

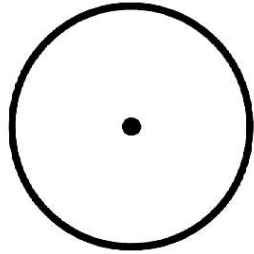
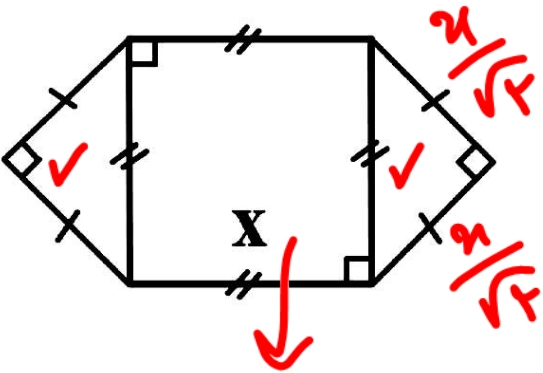
« حل و تحلیل سوالات ریاضی »

« کنکور انسانی ۱۴۰۴ »

« نوبت اول اردیبهشت ۱۴۰۴ »

استاد مصطفی احمدوند

۱- اگر شعاع دایره شکل زیر برابر $\frac{1}{\sqrt{2}\pi}x$ و مجموع مساحت‌های دو شکل برابر ۱۶ باشد، محیط دایره کدام است؟



(۱) $\sqrt{\pi}$

(۲) $2\sqrt{\pi}$

(۳) $3\sqrt{\pi}$

(۴) $4\sqrt{\pi}$

$$x^2 + \frac{x^2}{2} + \pi \left(\frac{1}{2\pi} x^2 \right) = 16$$

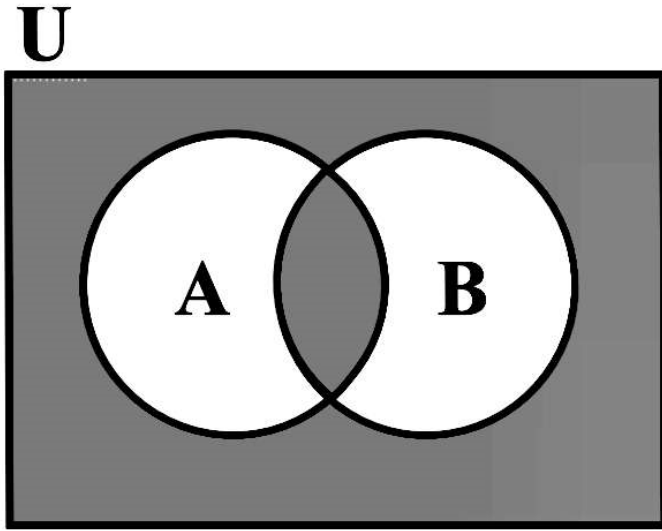
$$2x^2 = 16$$

$$x^2 = 8$$

$$x = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{شعاع} &= 2\pi R \\ &= 2\pi \left(\frac{1}{\sqrt{2} \times \sqrt{\pi}} \right) (2\sqrt{2}) \\ &= 4\sqrt{\pi} \end{aligned}$$

۲- با توجه به نمودار و زیر، مجموعه سایه زده شده کدام است؟ www.konkur.in



$(A \cup B)'$ (۱)

$(A \cup B)$ (۲) $(A' \cap B')$ (۲)

$(A \cup B') \cap (A' \cup B)$ (۳)

$(A' \cup B') \cup (A \cap B)$ (۴)

$(A \cap B)' \cup (A \cap B) = U$

۳- مجموع معکوس دو مضرب متوالی عدد ۵ برابر $\frac{1}{6}$ است. اگر a مجموع آن دو عدد باشد، مجموع ارقام a کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+5} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{n+5+n}{n(n+5)} = \frac{1}{6}$$

$$12n + 30 = n^2 + 5n$$

$$n^2 - 7n - 30 = 0$$

$$(n-10)(n+3) = 0 \rightarrow n=10$$

۱۰, ۱۵
→ ۲۵

۴- اگر تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۳ را نسبت دهد، حاصل $f(\sqrt[3]{4}) - f(\frac{1}{\sqrt[3]{4}})$ کدام است؟

$$(1) -7,5$$

$$(2) -2,5$$

$$(3) 2,5$$

$$(4) 7,5$$

$$f(n) = 2n^3 - 3$$

$$f(\sqrt[3]{4}) = 2(4) - 3 = 5$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right) = 2\left(\frac{1}{4}\right) - 3 = -\frac{5}{2}$$

$$5 - \left(-\frac{5}{2}\right) = 7,5$$

۵- اگر رابطه $f = \{ (-1, 1-2a^2), (a^2-3b, 2a+b+1), (a+6b, 4b^2-a) \}$ تابع همانی باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$1-2a^2 = -1$$

$$2a^2 = 2$$

$$a^2 = 1$$

$$a = \pm 1$$

$$a = 1$$

$$1-3b = 2+b+1 \rightarrow b = -\frac{1}{4}$$

$$a = -1$$

$$1-3b = -2+b+1 \rightarrow b = \frac{1}{4} \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{4} - (-1) = \frac{5}{4}$$

۶- تابع $f: A \rightarrow B$ که در آن مجموعه‌ای تک‌عضوی است را در نظر بگیرید. اگر $a \in A \cap B$ و $f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{f(1)}{f(a)} - a$

باشد، کدام مورد قطعاً درست است؟

(۴) $2 \notin A$

(۳) $3 \notin A$

(۲) $2 \in A$

(۱) $3 \in A$

$B = \{a\} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

$a = \frac{a}{a} - a$

$a = 1 - a$

$2a = 1$

$a = \frac{1}{2}$

$\rightarrow f\left(\frac{1}{a}\right) = f\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right) = f(2)$

۷- می‌خواهیم از یک رشته سیم به طول ۱۰۰، یک مستطیل به اضلاع $\frac{a}{2}$ و $2x$ بسازیم به طوری که مساحت آن

ماکسیمم شود. مقدار x کدام است؟

۲۵ (۲)

۵۰ (۱)

۶,۲۵ (۴)

۱۲,۵ (۳)

$$2\left(2x + \frac{a}{2}\right) = 100$$

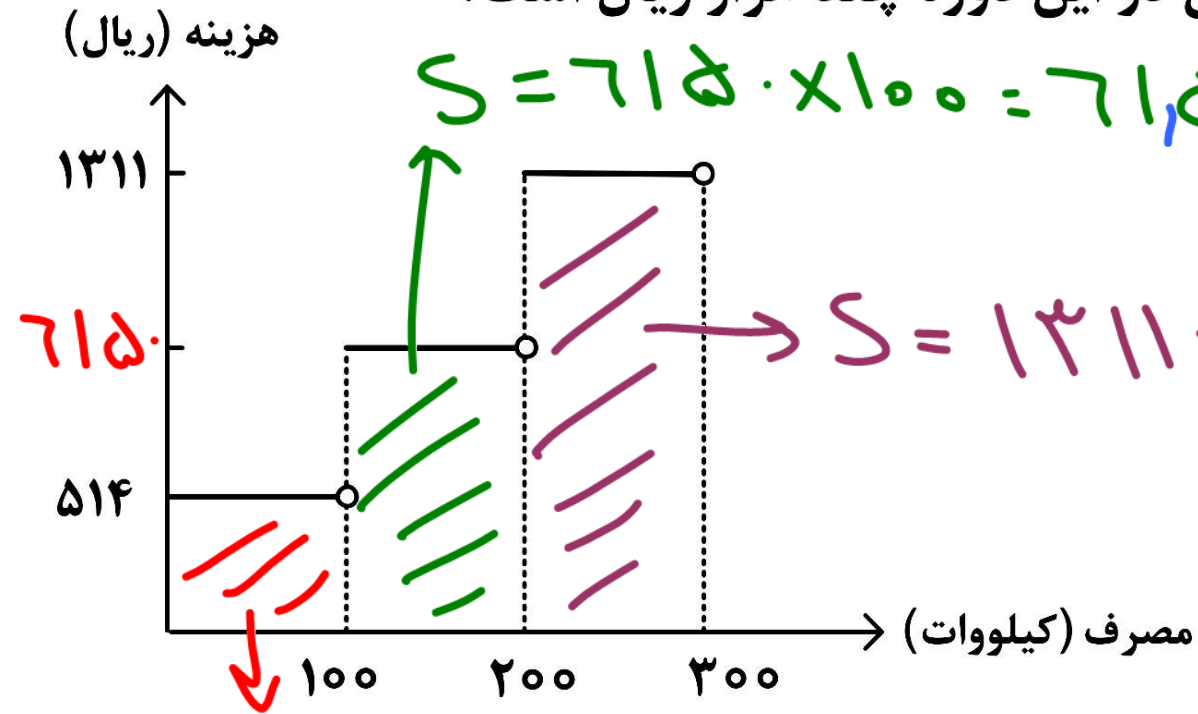
$$\underline{\Sigma x} + \underline{a} = 100$$

$$\Sigma x = 50$$

$$a = 50$$

$$x = 12,5$$

۸- نمودار پلکانی هزینه برق مصرفی در یک دوره در زیر رسم شده است. اگر هزینه مصرفی مازاد بر ۱۰۰ تا ۲۰۰ (کیلووات ساعت) ۶۱۵۰ تومان باشد، هزینه کل برق مصرفی در این دوره چند هزار ریال است؟



$$S = 715 \times 100 = 71,500$$

$$S = 1311 \times 100 = 13,110$$

$$S = 514 \times 100 = 51,400$$

$$\text{جمع کل} = 244,000$$

(۱) ۲۴۰

(۲) ۲۴۴

(۳) ۲۵۰

(۴) ۲۵۴

۹- در یک نمودار حبابی، سه تایی مرتب (a, b, c) مربوط به حبابی به شعاع $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ است. کدام مورد درخصوص

مختصات این حباب می تواند درست باشد؟

(۱) (۴, ۴, ۴)

(۲) (۲, ۲, ۲)

(۳) ($4\sqrt{\pi}$, $4\sqrt{\pi}$, $4\sqrt{\pi}$)

(۴) ($\frac{2}{\sqrt{\pi}}$, $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$, $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$)

$$S = \pi R^2 = \pi \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \right)^2 = \pi \times \frac{4}{\pi} = 4$$

۱۰- دانش آموزی معادله « $x - 2 = 2$ » را با استدلال زیر حل کرده است. ایراد این استدلال در کدام گام است؟

(۱) یکم

(۲) سوم

(۳) پنجم

(۴) ششم

اول $(x - 2)(x - 5) = 2(x - 5)$

دوم $x^2 - 7x + 10 = 2x - 10$

سوم $(x^2 - 7x + 10) - (x - 6) = (2x - 10) - (x - 6)$

چهارم $x^2 - 8x + 16 = x - 4$

پنجم $\frac{(x - 4)^2}{x - 4} = \frac{x - 4}{x - 4}$

ششم $x - 4 = 1$

هفتم $x = 5$

تفصیل

۱۱- اگر گزاره $r \Rightarrow (q \vee \sim p)$ نادرست باشد، آنگاه کدام گزاره زیر با آن هم‌ارزش است؟

$$\overset{T}{p} \Rightarrow \overset{F}{q} \quad (۴)$$

$$\overset{F}{q} \Rightarrow p \quad (۳)$$

$$\overset{T}{p} \Rightarrow \overset{T}{r} \quad (۲)$$

$$\overset{T}{r} \Rightarrow \overset{T}{p} \quad (۱)$$

F

$p \equiv T$

T

۱۲- دو مجموعه ۲۰ عضوی $A = \{3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_{20} - 5\}$ و $B = \{\frac{x_1 + 4}{5}, \frac{x_2 + 4}{5}, \dots, \frac{x_{20} + 4}{5}\}$ را در نظر

بگیرید. اگر میانگین اعضای مجموعه A برابر ۱۳ باشد، میانگین اعضای مجموعه B کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$\bar{x}_B = \frac{7 + 4}{5} = 2$$

$$3\bar{x} - 5 = 13$$

$$3\bar{x} = 18$$

$$\bar{x} = 6$$

۱۳- انحراف معیار ۳۰ داده آماری که ۱۰ درصد آنها با میانگین برابر است، ۳ می باشد. اگر داده های برابر میانگین را از کل داده ها کنار بگذاریم، واریانس داده های باقیمانده کدام است؟

۹ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

۱۰ (۴)

$$6 = 3$$

$$6^2 = 9$$

$$6^2 = \frac{1^2}{3} = 9$$

$$6^2 = \frac{\text{جمع (میانگین داده)}^2}{27}$$

$$= \frac{270}{27} = 10$$

۱۴- داده‌های ۸، ۹، ۶، ۳، ۸، ۱، ۴، ۷، ۸، در آمد ماهانه کارمندان یک اداره بر حسب میلیون تومان است. اگر مقدار خط فقر از دو روش میانگین و میانه برابر باشد، چند کارمند زیر خط فقر قرار دارند؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱، ۳، ۴، ۶، ۷، ۸، ۸، ۹

$$a \leq 6 \rightarrow \frac{\sum 7 + a}{9} = 7 \rightarrow \boxed{a = 1} \times$$

$$a \geq 7 \rightarrow \frac{\sum 7 + a}{9} = 7 \rightarrow a = 17 \checkmark$$

$$7 < a < 7$$

۱۵- با حروف کلمه «آموزشی» چند کلمه ۶ حرفی بدون تکرار حروف می توان نوشت به طوری که هیچ حرف نقطه داری قبل از «آ» ظاهر نشود؟ (بدون توجه به معنی)

۲۴۰ (۴)

۲۱۶ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۵۶ (۱)

$$\overline{\text{آ}} \times \text{—} \times \text{—} \times \text{—} \times \text{—} \times \text{—} = 5! = 120$$

$$\overline{\text{آ}} \times \overline{\text{آ}} \times \text{—} \times \text{—} \times \text{—} \times \text{—} = 2 \times 5! = 240$$

$$\overline{\text{آ}} \times \text{—} \times \overline{\text{آ}} \times \text{—} \times \text{—} \times \text{—} = 2 \times 3! = 12$$

$$\hline + 180$$

۱۶- هر یک از اعداد دو رقمی را که می توان با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ نوشت، روی کارت هایی می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها، یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم. با کدام احتمال عدد روی کارت مضرب ۴ یا ۶ است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{16} \quad (۱)$$

۴۳، ۴۴، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۴۱، ۴۲

$$P(A) = \frac{5}{16}$$

۱۷- دنباله‌های $a_n = n^2 - 2$ و a_{n+1} فرد و زوج a_{n+1} کدام است؟
 $b_{n+1} = \begin{cases} -b_n \\ 3b_n + 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. اگر $b_1 = -3a_1$ باشد، حاصل

(۴) ۴۵

$$a_1 = -1$$

$$a_2 = 2$$

$$a_3 = 7$$

(۳) ۴۰

$$b_1 = 3$$

$$b_2 = 3b_1 + 1 = 10$$

$$b_3 = \frac{1}{2}b_2 = 5$$

(۲) ۳۰

کدام است؟ $a_3 \times b_3 + a_1 \times b_2$

(۱) ۲۵

$$35 + (-10) = 25$$

۱۸- اگر مجموع جملات یازدهم و نوزدهم یک دنباله خطی برابر ۱۴۴ باشد، جمله پانزدهم این دنباله کدام است؟

۸۴ (۴)

۷۲ (۳)

۵۲ (۲)

۴۸ (۱)

$$a_{11} + a_{19} = 144$$

$$a_1 + 10d + a_1 + 18d = 144$$

$$\div 2 \rightarrow a_1 + 14d = 72$$

$$a_{15} = 72$$

۱۹- دنباله a_n با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = r a_n$ را در نظر بگیرید. اگر جملات دوم و سوم این دنباله به ترتیب $-9\sqrt{3}$ و 9 باشند، جمله هشتم این دنباله کدام است؟

$$\begin{aligned} & (1) -1 \\ & (2) -\frac{1}{3} \\ & (3) \frac{-\sqrt{3}}{9} \\ & (4) \frac{-\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

$-\frac{\sqrt{3}}{3}, 9, -\frac{9}{\sqrt{3}}, +\frac{9}{\sqrt{3}}, -\frac{3}{\sqrt{3}}, +\frac{3}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, +\frac{\sqrt{3}}{3}$
 $= -\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۰- در تساوی $\frac{x^5 \times \sqrt[6]{5^3} \times \sqrt[3]{15^9}}{\sqrt[4]{5^6} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}} = 21^5$ ، مقدار x کدام است؟

$$\begin{array}{cccc} & & & \boxed{7(1)} \\ & & 15(2) & \\ & 5(3) & & \\ 21(4) & & & \end{array}$$

$$\frac{21^5 \times \underline{5^{\frac{1}{2}}} \times 3^2 \times \underline{5^2}}{\underline{5^{\frac{3}{2}}} \times 3^{-2} \times \underline{5^2}} = 21^5 \times 3^5 = (21^5) = (21)^5$$

$$\underline{21} \times 3^2 \times \underline{5} = 21^5$$

$$21 = 21$$

$$\boxed{x=7}$$