



۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم

این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

روش

۹ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$\frac{S_9}{S_3} = V^3 \rightarrow \frac{a(r^9-1)}{a(r^3-1)} = V^3 \rightarrow \frac{r^9-1}{r^3-1} = V^3$$

$$\frac{(r^3-1)(r^6+r^3+1)}{(r^3-1)} = V^3 \rightarrow r^6+r^3 = V^3 \rightarrow r^3(r^3+1) = V^3$$

$r^3 = 1 \rightarrow r = 2$

$$\frac{a_3}{a_1} = \frac{ar^2}{a} = r^2 = 4$$

روش

۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2}$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۱۸ (۳)

۹۰ (۲)

۹۸ (۱)

$$a^x + b^x = c$$

$$\frac{x^2+1}{a} + \frac{10}{x^2+1} = 10$$

$$(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} + 2x(x^2+1) \times \frac{10}{(x^2+1)} = 100$$

$$(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} = 100$$



دشوار

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{2\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۹ (۱)

 $S = 0$

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

$$A = \frac{r}{5} \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta^3}{5}$$

$$A = \frac{r}{5} \frac{\beta}{\alpha^2} + \frac{\alpha^3}{5} \quad \xrightarrow{+} \quad 2A = \frac{r}{5} \left(\frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha^2 \beta^2} \right) + \frac{1}{5} (\alpha^3 + \beta^3)$$

$$\Rightarrow 2A = \frac{r}{5} (S^3 - 3SP) + \frac{1}{5} (S^3 - 3SP)$$

$$2A = \frac{r}{5} \times 95 \Rightarrow A = 19$$

۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع

متوسط

صفر (۴)

۱ (۳)

f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

۲ (۲)

۳ (۱)

مخرج ریشه ندارد یعنی $\Delta < 0$ است

$$44 - 4 \times 39m < 0 \rightarrow 14 < 39m \rightarrow \frac{14}{39} < m$$

$$mx^2 - 8x + 39 = 0 \rightarrow \Delta = 20$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = 20 \rightarrow \frac{-44 + 4m \times 39}{4m} = 20 \rightarrow \frac{-14 + 39m}{m} = 20$$

$$m = \frac{14}{14} \rightarrow [m] = 1$$



۸- اگر بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^2$ و $q(x) = x^6 + 3x^2 + 2x^2$ دو جمله‌ای $x^2 + x^2$

باشد، مقدار na کدام است؟

ساده

۱- حسه باید باشه

۱ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

$$p(x) = x^5 + ax^2 = x^2(x^3 + a) = x^2(x^3 - 1) = x^2(x-1)(x^2+x+1)$$

$$= x^2(x^3 + x^2)(x-1)$$

$$q(x) = x^6 + 3x^2 + 2x^2 = x^2(x^4 + 5x^2 + 2) = x^2(x^2+1)(x^2+2) = (x^2+2)(x^2+1)$$

$$h=2$$

$$an = -2$$

ساده

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$x \rightarrow f \rightarrow f \rightarrow \dots$$

$$f = \begin{cases} 1 \rightarrow 0 \\ -1 \rightarrow 2 \end{cases}$$

دو جواب



۱۰- تابع پیوسته f یک به یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

(۵) L

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} \text{ کدام است؟}$$

(۱) ۱

دوی نیم از ربع اول، ربع اول، ربع اول، ربع اول
 $a = f(a)$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n} = \frac{f(a)}{a} = 1$$

(۵) L

۱۱- اگر $\log(2x+1) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱) $-\frac{1}{2}$

$$\log(2n+1) = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 - \log 2)(\log 5 + \log 2)$$

$$\log 2n+1 = (\log \frac{5}{2})(\log 10)$$

$$2n+1 = \frac{5}{2} \rightarrow 2n = \frac{3}{2} \rightarrow n = \frac{3}{4}$$

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$



Saber heydari



(ساده)

۱۲- اگر $2\sin\alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

$$2\sin\alpha - 2\sin\alpha \cos\alpha < 0$$

$$2\sin\alpha (1 - \cos\alpha) < 0$$

همواره مثبت

$$\sin\alpha < 0$$

$$\cot\alpha < 0$$

پاسخ: چهارم

(ساده)

۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 2\sin(375^\circ)}$ کدام است؟

 $0,4\sqrt{3}$ (۴) $0,2\sqrt{3}$ (۳) $0,4\sqrt{6}$ (۲) $0,2\sqrt{6}$ (۱)

$$\frac{\cos 18^\circ - 2\sin 18^\circ}{2\sin 18^\circ} = \frac{1}{2} \cot 18^\circ \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{2} (2 + \sqrt{3}) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{3} = 0,5\sqrt{3}$$

$$\tan 18^\circ = \tan (45^\circ - 27^\circ) = 2 - \sqrt{3}$$

$$\cot 18^\circ = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$



Saber heydari



مساله

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقی

تابع f باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۴

(۳) ۲

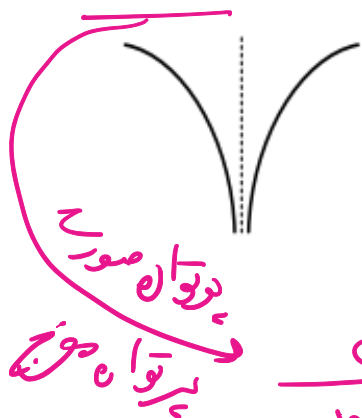
(۴) ۴

$$x = -a \rightarrow -am - 2 = 0$$

$$m = -\frac{2}{a}$$

$$\frac{a^2}{m} = -4 \rightarrow \frac{a^2}{-\frac{2}{a}} = -4$$

$$a^3 = 8 \rightarrow a = 2$$



مساله

(۴) $-\infty$ (۳) $+\infty$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

$$[\pi^- - \pi] = [0^-] = -1$$

$$\cot x \rightarrow \pi^- = -\infty$$

$$\frac{-\infty}{-1} = +\infty$$



Saber heydari



۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^2+(m-2)x+a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است.

متوسط

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟ a ریشه صریح

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\sqrt{3}|a^2+a|=0 \quad \begin{cases} a=0 \\ a=-1 \end{cases}$$

ریشه صریح $a=-1$

$$(-1)^3 + (m-2)(-1) + (-1)^2 = 0$$

$$-1 - m + 2 + 1 = 0 \rightarrow m=2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x-1|}{|x^2+1|} = \frac{0}{0} \stackrel{H\&P}{=} \sqrt{3} \left| \frac{-1}{1} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|x-1|$$

سلا

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

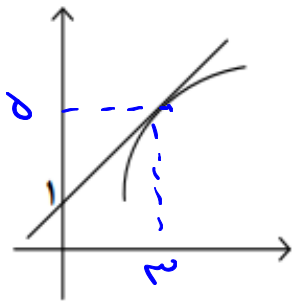
$$(f-2g)' = \frac{-2x+4-2x+4-2\sqrt{3x}}{\sqrt{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt{x^2}}$$

$$= -2\sqrt{3} x^{\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{3} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\rightarrow +\frac{2\sqrt{3}}{4} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



فوق ساده

(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}$

$$m = f'(3) = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$$

ساده

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx+c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^2 + b - c$ کدام است؟

(۴) $(a-1)^2 + 1$

(۳) $(a-1)^2 - 1$

(۲) $(a+1)^2 + 1$

(۱) $(a+1)^2 - 1$

$$2ba + c = 3a^2 \rightarrow 9a^2 + c = 3a^2$$

$$2b = 9a \rightarrow 2b = 9a$$

$$c = -3a^2$$

$$a^2 + 2a + 3a^2 = \underbrace{a^2 + 3a^2 + 2a + 1 - 1}_{\text{مکعب}} = (a+1)^3 - 1$$



$$a^{\frac{1}{3}}(a-a)$$

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $\frac{1}{5}$ است. مقدار a کدام است؟

متویا

۱ (۴)

۱/۵ (۳)

۲ (۲)

۲/۵ (۱)

$$f'(x) = \frac{\frac{2}{3}x + 0}{\frac{2}{3}x} = \frac{2}{3}x$$

$$\sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2} \times \frac{2}{3}a = \frac{1}{5} \rightarrow a = \frac{4}{25}$$

