

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۴/۰۲/۰۵

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه یازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضیات	۱۰	۱	۱۰	۴۵ دقیقه
		۱۰	۱۱	۲۰	
		۱۰	۲۱	۳۰	
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۵۵	۳۰ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۸۰	۲۵ دقیقه

ریاضیات



حسابان (۱)

۱- اگر حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\cos 4^\circ}}{\sin 1^\circ + \sin 5^\circ}$ برابر A باشد، حاصل $A^2 + A$ کدام است؟

- (۱) $2 + \sqrt{2}$ (۲) $2 - \sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2}$

۲- اگر $f(x) = \cos x$ ، $g(x) = \cos 2x$ و $h(x) = \cos 4x$ باشد، حاصل $(f \times g \times h)(2^\circ)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{16}$

۳- اگر $\frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta} = 1$ باشد، مقدار $\sin 3\alpha$ کدام است؟ (α زاویه ای حاده است.)

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴- اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = 3$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\cos 2\alpha + \cot 2\alpha}{\tan 2\alpha + \sin 2\alpha}$ کدام است؟ ($0 < \alpha < 45^\circ$)

- (۱) $\frac{75}{36 - 12\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{75}{36 + 12\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{35}{36 + 12\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{35}{36 - 12\sqrt{5}}$

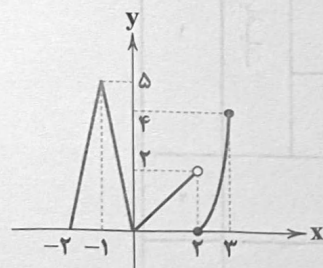
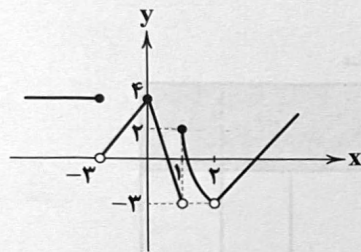
۵- اگر $f(x) = \sin x + \cos x$ و $g(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$ باشد، حاصل $\frac{f(7/5^\circ)}{g(7/5^\circ)}$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) $\sqrt{2} \cot 52/5^\circ$ (۲) $\sqrt{2} \cot 37/5^\circ$ (۳) $\frac{1}{2} \tan 52/5^\circ$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2} \tan 52/5^\circ$

۶- $f(x)$ با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & x \in \mathbb{Q} \\ 2x - 5 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ در چند نقطه حد دارد؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۳

۷- شکل زیر نمودار تابع $f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} (f \circ f \circ f)(x)$ کدام است؟

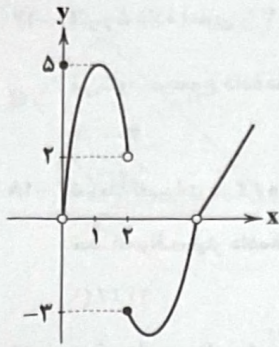


- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) -۳
(۴) صفر

۸- نمودار زیر نمودار تابع $f(x)$ است، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4^-} [f^{-1}(x)]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

محل انجام محاسبات



۹- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x^2[x-2])}{f(x-1)}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{5}$

(۳) ۱

(۴) ۵

۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} [\sqrt{2}(\sin x - \cos x)] = A$ و $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \left[\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right] = B$ ، حاصل $A \times B$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

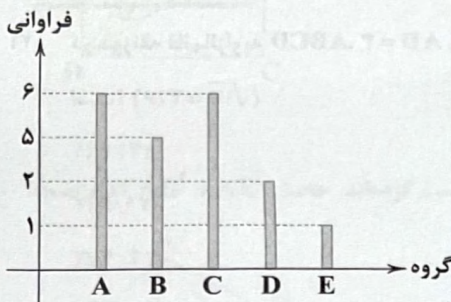
(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

آمار و احتمال



۱۱- براساس نمودار میله‌ای زیر، درصد فراوانی نسبی افراد در گروه B کدام است؟

(۱) ۲۰

(۲) ۲۵

(۳) ۳۰

(۴) ۳۵

۱۲- فراوانی نسبی افراد یک جامعه در ۶ طبقه مطابق جدول زیر است. در نمایش دایره‌ای زاویه مربوط به طبقه ۴م کدام است؟

طبقه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فراوانی نسبی	۰/۰۸	۰/۱۲	۰/۱۵	x	۰/۱۵	۰/۳

(۴) ۹۶

(۳) ۸۶

(۲) ۸۱

(۱) ۷۲

۱۳- اگر میانگین داده‌های y , ۱۹, ۲۴, x , ۲۷, ۲۵, ۲۳ برابر ۲۳ باشد و x و y دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۲۰ باشند، حاصل xy کدام است؟

(۴) ۴۸۴

(۳) ۴۶۵

(۲) ۴۶۲

(۱) ۴۴۱

۱۴- دامنه میان چارکی داده‌های ۱۶, ۱۴, ۱۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۹, ۶, ۱۳, ۱۷, ۱۵, ۴, ۸, ۱۲, ۷ کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۹

۱۵- اگر در داده‌های ۱۹, ۲۱, ۳, ۸, ۱۰, ۱۹, ۱۸, x , ۱۱, ۲, مجموع میانه و مد برابر ۳۱ باشد، مقدار x کدام است؟

(۴) ۱۴

(۳) ۱۳

(۲) ۱۲

(۱) ۱۱

۱۶- یک جامعه با اندازه ۱۵ و واریانس ۲/۶ با جامعه دیگری به اندازه ۲۱ و واریانس ۵، تشکیل جامعه جدیدی داده‌اند. اگر میانگین این دو جامعه

یکسان باشند، انحراف معیار داده‌های جدید کدام است؟

(۴) ۱/۶

(۳) ۲

(۲) ۳/۶

(۱) ۴

محل انجام محاسبات

۱۷- اگر ۵۰ داده آماری را ۳ برابر کرده و سپس ۶ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید $\frac{4}{3}$ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های اولیه کدام است؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۳۵۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۴۵۰

۱۸- ضریب تغییرات در گروهی از داده‌های آماری $\frac{1}{8}$ محاسبه شده است. اگر به هر داده ۱۲ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات حاصل $\frac{1}{6}$ خواهد شد. انحراف معیار داده‌های اولیه چقدر است؟

- (۱) $\frac{26}{7}$ (۲) $\frac{27}{6}$ (۳) $\frac{28}{8}$ (۴) $\frac{30}{2}$

۱۹- در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۶، ۲۱، ۲۶، ۱۵، ۳۰، ۳۴، ۲۵، ۱۷، ۲۳، ۱۹، ۳۲، ۳۱، ۲۴ واریانس داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

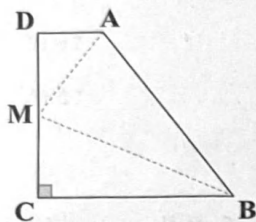
- (۱) $\frac{7}{82}$ (۲) $\frac{8}{92}$ (۳) $\frac{9}{63}$ (۴) $\frac{10}{85}$

۲۰- ضریب تغییرات داده‌های ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۱، ۲۴ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

هندسه (۲)

۲۱- در دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD، $AD=3$ ، $CB=9$ ، $DC=8$ است. نقطه M روی ضلع DC قرار دارد. کم‌ترین محیط AMB کدام است؟ (است؟ $(\sqrt{3} \approx 3/6)$)



- (۱) $14/4$ (۲) $21/6$ (۳) $24/4$ (۴) $28/6$

۲۲- چهار نقطه $A(2, 7)$ ، $B(8, -6)$ ، $C(a, 5)$ و $D(a, 0)$ در صفحه مختصات مفروض هستند. کم‌ترین اندازه خط شکسته ACDB کدام است؟

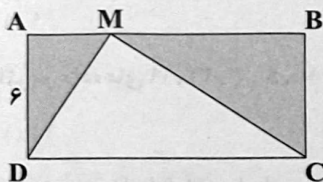
- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۲۳- محیط مثلث ABC برابر ۴۰ و شعاع دایره محیطی آن ۱۶ است. مقدار $\sin A + \sin B + \sin C$ کدام است؟

- (۱) $1/36$ (۲) $1/32$ (۳) $1/28$ (۴) $1/25$

۲۴- چهار ضلعی ABCD مستطیل و دایره به قطر DC از نقطه M عبور می‌کند. اگر $MC > MD$ و مساحت ناحیه رنگی ۳۹ باشد،

حاصل $\frac{MC}{MD}$ کدام است؟



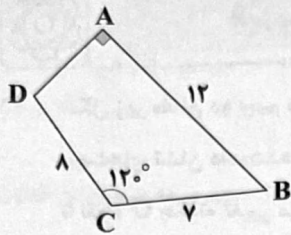
- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۵- در یک مثلث قائم‌الزاویه ($\hat{A} = 90^\circ$) اندازه میانه وارد بر وتر ۱۵ است. اگر $\hat{B} + \hat{C} = \frac{\pi}{5}$ باشد، محیط مثلث کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۶۵ (۳) ۶۶ (۴) ۶۷

محل انجام محاسبات

۲۶- در چهارضلعی زیر، $\hat{A} = 90^\circ$ و $\hat{C} = 120^\circ$ است. اندازه AD کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۶

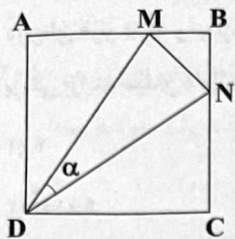
(۳) ۷

(۴) ۸

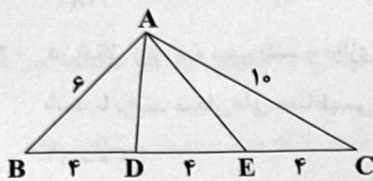
۲۷- اگر در مثلث ABC، $AC = 12$ و $AB = 6$ و طول میانه $AM = 8$ باشد، کسینوس زاویه A کدام است؟

(۴) $\frac{11}{18}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۱) $\frac{19}{36}$

۲۸- چهارضلعی ABCD مربع است. اگر $\frac{AM}{MB} = \frac{BC}{BN} = 3$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{6}{17}$ (۲) $\frac{7}{17}$ (۳) $\frac{8}{17}$ (۴) $\frac{9}{17}$

۲۹- مطابق شکل در مثلث ABC، پاره‌خط‌های AD و AE، ضلع BC را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند. حاصل $AD^2 + AE^2$ کدام است؟



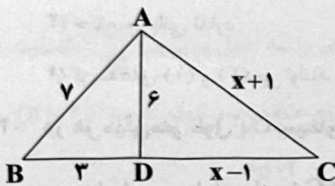
(۱) ۶۸

(۲) ۷۲

(۳) ۷۸

(۴) ۸۱

۳۰- در شکل زیر مقدار x کدام است؟



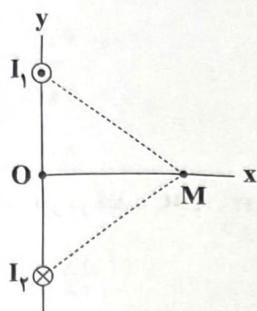
(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۹

فیزیک



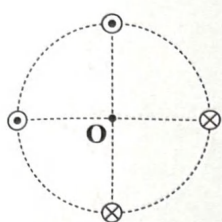
۳۱- شکل زیر مقطع دو سیم موازی و بلند را نشان می‌دهد که بر صفحه کاغذ عمودند و از آن جریان‌های برابر و در جهت‌های نشان داده شده عبور می‌کند. جهت بردار برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم از نقطه M تا نقطه O چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ابتدا در جهت محور X و سپس در خلاف جهت محور Y

(۲) ابتدا در جهت محور X و سپس در جهت محور Y

(۳) ابتدا خلاف جهت محور X و سپس در جهت محور X

(۴) همواره در جهت محور X



۳۲- مطابق شکل مقابل، چهار سیم بسیار بلند حامل جریان‌های هم‌اندازه عمود بر صفحه کاغذ بر روی محیط دایره‌ای قرار دارند و اندازه میدان مغناطیسی هر یک از آن‌ها در نقطه O (مرکز دایره) برابر با $\sqrt{2}G$ است. بزرگی برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از چهار سیم در نقطه O چند تسلا است؟

(۱) 4×10^{-4} (۲) 4×10^{-4}

(۳) 4×10^{-4} (۴) $2\sqrt{2} \times 10^{-4}$

۳۳- از پیچه مسطحی به قطر ۱۵۷cm که از ۸۰ دور سیم نازک درست شده است، در مدت ۰/۵ دقیقه باری معادل ۶۰۰ آمپر ثانیه عبور می‌کند.

بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان عبوری از پیچه در مرکز پیچه چند گاوس است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$, $\pi = 3/14$)

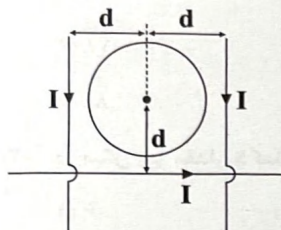
(۴) ۱۲۸۰

(۳) ۱/۲۸

(۲) ۱۲/۸

(۱) ۱۲۸

۳۴- در شکل زیر، سه سیم بلند و موازی حامل جریان‌های یکسان I، همگی در یک صفحه قرار دارند. جریان گذرنده از حلقه در کدام جهت باشد تا برآیند میدان‌های مغناطیسی در مرکز حلقه صفر شود؟ (از اثرات لبه‌ها صرف نظر کنید.)



(۱) ساعتگرد

(۲) پادساعتگرد

(۳) حلقه جریانی ندارد

(۴) گزینه‌های (۱) و (۲) می‌توانند درست باشند.

۳۵- در هر میلی‌متر طول یک سیملوله آرمانی، ۳ حلقه وجود دارد. جریان چند آمپر از این سیملوله عبور کند تا بزرگی میدان مغناطیسی روی

محور اصلی سیملوله برابر با ۲۴G شود؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{3}{2}$

۳۶- کدام گزینه در ارتباط با مواد فرومغناطیسی درست است؟

(۱) در مواد فرومغناطیسی، برهم‌کنش بین دو قطبی‌های مغناطیسی، حتی در نبود میدان مغناطیسی خارجی، قوی است.

(۲) این مواد هیچ‌گاه در میدان مغناطیسی، خاصیت مغناطیسی از خود نشان نمی‌دهند.

(۳) برای خاصیت آهن‌ربایی هر ماده فرومغناطیسی، مقدار اشباع و بیشینه‌ای وجود ندارد.

(۴) همواره این مواد پس از قطع میدان مغناطیسی، خاصیت مغناطیسی خود را از دست می‌دهند.

محل انجام محاسبات

۳۷- سیملوله‌ای آرمانی با ۲۰۰ حلقه، مقاومت الکتریکی 10Ω و مساحت سطح مقطع 18cm^2 ، عمود بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد.

بزرگی این میدان مغناطیسی با چه آهنگی بر حسب میلی‌تسلا بر ساعت باید تغییر کند تا جریانی به شدت $1\mu\text{A}$ در سیملوله القا شود؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) $0/1$ (۳) $0/2$ (۴) ۲۰۰

۳۸- حلقه‌ای رسانا به مساحت 5cm^2 عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. اگر حلقه را 53° حول محوری که منطبق بر خطوط

میدان است، دوران دهیم. شار مغناطیسی عبوری از آن چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) کاهش می‌یابد. (۲) افزایش می‌یابد. (۳) تغییری نمی‌کند. (۴) هر سه گزینه صحیح هستند.

۳۹- سطح یک حلقهٔ رسانای دایره‌ای شکل به قطر 2cm عمود بر محور x قرار دارد. اگر میدان مغناطیسی $\vec{B} = 4\vec{i} + 8\vec{j}$ برحسب SI از این

حلقه عبور کند، شار مغناطیسی عبوری از حلقه چند میلی‌وبر خواهد شد؟ ($\pi = 3$)

- (۱) $0/4\sqrt{5}$ (۲) $1/2\sqrt{5}$ (۳) $1/2$ (۴) $0/4\sqrt{2}$

۴۰- پیچهٔ مسطحی که دارای ۱۰ حلقه است و مساحت هر حلقهٔ آن 5cm^2 است، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 400G قرار

دارد. اگر در مدت‌زمان 2ms میدان مغناطیسی به صفر برسد، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه چند ولت خواهد بود؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰۰۰

۴۱- یک حلقهٔ رسانای مستطیل‌شکل به ابعاد 30mm و 20cm درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی 4mT قرار دارد و خطوط میدان

با سطح حلقه زاویهٔ 30° می‌سازند. شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد، چند وبر است؟

- (۱) $1/2\sqrt{3} \times 10^{-5}$ (۲) $1/2 \times 10^{-6}$ (۳) $1/2 \times 10^{-5}$ (۴) $1/2\sqrt{3} \times 10^{-6}$

۴۲- یک حلقهٔ رسانای مربعی شکل به ضلع 2cm عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی 20T قرار دارد. اگر مساحت سطح

حلقه با آهنگ $0/2 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$ افزایش یابد، در مدت‌زمان $0/5$ دقیقه بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه چند میلی‌ولت خواهد بود؟

- (۱) ۴ (۲) $0/4$ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰

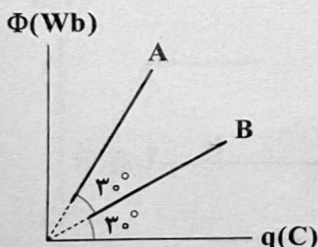
۴۳- شار مغناطیسی عبوری از یک حلقهٔ رسانای دایره‌ای شکل به شعاع 10cm که مقاومت الکتریکی آن در واحد طول برابر با $4 \frac{\Omega}{\text{m}}$ است، در

مدت‌زمان مشخص معادل 6Wb به طور یکنواخت تغییر می‌کند. مقدار کل بار گذرنده از هر سطح مقطع حلقه چند کولن است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۵ (۲) $0/5$ (۳) $2/5$ (۴) ۲۵

۴۴- نمودار اندازهٔ شار مغناطیسی عبوری از یک حلقهٔ رسانا بر حسب بار القایی متوسط در حلقه، مطابق شکل زیر است. مقاومت الکتریکی حلقهٔ A

چند برابر مقاومت الکتریکی حلقهٔ B است؟



$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

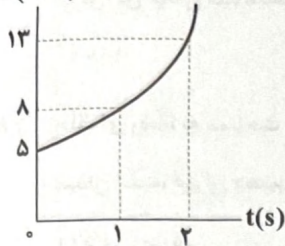
$$3 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

۴۵- نمودار شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه رسانا به مقاومت 10Ω ، مطابق شکل زیر قسمتی از یک سهمی است. شدت جریان القایی

$\Phi(\text{Wb})$



متوسط در حلقه در ثانیه چهارم چند آمپر است؟

(۱) $0/3$

(۲) $0/6$

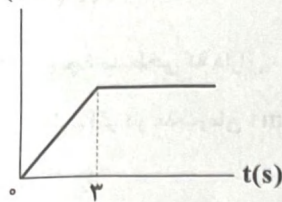
(۳) $0/9$

(۴) $1/2$

۴۶- نمودار شار مغناطیسی عبوری از یک پیچه مسطح بر حسب زمان، مطابق شکل زیر است. نسبت اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه

در دو ثانیه اول به اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه در دو ثانیه دوم در کدام گزینه به درستی آمده است؟

$\Phi(\text{Wb})$



(۱) ۴

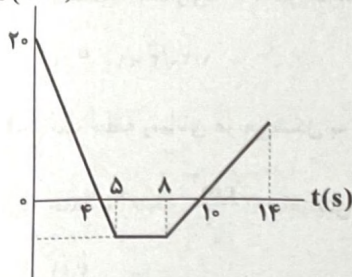
(۲) ۲

(۳) $\frac{1}{2}$

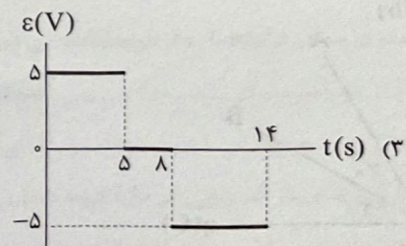
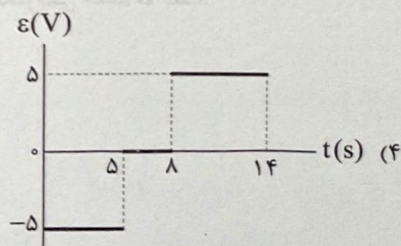
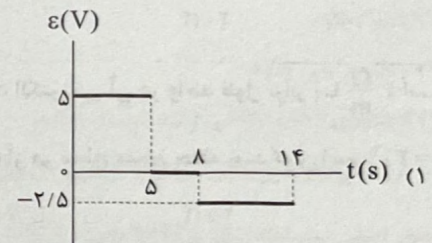
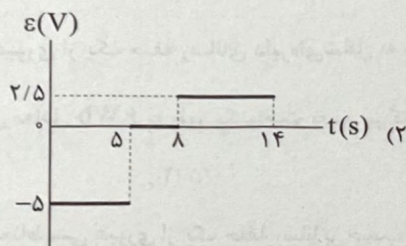
(۴) $\frac{1}{4}$

۴۷- نمودار شار مغناطیسی عبوری از پیچه‌ای بر حسب زمان، مطابق شکل زیر است. نمودار نیروی محرکه القایی بر حسب زمان در این پیچه در

$\Phi(\text{Wb})$



این مدت‌زمان در کدام گزینه به درستی آمده است؟



محل انجام محاسبات

- ۴۸- در شکل مقابل، سطح قاب رسانای مستطیل شکل بر راستای خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی 1G عمود می‌باشد. اگر میله AC را با تندی ثابت $20 \frac{\text{m}}{\text{ms}}$ به طرف راست حرکت دهیم، جریان القایی متوسط در قاب چند آمپر می‌شود؟
- ۱ (۱) ۱۰ (۲) ۱ (۳) ۰/۱ (۴) ۰/۰۱

- ۴۹- شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌ای رسانا به مقاومت 2Ω در SI به صورت $\Phi = (3t^2 - 2t + 1)$ است. جریان القایی متوسط در حلقه در ثانیه دوم، چند آمپر است؟

۶ (۴) ۴ (۳) ۳/۵ (۲) ۷ (۱)

- ۵۰- سطح حلقه‌ی رسانایی به مساحت 400cm^2 بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی 200G عمود است. اگر در مدت زمان $\frac{1}{3}$ دقیقه میدان مغناطیسی با تغییر جهت به $\frac{1}{3}$ مقدار اولیه خود برسد، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه تقریباً چند میکروولت می‌شود؟
- ۱۹ (۴) ۱۶ (۳) ۴۷ (۲) ۵۳ (۱)

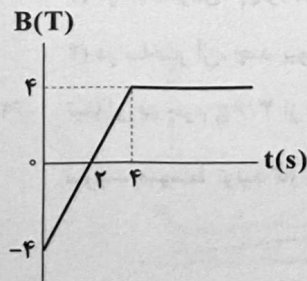
- ۵۱- یک سیملوله آرمانی بدون هسته در اختیار داریم. اگر جریان 3A از این سیملوله عبور کند، بزرگی میدان مغناطیسی بر روی محور سیملوله برابر با 180G می‌شود. تعداد حلقه‌های این سیملوله در هر سانتی‌متر چقدر است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$
- ۱۰ (۴) ۵۰ (۳) ۲۵ (۲) ۵ (۱)

- ۵۲- بزرگی میدان مغناطیسی روی محور سیملوله‌ای آرمانی به طول 20cm که دارای 400 حلقه است، چند برابر بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه مسطحی با تعداد 200 حلقه و شعاع 10cm است در حالی که جریان عبوری از سیملوله نصف جریان عبوری از پیچه است؟
- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

- ۵۳- با سیمی به طول 200m ، پیچه مسطح دایره‌ای شکل به شعاع r ساخته‌ایم. چند سانتی‌متر باشد تا با عبور جریان 5A از پیچه، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه برابر 4G شود؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$
- ۸۰ (۴) ۱۰۰ (۳) ۵۰ (۲) ۲۰ (۱)

- ۵۴- طول سیملوله B ، 2 برابر طول سیملوله A و تعداد حلقه‌های آن 4 برابر تعداد حلقه‌های سیملوله A است. اگر بزرگی میدان مغناطیسی روی محور سیملوله‌ها با هم برابر باشد، جریان عبوری از سیملوله A چند برابر جریان عبوری از سیملوله B است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$
- ۴ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

- ۵۵- سطح یک حلقه‌ی رسانا بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ عمود است، اگر تغییرات بزرگی میدان $\vec{B}$ مطابق نمودار زیر باشد، کدام گزینه در ارتباط با نیروی محرکه القایی در حلقه درست است؟



- (۱) در چهار ثانیه اول، پیوسته کاهش می‌یابد.
(۲) در چهار ثانیه اول، پیوسته افزایش می‌یابد.
(۳) در لحظه $t = 2\text{s}$ صفر است.
(۴) در چهار ثانیه اول، ثابت و منفی است.

شیمی



۵۶- سرعت متوسط تولید یا مصرف چه تعداد از اجزای واکنش زیر را می توان با یکای $\text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$ گزارش کرد؟



- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

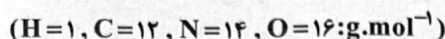
۵۷- چه تعداد از عبارت های زیر در ارتباط با لیکوپن (A) و بنزوئیک اسید (B) درست است؟

- شمار عنصرهای سازنده B، بیشتر از شمار عنصرهای سازنده A است.
- شمار پیوندهای دوگانه مولکول A، بیشتر از شمار پیوندهای دوگانه مولکول B است.
- نوعی بازدارنده و B در صنایع غذایی، نوعی نگهدارنده است.
- A در هندوانه و توت فرنگی و B در تمشک و گوجه فرنگی وجود دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۸- نیتروگلیسرین $(\text{C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3)$ ، یک ماده منفجرشونده است که مطابق معادله واکنش زیر تجزیه می شود. اگر $9/08$ گرم از این ماده در

مدت ۱۵ ثانیه تجزیه شود، با فرض شرایط STP، سرعت تولید گاز در این مدت، چند متر مکعب بر ساعت است؟



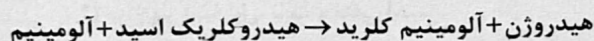
- (۱) ۲/۱۰ (۲) ۲/۰۱ (۳) ۱/۲۰ (۴) ۱/۰۲

۵۹- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) سهم تولید گاز CO_2 در رد پای غذا، به تقریب برابر با سوختن سوخت ها در خودروها، کارخانه ها و ... است.
 - (۲) سالانه حدود ۴۰٪ غذایی که در جهان فراهم می شود به مصرف نمی رسد و به زباله تبدیل می شود و یا از بین می رود.
 - (۳) استفاده از غذاهای بومی و فصلی و کاهش مصرف غذاهای فرآوری شده، بیانی هایی از اصل شیمی سبز هستند.
 - (۴) اگر الگوی توسعه پایدار به طور کامل اجرا شود، دست کم بیش از دو دهه زمان لازم است تا مساحت کره زمین برای تأمین غذای ساکنان آن، کافی باشد.
- ۶۰- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با کلسترول، نادرست است؟

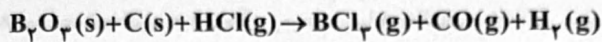
- (۱) یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است که مقدار اضافی آن در دیواره رگ ها رسوب می کند.
 - (۲) در ساختار آن، یک گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد و جزو الکل ها طبقه بندی می شود.
 - (۳) در ساختار آن، چهار حلقه کربنی وجود دارد که هیچ کدام، حلقه بنزنی نیستند.
 - (۴) در ساختار آن، چند پیوند دوگانه $\text{C}=\text{C}$ وجود دارد و یک ترکیب آلی سیر نشده است.
- ۶۱- تیغه ای به جرم $3/6\text{g}$ از فلز آلومینیم طی مدت ۱۰ دقیقه در ۴ لیتر محلول $0/5$ مولار هیدروکلریک اسید به طور کامل حل می شود. اگر

سرعت متوسط تولید گاز در این بازه، 10mL.s^{-1} باشد، حجم مولی گازها در شرایط واکنش چند لیتر بر مول است؟ ($\text{Al}=27\text{g.mol}^{-1}$)



- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۴۵

محل انجام محاسبات



۶۲- کدام عبارت‌ها در ارتباط با واکنش مقابل درست است؟

(آ) با گذشت زمان، سرعت مصرف B_2O_3 همانند سرعت تولید BCl_3 کاهش می‌یابد.

(ب) با هر مقدار اولیه از اجزای واکنش، نمودار مول - زمان CO و H_2 بر هم منطبق است.

(پ) سرعت متوسط واکنش با یکای mol.s^{-1} را می‌توان معادل سرعت متوسط مصرف B_2O_3 در نظر گرفت.

(ت) در هر بازه زمانی معین، رابطه $\frac{\Delta n(\text{HCl})}{\Delta t} = \frac{2\Delta n(\text{CO})}{\Delta t}$ برقرار است.

(۴) «آ» و «ت»

(۳) «آ»، «ب» و «پ»

(۲) «آ» و «پ»

(۱) «ب» و «پ»

۶۳- در یک ظرف ۱۰ لیتری در بسته، مقداری گاز آمونیاک وارد می‌کنیم تا در شرایط مناسب به گازهای نیتروژن و هیدروژن تجزیه شود. اگر

سرعت واکنش پس از گذشت هر ۱۵ ثانیه، نصف شود و مقدار نیتروژن و آمونیاک در مخلوط واکنش پس از گذشت ۴۵ ثانیه، به ترتیب برابر

با $19/6$ و $26/2$ گرم باشد، مقدار هیدروژن تولیدشده در ۱۵ ثانیه دوم و مقدار اولیه آمونیاک چند گرم بوده است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از

راست به چپ بخوانید.) ($\text{H}=1, \text{N}=14:\text{g.mol}^{-1}$)

(۴) $50, 3/6$

(۳) $68, 3/6$

(۲) $50, 1/2$

(۱) $68, 1/2$

۶۴- $77/76$ گرم گاز دی نیتروژن پنتاکسید را وارد یک ظرف در بسته می‌کنیم تا در شرایط مناسب به گازهای اکسیژن و نیتروژن دی‌اکسید

تجزیه شود. اگر نمودار مول - زمان گازهای دی نیتروژن پنتاکسید و نیتروژن دی‌اکسید، در ثانیه 20 ام پس از آغاز واکنش همدیگر را قطع

کنند، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در 20 ثانیه آغازی، چند مول بر دقیقه است؟ ($\text{N}=14, \text{O}=16:\text{g.mol}^{-1}$)

(۴) $0/60$

(۳) $0/48$

(۲) $0/24$

(۱) $0/36$

۶۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) از واکنش میان گازهای اکسیژن و گوگرد دی‌اکسید، آلاینده‌ای به دست می‌آید که باعث تولید باران اسیدی می‌شود.

(۲) رادیکال‌ها نسبت به سایر مولکول‌ها، واکنش‌پذیری بیشتری دارند.

(۳) اگر در گونه‌ای، اتم یا اتم‌هایی (به جز H) وجود داشته باشد که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند، آن گونه به یقین رادیکال است.

(۴) ریزمغذی‌ها، ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای هستند که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام‌های بدن دخالت دارند.

۶۶- کدام یک از نام‌های زیر را می‌توان به مونومر پلی‌استیرین نسبت داد؟

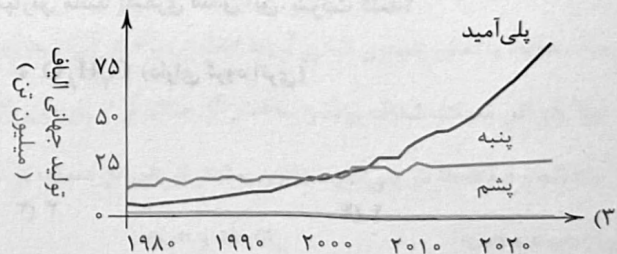
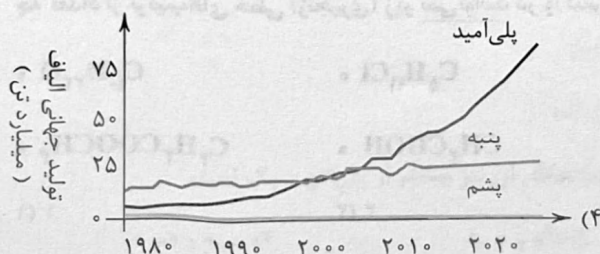
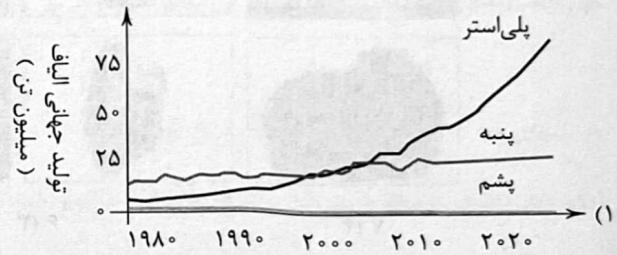
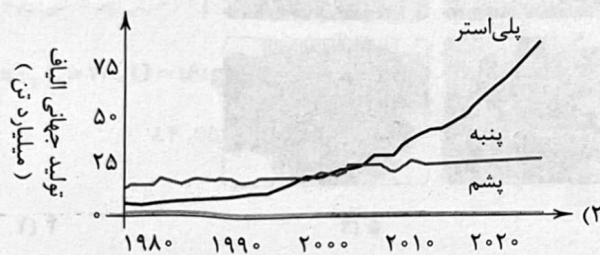
(۴) اتیلن بنزن

(۳) دی‌متیل بنزن

(۲) اتیل بنزن

(۱) وینیل بنزن

۶۷- کدام یک از نمودارهای زیر، روند تولید انواع الیاف در جهان را به درستی نشان می‌دهد؟



محل انجام محاسبات

۶۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با الیاف ساختگی درست است؟

- الیافی هستند که در طبیعت یافت نمی‌شوند، بلکه از واکنش بین مواد شیمیایی در پالایشگاه‌ها تولید می‌شوند.
- از این الیاف به طور گسترده در تهیه انواع پوشش‌ها، ظروف نجسب، فرش، پرده و ... استفاده می‌شود.
- اغلب فراورده‌های پتروشیمیایی برای تولید انواع گوناگون الیاف مانند پلی‌استر، نایلون و ... به کار می‌روند.
- محدودیت منابع طبیعی موجب شد شیمی‌دان‌ها طلای سیاه را به کار گیرند و این الیاف را تولید کرده و راهی شرکت‌های نساجی کنند.

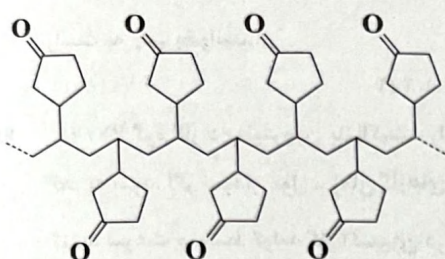
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۹- اگر بدانیم پلیمر مقابل فقط از یک مونومر ساخته شده است، تفاوت مجموع شمار اتم‌های مونومر آن با شمار اتم‌های هیدروژن مالتوز کدام است؟



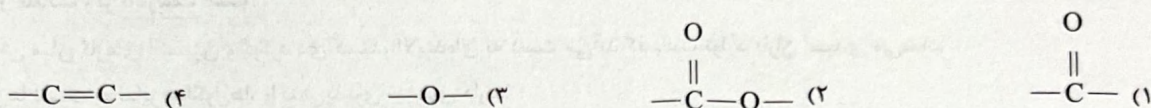
۲ (۱)

۶ (۲)

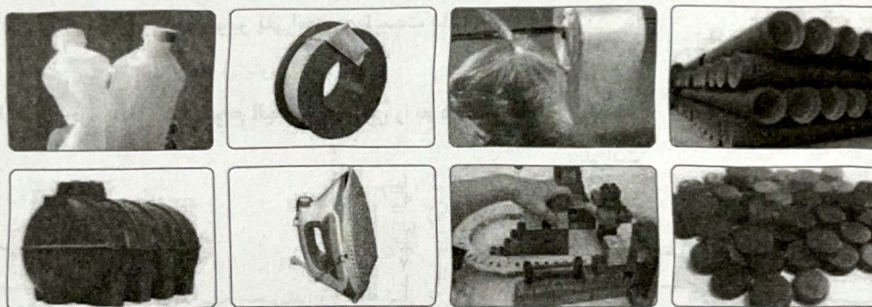
۸ (۳)

۴ (۴)

۷۰- مولکول‌های سازنده در پنبه (الیاف سلولز)، توسط کدام یک از پیوندهای زیر به هم متصل شده‌اند؟



۷۱- چه تعداد از شکل‌های زیر کاربرد پلی‌اتن را نشان می‌دهد؟



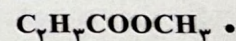
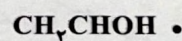
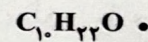
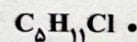
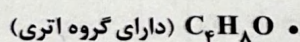
۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۷۲- چه تعداد از ترکیب‌های خطی (زنجیری) زیر نمی‌توانند در واکنش بسپارش مانند پلیمری شدن اتن، شرکت کنند؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۷۳- کدام مطالب زیر درست است؟

(آ) تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری شدن ممکن نیست.

(ب) مولکول‌های سازنده سلولز و نشاسته، یکسان است.

(پ) حدود یک سوم از لباس‌های تولیدی در جهان، از پنبه تهیه می‌شود.

(ت) حدود نیمی از الیاف تولیدی در جهان، الیاف طبیعی هستند.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «پ» و «ت» (۳) «آ»، «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۷۴- کدام مطالب زیر در ارتباط با پلی‌اتن درست است؟

(آ) هرگاه گاز اتن را در دمای اتاق، تحت فشار بالا قرار دهیم، جامدی به نام پلی‌اتن به دست می‌آید.

(ب) پلی‌اتن، جامدی سفیدرنگ و هیدروکربنی سیرشده است.

(پ) جرم مولی پلی‌اتن، اغلب ده‌ها هزار گرم بر مول است.

(ت) پلی‌اتن مذاب را در دستگاهی با خارج کردن هوا و ایجاد خلاء، به ورقه‌های نازک پلاستیکی تبدیل می‌کنند.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «آ» و «ت» (۴) «ب»، «پ» و «ت»

۷۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) شمار اتم‌های مولکول ترکیب‌هایی مانند پروتئین موجود در پشم و ابریشم، به ده‌ها هزار می‌رسد.

(۲) نیروی بین‌مولکولی در درشت‌مولکول‌ها به اندازه‌ای قوی است که تمامی این مواد در شرایط معمولی به حالت جامدند.

(۳) هر پلیمر (بسیار) یک درشت‌مولکول است، ولی هر درشت‌مولکول، لزوماً پلیمر نیست.

(۴) در مولکول انسولین، بخش‌هایی هست که در سرتاسر مولکول تکرار شده است.

۷۶- مطابق مطالب کتاب درسی، از یک پلیمر سیرشده برای ساخت سرنگ استفاده می‌شود. اگر جرم مولی میانگین این پلیمر 1.05×10^5 گرم برمول باشد، شمار واحدهای تکرارشونده آن کدام است و بر اثر سوختن کامل 0.3 مول از آن، چند کیلوگرم کربن دی‌اکسید تولید می‌شود؟ $(H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1})$ (۱) 99.3500 (۲) 84.3500 (۳) 99.2500 (۴) 84.2500

۷۷- کدام عبارت‌ها در ارتباط با پلی‌اتن سبک و پلی‌اتن سنگین درست است؟

(آ) چگالی پلی‌اتن سنگین همانند پلی‌اتن سبک، کم‌تر از $1 g.cm^{-3}$ است.

(ب) شرایط واکنش پلیمری شدن آن‌ها همانند ساختار آن‌ها متفاوت است.

(پ) پلی‌اتن سبک، شفاف بوده و ساختار آن منظم‌تر از پلی‌اتن سنگین است.

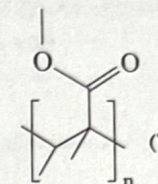
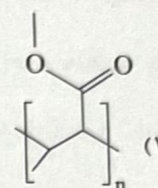
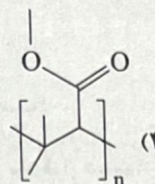
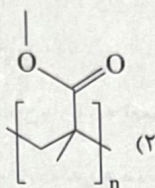
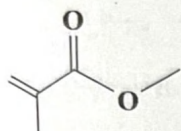
(ت) شمار شاخه‌ها در پلی‌اتن سنگین بیشتر از پلی‌اتن سبک بوده و استحکام آن نیز بیشتر از پلی‌اتن سبک است.

(۱) «ب» و «ت» (۲) «آ» و «پ» (۳) «آ» و «ب» (۴) «پ» و «ت»

محل انجام محاسبات

۷۸- اگر متیل متاکریلات که ساختار آن به صورت مقابل است، در واکنش بسپارش مانند پلیمری شدن اتن شرکت کند، ساختار پلیمر ایجاد شده

به کدام صورت خواهد بود؟



۷۹- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با پلی استیرن درست است؟

• شمار پیوندهای دوگانه در ساختار مونومر آن، نصف شمار اتمهای کربن مونومر آن است.

• در ساخت ظروف یکبار مصرف غذا به کار می رود.

• در هر واحد تکرارشونده آن، ۲۰ پیوند کووالانسی وجود دارد.

• اگر حلقه بنزنی را با گروه $C \equiv N$ جایگزین کنیم، پلیمر حاصل، در تولید پتو به کار می رود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۸۰- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با تفلون نادرست است؟

(۱) تفلون نقطه ذوب بالایی دارد و در برابر گرما مقاوم است.

(۲) این پلیمر از نظر شیمیایی بی اثر است و با مواد شیمیایی واکنش نمی دهد.

(۳) در حلالهای آلی حل نمی شود و از آن برای ساخت نخ دندان استفاده می شود.

(۴) مونومر سازنده آن در دما و فشار اتاق، گازی شکل بوده و نسبت شمار جفت الکترونهای ناپیوندی به شمار جفت الکترونهای پیوندی آن، کوچکتر از ۲ است.

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۴/۰۲/۰۵

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه یازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضیات	۱۰	۱	۱۰	۴۵ دقیقه
		۱۰	۱۱	۲۰	
		۱۰	۲۱	۳۰	
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۵۵	۳۰ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۸۰	۲۵ دقیقه

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری - مجید فرمندپور	مهدی وارسته - علی عرب - محدثه کارگرفرد ندا فرهنگتی - مینا نظری - زهرا ساسانی
فیزیک	سبحان کاظمی - مروارید شاه‌حسینی	مروارید شاه‌حسینی - سارا دانایی کجانی
شیمی	مریم تمدنی	ایمان زارعی - یاسر راش

آماده سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: سانا فلاحی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - فاطمه عبدالله‌خانی - نوشین تاکی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: ربابه الطافی - فرزانه رجبی - مینا عباسی - سحر فاضلی - حدیث فیض‌الهی - مریم قلی‌پور

مهنز کاظمی - فاطمه میرزایی

۴ ۵

$$f(x) = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$g(x) = \sqrt{2} \sin x + \cos x = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x \right)$$

$$\Rightarrow g(x) = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{f(7/5^\circ)}{g(7/5^\circ)} = \frac{\sqrt{2} \sin(7/5^\circ + 45^\circ)}{2 \sin(7/5^\circ + 30^\circ)}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \sin(52/5^\circ)}{2 \sin(37/5^\circ)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \tan 52/5^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cot 37/5^\circ$$

توجه کنید که:

$$52/5^\circ + 37/5^\circ = 90^\circ \Rightarrow \sin(37/5^\circ) = \cos(52/5^\circ)$$

$$a \text{ تابع } f(x) = \begin{cases} g(x) & x \in \mathbb{Q} \\ h(x) & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \text{ نکتہ: تابع}$$

حد دارد، اگر $g(a) = h(a)$

$$\Rightarrow x^2 - x - 1 = 2x - 5 \Rightarrow x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{تابع در هیچ نقطه حد ندارد.}$$

۴ ۷

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (f \circ f \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (f \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 0$$

۱ ۸

$$f(x) \text{ تابع } \left| \begin{matrix} x \rightarrow 3^- \\ y \rightarrow 4^- \end{matrix} \right| \Rightarrow f^{-1}(x) \text{ تابع } \left| \begin{matrix} x \rightarrow 4^- \\ y \rightarrow 3^- \end{matrix} \right|$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^-} [f^{-1}(x)] = \lim_{x \rightarrow 4^-} [3^-] = 3$$

۳ ۹

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x^2[x-2])}{f(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(4 \times [0^+])}{f(1^+)}$$

$$= \frac{f(0)}{\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)} = \frac{0}{1} = 0$$

۱ ۱۰

$$A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} [\sqrt{2}(\sin x - \cos x)] = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} [2 \sin(x - \frac{\pi}{4})]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} [2 \times 0^+] = 0 \Rightarrow A = 0$$

ریاضیات



۱ ۱

$$A = \frac{\sqrt{1+\cos 4^\circ}}{\sin 1^\circ + \sin 5^\circ} = \frac{\sqrt{1+\cos 4^\circ}}{\sin(3^\circ - 2^\circ) + \sin(3^\circ + 2^\circ)}$$

$$= \frac{\sqrt{2\cos^2 2^\circ}}{2\sin 3^\circ \cos 2^\circ} = \frac{\sqrt{2}\cos 2^\circ}{2 \times \frac{1}{2} \times \cos 2^\circ} = \sqrt{2} \Rightarrow A = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A^2 + A = 2 + \sqrt{2}$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

۳ ۲ می دانیم:

$$(f \times g \times h)(2^\circ) = \frac{\sin 2^\circ \times \cos 2^\circ \times \cos 4^\circ \times \cos 8^\circ}{\sin 2^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \sin 4^\circ}{\sin 2^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \sin(18^\circ - 2^\circ)}{\sin 2^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \sin 2^\circ}{\sin 2^\circ} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta} = 1$$

۱ ۳

$$\Rightarrow \frac{(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)}{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)} = 1$$

$$\Rightarrow \cot(\alpha + \beta) \times \cot(\alpha - \beta) = 1 \Rightarrow \cot(\alpha + \beta) = \frac{1}{\cot(\alpha - \beta)}$$

$$\Rightarrow \cot(\alpha + \beta) = \tan(\alpha - \beta)$$

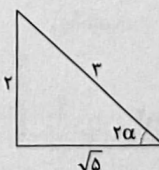
$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta + \alpha - \beta = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ \\ \alpha + \beta + \alpha - \beta = 270^\circ \Rightarrow \alpha = 135^\circ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{حاده } \alpha} \sin 2\alpha = \sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = 3 \Rightarrow \frac{2}{\sin 2\alpha} = 3$$

۲ ۴

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2}{3} \xrightarrow{0 < 2\alpha < 90^\circ} \cos 2\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}, \tan 2\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$



$$\Rightarrow \frac{\cos 2\alpha + \cot 2\alpha}{\tan 2\alpha + \sin 2\alpha} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{5\sqrt{5}}{6}}{\frac{6+2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}} = \frac{75}{36+12\sqrt{5}}$$

روش دوم: اگر میانگین جامعه $\bar{X}$ باشد، داریم:

$$\frac{\sum_{i=1}^{15} x_i^2}{15} - \bar{x}^2 = 2/9, \quad \frac{\sum_{i=1}^{21} y_i^2}{21} - \bar{y}^2 = 5$$

$$\begin{aligned}\sigma^r &= \frac{\sum x_i^r + \sum y_i^r}{1\delta + 21} - \bar{x}^r = \frac{1\delta(2/6 + \bar{x}^r) + 21(\delta + \bar{x}^r)}{39} - \bar{x}^r \\ &= \frac{144 + 39\bar{x}^r}{39} - \bar{x}^r = \frac{144}{39} + \bar{x}^r - \bar{x}^r = 4 \Rightarrow \sigma = 2\end{aligned}$$

۱۷ اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های اولیه $\bar{x}$ و σ باشد و داده‌ها را ۳ برابر کنیم و از هر داده ۶ واحد کم کنیم میانگین داده‌های جدید $(\bar{x} - 6)$ و انحراف معیار 3σ می‌شود.

$$CV' = \frac{f}{r} CV \Rightarrow \frac{r\sigma}{r\bar{x} - f} = \frac{f\sigma}{r\bar{x}} \xrightarrow{+\sigma} 9\bar{x} = 12\bar{x} - 24$$

$$\Rightarrow 3\bar{x} = 24 \Rightarrow \bar{x} = 8$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} \Rightarrow \lambda = \frac{\sum X_i}{\Delta^0} \Rightarrow \sum X_i = f \dots$$

۱۸ ۳ اگر به همه داده‌ها ۱۲ واحد اضافه شود، میانگین داده‌ها $\bar{x} + ۱۲$ می‌شود اما انحراف معیار ثابت می‌ماند.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{y}} = 0.1 \Rightarrow \sigma = 0.1 \bar{x}$$

$$CV' = \frac{\sigma'}{\bar{X}} \Rightarrow \sigma/\bar{X} = \frac{\sigma}{\bar{X} + 1\bar{X}} \Rightarrow \sigma/\bar{X} + \sigma/\bar{X} = \sigma/\bar{X}$$

$$\Rightarrow \sigma/\bar{X} = \sigma/\bar{X} \Rightarrow \bar{X} = \bar{X}$$

$$\sigma = \circ / \lambda \bar{X} = \circ / \lambda \times 39 \Rightarrow \sigma = 2\lambda / \lambda$$

۱۹ ۴ داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۹، ۲۱، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۴

چون تعداد داده‌ها ۱۳ تا است، میانه داده هفتم است ($Q_7 = 24$) و چارک اول، میانگین داده‌های سوم و چهارم $Q_1 = \frac{17+19}{2} = 18$ و چارک سوم، میانگین داده‌های دهم و یازدهم $Q_3 = \frac{30+31}{2} = 30.5$ است. پس داده‌های بین چارک اول و سوم که در نمودار جعبه‌ای در داخل جعبه قرار می‌گیرند، عبارتند از:

19, 21, 23, 24, 25, 26, 30.

$$\bar{x} = \frac{19+21+23+24+25+26+30}{7} \Rightarrow \bar{x} = \frac{168}{7} \Rightarrow \bar{x} = 24$$

$$\begin{aligned}\sigma^r &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^r}{n} \\&= \frac{(19-24)^r + (21-24)^r + (23-24)^r + (24-24)^r}{4} \\&\quad + \frac{(25-24)^r + (26-24)^r + (30-24)^r}{4} \\&\Rightarrow \sigma^r = \frac{25+9+1+0+1+4+36}{4} = \frac{76}{4} = 19/1\end{aligned}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \left[\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right] = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \left[\frac{\sin \frac{x}{y} \cos \frac{x}{y}}{y \cos^y \frac{x}{y}} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} [\tan \frac{x}{y}] = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} [\overbrace{1^+}] = 1 \Rightarrow B = 1$$

$$\Rightarrow A \times B = \emptyset.$$

٢ ١١

تعداد کل داده‌ها: $n = 6 + 5 + 6 + 2 + 1 = 20$.

$$P_B = \frac{f_B}{n} \times 100 = \frac{5}{20} \times 100 = 25$$

۱۲ ۱ می دانیم همواره مجموع فراوانی نسبی برابر ۱ است.

$$0/0 \cdot 1 + 0/1 \cdot 2 + 0/1 \cdot 5 + x + 0/1 \cdot 5 + 0/3 = 1 \Rightarrow x = 0/2 \Rightarrow F_f = 0/2$$

$$\alpha = F \times 36.0^\circ = 0.7 \times 36.0^\circ = 25.2^\circ$$

$$\bar{x} = \frac{23+25+27+x+29+19+y}{y} = 23$$

$$\Rightarrow 118 + (x + y) = 161$$

$$\Rightarrow x+y=43 \Rightarrow \begin{cases} x=21 & x=22 \\ y=22 & y=21 \end{cases}$$

$$\Rightarrow xy = 22 \times 21 = 462$$

۱۴ ۴ داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$\overbrace{4, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 12}^{میانہ} \quad \overbrace{13, 14, 14, 15, 16, 17, 18}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$Q_1 \quad Q_3$$

چون تعداد داده‌ها ۱۵ تا است، داده هشتم یعنی ۱۲ میانه است و چارک اول داده ۱۴ام یعنی $Q_1 = 8$ و چارک سوم، داده دوازدهم یعنی $Q_3 = 15$ است.

$$دامنهٔ میان چارکی = Q_3 - Q_1 = 15 - 8 = 7$$

۱۵ ۲ مد داده‌ها حتماً برابر ۱۹ است.

$$\text{میانہ} + \text{مُد} = 31 \Rightarrow \text{میانہ} + 19 = 31 \Rightarrow \text{میانہ} = 12$$

چون داده ۱۲ در بین داده‌ها نیست و تعداد داده‌ها فرد است پس حتماً باید
میانۀ در بین داده‌ها باشد بنابراین $x = 12$ است.

$$2, 3, 8, 10, 11, X = 12, 18, 19, 19, 19, 21$$

۱۶ ۳ روش اول: اگر میانگین یک گروه m تایی با واریانس σ^2 با میانگین یک گروه n تایی با واریانس σ^2 برابر باشد، واریانس کل داده‌ها از

دستور $\frac{m\sigma_1^2 + n\sigma_2^2}{m+n}$ به دست می آید.

$$\sigma^2 = \frac{10 \times 2/9 + 21 \times 5}{10 + 21} = \frac{149}{39} = 4 \Rightarrow \sigma = 2$$

A را به B' وصل می‌کنیم هر کجا خط $y=5$ را قطع کرد نقطه C است، پس طبیعاً نقطه D هم معلوم می‌شود پس مسیر ACDB کوتاه‌ترین مسیر است که چون CDBB' متوازی‌الاضلاع است پس $DB=CB'$ است.

$$ACDB \text{ مسیر کم‌ترین} = AC + CD + DB$$

$$= AC + CD + CB' = AB' + CD$$

CD=5 و داریم:

$$A=(2,7), B'=(8,-1)$$

$$\Rightarrow AB' = \sqrt{(2-8)^2 + (7+1)^2} = \sqrt{36+64} = 10$$

$$\Rightarrow ACDB \text{ مسیر کم‌ترین} = 10 + 5 = 15$$

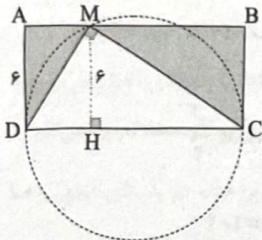
۲۳ ۴

$$\text{بنا به قضیه sin: } \frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \sin A = \frac{a}{2R}$$

$$\text{به طریق مشابه } \frac{b}{2R} = \sin B, \frac{c}{2R} = \sin C \text{ است.}$$

$$\sin A + \sin B + \sin C = \frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \frac{2P}{2R} = \frac{40}{32} = \frac{5}{4} = 1/25$$

۲۴ ۴ چون M روی دایره‌ای به قطر DC است و $\hat{M} = 90^\circ$ محاطی رو به قطر است پس $MH = AD = 6$. مساحت قسمت رنگی با مساحت مثلث MDC برابر است چون ارتفاع همه مثلث‌ها برابر و مجموع دو قاعده مثلث رنگی برابر DC (قاعده مثلث MDC) است پس:



$$S_{\Delta DMC} = \frac{1}{2} MH \times DC \Rightarrow 39 = \frac{1}{2} \times 6 \times DC \Rightarrow DC = 13$$

پس اگر $DH = x$ آن‌گاه $HC = 13 - x$ و از تشابه دو مثلث MDH و MCH داریم:

$$MH^2 = DH \cdot HC \Rightarrow 36 = x(13 - x) \Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0$$

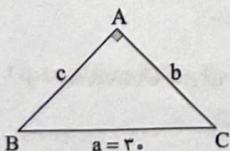
$$\Rightarrow (x-4)(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=9 \end{cases} \text{ غ ق ق غ}$$

پس $DH=4$ و $HC=9$ و از تشابه مثلث MDH و MCH داریم:

$$\frac{MC}{MD} = \frac{CH}{MH} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

۲۵ ۳ می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازه میانه وارد بر وتر، نصف

$$\text{وتر است پس } BC = 2 \times 15 = 30$$



۲۰ ۱ روش اول: اگر داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ تشکیل دنباله

حسابی با قدرنسبت d بدهند آن‌گاه $\bar{x} = \frac{x_1 + x_n}{2}$ و $\sigma = d\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$ به دست می‌آید.

$$\bar{x} = \frac{12+24}{2} = 18$$

$$\sigma = 3\sqrt{\frac{(5)^2-1}{12}} = 3\sqrt{2}$$

$$\bar{x} = \frac{12+15+18+21+24}{5} = \frac{90}{5} = 18$$

روش دوم:

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(12-18)^2 + (15-18)^2 + (18-18)^2 + (21-18)^2 + (24-18)^2}{5}$$

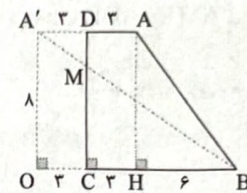
$$= \frac{36+9+0+9+36}{5} = \frac{90}{5} = 18 \Rightarrow \sigma = 3\sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3\sqrt{2}}{18} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

بنابراین ضریب تغییرات برابر است با:

۲۱ ۳ از A به BC عمود می‌کنیم. واضح است که $AH=DC=8$

و $AD=CH=3$ پس $BH=9-3=6$



$$\Delta AHB: AB^2 = AH^2 + HB^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow AB = 10$$

بازتاب نقطه A نسبت به پاره خط DC را A' می‌نامیم و A' را به B وصل می‌کنیم تا DC را در M قطع کند. مسیر AMB جواب مسئله است. چون بازتاب طولی است $A'M = MA$ پس $AM + MB = A'B$.

برای به دست آوردن طول A'B مثلث قائم‌الزاویه‌ای می‌سازیم که وتر A'B آن باشد در این صورت $A'O=8$ و $BO=12$ است.

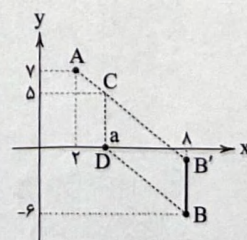
$$A'B^2 = A'O^2 + OB^2 = 64 + 144 = 208 = 16 \times 13$$

$$\Rightarrow A'B = 4\sqrt{13} = 4(3/2) = 12/2$$

$$AMB \text{ محیط کم‌ترین} = AB + \underbrace{AM + MB}_{A'B} = 10 + 12/2 = 24/2$$

۲۲ ۳ واضح است که $CD=5$ ابتدا نقطه B را با برداری به

طول 5 موازی DC (محور y) انتقال می‌دهیم تا نقطه B' به دست آید.



$$B'(8, -6+5) \Rightarrow B'(8, -1)$$

بنا به قضیه $\cos$ ها در مثلث DMN داریم:

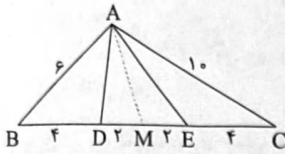
$$\begin{aligned} MN^2 &= DM^2 + DN^2 - 2DM \cdot DN \cos \alpha \\ \Rightarrow 25k^2 &= 225k^2 + 208k^2 - 120\sqrt{13}k^2 \cos \alpha \\ \Rightarrow 120\sqrt{13} \cos \alpha &= 408 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{17}{5\sqrt{13}} \end{aligned}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{325}{289}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{36}{289} \xrightarrow{\tan \alpha > 0} \tan \alpha = \frac{6}{17}$$

میانۀ AM را رسم می‌کنیم بنا به قضیه میانه‌ها در

مثلث ABC داریم:

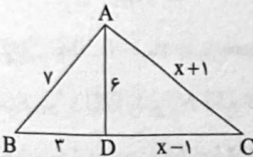


$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow 36 + 100 = 2AM^2 + \frac{144}{2} \\ \Rightarrow 2AM^2 &= 64 \Rightarrow AM^2 = 32 \end{aligned}$$

در مثلث ADE نیز AM میانه است و داریم:

$$\begin{aligned} AD^2 + AE^2 &= 2AM^2 + \frac{DE^2}{2} \Rightarrow AD^2 + AE^2 = 64 + \frac{16}{2} \\ \Rightarrow AD^2 + AE^2 &= 72 \end{aligned}$$

بنا به قضیه استوارت داریم:



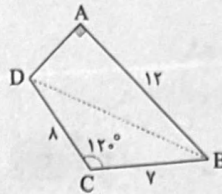
$$\begin{aligned} BD \cdot AC^2 + DC \cdot AB^2 &= BC \cdot (AD^2 + BD \cdot DC) \\ \Rightarrow 3(x+1)^2 + 49(x-1) &= (x+2)(36 + 2(x-1)) \\ \Rightarrow 3x^2 + 6x + 3 + 49x - 49 &= 33x + 3x^2 + 66 + 6x \\ \Rightarrow 16x &= 112 \Rightarrow x = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \sin \hat{B} = \frac{b}{a} = \frac{b}{30} \\ \sin \hat{C} = \frac{c}{a} = \frac{c}{30} \end{cases} \Rightarrow \sin \hat{B} + \sin \hat{C} = \frac{b+c}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{b+c}{30} \Rightarrow b+c = 36$$

$$ABC \text{ محیط} = a+b+c = 30+36 = 66$$

۲۶ قطر BD را رسم می‌کنیم:



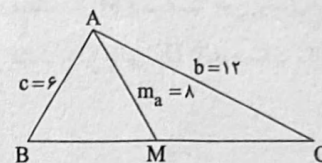
$$\Delta BDC: BD^2 = DC^2 + BC^2 - 2DC \cdot BC \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow BD^2 = 64 + 49 - 2(8)(7)(-\frac{1}{2}) = 169 \Rightarrow BD = 13$$

$$\Delta ADB: AD^2 + AB^2 = BD^2 \Rightarrow AD^2 + 144 = 169$$

$$\Rightarrow AD^2 = 25 \Rightarrow AD = 5$$

۲۷ با توجه به قضیه میانه‌ها داریم:



$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 144 + 36 = 2(8)^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow 180 = 128 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 52 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow a^2 = 104$$

بنا به قضیه $\cos$ ها داریم:

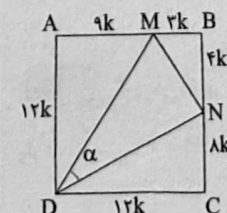
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \Rightarrow 104 = 144 + 36 - 2(12)(6) \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 144 \cos \hat{A} = 76 \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{19}{36}$$

۲۸ اگر هر ضلع مربع را $12k$ فرض کنیم داریم:

$$\frac{AM}{MB} = 3 \Rightarrow \frac{AB}{MB} = 4 \Rightarrow \frac{12k}{MB} = 4 \Rightarrow MB = 3k, AM = 9k$$

$$\frac{BC}{BN} = 3 \Rightarrow \frac{12k}{BN} = 3 \Rightarrow BN = 4k, NC = 8k$$



با توجه به قضیه فیثاغورس در مثلث‌های AMD, BMN و DCN داریم:

$$MN = 5k \quad DM = 15k \quad DN = 4\sqrt{13}k$$

۳۵ ۲ بزرگی میدان مغناطیسی روی محور سیملوله برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \xrightarrow{\frac{N}{\ell} = \frac{3}{10^{-2}} = 3 \times 10^2} 24 \times 10^{-4} = 12 \times 10^{-7} \times 3 \times 10^2 \times 1$$

$$\Rightarrow I = \frac{2}{3} A$$

۳۶ ۱ برهم‌کنش‌های قوی بین دوقطبی‌های مغناطیسی در مواد

فرومغناطیسی موجب می‌شود که این دوقطبی‌ها حتی در نبود میدان مغناطیسی خارجی، در ناحیه‌هایی که حوزه‌های مغناطیسی نامیده می‌شوند، همسو شوند.

۳۷ ۱ با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$|\varepsilon_{av}| = |-N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = |-NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = |-200 \times 18 \times 10^{-4} \times 1 \times \frac{\Delta B}{\Delta t}| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 36 \times 10^{-2} \times \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

جریان القایی در سیملوله برابر است با:

$$I_{av} = \frac{|\varepsilon_{av}|}{R} \Rightarrow 1 \times 10^{-6} = \frac{36 \times 10^{-2} \times \frac{\Delta B}{\Delta t}}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} \times 36 \times 10^{-2} = 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{1}{36} \times 10^{-3} \frac{T}{s} = \frac{1}{36} \frac{mT}{s} \times \frac{3600 s}{1 h} = 100 \frac{mT}{h}$$

۳۸ ۳ با توجه به این‌که حلقه بر خطوط میدان مغناطیسی، عمود

است، بنابراین با دوران حلقه حول محوری که منطبق بر خطوط میدان مغناطیسی است، زاویه بین نیم‌خط عمود بر حلقه با راستای خطوط میدان مغناطیسی تغییر نمی‌کند، بنابراین شار مغناطیسی عبوری از حلقه تغییر نمی‌کند.

۳۹ ۳ با توجه به این‌که نیم‌خط عمود بر حلقه در راستای محور xها

است، بنابراین تنها مؤلفه افقی میدان مغناطیسی می‌تواند شار مغناطیسی در حلقه ایجاد کند، بنابراین:

$$\Phi = AB \cos \theta \Rightarrow \Phi = \pi r^2 B_x \cos 0^\circ \Rightarrow \Phi = 3 \times 10^{-4} \times 4 \times 1$$

$$\Rightarrow \Phi = 12 \times 10^{-4} \text{ Wb} = 1/2 \text{ mWb}$$

۴۰ ۲ تغییرات شار مغناطیسی عبوری از پیچه برابر است با:

$$\Delta \Phi = A \cos \theta \times (B_f - B_i)$$

$$\Rightarrow \Delta \Phi = 50 \times 10^{-4} \times 1 \times (0 - 400 \times 10^{-4})$$

$$\Rightarrow \Delta \Phi = -50 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-2} \Rightarrow \Delta \Phi = -2 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$|\varepsilon_{av}| = |-N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = |-10 \times \frac{(-2 \times 10^{-4})}{2 \times 10^{-3}}| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 1 \text{ V}$$

۴۱ ۳ با توجه به رابطه شار مغناطیسی داریم:

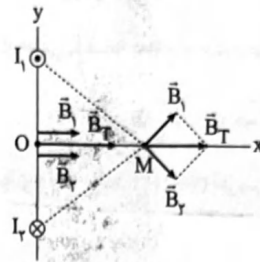
$$\Phi = AB \cos \theta \Rightarrow \Phi = 20 \times 10^{-2} \times 30 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-3} \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow \Phi = 12 \times 10^{-6} = 1/2 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$



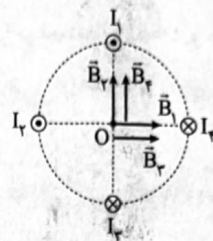
۳۱ ۴ با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان‌های مغناطیسی

حاصل از دو سیم را در نقطه M و نقطه O به دست می‌آوریم.



۳۲ ۲ با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی

حاصل از هر سیم را در نقطه O به دست می‌آوریم.



$$\begin{cases} B_{1,3} = B_1 + B_3 = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} G \\ B_{2,4} = B_2 + B_4 = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} G \end{cases}$$

$$\Rightarrow B_T = \sqrt{B_{1,3}^2 + B_{2,4}^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow B_T = \sqrt{16} = 4 G = 4 \times 10^{-4} T$$

۳۳ ۲ جریان عبوری از پیچه برابر است با:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{600}{0.05 \times 60} = 20 A$$

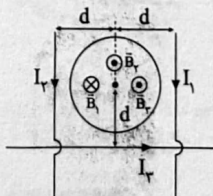
بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 80 \times 20}{2 \times 78.5 \times 10^{-2}} = \frac{4 \times 314 \times 16 \times 10^{-7}}{157 \times 10^{-2}}$$

$$B = 128 \times 10^{-5} T = 12/8 G$$

۳۴ ۱ با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان‌های مغناطیسی

حاصل از هر کدام از سیم‌ها را در مرکز حلقه به دست می‌آوریم:



با توجه به هم‌اندازه بودن جریان‌های عبوری از سیم‌ها و هم‌چنین بودن

فاصله هر کدام از سیم‌ها تا مرکز حلقه، داریم:

در نتیجه برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از سه سیم در مرکز حلقه،

برون‌سو خواهد بود، در نتیجه برای صفر شدن برآیند میدان‌های مغناطیسی در

مرکز حلقه، باید میدان مغناطیسی حاصل از حلقه در مرکز آن، درون‌سو باشد،

در نتیجه طبق قاعده دست راست، جهت جریان در حلقه ساعتگرد است.

۴۶ ۲ با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$\frac{|\varepsilon_{av1}|}{|\varepsilon_{av2}|} = \frac{-N \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t_1}}{-N \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t_2}} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Phi_2 - \Phi_1} \Rightarrow \frac{|\varepsilon_{av1}|}{|\varepsilon_{av2}|} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Phi_2 - \Phi_1} \quad (1)$$

از طرفی با توجه به تشابه مثلثها داریم:

$$\frac{\Phi_2}{3} = \frac{\Phi_1}{2} \Rightarrow \Phi_2 = \frac{3}{2}\Phi_1 \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{|\varepsilon_{av1}|}{|\varepsilon_{av2}|} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\frac{3}{2}\Phi_2 - \Phi_2} = \frac{\Phi_2}{\frac{1}{2}\Phi_2} = 2$$

۴۷ ۱ ابتدا با توجه به تشابه مثلثها شار مغناطیسی عبوری از پیچه

را در لحظه‌های $t = 5\text{ s}$ و $t = 14\text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$\frac{20}{|\Phi_5|} = \frac{4}{1} \Rightarrow |\Phi_5| = 5\text{ Wb} \Rightarrow \Phi_5 = -5\text{ Wb}$$

$$\frac{5}{10-8} = \frac{|\Phi_{14}|}{14-10} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{|\Phi_{14}|}{4} \Rightarrow |\Phi_{14}| = 10\text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \Phi_{14} = 10\text{ Wb}$$

با توجه به قانون القای فاراده در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 5\text{ s}$ داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Phi_5 - \Phi_0}{5-0} \Rightarrow \varepsilon_{av} = -1 \times \frac{-5-0}{5} = 1\text{ V}$$

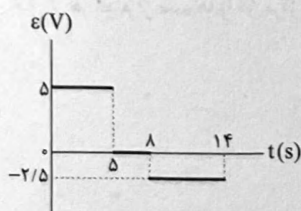
با توجه به این که در بازه زمانی $t = 5\text{ s}$ تا $t = 14\text{ s}$ تغییرات شار مغناطیسی عبوری از پیچه صفر است، بنابراین نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه نیز در این بازه زمانی برابر صفر است.

با توجه به قانون القای فاراده در بازه زمانی $t = 14\text{ s}$ تا $t = 14\text{ s}$ داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Phi_{14} - \Phi_{14}}{14-14} = 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = -1 \times \frac{10 - (-5)}{6} = -\frac{15}{6} = -2.5\text{ V}$$

بنابراین:



۴۸ ۳ بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در قاب برابر است با:

$$|\varepsilon_{av}| = Bvl \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 1 \times 10^{-4} \times 20 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 0.2\text{ V}$$

جریان القایی متوسط در قاب برابر است با:

$$I_{av} = \frac{|\varepsilon_{av}|}{R} = \frac{0.2}{2} = 0.1\text{ A}$$

۴۲ ۲ تغییرات مساحت حلقه در مدت زمان ۰/۵ دقیقه برابر است با:

$$\Delta A = 0.2 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \times 30\text{ s} = 6\text{ cm}^2 \times 10^{-4} = 6 \times 10^{-4}\text{ m}^2$$

با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$|\varepsilon_{av}| = |-N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = |-1 \times B \cos\theta \times \frac{\Delta A}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = |-1 \times 20 \times 10^{-4} \times \frac{6 \times 10^{-4}}{30}| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 4 \times 10^{-4}\text{ V} = 0.4\text{ mV}$$

۴۳ ۳ مقاومت الکتریکی حلقه برابر است با:

$$L = 2\pi r = 2 \times 3 \times 10 \times 10^{-2} = 6 \times 10^{-1}\text{ m}$$

$$R = 0.6 \times 4 = 2.4\Omega$$

بار القایی متوسط در حلقه برابر است با:

$$I_{av} = \frac{|\varepsilon_{av}|}{R} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{1}{R} \times N \times \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = \frac{N\Delta\Phi}{R}$$

$$\Rightarrow \Delta q = \frac{1 \times 6}{2.4} = 2.5\text{ C}$$

۴۴ ۱ با توجه به رابطه بار القایی متوسط در حلقه داریم:

$$\Delta q = \frac{|\Delta\Phi|}{R}$$

بنابراین شیب نمودار $\Phi - q$ برابر با مقاومت الکتریکی حلقه است، بنابراین:

$$\tan\alpha = R \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\tan 60^\circ}{\tan 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 3$$

۴۵ ۳ فرم کلی معادله شار مغناطیسی عبوری از حلقه برحسب زمان

با توجه به شکل سهمی نمودار به صورت زیر است:

$$\Phi = at^2 + bt + c$$

$$t = 0 \Rightarrow \Phi = 5\text{ Wb} \Rightarrow c = 5$$

$$t = 1\text{ s} \Rightarrow \Phi = 8\text{ Wb} \Rightarrow 8 = a + b + 5 \Rightarrow a + b = 3 \quad (1)$$

$$t = 2\text{ s} \Rightarrow \Phi = 13\text{ Wb} \Rightarrow 13 = 4a + 2b + 5 \Rightarrow 4a + 2b = 8$$

$$\Rightarrow 2a + b = 4 \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow b = 2, a = 1$$

بنابراین:

$$\Phi = t^2 + 2t + 5$$

$$t_1 = 3\text{ s} \Rightarrow \Phi_1 = 3^2 + 2 \times 3 + 5 = 9 + 6 + 5 = 20\text{ Wb}$$

$$t_2 = 4\text{ s} \Rightarrow \Phi_2 = 4^2 + 2 \times 4 + 5 = 16 + 8 + 5 = 29\text{ Wb}$$

با توجه به قانون فاراده داریم:

$$|\varepsilon_{av}| = |-N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = |-1 \times \frac{29-20}{4-3}| \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 9\text{ V}$$

$$I_{av} = \frac{|\varepsilon_{av}|}{R} \Rightarrow I_{av} = \frac{9}{10} = 0.9\text{ A}$$

۵۴ ۲ با توجه به رابطه میدان مغناطیسی سیملوله داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = \frac{N_A}{N_B} \times \frac{I_A}{I_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{4} \times \frac{I_A}{I_B} \times 2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 2$$

۵۵ ۴ تغییرات بزرگی میدان مغناطیسی در بازه زمانی $t=0$:

تا $t=4s$ برابر است با:

$$\Delta B = B_f - B_i = 4 - (-4) = 8T$$

با توجه به قانون فاراده داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon_{av} = -1 \times A \cos \theta \times \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = -1 \times A \times 1 \times \frac{8}{4} = -2A$$

در چهار ثانیه اول، نیروی محرکه القایی ثابت و منفی است.

۴۹ ۲ تغییرات شار مغناطیسی عبوری از حلقه در ثانیه دوم برابر

است با:

$$\begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow \Phi_1 = 2(1)^2 - 2 \times 1 + 1 = 2 - 2 + 1 = 1Wb \\ t_2 = 2s \Rightarrow \Phi_2 = 2(2)^2 - 2 \times 2 + 1 = 4 - 4 + 1 = 1Wb \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 1 - 1 = 0Wb$$

بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه برابر است با:

$$|\varepsilon_{av}| = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = -1 \times \frac{0}{2-1} = 0V$$

جریان القایی متوسط در حلقه برابر است با:

$$I_{av} = \frac{|\varepsilon_{av}|}{R} = \frac{0}{2} = 0A$$

۵۰ ۱ با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$|\varepsilon_{av}| = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = -N \times \frac{AB_f \cos \theta_f - AB_i \cos \theta_i}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = -1 \times \frac{-\frac{1}{2}AB - AB}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = \frac{1}{2} \times \frac{AB}{\Delta t} = \frac{1}{2} \times \frac{400 \times 10^{-4} \times 200 \times 10^{-4}}{20}$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = \frac{16}{3} \times 10^{-5} V = \frac{16}{3} \mu V = 5.3 \mu V$$

۵۱ ۳ با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی سیملوله داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \Rightarrow 180 \times 10^{-4} = \frac{12 \times 10^{-7} \times N \times 3}{\ell}$$

$$\Rightarrow \frac{N}{\ell} = \frac{18 \times 10^{-4}}{36 \times 10^{-7}} = 500 \times 10^3 = 5 \times 10^5 \text{ دور} \times \frac{1m}{10^2 cm} = 50 \frac{\text{دور}}{cm}$$

۵۲ ۱ اگر جریان عبوری از سیملوله را I در نظر بگیریم، جریان

عبوری از پیچه برابر $2I$ می شود، بنابراین:

$$\frac{B_{\text{سیملوله}}}{B_{\text{پیچه}}} = \frac{\frac{\mu_0 N_1 I_1}{\ell}}{\frac{\mu_0 N_2 I_2}{2R}} = \frac{2N_1 I_1 R}{N_2 I_2 \ell}$$

$$\frac{I_1 = I}{I_2 = 2I} \rightarrow \frac{B_{\text{سیملوله}}}{B_{\text{پیچه}}} = \frac{2 \times 400 \times I \times 10 \times 10^{-2}}{200 \times 2I \times 20 \times 10^{-2}} \Rightarrow \frac{B_{\text{سیملوله}}}{B_{\text{پیچه}}} = 1$$

۵۳ ۲ با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2r} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \times \frac{L}{2\pi r} \times I}{2r} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 LI}{4\pi r^2}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 200 \times 5}{4\pi \times r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{1000 \times 10^{-7}}{4 \times 10^{-4}} = 250 \times 10^{-3}$$

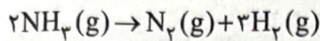
$$\Rightarrow r^2 = 0.25 \Rightarrow r = 0.5m \Rightarrow r = 50cm$$

(ب) این عبارت هنگامی درست است که مول اولیه دو گاز CO و H_2 با هم برابر باشد.

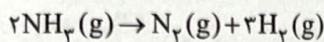
(پ) با توجه به این که ضریب B_2O_3 در معادله موازنه شده واکنش برابر با یک است، این عبارت درست است.

(ت) برای درستی رابطه ارائه شده، باید کنار کسر مربوط به HCl ، علامت منفی قرار داده شود.

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



با توجه به نصف شدن سرعت واکنش در هر بازه زمانی ۱۵ ثانیه، می توان این طور نتیجه گیری کرد که در هر بازه زمانی ۱۵ ثانیه، تغییرات مول هر ماده، نصف تغییرات مول در ۱۵ ثانیه قبلی است:



$$\begin{aligned} t=0: & \quad A & & 0 & & 0 \\ t=15": & \quad A-2x & & x & & 3x \\ t=30": & \quad A-2x-x & & x+0.5x & & 3x+1.5x \\ t=45": & \quad A-2x-0.5x & & 1.5x+0.25x & & 4.5x+0.75x \end{aligned}$$

مطابق داده های سؤال می توان نوشت:

$$(1.5x + 0.75x) \text{ mol} \times 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 19.6 \text{ g} \Rightarrow x = 0.4 \text{ mol}$$

$$(3x + 0.5x) \text{ mol} \times 17 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = \text{مقدار مصرف شده } \text{NH}_3 \text{ پس از گذشت ۴۵ ثانیه}$$

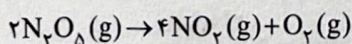
$$= 3.5 \times 0.4 \times 17 = 23.8 \text{ g}$$

$$\text{NH}_3 \text{ مقدار اولیه} = 23.8 + 26.2 = 50 \text{ g NH}_3$$

مقدار H_2 تولید شده در ۱۵ ثانیه دوم، معادل $1.5x$ است:

$$(1.5 \times 0.4) \text{ mol} \times 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 1.2 \text{ g H}_2$$

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\begin{aligned} t=0: & \quad A & & 0 & & 0 \\ t=20": & \quad A-2x & & 4x & & x \end{aligned}$$

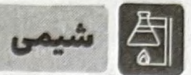
مطابق داده های سؤال می توان نوشت:

$$A - 2x = 4x \Rightarrow A = 6x$$

$$A = 77.76 \text{ g N}_2\text{O}_5 \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{108 \text{ g N}_2\text{O}_5} = 0.72 \text{ mol N}_2\text{O}_5$$

$$x = \frac{1}{6} A = \frac{1}{6} \times 0.72 = 0.12 \text{ mol}$$

$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{\Delta n(\text{O}_2)}{\Delta t} = \frac{0.12 \text{ mol O}_2}{(20 \text{ s}) \text{ min}} = 0.36 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$



شیمی

۵۶ ۲ • برای مواد شرکت کننده در واکنش که در فاز گاز و محلول

هستند، می توان سرعت متوسط مصرف یا تولید را افزون بر یکای مول بر زمان، با یکای مول بر لیتر بر زمان نیز گزارش کرد.

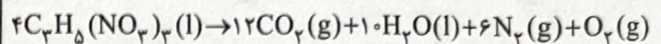
• در این واکنش سه ماده HCl ، CaCl_2 و CO_2 در فاز گاز یا محلول هستند.

۵۷ ۳ به جز عبارت آخر، سایر عبارت ها درست هستند.

• لیکوپن ($\text{C}_{40}\text{H}_{56}$) در هندوانه و گوجه فرنگی و بنزوئیک

اسید ($\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2$) در توت و توت فرنگی وجود دارد.

۵۸ ۴ معادله موازنه شده واکنش تجزیه نیتروگلیسرین به صورت زیر است:



در شرایط STP، آب به حالت مایع است.

$$\frac{9/0.8 \text{ g C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3}{4 \times 227} = \frac{x \text{ L gas}}{(12+6+1) \times 22.4}$$

$$\Rightarrow x = 4/256 \text{ L gas} \equiv 4/256 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ gas}$$

$$\bar{R}_{\text{gas}} = \frac{4/256 \times 10^{-2} \text{ m}^3}{(\frac{15}{60 \times 60}) \text{ h}} = 1/0.2 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$$

۵۹ ۴ بررسی سایر گزینه ها:

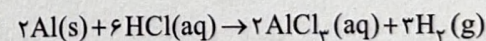
(۱) سهم تولید گاز CO_2 در ردپای غذا، به مراتب بیش از سوختن سوخت ها در خودروها، کارخانه ها و ... است.

(۲) سالانه حدود ۳۰٪ غذایی که در جهان فراهم می شود به مصرف نمی رسد و به زباله تبدیل می شود و یا از بین می رود.

(۳) استفاده از غذاهای بومی و فصلی و کاهش مصرف غذاهای فرآوری شده، الگوهای کاهش ردپای غذا هستند که هر کدام با یک بیان از اصل شیمی سبز، هم خوانی دارند.

۶۰ ۴ در ساختار کلسترول، یک پیوند دوگانه $\text{C}=\text{C}$ وجود دارد.

۶۱ ۳ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

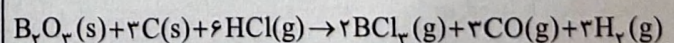


$$\bar{R}_{\text{H}_2} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow 10 \text{ mL} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{x \text{ mL}}{(10 \times 60) \text{ s}}$$

$$\Rightarrow x = 6000 \text{ mL} \equiv 6 \text{ L H}_2$$

$$\frac{2/6 \text{ g Al}}{2 \times 27} = \frac{6 \text{ L H}_2}{3 \times V} \Rightarrow V = 30 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

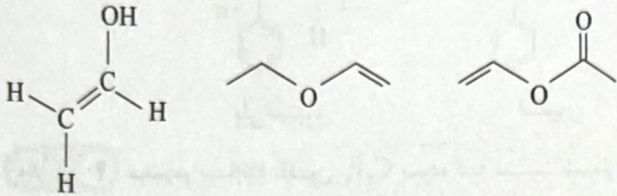
۶۲ ۲ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



بررسی عبارت ها:

آ با گذشت زمان، سرعت متوسط تولید فرآورده ها، همانند سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده ها، کاهش می یابد.

۷۲ ترکیب‌های $C_5H_{11}Cl$ و $C_5H_{11}O$ سیر شده بوده، و نمی‌توانند در واکنش پلیمری شدن شرکت کنند. سه ترکیب دیگر دارای یک پیوند $C=C$ بوده و مانند اتن می‌توانند در واکنش پلیمری شدن شرکت کنند:



۷۳ بررسی عبارت‌های نادرست؛ ۱

(ب) حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان، از پنبه تهیه می‌شود.
(ت) حدود یک سوم از الیاف تولیدی در جهان، الیاف طبیعی هستند.

۷۴ بررسی عبارت‌های نادرست؛ ۲

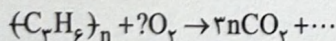
(آ) هر گاه گاز اتن را در فشار بالا گرماییم، جامد سفیدرنگی (پلی‌اتن) به دست می‌آید.

(ت) پلی‌اتن مذاب را در دستگاهی با عمل دمیدن هوا به ورقه نازک پلاستیکی تبدیل می‌کنند.

۷۵ برخی از درشت‌مولکول‌ها مانند روغن زیتون، در شرایط معمولی به حالت مایع هستند.

۷۶ پلیمر مورد نظر، پلی پروپن $(C_3H_6)_n$ است.

$$n = \frac{\text{جرم مولی پلیمر}}{\text{جرم مولی مونومر}} = \frac{1/0.5 \times 10^5}{3(12) + 6(1)} = 2500$$



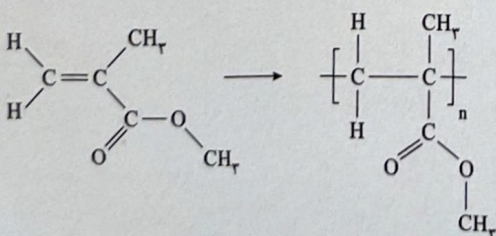
$$\frac{0.3 \text{ mol PP}}{1} = \frac{x \text{ g CO}_2}{3 \times 2500 \times 44} \Rightarrow x = 99000 \text{ g} \equiv 99 \text{ kg CO}_2$$

۷۷ بررسی عبارت‌های نادرست؛ ۳

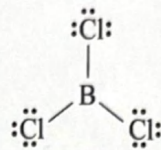
(پ) ساختار پلی‌اتن سنگین، منظم‌تر از پلی‌اتن سبک است.

(ت) پلی‌اتن سبک همان پلی‌اتن شاخه‌دار بوده و شمار شاخه‌های آن بیشتر از پلی‌اتن سنگین است.

۷۸ ۲

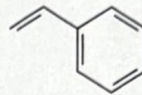


۶۵ رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که در ساختار آن، الکترون جفت‌نشده وجود دارد. به عنوان نمونه در BCl_3 ، اتم B قاعده هشت‌تایی را رعایت نمی‌کند ولی این گونه، رادیکال نیست، زیرا در ساختار آن، الکترون جفت‌نشده وجود ندارد:

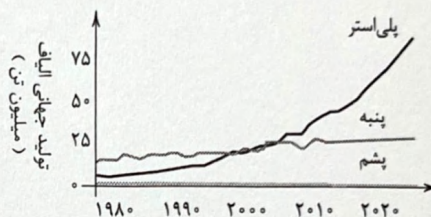


۶۶ استیرن را با توجه به ساختار آن می‌توان به

صورت $C_6H_5-C_2H_3$ در نظر گرفت. گروه $-C_2H_3$ با نام وینیل خوانده می‌شود و در صورتی که حلقه بنزنی ($-C_6H_5$) به آن متصل شود، استیرن یا وینیل بنزن تشکیل می‌شود:



۶۷ روند تولید الیاف پشمی، نخ (پنبه‌ای) و پلی‌استر در جهان، مطابق نمودار زیر است:

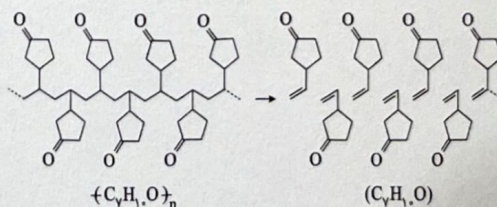


۶۸ به جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

• الیاف ساختگی در طبیعت یافت نمی‌شوند، بلکه از واکنش بین مواد شیمیایی در شرکت‌های پتروشیمی تولید می‌شوند.

۶۹ فرمول مولکولی و ساختار مونومر سازنده پلیمر در زیر آمده

است:



هر مولکول از $C_7H_{12}O$ شامل ۱۸ اتم، در حالی که هر مولکول مالتوز $(C_{12}H_{22}O_{11})$ شامل ۲۲ اتم هیدروژن است.

۷۰ مولکول‌های سازنده در پنبه (الیاف سلولز) که همان گلوکز

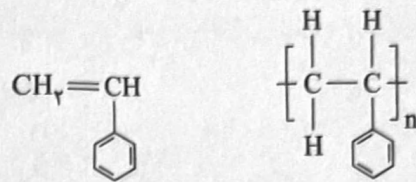
است، توسط پیوند اتری ($-O-$) به هم متصل شده‌اند.

۷۱ نوار درزبندی (آب‌گیری) و محافظ کف اتو، جزو کاربردهای

تفلون بوده و بقیه، مربوط به کاربردهای پلی‌اتن است.

۷۹ ۲ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

• اگر در پلی‌استیرن، حلقه بنزنی را با گروه $\text{C}\equiv\text{N}$ جایگزین کنیم، پلی‌سیانواتن به دست می‌آید که از آن برای تولید پتو استفاده می‌شود.



استیرن

پلی‌استیرن

۸۰ ۴ مونومر سازنده تفلون، C_2F_4 بوده که نسبت شمار

جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی آن برابر با ۲ است:

