

۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$S_9 = 73 S_3$$

$$\frac{a_1(9^9 - 1)}{9^8} = 73 \times \frac{a_1(9^3 - 1)}{9^2} \rightarrow (9^3 - 1)(9^6 + 9^3 + 1) = 73(9^3 - 1)$$

$$\frac{a_1}{9^8} = t$$

$$\rightarrow t^2 + t + 1 = 73 \rightarrow t^2 + t - 72 = 0 \rightarrow (t + 9)(t - 8) = 0 \begin{cases} t = -9 \\ t = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9^3 = -9 \xrightarrow{9^{\pm 2}} \text{غیر قابل} \\ 9^3 = 8 \rightarrow 9 = 2 \text{ قابل} \end{cases}$$

$$\text{در نتیجه: } \frac{a_3}{a_1} = \frac{a_1 9^2}{a_1} = 9^2 = 81$$

سطح سؤال (متوسط)

۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2 + 1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2 + 1)^2 + \frac{100}{(x^2 + 1)^2}$ کدام است؟

۸۰ (۴)

۸۸ (۳)

۹۰ (۲)

۹۸ (۱)

$$x^2 + \frac{10}{x^2 + 1} = 9 \rightarrow t + \frac{10}{t} = 9 \quad \text{①}$$

هراتمی سؤال $t^2 + \frac{100}{t^2}$ سبب داریم:

$$\rightarrow \text{طریقه به توان ۲} \quad t^2 + \frac{100}{t^2} + 20 = 100 \rightarrow t^2 + \frac{100}{t^2} = 80$$

سطح سؤال: آسان



صفحه:

موضوع:

۳- A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر $A \cup B' \subseteq A \cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

~~$A = \emptyset$ (۴)~~

~~$B = A$ (۳)~~

~~$A = U$ (۲)~~

$B = U$ (۱)

$$B = U \Rightarrow B' = \emptyset$$

$$A \cup \emptyset = A \quad \text{I} \quad \text{I} \Rightarrow \text{II}$$

$$A \cap U = A \quad \text{II}$$

کامینه کمی دشته سیم:

سطل سوال آسان

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۹ (۳)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

$$\alpha\beta = 2 \Rightarrow \beta = \frac{2}{\alpha} \Rightarrow \beta^2 = \frac{4}{\alpha^2}$$

$$\frac{4}{5} \frac{2}{\beta^2} + \frac{1}{5} \beta^5 = \frac{4}{5} \frac{2}{\frac{4}{\alpha^2}} = \frac{\alpha^2}{5} + \frac{\beta^5}{5} = \frac{5^2 - 2 \cdot 5}{5} = \frac{125 - 10}{5} = \frac{115}{5} = 23$$

$$S = 5 \quad , \quad P = 2$$



۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی \mathbb{R} تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m بیشترین مقدار تابع

f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

$$\frac{17}{39} > m : \quad 72 - 4(m)(39) < 0 \quad \text{بسی}$$

معرز: باسی

$$= \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}} \quad \text{تکرار Max}$$

$$: \quad \sqrt{mx^2 - 8x + 39} = 5 \rightarrow \frac{5}{5} = 1$$

فریبی

$$- \frac{\Delta}{4a} = 25 \rightarrow - \frac{72 - 4m \times 39}{4m} = 25$$

$$- 10m = 72 - 156m$$

$$m = \frac{72}{56} = \frac{9}{7} \rightarrow [m] = 1$$



۸- اگر بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^3$ و $q(x) = x^4 + 3x^3 + 2x^2$ ، دو جمله‌ای $x^n + x^3$ باشد، مقدار na کدام است؟

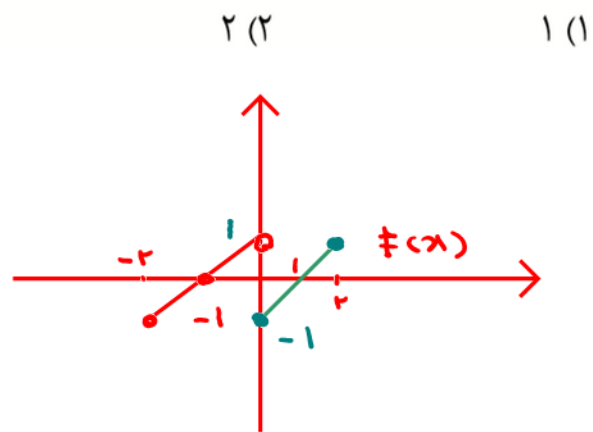
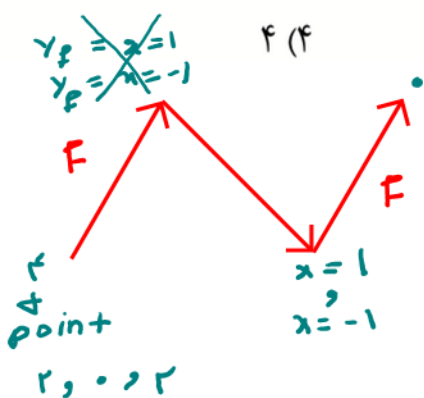
$q(x) = x^2(x^2 + 3x + 2) = x^2(x+1)(x+2)$ ۱ (۴)
 $p(x) = x^3(x^2 + a)$ ۲ (۳)
 مشترک: $x^2(x+1)$ -۱ (۲)

$\downarrow a = -1$
 $(x-1)(x+1) = x^2(x-1)(x+1)$ ۳ (۱)

$na = -2$ ۲ (۱)

سطح سوال : متوسط

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟



سطح سوال : نسبتاً دشوار



صفحه:

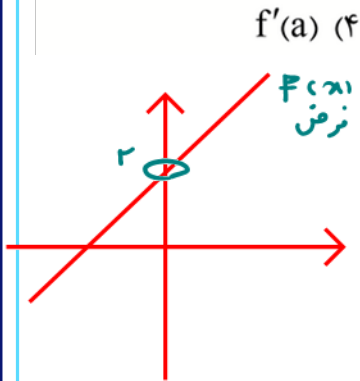
موضوع:

۱۰- تابع پیوسته f یک به یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

I

کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x}$

۱ (۱)



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(a)}{a} = \frac{a}{a} = 1$$

بترتیب I :
 $(a, f(a)) \in F$
 $(f(a), a) \in F$

۱۱- اگر $\log(3x+1) = \frac{\log 5 \cdot \log 2}{\log 2 \cdot \log 5}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$\log(3x+1) = \frac{(\log 5)^2 - (\log 2)^2}{(\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2)} = \frac{(\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2)}{(\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2)}$$

$$\log(3x+1) = \log 5 \rightarrow 3x+1 = 5 \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

دزتیغ: $\log_{\sqrt{2}} \frac{4}{3} = -2$

سطح سوال: متوسط



صفحه:

موضوع:

۱۲- اگر $2\sin\alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

$$\cancel{\sin\alpha} < \cancel{2\sin\alpha} \cdot \cos\alpha \rightarrow \sin\alpha \cdot \cos\alpha - \sin\alpha > 0$$

$$\sin\alpha (\cos\alpha - 1) > 0 \quad \therefore \sin\alpha < 0$$

$$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} > 0 \quad \therefore \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} > 0 \rightarrow \cos\alpha > 0$$

(I) و (II)

سؤال: آسان

۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(275^\circ)}$ کدام است؟

$\frac{27. + 15}{18. - 15}$ $\frac{9. + 15}{36. + 15}$
 $0.4\sqrt{3}$ (۴) $0.2\sqrt{3}$ (۳) $0.4\sqrt{6}$ (۲) $0.2\sqrt{6}$ (۱)

$$\frac{\cos 15^\circ - 2\sin 15^\circ}{2\sin 15^\circ + 3\sin 15^\circ} = \frac{6 + 9\sqrt{3}}{5} - \frac{2}{5} \quad \text{(I)}$$

$$6 + 9\sqrt{3} = \frac{1}{x} \quad \therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \quad \therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{c}+1}{\sqrt{c}-1} \times \frac{\sqrt{c}+1}{\sqrt{c}+1} = \frac{c+1+\sqrt{c}}{c-1} \rightarrow x = \frac{\sqrt{c}-1}{1+\sqrt{c}}$$

$$\text{(I)} \quad \frac{c+1+\sqrt{c}}{c-1} - \frac{2}{5} = \frac{\sqrt{c}}{5} = \frac{1}{2}\sqrt{c}$$

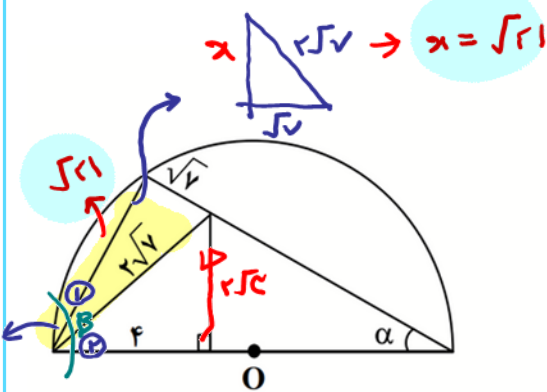
سؤال: سبباً دشوار



صفحه:

موضوع:

۱۴- در نیم دایره شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



- (۱) $0,2\sqrt{3}$
- (۲) $0,3\sqrt{3}$
- (۳) $0,4\sqrt{3}$
- (۴) $0,5\sqrt{3}$

I. $\sqrt{r^2 - r^2} = r\sqrt{c}$ +9 B. +9 B = 1

+9 (B) = 6 + 9 alpha : (I)

$\theta_1 + \theta_2 \rightarrow \tan \theta_2 = \frac{\sqrt{c}}{r}$

$\tan \theta_1 = \frac{\sqrt{r}}{r_1} = \frac{\sqrt{c}}{r} \rightarrow$

$\frac{\tan \theta_1 + \tan \theta_2}{1 - \tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2} = \frac{\frac{\sqrt{c}}{r} + \frac{\sqrt{c}}{r}}{1 - \frac{\sqrt{c}}{r} \times \frac{\sqrt{c}}{r}} = \frac{2\sqrt{c}}{r} \cdot \frac{r}{r - c} = \frac{2\sqrt{c}}{r - c}$

(II) $\tan \alpha = \frac{r}{r - c} = \frac{1}{5} \sqrt{c} = 0,2\sqrt{3}$

سؤال: مسیلاً در

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۳
- (۳) -۳
- (۴) -۶

$\frac{u}{v} \sim 1 - \frac{u \cdot v'}{v^2}$:

$\frac{a}{k} = \frac{6}{-1} = -6$

$\frac{k + 1 - \frac{(\sqrt{a}x)^2}{2}}{kx^2} = 3$ نتیجه

$\left\{ \begin{array}{l} k = -1 \\ -\frac{a}{2k} = 3 \\ a = 6 \end{array} \right.$

سؤال: متوسط

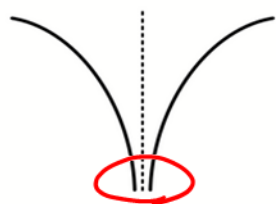


صفحه:

موضوع:

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقی

تابع f باشد، مقدار a کدام است؟



بایستی $x = -a$ را در $mx - 2$ با $x = -a$ جایگزین کنیم:

(۱) -۲

(۲) -۴

(۳) ۲

(۴) ۴

I: $-ma - 2 = 0 \rightarrow m = -\frac{2}{a}$

II: $y = -4 \rightarrow \text{Max توان} : \frac{a^2}{m} = -4$
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -4$

$\frac{a^2}{-\frac{2}{a}} = -4$
 $a = 2$

سوال: متوسط

صیغه $\frac{0}{0}$: $\frac{0}{0} < 0$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{x - \pi}$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۱

(۴) $-\infty$

(۳) $+\infty$

ج: $\frac{-\infty}{-\infty} = +\infty$

سوال: ساره



۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^2+(m-2)x+a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است.

رستهای منفرجه

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۳)

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

$a^2 + (m-2)a + a^2 = 0 \rightarrow a^2 + a + (m-2) = 0$ $a = -1$ $1 - 1 + m - 2 = 0 \rightarrow m = 2$

میزتابی بتول $a = 0$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$: از طرفی $x = a$ و از طرفی $x = a$ $a^2 + a = 0$ $a = 0$ X $a = -1$ صحیح

مفروضات صورت $x = a$ با توجه $x = a$

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{c}|x-1|}{|x^c+1|} \xrightarrow{H-O} \frac{\sqrt{c}}{c x^c} = \frac{1}{\sqrt{c}}$

$x \rightarrow +1$

۱۹- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{3}|x-1|}{\sqrt{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

$-\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

$f - 2g = - \frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{x^2}} \rightarrow \text{مشتق} \left(-\sqrt{3}x \times x^{-1/2} \right)'$

\downarrow

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

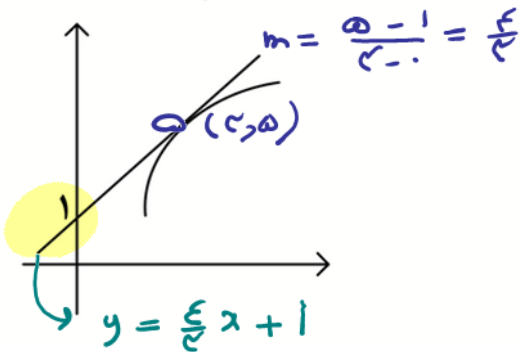
سبع سوال: متوسط



صفحه:

موضوع:

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) ۲/۳

(۴) ۴/۳ ✓

سطح سؤال: ساده شونده

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx+c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی \mathbb{R} مشتق پذیر است. مقدار $a^2 + b - c$ کدام است؟

(۴) $(a-1)^2 + 1$ (۳) $(a-1)^2 - 1$ (۲) $(a+1)^2 + 1$ (۱) $(a+1)^2 - 1$

$$\text{I, پیوسته است: } 2ab + c = 3a^2 \rightarrow c = 3a^2 - 2ab = -2a^2$$

$$\text{II, } f'_- = f'_+ \neq \pm\infty : \underbrace{2b}_- = \underbrace{3a}_+ \rightarrow b = 3a$$

$$\text{در نتیجه: } a^2 + 2a + 2a^2 + 1 - 1 = (a+1)^2 - 1$$



۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

۱ (۴)

۱,۵ (۳)
- مستوی

۲ (۲)

۲,۵ (۱)

$x = 0 \rightarrow \bullet$
 $x = a \rightarrow \bullet$
 $x = x_{max} ?$

$$f = -\sqrt[3]{x^2} (x-a)$$

$$\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}} (x-a) + \sqrt[3]{x^2} \right) = 0$$

$$2x - 2a + 3x = 0$$

$$x = \frac{2}{5} a \quad \text{Max}$$

$$\frac{1}{5} = \sqrt[3]{\frac{4}{125} a^2} \times \left(\frac{2}{5} a - a \right)$$

$$\frac{1}{5} = \sqrt[3]{\frac{4}{125} a^2} \times a \rightarrow \frac{1}{5} = \frac{4}{125} a^3 \rightarrow a = \frac{5}{2}$$