۱- گزینه ②

$$S_{۹} = \frac{a(۱-q^{۹})}{۱-q} = ۷۲\, S_{۳}$$

$$\frac{\cancel{a}(۱-q^{۹})}{\cancel{۱-q}} = ۷۲\,\frac{\cancel{a}(۱-q^{۳})}{\cancel{۱-q}}$$

$$\frac{۱-q^{۹}}{۱-q^{۳}} = ۷۲ \Longrightarrow \frac{\cancel{(۱-q^{۳})}(۱+q^{۳}+q^{۶})}{\cancel{۱-q^{۳}}} = ۷۲$$

$$q^{۳}(۱+q^{۳}) = \underbrace{۷۲}_{\overset{\swarrow}{۸} \times \overset{\searrow}{۹}} \Longrightarrow \boxed{q=۲}$$

$$۸ \rightarrow ۲^{۳} \qquad ۹ \rightarrow ۹$$

$$\frac{a_{۳}}{a} = \frac{\cancel{a}q^{۲}}{\cancel{a}} = ۴$$

۲- گزینه ④

$$x^{۲} + \frac{۱۰}{x^{۲}+۱} = ۹ \Longrightarrow x^{۲}+۱+\frac{۱۰}{x^{۲}+۱} = ۱۰$$

$$x^{۲}+۱ = t \Longrightarrow t + \frac{۱۰}{t} = ۱۰$$

$$(x^{۲}+۱)^{۲} + \frac{۱۰۰}{(x^{۲}+۱)^{۲}} = t^{۲} + \frac{۱۰۰}{t^{۲}} = t^{۲} + \left(\frac{۱۰}{t}\right)^{۲}$$

$$t^{۲} + \left(\frac{۱۰}{t}\right)^{۲} = \left(t+\frac{۱۰}{t}\right)^{۲} - ۲۰ = ۱۰^{۲} - ۲۰ = ۸۰$$

۵ -

$$P = \alpha \cdot \beta = ۲$$
$$S = \alpha + \beta = ۵$$

گزینه (۳)

$$\frac{۴\alpha + \beta^{۵}}{۵\beta^{۲}} = \frac{۴}{۵}\,\frac{\alpha}{\beta^{۲}} + \frac{۱}{۵}\beta^{۳}$$

$$A = \frac{۴}{۵}\,\frac{\alpha}{\beta^{۲}} + \frac{۱}{۵}\beta^{۳}$$
$$A = \frac{۴}{۵}\,\frac{\beta}{\alpha^{۲}} + \frac{۱}{۵}\alpha^{۳}$$
$$\Rightarrow ۲A = \frac{۴}{۵}\,\frac{\alpha^{۳}+\beta^{۳}}{\alpha^{۲}\beta^{۲}} + \frac{۱}{۵}(\alpha^{۳}+\beta^{۳})$$

$$۲A = \frac{۲}{۵}(\alpha^{۳}+\beta^{۳}) = \frac{۲}{۵}(S^{۳} - ۳SP) = \frac{۲}{۵}(۱۲۵ - ۳۰)$$
$$A = \frac{۱}{۵}(۹۵) = ۱۹$$

۷ - گزینه (۳)

$$f'(x) = \frac{-۵ \times \dfrac{۲mx - ۸}{۲\sqrt{mx^{۲} - ۸x + ۲۹}}}{mx^{۲} + ۸x + ۲۹} = ۰$$

$$۲mx - ۸ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۸}{۲m} = \frac{۴}{m}$$

$$f\left(\frac{۴}{m}\right) = \frac{۵}{\sqrt{m\left(\frac{۱۶}{m^{۲}}\right) - \frac{۳۲}{m} + ۲۹}} = ۱$$

$$۲۵ = \frac{-۱۶}{m} + ۲۹ \Rightarrow \frac{۱۶}{m} = ۱۴ \Rightarrow m = \frac{۱۶}{۱۴}$$

$$[m] = ۱$$

۸- گزینه ۱

$p(x) = x^{۵} + ax^{۳}$

$q(x) = x^{۴} + ۳x^{۳} + ۲x^{۲}$

$x^{n} + x^{۲}$

$na = ?$

$q(x) = x^{۲}(x^{۲} + ۳x + ۲)$

$p(x) = x^{۳}(x^{۲} + a)$

$q(x) = x^{۲}(x+۱)(x+۲)$ $p(x) = x^{۳}(x^{۲}+a)$

$\overset{a=-۱}{=} x^{۳}(x-۱)(x+۱)$

ب م م $= x^{۲}(x+۱)$

$= x^{۳} + x^{۲}$

$n = ۳$
$a = -۱$

$\boxed{n \cdot a = -۳}$

۹-

$۰ \leq x \leq ۲ \Rightarrow f(x) = ۰ \Rightarrow x = ۱$:

$x - ۱ = ۱ \Rightarrow x = ۲$ ✓

$f(x) = +۱ \Rightarrow$

$x + ۱ = ۱ \Rightarrow x = ۰$ ✓

گزینه ۳

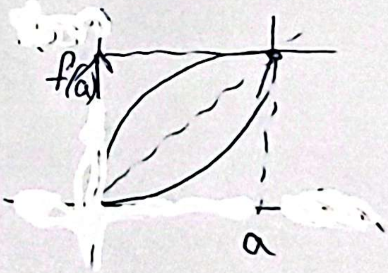
$-۲ \leq x < ۰ \Rightarrow f(x) = ۰ \Rightarrow$ $x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱$

$x - ۱ = -۱ \Rightarrow x = ۰$

$x + ۱ = -۱ \Rightarrow x = -۲$ ✓

۱۰- گزینه ۱

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(a)}{a}$$



$$a = f(a) \Rightarrow \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{x} = ۱$$

۱۱- گزینه ۲

$\log(۳x+۱) = (\log^{۵})^{۲} - (\log^{۲})^{۲}$

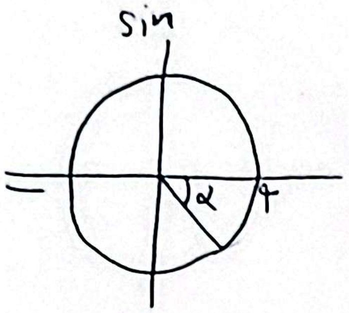
$\log^{(۳x+۱)} = (\log^{۵} - \log^{۲}) \times ۱ = \log^{\frac{۵}{۲}}$

$۳x + ۱ = \frac{۵}{۲} \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \log_{\sqrt{۲}}^{x} = \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^{-۱}} = \frac{-۱}{\frac{۱}{۲}} = \boxed{-۲}$

(۳)

۱۲- گزینه (۴)

$$\frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\sin\alpha} > 0 \Rightarrow \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} > 0 \Rightarrow \cos\alpha > 0$$



$2\sin\alpha < \sin 2\alpha$

مثلاً $2\sin(-45^\circ) < \sin(2\times -45^\circ)$

$2\times -\frac{\sqrt{2}}{2} < -1$ [illegible]

۱۳- گزینه (۳)

$$\frac{\sin(-270-15) + 2\cos(-90-15)}{2\sin(180-15) + 3\sin(360+15)}$$

$$= \frac{\cos 15 - 2\sin 15}{2\sin 15 + 3\sin 15} = \frac{1}{5}\cot 15 - \frac{2}{5} = 0/2\sqrt{3}$$

$$\cot 30 = \frac{\cot^2 15 - 1}{2\cot 15} = \sqrt{3}$$

$$\cot^2 15 - 1 = 2\sqrt{3}\cot 15 \Rightarrow \cot^2 15 - 2\sqrt{3}\cot 15 - 1 = 0$$

$$\cot 15 = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{12+4}}{2} = \frac{2\sqrt{3} \pm 4}{2} = \sqrt{3} \pm 2$$

$$\cot 15 > 0 \Rightarrow \cot 15 = \sqrt{3} + 2$$

۱۵- گزینه (۴)

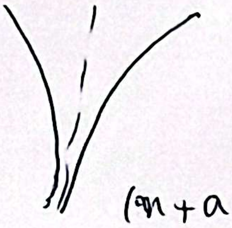
$$\lim_{x \to 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a}\, x)}{k x^2} = 2$$

$$H = \lim_{x \to 0} \frac{-\sqrt{a} \sin(\sqrt{a}\, x)}{2kx}$$

$$H = \lim_{x \to 0} \frac{-\sqrt{a} \times \sqrt{a} \cos(\sqrt{a}\, x)}{2k} = \frac{-a}{2k} = 2$$

$$a = -4k \Rightarrow \frac{a}{k} = -4$$

۱۶- گزینه (۲)



$$(x+a)^2$$

$$\frac{a^2x^2 - 2x + 1}{(x+a)(\underset{\downarrow\, -1}{m}x - 2)}$$

$a = 2$
$m = -1$

$$(x+a)(-x-2) = -(x+a)(x+2)$$

۱۷- گزینه (۲)

$$\lim_{x \to \pi^-} \frac{\cot x}{[x-\pi]} = \frac{-\infty}{-1} = +\infty$$

-۱۸

$$ax + a = ۰ \Rightarrow x = -۱$$

$$\lim_{x \to -۱} \frac{\sqrt{۲}\,|x+۱|}{|x^۳+۱|} = \lim_{x \to -۱} \frac{\sqrt{۲}\,\cancel{|x+۱|}}{\cancel{|x+۱|}\,|x^۲-x+۱|}$$

$\boxed{m=۴}$

$$= \frac{\sqrt{۲}}{۳}$$

$$(-۱)^۳ + (m-۲)(-۱) + a^۲ = ۰ \Rightarrow -۱ - m + ۲ + a^۲ = ۰$$

$$a = -۱ \Rightarrow -۱ - m + ۲ + ۱ = ۰ \Rightarrow \boxed{m = ۲}$$

گزینه ۲) -۱۹

$$f(x) = \frac{|۲x-۴|}{\sqrt[۳]{x^۲}} = \frac{۲|x-۲|}{\sqrt[۳]{x^۲}}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{(x-۲)^۲} + \sqrt{۲x}}{\sqrt[۳]{x^۲}} = \frac{|x-۲| + \sqrt{۲x}}{\sqrt[۳]{x^۲}}$$

$$\left(f(x) - ۲g(x)\right)' = \left(\frac{-۲\sqrt{۲x}}{\sqrt[۳]{x^۲}}\right)'$$

$$= \left(\frac{-۲(۲x)^{\frac{۱}{۲}}}{x^{\frac{۲}{۳}}}\right)' = \left(\frac{-۲\sqrt{۲}\;x^{\frac{۱}{۲}}}{x^{\frac{۲}{۳}}}\right)' = \left(-۲\sqrt{۲} \times x^{-\frac{۱}{۶}}\right)'$$

$$= -۲\sqrt{۲} \times \left(-\frac{۱}{۶}\right) x^{-\frac{۷}{۶}} \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow -۲\sqrt{۲} \times -\frac{۱}{۶} \times ۱$$

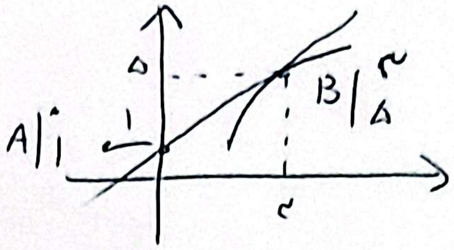
$$= +\frac{\sqrt{۲}}{۳}$$

۹

۲۰- گزینه ۴)

$$f(2)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=$$

$$=\frac{5-1}{2-0}=\frac{4}{2}$$



۲۱- گزینه ۱)

$$f(x)=\begin{cases}2bx+c & x>a\\ 3x^2 & x\leq a\end{cases}$$

پیوستگی $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a) \Rightarrow 2ba+c=3a^2$

$$f'(x)=\begin{cases}2b & x>a\\ 6x & x\leq a\end{cases}$$

$$f'_+(a)=f'_-(a) \Rightarrow 2b=6a \Rightarrow \boxed{b=3a}$$

$$a^3+b-c=a^3+3a-(3a^2-2ba)$$

$$=a^3+3a-(3a^2-6a^2)=a^3+3a+3a^2$$

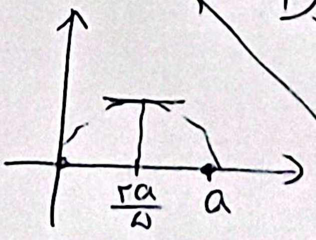
$$=(a+1)^3-1$$

۲۲- گزینه ۱)

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{x^2}(x-a) & x\geq a\\ \sqrt[3]{x^2}(a-x) & x<a\end{cases}$$

$$\underset{x\geq a}{f'(x)}=\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(x-a)+\sqrt[3]{x^2}(1)=0$$

(V)



$$\Rightarrow 2(x-a)+3x=0$$

$$f(\tfrac{۲}{۵}a)=\sqrt[۳]{(\tfrac{۲}{۵}a)^۲}\times\left|\tfrac{۲}{۵}a-a\right|=\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow\ a=\frac{۵}{۲}$$

هوشمند قصری

@hooshmandghasri