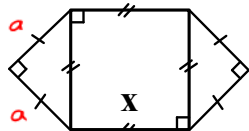


۱- اگر شعاع دایره شکل زیر برابر $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}x$ و مجموع مساحت‌های دو شکل برابر ۱۶ باشد، محیط دایره کدام است؟



$$x = a + a^r$$

$$x^r = 2a^r$$

$$\frac{x^r}{2} = a^r \quad (*)$$

$$S_0 = \pi \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} x \right)^2 = \frac{1}{2} x^2$$

$$S_{\square} = x^2$$

$$S_{\Delta} = \frac{a \times a}{2} = \frac{a^2}{2} \rightarrow S_{\Delta} = \frac{x^r}{4}$$

$$\sqrt{\pi} \quad (1)$$

$$2\sqrt{\pi} \quad (2)$$

$$3\sqrt{\pi} \quad (3)$$

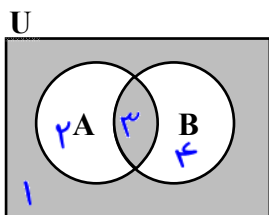
$$4\sqrt{\pi} \quad (4)$$

$$S_{\text{کل}} = S_0 + S_{\square} + 4S_{\Delta} \rightarrow 14 = \frac{1}{2} x^2 + x^2 + \frac{x^r}{2} \rightarrow$$

$$14 = 2x^r \rightarrow x^r = 7 \rightarrow x = 2\sqrt{2} \rightarrow \rho_{\text{دایره}} = 2\pi r$$

$$\rho = 2\pi \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times 2\sqrt{2} = \frac{4\pi}{\sqrt{\pi}} = \boxed{4\sqrt{\pi}}$$

مجموعه سایه زده شده کدام است؟



$$1: P_1, 2, 3 \rightarrow P_1 \times$$

$$2: [P_1, 2, 3] \cap [P_1, 2, 3] = P_1, 2, 3 \times$$

$$3: (P_1, 2, 3 \cup P_1, 2) \cap (P_1, 2, 3 \cup P_1, 2)$$

$$P_1, 2, 3 \cap P_1, 2, 3 = P_1, 2, 3 \checkmark$$

میزب بررسی نیست

۲- مجموعه معکوس دو مضرب متوالی عدد ۵ برابر $\frac{1}{6}$ است. اگر a مجموع آن دو عدد باشد، مجموع ارقام a کدام است؟

$$9 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$x = 5 \rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{2x+5}{x(x+5)} = \frac{1}{4} \rightarrow 12x+20 = x^2+5x \rightarrow$$

$$x^2 - 7x - 20 = 0 \rightarrow (x-10)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=10 \checkmark \rightarrow x=10, 15 \rightarrow a=25 \\ x=-2 \times \end{cases}$$

$$\boxed{2+5=7}$$

۳- اگر تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۳ را نسبت دهد، حاصل $f(\sqrt[3]{4}) - f(\frac{1}{\sqrt[3]{4}})$ کدام است؟

$$7,5 \quad (4)$$

$$2,5 \quad (3)$$

$$-2,5 \quad (2)$$

$$-7,5 \quad (1)$$

$$f(x) = 2x^3 - 3$$

$$f(\sqrt[3]{4}) = 2(\sqrt[3]{4})^3 - 3 = 5$$

$$f(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}) = 2(\frac{1}{\sqrt[3]{4}})^3 - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -2,5$$

$$5 - (-2,5) = \boxed{7,5}$$

۴- اگر رابطه $f = \{(-1, 1-2a^2), (a^2-3b, 2a+b+1), (a+6b, 4b^2-a)\}$ تابع همانی باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 1-2a^2 = -1 \\ 2a^2 = 2 \\ a^2 = 1 \\ a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

$$a^2 - 3b = 2a + b + 1 \quad \boxed{a=1}$$

$$\boxed{b = -\frac{1}{4}}$$

قابل قبول نیست

$$a^2 - 3b = 2a + b + 1 \quad \underline{a=-1}$$

$$\boxed{\frac{1}{4} = b}$$

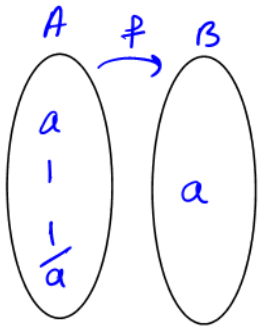
قابل قبول

$$\rightarrow b-a = \frac{3}{4}$$

۶- تابع $f: A \rightarrow B$ که در آن B مجموعه‌ای تک‌عضوی است را در نظر بگیرید. اگر $a \in A \cap B$ و $f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{f(1)}{f(a)} - a$ باشد، کدام مورد قطعاً درست است؟

لطفاً

باشد، کدام مورد قطعاً درست است؟



$$2 \notin A \quad (4)$$

$$3 \notin A \quad (3)$$

$$2 \in A \quad (2)$$

$$3 \in A \quad (1)$$

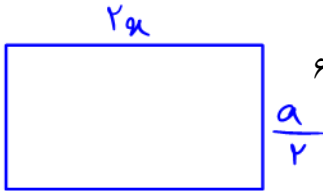
$$f(n) = a$$

$$a = \frac{a}{a} - a$$

مجموعه A می‌تواند اضافه به $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$ باشد. $2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2} \rightarrow A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$
 $\rightarrow$ بستری داشته باشد.

۷- می‌خواهیم از یک رشته سیم به طول ۱۰۰، یک مستطیل به اضلاع $\frac{a}{2}$ و $2x$ بسازیم به‌طوری‌که مساحت آن

ماکسیمم شود. مقدار x کدام است؟



$$6,25 \quad (4)$$

$$12,5 \quad (3)$$

$$25 \quad (2)$$

$$50 \quad (1)$$

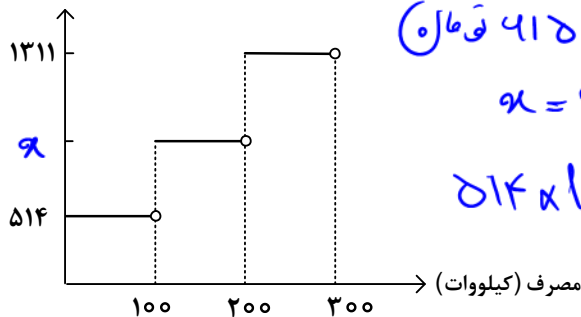
$$2\left(2x + \frac{a}{2}\right) = 100 \rightarrow 2x + \frac{a}{2} = 50 \rightarrow \begin{cases} 2x = 20 \rightarrow x = 10 \\ \frac{a}{2} = 20 \rightarrow a = 40 \end{cases}$$

$$\boxed{a+b=k \rightarrow a=b=\frac{k}{2} \rightarrow a \times b = \text{Max} : \text{نکته}}$$

۸- نمودار پلکانی هزینه برق مصرفی در یک دوره در زیر رسم شده است. اگر هزینه مصرفی مازاد بر ۱۰۰ تا ۲۰۰

(کیلووات ساعت) ۶۱۵۰ تومان باشد، هزینه کل برق مصرفی در این دوره چند هزار ریال است؟

هزینه (ریال)



$$\text{ریال } 4150 = 4150 \text{ تومان}$$

$$x = 415$$

$$514 \times 100 + 415 \times 100 + 1311 \times 100 =$$

$$100(514 + 415 + 1311) = 244000$$

$$240 \quad (1)$$

$$244 \quad (2)$$

$$250 \quad (3)$$

$$254 \quad (4)$$

۹- در یک نمودار حبابی، سه‌تایی مرتب (a, b, c) مربوط به حبابی به شعاع $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ است. کدام مورد درخصوص

مختصات این حباب می‌تواند درست باشد؟

$$(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$$

$$(2, 2, 2) \quad (2)$$

$$(4, 4, 4) \quad (1)$$

$$\bar{v}_1 = \text{محور } x \text{ ها}$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}, \frac{2}{\sqrt{\pi}}, \frac{2}{\sqrt{\pi}}\right) \quad (4)$$

$$(4\sqrt{\pi}, 4\sqrt{\pi}, 4\sqrt{\pi}) \quad (3)$$

$$\bar{v}_2 = \text{محور } y \text{ ها}$$

$$\bar{v}_3 = \text{مساحت دایره}$$

$$\rightarrow \bar{v}_3 = \pi r^2 = 4$$

۱۰- دانش آموزی معادله « $x-2=2$ » را با استدلال زیر حل کرده است. ایراد این استدلال در کدام گام است؟

(۱) یکم $(x-2)(x-5)=2(x-5)$ (اول)

(۲) سوم $x^2-7x+10=2x-10$

(۳) پنجم $(x^2-7x+10)-(x-6)=(2x-10)-(x-6)$ (سوم)

(۴) ششم $x^2-8x+16=x-4$ (چهارم)

(پنجم) $\frac{(x-4)^2}{x-4}=\frac{x-4}{x-4}$

(ششم) $x-4=1$

(هفتم) $x=5$

۱۱- اگر گزاره $r \Rightarrow (q \vee \sim p)$ نادرست باشد، آنگاه کدام گزاره زیر با آن هم‌ارزش است؟

(۴) $p \Rightarrow q$

(۳) $q \Rightarrow p$

(۲) $p \Rightarrow r$

(۱) $r \Rightarrow p$

نکته: $T \Rightarrow F \equiv F$

نکته: $F \vee F \equiv F$

$$\left\{ \begin{array}{l} r \equiv T \\ (q \vee \sim p) \equiv F \rightarrow q \equiv F \\ p \equiv T \end{array} \right.$$

کد: $T \Rightarrow T \equiv T$
کد: $T \Rightarrow \bar{T} \equiv T$
کد: $F \Rightarrow T \equiv T$
کد: $T \Rightarrow F \equiv F$

۱۲- دو مجموعه ۲۰ عضوی $A = \{3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_{20} - 5\}$ و $B = \{\frac{x_1+4}{5}, \frac{x_2+4}{5}, \dots, \frac{x_{20}+4}{5}\}$ را در نظر

بگیرید. اگر میانگین اعضای مجموعه A برابر ۱۳ باشد، میانگین اعضای مجموعه B کدام است؟

(۲) 4
$$3x_1 - 5 = 13 \rightarrow 3x_1 = 18 \rightarrow x_1 = 4$$

$$x_1, x_2, \dots, x_{20}$$

$$B \text{ میانگین اعضای } = \frac{4+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

۱۳- انحراف معیار ۳۰ داده آماری که ۱۰ درصد آنها با میانگین برابر است، ۳ می‌باشد. اگر داده‌های برابر میانگین را از

کل داده‌ها کنار بگذاریم، واریانس داده‌های باقیمانده کدام است؟

(۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲) ۵ (۱) ۳

نکته: مجموع مربعات اعداد داده‌ها = تعداد داده‌ها $\times$ واریانس از میانگین

$$10 = \frac{270}{27} = \text{واریانس جدید}$$

تعداد داده‌های برابر میانگین $30 \times 10\% = 3$ $\rightarrow 270 = 30 \times 3^2 =$ مجموع مربعات اعداد داده از میانگین

۱۴- داده‌های ۸، ۹، ۶، ۳، ۸، ۱، ۴، ۷، ۵، در آمد ماهانه کارمندان یک اداره برحسب میلیون تومان است. اگر مقدار خط

فقر از دو روش میانگین و میانه برابر باشد، چند کارمند زیر خط فقر قرار دارند؟

(۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۴)

$$\bar{x} = \frac{47+a}{9} \rightarrow \text{خط فقر} = \frac{47+a}{18}$$

اولین داده: $\frac{47+a}{18} = \frac{9}{2} \rightarrow a=18$ غیر ممکن

آخرین داده: $\frac{47+a}{18} = \frac{7}{2} \rightarrow a=17$ کد: ۳

غیر ممکن: $\frac{47+a}{18} = \frac{5}{2} \rightarrow 9a = 41+a \rightarrow a=8$

میانه = $\frac{\text{خط فقر}}{2}$

میانگین = $\frac{\text{خط فقر}}{2}$

باقیمانده داده‌ها
در حالت برابر
خط فقر می‌دهد

دارد و غیر

۱۵- با حروف کلمه «آموزشی» چند کلمه ۶ حرفی بدون تکرار حروف می توان نوشت به طوری که هیچ حرف نقطه داری قبل از «آ» ظاهر نشود؟ (بدون توجه به معنی)

$$\begin{array}{cccc} 240 & (4) & 216 & (3) \\ 180 & (2) & 156 & (1) \end{array}$$

$$\frac{1}{1} \times \frac{5}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} = 120, \quad \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} = 12$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} = 48, \quad \text{غیر ممکن}$$

$$120 + 12 + 48 = 180$$

۱۶- هر یک از اعداد دو رقمی را که می توان با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ نوشت، روی کارت هایی می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها، یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم. با کدام احتمال عدد روی کارت مضرب ۴ یا ۶ است؟

$$\begin{array}{cccc} \frac{1}{4} & (4) & \frac{3}{8} & (3) \\ \frac{5}{16} & (2) & \frac{7}{16} & (1) \end{array}$$

عزیزان کارنوشتن کل صواب است.

$$S = \{11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 34, 41, 42, 43, 44\}$$

۱۷- دنباله های $a_n = n^2 - 2$ و a_{n+1} فرد و a_{n+1} زوج

$$a_1 = 1 - 2 = -1$$

$$b_1 = -3 \times -1 = 3$$

$$45 \quad (4)$$

$$40 \quad (3)$$

$$30 \quad (2)$$

$$25 \quad (1)$$

$$\frac{3}{b_1}, \frac{10}{b_2}, \frac{5}{b_3}$$

$$b_2 = 3 \times 3 + 1 = 10 \quad a_2 = 2 \quad \text{زوج}$$

$$b_3 = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \quad a_3 = 7 \quad \text{فرد}$$

$$a_1 = -1$$

$$a_2 = 2$$

$$a_3 = 7$$

$$7 \times 5 + (-1)(10) = 25$$

۱۸- اگر مجموع جملات یازدهم و نوزدهم یک دنباله خطی برابر ۱۴۴ باشد، جمله پانزدهم این دنباله کدام است؟

$$b = \frac{a+c}{2}$$

$$84 \quad (4)$$

$$72 \quad (3)$$

$$52 \quad (2)$$

$$48 \quad (1)$$

$$a_{15} = \frac{a_{11} + a_{19}}{2} = \frac{144}{2} = 72$$

۱۹- دنباله a_n با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = r a_n$ را در نظر بگیرید. اگر جملات دوم و سوم این دنباله به ترتیب $9\sqrt{3}$ و ۹ باشند، جمله هشتم این دنباله کدام است؟

$$r = \frac{9}{9\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{9} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

$$\frac{9}{a_3} \dots \frac{9 \times r^5}{a_8} \rightarrow a_8 = 9 \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 = 9 \times \left(-\frac{1}{9\sqrt{3}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

۲۰- در تساوی $\frac{x^5 \times \sqrt[6]{5^2} \times \sqrt[3]{15^9}}{\sqrt[4]{5^6} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}} = 21^5$ مقدار x کدام است؟

$$\frac{5^5 \times 5^{\frac{2}{3}} \times 15^3}{5^{\frac{3}{2}} \times \frac{3^2}{5^2}} = 5^5 \times 3^5 \rightarrow x = 5 \rightarrow x = \sqrt{5}$$

$$5 \quad (3)$$

$$15 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

bomb-math ۱۴۰۴، ۲، ۱۳