک B در دمای 10°C برابر است با:

$$S_B = (0/8 \times 10) + 28 = 36\text{ g}$$

در 100 گرم آب، 36 گرم نمک وجود دارد، از این رو در $\frac{100}{8}$ یا $12/5$ گرم آب، باید $\frac{36}{8}$ یا $4/5$ گرم نمک وجود داشته باشد که سیر شده باشد.بنابراین محلول حاوی $3/75$ گرم نمک سیر نشده است.(۲) انحلال پذیری نمک A را در دماهای 10°C و 60°C حساب می‌کنیم:

$$S_{10^{\circ}\text{C}} : -(0/4 \times 10) + 34 = 30\text{ g}$$

$$S_{60^{\circ}\text{C}} : -(0/4 \times 60) + 34 = 10\text{ g}$$

حال مقدار رسوب تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$(\text{رسوب}) \text{ A } 0/5 \text{ mol} = \frac{\text{رسوب } 1 \text{ mol}}{148 \text{ g}} \times \frac{\text{رسوب } 20 \text{ g}}{130 \text{ g}} \times 481 \text{ g}$$

(۴) انحلال پذیری نمک‌های A و B را در دمای 25°C به دست می‌آوریم:

$$\text{A} : S_{25^{\circ}\text{C}} : -(0/4 \times 25) + 34 = 24\text{ g}$$

$$\text{B} : S_{25^{\circ}\text{C}} : (0/8 \times 25) + 28 = 48\text{ g}$$

حال نسبت غلظت مولی دو نمک را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{غلظت مولی A}}{\text{غلظت مولی B}} = \frac{\frac{24}{100 + 24}}{\frac{48}{100 + 48}} = 1$$

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳)

۱۶۵ - گزینه «۴»

(امیرحسین حسن‌نژاد)

بررسی موارد نادرست:

(الف) مولکول‌های گوگرد تری اکسید ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی

جهت‌گیری نمی‌کنند.

(ب) مولکول‌های آب از سمت اتم هیدروژن خود به سمت میله شیشه‌ای مالش

داده شده به موی سر نزدیک می‌شوند.

(پ) مولکول آب با وجود جرم مولی کمتر نسبت به H_2S ، نقطه جوش

بیشتری از آن دارد.

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۶۶ - گزینه «۲»

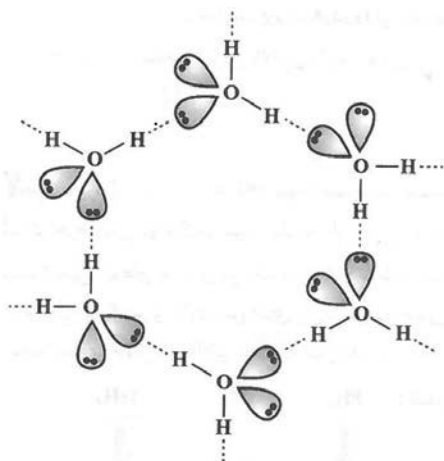
(سعید تیزرو)

تنها عبارت دوم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: تبدیل آب به یخ و بخار آب با افزایش حجم همراه است.

مورد دوم: ساختار حلقه‌های شش ضلعی یخ به صورت زیر است:



مطابق شکل در هر حلقه ۶ ضلعی، ۶ اتم H، ۶ اتم O و ۶ پیوند هیدروژنی

وجود دارد.



(ممرضا جمشیری)

۱۶۹- گزینه «۱»

ابتدا مقدار گرم NO_2 حل شده را به دست می آوریم:

$$0.5 \text{ mol NO}_2 \times \frac{46 \text{ g NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} \times \frac{10}{100} = 2.3 \text{ g NO}_2$$

حال جرم آب را به دست می آوریم:

$$5 \text{ L} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 5000 \text{ g}$$

حال غلظت را برحسب ppm به دست می آوریم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{ppm} = \frac{2.3}{5000} \times 10^6 = 460$$

توجه: در فرمول ppm در مخرج به جای گرم محلول، گرم آب را قرار

می دهیم، زیرا مقدار حل شونده در برابر مقدار حلال (آب) ناچیز است.

(شیمی ۱- صفحه های ۱۱۳ تا ۱۱۵ و ۱۱۲)

(امیرعلی بیات)

۱۷۰- گزینه «۲»

در همه روش های تصفیه آب، پس از انجام فرایند، باید آب به کمک کلر

ضد عفونی شود.

بررسی گزینه های نادرست:

(۱) با اسمز معکوس می توان ترکیبات آلی فرار را از آب جدا کرد.

(۳) گاز اوزون و کلر در گندزدایی کاربرد دارند.

(۴) غشاء نیمه تراوا، غشایی انتخابی است و اجازه عبور همه یون ها را از غشاء

نمی دهد.

(شیمی ۱- صفحه های ۱۱۷، ۱۱۸ و ۱۱۹)

مورد سوم: ترکیب هایی نظیر استون ($\text{H}_3\text{C}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{CH}_3$) فاقد توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول های خودش بوده، اما امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول های آب را دارند.

مورد چهارم: مطابق متن کتاب درسی این عبارت درست است.

(شیمی ۱- صفحه های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۱۶۷- گزینه «۲»

(سراسری دافل تهرانی ۱۴۰۱)

عبارت های اول، چهار و پنجم درست هستند. بررسی موارد:

مورد اول: انحلال پذیری $\text{CO}_2(\text{g})$ در هر فشار و دمایی از $\text{NO}(\text{g})$ بیش تر است. انحلال پذیری $\text{NO}(\text{g})$ در فشار 3 atm حدود 0.02 g است. بنابراین انحلال پذیری $\text{CO}_2(\text{g})$ از 0.02 g بیش تر است.

مورد دوم: انحلال گازها در آب شور کم تر از آب خالص است. انحلال پذیری $\text{N}_2(\text{g})$ در فشار 6 atm در آب خالص کم تر از 0.02 g است. پس امکان ندارد انحلال پذیری این گازها در آب شور در همین دما بیش تر از 0.02 g باشد.

مورد سوم: با توجه به نمودار، در هر فشار 5 atm ، انحلال پذیری $\text{O}_2(\text{g})$ حدود 0.02 g و انحلال پذیری $\text{NO}(\text{g})$ حدود 0.03 g است. بدین ترتیب تفاوت انحلال پذیری آن ها حدود 0.01 g خواهد بود. مورد چهارم: شیب نمودار انحلال - فشار گازها به نوع گاز و دمای گاز بستگی دارد. با افزایش دما، از انحلال پذیری گازها کاسته می شود و مقدار شیب کاهش می یابد.

مورد پنجم: با توجه به بیش تر بودن شیب منحنی مربوط به $\text{X}_2(\text{g})$ نسبت به منحنی $\text{O}_2(\text{g})$ ، انحلال گاز X_2 از گاز اکسیژن بیش تر است. انحلال پذیری $\text{O}_2(\text{g})$ در فشار 4 atm ، بین 0.01 تا 0.02 g گرم است. پس انحلال پذیری $\text{X}_2(\text{g})$ می تواند 0.02 g باشد.

(شیمی ۱- صفحه ۱۱۵)

۱۶۸- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

بررسی عبارت ها:

الف) نادرست؛ چون CO_2 می تواند با آب واکنش دهد، اگرچه ناقطبی است؛ اما با این حال از برخی گازهای قطبی انحلال پذیری بیشتری در آب دارد.

ب) نادرست؛ گاز CO_2 با آب واکنش شیمیایی می دهد.

پ) درست

ت) نادرست؛ قانون هنری مربوط به اثر فشار بر میزان انحلال گازهاست.

ث) درست

(شیمی ۱- صفحه های ۱۱۳ تا ۱۱۵)



دفترچه پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد)

۲۴ اسفند ماه ۱۴۰۳

ریاضی و فیزیک، علوم تجربی و فنی و حرفه‌ای / کار دانش

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳

تعلیم و تربیت اسلامی

۲۵۱- گزینه «۳»

(مفسر رضایی بقا)

قرآن کریم، «تبرج» را کاری جاهلانه می‌داند که موجب غفلت از هدف اصلی زندگی و مشغول شدن به کارهایی می‌شود که عاقبتی جز دور شدن از خدا ندارد.

(دین و زندگی، فضیلت آراستگی، صفحه ۱۳۹)

۲۵۲- گزینه «۱»

(مفسر رضایی بقا)

چون زمان امام صادق (ع)، مردم شرایط بهتری داشتند، ایشان لباس زیبایی می‌پوشید، اما چون در گذشته مردم شرایط سختی داشتند، جدّ امام صادق (ع)، پوشش متفاوتی متناسب با شرایط زندگی مردم و توانایی آنان داشت.

(دین و زندگی، فضیلت آراستگی، صفحه ۱۳۷)

۲۵۳- گزینه «۳»

(مفسر رضایی بقا)

امام صادق (ع) می‌فرماید: «لباس نازک و بدن نما نپوشید؛ زیرا چنین لباسی نشانه سستی و ضعف دینداری فرد است.»

(دین و زندگی، فضیلت آراستگی، صفحه ۱۴۰)

۲۵۴- گزینه «۳»

(عباس سیرشستر)

در عبارت قرآنی «ذلک ادنی ان یعرفن فلا یؤذین: این برای آن که به (عفاف) شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند، بهتر است» به فلسفه و چرایی حجاب اشاره شده است.

(دین و زندگی، زیبایی پوشیدگی، صفحه ۱۴۸)

۲۵۵- گزینه «۴»

(عباس سیرشستر)

در دوران اخیر پایبندی به تعالیم دینی کمتر شده و آن بخش از دستورات و سنت‌های حضرت موسی (ع) و حضرت عیسی (ع) هم که باقی مانده، مورد غفلت قرار گرفته است و به آن‌ها عمل نمی‌شود. بنابراین، بی‌حجابی زنان غرب نه تنها جایگاهی در اندیشه مسیحیت حقیقی ندارد؛ بلکه بازگشتی به سنت‌های مشرکانه قبل از حضرت مسیح (ع) محسوب می‌شود.

(دین و زندگی، زیبایی پوشیدگی، صفحه ۱۵۰)

۲۵۶- گزینه «۴»

(مفسر رضایی بقا)

نیاز به مقبولیت در دوره جوانی و نوجوانی نمود بیشتری دارد و سبب می‌شود که نوجوان و جوان بیشتر به خود بپردازد و توانایی‌ها و استعدادها را کشف و شکوفا کند و در معرض دید دیگران قرار دهد. جوانی که با نشان دادن استعداد خود در یک رشته ورزشی یا خلق اثر هنری یا کار مؤثر در کارگاه صنعتی، تحسین دیگران را برانگیزد، از این قبیل است.

(دین و زندگی، فضیلت آراستگی، صفحه ۱۳۸)

۲۵۷- گزینه «۳»

(عباس سیرشستر)

چگونگی و نوع پوشش، تا حدود زیادی تابع آداب و رسوم ملت‌ها و اقوام است.

حجاب، مانند هر عمل دیگری، هرچه کامل‌تر و دقیق‌تر انجام شود، نزد خدا بالارزش‌تر و آثار و ثمرات فردی و اجتماعی آن افزون‌تر است.

(دین و زندگی، زیبایی پوشیدگی، صفحه ۱۴۸)

۲۵۸- گزینه «۳»

(عباس سیرشستر)

طبق مقررات اسلامی، رضایت کامل دختر و پسر برای ازدواج ضروری است و اگر عقدی به زور انجام بگیرد، باطل است و مشروعیت ندارد.

(دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه ۱۵۳)

۲۵۹- گزینه «۲»

(مفسر رضایی بقا)

رشد اخلاقی و معنوی: پسر و دختر جوان با تشکیل خانواده، از همان ابتدا زمینه‌های فساد را از خود دور می‌کنند، مسئولیت‌پذیری را تجربه می‌نمایند، مهر و عشق به همسر و فرزندان را در خود پرورش می‌دهند، با گذشت و مدارا و تحمل سختی‌ها و ناگواری‌های زندگی، به درجات معنوی بالاتری نایل می‌شوند.

انس با همسر: هر یک از زن و مرد، علاوه بر نیاز جنسی، نیازمند به زندگی با دیگری هستند و این نیاز (انس با همسر) نیز پس از بلوغ آشکار می‌شود.

(دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه ۱۵۳)

۲۶۰- گزینه «۴»

(مفسر رضایی بقا)

سلامت جسمی و روانی از معیارهای همسر شایسته است. همچنین عدم ارتباط قبلی با جنس مخالف نیز از معیارهای دیگر همسر شایسته است.

(دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه ۱۵۳)

۲۶۱- گزینه «۲»

(عباس سیرشستر)

رشد اخلاقی و معنوی: دختر و پسر جوان با تشکیل خانواده از همان ابتدا زمینه‌های فساد را از خود دور می‌کنند و مسئولیت‌پذیری را تجربه می‌کنند. رشد و پرورش فرزندان: خانواده بستر رشد و بالندگی فرزندان است و هیچ نهادی نمی‌تواند جایگزین آن شود. فرزند، ثمره زن و مرد و تحکیم‌بخش وحدت روحی آن‌هاست.

(دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه ۱۵۳)

۲۶۲- گزینه «۳»

(مفسر رضایی بقا)

امام علی (ع) می‌فرماید: «علاقه شدید به چیزی، آدم را کور و کر می‌کند.» علاقه و محبت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند. از این رو، پیشوایان دین از ما خواسته‌اند که در مورد همسر آینده با پدر و مادر خود مشورت کنیم تا به انتخابی درست برسیم.

(دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه‌های ۱۵۳ و ۱۵۴)



۲۶۳- گزینه «۱»

(یاسین ساعری)

خداوند در آیه ۲۱ سوره روم می‌فرماید: «وَمِنْ آيَاتِهِ أَنْ خَلَقَ لَكُمْ مِنْ أَنْفُسِكُمْ أَزْوَاجًا لِتَسْكُنُوا إِلَيْهَا وَجَعَلَ بَيْنَكُمْ مَوَدَّةً وَ رَحْمَةً إِنَّ فِي ذَلِكَ لَآيَاتٍ لِقَوْمٍ يَتَفَكَّرُونَ» و از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از نوع خودتان برای شما آفرید تا با آن‌ها آرامش یابید و میان شما دوستی و رحمت قرارداد. همانا که در این مورد، نشانه‌هایی است برای کسانی که تفکر می‌کنند.

آمادگی برای ازدواج، نیازمند دو بلوغ است: یکی بلوغ جنسی و دیگری بلوغ عقلی و فکری که مدتی پس از بلوغ جنسی فرا می‌رسد.

(دین و زندگی، ۲، پیونر مقرر، صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۵۵)

۲۶۴- گزینه «۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

امام خمینی (ره) به‌خاطر هم‌دردی با مردم ایران، سرمای پاریس را تحمل می‌کرد و از نفت استفاده نمی‌کرد.

همین که آیت‌الله بروجردی فهمید نسبت به طلبه سؤال‌کننده، تندی بی‌جایی کرده است، در برابر همه شاگردان و علما و مراجع، دست آن طلبه را بوسید که نشان از وظیفه جبران ضعف‌ها در معلمی دارد.

(معارف معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۹۰ و ۹۲)

۲۶۵- گزینه «۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

«... و اذا قيل انشروا فانشروا يرفع الله ...: ... و هرگاه گفته شود برخیزید، برخیزید، خدا شما را به درجاتی رفعت و بزرگی می‌دهد ...»
در فرهنگ مردم «فرشته» مظهر خوبی و کرامت است؛ تا آن جا که زنان مصر در ستایش یوسف گفتند: «إِنَّ هَذَا أَلَا مَلَكٌ كَرِيمٌ».

(معارف معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۹۵، ۱۱۵ و ۱۱۶)

۲۶۶- گزینه «۱»

(یاسین ساعری)

«بسم الله» گام اول در مسیر بندگی و عبودیت است.

امام رضا (ع) فرمود: «بسم الله به اسم اعظم الهی از سیاهی چشم به سفیدی آن نزدیک‌تر است».

(معارف معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۷۶ و ۷۷)

۲۶۷- گزینه «۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

حکمت، مادر همه خیرات است. هر که آن را داشته باشد، چیزهای زیادی خواهد داشت، گرچه مال و ثروت خیر است، ولی خیر کثیر، داشتن دید و قدرت تشخیص است.

بر اساس روایات، حکمت همچون نوری است که در جان قرار می‌گیرد و آثار آن در گفتار و رفتار انسان پیدا می‌شود.

توجه:

حکمت:

- همچون نوری است که در جان قرار می‌گیرد و آثار آن در گفتار و رفتار انسان پیدا می‌شود.

- بینش و بصیرتی است که اگر فقیر باشد او را در جامعه از ثروتمند محبوب‌تر می‌کند و اگر صغیر باشد، او را بر بزرگسالان برتری می‌بخشد.

- معرفت و تفقه در دین است، اطاعت از خدا و شناخت امام و پرهیز از گناهان است.

- هدیه‌ای کلیدی و مادر همه خیرات است (خیر کثیر)

(معارف معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۲۶۸- گزینه «۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

در آیه‌ای می‌خوانیم که به جای انتقام، بدی‌های مردم را با عمل خوبی از خود دفع کنید: «دفع بالآتی هی احسن» که این کار برکاتی دارد؛ از جمله این که کینه و دشمنی بین شما و آن شخص را به دوستی گرم تبدیل می‌کند: «فاذا أَلَذَى بَيْنَكَ وَ بَيْنَهُ عَدَاوَةٌ كَأَنَّهُ وَلِيٌّ حَمِيمٌ».

آیه شریفه «لَا تَسْتَوِي الْحَسَنَةُ وَ لَا السَّيِّئَةُ ادْفَعْ بِالَّتِي هِيَ أَحْسَنُ» درباره یکی دیگر از بایدهای معلمی یعنی «توجه به آثار جنبی رفتار» اشاره دارد.

(معارف معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

۲۶۹- گزینه «۳»

(یاسین ساعری)

تشریح گزینه نادرست:

شرط امر به معروف و نهی از منکر، عمل خود انسان نیست؛ یعنی اگر منکری را دیدیم باید از آن نهی کنیم؛ گرچه خودمان آن منکر را انجام دهیم.

(معارف معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۷۷، ۷۸ و ۸۰)

۲۷۰- گزینه «۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

گوش ندادن به حقایق، صفت کافران کوردل است: «و لهم أذان لا يسمعون بها: آنان گوش‌هایی دارند که با آن نمی‌شنوند» و «اذا ذكروا لا يذكرون: و هنگامی که به آن‌ها تذکر داده شود، پند نمی‌گیرند»

یأس از رحمت خداوند رحیم جزء گناهان کبیره است و مأیوس کردن دیگران، به تعبیر قرآن کریم، کار شیطان و منافقان.

(معارف معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)



استعداد تحلیلی

۲۷۱- گزینه «۳»

موجود: ایجاد کننده

(مهمبر اصفهانی)

(هوش کلامی)

۲۷۲- گزینه «۳»

(مهمبر اصفهانی)

متن می‌گوید باید به مبانی اندیشه‌های فلسفه‌ی آموزشی توجه کرد، در غیر این صورت، آسیب‌زاست، یعنی در غیر این توجه به مبانی اندیشه‌های فلسفه‌ی آموزشی.

(هوش کلامی)

۲۷۳- گزینه «۱»

(مهمبر اصفهانی)

متن برای فارغ‌التحصیلان رشته‌ی فلسفه‌ی تعلیم و تربیت، چند شغل احتمالی معرفی کرده است ولی به دیگر پرسش‌ها پاسخی نداده است.

(هوش کلامی)

۲۷۴- گزینه «۴»

(مهمبر اصفهانی)

طبق متن، «هدف از برگزاری این دوره، تربیت متخصصان کارآمدی است که به ... بپردازند». معلوم است که نهاد جمع انسان، فعل جمع می‌خواهد.

(هوش کلامی)

۲۷۵- گزینه «۲»

(مهمبر اصفهانی)

متن می‌گوید اگر ارزش پول ملی کشور «الف» در قیاس با پول ملی کشور «ب» کم شود، کشور «الف» محصولاتش را راحت‌تر می‌تواند به کشور «ب» صادر کند. ولی این حداقل به شرطی است که افزایش ارزش پول ملی کشور «ب»، به افزایش قیمت محصولات کشور «الف» منجر نشود. مثلاً اگر محصولات اولیه خود وارداتی باشد، قیمت آن‌ها هم بیشتر می‌شود که به افزایش قیمت محصول نهایی منجر می‌شود.

(هوش کلامی)

۲۷۶- گزینه «۲»

(کتاب، آبی استعداد تحلیلی هوش کلامی)

در متن صورت سؤال به اهمیت شکل و ارتفاع دودها اشاره‌ای نشده است. عبارت «فرستندگان این پیام‌ها، چیزی شبیه به پتو را در فواصل زمانی معین روی آتشی قرار می‌دهند و برمی‌دارند تا دودها نیز در فواصل زمانی معین هوا فرستاده شود» به اهمیت فاصله زمانی و عبارت «دو دود غلیظ نشانه آمدن دوست و چهار دود غلیظ نشانه حمله دشمن» به اهمیت غلظت دودها اشاره می‌کند.

(هوش کلامی)

۲۷۷- گزینه «۴»

(کتاب، آبی استعداد تحلیلی هوش کلامی)

وقتی متن درباره دو یا چهار دود در پیام صحبت می‌کند، به وضوح اشاره می‌کند که گاه ناقص رسیدن پیام از نرسیدن آن خطرناک‌تر است: دو دود غلیظ نشانه آمدن دوست است و چهار دود غلیظ نشانه حمله دشمن، پس گاه ناقص رسیدن پیام از نرسیدن آن خطرناک‌تر است. دیگر گزینه‌ها از متن برداشت نمی‌شود.

(هوش کلامی)

۲۷۸- گزینه «۳»

(مهمبر وکی خراهایی)

می‌دانیم کارت سبز ششمین کارت است و دقیقاً بین کارت‌های زرد و نیلی است. پس کارت نیلی یکی از کارت‌های شماره‌های ۵ و ۷ است. پس قطعاً مهر که در جایگاه چهارم است رنگ نیلی ندارد.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱

			مهر	زرد/نیلی	سبز	زرد/نیلی
--	--	--	-----	----------	-----	----------

(هوش منطقی ریاضی)

۲۷۹- گزینه «۲»

(مهمبر وکی خراهایی)

در این سؤال می‌دانیم مهر قرمز است و آبان و آذر و دی به همین ترتیب کنار همند. پس یکی از چهار حالت زیر ممکن است:

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱

			مهر/قرمز	آبان/دی	آذر	آبان/دی
--	--	--	----------	---------	-----	---------

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱

			مهر/قرمز	آبان/دی	آذر	آبان/دی
--	--	--	----------	---------	-----	---------

همچنین می‌دانیم کارت دی بنفش است و سه کارت سبز و نیلی و زرد کنار همند، پس قطعاً کارت‌های سبز و نیلی و زرد یا در جدول بالا در جایگاه‌های ۵، ۶ و ۷ هستند، یا در جدول پایین در جایگاه‌های ۱، ۲ و ۳. پس آبان و آذر، قطعاً سبز، زرد و نیلی نیستند. قرمز هم که متعلق به مهر است و بنفش متعلق به دی، پس فقط رنگ‌های آبی و نارنجی است که ممکن است رنگ‌های آبان و آذر باشند.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۰- گزینه «۲»

(مهمبر وکی خراهایی)

در این سؤال، می‌دانیم کارت‌های زرد، سبز و نیلی به هم چسبیده‌اند. با محاسبه قرینه‌های شکل‌های زیر، یکی از این سه حالت برای این سه رنگ ممکن است. حال سه رنگ دیگر، نیلی، بنفش، آبی و قرمز، باید به هم بچسبند. با این شرط، فقط حالت دوم و قرینه‌اش ممکن است درست باشند. در هر دو این حالت‌ها، کارت وسط، کارت مهر، قطعاً نیلی یا زرد است.

			مهر			
--	--	--	-----	--	--	--

(۱)

			مهر			
--	--	--	-----	--	--	--

(۲)

			مهر			
--	--	--	-----	--	--	--

(۳)

(هوش منطقی ریاضی)

گزینه ۱- ۲۸۱

(معدی وکلی فراهانی)

در این سؤال طبق جدول زیر، یا قرینه‌اش، رنگ‌های زرد، سبز و نیلی باید کنار هم باشند ولی مرداد نارنجی نیست پس مهر نارنجی است.

مرداد			آبان	آذر	دی
غیر نارنجی		مهر	آبی	قرمز	بنفش

(هوش منطقی ریاضی)

گزینه ۳- ۲۸۲

(فاطمه راسخ)

کسر کار هر کارگر در هر ساعت:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{120}$$

کسر کار هر سرکارگر در هر ساعت:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{24}$$

کسر کار یک کارگر و یک سرکارگر، با هم در هر ساعت:

$$\frac{1}{120} + \frac{1}{24} = \frac{1+5}{120} = \frac{6}{120}$$

پس کل زمان مورد نیاز گروه جدید، به ساعت:

$$\frac{120}{6} = 20$$

که اگر در هر روز چهار ساعت کار کنند، $\frac{20}{4} = 5$ روز زمان نیاز دارند.

(هوش منطقی ریاضی)

گزینه ۴- ۲۸۳

(فاطمه راسخ)

در بدترین حالت، فرض می‌کنیم $7 \times 2 = 14$ شخص در اتاق اول باشند که یعنی در هر روز هفته، دو نفر به دنیا آمده‌اند. حال نفر پانزدهم، در هر روز که به دنیا آمده باشد، شرط صورت سؤال را برآورده می‌کند. $n = 15$

همچنین در بدترین حالت، فرض می‌کنیم $4 \times 3 = 12$ شخص در اتاق دوم هستند که یعنی در هر فصل، سه نفر به دنیا آمده‌اند. حال نفر سیزدهم، در هر فصل که به دنیا آمده باشد، شرط صورت سؤال را برآورده می‌کند.

$$m = 13$$

$$m - n = 13 - 15 = -2$$

پس:

(هوش منطقی ریاضی)

گزینه ۳- ۲۸۴

(فاطمه راسخ)

$$(9 \times 2) + 1 = 19$$

$$9 + 1 = 10, 9 - 1 = 8$$

جمع و اختلاف ارقام:

$$(8 \times 3) + 2 = 26$$

$$6 + 2 = 8, 6 - 2 = 4$$

جمع و اختلاف ارقام:

$$(7 \times 4) + 3 = 31$$

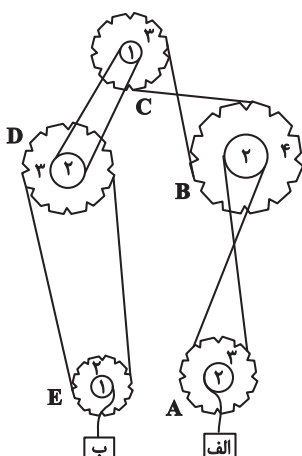
$$3 + 1 = 4, 3 - 1 = 2$$

جمع و اختلاف ارقام:

(هوش منطقی ریاضی)

گزینه ۲- ۲۸۵

(غریزاد شیرمحمدلی)



نسبت سرعت‌ها در انتقال چرخ‌دنده‌ها به قطر آن‌ها بستگی دارد. جهت حرکت هم به نیروی وارد شده بستگی دارد. برای سرعت داریم:

الف $\rightarrow A, B, C, D, E$

$$72 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} = 72 \times \frac{4}{3} = 96$$

و برای جهت داریم:

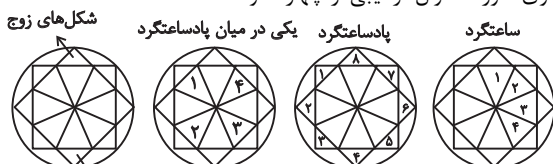
D ساعتگرد $\Rightarrow$ C ساعتگرد $\Rightarrow$ B پادساعتگرد $\Rightarrow$ A ساعتگرد $\Rightarrow$ الف به بالا
 جعبه B رو به پایین $\Rightarrow$ E ساعتگرد

(هوش منطقی ریاضی)

گزینه ۲- ۲۸۶

(فاطمه راسخ)

الگوی صورت سؤال ترکیبی از چهار الگو است:



شکل‌های فرد
 (هوش غیرکلامی)

گزینه ۴- ۲۸۷

(هادی زمانیان)

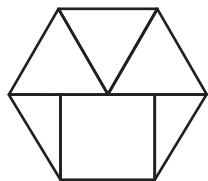
یک دایره در شکل‌ها یکی در میان رنگی است. ولی چندضلعی‌های دور شکل، ساعتگرد یکی در میان در حرکتند و امواج نیز به سمت پایین استخر پیشروی می‌کنند.

(هوش غیرکلامی)

گزینه ۴- ۲۸۸

(فاطمه راسخ)

شکل مدنظر:

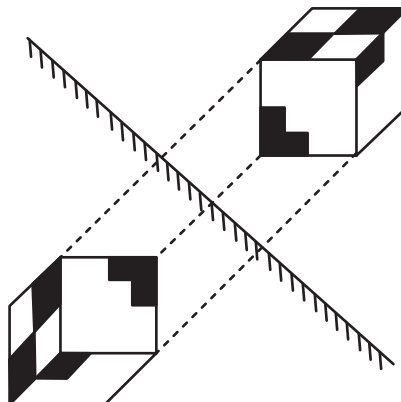


(هوش غیرکلامی)

۲۸۹- گزینه «۱»

تقارن مدّ نظر:

(ممیز کنی)



(هوش غیرکلامی)

۲۹۰- گزینه «۳»

(هوش ریاضیاتی)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» به ترتیب نماهای حجم صورت سؤال است از جلو، بالا و چپ.

(هوش غیرکلامی)