

۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad S_9 = \frac{a_1(1-r^9)}{1-r} = 73 \frac{a_1(1-r^3)}{1-r} \Rightarrow 1-r^9 = 73(1-r^3)$$

$$(1-r^3)(1+r^3+r^6) = 73(1-r^3) \quad \boxed{r=2} \quad \frac{a_3}{a_1} = \frac{a_1 r^2}{a_1} = r^2 = 4$$

۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2}$ کدام است؟

۸۰ (۴)

۸۸ (۳)

۹۰ (۲)

۹۸ (۱)

$$\left(x^2+1 + \frac{10}{x^2+1}\right)^2 = 10^2 \Rightarrow \underbrace{(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} + 20}_{=100}$$

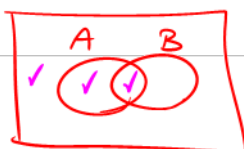
۳- A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر $A \cup B' \subseteq A \cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

A = ∅ (۴)

B = A (۳)

A = U (۲)

B = U (۱)



$$A \cup \emptyset \subseteq A \cap U$$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۹ (۳)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

$$\alpha + \beta = 5 \quad \alpha\beta = 2 \rightarrow \beta = \frac{2}{\alpha}$$

$$\frac{4\alpha}{5\beta^2} + \frac{\beta^5}{5} = \frac{4\alpha}{5 \times \frac{2}{\alpha^2}} + \frac{\beta^5}{5} = \frac{\alpha^3}{5} + \frac{\beta^5}{5} = \frac{(\alpha + \beta)^5 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta)}{5} = \frac{125 - 2(2)(5)}{5}$$

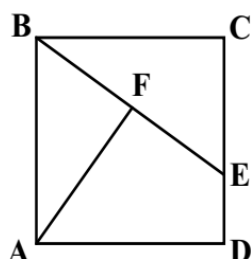
۶- در مربع شکل زیر، $CD = 3ED$ و نقطه F، وسط پاره خط BE قرار دارد. اگر $AF = 5$ باشد، مساحت چهارضلعی ADEF کدام است؟

۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

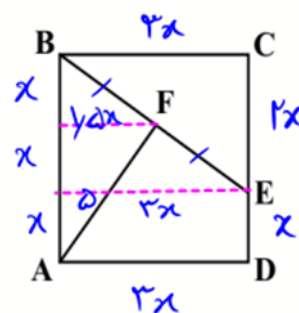
۲۰ (۳)

۲۵ (۴)



$$\frac{15}{2} x^2 = 15 \rightarrow x = 2$$

$$S = 36 - \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} - \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{4} = 15$$



- ۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

$$d_s = \frac{-\Delta}{\Sigma a} = 25 \Rightarrow -\frac{65 - \Sigma m(39)}{\Sigma m} = 25 \Rightarrow 65 - 152m = -100m$$

$$52m = 65 \rightarrow m = \frac{65}{52} \quad [m] = 1$$

- ۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

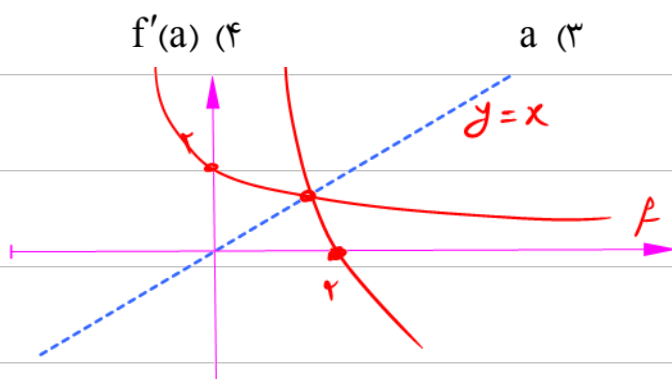
$$f \circ f(x) = \begin{cases} f(x-1) & 0 \leq x-1 \leq 2 \\ f(x+1) & -2 \leq x+1 < 0 \end{cases}$$

$x-1=0 \rightarrow x=1$ (۲) ✓
 $x=0 \rightarrow x-1=-1$ (۰) ✓
 $x=0 \rightarrow x+1=1$ (۱) ✓
 $x+1=0 \rightarrow x=-1$ (-۲) ✓

- ۱۰- تابع پیوسته f یک به یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می‌کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} \text{ کدام است؟}$$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



$$f(a) = a \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(a)}{a} = \frac{a}{a} = 1$$

۱۱- اگر $\log(3x+1) = \frac{\log 5}{\log 2} \cdot \log 2$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱) $-\frac{1}{2}$

$$\log(3x+1) = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 / \log 2) (\log 5 + \log 2)$$

$$3x+1 = 5/2 \rightarrow x = 1/6$$

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{6} = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2} = -2$$

۱۲- اگر $2\sin \alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

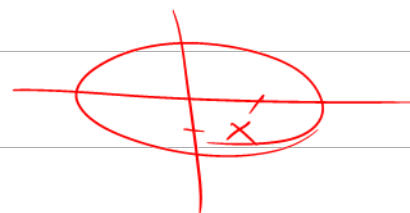
$$2\sin \alpha < 2\sin \alpha \cos \alpha \rightarrow 2\sin \alpha (\cos \alpha - 1) > 0$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1 \quad -2 \leq \cos \alpha - 1 \leq 0$$

$$\sin \alpha < 0$$

$$\cot \alpha < 0 \rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} < 0$$

$$\cos \alpha > 0$$



۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(375^\circ)}$ کدام است؟

(۴) $0.4\sqrt{3}$

(۳) $0.2\sqrt{3}$

(۲) $0.4\sqrt{6}$

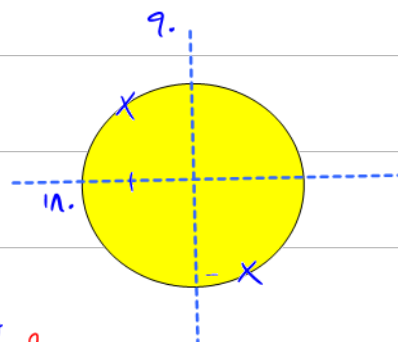
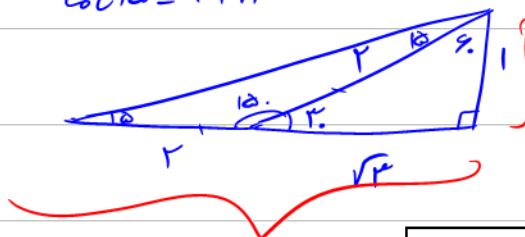
(۱) $0.2\sqrt{6}$

$$\frac{-\cos 15 - \sin(270+15) + 2\cos(90+15)}{2\sin(180-15) + 3\sin(360+15)} = \frac{\cos 15 - 2\sin 15}{2\sin 15 + 3\sin 15}$$

$$\frac{1}{5} \cot 15 - \frac{2}{5} = \frac{2+\sqrt{3}}{5} - \frac{2}{5} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cot \alpha - 1}{2 \cot \alpha} \quad \frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{\cot \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$$

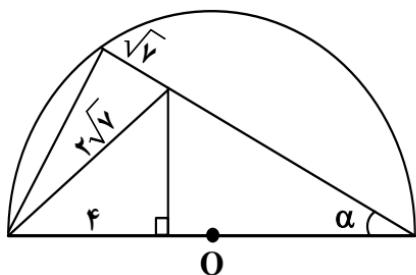
$$\cot 15 = 2 + \sqrt{3}$$



@azad_mathematics

dr.aliazad



۱۴- در نیم‌دایره شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$

(۲) $3\sqrt{3}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) $5\sqrt{3}$

$$(r\sqrt{r})^2 = r^2 + x^2 \quad x^2 = 12 \quad (r\sqrt{r})^2 = (\sqrt{r})^2 + y^2 \quad y^2 = 21 \quad y = \sqrt{21}$$

$x = 2\sqrt{3}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{x} = \frac{m}{c} (ax)^2$$

$$\tan \alpha = \frac{r\sqrt{r}}{1} = 2\sqrt{3}$$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

(۴) -۶

(۳) -۳

(۲) ۳

(۱) ۶

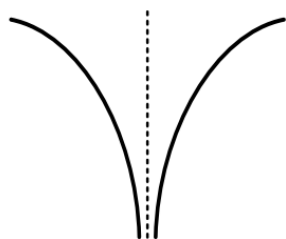
$k+1=0 \rightarrow (k=-1)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \cos(\sqrt{a} x)}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-(1 - \cos(\sqrt{a} x))}{-x^2} = \frac{-\frac{1}{2}(\sqrt{a} x)^2}{-x^2}$$

$(\cos u)' = u'x(-\sin u)$

$$\text{HoP} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a}(-\sin(\sqrt{a} x))}{-2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-ax}{-2x} = 2 \quad (a=6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{2}ax^2}{-x^2} = 2 \quad (a=6)$$

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2 x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقیتابع f باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۴

(۳) ۲

(۴) ۴

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a^2 x^2 - 2x + 1}{mx^2 + \dots} = \frac{a^2}{m} = -2 \rightarrow \frac{a^2}{-\frac{1}{a}} = -2 \quad \frac{a^2}{-\frac{1}{a}} = -2$$

$m(-a) - 2 = 0$

$ma = -2 \rightarrow m = -\frac{2}{a}$

$a^2 = 4 \rightarrow (a=2)$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟

(۴) $-\infty$

(۳) $+\infty$

(۲) ۱

(۱) صفر

$$\frac{\cot \pi}{[\pi - \pi]} = \frac{-\infty}{[-]} = \frac{-\infty}{-1} = +\infty$$

۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است. اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۱) $\sqrt{3}$

$$a(a) + a = 0 \rightarrow a^2 + a = 0 \rightarrow a(a+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=-1 \end{cases}$$

$$x + (m-2)(-1) + x = 0 \rightarrow m=2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+1|} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1||x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

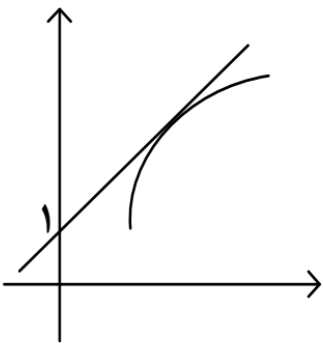
$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$g(x) = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f(x) - 2g(x) = \frac{2|x-2|}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2|x-2| + 2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f(x) - 2g(x) = \frac{-2\sqrt{3} x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} = -2\sqrt{3} x^{-\frac{1}{6}} \xrightarrow{\text{مشتق}} (-\sqrt{3}) \left(-\frac{1}{6}\right) x^{-\frac{7}{6}} \xrightarrow{x=1} \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$$

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



$$2 \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$(3, 5) \quad (0, 1) \quad m = \frac{4}{3} = f'(3)$$

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx+c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^3 + b - c$ کدام است؟

$$(a-1)^3 + 1 \quad (4)$$

$$(a-1)^3 - 1 \quad (3)$$

$$(a+1)^3 + 1 \quad (2)$$

$$(a+1)^3 - 1 \quad (1)$$

$$2ba+c = 3a^2 \quad f'(x) = \begin{cases} 2b & x > a \\ 6x & x < a \end{cases} \rightarrow 2b = 6a \quad (b = 3a)$$

$$3a^2 + c = 3a^2 \rightarrow c = -3a^2$$

$$a^3 + 3a + 3a^2 = (a+1)^3 - 1$$

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

۱ (۴)

۱,۵ (۳)

۲ (۲)

۲,۵ (۱)

$$f(x) = x^{2/3} (x-a) = x^{5/3} - ax^{2/3} \quad f'(x) = \frac{5}{3}x^{2/3} - \frac{2}{3}ax^{-1/3}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}x^{-1/3} (5x - 2a) = 0 \rightarrow x = \frac{2a}{5} \quad f(0) = 0 \quad f(a) = 0$$

$$f\left(\frac{2a}{5}\right) = \sqrt[3]{\frac{4a^2}{125}} \left| -\frac{2a}{5} \right| = \frac{2}{5} \rightarrow a = \frac{5}{2} = 2,5$$

۲۳- اگر انحراف ۵ داده آماری از $\bar{y}$ به ترتیب برابر -1 ، -5 ، -6 ، -7 و 4 باشد، واریانس داده‌های اصلی کدام است؟

۲۵,۴ (۴)

۲۴,۶ (۳)

۱۶,۴ (۲)

۱۵,۶ (۱)

داده‌های اصلی a_1, a_2, a_3, a_4, a_5

$$a_1 - \bar{y} = -1 \quad a_2 - \bar{y} = -5 \quad a_3 - \bar{y} = -6 \quad a_4 - \bar{y} = -7 \quad a_5 - \bar{y} = 4$$

$$\bar{y} - 1, \bar{y} - 5, \bar{y} - 6, \bar{y} - 7, \bar{y} + 4 \quad \bar{y} = \bar{y} - 3$$

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots}{n} = \frac{1 + 16 + 36 + 49 + 16}{5} = 17,2$$

۲۴- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S ، روابط $P(A-B) = P(A)P(B')$ و $P(A) = \frac{1}{6}P(B)$ برقرار است. اگر $P(A' \cap B') = 0.25$ باشد، مقدار $P(A \cup B')$ کدام است؟

$$\frac{31}{40} \quad (4)$$

$$\frac{17}{20} \quad (3)$$

$$\frac{13}{20} \quad (2)$$

$$\frac{27}{40} \quad (1)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad \text{ستقل}$$

$$P(A \cap B') = P(A)P(B')$$

$$1 - \underbrace{P(A \cup B)}_{0.75} = 0.25$$

$$P(A \cup B) = 0.75 = \underbrace{P(A) + P(B) - P(A)P(B)}_{0.75} = 0.75$$

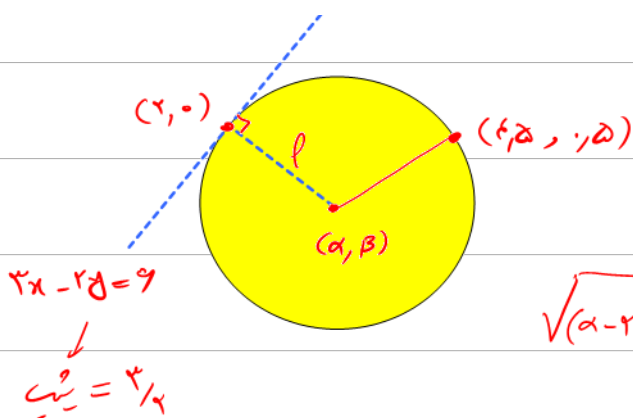
۳۵- مختصات مرکز دایره‌ای که از نقطه $(4/5, 0/5)$ بگذرد و بر خط $3x - 2y = 6$ در نقطه $(2, 0)$ مماس باشد، کدام است؟

$$(3/5, -1) \quad (4)$$

$$(4, -3/5) \quad (3)$$

$$(3, 1/5) \quad (2)$$

$$(2/5, 4) \quad (1)$$



$$\text{شیب} = -\frac{1}{\text{slope}} = -\frac{1}{3/2} = \frac{\beta - 0}{\alpha - 2}$$

$$\sqrt{(\alpha - 2)^2 + \beta^2} = \sqrt{(\alpha - 4/5)^2 + (\beta - 0/5)^2}$$