



آزمون ۱۳ از ۱۵



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش دوازدهم – جامع نوبت دوم
(۱۴۰۴/۰۲/۰۵)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup

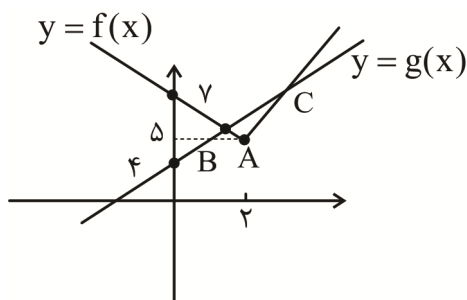


@sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ویژه پایه دوازدهم

ریاضیات



۱. گزینه ۱ درست است.

با رسم دو نمودار داریم:

بدیهی است $A(2, 5)$ است. نقاط B و C تقاطع هستند.

$$B: x + 4 = 7 - x \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow B\left(\frac{3}{2}, \frac{11}{2}\right)$$

$$C: x + 4 = 2x + 1 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow C(3, 7)$$

بنابراین:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 11 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left| 11 + \frac{21}{2} + 15 - \frac{15}{2} - \frac{33}{2} - 14 \right| = \frac{3}{4}$$

(حسابان (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۲. گزینه ۳ درست است.

توجه کنید که داریم:

$$g(20) = 19 \Rightarrow f^{-1}(g(20)) = f^{-1}(19)$$

پس باید $f(x) = 19$ را حل کنیم:

$$2x + \sqrt{x+1} = 19 \Rightarrow x = 8$$

(حسابان (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۳. گزینه ۳ درست است.

از آنجا که $x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1)$ است، باید عامل $(x-1)$ ساده شده باشد؛ پس $a - 4 = 0$ یعنی $a = 4$ است و $c = -2$ ؛ در نتیجه $ac = -8$ است.

(ریاضی (۱) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۴. گزینه ۱ درست است.

توجه کنید $3 + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} + 1)^2$, $7 + 5\sqrt{2} = (\sqrt{2} + 1)^3$ است:

$$\frac{(\sqrt{2} + 1)^3}{(\sqrt{2} + 1)^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{2} + 1 + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$$

(ریاضی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵. گزینه ۱ درست است.

توجه کنید a_n برای n های فرد منفی است، پس n زوج است. یعنی باید جملات مشترک دنباله‌های $b_n = 3n + 1$, $c_n = 4n - 1 + 3 = 4n + 2$ را پیدا کنیم:

$$b_n = c_n = 10 \Rightarrow d_n = 12n - 2$$

سه رقمی‌ها:

$$100 \leq 12n - 2 \leq 999 \Rightarrow \frac{102}{12} \leq n < \frac{1001}{12} \Rightarrow 8,5 \leq n < 83,4$$

$$\Rightarrow n = 9, 10, \dots, 83$$

$$\Rightarrow \text{تعداد} = 75$$

(ریاضی (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶. گزینه ۴ درست است.

ابتدا با مخرج مشترک گرفتن داریم:

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x \cos x} = 3 \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

$$\sin x + \cos x = \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} = \sqrt{1 + 2\left(\frac{1}{3}\right)} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

(ریاضی (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۷. گزینه ۲ درست است.

از فرض‌ها داریم: $\tan(y - x) = 5$, $\tan(3x - y) = 3$ است.با فرض $\alpha = 3x - y$ و $\beta = y - x$ خواهیم داشت:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{3 + 5}{1 - 3 \times 5} = \frac{-8}{14} = \frac{-4}{7}$$

پس با توجه به $\alpha + \beta = 2x$ داریم:

$$\tan 2x = -\frac{4}{7} \Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = -\frac{4}{7} \Rightarrow 14 \tan x = 4 \tan^2 x - 4$$

$$\Rightarrow 4 \tan^2 x - 14 \tan x - 4 = 0 \Rightarrow \tan^2 x - 3\frac{1}{2} \tan x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \tan x = \frac{3\frac{1}{2} \pm \sqrt{16\frac{1}{4}}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{65}}{4}$$

(حسابان (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۸. گزینه ۲ درست است.

به کمک تغییر متغیر $t = 2^x$ داریم:

$$t^2 - 8t + 15 = 0 \Rightarrow (t - 3)(t - 5) = 0$$

$$\Rightarrow t = 3 \text{ یا } 5 \Rightarrow 2^x = 3 \text{ یا } 5 \Rightarrow 8^x = 27 \text{ یا } 125$$

$$\Rightarrow \text{مجموع} = 152$$

(حسابان (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۹. گزینه ۲ درست است.

ابتدا $3x - 2 > 0$ است، پس $x > \frac{2}{3}$ و بنابراین خودبه‌خود $\frac{2x+1}{x} > 0$ و البته مخالف ۱ است.

حال باید نامعادله زیر را حل کنیم:

$$\log_{\frac{2x+1}{x}}(3x-2) - 1 \geq 0 \Rightarrow \log_{\left(2+\frac{1}{x}\right)}\left(\frac{3x-2}{2+\frac{1}{x}}\right) \geq 0$$

برای حل این نامعادله داریم:

$$\left(\frac{3x-2}{2+\frac{1}{x}}-1\right)\left(2+\frac{1}{x}-1\right) \geq 0 \Rightarrow \left(\frac{3x^2-2x}{2x+1}-1\right)\left(\frac{x+1}{x}\right) \geq 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3x^2-4x-1}{2x+1}\right)\left(\frac{x+1}{x}\right) \geq 0 \Rightarrow 3x^2-4x-1 \geq 0$$

مثبت مثبت

$$\xrightarrow{x > \frac{2}{3}} x \geq \frac{4+\sqrt{28}}{6} = \frac{2+\sqrt{7}}{3}$$

(حسابان (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۰. گزینه ۱ درست است.

از $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x)-4)(f(x)+3)}{(x-2)(x+2)} = 6$ می‌فهمیم که $f(2) = -3$ یا $f(2) = 4$ است.

از آنجا که $b^2 \geq 0$ است، پس $f(2) = 4$ است. در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{7(f(x)-4)}{4(x-2)} = 6 \Rightarrow f'(2) = \frac{24}{7}$$

حال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x+1)-f(2)}{x^2-1} = \frac{f'(2)}{2} = \frac{12}{7}$$

(حسابان (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۱. گزینه ۴ درست است.

مخرج یک ریشه ساده دارد که این یعنی یک ریشه آن با صورت ساده شده است. از آنجا که نمودار حفره ندارد، پس مخرج ریشه مضاعف دارد. این ریشه عددی مثبت است؛ لذا $x^2+ax+1 = (x-1)^2$ و در نتیجه $a = -2$ است.

اما صورت با توجه به x^2-3x باید به این شکل باشد:

$$x^2-3x+b = (x-1)(x-2) \Rightarrow b = 2$$

پس $ab = -4$ است.

(حسابان (۲) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۲. گزینه ۲ درست است.

کافی است فقط نقاطی را بررسی کنیم که $\frac{2}{x}$ صحیح می‌شود. یعنی نقاط ± 2 و ± 1

x°	-2	-1	1	2
حد چپ	$4+1$	$1+2$	$0-2$	$3-1$
حد راست	$3+2$	$0+3$	$1-1$	$4-0$
مقدار تابع	$4+1$	$1+2$	$1-2$	$4-1$
نتیجه	پیوسته	پیوسته	ناپیوسته	ناپیوسته

پس در نقاط -2 و -1 پیوسته است.

(حسابان (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۳. گزینه ۱ درست است.

اولاً $5a = a + 2$ است؛ یعنی $a = \frac{1}{2}$ از صفر تا ۴ به اندازه $\frac{4}{5}$ دوره تناوب طی می‌شود.

$$\frac{4}{5}T = 4 \Rightarrow T = \frac{8}{9}$$

در نتیجه داریم:

$$\left| \frac{b\pi}{2} \right| = \frac{9}{8} \xrightarrow{b>0} b = \frac{9}{2}$$

پس:

$$ab = \frac{9}{4}$$

(حسابان (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۴. گزینه ۱ درست است.

با توجه به اینکه:

$$f(-1+2) = 2f(-1) - 1 \Rightarrow f(1) = 2f(-1) - 1 \Rightarrow 4 = 2f(-1) - 1 \Rightarrow f(-1) = \frac{5}{2}$$

از طرفی:

$$f(0+2) = 2f(0) + 0 \Rightarrow f(2) = 2 \times 1 = 2$$

پس داریم:

$$\frac{2 - \frac{5}{2}}{2 - (-1)} = \frac{-\frac{1}{2}}{3} = -\frac{1}{6}$$

(حسابان (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۵. گزینه ۲ درست است.

توجه کنید که داریم:

$$f(x)f\left(\frac{1}{x}\right) = x \left| x^2 - 1 \right| \times \frac{1}{x} \left| \frac{1}{x^2} - 1 \right| = \left| x^2 - 1 \right| \left| \frac{1 - x^2}{x} \right| = \frac{(x^2 - 1)^2}{|x|}$$

$$y' = \frac{4x(x^2 - 1)x - (x^2 - 1)^2}{\pm x^2} = \frac{(x^2 - 1)(4x^2 - x^2 + 1)}{\pm x^2}$$

نقاط بحرانی $x = \pm 1$ است.

(حسابان (۲) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۶. گزینه ۴ درست است.

$$1 - 2\sin^2 x + \sin x = 1$$

$$\Rightarrow \sin x(1 - 2\sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = \pi \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

جمع جواب‌ها برابر 2π است.

$$\theta = 2\pi \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

(حسابان (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۷. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} \alpha = 2 \\ f(\alpha) = g(\alpha) = k + 4 \end{cases}$$

$$f(0) = g(0) = k \Rightarrow g(x) = \frac{k+4-k}{2-0} = x + k$$

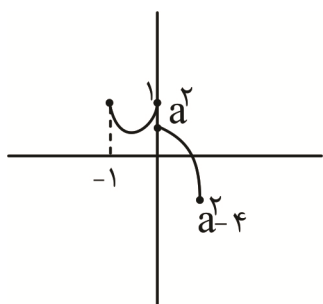
$$\Rightarrow g(x) = 2x + k \xrightarrow{g(1)=0} g(x) = 2x - 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2 + 4x - 2 - 2x + 2}{k(x-2)} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x + 2}{-2} = 1$$

(حسابان (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۸. گزینه ۴ درست است.

نمودار تابع چنین است:

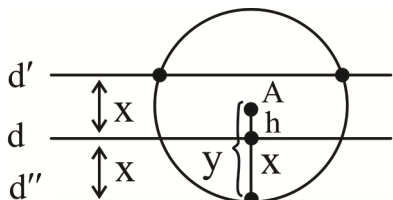


برای این کار $a^2 \leq 1$ است، پس $-1 \leq a \leq 1$ اما فقط برای $a = \pm 1$ ماکزیمم دوم پذیرفته می‌شود، پس $a = \pm 1$ است.

(حسابان (۲) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۹. گزینه ۱ درست است.

مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله x هستند، دو خط موازی d ، به فاصله x از آن است. مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله y هستند، نیز دایره‌ای به مرکز A و شعاع y است. برای اینکه تلاقی این دایره و دو خط موازی d و d' ، ۳ نقطه باشد، باید بر خط دورتر مماس باشد و خط نزدیک‌تر را در دو نقطه قطع کند؛ بنابراین مطابق شکل: $y = h + x$



(هندسه (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۰. گزینه ۴ درست است.

می‌توانیم هر دو مساحت را بر حسب مساحت مثلث ABC پیدا کرده، سپس بر هم تقسیم کنیم:

$$\frac{S_{AMM'}}{S_{ABC}} = \frac{S_{AMM'}}{S_{ABN}} \times \frac{S_{ABN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 \times \left(\frac{AN}{AC}\right)$$

اما طبق قضیه تالس:

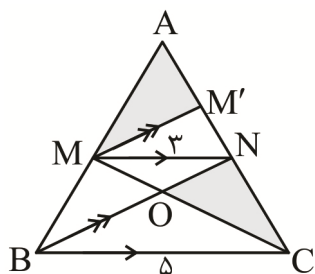
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{3}{5}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{AMM'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \frac{3}{5} = \frac{27}{125}$$

از طرفی:

$$\frac{S_{ONC}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ONC}}{S_{BNC}} \times \frac{S_{BNC}}{S_{ABC}} = \frac{ON}{BN} \times \frac{CN}{CA}$$



می‌دانیم که $\triangle OMN \sim \triangle OBC$ ، بنابراین:

$$\frac{ON}{OB} = \frac{MN}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{ON}{OB+ON} = \frac{3}{5+3} \Rightarrow \frac{ON}{BN} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AC-AN}{8-3} = \frac{5-3}{5} \Rightarrow \frac{CN}{AC} = \frac{2}{5}$$

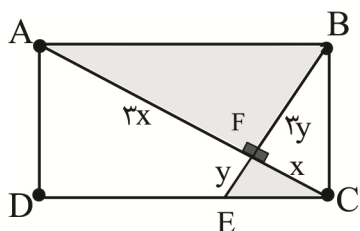
$$\Rightarrow \frac{S_{ONC}}{S_{ABC}} = \frac{3}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{20} \quad / \quad \frac{S_{AMM'}}{S_{ONC}} = \frac{125}{3} = \frac{9 \times 4}{25} \Rightarrow S_{AMM'} = 36$$

(هندسه (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۱. گزینه ۳ درست است.

دو مثلث FEC و ABF مشابه هستند. (زیرا؛ زوایای آنها دو به دو برابرند). بنابراین اگر نسبت تشابه دو مثلث K باشد، آنگاه

نسبت مساحت‌های دو مثلث با K^2 برابر است.



$$\frac{S_{ABF}}{S_{FCE}} = K^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{1} = K^2 \Rightarrow K = 3$$

بنابراین: $AF = 3FC$, $BF = 3FE$

از طرفی:

$$S_{FCE} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} EF \times FC = 1$$

$$\Rightarrow xy = 2 \quad (I)$$

اما در مثلث قائم‌الزاویه ABC، ارتفاع وارد بر وتر AC است.

بنابراین BF واسطه هندسی دو نقطه AF و FC است:

$$BF^2 = AF \times FC \Rightarrow (3y)^2 = 3x \times x \Rightarrow 9y^2 = 3x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 3y^2 \Rightarrow x = \sqrt{3}y \quad (II)$$

حال با توجه به معادله (I) و (II) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} xy = 2 \\ x = \sqrt{3}y \end{cases} \Rightarrow x \times \frac{x}{\sqrt{3}} = 2 \Rightarrow x^2 = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[4]{12} \Rightarrow AC = 4x = 4\sqrt[4]{12}$$

(هندسه (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۲. گزینه ۲ درست است.

فرض می‌کنیم چند ضلعی شبکه‌ای بیرونی دارای b نقطه مرزی و i نقطه درونی و چند ضلعی داخلی دارای b' نقطه مرزی و i' نقطه داخلی باشد، آنگاه:

$$\Delta S = S - S' = \frac{b}{2} + i - 1 - \left(\frac{b'}{2} + i' - 1 \right) = \frac{b - b'}{2} + \frac{i - i'}{2}$$

اما: $b' = i$ و $i' = 0$ بنابراین:

$$\Delta S = \frac{b - i}{2} + i = \frac{b + i}{2} = 10 \Rightarrow b + i = 20$$

از طرفی چون $i = b'$, $3 \leq b'$ بنابراین $3 \leq i$ و در نتیجه $b \leq 17$ است.

(هندسه (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

۲۳. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم در دوزنقه متساوی الساقین محیطی ارتفاع وارد بر قاعده دوزنقه واسطه هندسی بین دو قاعده است؛ بنابراین:

$$h = \sqrt{2 \times 4} = 2\sqrt{2}$$

بنابراین $MO = 2\sqrt{2}$ و اگر $MO = x$

آنگاه $ON = 2\sqrt{2} - x$ حال دو رابطه فیثاغورث

در دو مثلث قائم‌الزاویه OCN و ONB می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x^2 + 1^2 = R^2 \\ (2\sqrt{2} - x)^2 + 4 = R^2 \end{cases} \Rightarrow -4\sqrt{2}x + 12 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{11}{4\sqrt{2}}$$

$$R^2 = x^2 + 1 = \frac{121}{32} + 1 = \frac{153}{32} = \frac{9 \times 17}{16 \times 2} \Rightarrow R = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{17}{2}} = \frac{3}{8} \sqrt{34}$$

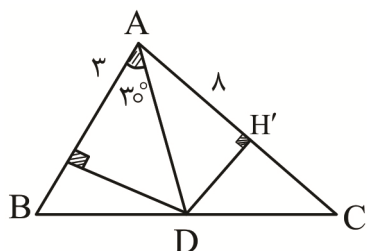
(هندسه (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۴. گزینه ۴ درست است.

تبدیل تجانس به‌ازای $K \neq \pm 1$ ، ایزومتري نیست، اما جهت شکل را حفظ می‌کند. تبدیل‌های انتقال و دوران جهت شکل را حفظ می‌کنند. اما همواره ایزومتري هستند.

(هندسه (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۲۵. گزینه ۴ درست است.



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{3}{11} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ABC} - S_{ABD}} = \frac{3}{11-3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{3}{8}$$

بنابراین نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ADC با نسبت قاعده‌های AB و AC برابر است. در نتیجه ارتفاع‌های DH و DH' با هم برابرند؛ پس D از دو ضلع زاویه A به یک فاصله است، یعنی AD نیمساز زاویه A است، بنابراین:

$$\hat{A} = 2\hat{AD} = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

حال طبق قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos A = 3^2 + 8^2 - 2 \times 3 \times 8 \times \frac{1}{2} = 49 \Rightarrow BC = 7$$

(هندسه (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۶. گزینه ۳ درست است.

برای آنکه دو دترمینان مستقل از مقدار m با هم برابر باشند، باید هم‌سازه نظیر m در هر دو ماتریس برابر با صفر باشد؛ زیرا دو ماتریس جز در درایه m ، با یکدیگر برابرند؛ بنابراین:

$$6 - 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

(هندسه (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۷. گزینه ۲ درست است.

$$AB + A + 3B + 2I = \bar{O} \Rightarrow (A + 3I)(B + I) = I$$

$$\xrightarrow{(A+3I)^{-1}} B + I = (A + 3I)^{-1} \Rightarrow B = (A + 3I)^{-1} - I$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} - I = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = -1$$

(هندسه (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۸. گزینه ۱ درست است.

کافی است، عمودمنصف‌های دو وتر (دو ضلع مثلث) از دایره را پیدا کرده، سپس با هم تلاقی دهیم:

$$A(1, 3), B(3, 1) \Rightarrow \text{معادله عمودمنصف } AB: y = x$$

$$B(3, 1), C(5, 1) \Rightarrow x = \frac{3+5}{2} \Rightarrow x = 4: \text{معادله عمودمنصف } BC$$

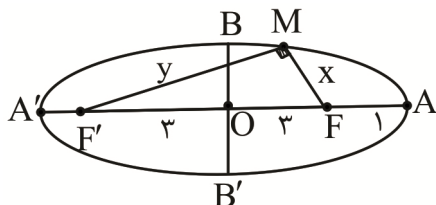
حال دو عمودمنصف را با هم تلاقی می‌دهیم:

$$\begin{cases} y = x \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow y = x = 4 \Rightarrow O = (4, 4)$$

$$R = |OA| = \sqrt{(4-1)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{10}$$

(هندسه (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۹. گزینه ۱ درست است.



$$\begin{cases} e = \frac{c}{a} = \frac{3}{4} \\ FA = a - c = 1 \end{cases} \Rightarrow a - \frac{3}{4}a = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}a = 1 \Rightarrow a = 4, c = 3$$

$$\text{بنابراین: } b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 9 = 7$$

$$S_{MF'F} = 7 \text{ اما مساحت مثلث } F'MF \text{ با } b^2 \text{ برابر است؛ بنابراین}$$

طبق تعریف بیضی:

$$\begin{cases} MF + MF' = 2a = 8 \\ MF^2 + MF'^2 = (FF')^2 = (6)^2 = 36 \end{cases}$$

رابطه فیثاغورث در مثلث قائم‌الزاویه: $F'MF$

$$\text{برای سادگی محاسبات فرض می‌کنیم: } MF' = y, MF = x$$

بنابراین:

$$\begin{cases} x + y = 8 \Rightarrow (x + y)^2 = 64 \Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2}_{36} + 2xy = 64 \Rightarrow 2xy = 28 \rightarrow xy = 14 \\ x^2 + y^2 = 36 \end{cases}$$

حال:

$$S_{F'MF} = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2} \times 14 = 7$$

(هندسه (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۰. گزینه ۱ درست است.

کافی است بردار تصویر بردار $\vec{C}$ را روی امتداد بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ پیدا کنیم تا بردار ارتفاع $\overrightarrow{OH}$ پیدا شود:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{a} = (1, 2, 1) \\ \vec{b} = (2, 1, -1) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (-3, 3, -3)$$

چون فقط امتداد بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ مهم است، برای سهولت محاسبات می‌توان از هر بردار هم امتداد با آن استفاده کرد. مثلاً:

$$\vec{u} = (1, -1, 1)$$

حال تصویر بردار $\vec{C}$ را روی امتداد $\vec{u}$ پیدا می‌کنیم:

$$\overrightarrow{OH} = \frac{\vec{c} \cdot \vec{u}}{|\vec{u}|^2} \vec{u} = \frac{1-1+1}{(\sqrt{3})^2} (1, -1, 1)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OH} = \left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مؤلفه‌ها} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

(هندسه (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۱. گزینه ۲ درست است.

$$A = \{a, \{a\}\}$$

$$P(A) = \{\{\{a\}\}, \{\{a, \{a\}\}\}\}$$

$$P(A) - A = P(A) - P(A) \cap A = P(A) - \{\{a\}\}$$

$$|P(A) - A| = 2^2 - 1 = 3$$

بنابراین؛ تعداد زیرمجموعه‌های $|P(A) - A|$ برابر با 2^3 است.

(آمار و احتمال - فصل ۱، سطح دشواری: متوسط)

۳۲. گزینه ۴ درست است.

اگر پیشامدهای A و B را به این ترتیب تعریف کنیم:یزدان قد بلندترین عضو تیم باشد. A :یزدان و سروش از ماهان قد بلندتر باشند. B :مطلوب ما $P(A|B)$ است.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{14} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{28}$$

(آمار و احتمال - فصل ۲، سطح دشواری: دشوار)

۳۳. گزینه ۴ درست است.

$$2P(A) = P(B) = 4P(2) \xrightarrow{P(2)=x} \begin{cases} P(A) = 2x \\ P(B) = 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \{1, 2, 3\} \\ B = \{2, 4, 5, 6\} \end{cases} \Rightarrow A \cup B = S \Rightarrow P(A \cup B) = P(S)$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1 \Rightarrow 2x + 4x - x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$P(A) = P(1, 2, 3) = 2x = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{4}{5}, P(2) = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow P(1) + P(2) + P(3) = \frac{2}{5} \Rightarrow P(1) + P(3) = \frac{2}{5} - P(2) = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

از طرفی برآمدهای فرد هم‌شانس هستند؛ بنابراین:

$$2P(1) = 2P(3) = \frac{1}{5} \Rightarrow P(1) = P(3) = P(5) = \frac{1}{10}$$

حال داریم:

$$P(\{2, 3, 5\} | \{4, 5, 6\}) = \frac{P(5)}{P(B) - P(2)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{4}{5} - \frac{1}{5}} = \frac{1}{6}$$

(آمار و احتمال - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۴. گزینه ۲ درست است.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{(1+2+3+4+5) \times 11}{2(1+2+3+4+5)} = \frac{11}{2} = 5.5$$

$$\delta^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} = 2 \times \frac{1 \times (4/5)^2 + 2 \times (3/5)^2 + 3 \times (2/5)^2 + 4 \times (1/5)^2 + 5 \times (0/5)^2}{30}$$

$$\Rightarrow \delta^2 = \frac{2}{30} \times (0/5)^2 \times (9^2 + 2 \times 7^2 + 3 \times 5^2 + 4 \times 3^2 + 5 \times 1^2)$$

$$\Rightarrow \delta^2 = \frac{2}{30} \times \frac{1}{2} \times 295 = \frac{5 \times 59}{60} = \frac{59}{12} \approx 4.9$$

(آمار و احتمال - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۵. گزینه ۲ درست است.

می‌دانیم بازه اطمینان ۹۵ درصد، به صورت زیر است:

$$(\bar{x} - 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = (3, 6, 4)$$

$$\Rightarrow 2\bar{x} = 3.6 + 4 = 7.6 \Rightarrow \bar{x} = 3.8$$

از طرفی:

$$\text{مجموع مقادیر اعضای نمونه} = n \times \bar{x} = 95 \Rightarrow n = \frac{95}{3.8} = 25$$

بنابراین:

$$\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 4 \Rightarrow 3.8 + \frac{2\sigma}{5} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{2\sigma}{5} = 0.2 \Rightarrow \sigma = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۶. گزینه ۳ درست است.

شرط وجود جواب در معادله $ax + by = c$ این است که $(a, b) | c$ بنابراین:

$$d = (3m + 2, 2m + 3) \mid 12$$

$$d = (3m + 2, 2m + 3) \Rightarrow \begin{cases} d \mid 3m + 2 \xrightarrow{\times 2} d \mid 6m + 4 \\ d \mid 2m + 3 \xrightarrow{\times 3} d \mid 6m + 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 5$$

بنابراین $d = 1$ یا $d = 5$ و چون معادله فاقد جواب است، پس $d \neq 1$ بنابراین $d = 5$ داریم:

$$5 \mid 3m + 2 \Rightarrow 3m + 2 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$3m \equiv -2 \pmod{5} \xrightarrow{+5} 3m \equiv -2 + 5 = 3 \pmod{5} \Rightarrow m \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow m = 5k + 1$$

اعداد دو رقمی حاصل کمتر از ۵۰ عبارتند از: ۱۱, ۱۶, ۲۱, ۲۶, ۳۱, ۳۶, ۴۱, ۴۶

(ریاضیات گسسته - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۷. گزینه ۲ درست است.

هر دو عدد $41!$ و $42!$ اعدادی مضرب ۴ هستند؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} 3^2 &\equiv -1 \pmod{10} \Rightarrow (3^2)^{2k} + (7^2)^{2k} \equiv (-1)^{2k} + (-1)^{2k} \equiv 1 + 1 = 2 \pmod{10} \\ 7^2 &\equiv -1 \pmod{10} \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۸. گزینه ۴ درست است.

اگر اندازه گراف مطلوب را q بنامیم؛ آنگاه:

$$\begin{cases} q + 9 = q(K_P) \\ q - 13 = q \text{ (منتظم)} \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 22 = q - q \text{ (کامل)} \Rightarrow 22 = q$$

$$\Rightarrow 22 = \binom{P}{2} - \frac{6P}{2} \Rightarrow 44 = P^2 - P \Rightarrow -6P$$

$$\Rightarrow P^2 - 7P - 44 = 0 \Rightarrow (P - 11)(P + 4) = 0$$

$$P = 11 \Rightarrow q = \binom{P}{2} - 9 = \binom{11}{2} - 9 = 55 - 9 = 46$$

$$46 \text{ ارقام} = 4 + 6 = 10$$

(ریاضیات گسسته - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۹. گزینه ۱ درست است.

تعداد حالت‌های توزیع اشیاء متفاوت بین افراد همان تعداد توابع است و اگر بخواهیم کسی بدون کتاب نماند، باید تعداد توابع پوشا را بیابیم؛ البته وقتی تعداد اعضای مجموعه دامنه و هم‌دامنه برابر باشند؛ تعداد توابع پوشا و تعداد توابع یک‌به‌یک برابرند؛ بنابراین:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24 = \text{تعداد توابع پوشا}$$

(ریاضیات گسسته - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

۴۰. گزینه ۲ درست است.

ابتدا دسته‌بندی می‌کنیم:

$$x_1 = 2 \Rightarrow x_r + x_p = 8 \rightarrow 2y_1 + 2y_p = 8 \Rightarrow y_1 + y_p = 4 \text{ الف}$$

$$x_1 = 4 \Rightarrow x_r + x_p = 2 \xrightarrow{x_2 = 2y_1, y_2 \geq 1} 2y_1 + 2y_p = 2 \rightarrow y_1 + y_p = 1 \text{ ب}$$

در حالت (الف) تعداد جواب‌ها (۳) است و در حالت (ب) معادله جواب ندارد؛ بنابراین ۳ جواب داریم.
(ریاضیات گسسته - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

فیزیک

۴۱. گزینه ۴ درست است.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 10^3 = 4000 \text{ cm}^3 \text{ کره}$$

$$m = \rho v = 5 \times 4000 = 20000 \text{ g}$$

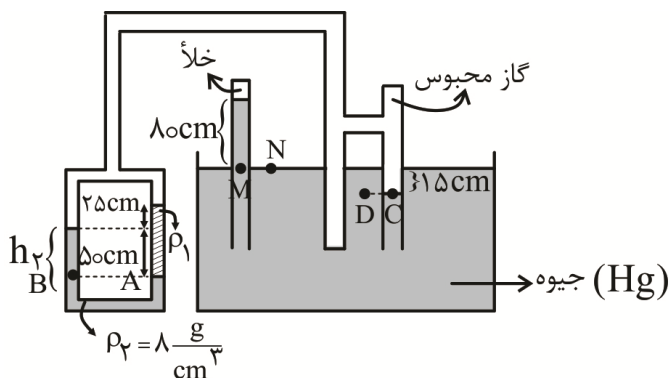
در حالت غوطه وری

$$\rho_{\text{حجم}} = \rho_{\text{مایع}} \rightarrow \rho_{\text{حجم}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \rightarrow m = \rho v' \rightarrow v' = \frac{20000}{1} = 20000 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم حفره} = \text{حجم واقعی} - \text{حجم ظاهری} = 20000 - 4000 = 16000 \text{ cm}^3$$

(فیزیک (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۲. گزینه ۳ درست است.



گام اول:

$$P_M = P_N \rightarrow 80 \text{ cmHg} = P_0$$

گام دوم:

$$P_C = P_D \rightarrow P_{\text{gas}} = P_0 + 15 \text{ cmHg} = 80 + 15 = 95 \text{ cmHg}$$

گام سوم:

$$\begin{cases} P_A = P_B \\ P_B = P_{\text{gas}} + P_r g h_r = 169200 \text{ Pa} = 169.2 \text{ kPa} \end{cases}$$

↓

$$8000 \times 10 \times \frac{1}{2} = 40000 \text{ Pa}$$

$$95 \text{ cmHg} = 95 \times 1360 = 129200 \text{ Pa}$$

$$\rightarrow P_A = 169.2 \text{ kPa}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۳. گزینه ۲ درست است.

گام اول: جیوه درون لوله افقی به حال تعادل است؛ بنابراین:



$$F_{\gamma \text{ g}} = F_{\text{g}} \rightarrow P_{\gamma \text{ gas}} A = P_{\text{r gas}} A$$

$$\rightarrow P_{\gamma \text{ g}} = P_{\text{r g}} \quad (۱)$$

گام دوم:

$$A : P_A = P_{\gamma \text{ gas}} + 22 \text{ cmHg} \quad (۲)$$

گام سوم:

$$P_B = P_C \rightarrow (72 + 28) \text{ cmHg} = P_{\gamma \text{ gas}}$$

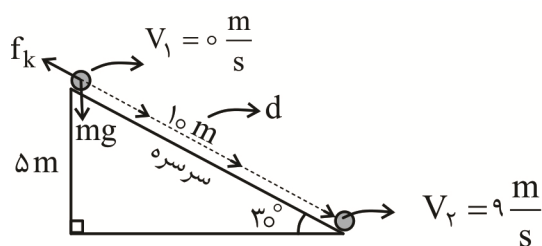
$$\rightarrow P_{\gamma \text{ gas}} = 100 \text{ cmHg} \quad (۳)$$

گام چهارم:

$$(۱), (۲), (۳) \rightarrow P_A = 100 \text{ cmHg} + 22 \text{ cmHg} = 122 \text{ cmHg}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۴. گزینه ۳ درست است.



گام اول:

$$W_T = \Delta k: \text{قضیه کار و انرژی}$$

گام دوم:

$$\rightarrow W_{\text{mg}} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \rightarrow$$

$$\text{گام سوم} \rightarrow -mg\Delta h + f_k d \cos 180^\circ = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2) \rightarrow$$

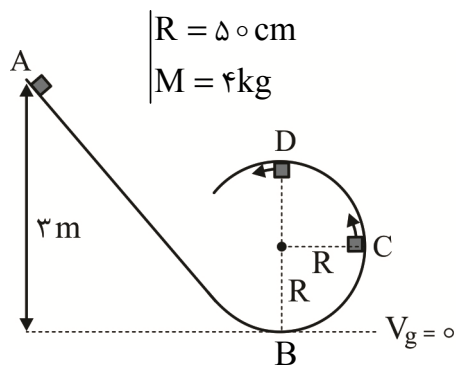
$$\text{گام چهارم} \rightarrow -40 \times 10 \times (-5) + f_k \times 10 \times (-1) = \frac{1}{2} \times 40 \times (9^2 - 0^2)$$

$$\rightarrow f_k = 38 \text{ N}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۵. گزینه ۱ درست است.

گام اول:



$$(W_T)_{AC} = W_{mg} + W_{fk} + W_{FN} \quad (1)$$

$$W_{FN} = 0 \quad (2)$$

$$W_{mg} = -\Delta U_{AC} = -(U_{cg} - U_{Ag}) = U_{Ag} - U_{cg}$$

$$= mgh_A - mgh_C = 4 \times 3 - 4 \times \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow W_{mg} = 12 - 2 = 10 \text{ J} \quad (3)$$

$$W_T = 8 \text{ J} \quad (4)$$

$$(1), (2), (3), (4) \rightarrow (W_{fk})_{BC} = -2 \text{ J}$$

گام دوم: چون آهنگ اتلاف انرژی در طول مسیر دایره‌ای شکل ثابت است و می‌دانیم این اتلاف انرژی ناشی از کار نیروی اصطکاک است و از طرفی طول مسیر BC با طول مسیر CD باهم برابر است؛ بنابراین:

$$(W_{fk})_{CD} = (W_{fk})_{BC} = -2 \text{ J} \rightarrow W_{fk} = (W_{fk})_{BD} = -4 \text{ J}$$

گام سوم:

$$A \rightarrow D: \Delta E = \Delta U_g + \Delta k = (W_{fk})_{AD} = (W_{fk})_{BD}$$

$$\rightarrow mg(h_D - h_A) + \frac{1}{2}m(V_D^2 - V_A^2) = -4$$

$$\rightarrow 4 \times (-2) + \frac{1}{2} \times 4(V_D^2 - 0) = -4 \rightarrow -8 + 2V_D^2 = -4 \rightarrow 2V_D^2 = 4$$

$$\rightarrow V_D = \sqrt{2} \frac{m}{s}$$

$$\text{or: } A \rightarrow D: W_T = W_{mg} + W_{fk} + W_{FN} = \Delta k = \frac{1}{2}m(V_D^2 - V_A^2)$$

$$mgh - 4 + 0 = \frac{1}{2} \times 4 \times (V_D^2 - 0) \rightarrow V_D = \sqrt{2} \frac{m}{s}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۶. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{array}{c} \text{گرمن} \\ \text{یخ } m \\ \text{گرما} \leftarrow -6^\circ\text{C} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} P = 75^\circ\text{W} \\ Ra = 80\% \end{array} \right.$$

گام اول: با توجه به اینکه بخشی از یخ ذوب شده دمای تعادل (دمای نهایی ماده) را صفر درجه در نظر می‌گیریم.

گام دوم:

$$\text{یخ } Q = \text{گرمن } Q: \text{پایستگی انرژی}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{apt} = MC \Delta\theta + m' L_F \\ \text{جرم یخ باقی‌مانده } 3 \text{ kg} - \text{جرم یخ اولیه } m = \text{جرم یخ ذوب شده } m' \end{array} \right.$$

$$\text{گام چهارم: } \frac{80}{100} \times 75 \times 122.5 = m \times 210 \times 6 + (m - 3) \times 336000$$

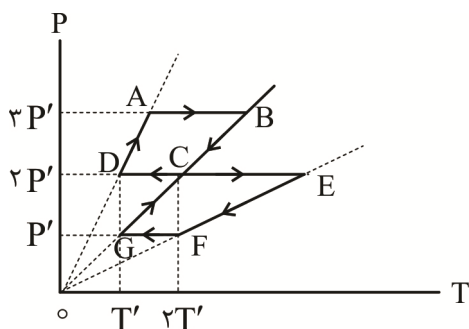
$$\rightarrow m = 0.5 \text{ kg} = 50 \text{ gr}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۷. گزینه ۳ درست است.

گام اول: فرآیند DA و BC و GC و EF هم حجم هستند؛ پس:

$$V_D = V_A, V_B = V_C, V_F = V_E$$



گام دوم:

$$C \rightarrow D: \begin{cases} PV = nRT \\ P, nR = \text{ثابت} \end{cases} \Rightarrow V \propto T$$

$$\begin{cases} T_C = 2T' \\ T_D = T' \end{cases} \Rightarrow V_C = 2V_D$$

فرض کنیم: $V_D = V$ پس:

$$\begin{cases} V_C = V_B = V_G = 2V \\ V_D = V_A = V \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_F = 2T_G \\ P_G = P_F \end{cases} \xrightarrow[\frac{V \propto T}{PV = nRT}]{\text{ثابت}} \begin{cases} V_F = 2V_G \\ V_G = 2V \end{cases} \Rightarrow V_F = 4V$$

$$\rightarrow V_E = V_F = 4V$$

گام سوم:

$$W_{ABCD} = W_{AB} + \underbrace{W_{BC}}_{\text{صفر}} + W_{CD} + \underbrace{W_{DA}}_{\text{صفر}} = -(2P')(2V - V) - (2P')(V - 2V) = -P'V$$

$$\Rightarrow W_{ABCD} = -P'V$$

$$W_{DA} = W_{BC} = W_{GC} = W_{EF} = 0$$

$$W = -P\Delta V$$

$$W_{CEFG} = W_{CE} + \underbrace{W_{EF}}_{\text{صفر}} + W_{FG} + \underbrace{W_{GC}}_{\text{صفر}} = -(2P')(\overbrace{4V - 2V}^{2V}) - P'(\overbrace{2V - 4V}^{-2V})$$

$$= -4P'V + 2P'V$$

$$\rightarrow W_{CEFG} = -2P'V$$

$$\frac{W_{ABCD}}{W_{CEFG}} = \frac{-P'V}{-2P'V} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۸. گزینه ۳ درست است.

$$(PV)_D = (PV)_C \rightarrow T_D = T_C \rightarrow \Delta U_{CD} = 0 \rightarrow W_{CD} = -Q_{CD}$$

$$(PV)_A = (PV)_B \rightarrow T_A = T_B \rightarrow \Delta U_{AB} = 0 \rightarrow W_{AB} = -Q_{AB}$$

گزینه ۴ درست است.

$$\Delta u_{\text{کل}} = 0 \rightarrow \cancel{\Delta u_{AB}} + \Delta U_{BC} + \cancel{\Delta U_{CD}} + \Delta U_{DA} = 0 \rightarrow \Delta U_{BC} = -\Delta U_{DA}$$

گزینه ۱ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta u_{BC} = Q_{BC} + \cancel{W_{BC}} \\ \Delta u_{DA} = Q_{DA} + \cancel{W_{DA}} \end{array} \right\} \rightarrow Q_{BC} + Q_{DA} = 0 \rightarrow Q_{BC} = -Q_{DA}$$

گزینه ۲ درست است.

$$W_{\text{کل}} = W_{AB} + \cancel{W_{BC}} + W_{CD} + \cancel{W_{DA}} \Rightarrow W_{\text{کل}} = \cancel{W_{AB}} + \cancel{W_{CD}} \rightarrow$$

$$W_{\text{کل}} = -Q_{AB} - Q_{CD}$$

$$\frac{U_D}{U_A} = \frac{(PV)_D}{(PV)_A} = \frac{8 \times 40}{4 \times 40} = 2 \quad \frac{U_A}{U_B} = \frac{(PV)_A}{(PV)_B} = \frac{4 \times 40}{2 \times 80} = 1 \rightarrow U_A = U_B \rightarrow \Delta U_{AB} = 0$$

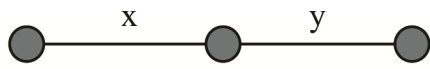
$$\rightarrow \Delta U_{DA} \neq 0$$

(فیزیک (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۹. گزینه ۴ درست است.

شرط اینکه برآیند نیروهای وارد بر هر ۳ بار صفر شود، این است که بار میانی منفی باشد. (با توجه به بررسی خنثی شدن نیروها روی تک تک بارها به این نتیجه می‌رسیم)

گام اول:



$$q_1 = 900 \text{ nc} \quad q_2 \quad q_3 = 100 \text{ nc}$$

$$\text{شرط اول: } F_{12} = F_{32} \rightarrow \frac{k |q_1| |q_2|}{x^2} = \frac{k |q_3| |q_2|}{y^2}$$

$$\rightarrow \frac{900}{x^2} = \frac{100}{y^2} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \frac{3}{x} = \frac{1}{y} \rightarrow x = 3y$$

گام دوم:

$$\text{شرط دوم: } F_{21} = F_{31} \rightarrow \frac{k |q_1| |q_2|}{x^2} = \frac{k |q_3| |q_1|}{(y+x)^2} \rightarrow \frac{|q_2|}{9y^2} = \frac{100}{16y^2} \rightarrow |q_2| = \frac{9 \times 100}{16}$$

گام سوم:

$$\begin{array}{l} \text{منفی} \swarrow q_2 = \frac{-9 \times 100}{16} \\ \text{مثبت} \swarrow q_1 = \frac{900}{16} \end{array} = -\frac{1}{16}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۰. گزینه ۱ درست است.

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2\vec{E}$$

$$E_2 = \vec{E} \quad \text{با حذف } q_1 \text{ فقط میدان } E_2 \text{ را داریم}$$

$$\rightarrow \vec{E}_1 = \vec{E} \Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_1 = \vec{E} \\ \vec{E}_2 = \vec{E} \end{cases}$$

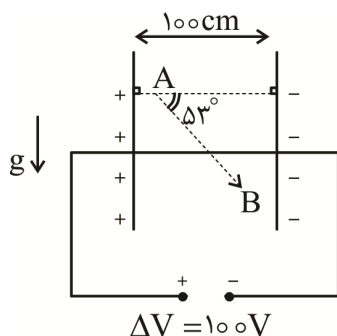
(بنابراین باید $q_1 q_2 < 0$ باشد.)

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| \Rightarrow \frac{k|q_1|}{(\frac{r}{3})^2} = \frac{k|q_2|}{(\frac{2}{3}r)^2} \Rightarrow \frac{q|q_1|}{r^2} = \frac{q|q_2|}{4r^2}$$

$$\Rightarrow |q_1| = \frac{|q_2|}{4} \rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -\frac{1}{4}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۱. گزینه ۴ درست است.

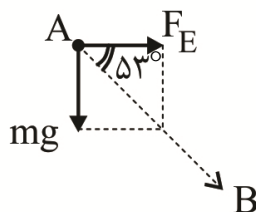


m

$$q = 60 \text{ mC} = 60 \times 10^{-3} \text{ C} = 0.06 \text{ C}$$

$$\overline{AB} = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$$

$$\sin 53^\circ = 0.8 \rightarrow \cos 53^\circ = 0.6 \rightarrow \tan 53^\circ = \frac{4}{3}$$

گام اول: mg را می‌یابیم. چون سرعت اولیه صفر است؛ پس ذره قطعاً در جهت F_{net} حرکت کرده است.

$$\tan 53^\circ = \frac{mg}{F_E} = \frac{4}{3} \quad (1)$$

گام دوم:

$$\begin{cases} F_E = qE \\ E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{100 \text{ V}}{1 \text{ m}} = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}} \end{cases} \Rightarrow F_E = (0.06)(100) = 6 \text{ N}$$

$$(1), (2) \rightarrow mg = \frac{4}{3} F_E = \frac{4}{3} \times 6 = 8 \text{ N} \rightarrow mg = 8 \text{ N}$$

گام سوم:

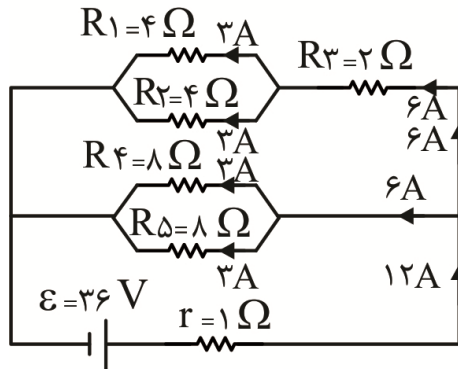
$$\begin{cases} W_T = W_E + W_{mg} = 2.16 \text{ J} + 3.84 \text{ J} = 6 \\ W_E = E \times \overline{AB} \times \cos 53^\circ = (6) \left(\frac{6}{10} \right) \left(\frac{6}{10} \right) = 2.16 \text{ J} \\ W_{mg} = mg \times \overline{AB} \times \cos 37^\circ = 8 \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{5} = 3.84 \end{cases}$$

$$W_T = \Delta k = \frac{1}{2} m (V_B^2 - V_A^2) \Rightarrow \begin{cases} 6 = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{10} \right) (V_B^2 - 0) \rightarrow V_B^2 = 15 \Rightarrow V_B = \sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ mg = 8 \text{ N} \rightarrow m = \frac{\lambda}{10} \text{ kg} \end{cases}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۲. گزینه ۴ درست است.

دو مقاومت ۴ اهمی موازی‌اند و معادل آن با ۲ اهمی سری هستند و دو مقاومت ۱۲ و ۱۲ اهمی موازی‌اند و معادل آن‌ها با بقیه مدار و باتری موازی است.



$$R_1, R_2 \text{ (موازی)} \Rightarrow R_{1,2} = \frac{4 \times 4}{4 + 4} = 2\Omega$$

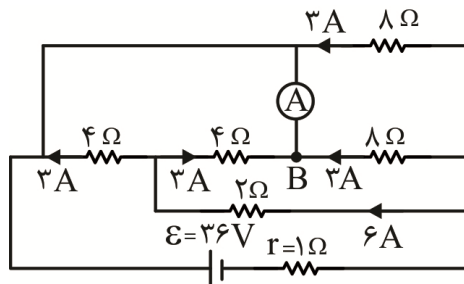
$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3 = 2 + 2 = 4\Omega$$

$$R_T = \frac{4 \times 4}{4 + 4} = 2\Omega$$

جریان کل مدار:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{36}{2 + 1} = 12A$$

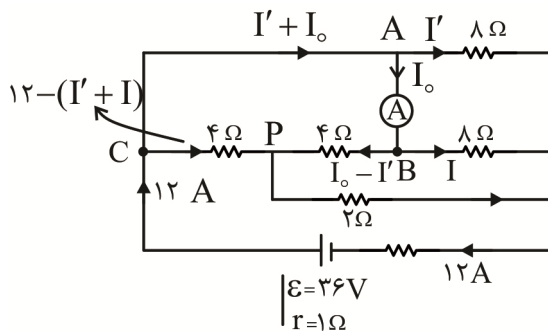
با توجه به شکل و مقدار مقاومت‌ها می‌توان دریافت جریان 8Ω ، $3A$ و 2 اهمی، $6A$ و 4 اهمی، $3A$ است.



در گره B می‌توان نوشت:

$$I = 3A + 3A = 6A$$

راه دوم پس از یافتن جریان کل مدار:



۲ مقاومت 8Ω موازی و در نتیجه جریان عبوری از آن‌ها با هم برابر و I' نامگذاری می‌کنیم.

در حلقه PCABP داریم؛ (حلقه را از P در جهت پادساعتگرد دور می‌زنیم.)

$$V_P + 4(I_0 - I') - 4(12 - (I' + I_0)) = V_P$$

$$4I_0 - 4I' - 48 + 4I' + 4I_0 = 0 \rightarrow 8I_0 = 48$$

$$I_0 = 6A$$

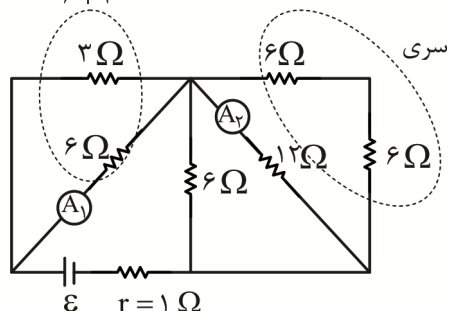
(فیزیک (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۳. گزینه ۳ درست است.

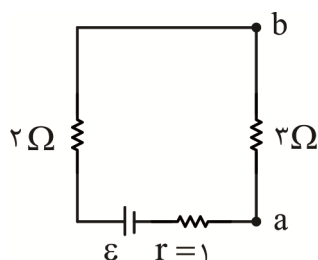
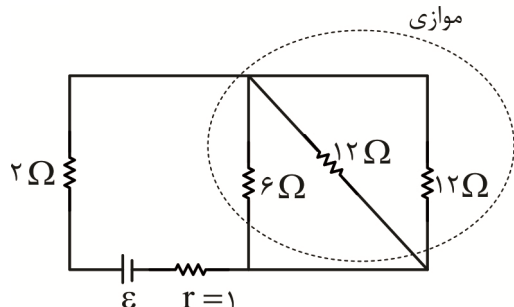
مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی موازیند $\rightarrow V_3 = V_6 \rightarrow I_3 R_3 = I_6 R_6 \rightarrow I_3 = 4(A)$

$$I_t = 4 + 2 = 6(A)$$

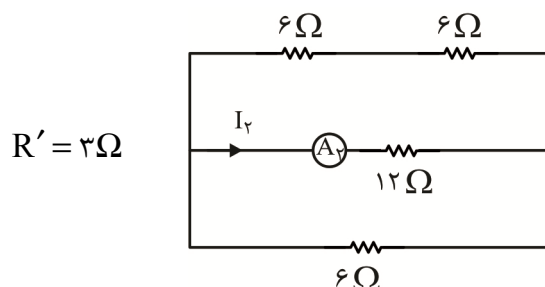
$$\frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2\Omega \text{ موازی}$$



$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{4}{12} \rightarrow R' = 3(\Omega)$$



$$\rightarrow I_t = \frac{\varepsilon}{R_t + r} \rightarrow 6 = \frac{\varepsilon}{3 + 1} \rightarrow \varepsilon = 36(V)$$



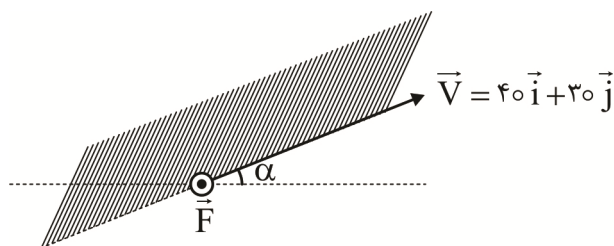
$$6A \Rightarrow V_{(12\Omega)} = 3 \times 6 = 18V$$

$$I_1 = \frac{18}{12} = 1.5A$$

(فیزیک (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

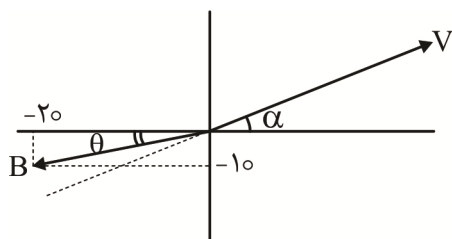
۵۴. گزینه ۳ درست است.

گام اول: طبق قانون دست راست بردار میدان مغناطیسی، در ناحیه هاشور خورده می‌تواند باشد.



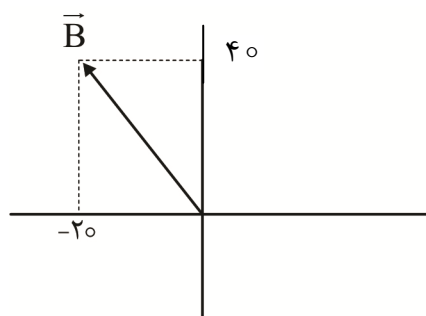
$$\tan \alpha = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

گام دوم: بررسی می‌کنیم: گزینه (۱)



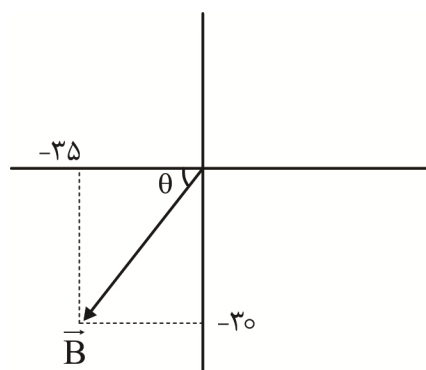
$$\begin{cases} \operatorname{tg} \theta = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow (\theta < \alpha)$$

گزینه ۲ هم درست است.



گزینه (۳):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{3}{4} \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{30}{35} = \frac{6}{7} > \frac{3}{4} \Rightarrow \theta > \alpha \end{aligned}$$



پس $\vec{B}$ قابل قبول نمی باشد.

(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۵. گزینه ۳ درست است.

گام اول:

$$l = 2\lambda r = 2\lambda \left(\frac{1}{2}\right) = \lambda m$$

گام دوم:

$$\begin{cases} B_{\text{سیملوله}} = \mu_0 \frac{NI}{L} \rightarrow B_{\text{سیملوله}} = \mu_0 \frac{NI}{Nd} = \mu_0 \frac{I}{d} \\ L_{\text{سیملوله}} = Nd \end{cases}$$

زیرا سیم‌های سیملوله به یکدیگر چسبیده‌اند.

گام سوم:

$$B_{\text{حلقه}} = \frac{\mu_0}{2} \frac{NI}{r}$$

گام چهارم:

$$\frac{B_{\text{سیملوله}}}{B_{\text{حلقه}}} = \frac{\frac{\mu_0 I}{d}}{\frac{\mu_0 N I}{2r}} = \frac{\frac{1}{10^{-2}}}{\frac{1}{2 \times 0.5}} = 100$$

(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۶. گزینه ۴ درست است.

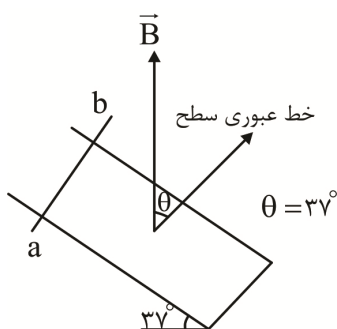
$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

$$\bar{I} = -\frac{\bar{\varepsilon}}{R} = -\frac{N \Delta \phi}{R \Delta t} \xrightarrow[\text{مساحت تغییر می کند}]{\text{یک حلقه است}} \bar{I} = -\frac{1 \Delta \phi}{R \Delta t} \quad \phi = AB \cos \theta$$

$$\bar{I} = -\frac{B \cos \theta \Delta A}{R \Delta t}$$

$$\bar{I} = -\frac{B \cos L}{R} V_{AV}$$

$$\rightarrow |\bar{I}| = \frac{0.4 \times 0.8 \times 0.5}{0.2} \times 5 = 4A$$



$$|\bar{I}| = 0.4 \times 0.8 \times 5 \times \cos 37^\circ = 1 \times 0.8 = 0.8A$$

با توجه به قانون لنز و کاهش مساحت حلقه، باید میدان حاصل از جریان القایی با میدان B هم جهت باشد؛ پس جریان در میله از b به a است.

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۷. گزینه ۴ درست است.

گام اول:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{L} \rightarrow N = \frac{BL}{\mu_0 I}$$

گام دوم:

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{B_A}{B_B} \times \frac{L_A}{L_B} = 6 \times 3 = 18$$

گام سوم:

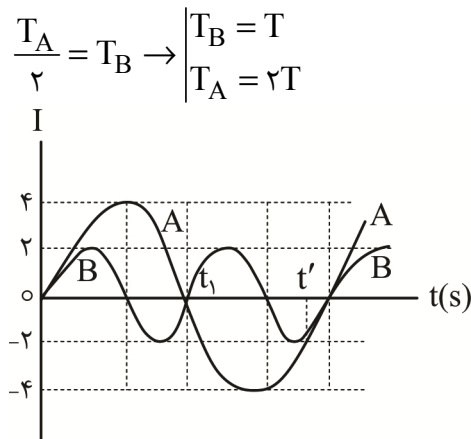
$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{L}$$

گام چهارم:

$$\frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \left(\frac{A_A}{A_B}\right) \left(\frac{L_B}{L_A}\right) = 18^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 54$$

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۸. گزینه ۲ درست است.

گام اول: با توجه به شکل در لحظه t_1 :گام دوم: معادله جریان الکتریکی القایی بر حسب زمان برای مولد A را می‌نویسیم و t' را می‌یابیم:

$$\begin{cases} I_A = \epsilon \sin(\omega_A t) \\ \omega_A = \frac{2\pi}{T_A} = \frac{2\pi}{2T} = \frac{\pi}{T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_A = \epsilon \sin\left(\frac{\pi}{T} t\right) \\ t = t' \\ I_A = -2 \end{cases} \Rightarrow -2 = \epsilon \sin\left(\frac{\pi}{T} t'\right)$$

برای دومین بار

$$\sin\left(\frac{\pi}{T} t'\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{T} t' = \left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right), \left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right), \dots$$

$\frac{11\pi}{6}$

$$\frac{\pi}{T} t' = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow t' = \frac{11}{6} T$$

گام سوم: معادله شدت جریان مولد B را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} I_B = 2 \sin(\omega_B t) \\ \omega_B = \frac{2\pi}{T_B} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow I_B = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{t=t'=\frac{11T}{6}} I_B = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{11T}{6}\right) = 2 \sin\left(\frac{11\pi}{3}\right) = 2 \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$I_B = -2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1A \rightarrow I_B = -1A$$

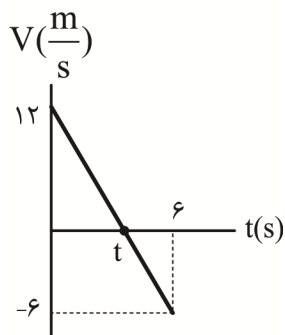
گام چهارم:

$$\epsilon = RI = 4 \times (-1) = -4 \text{ V} \rightarrow |\epsilon| = 4 \text{ V}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

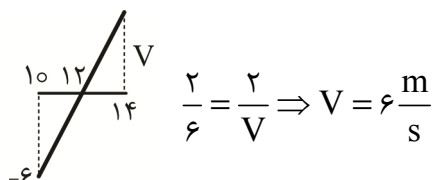
۵۹. گزینه ۲ درست است.

گام اول: در ابتدا لحظه‌ای که برای اولین بار سرعت متحرک صفر شده است را می‌یابیم. با توجه به تشابه مثلث داریم:



$$\frac{12}{t} = \frac{6}{6-t} \Rightarrow t = 12 - 2t \Rightarrow 3t = 12 \Rightarrow t = 4s$$

حال سرعت متحرک را در لحظه $t = 1s$ می‌یابیم. با توجه به تشابه مثلث داریم:



$$\frac{2}{6} = \frac{2}{V} \Rightarrow V = 6 \frac{m}{s}$$

حال مساحت سطح‌های ایجادشده را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_T = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5$$

$$\Rightarrow \Delta x_T = \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 4\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times (-6)\right) + (4 \times (-6)) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times (-6)\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 6\right)$$

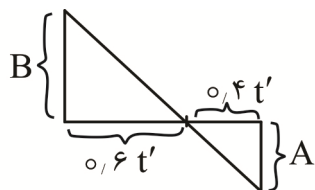
$$\Rightarrow \Delta x_T = 24 - 6 - 24 - 6 + 6 = -6m$$

$$x_{14} - x_0 = -6 \Rightarrow x_{14} - 20 = -6 \Rightarrow x_{14} = 14m$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۰. گزینه ۲ درست است.

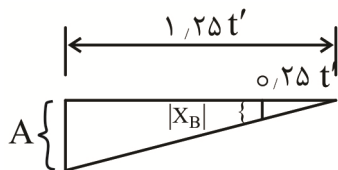
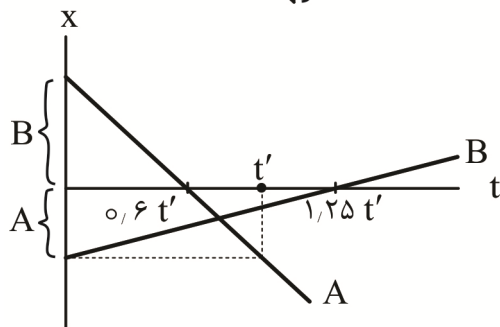
گام اول: رابطه A و B را می‌یابیم:



$$\Rightarrow \frac{B}{A} = \frac{0.6t'}{0.4t'} = \frac{3}{2} \rightarrow B = \frac{3}{2}A$$

$$(A, B > 0) \Rightarrow B = \frac{3}{2}A$$

گام دوم مکان متحرک B را در $t = t'$ می‌یابیم.

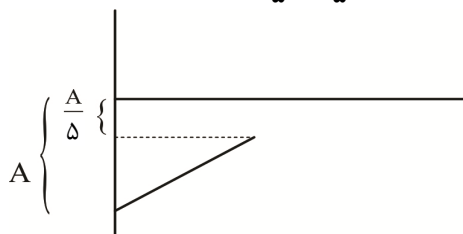


$$\frac{|x_B|}{A} = \frac{0.25t'}{1.25t'} = \frac{1}{5} \rightarrow |x_B| = \frac{A}{5}$$

گام سوم: مسافت طی شده توسط هر متحرک را از $t = 0$ تا $t = t'$ می‌یابیم:

$$A : L_A = B + A = \frac{3}{2}A + A = \frac{5}{2}A \rightarrow (S_{av})_A = \frac{\frac{5}{2}A}{t'} \Rightarrow \frac{(S_{av})_A}{(S_{av})_B} = \frac{\frac{5}{2}A}{\frac{4}{5}A} = \frac{25}{8}$$

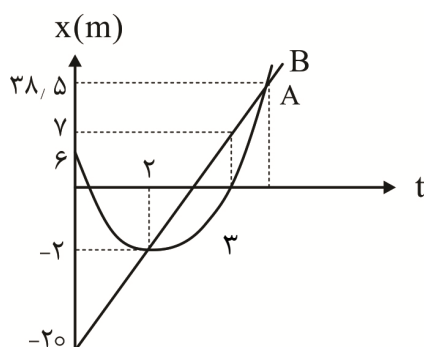
$$B : L_B = A - \frac{A}{5} = \frac{4}{5}A \rightarrow (S_{av})_B = \frac{\frac{4}{5}A}{t'}$$



(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۱. گزینه ۱ درست است.

متحرک B با سرعت ثابت حرکت می‌کند:



$$V_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{7 - (-20)}{3} = 9 \frac{m}{s}$$

$$x_B = 9t - 20$$

$$\text{در لحظه } 2 \quad x_B = 9(2) - 20 = -2(m)$$

در لحظه $t = 2s$ برای اولین بار دو متحرک به هم رسیده‌اند؛ بنابراین:

$$x_A = x_B = -2$$

با شتاب ثابت $\rightarrow$ حرکت A

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + 6$$

$$A : \begin{cases} 2s = \\ V_{(2s)} = V_0 + at = V_0 + 2a = 0 \end{cases}$$

$$V_0 = -2a(*)$$

$$x_A = x_B \rightarrow 2t^2 - 2t + 6 = 9t - 20 \quad \text{رسیدن دو متحرک به یکدیگر}$$

$$\rightarrow 2t^2 - 17t + 26 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \\ t_2 = 6.5s \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_A = \frac{1}{2}at^2 + (-2a)t + 6$$

$$\Rightarrow x_A = \frac{1}{2}at^2 - 2at + 6$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = -2m \\ t = 2s \end{cases} \Rightarrow -2 = 2a - 4a + 6 \Rightarrow a_A = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$(*) \Rightarrow V_x = -8 \frac{m}{s}$$

$$\text{در لحظه } 6.5 \quad x_B = 9(6.5) - 20 = 38.5(m) = x_A$$

$$A : (S_{AV})_A = \frac{L_A}{\Delta t} = \frac{48/5}{6/5} = \frac{97}{13}$$

$$B : V_B = \text{ثابت} \Rightarrow V_B = 9 = (V_{av})_{0-t'}$$

$$\frac{97}{13} = \frac{97}{9 \cdot 117}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۲. گزینه ۱ درست است.

برای گلوله A:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=10s} h = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 500 \text{ m}$$

برای گلوله B:

$$h' = h - 180 = 500 - 180 = 320 \text{ m}$$

$$h' = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 320 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 64$$

$$\Rightarrow t = 8 \text{ s}$$

پس t' را به دست می آوریم:

$$t' = 10 - 8 = 2 \text{ s}$$

پس گلوله B، ۲ ثانیه دیرتر از گلوله A رها می شود.

فاصله دو گلوله در $t = 4 \text{ s}$:

$$\Delta y_A = \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 = 80 \text{ m}$$

گلوله B، ۲ ثانیه دیرتر رها می شود. پس در ۲ ثانیه در حرکت است.

$$y_A = \frac{1}{2}gt^2 + y_B = \frac{1}{2}g(t-2)^2$$

$$y_A - y_B = \Delta y = \frac{1}{2}g(t^2 - (t-2)^2)$$

$$= \frac{1}{2}g(t^2 - t^2 + 4t - 4)$$

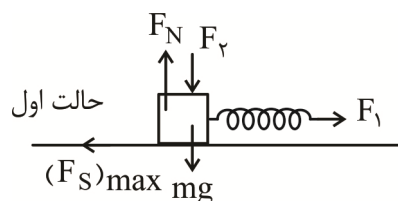
$$= 5(-4 + 4t) = 20t - 20$$

در نهایت داریم:

$$\begin{aligned} \Delta y & \begin{cases} t = 4 \text{ s} \rightarrow \Delta y_1 = 20 \times 4 - 20 = 60 \text{ m} \\ t = 5 \text{ s} \rightarrow \Delta y_2 = 20 \times 5 - 20 = 80 \text{ m} \end{cases} \\ \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} &= \frac{60}{80} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۳. گزینه ۱ درست است.



$$mg + F_r = F_N \rightarrow 20 + F_r = 40 \rightarrow F_r = 20$$

$$k\Delta x - (f_s)_{\max} = 0 \rightarrow k\Delta x = \mu_s F_N$$

$$\rightarrow 40 \left(\frac{1}{10} \right) = \frac{1}{10} (F_N)$$

$$\rightarrow F_N = 40 \text{ (N)}$$

$$k\Delta x' - f_k = ma$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.5 \times 40 = 20$$

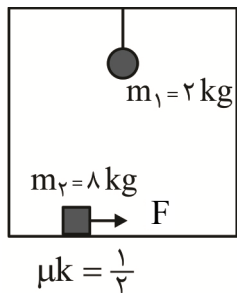
$$400\Delta x' - 20 = 2 \times 4 \rightarrow 400\Delta x' = 28$$

$$\Delta x' = \frac{7}{100} \text{ (m)}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

گام اول: با مقایسه نیروی وزن $m_1 g$ و نیروی کشش نخ T :



$$\begin{cases} T = 12 \text{ N} \\ m_1 g = 20 \text{ N} \end{cases} \rightarrow T < m_1 g \rightarrow$$

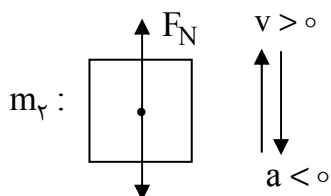
گند شوند رو به بالا $\downarrow \vec{a}$ جهت شتاب رو به پایین است

یا: تندشونده رو به پایین

$$T = m(g - |a|)$$

$$12 = 2(10 - |a|) \rightarrow |a| = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام دوم: طبق مطالب بیان شده در گام اول فرض می‌کنیم، آسانسور با شتاب $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ کندشونده به طرف بالا در حال حرکت باشد:



$$\Rightarrow F_N - mg = ma \rightarrow F_N - 80 = 8(-4) = -32$$

$$\rightarrow F_N = 80 - 32 = 48 \text{ N}$$

گام سوم:

$$m_2 g = 80 \text{ N}$$

$$a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$m_2 : \rightarrow F_{\text{net}} = ma \rightarrow F - 24 = 8(-2)$$

$$f_k = \mu_k F_N = \left(\frac{1}{4}\right)(48) = 12 \text{ N}$$

$$\rightarrow F = 24 - 16 = 8 \text{ N}$$

$$\rightarrow F = 8 \text{ N}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۵. گزینه ۲ درست است.

گام اول:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = 2\vec{i} + 4\vec{j} - (-4\vec{i} + 12\vec{j}) = 6\vec{i} - 8\vec{j}$$

گام دوم:

$$|\Delta \vec{v}| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

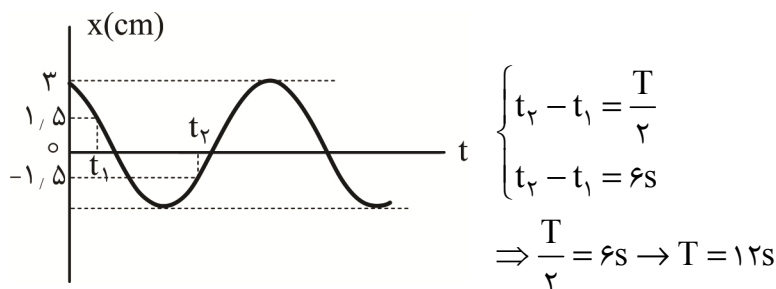
گام سوم:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{m |\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{0.3 \times 10}{0.1} = 30 \text{ N}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۶. گزینه ۲ درست است.

گام اول: با توجه به شکل:



گام دوم:

$$\begin{cases} U = \frac{3}{4}E \\ U + k = E \rightarrow \frac{3}{4}E + k = E \rightarrow k = \frac{E}{4} (*) \end{cases}$$

(*) $E = k_{\max} \Rightarrow k = \frac{1}{4}k_{\max} \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{4}(\frac{1}{2}mv_m^2)$

$$\rightarrow V = \pm \frac{1}{2}V_m = \pm \frac{1}{2}A\omega = \pm \frac{1}{2}(\frac{3}{100})(\frac{2\pi}{12})$$

$$\rightarrow V = \pm \frac{\pi}{400} \rightarrow |V| = \frac{\pi}{400} \frac{m}{s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۷. گزینه ۳ درست است.

$$n_B = \frac{t}{T_B} \rightarrow n_B = \frac{18}{3} = 6 \text{ نوسان کامل}$$

$$n_A = 6 + 2 = 8 \text{ نوسان کامل} \rightarrow n_A = \frac{t}{T_A} \rightarrow 8 = \frac{18}{T_A} \rightarrow T_A = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}} \rightarrow \frac{3}{(\frac{9}{4})} = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}}$$

$$\frac{4}{3} = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}} \rightarrow \frac{L_B}{L_A} = \frac{16}{9}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۸. گزینه ۲ درست است.

گام اول:

$$\begin{cases} V_M = A\omega = \frac{2}{100} \times 100\lambda = 0.2\lambda \frac{m}{s} \\ \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.2} = 10\pi \frac{rad}{s} \end{cases}$$

گام دوم:

$$E = k + U \rightarrow 1 = \frac{k}{E} + \frac{U}{E} \rightarrow 1 = \frac{k}{k_{\max}} + \frac{U}{U_{\max}}$$

$$\rightarrow 1 = \left(\frac{V}{V_M}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2$$

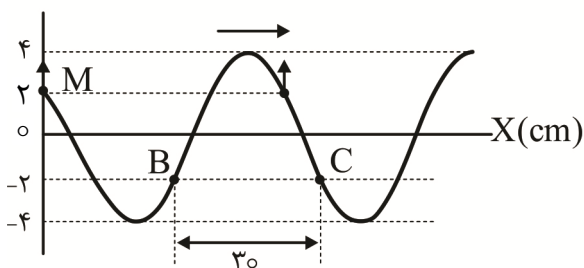
گام سوم:

$$\rightarrow 1 = \frac{V^2}{\frac{4}{100}\lambda^2} + \left(\frac{0.5}{2}\right)^2 \rightarrow \frac{V^2}{\frac{4}{100}} = \frac{15}{16} \rightarrow V^2 = \frac{6}{16}$$

$$\rightarrow V = \frac{\sqrt{6}}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

y(cm)



۶۹. گزینه ۴ درست است.

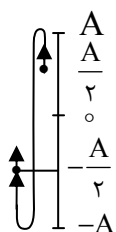
گام اول: ذره M در این لحظه رو به بالا نوسان می کند:

گام دوم: برای یافتن Δx_{BC} بر حسب طول موج (λ) کافی

است مدت زمانی که طول می کشد تا موج از نقطه B به C برسد را می یابیم:

$$\Delta x = V\Delta t \Rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} & (1) \\ \Delta t_{BC} = \frac{T}{12} + \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{(1+6+1)T}{12} = \frac{8\pi}{12} = \frac{2T}{3} & (2) \end{cases}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} BC = \frac{2}{3} \rightarrow \lambda = \frac{3}{2} \Delta x_{BC} = \frac{3}{2} \times 30 \text{ cm} = 45 \text{ cm} \rightarrow \lambda = 45 \text{ cm} (1)$$



گام سوم: در مورد ذره M:

$$\rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{5T}{6} = 10 \text{ s} \rightarrow T = 12 \text{ s} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \lambda = VT \rightarrow V = \frac{\lambda}{T} = \frac{45 \text{ cm}}{12 \text{ s}} = 3.75 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۰. گزینه ۴ درست است.

$$(1) \quad P = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$(2) \quad I = 0.5 \mu \frac{W}{m^2} = 5 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2} \quad (2) \text{ و } (1) \rightarrow \beta = 10 \log \frac{5 \times 10^{-8}}{10^{-12}} = 10 \log 5 \times 10^4 \rightarrow \beta = 10 \log 5 + 10 \log 10^4$$

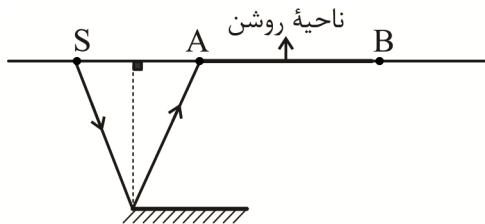
$$\rightarrow \beta = 10 \log \frac{10}{2} + 40$$

$$\rightarrow \beta = 10 \log 10 - 10 \log 2 + 40$$

$$\rightarrow \beta = 10 - 3 + 40 = 47 \text{ dB}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۱. گزینه ۱ درست است.



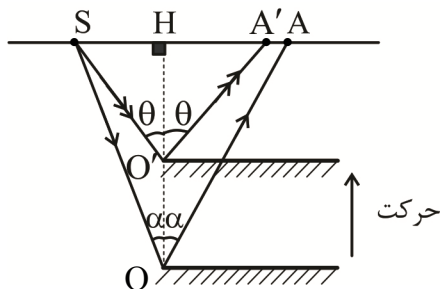
مکان A از ناحیه روشن را در نظر می گیریم. اکنون آینه را به موازات سطح خود به سقف نزدیک کرده بررسی می کنیم که چه اتفاقی برای مکان A می افتد. فرض کنیم وقتی آینه به سقف نزدیک شد، پرتو بازتاب به جای A در مکان دیگری مانند A' به سقف برسد.

$$\Delta OSH = \Delta OHA \Rightarrow \overline{SH} = \overline{HA} \quad (1)$$

با جابه جا کردن آینه طبق قوانین بازتاب زاویه تابش و بازتابش با هم برابر و مساوی θ خواهند بود؛ پس باز هم بنا به حالت ۲ زاویه و ضلع بین دو مثلث

$$\Delta O'SH, \Delta O'A' \text{ با هم مساوی می شوند؛ بنابراین:}$$

$$\overline{SH} = \overline{HA'} \quad (2)$$



$$(1), (2) \Rightarrow \overline{HA'} = \overline{HA} \Rightarrow \text{یعنی } A' \text{ روی } A \text{ می افتد}$$

به همین شکل می توان اثبات نمود که B هم ثابت خواهد ماند، پس نه پهنای آن ناحیه روشن $\overline{AB}$ تغییر خواهد کرد، نه مکان آن. (فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۲. گزینه ۲ درست است.

برای آنکه در طول یک تار دو انتها بسته امواج ایستاده تشکیل گردد، لازم است تا آن را بسامدی که مضرب درستی از $\frac{v}{2L}$

$$\text{است، به نوسان در آوریم. } (f_n = \frac{nV}{2L})$$

با توجه به نکته بالا، ابتدا حاصل $\frac{V}{2L}$ را به دست می آوریم و سپس بررسی می کنیم که بسامد نوسان کننده نزدیک به چه

$$\text{مضربی از } \frac{V}{2L} \text{ است.}$$

$$f_1 = \frac{V}{2L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{fL}{m}} = \frac{1}{2 \times 0.4} \sqrt{\frac{16 \times 0.4}{100 \times 10^{-3}}} = 10 \text{ Hz}$$

$$f_n = nf_1 = 10n \rightarrow \begin{matrix} n=9 & f_9 = 90 \text{ Hz} \\ n=8 & f_8 = 80 \text{ Hz} \end{matrix}$$

$f = 88 \text{ Hz}$ به $f_9 = 90 \text{ Hz}$ نزدیک تر است؛ پس باید بسامد ۹۰ Hz افزایش یابد.

(فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۳. گزینه ۲ درست است.

گام اول: می دانیم طول موج فرابنفش در سری لیمان ($n' = 1, n = 2, 3, 4, \dots$) و بالمر ($n' = 2, n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots$) فرابنفش مرئی

وجود دارد.

طول موج های فرابنفش سری لیمان از طول موج های فرابنفش سری بالمر کوتاه ترند؛

گام دوم: می دانیم در هر سری (به ازای ثابت n') هر چه n افزایش می یابد، λ کاهش می یابد. پس کوتاه ترین طول موج فرابنفش را باید در سر لیمان ($n' = 1$) و به ازای ($n = \infty$) جست و جو نمود:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) = R \rightarrow \lambda_{\min} = \frac{1}{R} \quad (1)$$

گام سوم: می‌دانیم ۴ خط طیف مرئی در اتم H داریم که آن هم در سری بالمر ($n' = 2$) و آن هم به‌ازای ($n = 3, 4, 5, 6$) است و می‌دانیم هر چه n زیاد شود λ کاهش می‌یابد؛ پس:

$$\left| \begin{array}{l} n' = 2 \\ n = 6 \end{array} \right. \Rightarrow \lambda = \lambda'_{\min} \Rightarrow \frac{1}{\lambda'_{\min}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) = R \left(\frac{9-1}{36} \right) = \frac{8R}{36}$$

$$\rightarrow \lambda'_{\min} = \frac{36}{8R} = \frac{9}{2R} \rightarrow \lambda'_{\min} = \frac{9}{2R} \quad (2)$$

گام چهارم:

$$(1), (2): \frac{\lambda'_{\min}}{\lambda_{\min}} = \frac{\frac{9}{2R}}{\frac{1}{R}} = 4/5$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۴. گزینه ۱ درست است.

گام اول:

$$k_{\max} = hf - W_o \rightarrow W_o = hf - k_{\max} \rightarrow hf_o = hf - k_{\max} \\ \rightarrow f_o = \frac{hf - k_{\max}}{h}$$

گام دوم:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^{17} \frac{\text{nm}}{\text{s}}}{240 \text{ nm}} = \frac{10^{16}}{8} \text{ HZ}$$

گام سوم:

$$f_o = \frac{4 \times 10^{-15} \times \frac{10^{16}}{8} - 0.6}{4 \times 10^{-15}} = \frac{0.5 \times 10 - 0.6}{4 \times 10^{-15}} = \frac{4.4}{4 \times 10^{-15}} = 1.1 \times 10^{15} \text{ HZ}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۵. گزینه ۱ درست است.

گام اول:

$$T_B = 2T_A \rightarrow \left| \begin{array}{l} T_A = T \\ T_B = 2T \end{array} \right., N_{oA} = \lambda N_{oB} \rightarrow \left| \begin{array}{l} N_{oB} = N_o \\ N_{oA} = \lambda N_o \end{array} \right.$$

تعداد ذرات واپاشی شده را با N' ، تعداد ذرات باقی‌مانده را با N و تعداد ذره‌های اولیه را با N_o نمایش می‌دهیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} N'_B = \gamma N_A \quad (1) \\ N = \frac{N_o}{\gamma^n}, n = \frac{t}{T} \end{array} \right. \Rightarrow N' = N_o - N = N_o - \frac{N_o}{\gamma^n} \quad (2)$$

زمان سپری شده
نیمه عمر

$$N_{oB} - \frac{N_{oB}}{\left(\frac{t}{T_B}\right)^2} = \gamma \left(\frac{N_{oA}}{\left(\frac{t}{T_A}\right)^2} \right) \rightarrow N_o - \frac{N_o}{\left(\frac{t}{2T}\right)^2} = \gamma \frac{(\lambda N_o)}{\left(\frac{t}{T}\right)^2}$$

$$1 - \frac{1}{\left(\frac{t}{2T}\right)^2} = \frac{56}{\left(\frac{t}{T}\right)^2} \quad (1)$$

گام دوم: برای سهولت در محاسبات فرض می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{aligned} \sqrt[r]{\left(\frac{t}{T}\right)} = A &\Rightarrow \sqrt[r]{\left(\frac{t}{T}\right)} = \left(\sqrt[r]{\frac{t}{T}}\right)^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{\frac{t}{T}} = \sqrt{A} \rightarrow \begin{cases} \sqrt[r]{\left(\frac{t}{T}\right)} = A = B^2 \\ \sqrt[r]{\left(\frac{t}{T}\right)} = \sqrt{A} = B \end{cases} \quad (2) \end{aligned} \right.$$

همچنین: $\sqrt{A} = B \rightarrow A = B^2$

گام سوم:

$$(1), (2) \Rightarrow 1 - \frac{1}{B} = \frac{56}{B^2} \rightarrow \frac{B-1}{B} = \frac{56}{B^2} \rightarrow B-1 = \frac{56}{B} \rightarrow B^2 - B = 56$$

$$\rightarrow B^2 - B - 56 = 0 \rightarrow B = \frac{1 \pm \sqrt{1+224}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{1 \pm 15}{2} \begin{matrix} \nearrow B = 8 \\ \searrow B = -7 \text{ غ ق ق} \end{matrix}$$

$$B = 8 \rightarrow B^2 = 64 = r^6 \rightarrow \sqrt[r]{\left(\frac{t}{T}\right)} = B^2 = r^6 \rightarrow \frac{t}{T} = 6 \rightarrow N'_A = N_{oA} - N_A$$

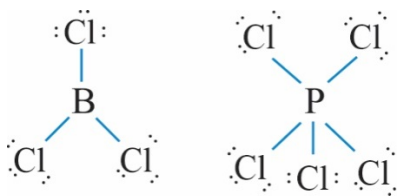
$$N'_A = N_{oA} - \frac{N_{oA}}{\sqrt[r]{\left(\frac{t}{T}\right)}} \Rightarrow \frac{N'_A}{N_{oA}} = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64} \Rightarrow \text{درصد ذرات واپاشیده} = \% \frac{63 \times 100}{64} \approx 98.4$$

(فیزیک (۳) - فصل ۶؛ سطح دشواری: دشوار)

شیمی

۷۶. گزینه ۲ درست است.

در مولکول BCl_3 ، اتم بور (اتم مرکزی) به آرایش هشت‌تایی نرسیده است و در PCl_5 ، اتم فسفر از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کند. زیرا دارای ۱۰ الکترون در اطراف اتم مرکزی است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: یون‌های کربنات و نیتрат هر دو دارای شکل هندسی سه‌ضلعی مسطح هستند، ولی عدد اکسایش کربن در یون کربنات برابر با ۴+ و عدد اکسایش N در یون نیترات برابر با ۵+ است.

$$\text{NO}_3^- : N + (-2) \times 3 = -1 \Rightarrow N = +5$$

$$\text{CO}_3^{2-} : C + (-2) \times 3 = -2 \Rightarrow C = +4$$

گزینه «۳»: پیوندهای هیدروژنی HF نسبت به H_2O قوی‌تر است، اما نقطه جوش H_2O از HF بیشتر است، زیرا متوسط تعداد پیوندهای هیدروژنی در H_2O از HF بیشتر است.

گزینه «۴»: در NH_4^+ پیوند بین اتم N و اتم‌های H از نوع کووالانسی (اشتراکی) است. ولی پیوند NH_4^+ و یون Cl^- از نوع یونی است.

(شیمی (۱) - فصل ۳ و ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۷۷. گزینه ۲ درست است.

- تیتانیم همانند فولاد زنگ‌نزن، مقاوم در برابر سایش است و برخلاف فولاد زنگ‌نزن مقاوم در برابر خوردگی است. نقطه ذوب تیتانیم (1667°C) از فولاد زنگ‌نزن بیشتر است.
 - نیتینول آلیاژ تیتانیم و نیکل است که به آن آلیاژ هوشمند نیز می‌گویند.
 - از آنجایی که تهیه تیتانیم خالص گران و دشوار است، اغلب از TiO_2 در صنایع اولیه استفاده می‌شود و TiO_2 سفیدرنگ و منعکس‌کننده پرتوهای فرابنفش نیز است. (شیمی (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

۷۸. گزینه ۲ درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:
 گزینه «۱»: وانادیم (V) از عناصر واسطه و متعلق به گروه ۵ و دوره چهارم جدول تناوبی است.
 گزینه «۳»: از واکنش فلز روی با محلولی از نمک وانادیم (V)، رنگ محلول از زرد به آبی تغییر می‌کند، زیرا V^{5+} به V^{4+} تبدیل شده است که آبی‌رنگ است.
 گزینه «۴»: محلولی از نمک وانادیم (II) بنفش‌رنگ و محلولی از نمک وانادیم (III) سبزرنگ است. (شیمی (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

۷۹. گزینه ۱ درست است.

یون I^- موجود در KI به‌عنوان کاتالیزگر در تجزیه هیدروژن پراکسید عمل می‌کند، کاتالیزگرها تنها با کاهش انرژی فعال‌سازی موجب افزایش سرعت واکنش می‌شوند و هیچ تأثیری بر مقدار ماده تولیدشده، آنتالپی واکنش، پایداری و سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها ندارند. (شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: آسان)

۸۰. گزینه ۲ درست است.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۸۱. گزینه ۲ درست است.

برای حل این تست ابتدا آنتالپی واکنش نوشته‌شده را محاسبه کرده سپس آن را قرینه می‌کنیم؛ لذا طبق قانون هس باید واکنش اول را در $\frac{1}{2}$ ضرب کرده، واکنش سوم را معکوس و در $\frac{1}{3}$ ضرب کنیم. واکنش دوم را نیز معکوس و در $\frac{1}{6}$ ضرب می‌کنیم. با جمع ΔH این سه واکنش را خواهیم داشت:

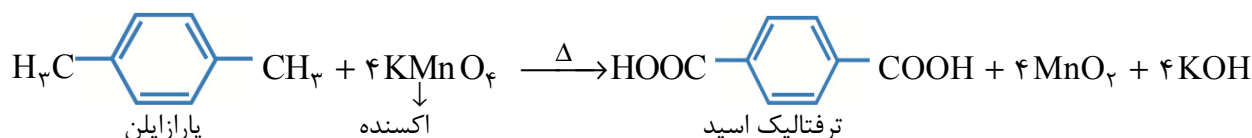
$$\Delta H_{\text{کل}} = \left(-23 \times \frac{1}{2}\right) + \left(+39 \times \frac{1}{6}\right) + \left(-18 \times \frac{1}{3}\right) = -11 \text{ kJ}$$

پس آنتالپی واکنش معکوس $+11 \text{ kJ}$ خواهد بود.

(شیمی (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۲. گزینه ۱ درست است.

واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:



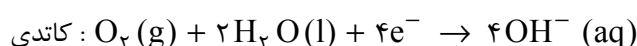
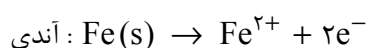
(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: آسان)

۸۳. گزینه ۱ درست است.

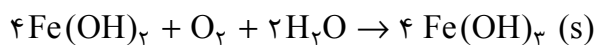
(شیمی (۲) و (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۸۴. گزینه ۱ درست است.

نیم‌واکنش آندی و کاتدی در واکنش زنگ آهن عبارت است از:



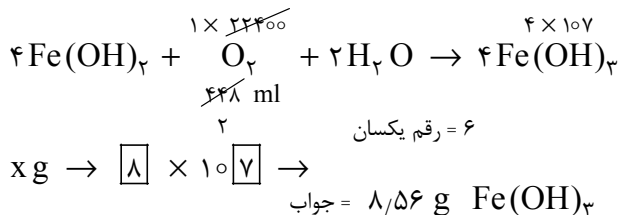
یون‌های Fe^{2+} در قطره آب جریان یافته و از پایگاه آندی به پایگاه کاتدی منتقل می‌شوند، سپس در پایگاه کاتدی با یون‌های OH^- واکنش داده و رسوب Fe(OH)_2 را تشکیل می‌دهند. رسوب Fe(OH)_2 در حضور O_2 و H_2O به Fe(OH)_3 تبدیل می‌شود:



واکنش کلی زنگ آهن:



با توجه به سؤال و استفاده از تناسب:



(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۵. گزینه ۴ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست است.

گزینه «۲»: درست است. در روش تولید آب شیرین از آب دریا از فرآیند اسمز معکوس استفاده می‌شود. فرآیند اسمز معکوس یک فرآیند غیرخودبه‌خودی است. زیرا در این فرآیند با اعمال فشار بیرونی، عکس فرآیند اسمز اتفاق می‌افتد، یعنی آب از محیط غلیظ‌تر به محیط رقیق‌تر می‌رود.

گزینه «۳»: درست است. در روش تقطیر برخلاف روش اسمز معکوس، ترکیب‌های آلی فرار موجود در آب باقی می‌ماند.

گزینه «۴»: نادرست است. دقت کنید در روش اسمز معکوس آب از محیط غلیظ‌تر به محیط رقیق‌تر می‌رود. بنابراین محلولی که از قسمت B خارج می‌شود نسبت به محلول ورودی A غلیظ‌تر است، زیرا بیشتر مولکول‌های آب با گذر از غشای نیمه‌تراوا از آن خارج شده است.

(شیمی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۶. گزینه ۲ درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: عنصر گوگرد (S) در دمای اتاق جامد است.

گزینه «۳»: یون Ni^{2+} رنگی است و آرایش الکترونی آن $1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^8$ است.

گزینه «۴»: عنصر کریپتون (Kr) گاز نجیب است و به‌صورت مولکول‌های تک‌اتمی وجود دارد.

(شیمی (۱) و - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۸۷. گزینه ۳ درست است.

هر چه نقطه جوش یک مایع کمتر باشد، زودتر تبخیر شده و به گاز تبدیل می‌شود، زیرا نیروهای بین مولکولی (واندروالسی) آن ماده کمتر و غلبه بر آن‌ها راحت‌تر است. در گزینه «۱» اولین گازی که در تقطیر جزء به جزء هوای مایع جدا می‌شود گاز نیتروژن (دمای جوش N_2 برابر با -196°C) است که برای پر کردن تنظیم باد تایر خودروها نیز استفاده می‌گردد.

(شیمی (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۸۸. گزینه ۳ درست است.

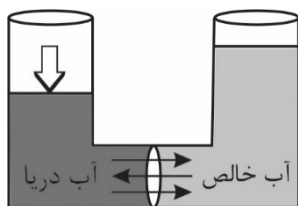
گشتاور دو قطبی مولکول‌های دواتمی ناجور هسته (مانند HCl) صفر نمی‌باشد، بنابراین چنین مولکول‌هایی قطبی هستند.

ردیف	مولکول	ساختار لوویس	قطبیت
۱	N_2O	$:N \equiv N - \ddot{O}:$	قطبی
۲	SO_3		ناقطبی
۳	PH_3		قطبی
۴	$CHCl_3$		قطبی
۵	O_3		قطبی
۶	CO_2	$\ddot{O} = C = \ddot{O}$	ناقطبی

(شیمی (۱) و (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۹. گزینه ۲ درست است.

در فرآیند شیرین شدن آب دریا به روش اسمز معکوس مولکول‌های آب از سمت آب دریا به سمت آب خالص از غشای نیمه‌تراوا عبور می‌کنند، ولی یون‌های Na^+ و Cl^- نمی‌توانند از این غشا عبور کنند.



$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{d} \Rightarrow \frac{605}{1.1}$$

$$= 550 \text{ mL} = 0.55 \text{ L}$$

پس در این حالت حجم آب دریا ۰/۷۵ L است:

$$1.3 - 0.55 = 0.75 \text{ L}$$

$$\text{و مقدار مول NaCl برابر } 2 = \frac{117}{58.5} \Rightarrow \text{mol} = \frac{g}{\text{جرم مولی}} \text{ است.}$$

با توجه به اطلاعات فوق، غلظت مولار آب دریا در این حالت:

$$C_m = \frac{n}{V} \Rightarrow C_m = \frac{2}{0.75} = \frac{2}{\frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{8}{3} \approx 2.6 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۹۰. گزینه ۲ درست است.

در این استخر 700 m^3 آب موجود است، یعنی $700,000$ کیلوگرم آب. (هر مترمکعب معادل $1,000$ لیتر است و هر لیتر از آب این استخر هم یک کیلوگرم جرم دارد).
حد مجاز کلر درون آب استخر 1 ppm است.

$$\text{ppm} = \frac{\text{کلر حل شونده (g)}}{\text{جرم آب استخر (محلول)}} \times 10^6$$

$$1 = \frac{\text{جرم کلر حل شونده}}{7 \times 10^5 \times 10^3 \text{ g}} \times 10^6 \Rightarrow \text{جرم کلر (حل شونده) مجاز} = 700 \text{ g}$$

حالا باید محاسبه کنیم، چند گرم محلول 0.7% درصد کلر دارای 700 گرم کلر است.

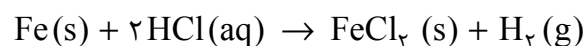
$$a = \frac{\text{جرم کل حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$0.7 = \frac{700}{\text{جرم محلول (g)}} \times 100 \Rightarrow 10^5 \text{ g} = 100 \text{ kg}$$

(شیمی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۱. گزینه ۱ درست است.

فراوان ترین عنصر در زمین Fe (آهن) است.

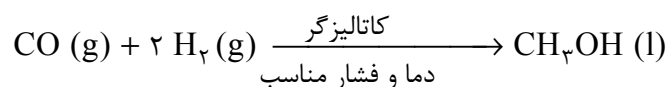


$$2\text{HCl} \sim \text{H}_2 : \frac{2 \times 1000 \times 100}{75 \text{ mL}} = \frac{24}{x\text{L}} \Rightarrow x = 0.009 \text{ LH}_2$$

(شیمی (۱) و (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۹۲. گزینه ۴ درست است.

واکنش انجام شده به صورت زیر است:

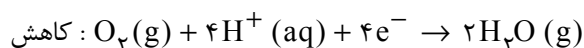
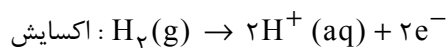


$$2\text{H}_2 \sim \text{CH}_3\text{OH} : \frac{2 \times 22.4}{x \text{ Lit} \times \frac{60}{100}} = \frac{1 \times 32}{7.68 \text{ g}} \rightarrow x = 17.92 \text{ Lit H}_2$$

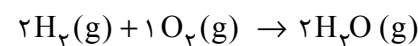
(شیمی (۲) و (۳) - فصل ۲ و ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۳. گزینه ۱ درست است.

تحلیل: نیم واکنش های اکسایش و کاهش در سلول سوختی به صورت زیر است:



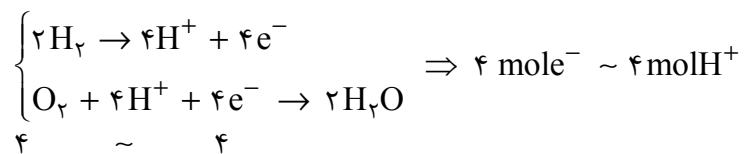
واکنش کلی به صورت زیر است:



با استفاده از بازده 48% و تعداد الکترون مبادله ای $(1/2 \times 4 \times 10^{22})$ مول الکترون (مقدار نظری) را محاسبه می کنیم:

$$\frac{48}{100} \times x \text{ mole}^- = \frac{1 \times \cancel{6.02} \times 10^{23}}{1/2 \times 4 \times 10^{22} \text{ mol e}^-} \rightarrow x = \frac{100}{48 \times 5 \times 10} = \frac{1}{24} \text{ mol e}^-$$

حال با استفاده از نیم‌واکنش‌های اکسایش - کاهش مول یون هیدروژن را به دست می‌آوریم:



$$\frac{1}{24} \sim x \rightarrow \frac{1}{24} \text{ mol H}^+$$

$$[\text{H}^+] = \frac{\frac{1}{24} \text{ mol}}{0.1 \text{ L}} = \frac{10}{24} \text{ mol}$$

اکنون محاسبه pH را انجام می‌دهیم:

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+] = -\log \frac{10}{24} = -(\overset{0/5}{1} - \overset{0/3}{\log 3} - 3 \log 2) = \boxed{0.4}$$

(شیمی (۳) - فصل ۱ و ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۴. گزینه ۲ درست است.

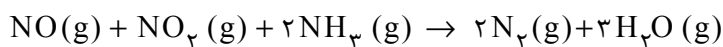
عبارت دوم و چهارم نادرست هستند.

عبارت دوم: تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها همان ΔH (تغییر آنتالپی) است که با استفاده از کاتالیزگر نمی‌توان آن را تغییر داد.

عبارت چهارم: انرژی فعال‌سازی توسط جرقه، اعمال فشار، نور و گرما، تأمین می‌شود و کاتالیزگر E_a را کاهش می‌دهد.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: آسان)

۹۵. گزینه ۴ درست است.



$$\text{NO} \sim 2\text{NH}_3 : \frac{30}{x \text{ g}} = \frac{2 \times 17}{136 \text{ g}} \Rightarrow x = 120 \text{ g}$$

۱۲۰ گرم گاز NO توسط این مبدل می‌تواند از هواکره حذف شود.

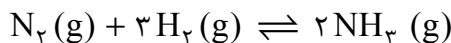
$$\frac{4 \times 10^{-3} \text{ g}}{120 \text{ g}} \quad \bigg| \quad \frac{1 \text{ km}}{x} \Rightarrow x = 30,000 \text{ km}$$

این خودرو پس از ۳۰,۰۰۰ کیلومتر نیاز به تعویض مبدل کاتالیستی دارد.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۶. گزینه ۲ درست است.

با انتقال سیستم تعادلی از کره به استوانه افزایش حجم (کاهش فشار) داریم:



$$\boxed{\text{حجم کره} = \frac{4}{3} \pi r^3}$$

$$V_1 = \frac{4}{3} \times 3 \times 8 = 32$$

$$\boxed{\text{حجم استوانه} = \pi r^2 h}$$

$$V_2 = 3 \times 4 \times 3 = 36$$

بنابراین غلظت تمام مواد شرکت‌کننده در واکنش کاهش می‌یابد و تعادل از سمتی که تعداد مول گازی کمتری دارد به سمت تعداد مول گازی بیشتر جابه‌جا می‌شود (از سمت راست به چپ) دقت شود مقدار NH_3 کاهش و مقدار H_2 و N_2 افزایش می‌یابد. (شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۷. گزینه ۲ درست است.

با توجه به جدول، جمله‌های دوم و چهارم، درست هستند.

		ساختار لوویس
۳	۴	پیوندهای اشتراکی
		ساختار لوویس
۰	۱	جفت الکترون ناپیوندی اتم مرکزی
		ساختار لوویس
۵	۵	جفت الکترون پیوندی
		ساختار لوویس
۴	۴	جفت الکترون پیوندی

(شیمی (۱) و (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

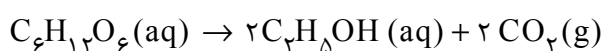
۹۸. گزینه ۴ درست است.

گرانروی وازلین به فرمول تقریبی $C_{25}H_{52}$ از گریس به فرمول تقریبی $C_{18}H_{38}$ بیشتر است. گرانروی، مقاومت در برابر جاری شدن است و هر چه شمار کربن‌ها در هیدروکربن بیشتر شود، گرانروی افزایش می‌یابد.

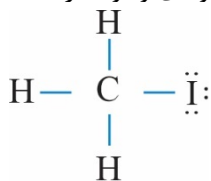
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: قیمت نفت برنت دریای شمال از دیگر نفت‌ها بیشتر است، چون بخش بیشتری نسبت به سایر نفت‌ها در آن، شامل بنزین و خوراک پتروشیمی است.

گزینه «۲»: یکی از راه‌های تهیه سوخت سبز استفاده از بقایای گیاهانی مانند نیشکر، سیب‌زمینی و ذرت است، از جمله واکنش‌های این فرآیند واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز می‌باشد.



گزینه «۳»: در مولکول متیل یدید (ید و متان) تعداد چهار جفت الکترون پیوندی و سه جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.



(شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۹۹. گزینه ۱ درست است.

گزینه «۱»: شعاع یونی Al^{3+} از Fe^{3+} کوچکتر است؛ بنابراین آنتالپی فروپاشی شبکه Al_2O_3 بیشتر از Fe_2O_3 است.

گزینه «۲»: آنتالپی فروپاشی شبکه LiF از NaF بزرگتر است؛ زیرا شعاع یونی یون لیتیم از شعاع یونی سدیم کوچکتر است؛ بنابراین آنتالپی فروپاشی LiF از $926 kJ \cdot mol^{-1}$ بزرگتر است.

گزینه «۳»: شعاع یون Mg^{2+} کمتر از یون Ca^{2+} است؛ بنابراین آنتالپی فروپاشی منیزیم اکسید از آنتالپی فروپاشی کلسیم اکسید بیش تر است.

گزینه «۴»: شعاع یونی در هر گروه از بالا به پایین افزایش می‌یابد، در نتیجه چگالی بار یون‌ها کاهش یافته و آنتالپی فروپاشی شبکه نمک‌های فلئورید از بالا به پایین روند کاهشی دارد.

(شیمی (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۰۰. گزینه ۳ درست است.

مبدل‌های کاتالیستی توری‌هایی از جنس سرامیک هستند که سطح آن‌ها با فلزهای رودیم (Rh)، پالادیم (Pd) و پلاتین (Pt) پوشانده شده است. سایر عبارت‌ها، درست هستند.

مورد چهارم نادرست است. به جدول صفحه ۱۰۱ کتاب شیمی ۳ رجوع شود.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

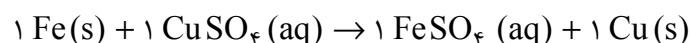
۱۰۱. گزینه ۲ درست است.

با افزایش فشار، در لحظه، غلظت همه مواد شرکت‌کننده در واکنش یعنی NO_2 و N_2O_4 افزایش می‌یابد (همین کافیه که گزینه ۲ را انتخاب کنید)، اما افزایش فشار تعادل را از مول گازی بیشتر به مول گازی کمتر جابه‌جا می‌کند یعنی از راست به چپ، بنابراین به مرور غلظت NO_2 کاهش یافته و غلظت N_2O_4 افزایش می‌یابد.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: آسان)

۱۰۲. گزینه ۲ درست است.

با نوشتن واکنش و موازنه کردن آن و با استفاده از سرعت متوسط واکنش ($\frac{mol}{min} \times \frac{1}{3}$) سرعت مصرف $CuSO_4$ و زمان واکنش را به دست می‌آوریم:



$$\bar{R}_{واکنش} = \frac{\bar{R}_{CuSO_4}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \bar{R}_{CuSO_4} = \frac{1}{3} \frac{mol}{min}$$

$$\bar{R}_{CuSO_4} = \frac{\Delta n}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{(\frac{1}{2} - 1) \times \frac{1}{5} Lit}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{4}{3} min \rightarrow \frac{11}{3} \Rightarrow 80 s$$

حال با استفاده از تناسب اختلاف جرم (افزایش جرم تیغه) را به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 64 - 56 & \\ 1 CuSO_4 & 1 Cu - 1 Fe & \text{اختلاف جرم} \\ \frac{1}{3} mol & x g \Rightarrow \frac{3}{2} g & \end{array}$$

$$\bar{R} = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\frac{3}{2}}{80} = \boxed{4 \times 10^{-2}}$$

(شیمی (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

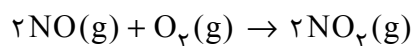
۱۰۳. گزینه ۲ درست است.

گازهای A، B و C به ترتیب NO، NO_۲ و O_۳ هستند.

عبارت اول نادرست است؛ زیرا ساختار لوویس O_۳ به صورت $\ddot{O}=\ddot{O}-\ddot{O}$ برخلاف NO_۲ که به صورت $\ddot{O}=\ddot{N}-\ddot{O}$ است الکترون تک ندارد.

عبارت دوم درست است. اوزون مولکول قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری می کند.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا NO در دماهای بسیار بالا امکان تشکیل دارد.

عبارت چهارم درست است. NO_۲ قهوه ای رنگ است و به همین دلیل هوای آلوده کلان شهرها اغلب قهوه ای دیده می شود.عبارت پنجم درست است. واکنش پذیری و نقطه جوش O_۳ بیشتر از O_۲ است.

(شیمی (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۰۴. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱» نادرست است؛ زیرا پرتوهای جذب شده توسط زمین انرژی بیشتر و طول موج کوتاه تری دارند.

گزینه «۲» نادرست است؛ زیرا بخش عمده ای از پرتوهای خورشیدی توسط زمین جذب می شود و بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی توسط هواکره جذب می شوند.

گزینه «۳» درست است. پرتوهای گسیل شده توسط زمین مانند پرتوی آزاد شده از انتقال الکترون از تراز ۴ به تراز ۳ از جنس فروسرخ هستند.

گزینه «۴» نادرست است؛ زیرا هر چه مقدار گازهای گلخانه ای در هواکره بیشتر باشد، پرتوهای بیشتری را جذب می کند.

(شیمی (۱) - فصل ۲ و ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۱۰۵. گزینه ۳ درست است.

 $0.1 \times 0.1 = 0.01 = 0.09 - 0.1$ باقی می ماند. پس غلظت تعادلی HA ۰/۰۹ مولار است.

همچنین از $0.005 = 5 \times 10^{-3} = 0.5 \times 10^{-2}$ مولار HB اولیه ۰/۲ آن تجزیه می شود.

یعنی $0.001 = 10^{-3} = 2 \times 10^{-1} \times 5 \times 10^{-3}$ و $0.004 = 0.001 - 0.005$ مولار باقی می ماند.

$$\frac{[HA]_{\text{تعادلی}}}{[HB]_{\text{تعادلی}}} = \frac{0.09}{0.004} = \frac{9 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-3}} = \frac{90}{4} = 22.5$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

بسمه تعالی



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان بنش آموزش کشور

اطلاعیه شرکت در

آزمون شبه امتحانات نهایی دروس عمومی و اختصاصی (تشریحی)

ویژه دانش آموزان پایه‌های یازدهم، دوازدهم و داوطلبان کنکور سراسری ۱۴۰۴

رشته‌های شاخه نظری دوره دوم آموزش متوسطه

به اطلاع تمامی مدیران، مشاوران، دبیران گرامی و نیز داوطلبان آزاد و دانش آموزان دوره دوم متوسطه می‌رساند:

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور در راستای **حذف دروس عمومی و تأثیر**

سوابق تحصیلی در نتیجه کنکور سراسری سال تحصیلی جاری و آمادگی هرچه بهتر دانش آموزان جهت حضور در

امتحانات مستمر اول و دوم (پایانی نوبت اول و دوم) نسبت به طراحی و برگزاری **آزمون شبه امتحانات نهایی دروس**

عمومی و اختصاصی (تشریحی) به صورت **خودارزیایی** اقدام نموده است. این آزمون در دو نوبت برای سال جاری

تحصیلی برنامه‌ریزی شده که نوبت اول آن طبق اعلام قبلی در آذرماه سال ۱۴۰۳ برگزار گردیده است و نوبت دوم

آن برای داوطلبان پایه دوازدهم، و برای پایه یازدهم مطابق با آخرین مصوبه شورای عالی آموزش و پرورش در شش

عنوان درسی، در اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۴ برگزار می‌گردد.

از مهم‌ترین مزایای آزمون آزمایشی شبه نهایی می‌توان به موارد ذیل اشاره نمود:

✓ آشنایی با سطح علمی سؤالات (تشریحی) آزمون شبه نهایی؛ به تفکیک دروس عمومی و اختصاصی

✓ آشنایی و آماده‌سازی داوطلب با نمونه سؤالات شبه نهایی کشوری

✓ ارزیابی مداوم یاددهی و یادگیری مطالب درسی در پیشرفت تحصیلی دانش آموز؛

* طراحی سؤالات آزمون شبه امتحانات نهایی دروس عمومی و اختصاصی (تشریحی)، بر اساس

ارزشیابی تحصیلی وفق مقررات و ضوابط موجود در وزارت آموزش و پرورش می‌باشد.

جهت اطلاع از تسهیلات، جزئیات ثبت‌نام و نحوه برگزاری آزمون به سایت شرکت به نشانی

www.sanjeshserv.ir مراجعه فرمایید.

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان

سازمان بنش آموزش کشور

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور



تشریحی

برگزاری آزمایشی شبه امتحانات نهایی

دروس عمومی و اختصاصی پایه‌های یازدهم و دوازدهم



برگزاری آزمون تشریحی
قبل از امتحانات میانی و نهایی کشوری

- ✓ آشنایی با سطح علمی سؤالات و نحوه مطالعه کتب درسی جهت شرکت در امتحانات نهایی؛
- ✓ ارزیابی کیفی و کمی سطح آگاهی و آمادگی دانش‌آموزان؛

sanjesheducationgroup

صدای داوطلب ۰۲۱-۴۲ ۹۶۶

sanjeshserv

ثبت‌نام‌گروهی دبیرستان‌ها ۰۲۱-۸۸۸ ۴۴ ۷۹۱-۳

www.sanjeshserv.ir