

پاسخ سوالات ریاضی و آمار، شگرف ۱۳۰۴

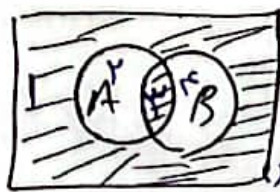
۱- اگر شعاع دایره شکل زیر برابر n و مجموع مساحت های در شکل برابر ۱۶ باشد مساحت دایره کدام است؟

$S = \pi \left(\frac{1}{\sqrt{2}} n \right)^2 = \frac{n^2}{2}$

$a^2 + a^2 = n^2 \rightarrow a^2 = \frac{n^2}{2} \rightarrow S = \frac{1}{2} \times a \times a = \frac{n^2}{4}$

$S = 2 \times \frac{n^2}{4} + n^2 + \frac{n^2}{4} = 16 \xrightarrow{\times 4} n^2 + 4n^2 + n^2 = 64 \rightarrow 6n^2 = 64 \rightarrow n^2 = \frac{64}{6} \rightarrow n = \frac{8}{\sqrt{6}}$

دایره $P = 2\pi \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{8}{\sqrt{6}} = 4\sqrt{\pi}$



۲- با توجه به نمودارون زیر مجید میسر را به زیر مجموعه کدام است؟

$A = \{2, 3, 4\} \rightarrow A' = \{1, 5\}$
 $B = \{2, 3, 4\} \rightarrow B' = \{1, 5\}$
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

۱ $(A \cup B)' \leftarrow \{1\}$
 ۲ $(A' \cap B')' \leftarrow \{2, 3, 4\}$
 ۳ $(A \cup B) \cap (A' \cup B') \leftarrow \{2, 3, 4\}$
 ۴ $(A' \cup B') \cup (A \cap B) \leftarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$

۳- مجموع متکوس (در ضرب متوال) عدد ۵ برابر $\frac{1}{6}$ است اگر a مجموع آن (دو عدد) باشد مجموع ارقام a کدام است؟

$\left(\frac{1}{5n} + \frac{1}{5(n+1)} = \frac{1}{6} \right) \times 5n(n+1) \times 6$

$6(n+1) + 6n = 5n(n+1) \rightarrow 4n+4+4n = 5n^2+5n$

$\rightarrow 5n^2 + 7n + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=2 \\ n=-\frac{4}{5} \end{cases} \rightarrow 10, 15 \rightarrow 25 \rightarrow \text{مجموع ارقام} \rightarrow 2+5=7$

۴- اگر f تابعی به صورت حقیقی، و برابر $f(x) = 2x^3 - 3$ در دستهای ۳ را نسبت دهد حاصل $f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right) - f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)$ کدام است؟

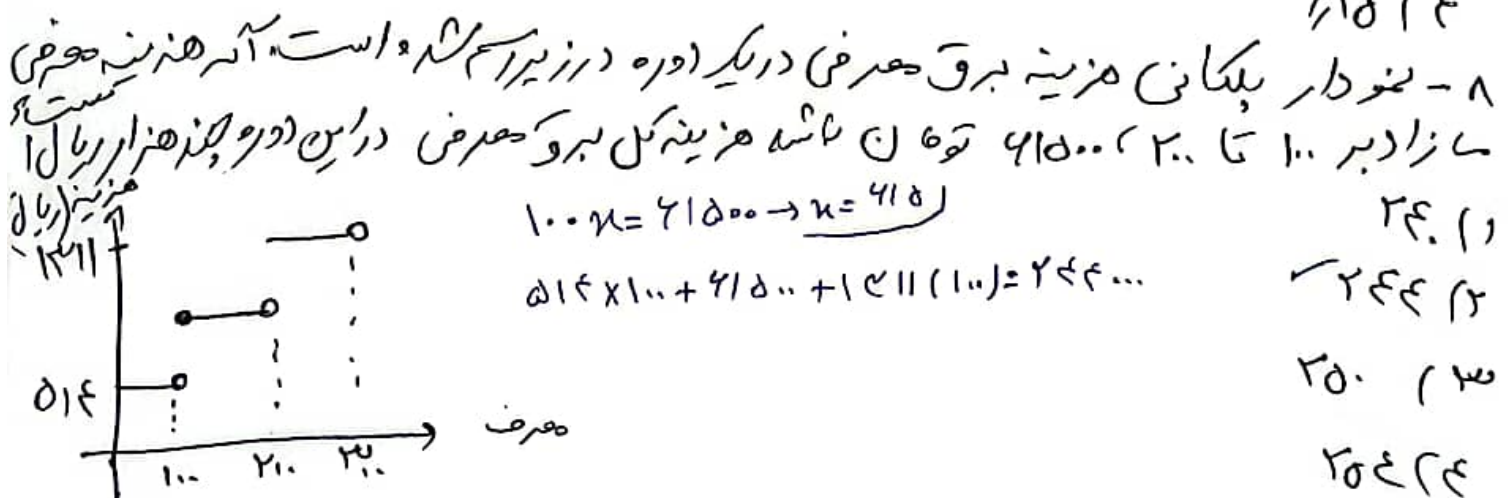
$f(n) = 2n^3 - 3 \rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^3 - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$

$5 - \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{10+5}{2} = \frac{15}{2}$

۵- اگر $f = \{(a+b, a^2-3b), (a^2-2a, 1)\}$ تابع
 هائی باشد مقدار $b-a$ کدام است؟
 $-1 = 1-2a^2 \rightarrow a=1, -1$
 $a^2-3b = 2a+b+1 \xrightarrow{a=1} b = -\frac{1}{4}$
 $a+4b = a^2-2a \xrightarrow{a=1, b=-\frac{1}{4}} \text{مصدق نمی کند}$
 $\frac{5}{4}$ ۱
 $\frac{1}{4}$ ۲
 $-\frac{5}{4}$ ۳
 $-\frac{1}{4}$ ۴

۶- تابع $f: A \rightarrow B$ که در آن B متوی است و f یک به یک است، $f(1) = 1$ و $a \in A \cap B$
 $f(\frac{1}{a}) = \frac{f(1)-1}{f(a)}$ باشد که a عددی صحیح است؟
 $\Rightarrow a = \frac{a}{a} - 1 \rightarrow a = \frac{1}{2}$
 $f(1) \rightarrow f(1)$
 $f(a) \rightarrow f(\frac{1}{a})$
 $f(\frac{1}{a}) \rightarrow f(2)$
 $\checkmark 2 \in A$ ۱
 $2 \notin A$ ۲
 $2 \in A$ ۳
 $2 \notin A$ ۴

۷- مساحت مربع از یک رشت به طول ۱۰۰ یک مستطیل به اضلاع $\frac{a}{r}$ و $2n$ است. n برابر با
 طول یک ضلع آن است. n را به دست آورید.
 $2(2n + \frac{a}{r}) = 100 \rightarrow 2n + \frac{a}{r} = 50$
 $n = \frac{50}{2} = 25$
 50 ۱
 25 ۲
 150 ۳
 250 ۴



9) در یک نمودار حبابی، سه تایی مرتب (c و b و a) مربوط به حبابی به شعاع $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ است. کدام
 مورد در خصوص مختصات این حباب می تواند درست باشد.
 1 (4, 4, 4) ✓
 2 (2, 2, 2)
 3 (4, 4, 4) و (4, 4, 4) و (4, 4, 4)
 4 ($\frac{2}{\sqrt{\pi}}$, $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$, $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$)

$$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^2 = \pi \times \frac{4}{\pi} = 4$$

10- دانش آموزی معادله $n-2=2$ را با استدلال زیر حل کرده است: ایدر این استدلال در کدام
 گام است که $n=4$ به دست می آید؟
 1 یکم
 2 دوم
 3 سیم
 4 چهارم

در تقسیم بر 2 منفرجه تعریف نشده در هر دو

و) $n^2 - 7n + 10 = 2n - 10$

مح $n^2 - 7n + 10 - (2n - 10) = (2n - 10) - (n - 6)$

مجموع $\frac{(n-4)^2}{n-4} = \frac{n-4}{n-4}$

بنابراین $n-4=1$
 پس $n=5$

11- اگر گزاره $(9 \vee p) \Rightarrow q$ نادرست است، کدام گزاره

$\Rightarrow$ $q \Rightarrow 9 \vee p$
 $\Rightarrow$ $9 \vee p \Rightarrow q$
 $\Rightarrow$ $q \Rightarrow 9$
 $\Rightarrow$ $9 \Rightarrow q$

زیر بیان هم ارز است؟
 1 $q \Rightarrow p$
 2 $p \Rightarrow q$
 3 $q \Rightarrow p$
 4 $p \Rightarrow q$

12- دو مجموعه $A = \{3n_1 - 5, 3n_2 - 5, \dots, 3n_k - 5\}$ و $B = \{\frac{n_1+4}{5}, \dots, \frac{n_k+4}{5}\}$ را در نظر بگیرید. اگر میانگین اعضای مجموعه A برابر 13 باشد میانگین اعضای مجموعه B کدام است؟

$\bar{x}_A = \overline{3n - 5} = 3\bar{n} - 5 = 13 \rightarrow 3\bar{n} = 18 \rightarrow \bar{n} = 6$

$\bar{x}_B = \overline{\frac{n+4}{5}} \rightarrow \frac{\bar{n}+4}{5} = \frac{6+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$

13- اگر داده های برابر میانگین را از کل داده ها کنار بگذاریم واریانس داده های باقی مانده کدام است؟

است که $\frac{(n_1 - \bar{n})^2 + \dots + (n_k - \bar{n})^2}{k} = 3$ و $\frac{10}{11} \times 3 = 3$ دارد.

$\frac{A}{3} = 9 \rightarrow A = 27 \rightarrow \sigma^2 = \frac{A}{27} = \frac{27}{27} = 1$

۱۴) داده های ۱ و ۹ و ۳ و ۸ و ۴ و ۷ و ۵ در اعداد میانگین کارمندان یک اداره
بر حسب میلیون تومان است آنقدر خط فقر از دورترین میانه و میانه برابر باشد
کارمند زیر خط فقر قرار دارند

$$\frac{47+9}{9} = 6 = \text{میانه} \quad \text{میانه} = 6$$

$$a \geq 7 \rightarrow \text{میانه} = 7 \rightarrow \frac{47+9}{9} = 7 \rightarrow a = 17$$

$$a < 4 \Rightarrow \text{میانه} = 4 \rightarrow \frac{47+9}{9} = 4 \rightarrow a = 1$$

$$4 < a < 7 \rightarrow \text{میانه} = a \rightarrow \frac{47+9}{9} = a \rightarrow a = 6$$

$$120 \quad 156 \quad 180 \quad 216 \quad 240$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

$$120 + 48 + 12 = 180$$

۱۸- اگر مجموع جمله‌های یازدهم و نوزدهم یک عدد مضرب بر ۱۴ باشد. جمله بیستم این دنباله کدام است؟
 دنباله حقیقی و دنباله عددی است.
 $a_{11} + a_{19} = 144 \rightarrow a_1 + 10d + a_1 + 18d = 144 \rightarrow 2a_1 + 28d = 144$
 $\rightarrow a_1 + 14d = 72 \rightarrow a_{15} = 72$

۱۹- دنباله a_n را با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$ و $a_1 = 9$ شروع می‌کنیم. اگر جمله بیستم این دنباله کدام است؟
 با توجه به دنباله بازگشتی، دنباله هندسی است.

$a_1 = 9$
 $a_2 = 9 \rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{9}{9\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$

$a_2 = 9 \rightarrow a_2 \times \left(-\frac{1}{\sqrt{9}}\right) = 9\sqrt{9} \rightarrow a_1 = 27$
 $a_n = a_1 r^{n-1} = 27 \left(-\frac{1}{\sqrt{9}}\right)^{n-1} = 27 \times \frac{1}{27 \times \sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$

۲۰- در تساوی $\frac{15^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{5}{9}\right)^{-2}}{n \times 5^{\frac{3}{6}} \times 15^{\frac{2}{3}}} = 27 \times 5$ مقدار n کدام است؟

$\frac{15^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{5}{9}\right)^{-2}}{n \times 5^{\frac{3}{6}} \times 15^{\frac{2}{3}}} = 27 \times 5 \rightarrow \frac{15^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{5}{9}\right)^{-2}}{n \times 5^{\frac{3}{6}} \times 15^{\frac{2}{3}}} = 27 \times 5$
 $\frac{15^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{5}{9}\right)^{-2}}{n \times 5^{\frac{3}{6}} \times 15^{\frac{2}{3}}} = 27 \times 5$

$\frac{15^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{5}{9}\right)^{-2}}{n \times 5^{\frac{3}{6}} \times 15^{\frac{2}{3}}} = 27 \times 5 \rightarrow n = 7 \rightarrow n = 7$

حسن جبارزاد

دبیر ریاض - دبیرستان بندهپی

شرق و غربی

۹۴ ۱۱۸۹۶ - ۹۱۱