

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم

این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2 + 1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2 + 1)^2 + \frac{100}{(x^2 + 1)^2}$ کدام است؟

- (۱) ۹۸ (۲) ۹۰ (۳) ۸۸ (۴) ۸۰

۳- A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر $A \cup B' \subseteq A \cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

- (۱) $B = U$ (۲) $A = U$ (۳) $B = A$ (۴) $A = \emptyset$

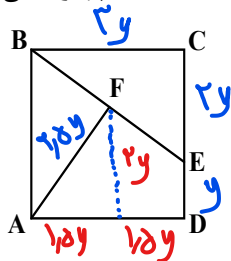
۴- گزاره $\sim p \Leftrightarrow q$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

- (۱) $(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)$ (۲) $\sim [\sim (\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)]$
(۳) $(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ (۴) $\sim [\sim (\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)]$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۰ (۳) ۱۹ (۴) ۱۸

۶- در مربع شکل زیر، $CD = 3ED$ و نقطه F، وسط پاره خط BE قرار دارد. اگر $AF = 5$ باشد، مساحت چهارضلعی ADEF کدام است؟



$$2, 0y = 5 \rightarrow y = \frac{5}{2, 0} = 2$$

$$S_{ADEF} = \frac{12}{2} + \frac{2 \times 2}{2} = 10$$

- (۱) ۱۰

- (۲) ۱۵ ✓

- (۳) ۲۰

- (۴) ۲۵

محل انجام محاسبات

۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع

f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۸- اگر بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^3$ و $q(x) = x^6 + 3x^3 + 2x^2$ ، دو جمله‌ای $x^n + x^3$ باشد، مقدار na کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۱

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- تابع پیوسته f یک‌به‌یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می‌کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) a (۴) $f'(a)$

۱۱- اگر $\log(3x+1) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -2 (۳) 2 (۴) $\frac{1}{2}$

۱۲- اگر $2\sin \alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم

۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(375^\circ)}$ کدام است؟

- (۱) $0.2\sqrt{6}$ (۲) $0.4\sqrt{6}$ (۳) $0.2\sqrt{3}$ (۴) $0.4\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۲۶- مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه‌ای بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ محیط شده است. برای رسم عمود منصف یکی از

ساق‌های این مثلث، باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟

$\sqrt{2}+1$ (۴) ✓

$\sqrt{2}-1$ (۳)

$2+\sqrt{2}$ (۲)

$2-\sqrt{2}$ (۱)



$y^2 = x^2 + x^2 \rightarrow y = \sqrt{2}x$

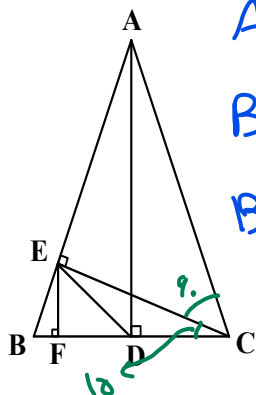
۲۷- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین بوده و $AB = 2CE$ است. اگر $DE = 2\sqrt{3} + 4$ باشد، اندازهٔ BF کدام است؟

$AC = 2CE \Rightarrow \hat{A} = 2.$

$BC = 2DE \rightarrow 2(2\sqrt{3} + 4) = 4\sqrt{3} + 8$

$BF = BC \times \sin 18 \rightarrow 4(\sqrt{3} + 2) \frac{1 - \cos 36}{2}$

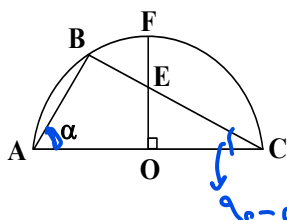
$4(\sqrt{3} + 2) \frac{2 - \sqrt{3}}{2} = 1$



۲۸- در نیم‌دایرهٔ زیر، اگر $\sin \alpha = 0.8$ باشد، مقدار $\frac{BE}{EF}$ کدام است؟

$BE \times EC = EF \times EG$

$\frac{BE}{EF} = \frac{EG}{EC} \rightarrow \frac{r \tan(90 - \alpha) + r}{r \cos(90 - \alpha)}$

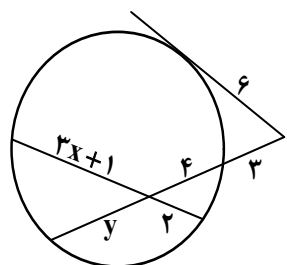


۲۹- در شکل زیر، مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟

$x^2 = 3(v + y) \rightarrow x^2 = 21 + 3y$

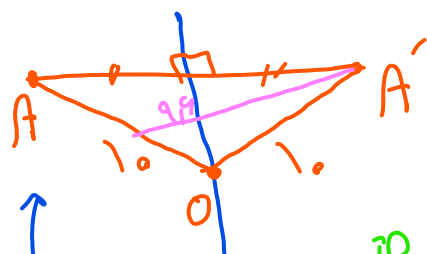
$y = 8$

$x^2 = 3(21 + 8) \rightarrow x^2 = 81 \rightarrow x = 9$



$\frac{x}{y} = \frac{9}{8} = 0.7$

محل انجام محاسبات



$\sin 0 = \frac{94 \div 4}{100} = \frac{23.5}{25} \rightarrow \cos 0 = \frac{23.5}{25}$

$(AA')^2 = 10^2 + 10^2 + 2 \times 10 \times 10 \times \cos 0 = 200 + 84 = 284 \rightarrow \sqrt{284}$

If $\cos 0 = \frac{23.5}{25} \rightarrow \sqrt{284} = 16.85$

$14 + 12 = 26$

۳۰- نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط d و نقطه O روی خط d قرار دارد. اگر $OA' = 10$ و فاصله نقطه A' از خط OA برابر $9/6$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای AA' کدام است؟

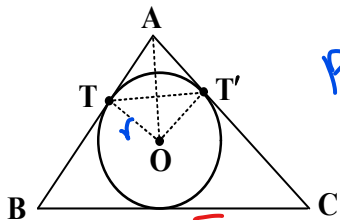
۱۴ (۴)

۲۰ (۳)

۲۲ (۲)

۲۸ (۱) ✓

۳۱- در مثلث محیطی شکل زیر، اضلاع $AB=4$ و $AC=5$ به ترتیب در نقاط T و T' بر محیط دایره محاطی، مماس هستند. اگر $BC=7$ باشد، اندازه وتر TT' کدام است؟



$$P = \frac{4}{7} = \frac{1}{8} \quad S = \sqrt{1 \times 4 \times 5 \times 1} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$0,2\sqrt{15} \quad (1)$$

$$0,4\sqrt{15} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$0,2\sqrt{5} \quad (3)$$

$$0,4\sqrt{5} \quad (4)$$

۳۲- اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، 60° باشد، اندازه تصویر قائم بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \cos 60^\circ \rightarrow \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$

۳۳- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ اگر $|A^2 + kA - A| = 125$ باشد، دترمینان $(k+1)I_3$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

-۶۴ (۴)

-۸ (۳)

۸ (۲)

۶۴ (۱)

۳۴- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ با درایه‌های صحیح و ماتریس $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & \sqrt{2} & b \\ c & 0 & d \end{bmatrix}$ اگر $|A| = 2$ و $B^2 = 2I$ باشد، حاصل ضرب درایه‌های غیرصفر ماتریس B^3 کدام است؟

$$B^2 = B \times B = \begin{bmatrix} 1+ac & 0 & a+ad \\ 0 & 2 & b\sqrt{2} \\ c+\sqrt{2}c & 0 & c\sqrt{2}+d^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I$$

$$-2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$-32\sqrt{2} \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$32\sqrt{2} \quad (1)$$

۳۵- مختصات مرکز دایره‌ای که از نقطه $(4/5, 0/5)$ بگذرد و بر خط $3x - 2y = 6$ در نقطه $(2, 0)$ مماس باشد، کدام است؟

$$(3/5, -1) \quad (4) \quad \text{کسر دمت}$$

$$(4, -3/5) \quad (3)$$

$$(3, 1/5) \quad (2)$$

$$(2/5, 4) \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

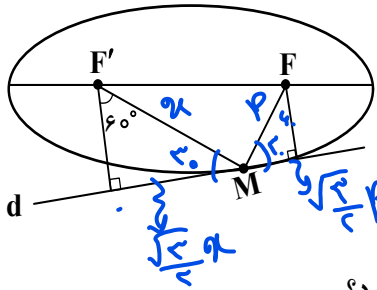
$$|A| |A + (k-1)I| = 125 \rightarrow |A + (k-1)I| = 125$$

$$|A| = 17 - 12 = 5$$

$$k^2 + 19 - 12k = 125 \rightarrow k^2 - 12k - 106 = 0 \rightarrow k = -3$$

$$|(k+1)I| = (-2)^2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

- ۳۶- در شکل زیر، خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر فاصله بین پای عمودهای رسم شده از دو کانون F و F' بر خط d برابر $2\sqrt{3}$ باشد، طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟



$$(\frac{\sqrt{3}}{2})(a+b) = 2\sqrt{3}$$

$$a+b=4 \rightarrow 2a=4$$

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳) ✓

۶ (۴)

- ۳۷- چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $8x^2 + xy + 3x - y = 0$ قرار دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

- ۳۸- تعداد جوابهای صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 0.4x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$ کدام است؟

۲۱ (۴)

۲۲ (۳)

۱۵ (۲)

۱۶ (۱)

- ۳۹- چند تابع $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ می توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی فرد باشد؟

۲۷ (۴)

۲۸ (۳)

۴۰ (۲)

۴۱ (۱)

- ۴۰- در گراف G ، $p(G) > 4$ و $\delta(G) \geq 3$ است. اگر طول بلندترین دور در گراف G برابر ۴ باشد، کمترین مقدار $p(G)$ کدام است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

محل انجام محاسبات