

۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9$ باشد، مقدار $\frac{100}{(x^2+1)^2} + (x^2+1)^2$ کدام است؟

۸۰ (۴) ✓

۸۸ (۳)

۹۰ (۲)

۹۸ (۱)

$$x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9 \Rightarrow +1 \Rightarrow \boxed{x^2+1} + \frac{10}{\boxed{x^2+1}} = 10 \Rightarrow + + \frac{10}{+} = 10$$

$$\Rightarrow \text{طرفین به توان ۲} \Rightarrow \left(x^2 + \frac{10}{x^2+1} + 2 \right)^2 = 100 \Rightarrow \left(x^2 + \frac{10}{x^2+1} \right)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} = 100$$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۹ (۳) ✓

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

حرف هفت‌نمره $\alpha < \beta < \gamma$ فرض می‌کنند

$$\frac{4\alpha}{5\beta^2} + \frac{\beta^5}{5}$$

$$\Rightarrow \text{حرف هفت‌نمره} \Rightarrow \frac{4\beta}{5\alpha^2} + \frac{\alpha^5}{5}$$

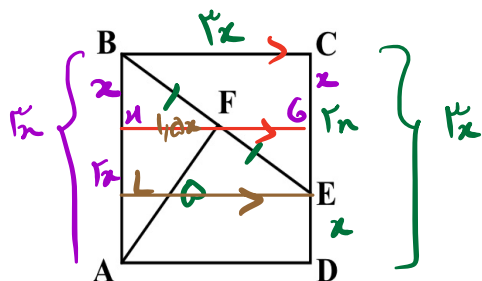
$$(S=5, p=2)$$

$$\frac{4}{5} \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{1}{5} \frac{\beta^5}{\alpha^2} + \frac{\beta^5}{5} + \frac{\alpha^5}{5} = \frac{4}{5} \left(\frac{S^2 - 2ps}{p^2} \right) + \frac{1}{5} (S^2 - 2ps)$$

$$\frac{4}{5} \left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 \beta^2} \right) + \frac{1}{5} (\alpha^2 + \beta^2) \Rightarrow \frac{4}{5} \left(\frac{15 - 2}{5} \right) + \frac{1}{5} (15 - 2)$$

$$\Rightarrow 19 + 19 = 38 \xrightarrow{(\div 2)} 19$$

۶- در مربع شکل زیر، $CD = 3ED$ و نقطه F ، وسط پاره خط BE قرار دارد. اگر $AF = 5$ باشد، مساحت چهارضلعی



ADEF کدام است؟

$$FG \parallel BC \Rightarrow \frac{EF}{EB} = \frac{1}{2} = \frac{EG}{EC} \Rightarrow CG = x \quad 10 \quad (1)$$

$$BK = x \quad 15 \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\text{طبق سیم} \quad 20 \quad (3)$$

$$HF \parallel EL \Rightarrow \frac{BK}{BL} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{FK}{LE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{FK}{LE} = \frac{1}{2} \Rightarrow FK = \frac{1}{2}x \quad 25 \quad (4)$$

$$AK' + FK' = AF' \Rightarrow 12' + 12' = 24' \Rightarrow x' = 2 \rightarrow n = 2$$

$$ADEF = S_{\text{مربع}} - (S_{\triangle AFB} + S_{\triangle EBC}) \rightarrow \text{بجای آن قرار بدهیم} \rightarrow 36 - (9 + 18) = 9$$

۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 11x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع

f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

۴ صفر

۱ (۳) $\checkmark$

۲ (۲)

۳ (۱)

$$f_{\text{بیشترین مقدار}} = 1 \Rightarrow \sqrt{mx^2 - 11x + 39} = 5 \Rightarrow mx^2 - 11x + 39 = 25$$

$$D = b^2 - 4ac = 44 - 152m$$

$$\left[\frac{-D}{4a} \right] \leftarrow \text{بیشترین مقدار در } y \text{ برابر } 1$$

$$\Rightarrow \frac{-D}{4a} = \frac{152m - 44}{4m} = 1 \Rightarrow 152m - 44 = 4m \Rightarrow 148m = 44 \Rightarrow m = \frac{11}{37} = 1, \dots \rightarrow [m] = 1$$

-2 (1) ✓

۲ (۳)

هر عبارت منفرد $\Rightarrow n=1 \Rightarrow n^2+n^4 = n^2(n+1)$ $\Rightarrow n=2 \Rightarrow$ کوچکترین توان مشترک ۴ ده عدد
تفاوت برابر ۲

$$E1 = a \leftarrow -1 - a = 0 \quad \leftarrow p(-1) = 0 \quad \leftarrow$$

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

1 (1)

2 (2)

۳ (۳) ✓

۴ (۴

$f \circ f(n) = 0 \Rightarrow f(\square) = 0 \Rightarrow$ کجا $f(n)$ خراب می شود $\Rightarrow \begin{cases} n-1=0 \Rightarrow n=1 \\ n+1=0 \Rightarrow n=-1 \end{cases}$

$\square = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(n)=1 \Rightarrow \begin{cases} n-1=1 \Rightarrow n=2 \checkmark \\ n+1=1 \Rightarrow n=0 \times \Rightarrow \text{نیست} \end{cases} \\ f(n)=-1 \Rightarrow \begin{cases} n-1=-1 \Rightarrow n=0 \checkmark \\ n+1=-1 \Rightarrow n=-2 \checkmark \end{cases} \end{cases}$

۱۰- تابع پیوسته f یک به یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} \text{ کدام است؟}$$

$f'(a)$ (۴)

a (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) ✓

تابع پیوسته و نقطه $(a, f(a))$ در تابع مست و نقطه $(f(a), a)$ هم در تابع f^{-1} است.

$$\lim_{n \rightarrow a} \frac{f(n)}{n} = \frac{a}{a} = 1 \leftarrow f(a) = a \leftarrow \text{روی محور برضد با واردن در خط مسته است}$$

۱۱- اگر $\log(3x+1) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲) ✓

$-\frac{1}{2}$ (۱)

$$\begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix} = \log^2 5 - \log^2 2 = (\log 5 - \log 2)(\log 5 + \log 2) = \log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2$$

$$\Rightarrow \log 4 = 2 \log 2 \Rightarrow \log 2 = 1 \Rightarrow \log_{\sqrt{2}} x = \log_{\sqrt{2}} 2 = -2$$

۱۲- اگر $\sin \alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

چهارم (۴) ✓

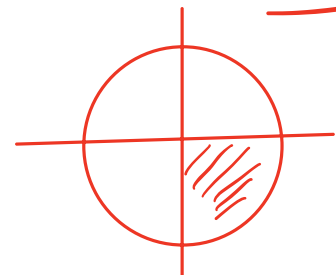
سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

$$\sin \alpha < \sin 2\alpha \Rightarrow \sin \alpha < 2 \sin \alpha \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha (1 - \cos \alpha) < 0 \Rightarrow \sin \alpha < 0$$

$$\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} > 0 \Rightarrow \cos \alpha > 0$$



$0,4\sqrt{3}$ (۴)

$0,2\sqrt{3}$ (۳) ✓

$0,4\sqrt{6}$ (۲)

$0,2\sqrt{6}$ (۱)

$$\sin(-18^\circ) = -\sin(18^\circ) = -\sin(270^\circ + 18^\circ) = \cos(18^\circ)$$

$$\cos(-12^\circ) = \cos(12^\circ) = \cos(9^\circ + 10^\circ) = -\sin(10^\circ)$$

$$\sin(148^\circ) = \sin(18^\circ - 10^\circ) = \sin(10^\circ)$$

$$\sin(375^\circ) = \sin(36^\circ + 10^\circ) = \sin(10^\circ)$$

$$\Rightarrow \frac{\cos(18^\circ) - 2\sin(10^\circ)}{2\sin(10^\circ) + 3\sin(10^\circ)} = \frac{1}{5} \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\cos(10^\circ)} - \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} + \frac{2}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5} = 0,4\sqrt{3}$$

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos 10^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos 10^\circ = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}$$

$$\times \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} = \sqrt{(2+\sqrt{2})^2} = 2+\sqrt{2}$$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a}x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

-۶ (۴) ✓

-۳ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

$$\cos(u) = 1 - \frac{u^2}{2} \quad \text{هم‌ارزی}$$

$$\Rightarrow \frac{k + 1 - \frac{ax^2}{2}}{kx^2} \Rightarrow k+1=0 \Rightarrow k=-1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{ax^2}{2}}{kx^2} = 3 \Rightarrow \frac{-a}{2k} = 3 \Rightarrow a = -6k \Rightarrow \frac{a}{k} = -6$$

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2 x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقی

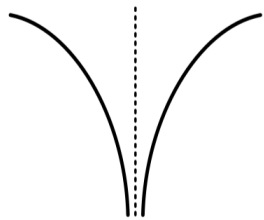
تابع f باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۴

(۳) ۲ ✓

(۴) ۴



طبق شکل معجب ریشه مضاعف

$$\begin{cases} x+a=0 \Rightarrow x=-a \\ mx-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{m} \end{cases} \Rightarrow \text{برابر} \Rightarrow \frac{2}{m} = -a \Rightarrow m = -\frac{2}{a}$$

$$y = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -4 \Rightarrow \frac{a^2 x^2}{mx^2} = \frac{a^2}{m} = -4 \Rightarrow a^2 = -4m$$

$$a^2 = -f\left(-\frac{2}{a}\right) \Rightarrow a^2 = \frac{1}{a} \Rightarrow a^3 = 1 \Rightarrow a = 1$$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) $-\infty$

(۳) $+\infty$ ✓

$$\frac{-\infty}{[n-n]} = +\infty$$

۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است.

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

در یک تابع کسری هر موقع در یک نقطه حد داریم و بی‌نهایت یعنی این نقطه ریشه صورت و مخرج کسری است

در صورت سوال گفته‌اند $R - \{a\}$ پس $G, R - \{a\} \Rightarrow \sqrt{3}|ax+a|=0 \Rightarrow ax+a=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow$ ریشه صورت

$a=-1$

$\Rightarrow |x^3+(m-2)x+1|=0 \Rightarrow$ با ریشه مخرج ۱ شود $\rightarrow (-1)^3+(m-2)(-1)+1=0 \Rightarrow m=2$

$f(x) = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+1|} = \frac{0}{0} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}(x+1)}{x^3+1} \Rightarrow x \neq -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}}{3x^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

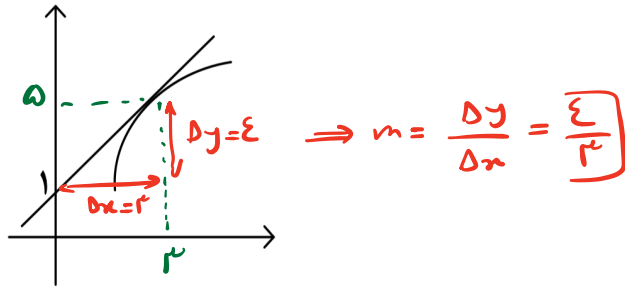
(۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

$x^2-4x+4=(x-2)^2 \Rightarrow g(x) = \frac{\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$f'(1) - 2g'(1) \rightarrow (f(x) - 2g(x))' \Rightarrow \frac{\overbrace{2|x-2|}^0 - 2|x-2| - 2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} = -2\sqrt{3}x^{-\frac{1}{6}}$

$\xrightarrow{} -2\sqrt{3}x^{-\frac{1}{6}} \cdot \frac{1}{6} x^{-\frac{7}{6}} \rightarrow x=-1 \rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{4}{3}$ ✓

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx + c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^3 + b - c$ کدام است؟

- (۱) $(a+1)^3 - 1$ ✓ (۲) $(a+1)^3 + 1$ (۳) $(a-1)^3 - 1$ (۴) $(a-1)^3 + 1$

$$\begin{cases} a^+ \rightarrow 2ab + c \\ a^- = f(a) \rightarrow 3a^2 \end{cases} \Rightarrow 2ab + c = 3a^2 \Rightarrow 4a^2 + c = 3a^2 \Rightarrow c = -a^2$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2b & x > a \\ 6x & x \leq a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(a) = 2b \\ f'_-(a) = 6a \end{cases} \Rightarrow 2b = 6a \Rightarrow b = 3a$$

$$a^3 + b - c = a^3 + 3a + a^2 = (a+1)^3 - 1$$

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x - a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $2/5$ ✓ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) ۱

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x - a| \Rightarrow x = \frac{1 \cdot 0 + \frac{2}{3} \cdot a}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{3}a}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{5}a$$

$$f\left(\frac{2}{5}a\right) = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{5}a\right)^2} \left|\frac{2}{5}a - a\right| = 1/5 \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2} \times \frac{1}{5}a = \frac{1}{5} \Rightarrow a = 5/5$$

۲۳- اگر انحراف ۵ داده آماری از $\bar{y}$ به ترتیب برابر ۱-، ۵-، ۶-، ۷- و ۴ باشد، واریانس داده‌های اصلی کدام است؟ www.konkur.in

۲۵٫۴ (۴)

۲۴٫۶ (۳)

۱۶٫۴ (۲) ✓

۱۵٫۶ (۱)

$$x_1 - \bar{y} = 2 \rightarrow n_1 = \bar{y} + 2$$

$$x_2 - \bar{y} = -1 \rightarrow n_2 = \bar{y} - 1$$

$$x_3 - \bar{y} = -4 \rightarrow n_3 = \bar{y} - 4 \Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5\bar{y} - 15}{5} = \bar{y} - 3$$

$$x_4 - \bar{y} = -5 \rightarrow n_4 = \bar{y} - 5$$

$$x_5 - \bar{y} = -1 \rightarrow n_5 = \bar{y} - 1$$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(\bar{y} + 2 - \bar{y} + 3)^2 + (\bar{y} - 1 - \bar{y} + 3)^2 + (\bar{y} - 4 - \bar{y} + 3)^2 + (\bar{y} - 5 - \bar{y} + 3)^2 + (\bar{y} - 1 - \bar{y} + 3)^2}{5}$$

$$s^2 = \frac{12}{5} \times \frac{5}{1} = \frac{12}{1} = 12$$

۲۴- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S، روابط $P(A \cap B) = P(A)P(B')$ و $P(A) = 1,6 P(B)$ برقرار است. اگر

$P(A \cap B') = 0,25$ باشد، مقدار $P(A \cup B')$ کدام است؟

$$\frac{31}{40} \quad (4)$$

$$\frac{17}{20} \quad (3) \checkmark$$

$$\frac{13}{20} \quad (2)$$

$$\frac{27}{40} \quad (1)$$

$$P(A \cap B')$$

$$P(A \cap B') = P(A) \times P(B') \Rightarrow A, B' \text{ مستقلان}$$

$$P(A) = 1,6 P(B)$$

$$P(A \cap B') = P(A') \times P(B') = \frac{1}{2}$$

$$(1 - \overbrace{P(A)}^{1,6P(B)})(1 - P(B)) = 1 - P(B) - 1,6P(B) + 1,6P^2(B) = \frac{1}{2} \Rightarrow 1,6P^2(B) - 2,6P(B) + \frac{1}{2} = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-2,6)^2 - 4(1,6)(\frac{1}{2}) = 4,76 - 6,4 = -1,64$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2,6 \pm 1,2}{3,2} \left\{ \begin{array}{l} + \rightarrow \frac{3,8}{3,2} = 1,1875 \\ - \rightarrow \frac{1,4}{3,2} = \frac{7}{16} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{ذاتی}} P(A) = 1,6 \times \frac{7}{16} = 0,7$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = P(A) + P(B') - P(A) \times P(B') = P(A) + P(B') \times P(A') = 0,7 + 0,25 \times 0,3 = 0,175$$

۳۵- مختصات مرکز دایره‌ای که از نقطه $(4/5, 0/5)$ بگذرد و بر خط $3x - 2y = 6$ در نقطه $(2, 0)$ مماس باشد، کدام

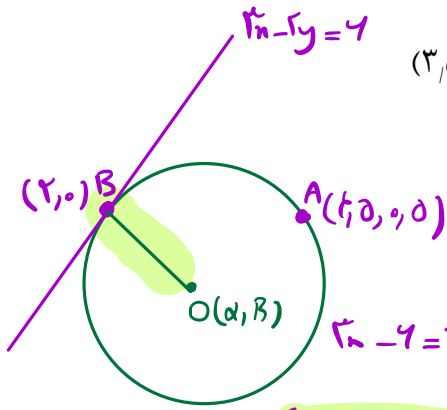
است؟

$(3/5, -1)$ (۴) ✓

$(4, -3/5)$ (۳)

$(3, 1/5)$ (۲)

$(2/5, 4)$ (۱)



$$\frac{r}{r} = \text{شیب عمود بر} \Rightarrow 2 = 4/5 - 2 \Rightarrow 2 = 4/5 - 2 \Rightarrow 2 = 4/5 - 2$$

$$\text{شیب عمود بر} = -\frac{2}{3} \Rightarrow \text{معادله خط از مرکز و نقطه } (2, 0) \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$O(\alpha, \beta) \Rightarrow \beta = -\frac{2}{3}\alpha + \frac{4}{3} \Rightarrow \text{چند گزینه را در این خطه جایگزین می‌کنیم}$$