

ساعات آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۳:۳۰ عصر
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
سوالات آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۱ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزشی و پرورش			
ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد)		
	نمره		

۱	عبارت درست یا نادرست را مشخص کنید. الف) اگر A ماتریس اسکالر و B ماتریس مربعی هم مرتبه A باشد، آنگاه $(A - B)^T = A^T + B^T - 2BA$. ب) به ازای یک مقدار m، دستگاه شامل دو خط $-2x + y = 3$، $(m - 1)x - 2y = m$ بی شمار جواب دارد. جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. پ) اگر $A_{3 \times 3}$ و $B = 3I$ دو ماتریس هم مرتبه و وارون پذیر باشند، حاصل دترمینان ماتریس ABA^{-1} برابر است. گزینه درست را مشخص کنید. ت) اگر $A = \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & -\sin 15^\circ \\ \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \end{bmatrix}$، حاصل A کدام است؟ ۱(۴) ۲(۳) ۴(۲) ۸(۱)	۱/۵
۲	ماتریس $A = \begin{bmatrix} A & 2 A \\ 2 & A \end{bmatrix}$ وارون پذیر است. حاصل $A - 5A^{-1}$ را به دست آورید.	۱/۵
۳	دو ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$، با درایه های به فرم $a_{ij} = \begin{cases} 1-i & ; i-j \leq 1 \\ 2 & ; i-j > 1 \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. الف) ماتریس A را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) حاصل $(B - I)(B + I)$ را بیابید.	۱/۵
۴	دو برابر مقدار هر درایه سطر اول ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 4 & 0 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ را به درایه نظیر سطر دوم اضافه می کنیم تا ماتریس B به دست آید. با استفاده از محاسبه دترمینان روی سطر دوم ماتریس A و B ثابت کنید $A = B$.	۱/۵
۵	الف) صفحه P یک سطح مخروطی را قطع می کند و از راس سطح مخروطی نمی گذرد. در این حالت، سطح مقطع صفحه P با سطح مخروطی یک دایره، بیضی، سهمی یا هذلولی است. (درست - نادرست) ب) معادله مکان هندسی مرکز دایره های به شعاع ۱ را بیابید که بر دایره به معادله زیر مماس باشند: $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 4$	۱/۲۵
۶	خط $5x + 12y = 14$ دایره $x^2 + y^2 - 2x - 8y = 8$ را در نقاط A و B قطع می کند. فاصله نقطه A تا نقطه B را حساب کنید.	۱/۲۵
	صفحه ۱ از ۲	

ساعات شروع: ۱۳:۳۰ عصر	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	سوالات آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۱۴	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزشی و پرورش	سوالات آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۱		
ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد)		
نمره			

۷	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(-2, 3)$ باشد و با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ مماس بیرونی باشد.	۱/۵
۸	طول قطرهای بزرگ و کوچک یک بیضی به ترتیب $2a$ و $2b$ است. قطر یک دایره منطبق بر قطر بزرگ بیضی است. از کانون F بیضی، عمودی بر محور کانونی رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. ثابت کنید MF با نصف قطر کوچک بیضی برابر است.	۱/۲۵
۹	در بیضی با قطرهای به طول ۱۰ و ۶، عمودهای CF و DF' را بر محور کانونی رسم می‌کنیم. اگر خط d در نقطه C بر بیضی مماس باشد، مساحت چهارضلعی $DCFF'$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۰	آینه‌ای به شکل سهمی با معادله $x^2 - 2x + 8y + 9 = 0$ را در نظر بگیرید. الف) معادله خط هادی و مختصات کانون را به دست آورید. ب) اگر پرتوی روی خط $x = 3$ در داخل سهمی، به سهمی بتابد، معادله پرتو بازتابش را بنویسید.	۱/۵
۱۱	عبارت درست یا نادرست را مشخص کنید. الف) دو بردار مخالف صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند، اگر و تنها اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$. ب) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ منفرجه است. تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ ، برداری غیر هم جهت با بردار $\vec{b}$ است. جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. پ) بردار نیمساز دو بردار واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ ، بردار است.	۰/۷۵
۱۲	اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک راستا باشند، ثابت کنید تصویر بردار $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ برابر خود $\vec{a}$ است.	۱
۱۳	بردار $\vec{b}$ به طول واحد بیابید که بر دو بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ عمود باشد.	۱/۲۵
۱۴	اگر بردارهای $\vec{a} = (1, -4, m+1)$ و $\vec{b} = (4, 5, 3-m)$ دو ضلع یک لوزی باشند، مساحت لوزی را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	بردارهای $\vec{a} = (0, -1, 2)$ ، $\vec{b} = (1, -2, 0)$ ، $\vec{c} = (-1, 0, -3)$ در فضا یک متوازی السطوح بنا می‌کنند. دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک وجه به نام P از متوازی السطوح قرار دارند. اندازه ارتفاع وارد بر وجه P را به دست آورید.	۱/۵
۲۰	موفق و سربلند باشید	جمع نمره
	صفحه ۲ از ۲	

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۳:۳۰ عصر	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۲/۱۴		
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزشی و پرورش		
ردیف	راهنمای تصحیح		
	نمره		

۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) $ABA^{-1} = A B \frac{1}{ A } = B = 3^3 I = 27$ (۰/۵) ت) گزینه ۲ $A = \frac{1}{2} \xrightarrow{(۰/۵)} 32 A A = 32(\frac{1}{2})^2(\frac{1}{2}) = 4$ (۰/۵)	۱/۵
۲	$A = A ^2 - 4 A \xrightarrow{(۰/۲۵)} A = 0, A = 5$ (۰/۲۵) ماتریس A وارون پذیر است بنابراین $A \neq 0$ و $A = 5$ است. (۰/۲۵) $A - 5A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - 5\left(\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 5 & -10 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 20 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۳	الف) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$ (۰/۵) ب) $(B - I)(B + I) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 3 & -15 \\ 0 & -2 & -6 \\ 13 & -6 & 6 \end{bmatrix}$ (۰/۵)	۱/۵
۴	$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 8 & 6 & -7 \\ 5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $A = (-1)^{2+1} (4) \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+2} (0) \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3} (-1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = -29$ (۰/۷۵) $B = (-1)^{2+1} (8) \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+2} (6) \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3} (-7) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = -29$ (۰/۵)	۱/۵
	صفحه ۱ از ۴	

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳		رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۳:۳۰ عصر	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۲/۱۴		
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزشی و پرورش		
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۵	الف) درست (۰/۲۵) ب) مکان هندسی حاصل دو معادله دایره است با مرکز $(-۱, ۲)$ و شعاع های ۴ و ۲. (۰/۵) معادلات آنها برابر است با $(x-۲)^2 + (y+۱)^2 = ۱۶$ و $(x-۲)^2 + (y+۱)^2 = ۴$ (۰/۵)			۱/۲۵
۶	مرکز دایره $(۱, ۴)$ و شعاع ۵ است (۰/۲۵) فاصله مرکز دایره تا خط برابر است با : $OH = \frac{ ۵(۱) + ۱۲(۴) - ۱۴ }{\sqrt{۵^2 + (۱۲)^2}} = \frac{۳۹}{۱۳} = ۳ \text{ (۰/۵)}$ قطر عمود بر وتر، وتر را نصف می کند. اگر محل برخورد قطر و وتر AB را H بنامیم، بنا به رابطه فیثاغورس در مثلث داریم: $(۰/۵) AH^2 + OH^2 = OA^2 \longrightarrow AH = ۴, AB = ۲AH = ۸$			۱/۲۵
۷	شعاع و مرکز دایره $x^2 + y^2 - ۲x + ۲y + ۱ = ۰$ عبارتند از $r' = ۱$, $o'(۱, -۱)$ (۰/۵) و $oo' = ۵$ (۰/۲۵) دو دایره مماس خارج هستند و $r = ۴$ $oo' = r + r' \longrightarrow$ (۰/۵) بنابراین معادله حاصل برابر است با : $(۰/۲۵) (x+۲)^2 + (y-۳)^2 = ۱۶$			۱/۵
۸	دایره و بیضی هم مرکز هستند و قطر بزرگ بیضی با قطر دایره برابر است. پس $(۰/۲۵) ۲r = ۲a \longrightarrow a = r$ نقطه M روی دایره قرار دارد. فاصله M تا مرکز بیضی برابر با a است (۰/۲۵) در مثلث قائم الزاویه MOF بنا به رابطه فیثاغورس داریم: $OM^2 = MF^2 + OF^2 \xrightarrow{OM=a, OF=c} MF^2 = a^2 - c^2 = b^2$ $\xrightarrow{(۰/۵)} MF = b \text{ (۰/۲۵)}$			۱/۲۵
۹	قطر بزرگ بیضی ۱۰ و قطر کوچک آن برابر با ۶ است، $a = ۵$, $b = ۳$. در نتیجه $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c = ۴$ (۰/۲۵) نقطه C روی بیضی قرار دارد. بنا به تعریف بیضی $CF + CF' = ۲a = ۱۰$ (۰/۲۵) بنا به خاصیت بازتابندگی بیضی و خط های موازی و مورب نتیجه می شود مثلث CDF' متساوی الساقین است یعنی $(۰/۲۵) DF' = CF'$ در نتیجه $CF + DF' = ۲a = ۱۰$ (۰/۲۵) $S = \frac{(CF + DF')(FF')}{۲} = \frac{۱۰ \times ۸}{۲} = ۴۰ \text{ (۰/۲۵)}$			۱/۲۵
	صفحه ۲ از ۴			

راهنمایی تصحیح آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳		رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۳:۳۰ عصر	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۲/۱۴	
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزشی و پرورش	
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱۰	الف) $(x-1)^2 = -8(y+1)$ مختصات راس سهمی $A(1,-1)$, $a=2$ (۰/۲۵) مختصات کانون سهمی $F(1,-3)$ (۰/۲۵) و معادله خط هادی برابر با $y=1$ است. (۰/۲۵) ب) مختصات نقطه برخورد $x=3$ و سهمی نقطه $B(3,-\frac{3}{4})$ است. (۰/۲۵) پرتو بازتابش از کانون سهمی می گذرد. (۰/۲۵) معادله بازتابش $y=\frac{3}{4}x-\frac{15}{4}$ است. (۰/۲۵)			
۱۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) $\vec{i} + \vec{j}$ (۰/۲۵)			
۱۲	۱ $\vec{a} \parallel \vec{b} \longrightarrow \vec{a} = k\vec{b}$ (۰/۲۵) $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{(k\vec{b}) \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{k \vec{b} ^2}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = k\vec{b} = \vec{a}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)			
۱۳	بردارای عمود بر بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ عمود باشد برداری موازی با $\vec{a} \times \vec{b}$ است. پس $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = r(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = r(3,-3,-3)$ (۰/۵) اندازه بردار واحد است. پس $\vec{c} =1 \longrightarrow r = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ (۰/۵) بنابراین $\vec{c} = (\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$ (۰/۲۵)			
۱۴	۱/۵ $\vec{a} = \vec{b} \xrightarrow{(۰/۲۵)} 1+16+(m+1)^2=16+25+(3-m)^2 \longrightarrow m=4$ (۰/۵) $S = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 5 \\ 4 & 5 & -1 \end{vmatrix} = (-21, 21, 21) = 21\sqrt{3}$ (۰/۵) (۰/۲۵)			
صفحه ۳ از ۴				

راهنمایی تصحیح آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۳:۳۰ عصر	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۲/۱۴		
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون‌های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزشی و پرورش		
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره

۱۵	حجم متوازی السطوح برابر است با حاصل ضرب مساحت قاعده در طول ارتفاع (۰/۲۵) از طرفی حجم متوازی السطوح برابر است با: $ \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \left \begin{vmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} \right = 7 \quad (۰/۵)$ قاعده متوازی السطوح یک متوازی الاضلاع است و مساحت قاعده برابر است با اندازه ضرب خارجی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$. $ \vec{a} \times \vec{b} = \left \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \end{vmatrix} \right = (6, 3, -2) = 7 \quad (۰/۵)$ پس $V = Sh = 7h \longrightarrow h = \frac{7}{7} = 1 \quad (۰/۲۵)$	
۲۰	موفق و سربلند باشید	جمع نمره
	صفحه ۴ از ۴	