

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۴/۰۲/۰۵

# سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه دهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه	تعداد سؤال: ۷۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۴۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی ۱	۱
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۱	
۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک ۱	۲
۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی ۱	۳

## ریاضیات



## ریاضی (۱)

۱- اگر  $f(x) = \frac{(\alpha-1)x+2\alpha-1}{\alpha x+3\alpha-2}$  یک تابع ثابت باشد، حاصل  $\alpha^2 + \alpha$  کدام است؟

- (۱)  $2 \pm \sqrt{3}$  (۲)  $2 \pm \sqrt{2}$  (۳)  $1 \pm \sqrt{3}$  (۴)  $8 \pm 5\sqrt{2}$

۲- اگر  $f(x) = a + \frac{1}{a}$  باشد، به ازای مقادیر مختلف  $a > 0$ ، کمترین مقدار  $f(1) + f(2) + \dots + f(100)$  کدام است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۳۰۰

۳- نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} |x| & x < -2 \\ 1-x^2 & -2 \leq x \leq 2 \\ 3x & x > 2 \end{cases}$  و  $g(x) = \frac{1}{x}$  در چند نقطه متقاطع هستند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴- مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4|x|} + 4$  و محور  $x$ ها در بازه  $[-2, 2]$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۶

۵- اگر  $f(x)$  تابعی ثابت و  $g(x)$  تابعی همانی و  $f^3(4) + f(4) - 10 = 0$  باشد، مقدار  $\frac{f(-2)g(5)}{f(-2)+g(5)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{16}{7}$  (۲)  $\frac{15}{7}$  (۳)  $\frac{10}{7}$  (۴)  $\frac{12}{7}$

۶- اگر  $f(x) = \sqrt{1-2\sin x \cos x} + \sqrt{\frac{1}{1+\tan^2 x}} - \sin x$  تابعی ثابت باشد، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه می تواند قرار بگیرد؟

- (۱)  $90^\circ < x < 135^\circ$  (۲)  $135^\circ < x < 180^\circ$  (۳)  $0^\circ < x < 45^\circ$  (۴)  $45^\circ < x < 90^\circ$

۷- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف)  $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 2$  تابعی همانی است.

ب)  $f(x) = \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} + \cot x - \sqrt{1+\cot^2 x}$  تابعی ثابت است. ( $x$  در ناحیه اول محورهای مختصات)

ج) تابع  $f(x) = ||x| - 1| + 1$  فقط از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸- اگر نقاط  $A \left( \frac{-1}{3}, \frac{5}{3} \right)$  و  $B \left( \frac{5}{3}, \frac{-1}{3} \right)$  بر روی سهمی  $f(x) = x^2 - bx + c$  باشند و سهمی از نقطه  $\left( \frac{4}{3}, \frac{4}{3} \right)$  بگذرد، با کدام تبدیل روی  $y = x^2$  نمودار  $f(x)$  حاصل می‌شود؟

- (۱) ۲ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا  
 (۲) ۲ واحد به سمت چپ و ۶ واحد به سمت بالا  
 (۳) ۲ واحد به سمت چپ و ۶ واحد به سمت پایین  
 (۴) ۲ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین

محل انجام محاسبات

۹- اگر دو تابع  $f(x) = m$  و  $g(x) = |x| - 1 + 2$  در ۴ نقطه یکدیگر را قطع کنند، محدوده  $m$  کدام است؟

- (۱)  $1 < m < 3$  (۲)  $1 < m < 2$  (۳)  $2 < m < 3$  (۴)  $0 < m < 2$

۱۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} 3 & -1 \leq x \leq 1 \\ -3x+6 & 1 < x < 2 \\ 3x+6 & -2 < x < -1 \end{cases}$  باشد، مساحت سطح محصور به نمودار  $y = \Delta f(x+2)$  و محور  $x$ ها کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۲ (۳) ۳۰ (۴) ۴۵

۱۱- با اعداد ۱، ۲، ۳، ۳، ۳، ۳ چند عدد سه رقمی می توان ساخت؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴) ۹

۱۲- ۳ پسر و ۴ دختر به چند طریق در یک ردیف کنار هم قرار می گیرند به طوری که هیچ دو پسری در کنار هم نباشد؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۱۴۴۰ (۳) ۱۲۴۰ (۴) ۱۸۴۰

۱۳- از میان ۵ زوج در یک آپارتمان، ۴ نفر برای هیئت مدیره انتخاب می شوند. تعداد حالتی که یک زوج در بین آنها باشد، کدام است؟

- (۱) ۲۲۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۶۰ (۴) ۱۲۰

۱۴- در جعبه ای ۸ مهره با شماره های ۱، ۲، ...، ۸ وجود دارد سه مهره به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب کرده و با آن عددی سه رقمی می سازیم. تعداد حالتی که عدد حاصل بر ۴ بخش پذیر باشد، کدام است؟

- (۱) ۸۴ (۲) ۸۶ (۳) ۸۸ (۴) ۹۰

۱۵- تاسی را پرتاب می کنیم اگر عدد اول بیاید یک تاس و یک سکه و اگر عدد غیراول بیاید سه سکه را پرتاب می کنیم. در چند حالت حداقل

یک سکه پشت می آید؟

- (۱) ۴۶ (۲) ۳۹ (۳) ۴۲ (۴) ۴۴

۱۶- ساده شده عبارت  $\binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{11}{3} + \binom{12}{4} + \binom{13}{5} + \binom{14}{6}$  کدام است؟

- (۱) ۵۰۰۵ (۲) ۵۰۵۴ (۳) ۵۰۴۵ (۴) ۴۰۲۵

۱۷- تاسی را ۱۰ بار پرتاب می کنیم. تعداد حالتی که در پرتاب ۵ آم برای بار سوم ۳ بیاید، چند تا است؟

- (۱)  $\binom{4}{2} \times 5 \times 6^5$  (۲)  $\binom{4}{2} \times 5^2 \times 6^5$  (۳)  $\binom{4}{2} \times 5^2 \times 6^4$  (۴)  $\binom{4}{2} \times 5^3 \times 6^3$

۱۸- در یک مجموعه  $\Pi$  عضوی، تعداد زیرمجموعه هایی که تعداد اعضایش زوج است، چند برابر تعداد زیرمجموعه هایی است که تعداد اعضای آن فرد است؟

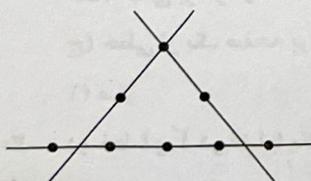
- (۱) ۱ (۲)  $2^n$  (۳) ۲ (۴)  $2^{n-1}$

۱۹- یکی از جواب های معادله  $\binom{15}{10} x^2 + \binom{16}{10} x + \binom{15}{9} = 0$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{5}{2}$  (۲)  $-\frac{5}{3}$  (۳)  $-\frac{3}{5}$  (۴)  $-\frac{2}{5}$

۲۰- تعداد مثلث هایی که توسط نقاط شکل زیر می توان ساخت چند تا است؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۴۶ (۳) ۳۶ (۴) ۹۶



## هندسه (۱)

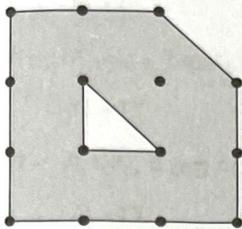
۲۱- در یک چندضلعی شبکه‌ای با مساحت ۱۹ تعداد نقاط درونی، نصف تعداد نقاط مرزی است. مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی در این چندضلعی کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵

۲۲- در یک چندضلعی شبکه‌ای با مساحت  $\frac{19}{4}$ ، حداکثر مقداری که برای نقاط درونی می‌توان در نظر گرفت؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۹ (۳) ۱۸ (۴) ۱۵

۲۳- در شکل زیر مساحت قسمت رنگی کدام است؟



- (۱) ۱۰

- (۲) ۹/۵

- (۳) ۱۰/۵

- (۴) ۸

۲۴- در یک چندضلعی شبکه‌ای حاصل ضرب تعداد نقاط درونی در تعداد نقاط مرزی برابر ۲۴ است. بیشترین مساحت ممکن برای این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۸/۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۵- چه تعداد از جملات زیر نادرست است؟

(الف) هر دو صفحه عمود بر یک صفحه الزاماً متقاطع‌اند.

(ب) دو خط در فضا بر هم عمودند اگر و فقط اگر در یک نقطه مشترک باشند.

(ج) هر خط موازی با دو صفحه متقاطع الزاماً با فصل مشترک آن دو صفحه موازی است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۶- در فضای سه‌بعدی دو زاویه با یکدیگر برابر، مفروضند. اگر یک ضلع از زاویه اول با یک ضلع از زاویه دوم بر هم منطبق باشند، دو ضلع دیگر این دو زاویه نسبت به هم چند حالت از حالت‌های زیر را می‌توانند داشته باشند؟

- (الف) متقاطع (ب) موازی (ج) منطبق (د) عمود  
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۷- دو خط  $l$  و  $l'$  در نقطه  $O$  متقاطع هستند. با فرض این‌که  $O$  در صفحه  $P$  نباشد و خط  $d$  با دو خط  $l$  و  $l'$  متقاطع باشند، تعداد نقاط مشترک  $d$  و  $P$  کدام است؟ ( $d$  از  $O$  نمی‌گذرد).

- (۱) صفر یا ۱ (۲) ۱ (۳) صفر یا ۱ یا بی‌شمار (۴) صفر یا بی‌شمار

۲۸- خط  $l$  در صفحه  $P$  با خط  $l'$  خارج از صفحه  $P$  متناظر است. چند خط وجود دارد که بر صفحه  $P$  عمود باشد و با دو خط  $l$  و  $l'$  متقاطع باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۹- در چند حالت از موارد زیر دو صفحه بر هم عمود می‌شوند؟

(الف) خطی بر هر دو صفحه عمود باشد.

(ج) خطی از یک صفحه بر صفحه دیگر عمود باشد.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۰- دو خط  $l$  و  $l'$  در فضا با یکدیگر متناظر هستند، چند جفت صفحه شامل این دو خط یافت می‌شود که با هم موازی باشند؟

- (۱) یک جفت صفحه (۲) دو جفت صفحه (۳) بی‌شمار (۴) چنین چیزی امکان‌پذیر نیست.

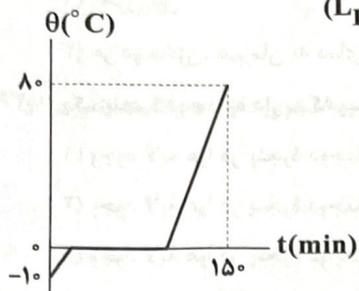
محل انجام محاسبات

## فیزیک



۳۱- شکل زیر، نمودار تغییرات دمای  $0.3 \text{ kg}$  یخ را که درون یک گرمکن الکتریکی قرار دارد، نشان می‌دهد. اگر از اتلاف انرژی گرمایی صرف نظر

شود، توان تولیدی گرمکن چند وات است؟  $(c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, c_{\text{یخ}} = 2/1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$



(۱) ۱۳۸۶

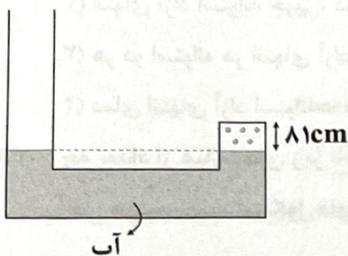
(۲) ۵۶۴

(۳) ۷۷

(۴) ۲۳/۱

۳۲- مطابق شکل زیر، لوله‌ای با سطح مقطع  $2 \text{ cm}^2$  داریم. مقداری آب، در لوله سمت چپ می‌ریزیم تا حجم گاز آرمانی در لوله سمت راست،  $\frac{2}{3}$

برابر شود. فشار حاصل از ستون آب اضافه شده چند سانتی‌متر جیوه است؟  $(P_{\text{هوای}} = 75 \text{ cmHg}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$  و



دمای گاز در طی فرایند، ثابت است.

(۱) ۳۷/۵

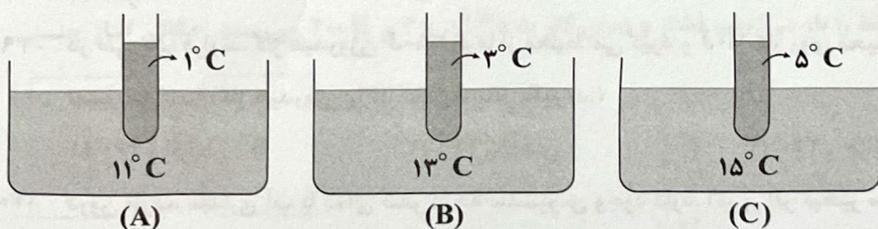
(۲) ۳۹/۵

(۳) ۴۱/۵

(۴) ۷۹

۳۳- در سه لوله آزمایش یکسان به مقدار مساوی آب با دماهای  $1^\circ\text{C}$ ،  $3^\circ\text{C}$  و  $5^\circ\text{C}$  وجود دارد. مطابق شکل زیر، انتهای این لوله‌ها را در سه

ظرف مشابه با مقدار مساوی آب با دماهای  $11^\circ\text{C}$ ،  $13^\circ\text{C}$  و  $15^\circ\text{C}$  قرار می‌دهیم. آب در کدام لوله سریع‌تر  $5^\circ\text{C}$  گرم‌تر می‌شود؟



(۱) A

(۲) B

(۳) C

(۴) هر سه لوله هم‌زمان گرم می‌شوند.

۳۴- در چه تعداد از پدیده‌های زیر، کاری که دستگاه روی محیط انجام می‌دهد، منفی است؟

(الف) ذوب یخ (یخ، دستگاه است.)

(ب) افزایش دمای آب از صفر تا  $4^\circ\text{C}$  (آب، دستگاه است.)

(ج) افزایش حجم بادکنک در اثر قرار دادن روی بخاری (گاز درون بادکنک، دستگاه است.)

(د) افزایش دمای یک اتاق دربسته به وسیله بخاری (گاز درون اتاق، دستگاه است.)

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

محل انجام محاسبات

۳۵- در دو مخزن کاملاً مشابه، به مقدار مساوی گاز اکسیژن با دمای یکسان  $T_1$  قرار می‌دهیم و با توان یکسان به دو مخزن گرما می‌دهیم. اگر مخزن اول طی یک فرایند هم‌فشار و مخزن دوم طی یک فرایند هم‌حجم، گرما را دریافت کنند، گاز کدام مخزن زودتر به دمای  $T_2$  می‌رسد؟ ( $T_2 > T_1$ ) و گاز اکسیژن را گاز کامل در نظر بگیرید. (

(۱) مخزن اول

(۲) مخزن دوم

(۳) هر دو مخزن، هم‌زمان به دمای  $T_2$  می‌رسند.(۴) بستگی به اندازه  $T_2$  دارد.

۳۶- یک پنجره دوجداره داریم که بین دو لایه شیشه، یک لایه هوا وجود دارد. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) وجود لایه هوا در پنجره دوجداره، انتقال حرارت از طریق رسانش گرمایی را افزایش می‌دهد.

(۲) وجود لایه هوا در پنجره دوجداره، انتقال حرارت از طریق رسانش گرمایی را کاهش می‌دهد.

(۳) وجود لایه هوا در پنجره دوجداره، انتقال حرارت از طریق تابش گرمایی را کاهش می‌دهد.

(۴) وجود لایه هوا در پنجره دوجداره، انتقال حرارت از طریق همرفت گرمایی را افزایش می‌دهد.

۳۷- دو استوانه هم‌اندازه مسی و چوبی داریم. هر دو استوانه در یک انتها به یک منبع حرارتی با دمای ثابت متصل شده‌اند و در انتهای دیگر در

تماس با هوای سرد قرار دارند. کدام یک از گزینه‌های زیر، درست است؟

(۱) انتهای آزاد استوانه مسی، دمای بالاتری نسبت به انتهای آزاد استوانه چوبی خواهد داشت.

(۲) انتهای آزاد استوانه چوبی، دمای بالاتری نسبت به انتهای آزاد استوانه مسی خواهد داشت.

(۳) هر دو استوانه در انتهای آزادشان دمای یکسانی خواهند داشت.

(۴) دمای انتهای آزاد استوانه‌ها به مدت‌زمان گرم شدن بستگی دارد و نمی‌توان آن را مقایسه کرد.

۳۸- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) هر چه تعداد مولکول‌های گاز در یک حجم مشخص کم‌تر باشد، آن گاز به گاز کامل نزدیک‌تر است.

(ب) یکای ثابت گازها (R) در SI را می‌توان به صورت  $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2.\text{mol.K}}$  نوشت.

(ج) به ترتیب در فرایندهای هم‌فشار و هم‌حجم، دما با حجم، رابطه مستقیم و با فشار رابطه معکوس دارد.

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۳۹- در طی یک فرایند، گاز هیدروژن  $350\text{J}$  گرما از محیط می‌گیرد و  $110\text{J}$  کار روی محیط انجام می‌دهد. انرژی درونی این گاز چند ژول و چگونه

تغییر می‌کند؟ (گاز هیدروژن را گاز کامل در نظر بگیرید.)

(۱)  $460$  و افزایش(۲)  $460$  و کاهش(۳)  $240$  و افزایش(۴)  $240$  و کاهش

۴۰- درون ظرف، مقداری آب با دمای صفر درجه سلسیوس وجود دارد. اگر بر اثر تبخیر سطحی،  $10\text{g}$  آب به بخار تبدیل شود و  $60\%$  آب با دمای

صفر درجه سلسیوس در ظرف باقی بماند، جرم کل آب قبل از تبخیر چند گرم بوده است؟ ( $L_F = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ,  $L_V = 2345 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ )

(۱) ۲۵

(۲)  $133/3$ 

(۳) ۱۷۵۰

(۴) ۲۰۰

۴۱- در چه تعداد از عبارتهای زیر، چگالی گاز کامل  $50\%$  افزایش می‌یابد؟(الف) فشار گاز  $20\%$  افزایش یابد و دمای مطلق آن  $20\%$  کاهش یابد.(ب) حجم گاز  $50\%$  کاهش یابد و فشار آن  $30\%$  افزایش یابد.(ج) فشار گاز  $25\%$  کاهش یابد و دمای مطلق آن  $50\%$  کاهش یابد.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۳

محل انجام محاسبات

۴۲- کاری که روی ۱۰g گاز اکسیژن انجام شود تا در فشار ثابت دمایش  $1^{\circ}\text{C}$  افزایش یابد، چند برابر کاری است که باید روی ۵g گاز نیتروژن انجام شود تا دمایش  $2^{\circ}\text{C}$  افزایش یابد؟ ( $M_{\text{O}_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ ,  $M_{\text{N}_2} = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  و گازهای نیتروژن و اکسیژن را گاز کامل در نظر بگیرید.)

$$\frac{1}{8} \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{3}{2} \quad (3) \quad \frac{2}{7} \quad (4)$$

۴۳- چه تعداد از عبارتهای زیر، نادرست است؟

الف) در فرایند هم حجم برای دو گاز کامل در یک بازه دمایی مشخص، هر کدام از گازها که تغییرات فشار بیشتری داشته باشد، تغییرات انرژی درونی بیشتری داشته است.

ب) در فرایند تراکم هم فشار، دمای گاز آرمانی کاهش می یابد.

ج) هنگامی که مقداری گاز کامل از محیط گرما می گیرد، دمای گاز افزایش می یابد.

د) مقدار گرمای مبادله شده در فرایند هم دما صفر است.

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۴۴- چه تعداد از عبارتهای زیر، درست است؟

الف) هر جسمی که دمای آن به بیش از  $27^{\circ}\text{C}$  برسد، تابش الکترومغناطیس گسیل می کند.

ب) دمانگار، برای آشکارسازی تابش های فرسوخ کاربرد دارد.

ج) تابش گرمایی از سطح فقط به سه عامل مساحت، میزان صیقلی بودن و رنگ سطح بستگی دارد.

د) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن، همرفت واداشته و گرم شدن آب درون قابلمه، همرفت طبیعی است.

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۴۵- m گرم یخ با دمای صفر درجه سلسیوس را با ۳m گرم آب با دمای  $6^{\circ}\text{C}$  مخلوط می کنیم. دمای تعادل چند درجه فارنهایت می شود؟

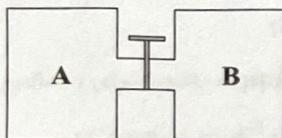
$$(c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$$

$$25 \quad (1) \quad 33 \quad (2) \quad 77 \quad (3) \quad 91 \quad (4)$$

۴۶- مطابق شکل زیر، مقداری گاز اکسیژن درون مخزن های A و B قرار دارد، به گونه ای که فشار و دمای گاز در مخزن A به ترتیب برابر

با  $2 \times 10^5 \text{ Pa}$  و  $300 \text{ K}$  هستند. هنگامی که شیر رابط را باز می کنیم، فشار و دمای گاز به  $3 \times 10^5 \text{ Pa}$  و  $400 \text{ K}$  می رسند. چگالی گاز چند

برابر می شود؟ (گاز اکسیژن را گاز کامل فرض کنید.)



$$2 \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{8}{9} \quad (3) \quad \frac{9}{8} \quad (4)$$

۴۷- نمودار فشار برحسب حجم یک گاز آرمانی مطابق شکل زیر است. انرژی درونی گاز در نقطه (۱) برابر با ۱۲۰J است. اگر گرمای مبادله شده

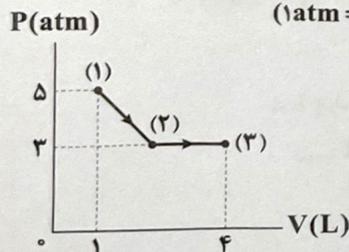
توسط گاز در کل در این فرایند برابر با ۱۳۳۸J باشد، حجم گاز در نقطه (۲) چند لیتر است؟ ( $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ )

$$1/5 \quad (1)$$

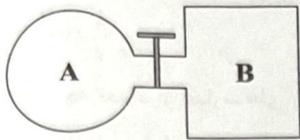
$$2 \quad (2)$$

$$3/7 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$



۴۸- در شکل زیر، ظرف کروی شکل A به قطر ۴m حاوی گاز هیدروژن با دمای  $67^{\circ}\text{C}$  و فشار ۲atm و ظرف مکعبی شکل B به ضلع ۰.۴m کاملاً خالی است. اگر شیر رابط را باز کنیم و فشار گاز در هر دو ظرف به ۰.۵atm برسد، دمای گاز درون ظرفها چند درجه سلسیوس می‌شود؟ ( $\pi = 3$  و از حجم لوله رابط چشم‌پوشی کنید.)



۱۸ (۱)

-۱۸ (۲)

۱۰۳ (۳)

-۱۰۳ (۴)

۴۹- می‌دانیم فشار هوا تا ارتفاع ۳km از سطح زمین به ازای هر ۱km،  $10\text{kPa}$  کاهش می‌یابد. اگر توپی را در سطح دریا از هوا پر کنیم، در چه عمقی از سطح دریا برحسب متر، حجم توپ ۶۰٪ کم‌تر از حجم آن در ارتفاع ۲ کیلومتری سطح زمین خواهد بود؟ (دما در طول مسیر ثابت است،  $P_0 = 10^5\text{ Pa}$  و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ،  $\rho_{\text{آب دریا}} = 1250 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ )

۳۲ (۴)

۲۴ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

۵۰- در فرایندی دمای مقداری گاز کامل از  $27^{\circ}\text{C}$  به  $127^{\circ}\text{C}$  می‌رسد و فشارسنج فشار اولیه این گاز را ۳atm و فشار ثانویه آن را ۱atm نشان می‌دهد. اگر در این فرایند، حجم گاز ۵L تغییر کند، حجم ثانویه گاز چند لیتر می‌شود؟ (فشار هوا ۱atm است.)

 $\frac{5}{3}$  (۴)

۳ (۳)

 $\frac{2}{3}$  (۲)

۸ (۱)



۵۷- اگر چهار لیتر محلول ۱/۶۰ درصد جرمی آمونیوم نیترات را با هشت لیتر محلول ۰/۸۲ درصد جرمی کلسیم نیترات مخلوط کنیم، غلظت تقریبی یون نیترات در مخلوط نهایی چند ppm است؟ (چگالی هر کدام از محلول‌ها،  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  در نظر گرفته شود.)

( $H=1, N=14, O=16, Ca=40 \text{ g.mol}^{-1}$ )

۹۶۶۰ (۴)

۸۷۲۰ (۳)

۸۲۷۰ (۲)

۶۹۹۰ (۱)

۵۸- یک مول فسفاتی از فلز آهن (ترکیب A) و یک مول نیتراتی از فلز مس (ترکیب B) را در نظر بگیرید. با توجه به آن‌ها، کدام مطالب زیر درست است؟

(آ) اگر نسبت شمار اتم‌های اکسیژن در A به شمار اتم‌های اکسیژن در B برابر با  $\frac{4}{3}$  باشد، شمار یون‌های A، به یقین برابر با شمار یون‌های B است.

(ب) شمار کاتیون‌های A، نمی‌تواند کم‌تر از شمار کاتیون‌های B باشد.

(پ) اگر در فرمول‌نویسی A و B از پراونتز استفاده شود، شمار آنیون‌های دو ترکیب با هم برابر است.

(ت) نسبت شمار اتم‌های A به شمار اتم‌های B می‌تواند برابر با  $\frac{3}{4}$  باشد.

(۴) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «آ» و «ت»

(۱) «آ» و «ب»

۵۹- کدام عبارت‌های زیر در ارتباط با فلز منیزیم نادرست است؟

(آ) فراوانی یون آن در آب دریا، کم‌تر از یون سدیم و بیشتر از یون پتاسیم است.

(ب) فلز منیزیم در تهیه آلیاژها و شربت معده کاربرد دارد.

(پ) برای استخراج و جداسازی آن از آب دریا، در مرحله نخست، منیزیم را به صورت ماده جامد و نامحلول منیزیم اکسید رسوب می‌دهند.

(ت) در مرحله پایانی استخراج آن از آب دریا، با استفاده از جریان برق، منیزیم کلرید محلول را به منیزیم و گاز کلر تجزیه می‌کنند.

(۴) «ب» و «ت»

(۳) «آ» و «پ»

(۲) «پ» و «ت»

(۱) «آ» و «ب»

۶۰- در محلولی از کلسیم برمید، به ازای  $1/8$  مول یون حاصل از انحلال نمک،  $17/5$  مول آب در محلول وجود دارد. درصد جرمی یون برمید در

این محلول کدام است؟ ( $H=1, O=16, Ca=40, Br=80 \text{ g.mol}^{-1}$ )

۳۰ (۴)

۲۸ (۳)

۲۴ (۲)

۲۲ (۱)

۶۱- داده‌های جدول زیر مربوط به انحلال پذیری نمک A در دماهای مختلف است. اگر معادله انحلال پذیری این نمک برحسب دما، خطی در نظر

گرفته شود، غلظت محلول سیرشده آن در دمای  $90^\circ \text{C}$ ، برحسب درصد جرمی کدام است؟

۶۷/۳۵ (۱)

۷۳/۴۲ (۲)

۵۰/۴۲ (۳)

۵۷/۳۵ (۴)

$\theta (^\circ \text{C})$	۸	۲۴	۳۶	۶۰
$S\left(\frac{\text{g}}{100 \text{ g H}_2\text{O}}\right)$	۳۲	۵۲	۶۷	۹۷

۶۲- در یک آزمایشگاه شیمی دو محلول با مشخصات زیر موجود است:

A: محلول پتاسیم نیترات با درصد جرمی ۲۵ و چگالی  $1/20$  گرم بر میلی‌لیتر

B: محلول پتاسیم نیترات با درصد جرمی ۵۰ و چگالی  $1/50$  گرم بر میلی‌لیتر

اگر a گرم از محلول A و b گرم از محلول B را با هم مخلوط کنیم و مولاریته محلول نهایی برابر با  $4/8$  شود، نسبت  $\frac{a}{b}$  کدام است؟ (از تغییر

حجم در اثر مخلوط کردن، چشم‌پوشی کنید.) ( $\text{KNO}_3 = 100 \text{ g.mol}^{-1}$ )

۰/۴۴ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۱/۲۰ (۲)

۰/۸۳ (۱)

۶۳- با استفاده از یک دستگاه تبادل گر یونی که مجهز به فیلترهای ویژه است، می توان یون های  $Cd^{2+}$  را از آب آلوده جدا کرد. این دستگاه در طول یک سال، ۶۰۰ متر مکعب آب آلوده به یون کادمیم را تصفیه می کند. اگر غلظت یون کادمیم در این آب برابر ۲۸۰ ppm بوده و هر چهار ماه یکبار، فیلتر

این دستگاه تعویض شود، هر فیلتر ظرفیت جذب چند مول یون کادمیم را دارد؟ ( $d_{آب} = 1 \text{ g.mL}^{-1}$ ,  $Cd = 112 \text{ g.mol}^{-1}$ )

۵۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۳۷/۵ (۲)

۳۷۵ (۱)

۶۴- چه تعداد از ویژگی های زیر در اتانول، بیشتر از استون است؟

• دمای جوش

• جرم مولی

• شمار پیوندهای C—H

• شمار جفت الکترون های ناپیوندی

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۶۵- به ۴۰ میلی لیتر محلول ۲۰٪ جرمی پتاسیم نیترات با چگالی  $1.25 \text{ g.mL}^{-1}$ ، به میزان ۱۶۰ میلی لیتر آب خالص اضافه می کنیم. مولاریته پتاسیم نیترات در محلول نهایی کدام است؟ ( $N=14$ ,  $O=16$ ,  $K=39 \text{ g.mol}^{-1}$ )

۱/۰۰ (۴)

۰/۸۷۵ (۳)

۰/۵۰۰ (۲)

۰/۶۲۵ (۱)

۶۶- کدام مجموعه از یون های زیر، جزو یون های موجود در آب های آشامیدنی و شیرین هستند؟

 $K^+$ ,  $CO_3^{2-}$ ,  $S^{2-}$  (۴) $Fe^{2+}$ ,  $Pb^{2+}$ ,  $Cl^-$  (۳) $F^-$ ,  $NO_3^-$ ,  $Ca^{2+}$  (۲) $SO_4^{2-}$ ,  $OH^-$ ,  $Mn^{2+}$  (۱)

۶۷- داده های جدول زیر، نتایج آزمایش خون یک فرد بالغ را نشان می دهد. اگر مولاریته قند (گلوکز) خون این فرد، ۲۰۰ برابر مولاریته کراتینین

باشد، جرم مولی کراتینین چند گرم بر مول بوده و غلظت کلسیم (برحسب ppm)، چند برابر غلظت پتاسیم (برحسب ppm)

است؟ ( $H=1$ ,  $C=12$ ,  $O=16$ ,  $K=39$ ,  $Ca=40 \text{ g.mol}^{-1}$ ,  $d_{خون} = 1 \text{ g.mL}^{-1}$ )

		Normal range
Glucose (pc) (mg/dL)	۱۲۸	(۸۰ - ۱۴۰)
Blood urea nitrogen (mg/dL)	۵/۰	(۸ - ۲۳)
Creatinine (mg/dL)	۰/۴	(۰/۶ - ۱/۵)
GOT (IU/L)	۲۷	(۵ - ۱۴۰)
GPT (IU/L)	۱۳	(۵ - ۱۴۰)
Albumin (g/dL)	۲/۹	(۳/۵ - ۵/۰)
Globulin (g/dL)	۳/۸	(۲/۵ - ۳/۵)
Total bilirubin (mg/dL)	۲/۲	(۲/۵ - ۱/۲)
Direct bilirubin (mg/dL)	۱/۳	(۲/۵ - ۰/۴)
Lactate dehydrogenase (U/L)	۱۸۳	(۱۰۰ - ۲۰۰)
Sodium (mmol/L)	۱۳۹	(۱۳۵ - ۱۴۵)
Potassium (mmol/L)	۳/۶	(۳/۵ - ۵/۲)
Calcium (mg / dL)	۷/۷	(۸/۵ - ۱۰/۵)
Phosphorus (mg / dL)	۴/۰	(۲/۵ - ۴/۵)

۵/۴۸، ۱۱۲/۵ (۴)

۰/۵۴۸، ۱۱۲/۵ (۳)

۵/۴۸، ۱۷۲/۵ (۲)

۰/۵۴۸، ۱۷۲/۵ (۱)

محل انجام محاسبات

۶۸- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) ضد یخ، محلول اتین گلیکول در آب است.

(۲) گلاب مخلوطی همگن از چند ماده در یک حلال آلی است.

(۳) سرکه خوراکی محلول ۵ درصد جرمی سیتریک اسید در آب است.

(۴) گلوکومتر، میلی گرم گلوکز در هر دسی لیتر از خون را نشان می دهد.

۶۹- A گرم از نمک X را در ۹۰ گرم آب مخلوط کرده و به اندازه کافی آن را هم می زنیم، در نتیجه ۲۰ گرم از نمک X ته نشین می شود. با اضافه کردن مقدار

کافی آب خالص، محلول سیرشده ای به دست می آید که درصد جرمی X در آن برابر با ۴۰ است. جرم محلول نهایی چند گرم است؟

۲۰۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۲۲۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

۷۰- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با آب و هیدروژن سولفید، نادرست است؟

(۱) حالت فیزیکی آن ها در دمای  $25^{\circ}\text{C}$ ، متفاوت است.

(۲) نقطه جوش آن ها، بیشتر از  $100^{\circ}\text{C}$  با هم تفاوت دارد.

(۳) هر دو ماده، مولکول های خمیده و قطبی دارند.

(۴) میزان قطبیت مولکول های آب و قدرت پیوندهای کووالانسی مولکول های آن، نزدیک به دو برابر مولکول های هیدروژن سولفید است.

Formaldehyde (g/L)	27.8	Formaldehyde (g/L)
Blood urea nitrogen (mg/dL)	28.0	Blood urea nitrogen (mg/dL)
Creatinine (mg/dL)	28.0	Creatinine (mg/dL)
DOT 501	28.0	DOT 501
GPT 501	28.0	GPT 501
Albumin (g/dL)	28.0	Albumin (g/dL)
Cholesterol (g/dL)	28.0	Cholesterol (g/dL)
Total bilirubin (mg/dL)	28.0	Total bilirubin (mg/dL)
Bilirubin (mg/dL)	28.0	Bilirubin (mg/dL)
Lactate (mg/dL)	28.0	Lactate (mg/dL)
Urea (mg/dL)	28.0	Urea (mg/dL)
Potassium (mEq/L)	28.0	Potassium (mEq/L)
Calcium (mg/dL)	28.0	Calcium (mg/dL)
Phosphorus (mg/dL)	28.0	Phosphorus (mg/dL)

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۴/۰۲/۰۵

# پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه	تعداد سؤال: ۷۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۴۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی ۱	۱
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۱	
۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک ۱	۲
۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی ۱	۳

$$f(x) = \sqrt{1 - 2\sin x \cos x} + \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 x}} - \sin x$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} + \sqrt{\cos^2 x} - \sin x$$

$$= \underbrace{|\sin x - \cos x|}_+ + \underbrace{|\cos x|}_+ - \sin x$$

اگر  $45^\circ < x < 90^\circ$  باشد، داریم:

$$\Rightarrow f(x) = \sin x - \cos x + \cos x - \sin x = 0$$

۳ بررسی موارد:

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 2 \Rightarrow \frac{y^2 + x^2}{xy} = 2 \quad (\text{الف})$$

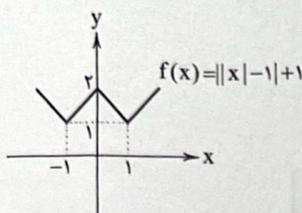
$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \Rightarrow (x - y)^2 = 0 \Rightarrow y = x \checkmark$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} + \cot x - \sqrt{1 + \cot^2 x} \quad (\text{ب})$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \times \frac{1 - \cos x}{1 - \cos x}} + \cot x - \frac{1}{\sqrt{\sin^2 x}}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{|1 - \cos x|}{|\sin x|} + \cot x - \frac{1}{|\sin x|}$$

$$= \frac{1 - \cos x}{\sin x} + \cot x - \frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\sin x} - \cot x + \cot x - \frac{1}{\sin x} = 0 \checkmark$$



ج) x از ناحیه سوم و چهارم نمی‌گذرد.

۴ ۸ عرض نقاط A و B با هم برابر است در نتیجه:

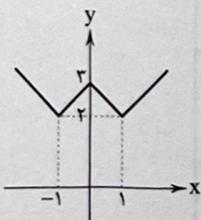
$$x_S = \frac{5 + (-1)}{2} = 2$$

$$y = (x - 2)^2 + h \xrightarrow{x=2} 2 = (4 - 2)^2 + h \Rightarrow h = -2$$

$$\Rightarrow y = (x - 2)^2 - 2$$

اگر نمودار  $y = x^2$ ، ۲ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین منتقل شود، نمودار  $f(x)$  حاصل می‌شود.

۳ ۹ نمودار تابع g را رسم می‌کنیم.



اگر خط  $y = m$  بخواهد نمودار g را در ۴ نقطه قطع کند، باید:

$$2 < m < 3$$

۴ ۱۰ ابتدا نمودار تابع قطعه‌ای را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} 3 & -1 \leq x \leq 1 \\ -3x + 6 & 1 < x < 2 \\ 3x + 6 & -2 < x < -1 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{(\alpha - 1)x + 2\alpha - 1}{\alpha x + 2\alpha - 2}$$

شرط آن‌که تابع فوق ثابت باشد آن است که:

$$\frac{\alpha - 1}{\alpha} = \frac{2\alpha - 1}{2\alpha - 2} \Rightarrow (\alpha - 1)(2\alpha - 2) = \alpha(2\alpha - 1)$$

$$\Rightarrow 2\alpha^2 - 2\alpha + 2 = 2\alpha^2 - \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - \alpha + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=1} \alpha_1, \alpha_2 = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 + \alpha = 1 + 5\sqrt{2} \\ \alpha^2 + \alpha = 1 - 5\sqrt{2} \end{cases}$$

۱ ۲ نکته: می‌دانیم اگر  $a > 0$  باشد در نتیجه  $a + \frac{1}{a} \geq 2$  و

اگر  $a < 0$  باشد در نتیجه  $a + \frac{1}{a} \leq -2$

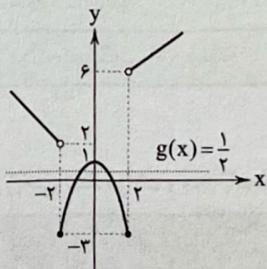
$$f(1) + f(2) + \dots + f(100) = 100 \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$\xrightarrow{a + \frac{1}{a} \geq 2} 100 \left(a + \frac{1}{a}\right) \geq 200 \Rightarrow \text{کمترین مقدار} = 200$$

۳ ۳

$$f(x) = \begin{cases} -x & x < -2 \\ |x| & x < -2 \\ 1 - x^2 & -2 \leq x \leq 2 \\ 3x & x > 2 \end{cases}$$

نمودار تابع قطعه‌ای بالا به صورت زیر است:

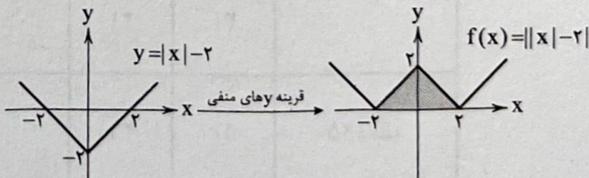


نمودار  $f(x)$  و  $g(x)$  در دو نقطه متقاطع هستند.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4|x| + 4} = \sqrt{|x|^2 - 4|x| + 4} \quad (\text{۱ ۴})$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{(|x| - 2)^2} = ||x| - 2|$$

نمودار  $f(x)$  به صورت زیر است:



$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

۳ ۵ فرض کنید  $f(x) = k$  باشد. در این صورت:

$$f^2(4) + f(4) - 10 = 0 \Rightarrow k^2 + k - 10 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=41} (k - 2)(k^2 + 2k + 5) = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow f(x) = 2$$

$$\Rightarrow \frac{f(-2)g(5)}{f(-2) + g(5)} = \frac{2 \times 5}{2 + 5} = \frac{10}{7}$$

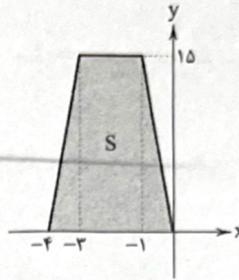
اعداد اول {۲, ۳, ۵} → {(۱, ر), (۱, پ), ..., (۶, ر), (۶, پ)}

اعداد غیر اول {۱, ۴, ۶} → {(ر, ر, ر), (پ, پ, پ), ...}

برای رسم تابع  $y = \Delta f(x+2)$  نمودار  $f$  را ۲ واحد به سمت چپ و مقادیر  $y$  را ۵ برابر می‌کنیم بنابراین:



مساحت ذوزنقه حاصل برابر است با:



$$S = \frac{1}{2}(4+2) \times 15 = 45$$

حالات زیر را در نظر بگیرید:

الف) در عدد ۳ رقمی یک ۳ به کار رفته باشد. (۳, ۲, ۱)

$$3! = 6$$

ب) در عدد ۳ رقمی دو ۳ به کار رفته باشد: (۰, ۳, ۳)

$$\underbrace{2}_{\text{رقم سوم}} \times \frac{3!}{2!} = 6$$

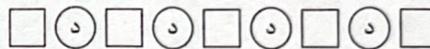
یا ۲ باشد.

ج) در عدد ۳ رقمی، سه رقم ۳ به کار رفته باشد. (۳, ۳, ۳)

تعداد حالات = ۱

$$\text{تعداد کل حالات} = 6 + 6 + 1 = 13$$

ابتدا ۴ دختر را به ۴ حالت قرار می‌دهیم:



پسرها در هر یک از مربع‌ها می‌توانند قرار بگیرند، بنابراین:

$$\text{تعداد حالات} = \binom{5}{3} \times 4! \times 3! = 10 \times 24 \times 6 = 1440$$

۴ ۱۳

انتخاب یک زوج

$$\binom{5}{1} \binom{4}{2} = 5 \times 6 \times 2 \times 2 = 120$$

انتخاب یک نفر از هر زوج



اگر عددی بخواهد بر ۴ بخش پذیر باشد باید دو رقم آخر آن بر ۴ بخش پذیر باشد.

دو رقم آخر می‌توانند اعداد زیر باشند:

{۱۲, ۱۶, ۲۴, ۲۸, ۳۲, ۳۶, ۴۸, ۵۲, ۵۶, ۶۴, ۶۸, ۷۲, ۷۶, ۸۴}

اگر هر کدام از اعداد فوق در دو خانه سمت راست قرار گیرند، خانه سمت چپ ۶ حالت دارد.

$$\text{تعداد کل حالات} = 6 \times 14 = 84$$

۱ ۱۴

۱ ۱۶ می‌دانیم:

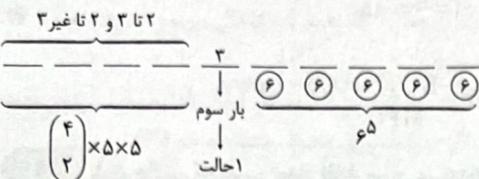
$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

بنابراین:

$$\binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{11}{3} + \binom{12}{4} + \binom{13}{5} + \binom{14}{6} = \binom{15}{6}$$

$$= \frac{15!}{6! \times 9!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6} = 5005$$

۲ ۱۷



$$\text{تعداد حالات} = \binom{4}{2} \times 5^2 \times 6^5$$

۱ ۱۸ می‌دانیم در یک مجموعه، نصف زیرمجموعه‌ها تعداد اعضایش زوج و نصف زیرمجموعه‌ها تعداد اعضایش فرد است. بنابراین:

$$\binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \dots = 2^{n-1} \quad \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots = 2^{n-1}$$

تعداد زیرمجموعه‌هایی که تعداد اعضایش زوج است = ۱  
تعداد زیرمجموعه‌هایی که تعداد اعضایش فرد است = ۱

$$\binom{15}{10} x^2 + \binom{16}{10} x + \binom{15}{9} = 0$$

۲ ۱۹

$$\binom{15}{9} + \binom{15}{10} = \binom{16}{10} \rightarrow a+c=b \rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{-\binom{15}{9}}{\binom{15}{10}}$$

$$x_2 = -\frac{15!}{9! \times 6!} = -\frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = -\frac{5}{2}$$

۲ ۲۰

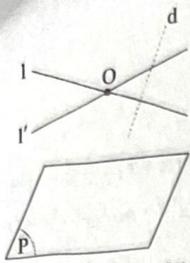
$$\binom{3}{3} + \binom{3}{1} \binom{5}{2} + \binom{5}{1} \binom{3}{2} = 1 + 3 \times 10 + 5 \times 3 = 1 + 30 + 15 = 46$$

$$\begin{cases} b = \text{تعداد نقاط مرزی} \\ i = \text{تعداد نقاط درونی} \end{cases} \Rightarrow i = \frac{b}{2}$$

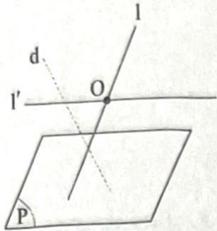
۱ ۲۱

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = 19 \Rightarrow S = \frac{b}{2} + \frac{b}{2} - 1 = 19 \Rightarrow b = 20, i = 10$$

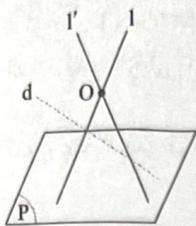
$$b + i = 20 + 10 = 30$$



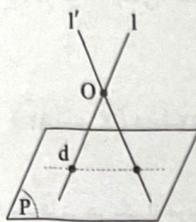
صفر = تعداد نقاط مشترک خط  $d$  و صفحه  $P \Rightarrow d \parallel P, l' \parallel P$



یک نقطه مشترک = خط  $d$  و صفحه  $P$  متقاطع هستند.  $d \parallel P, l' \parallel P$



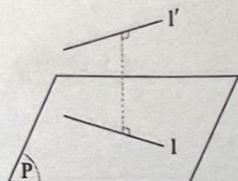
یک نقطه مشترک = خط  $d$  و صفحه  $P$  متقاطع هستند.  $d \parallel P, l' \parallel P$



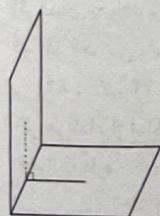
$d \parallel P, l' \parallel P$

هیچ نقطه اشتراکی ندارند.  $\Rightarrow d$  با  $P$  موازی است.  
بی شمار نقطه مشترک دارند.  $\Rightarrow$  خط  $d$  بر صفحه  $P$  منطبق است.

فقط یک خط به شکل زیر در شرایط گفته شده صدق می کند،  
که آن هم عمود مشترک دو خط  $l$  و  $l'$  است.



فقط در حالت «ج» دو صفحه لزوماً بر هم عمودند.



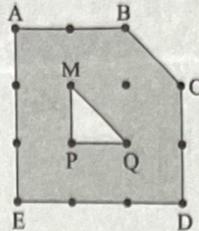
تعداد نقاط درونی  $i =$

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{19}{2} \xrightarrow{\times 2} b + 2i - 2 = 19 \Rightarrow b + 2i = 21$$

می دانیم تعداد نقاط مرزی حداقل سه است یعنی  $b \geq 3$ . در کمترین حالت اگر  $b$  را سه در نظر بگیریم بیشترین مقدار برای  $i$  به دست می آید:

$$3 + 2i = 21 \Rightarrow \max(i) = 9$$

برای محاسبه مساحت قسمت رنگی باید به شکل زیر عمل کنیم:



$$S_{ABCDE} = \frac{11}{2} + 4 - 1 = 8.5$$

$$S_{\Delta MPQ} = \frac{3}{2} + 0 - 1 = 0.5$$

$$S_{\text{رنگی}} = S_{ABCDE} - S_{\Delta MPQ} = 8.5 - 0.5 = 8$$

حالاتی که ضرب تعداد نقاط مرزی در تعداد نقاط درونی برابر

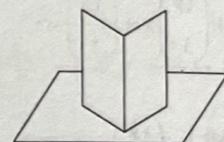
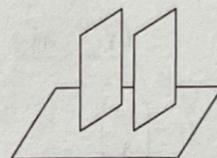
۲۴ را با شرط ( $\geq 3$  تعداد نقاط مرزی) می نویسیم:

$b \geq 3$	۳	۴	۶	۸	۱۲	۲۴
$i$	۸	۶	۴	۳	۲	۱
$S$	۸.۵	۷	۶	۶	۷	۱۲

همانطور که در جدول مشخص است بیشترین مساحت در حالتی است که  $i=1$  و  $b=24$ .

۲۵ الف) دو صفحه عمود بر یک صفحه می توانند موازی یکدیگر یا

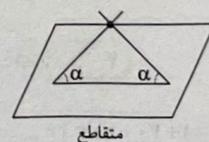
متقاطع باشند. بنابراین این مورد نادرست است.



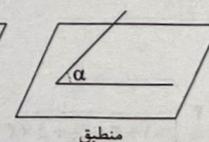
ب) دو خط می توانند در حالت متناظر نیز بر هم عمود باشند و دو خط متقاطع غیرعمود برهم در یک نقطه مشترک اند، پس این مورد نادرست است.

ج) درست است.

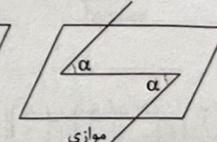
۲۶ حالاتی که در هر مورد در نظر بگیریم:



متقاطع

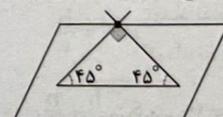


منطبق



موازی

دقت کنید در حالتی که زاویهها  $\alpha = 45^\circ$  باشند، دو ضلع دیگر این دو زاویه



بر هم عمودند.

بنابراین هر ۴ حالت را می توانند داشته باشند.

۳ دمای آب درون هر یک از لوله‌ها  $10^{\circ}\text{C}$  بیشتر از دمای آب درون ظرف مرتبط به آن لوله است. هنگامی که ته لوله در ظرف قرار می‌گیرد، به مرور گرم‌تر از آب قسمت بالای لوله می‌شود. در لوله‌های A و B با توجه به انبساط غیرعادی آب بین دمای صفر تا  $4^{\circ}\text{C}$  با افزایش دمای آب، چگالی آب بیشتر شده و در قسمت پایین لوله باقی می‌ماند، در حالی که در ظرف C به دلیل بالاتر بودن دمای آب از  $4^{\circ}\text{C}$  با افزایش دمای آب، قسمت گرم‌تر به بالا رفته و قسمت سردتر جایگزین می‌شود. به این ترتیب، علاوه بر رسانش، همرفت نیز در گرم‌تر شدن آب مؤثر خواهد بود که باعث می‌شود، سریع‌تر نسبت به دو لوله دیگر افزایش دما پیدا کند.

۳۴ در ترمودینامیک منظور از کار (W)، کار محیط روی دستگاه است و کار دستگاه روی محیط قرینه W است.

در فرایندهایی که تراکم اتفاق می‌افتد،  $W > 0$  و در فرایندهایی که انبساط اتفاق می‌افتد،  $W < 0$  است، پس کار دستگاه روی محیط، برعکس شرایط فوق است.

**بررسی عبارتهای:**

الف) ذوب یخ باعث کاهش حجم می‌شود، پس  $W > 0$  و کار دستگاه روی محیط، منفی است. (✓)

ب) در افزایش آب از صفر تا  $4^{\circ}\text{C}$  حجم آب کاهش می‌یابد، در نتیجه  $W > 0$  و کار دستگاه روی محیط، منفی است. (✓)

ج) در قرار دادن بادکنک روی بخاری، حجم گاز درون بادکنک افزایش می‌یابد، در نتیجه  $W < 0$  و کار دستگاه روی محیط، مثبت است. (✗)

د) از آنجایی که حجم اتاق تغییری نمی‌کند،  $W = 0$  می‌شود. (✗)

۳۵ در حالت هم‌فشار، مقداری از گرما صرف کار و مقداری به عنوان انرژی درونی ذخیره شده که باعث افزایش دمای گاز می‌شود، اما در حالت هم‌حجم، چون کار انجام شده صفر است، تمام گرمای داده شده به انرژی درونی گاز تبدیل می‌شود، در نتیجه زودتر به دمای موردنظر می‌رسد.

۳۶ هوا یک رسانای گرمایی ضعیف است، بنابراین وجو لایه هوا در پنجره دوجداره، انتقال حرارت از طریق رسانش گرمایی را کاهش می‌دهد.

۳۷ مس، یک رسانای گرمایی خوب است. به این معنی که گرما به راحتی در طول آن منتقل می‌شود، در حالی که چوب رسانای گرمایی خوبی نیست.

۳۸ تنها عبارت «ج» نادرست است. در فرایند هم‌حجم، دما با فشار، رابطه مستقیم دارد.

۳۹ بر اساس قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = 350 - 110 = 240 \text{ J}$$

۴۰ اگر جرم آب بخار شده را  $m''$  و جرم آب یخ‌زده را  $m'$  در نظر بگیریم:

$$|Q_F| = Q_V \Rightarrow m' L_F = m'' L_V$$

$$\Rightarrow m' \times 335 = 10 \times 2245 \Rightarrow m' = 10 \times 7 = 70 \text{ g}$$

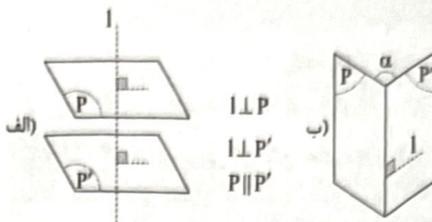
با توجه به این که  $60\%$  آب اولیه، به صورت مایع باقی مانده، پس  $40\%$  آن به بخار و یخ تبدیل شده است.

$$m' + m'' = 40\% m \Rightarrow 70 + 10 = \frac{4}{10} m \Rightarrow m = 200 \text{ g}$$

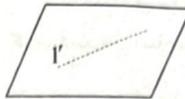
۴۱ با توجه به رابطه چگالی و قانون گازهای کامل داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{nRT}{m \cdot nM} \Rightarrow \rho = \frac{nM}{nRT} = \frac{PM}{RT}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2}$$



۳۰ اگر دو خط متناظر باشند، دو صفحه‌ای که شامل هر کدام از این خطوط باشند، فقط در یک حالت موازی‌اند.



دقت کنید که اگر دو خط با یکدیگر موازی بودند، بی‌شمار صفحه یافت می‌شود که با هم موازی باشند.

**فیزیک**

۳۱ گرمای داده شده توسط گرمکن در بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t = 15 \text{ min}$  برابر است با:

$$Q_t = mc \Delta\theta_1 + mL_F + mc_2 \Delta\theta_2$$

$$\Rightarrow Q_t = 0.3 \times (2/1 \times 10^3 \times 10 + 336 \times 10^3 \times 10 + 4/2 \times 10^3 \times 80)$$

$$= 207900 \text{ J}$$

توان گرمکن از گرمای تولیدی در واحد زمان به دست می‌آید، بنابراین:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{207900}{150 \times 60} = 231 \text{ W}$$

۳۲ با توجه به ثابت بودن دمای گاز، با  $\frac{2}{3}$  برابر شدن حجم گاز، فشار آن  $\frac{3}{2}$  برابر می‌شود.

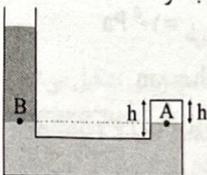
$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{V_2 = \frac{2}{3} V_1} P_2 = \frac{3}{2} P_1 = \frac{3}{2} \times 75 = 112.5 \text{ cmHg}$$

برای  $\frac{2}{3}$  برابر شدن حجم گاز با توجه به ثابت بودن سطح مقطع لوله، ارتفاع

$$h' = \frac{2}{3} h = \frac{2}{3} \times 81 = 54 \text{ cm}$$

ستون گاز باید  $\frac{2}{3}$  برابر شود، بنابراین:

در نتیجه آب در لوله سمت راست به اندازه  $27 \text{ cm}$  بالا رفته است.



طبق اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، فشار در نقاط A و B باید برابر شود.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{هوا}} \Rightarrow 112.5 = P_{\text{آب}} + 75$$

$$\Rightarrow P_{\text{آب}} = 37.5 \text{ cmHg}$$

با توجه به این که سطح اولیه آب در لوله سمت چپ  $27 \text{ cm}$  کاهش و در لوله سمت راست  $27 \text{ cm}$  افزایش داشته، پس مجموع این اختلاف ارتفاع را نیز برحسب سانتی‌متر جیوه محاسبه می‌کنیم.

$$(\rho g h)_{\text{آب}} = (\rho g h)_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 54 = 13.6 \times h$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 4 \text{ cm}$$

بنابراین فشار حاصل از ستون آب اضافه شده برابر است با:

$$P'_{\text{آب}} = 37.5 + 4 = 41.5 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{M_2}{M_1} \times \frac{V_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{V_1}{V_2} \xrightarrow{(*)} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{9}{8}$$

انرژی درونی گاز، تابع دمای مطلق گاز است. از طرفی طبق معادله حالت، دمای مطلق متناسب با حاصل ضرب PV است، بنابراین:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{T \propto PV} \frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{120} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{1} \Rightarrow U_2 = 288J \Rightarrow \Delta U = 168J$$

از طرفی طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 168 = 1338 + W \Rightarrow W = -1170J$$

کار انجام شده از مساحت زیر نمودار P-V محاسبه می‌شود، بنابراین:

$$\begin{cases} W = -(S_1 + S_2) \\ S_1 = \frac{(\Delta + 3) \times 10^5}{2} \times (V_2 - 1) \times 10^{-3} = 400 \times (V_2 - 1) \\ S_2 = 300 \times (4 - V_2) = 1200 - 300V_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow W = -(400V_2 - 400 + 1200 - 300V_2)$$

$$\Rightarrow 100V_2 + 800 = 1170 \Rightarrow V_2 = 3/7L$$

ابتدا حجم مخزن کروی و مکعبی را محاسبه می‌کنیم:

$$V_A = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 2^3 = 32m^3$$

$$V_B = a^3 = 4^3 = 64m^3$$

دما را در حالت اولیه برحسب کلونین به دست می‌آوریم:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = 67 + 273 = 340K$$

با استفاده از قانون گازهای کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2 \times 32}{340} = \frac{0.5 \times 96}{T_2} \Rightarrow T_2 = 255K$$

$$\theta = T - 273 \Rightarrow \theta = 255 - 273 = -18^\circ C$$

در نتیجه:

فشار هوای داخل توپ در ارتفاع 2 کیلومتری سطح زمین برابر

$$P_1 = P_0 - 20kPa = (100 - 20)kPa = 80kPa$$

است با:

در فرایند هم‌دما داریم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 80 \times 10^2 \times V_1 = P_2 \times \frac{4}{10} V_1 \Rightarrow P_2 = 200kPa$$

بنابراین:

$$P_2 = P_0 + P_{\text{دریا}} \Rightarrow 2 \times 10^5 = 10^5 + P_{\text{دریا}} \Rightarrow P_{\text{دریا}} = 10^5 Pa$$

$$P_{\text{دریا}} = \rho_{\text{دریا}} g h \Rightarrow 10^5 = 1250 \times 10 \times h \Rightarrow h = 8m$$

ابتدا دماهای داده شده را به کلونین تبدیل می‌کنیم:

$$T_1 = \theta_1 + 273 = 27 + 273 = 300K$$

$$T_2 = \theta_2 + 273 = 127 + 273 = 400K$$

فشارسنج، فشار پیمانهای را اندازه‌گیری می‌کند، پس باید فشار مطلق را محاسبه کنیم.

$$P_1 = 3 + 1 = 4atm \quad P_2 = 1 + 1 = 2atm$$

مقدار مول گاز تغییر نمی‌کند، بنابراین:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{4 \times V_1}{300} = \frac{2 \times V_2}{400} \Rightarrow V_2 = \frac{4}{3} V_1$$

$$V_2 - V_1 = \frac{4}{3} V_1 - V_1 = \frac{1}{3} V_1 = \Delta L \Rightarrow V_1 = 3L$$

بنابراین:

$$V_2 = \frac{4}{3} V_1 = \frac{4}{3} \times 3 = 4L$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1/2 P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{0.8 T_2} = 1/5 \Rightarrow \rho_2 = 1/5 \rho_1$$

(الف)

چگالی گاز، 50٪ افزایش یافته است. (✓)

(ب)

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{0.5 V_2} = 2 \Rightarrow \rho_2 = 2\rho_1$$

چگالی گاز، 100٪ افزایش یافته است. (✓)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{0.75 P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{0.5 T_2} = 1/5 \Rightarrow \rho_2 = 1/5 \rho_1$$

(ج)

چگالی گاز، 50٪ افزایش یافته است. (✓)

کار انجام شده بر روی گاز در فرایند هم‌فشار برابر است با:

$$W = -P\Delta V = -nR\Delta T = -\frac{m}{M} R\Delta T$$

$$\frac{W_{O_2}}{W_{N_2}} = \frac{m_{O_2}}{m_{N_2}} \times \frac{M_{N_2}}{M_{O_2}} \times \frac{\Delta T_{O_2}}{\Delta T_{N_2}} = \frac{1}{5} \times \frac{28}{32} \times \frac{1}{2} = \frac{28}{32} = \frac{7}{8}$$

عبارت‌های «الف»، «ج» و «د» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) تغییرات انرژی درونی فقط به دما وابسته است. با توجه به ثابت بودن بازه دمایی، تغییرات انرژی درونی دو دستگاه، یکسان است.

(ج) در فرایند انبساط هم‌دما، گاز از محیط گرما می‌گیرد، اما دمای آن ثابت است.

(د) در فرایند هم‌دما، تغییرات انرژی درونی، صفر است.

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = 0} Q = -W$$

تنها عبارت «ب» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) تمامی اجسام در هر دمایی، تابش الکترومغناطیس گسیل می‌کنند.

(ج) تابش گرمایی از سطح، علاوه بر سه عامل ذکر شده، به دما نیز وابسته است.

(د) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن، همرفت طبیعی است.

با توجه به طرح‌واره زیر داریم:

$$6^\circ C \text{ آب} \xleftarrow{Q_3} \text{ آب } \theta_e \xrightarrow{Q_2} \text{ آب } 0^\circ C \xrightarrow{Q_1} \text{ یخ } 0^\circ C$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 L_F + m_1 c \Delta\theta = m_2 c \Delta\theta$$

با توجه به مقدارهای آب c و L<sub>F</sub> داده شده می‌توانیم آب c را  $1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ C}$

را  $80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$  در نظر بگیریم، بنابراین:

$$\Rightarrow m \times 80 + m \times 1 \times \Delta\theta_1 = 3m \times 1 \times \Delta\theta_2$$

$$\Rightarrow 80 + (\theta_e - 0) = 3 \times (60 - \theta_e) \Rightarrow 4\theta_e = 100 \Rightarrow \theta_e = 25^\circ C$$

$$F = \frac{5}{9} \theta + 32 = 77^\circ F$$

بنابراین:

با توجه به قانون گازهای کامل می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{(2 \times 10^5) \times V_1}{n_1 \times 300} = \frac{(3 \times 10^5) \times V_2}{n_2 \times 400}$$

$$\Rightarrow \frac{2V_1}{3n_1} = \frac{3V_2}{4n_2} \Rightarrow \frac{V_1}{n_1} = \frac{9}{8} \times \frac{V_2}{n_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} \times \frac{n_2}{n_1} = \frac{9}{8} \quad (*)$$

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m = nM} \rho = \frac{nM}{V}$$

چگالی برابر است با:



$$\begin{bmatrix} \text{Ca}(\text{NO}_3)_2 & \text{NO}_3^- \\ 164\text{g} & 2 \times 62\text{g} \\ 8200 & y \end{bmatrix} \Rightarrow y = 6200$$

$$\text{ppm}_{\text{NO}_3^-} = \frac{4(12400) + 8(6200)}{4 + 8} = 8270$$

۵۸ ۳ می‌تواند دو ترکیب  $\text{Fe}_3(\text{PO}_4)_2$  و  $\text{FePO}_4$  و B نیز می‌تواند دو ترکیب  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$  و  $\text{CuNO}_3$  باشد.

### بررسی عبارت‌ها:

آ نسبت شمار اتم‌های O در  $\text{Fe}_3(\text{PO}_4)_2$  به شمار اتم‌های O در  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$  برابر با  $\frac{4}{3}$  است، اما شمار یون‌های  $\text{Fe}_3(\text{PO}_4)_2$  برابر  $\frac{5}{3}$  شمار یون‌های  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$  است.

ب) در هر حالتی، شمار کاتیون‌های A، برابر یا بیشتر از شمار کاتیون‌های B است. پ) هر مول از هر کدام از دو ترکیب  $\text{Fe}_3(\text{PO}_4)_2$  و  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$  شامل دو مول آنیون است.

ت) در هیچ حالتی، شمار اتم‌های A، نمی‌تواند  $\frac{3}{4}$  برابر شمار اتم‌های B باشد:

$$A \begin{cases} \text{FePO}_4: \text{اتم } 6 \\ \text{Fe}_3(\text{PO}_4)_2: \text{اتم } 13 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} \text{CuNO}_3: \text{اتم } 5 \\ \text{Cu}(\text{NO}_3)_2: \text{اتم } 9 \end{cases}$$

### ۵۹ ۲ بررسی عبارت‌ها نادرست:

پ) برای استخراج و جداسازی منیزیم از آب دریا، در مرحله نخست، منیزیم را به صورت ماده جامد و نامحلول منیزیم هیدروکسید رسوب می‌دهند.

ت) در مرحله پایانی استخراج Mg از آب دریا، با استفاده از جریان برق، منیزیم کلرید مذاب را به منیزیم و گاز کلر تجزیه می‌کنند.

۶۰ ۱ بر اثر انحلال هر مول  $\text{CaBr}_2$  در آب، سه مول یون  $(\text{Ca}^{2+}, 2\text{Br}^-)$  تولید می‌شود. به این ترتیب شمار مول‌های نمک برابر است با:

$$? \text{mol CaBr}_2 = 1/8 \text{ mol ion} \times \frac{1 \text{ mol CaBr}_2}{3 \text{ mol ion}} = 0/6 \text{ mol CaBr}_2$$

$$? \text{g Br}^- = 0/6 \text{ mol CaBr}_2 \times \frac{2 \text{ mol Br}^-}{1 \text{ mol CaBr}_2} \times \frac{80 \text{ g Br}^-}{1 \text{ mol Br}^-} = 96 \text{ g Br}^-$$

$$\text{جرم جرمی برمید} = \frac{\text{جرم برمید}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$= \frac{96 \text{ g Br}^-}{(17/5 \times 18) \text{ g H}_2\text{O} + (0/6 \times 200) \text{ g CaBr}_2} \times 100 = \frac{96}{435} \times 100 = 22\%$$

۶۱ ۴ اگر معادله انحلال‌پذیری نمک A برحسب دما به صورت  $S = a\theta + b$  در نظر گرفته شود، مقدار a برابر است با:

$$a = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{52 - 22}{24 - 16} = \frac{30}{8} = 1/25$$

برای پیدا کردن b می‌توان داده‌های مربوط به یکی از دماها مثلاً  $8^\circ\text{C}$  را در معادله انحلال‌پذیری جای‌گذاری کرد:

$$S = 1/25\theta + b \Rightarrow 22 = 1/25(8) + b \Rightarrow b = 22$$

به این ترتیب انحلال‌پذیری نمک A در دمای  $90^\circ\text{C}$  برابر است با:

$$S = 1/25(90) + 22 = 134/5 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی محلول سیرشده} (90^\circ\text{C}) = \frac{134/5 \text{ g}}{(100 + 134/5) \text{ g}} \times 100 = 57/35\%$$

### ۵۱ ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگر کره زمین را مسطح در نظر بگیریم آب، همه سطح آن را تا ارتفاع بیش از ۲ کیلومتر می‌پوشاند.

۲) سالانه میلیاردها تن مواد گوناگون از سنگ‌کره وارد آب‌کره می‌شود. اما از آنجا که جرم کل مواد حل‌شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است، پس باید همین مقدار ماده نیز از آب دریاها و اقیانوس‌ها خارج شوند.

۴) نزدیک به ۷۵ درصد سطح زمین را آب پوشانده است.

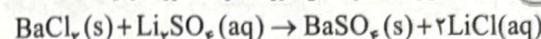
۵۲ ۲ شمار اتم‌ها در هر واحد فرمولی از آلومینیم سولفات  $(\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3)$ ، آهن (II) هیدروکسید  $(\text{Fe}(\text{OH})_2)$  و آمونیوم سولفید  $(\text{NH}_4)_2\text{S}$  به ترتیب برابر با ۱۷، ۵ و ۱۱ اتم است:

$$17 - 5 \neq 11$$

۵۳ ۲ به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

تبلور یک روش فیزیکی برای جداسازی و استخراج است.

۵۴ ۴ معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



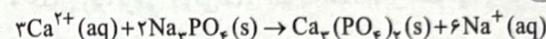
$$\frac{6/24 \text{ g BaCl}_2}{1 \times 208} = \frac{x \text{ g Li}_2\text{SO}_4}{1 \times 110} \Rightarrow x = 3/3 \text{ g Li}_2\text{SO}_4$$

$$\text{Li}_2\text{SO}_4 \begin{cases} 3/3 \text{ g Li}_2\text{SO}_4 \\ 15/8 \text{ g محلول سیرشده} \end{cases} \Rightarrow 15/8 - 3/3 = 12/5 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$? \text{ g Li}_2\text{SO}_4 = 100 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{3/3 \text{ g Li}_2\text{SO}_4}{12/5 \text{ g H}_2\text{O}} = 26/4 \text{ g Li}_2\text{SO}_4$$

$$S = 26/4 \Rightarrow -0/2\theta + 35 = 26/4 \Rightarrow \theta = 43^\circ\text{C}$$

۵۵ ۴



۸۰ ppm را می‌توان معادل  $80 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$  در نظر گرفت.

$$\text{Ca}^{2+} \text{ غلظت مصرفی} = \frac{2240 \text{ mg}}{8 \text{ L}} - 80 \frac{\text{mg}}{\text{L}} = 200 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\frac{200 \times 10^{-3} \text{ g Ca}^{2+}}{3 \times 40} = \frac{x \text{ mol Na}_3\text{PO}_4}{2}$$

$$\Rightarrow x = 3/33 \times 10^{-3} \text{ mol Na}_3\text{PO}_4$$

۵۶ ۴ مولکول‌های  $\text{O}_2$  همانند CO، قطبی بوده و در میدان

الکتریکی، جهت‌گیری می‌کنند.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) میان مولکول‌های آمونیاک  $(\text{NH}_3)$  گازی شکل، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود. ۲) ید  $(\text{I}_2)$  در دما و فشار اتاق، جامد بوده و از مولکول‌های ناقطبی تشکیل شده است، در حالی که  $\text{H}_2\text{O}$  در همین شرایط، مایع بوده و از مولکول‌های قطبی تشکیل شده است.

۳) آب تنها ماده‌ای است که به هر سه حالت جامد، مایع و گاز (بخار) در طبیعت یافت می‌شود.

$$100 \times 10^4 = \text{ppm}$$

۵۷ ۲

$$\text{NH}_4\text{NO}_3: \text{ppm} = 1/6 \times 10^4 = 16000$$

$$\begin{bmatrix} \text{NH}_4\text{NO}_3 & \text{NO}_3^- \\ 80 \text{ g} & 62 \text{ g} \\ 16000 & x \end{bmatrix} \Rightarrow x = 12400$$

$$\text{Ca}(\text{NO}_3)_2: \text{ppm} = 0/82 \times 10^4 = 8200$$

برحسب  $\text{mg.L}^{-1}$  معادل ppm است. بنابراین غلظت کلسیم برحسب ppm است،  $10$  برابر  $\text{mg.dL}^{-1}$  خواهد بود:

$$\text{Ca}^{2+} \text{ غلظت} = 7/7 \times 10 = 77 \text{ ppm}$$

$$\text{K}^+ \text{ غلظت} = 3/6 \frac{\text{mmol}}{\text{L}} \times \frac{39 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 140/4 \text{ mg.L}^{-1} \approx 140/4 \text{ ppm}$$

$$\frac{\text{Ca}^{2+} \text{ غلظت}}{\text{K}^+ \text{ غلظت}} = \frac{77}{140/4} = 0/548$$

۶۸ ۴ دستگاه اندازه‌گیری قند خون (گلوکومتر)، میلی‌گرم گلوکز را در هر دسی‌لیتر از خون نشان می‌دهد.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ضدیخ، محلول اتیلن گلیکول در آب است.

(۲) گلاب مخلوطی همگن از چند ماده آلی در آب است.

(۳) سرکه خوراکی محلول ۵ درصد جرمی استیک اسید در آب است.

۶۹ ۴ اگر جرم محلول سیرشده‌ای با درصد جرمی  $40$  برابر با  $100 \text{ g}$  باشد، جرم حلال،  $60$  گرم است. بنابراین در محلول‌های سیرشده با درصد جرمی  $40$ ، جرم حلال (آب)،  $1/5 = 40$  برابر جرم حل‌شونده است. همین نسبت را برای دو حالت می‌نویسیم:

مقدار آب اضافه شده:  $x$

$$\frac{a-20}{90} = \frac{a}{90+x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 80 \text{ g} \\ x = 30 \text{ g H}_2\text{O} \end{cases}$$

$$\text{جرم محلول نهایی} = 90 + a + x = 90 + 80 + 30 = 200 \text{ g}$$

۷۰ ۴ • میزان قطبیت مولکول‌های آب و قدرت نیروهای

بین‌مولکولی آن، نزدیک به دو برابر مولکول‌های هیدروژن سولفید است.

• جدول زیر، برخی ویژگی‌های آب با هیدروژن سولفید را در فشار  $1 \text{ atm}$  مقایسه می‌کند.

ماده	فرمول شیمیایی	مدل فضا پرکن	قطبیت مولکول	جرم مولی ( $\text{g.mol}^{-1}$ )	حالت فیزیکی ( $25^\circ \text{C}$ )	نقطه جوش ( $^\circ \text{C}$ )
آب	$\text{H}_2\text{O}$		قطبی	۱۸	مایع	۱۰۰
هیدروژن سولفید	$\text{H}_2\text{S}$		قطبی	۳۴	گاز	-۶۰

$$\text{چگالی محلول (درصد جرمی)} = \frac{\text{جرم مولی حل‌شونده}}{\text{غلظت مولی}}$$

$$[A] = \frac{10 \times 25 \times 1/2}{100} = 3 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[B] = \frac{10 \times 50 \times 1/5}{100} = 7/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

اگر حجم محلول A را با  $V_A$  و حجم محلول B را با  $V_B$  نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$4/8 = \frac{3V_A + 7/5V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 4/8V_A + 4/8V_B = 3V_A + 7/5V_B$$

$$\Rightarrow 1/8V_A = 2/7V_B \Rightarrow 2V_A = 3V_B \Rightarrow V_A = \frac{3}{2}V_B$$

$$\frac{A \text{ جرم محلول}}{B \text{ جرم محلول}} = \frac{d_A \times V_A}{d_B \times V_B} = \frac{1/2 \times \frac{3}{2}}{1/5 \times 1} = 1/2$$

۶۳ ۳ مطابق داده‌های سؤال، سالی سه مرتبه فیلتر این دستگاه تعویض می‌شود و در نتیجه هر فیلتر  $200 \text{ m}^3$  آب را تصفیه می‌کند.

$$? \text{ mol Cd}^{2+} = 200 \text{ m}^3 \text{ H}_2\text{O} \times \frac{1000 \text{ L H}_2\text{O}}{1 \text{ m}^3 \text{ H}_2\text{O}} \times \frac{280 \text{ mg Cd}^{2+}}{1 \text{ L H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{1 \text{ g Cd}^{2+}}{1000 \text{ mg Cd}^{2+}} \times \frac{1 \text{ mol Cd}^{2+}}{112 \text{ g Cd}^{2+}} = 500 \text{ mol Cd}^{2+}$$

۶۴ ۴ دمای جوش اتانول ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ ) به دلیل امکان تشکیل

پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های خود، بیشتر از دمای جوش استون ( $\text{CH}_3\text{COCH}_3$ ) است.

• جرم مولی اتانول، به اندازه جرم یک مول اتم کربن، کم‌تر از جرم مولی استون است.

• شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی دو مولکول با هم برابر است، زیرا هر کدام فقط یک اتم اکسیژن دارند.

• شمار پیوندهای C—H در اتانول برابر با ۵ و در استون برابر با ۶ است.

۶۵ ۲ ابتدا از رابطه زیر مولاریته  $\text{KNO}_3$  در محلول اولیه را به

دست می‌آوریم:

$$\text{مولاریته} = \frac{\text{چگالی محلول (درصد جرمی)}}{\text{جرم مولی KNO}_3}$$

$$= \frac{10 \times 20/2 \times 1/25}{100} = 2/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

سپس از رابطه زیر، مولاریته محلول نهایی را به دست می‌آوریم:

$$(M.V)_{\text{نهایی}} = (M.V)_{\text{اولیه}} \Rightarrow (2/5 \times 40) = M_{\text{نهایی}} \times (40 + 160)$$

$$\Rightarrow M_{\text{نهایی}} = 0/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

۶۶ ۲ یون‌های  $\text{S}^{2-}$  و  $\text{Pb}^{2+}$ ،  $\text{Mn}^{2+}$  جزو یون‌های موجود در

آب‌های آشامیدنی و شیرین نیستند.

۶۷ ۳ یکاهای مربوط به گلوکز ( $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ ) و کراتینین (A) در

آزمایش خون، هر دو میلی‌گرم بر دسی‌لیتر است. از طرفی یکای غلظت مولی (مولاریته) برابر مول بر لیتر است.

$$\frac{\text{جرم مولی C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{\text{مولاریته A}} = \frac{\text{جرم مولی C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{\text{جرم مولی A}} \Rightarrow 200 = \frac{180}{x}$$

$$\Rightarrow x = 112/5 \text{ g.mol}^{-1}$$