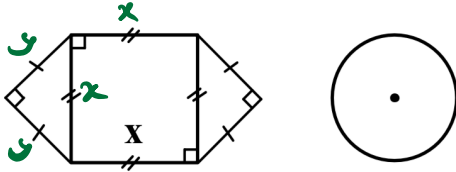


۱- اگر شعاع دایره شکل زیر برابر $\frac{1}{\sqrt{2}\pi}x$ و مجموع مساحت‌های دو شکل برابر ۱۶ باشد، محیط دایره کدام است؟



- (۱) $\sqrt{\pi}$
- (۲) $2\sqrt{\pi}$
- (۳) $3\sqrt{\pi}$
- (۴) $4\sqrt{\pi}$ ✓

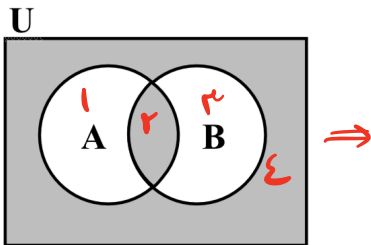
$$S_{\text{مربع}} = \pi r^2 = \pi \left(\frac{1}{\sqrt{2}\pi} x \right)^2 = \pi x \cdot \frac{x^2}{2\pi} = \frac{x^3}{2}$$

$$r + r = x \Rightarrow 2r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2} \Rightarrow y = \frac{x}{2}$$

$$S_{\text{مربع}} + 2S_{\text{دایره}} = x^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times x \times y = x^2 + y^2 = x^2 + \frac{x^2}{4} = \frac{5x^2}{4}$$

$$S_{\text{مجموع}} = 16 \Rightarrow \frac{5x^2}{4} = 16 \Rightarrow x^2 = \frac{64}{5} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{64}{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

$$S_{\text{محیط دایره}} = 2\pi r = 2\pi \times \frac{1}{\sqrt{2}\pi} x = \sqrt{2}x = \sqrt{2} \times \frac{8\sqrt{5}}{5} = \frac{8\sqrt{10}}{5}$$



۱، ۲، ۳، ۴ = ما شور $\Rightarrow$ طبق شکل

۲- با توجه به نمودار ون زیر، مجموعه سایه زده شده کدام است؟

- (۱) $(A \cup B)'$ ✓ $\{1, 4\}$
- (۲) $(A' \cap B)'$ ✗ $\{1, 2, 3\}$
- (۳) $(A \cup B) \cap (A' \cup B)$ ✓ $\{2, 3\}$
- (۴) $(A' \cup B) \cup (A \cap B)$ ✗ $\{1, 2, 3, 4\}$

$$(A \cup B)' = \{1, 4\} \cup \{1, 4\} = \{1, 4\} \rightarrow \cap \rightarrow \{2, 3\}$$

$$(A' \cup B) = \{2, 3\} \cup \{2, 3\} = \{2, 3\}$$

۳- مجموع معکوس دو مضرب متوالی عدد ۵ برابر $\frac{1}{6}$ است. اگر a مجموع آن دو عدد باشد، مجموع ارقام a کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲) ✓

۶ (۱)

$$5, 10 \rightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2+1}{10} = \frac{3}{10} \quad \times$$

$$10, 15 \Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3+2}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \quad \checkmark \Rightarrow a = 10 + 15 = 25 \Rightarrow \text{مجموع ارقام } a \quad \checkmark$$

۴- اگر تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۳ را نسبت دهد، حاصل $f(\sqrt[3]{4}) - f(\frac{1}{\sqrt[3]{4}})$ کدام است؟

۷,۵ (۴) ✓

۲,۵ (۳)

-۲,۵ (۲)

-۷,۵ (۱)

$$f(x) = 2x^3 - 3 \rightarrow \begin{cases} f(\sqrt[3]{4}) = 2(\sqrt[3]{4})^3 - 3 = 2 \times 4 - 3 = 5 \\ f(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}) = 2(\frac{1}{\sqrt[3]{4}})^3 - 3 = 2(\frac{1}{4}) - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow 5 + \frac{5}{2} = 7,5$$

۵- اگر رابطه $f = \{(-1, 1-2a^2), (a^2-3b, 2a+b+1), (a+6b, 4b^2-a)\}$ تابع همانی باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$-\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱) ✓

$$\begin{cases} 1-2a^2 = -1 \Rightarrow 2 = 2a^2 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \\ a^2-3b = 2a+b+1 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \Rightarrow 1-3b = 2+b+1 \Rightarrow -3 = 4b \Rightarrow b = -\frac{3}{4} \\ a=-1 \Rightarrow 1-3b = -2+b+1 \Rightarrow 2 = 4b \Rightarrow b = \frac{1}{2} \end{cases} \\ a+6b = 4b^2-a \Rightarrow \begin{cases} a=1 \Rightarrow 1+6b = 4b^2-1 \Rightarrow 4b^2-6b-2=0 \quad \times \\ a=-1 \Rightarrow -1+6b = 4b^2+1 \Rightarrow 4b^2-6b+2=0 \rightarrow \text{جمع نایزبسنر} \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ b=\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -1, b = \frac{1}{2} \Rightarrow b-a = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

۶- تابع $f: A \rightarrow B$ که در آن B مجموعه‌ای تک‌عضوی است را در نظر بگیرید. اگر $a \in A \cap B$ و $f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{f(1)}{f(a)} - a$ باشد، کدام مورد قطعاً درست است؟
 www.konkur.in
 $f(x) = k$ تابع ثابت

$2 \notin A$ (۴)

$3 \notin A$ (۳)

$2 \in A$ (۲) ✓

$3 \in A$ (۱)

$B \rightarrow$ یک عنصر در B مثلاً $\{k\} \Rightarrow A \cap B = \{k\} = a \Rightarrow a = k$

تابع ثابت $f(x) = k \Rightarrow f\left(\frac{1}{a}\right) = k, f(1) = k, f(a) = k$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{f(1)}{f(a)} - a \Rightarrow k = \frac{k}{k} - a \Rightarrow k = 1 - a \Rightarrow 2k \leq 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{k}$

درودی ماتریس f طبق سوال $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{a} \leftarrow \frac{1}{k} \\ \frac{1}{k} \leftarrow a \end{array} \right\} \leftarrow$ صحیحاً عدد ۲ در A می‌باشد.

۷- می‌خواهیم از یک رشته سیم به طول ۱۰۰، یک مستطیل به اضلاع $\frac{a}{2}$ و $2x$ بسازیم به طوری که مساحت آن

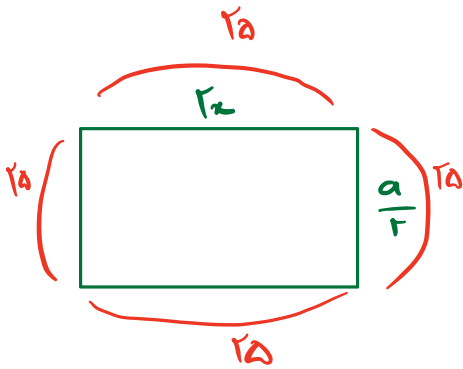
ماکسیمم شود. مقدار x کدام است؟

۶,۲۵ (۴)

۱۲,۵ (۳) ✓

۲۵ (۲)

۵۰ (۱)

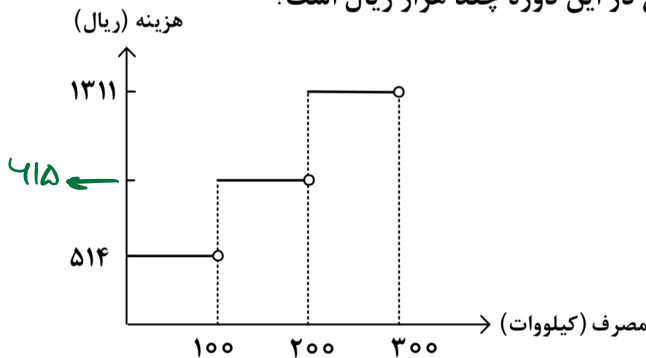


مستطیل زمانی Max شود که مربع شود یعنی طول و عرض با هم برابر باشند

$\Rightarrow$ طول = ۲۵ $\Rightarrow 2x = 25 \rightarrow x = 12,5$
 عرض = ۲۵

۸- نمودار پلکانی هزینه برق مصرفی در یک دوره در زیر رسم شده است. اگر هزینه مصرفی مازاد بر ۱۰۰ تا ۲۰۰

کیلووات (ساعت) ۶۱۵۰ تومان باشد، هزینه کل برق مصرفی در این دوره چند هزار ریال است؟



۲۴۰ (۱)

۲۴۴ (۲) ✓

۲۵۰ (۳)

۲۵۴ (۴)

$\Rightarrow$ مساحت مستطیل با هم جمع شود $100 \times 514 + 100 \times 615 + 100 \times 1311 = 51,400 + 61,500 + 131,100 = \frac{244,000}{1000} = 244$

۹- در یک نمودار حبابی، سه تایی مرتب (a, b, c) مربوط به حبابی به شعاع $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ است. کدام مورد درخصوص

مختصات این حباب می تواند درست باشد؟

(۲, ۲, ۲) (۲)

(۴, ۴, ۴) (۱) ✓

($\frac{2}{\sqrt{\pi}}, \frac{2}{\sqrt{\pi}}, \frac{2}{\sqrt{\pi}}$) (۴)

($4\sqrt{\pi}, 4\sqrt{\pi}, 4\sqrt{\pi}$) (۳)

در نمودار حبابی مولفه سوم برابر مساحت حباب است متنهای زیر را که مولفه سومش برابر مساحت حباب است نیز دارند.

$$\pi r^2 = \pi \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^2 = \pi \times \frac{4}{\pi} = 4$$

۱۰- دانش آموزی معادله « $x-2=2$ » را با استدلال زیر حل کرده است. ایراد این استدلال در کدام گام است؟

اول (۱) $(x-2)(x-5)=2(x-5)$ یکم

دوم (۲) $x^2-7x+10=2x-10$ سوم

سوم (۳) $(x^2-7x+10)-(x-6)=(2x-10)-(x-6)$ پنجم ✓

چهارم (۴) $x^2-8x+16=x-4$ ششم

پنجم $\frac{(x-4)^2}{x-4} = \frac{x-4}{x-4}$

ششم $x-4=1$

هفتم $x=5$

مجاز نیستیم طرفین تساوی را بر عبارت که منفی است تقسیم کنیم. $x-2=2 \Rightarrow x-4=0 \Rightarrow x-2=2$

۱۱- اگر گزاره $r \Rightarrow (q \vee \sim p)$ نادرست باشد، آنگاه کدام گزاره زیر با آن هم ارزش است؟

$p \Rightarrow q$ (۴) ✓

$q \Rightarrow p$ (۳)

$\sim p \Rightarrow \sim r$ (۲)

$\sim r \Rightarrow \sim p$ (۱)

$r \Rightarrow (q \vee \sim p)$ این گزاره زمانی نادرست است که r درست و $(q \vee \sim p)$ نادرست باشد $\Rightarrow r = >$

$(q \vee \sim p) \Rightarrow r$ گزاره فصحی زمانی نادرست است که هر عبارت q نادرست باشد $\Rightarrow \begin{matrix} q = ن \\ \sim p = ن \end{matrix} \Rightarrow p \Rightarrow >$

۱۲- دو مجموعه ۲۰ عضوی $A = \{3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_{20} - 5\}$ و $B = \{\frac{x_1 + 4}{5}, \frac{x_2 + 4}{5}, \dots, \frac{x_{20} + 4}{5}\}$ را در نظر

بگیرید. اگر میانگین اعضای مجموعه A برابر ۱۳ باشد، میانگین اعضای مجموعه B کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱) ✓

$$A = \{3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_{20} - 5\} \Rightarrow \text{جمع عضوهای } A = 3x_1 + 3x_2 + \dots + 3x_{20} + (-5 - 5 - \dots - 5)$$

$$= 3(x_1 + x_2 + \dots + x_{20}) - 100$$

$$\text{میانگین عضوهای } A = \frac{\text{جمع عضوهای } A}{20} = 13 \Rightarrow \frac{3(x_1 + x_2 + \dots + x_{20}) - 100}{20} = 13$$

$$\text{طرفین را در ۳ ضرب کنیم} \Rightarrow 3(x_1 + x_2 + \dots + x_{20}) - 100 = 240 \Rightarrow 3(x_1 + x_2 + \dots + x_{20}) = 340 \rightarrow \div 3$$

$$\rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{20} = 113 \frac{1}{3}$$

$$\text{جمع عضوهای } B = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_{20}) + (2 + 2 + \dots + 2)}{5} = \frac{113 \frac{1}{3} + 40}{5} = \frac{153 \frac{1}{3}}{5} = 30 \frac{2}{3}$$

$$\text{میانگین عضوهای } B = \frac{\text{جمع عضوهای } B}{20} = \frac{30 \frac{2}{3}}{20} = 1 \frac{1}{3}$$

۱۳- انحراف معیار ۳۰ داده آماری که ۱۰ درصد آنها با میانگین برابر است، ۳ می باشد. اگر داده های برابر میانگین را از

کل داده ها کنار بگذاریم، واریانس داده های باقیمانده کدام است؟

۱۰ (۴) ✓

۹ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

$$3 \text{ داده با میانگین برابرند} \Rightarrow 3 \times 3 = 9$$

$$6 = 3 \Rightarrow 6^2 = 9$$

$$6^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 9 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2}{20}$$

$$\text{طرفین را در ۲۰ ضرب کنیم} \Rightarrow 180 = (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2$$

$$\Rightarrow 180 = (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{17} - \bar{x})^2$$

$$6^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{17} - \bar{x})^2}{20 - 3} = \frac{180}{17} = 10 \frac{10}{17}$$

۱۴- داده‌های ۸، ۹، ۶، ۳، ۸، ۱، ۴، ۷، a، در آمد ماهانه کارمندان یک اداره بر حسب میلیون تومان است. اگر مقدار خط

فقر از دو روش میانگین و میانه برابر باشد، چند کارمند زیر خط فقر قرار دارند؟

۱ (۴)

۲ (۳) ✓

۳ (۲)

۴ (۱)

میانه $\bar{x} \Rightarrow$ خط فقر بارش میانگین میانه برابر است

$$\bar{x} = \frac{a + 7 + 4 + 1 + 8 + 4 + 7 + 9 + 8}{9} = \frac{47 + a}{9}$$

$$1 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad 7 \quad 8 \quad 8 \quad 9 \quad a \Rightarrow \text{میانه} = 7$$

$$\text{داره ۸ بار ۳ کمترین} \Rightarrow \frac{7}{7} = 1.5 \Rightarrow 7^3 = 47 + a \rightarrow a = 17 \Rightarrow \text{میانه} = 7$$

۱۵- با حروف کلمه «آموزشی» چند کلمه ۶ حرفی بدون تکرار حروف می توان نوشت به طوری که هیچ حرف نقطه داری

قبل از «آ» ظاهر نشود؟ (بدون توجه به معنی)

۲۴۰ (۴)

۲۱۶ (۳)

۱۸۰ (۲) ✓

۱۵۶ (۱)

$$\begin{aligned} & 120 = 5! \leftarrow \overbrace{\quad \quad \quad \quad \quad}^{5!} \quad \frac{1}{1} \\ & 48 = 3 \times 4! \leftarrow \overbrace{\quad \quad \quad \quad}^{4!} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \text{یا} \quad \frac{2}{3} \\ & 12 = 2 \times 3! \leftarrow \overbrace{\quad \quad \quad}^{3!} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \text{یا} \quad \frac{2}{3} \end{aligned}$$

۱۶- هر یک از اعداد دو رقمی را که می توان با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ نوشت، روی کارت هایی می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها، یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم. با کدام احتمال عدد روی کارت مضرب ۴ یا ۶ است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

$$\frac{5}{16} \quad (2) \checkmark$$

$$\frac{7}{16} \quad (1)$$

$$\text{کل عدد حاصل از آرتی با ۱۲، ۲۴، ۳۶، ۴۸} = \frac{4}{4} \times \frac{4}{4} = 12$$

$$\begin{array}{cc} 11 & 12 \\ 21 & 22 \\ 31 & 32 \\ 41 & 42 \end{array} \Rightarrow \{12, 24, 32, 44\} \Rightarrow \frac{5}{16}$$

۱۷- دنباله های $a_n = n^2 - 2$ و a_{n+1} فرد و $b_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}b_n & \text{اگر } a_n \text{ زوج باشد} \\ 3b_n + 1 & \text{اگر } a_n \text{ فرد باشد} \end{cases}$ را در نظر بگیرید. اگر $b_1 = -3a_1$ باشد، حاصل

$$45 \quad (4)$$

$$40 \quad (3)$$

$$30 \quad (2)$$

$$25 \quad (1) \checkmark$$

$$a_1 = (1)^2 - 2 = -1$$

$$b_1 = -3a_1 = -3(-1) = 3$$

$$a_2 = (2)^2 - 2 = 2$$

$$\Rightarrow a_2 \times b_2 + a_1 \times b_1 = 2 \times 10 + (-1) \times 3 = 20 - 3 = 17$$

$$b_2 \Rightarrow n=1 \Rightarrow a_{n+1} = a_2 = 2^2 - 2 = 2 \Rightarrow 3b_1 + 1 = 3 \times 3 + 1 = 10$$

$$b_3 \Rightarrow n=2 \Rightarrow a_{n+1} = a_3 = 3^2 - 2 = 7 \Rightarrow \frac{1}{2}(b_2) = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

۱۸- اگر مجموع جملات یازدهم و نوزدهم یک دنباله خطی برابر ۱۴۴ باشد، جمله پانزدهم این دنباله کدام است؟

$$84 \quad (4)$$

$$72 \quad (3) \checkmark$$

$$52 \quad (2)$$

$$48 \quad (1)$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$\Rightarrow a_{11} + a_{19} = 2a_1 + 18d = 144 \Rightarrow \div 2 \Rightarrow a_1 + 9d = 72$$

$$a_{19} = a_1 + 18d$$

۱۹- دنباله a_n با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = r a_n$ را در نظر بگیرید. اگر جمله دوم و سوم این دنباله به ترتیب 9 و $-9\sqrt{3}$ باشند، جمله هشتم این دنباله کدام است؟

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) ✓

$-\frac{\sqrt{3}}{9}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

-1 (۱)

$$a_{n+1} = r a_n \Rightarrow \text{دنباله هندسی} \Rightarrow \begin{cases} a_r = a_1 r = -9\sqrt{3} \\ a_r = a_1 r^r = 9 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_r}{a_r} = r = \frac{9}{-9\sqrt{3}} = \boxed{-\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$a_8 = a_r \times r^7 = 9 \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^7 = 9 \times \frac{-1}{\sqrt{3}} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

۲۰- در تساوی $\frac{x^5 \times \sqrt[6]{5^3} \times \sqrt[3]{15^9}}{\sqrt[4]{5^6} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}} = 21^5$ مقدار x کدام است؟

۲۱ (۴)

۵ (۳)

۱۵ (۲)

۷ (۱) ✓

$$\frac{x^5 \times 5^{\frac{3}{2}} \times 15^{\frac{3}{1}}}{5^{\frac{6}{4}} \times \left(\frac{5}{3}\right)^2} = 21^5$$

$$\frac{x^5 \times \cancel{5^{\frac{3}{2}}} \times \cancel{3^1} \times \cancel{5^1}}{\cancel{5^{\frac{3}{2}}} \times \cancel{5^1}} = \cancel{3^1} \times 5^5 \Rightarrow x^5 = 5^5 \Rightarrow \boxed{x=5}$$