

- ۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

$$\frac{a(9^4 - 1)}{9 - 1} = 73 \frac{a(9^3 - 1)}{9 - 1}$$

$$9 = 2 \rightarrow \frac{a_3}{a_1} = 9^2 = 4$$

- ۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2 + 1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2 + 1)^2 + \frac{100}{(x^2 + 1)^2}$ کدام است؟

۸۰ (۴)

۸۸ (۳)

۹۰ (۲)

۹۸ (۱)

$$t + \frac{10}{t} = 9$$

$$\rightarrow t^2 + \frac{100}{t^2} = 81$$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

$$= \frac{4\alpha}{5\beta^2} + \frac{1}{5}\beta^3$$

۱۸ (۴)

۱۹ (۳)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

$$\alpha + \beta = 5$$

$$\alpha\beta = 2$$

$$t = \frac{4\alpha}{5\beta^2} + \frac{1}{5}\beta^3$$

$$t = \frac{4\beta}{5\alpha^2} + \frac{1}{5}\alpha^3 \rightarrow 2t = \frac{4(\alpha^3 + \beta^3)}{5}$$

$$t = 19$$

۶- در مربع شکل زیر، $CD = 3ED$ و نقطه F ، وسط پاره خط BE قرار دارد. اگر $AF = 5$ باشد، مساحت چهارضلعی

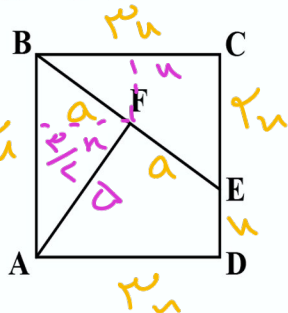
$ADEF$ کدام است؟

۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۲۰ (۳)

۲۵ (۴)



$$4u^2 \cdot \frac{9}{4}u^2 = 36$$

$$u = 3$$

$$S = 36 - \left(\frac{4 \times 4}{2}\right) - \left(\frac{3 \times 4}{2}\right) = 15$$

۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع

f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

۲ (۲)

۳ (۱)

۴ (۴) صفر

۱ (۳)

$$\Delta < 0 \rightarrow m > \frac{16}{39}$$

$$\Delta > 0 \rightarrow m > 0$$

$$n_s = \frac{c}{m} \rightarrow y = \frac{-16}{m} + 39$$

$$\rightarrow \frac{0}{\sqrt{-\frac{16}{m} + 39}} = 1 \rightarrow m = \frac{16}{19}$$

$$[m] = 1$$

۸- اگر بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^3$ و $q(x) = x^4 + 3x^3 + 2x^2$ ، دو جمله‌ای $x^n + x^3$ باشد، مقدار na کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

$$n^c (n+1)(n+2)$$

$$n^3 (n^c + a)$$

$$a = -1$$

$$n^c \times (n+1) = n^c + n^c$$

$$n = 2$$

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$f(n) = 0 \rightarrow n = 1$$

$$f(n) = 1 \begin{cases} n-1 = 1 \rightarrow n = 2 \checkmark \\ n+1 = 1 \rightarrow n = 0 \checkmark \end{cases}$$

$$f(n) = 0 \rightarrow n = -1$$

$$\begin{cases} n-1 = -1 \rightarrow n = 0 \\ n+1 = -1 \rightarrow n = -2 \checkmark \end{cases}$$

۱۰- تابع پیوسته f یک به یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

 $f'(a)$ (۴) a (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

اص ریس $y = x$

$$a = f(a)$$

کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x}$

۱۱- اگر $\left| \begin{matrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{matrix} \right| = \log(3x+1)$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

Handwritten: $\log_{\sqrt{2}} = -2$

(۴) $\frac{1}{2}$ (۳) 2 (۲) -2 (۱) $-\frac{1}{2}$

Handwritten: $\log_{\sqrt{2}}(3x+1) = (\log_{\sqrt{2}})^2 - (\log_{\sqrt{2}})^2$

Handwritten: $3x+1 = \frac{5}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

Handwritten: $\alpha \in (1, 5)$

۱۲- اگر $2\sin\alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

(۱) اول

(۲) دوم

(۳) سوم

(۴) چهارم

ناحیه اول

صدق نمی کنند مثال بزنید $\alpha = 30^\circ$

۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(375^\circ)}$ کدام است؟

۰٫۴√۳ (۴)

۰٫۲√۳ (۳)

۰٫۴√۶ (۲)

۰٫۲√۶ (۱)

$$\frac{1 \cdot \sin 15^\circ - 2 \sin 15^\circ}{2 \sin 15^\circ} = \frac{1}{2} \cdot 15^\circ - \frac{2}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \tan 15^\circ &= \tan(45^\circ - 30^\circ) = 2 - \sqrt{3} \\ 1 \cdot \tan 15^\circ &= 2 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

۱۴- در نیم‌دایره شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

۰٫۲√۳ (۱)

۰٫۳√۳ (۲)

۰٫۴√۳ (۳)

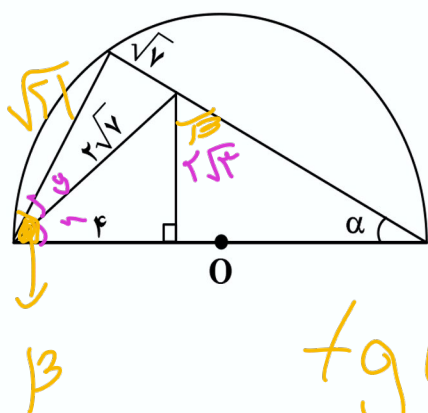
۰٫۵√۳ (۴)

$$\tan u = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\tan y = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan(\beta) = \tan(u + y) = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3} - 1} = \tan \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3} - 1} = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 3} = 2\sqrt{3}$$



۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۳

(۳) -۳

(۴) -۶

$$k = -1$$

$$\frac{-x + x - \frac{ax^2}{2}}{-1x^2} = \frac{a}{2} = 3 \quad a = 6$$

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2 x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقی

تابع f باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۴

(۳) ۲

(۴) ۴

$$m = -1$$

$$a = 2$$

اگر $m = 1$



۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

$$\frac{-\infty}{-1} = +\infty$$

$$a = -1 \leftarrow a' + a = \dots$$

۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3} |ax + a|}{|x^2 + (m-2)x + a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است.

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$m = \dots$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{x^2 - x + 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3} |u+1|}{|u+1|}$$

$$u \rightarrow -1$$

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (3)$$

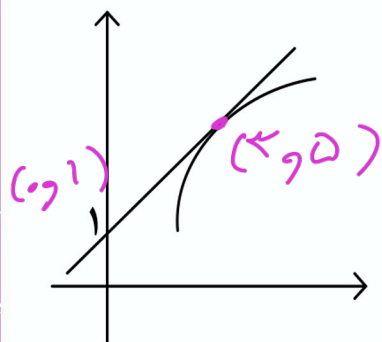
$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (f(u) - 2g(u))' &= \left(\frac{2|u-2| - 2|u-2| - 2\sqrt{3u}}{\sqrt{u^2}} \right)' \\ &= \left(\frac{-2\sqrt{3u}}{\sqrt{u^2}} \right)' = \left(-2\sqrt{3} \times u^{-\frac{1}{2}} \right)' \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} u^{-\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



$$f'(3) = \frac{4}{3}$$

$$2 \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\rightarrow a^3 + 3a + 3a^2 = (a+1)^3 - 1$$

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx + c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^3 + b - c$ کدام است؟

- (۱) $(a+1)^3 - 1$ (۲) $(a+1)^3 + 1$ (۳) $(a-1)^3 - 1$ (۴) $(a-1)^3 + 1$

$$2ba + c = 3a^2$$

$$2b = 3a$$

$$b = \frac{3}{2}a$$

$$c = -\frac{3}{2}a^2$$

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $\frac{1}{5}$ است. مقدار a کدام است؟

(۴) ۱

(۳) $\frac{1}{5}$

(۲) ۲

(۱) $\frac{2}{5}$

