

پاسخنامہ ی تشریح

رشتہ ریاضی



☆ کنک — اور ۱۴۰۴ ☆

عباس الہی



نوٹ اول ✓





۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\frac{S_9}{S_3} = 73 \rightarrow \frac{a(1-q^9)}{1-q} = 73 \rightarrow \frac{(1-q^3)(1+q^3+q^6)}{(1-q)} = 73 \rightarrow 1+q^3+q^6 = 73 \rightarrow q = 2$$

$$\frac{a_3}{a_1} = \frac{a_1 q^2}{a_1} = q^2 = 4$$





متن سوال

اگر $x^2 + \frac{10}{x^2 + 1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2 + 1)^2 + \frac{100}{(x^2 + 1)^2}$ کدام است؟

-۲

۱۰ (۴) ✓

۸۸ (۳)

۹۰ (۲)

۹۸ (۱)

پاسخ تشریحی

توان ۲ $\rightarrow (x^2 + 1) + \frac{10}{(x^2 + 1)} = 10 \rightarrow (x^2 + 1)^2 + \frac{100}{(x^2 + 1)^2} + 2x \cancel{(x^2 + 1)} \times \frac{10}{\cancel{(x^2 + 1)}} = 100 \rightarrow$

$(x^2 + 1)^2 + \frac{100}{(x^2 + 1)^2} = 100 - 20 = 80$





عباس الہی

سوال شماره

۳

متن سوال

۳- A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر $A \cup B' \subseteq A \cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

$$A = \emptyset \quad (۴)$$

$$B = A \quad (۳)$$

$$A = U \quad (۲)$$

$$B = U \quad (۱)$$

۱, ۲, ۴

۲

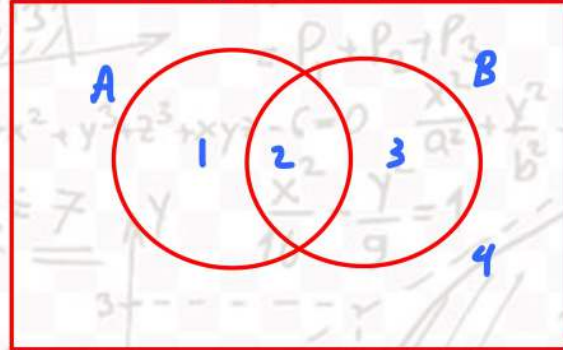
پس

$$\Rightarrow ۱, ۴ = \emptyset \rightarrow$$

$$B' = \emptyset$$

$$B = U$$

پاسخ تشریحی



$$A \cup B' = \{1, 2, 3\} \cup \{4\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$





-۴

گزاره $p \Leftrightarrow q$ هم ارز منطقی کدام گزاره است؟

$$(1) (\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)$$

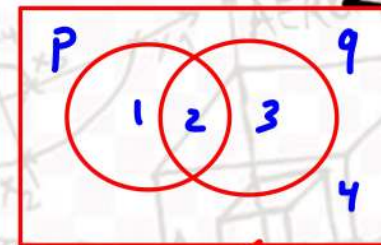
$$(3) (\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$$

$$(2) \sim [\sim (\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)]$$

$$(4) \sim [\sim (\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)]$$

پاسخ تشریحی

$$(\sim p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p) \equiv (p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p)$$



نواحی ۱، ۳

$$\Rightarrow \square \equiv \sim \bigcirc \vee \square$$

نقشه وین (Venn)





عباس الهی

سوال شماره

متن سوال

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

m

۱۹ (۳)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 5 \rightarrow \alpha + \beta = 5 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = 2 \rightarrow \alpha\beta = 2 \end{cases}$$

$$\underbrace{\left(\frac{4\alpha}{5\beta^2} + \frac{\beta^3}{5}\right)}_m + \underbrace{\left(\frac{4\beta}{5\alpha^2} + \frac{\alpha^3}{5}\right)}_m = \frac{4\alpha^3 + \alpha^2\beta^5 + 4\beta^3 + \beta^2\alpha^5}{5\alpha^2\beta^2} = \frac{8K}{20} = \frac{4K}{10} = \frac{4 \times 95}{10} = 38$$

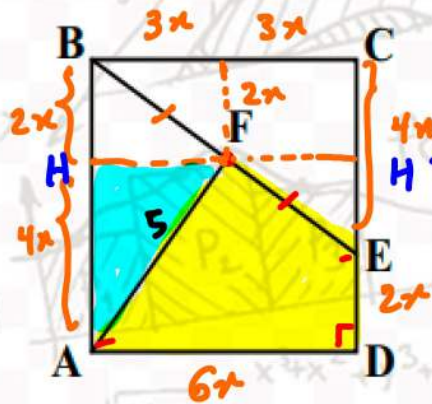
$$\text{نویس: } \alpha^3 + \beta^3 = K = S^3 - 3\alpha\beta S = 125 - 3(2)(5) = 95$$

$$m=9 \leftarrow 2m=38$$





۶- در مربع شکل زیر، $CD = 3ED$ و نقطه F ، وسط پاره خط BE قرار دارد. اگر $AF = 5$ باشد، مساحت چهارضلعی $ADEF$ کدام است؟



$$BE = \sqrt{(3x)^2 + (2x)^2} = \sqrt{13}x$$

$$EF = \frac{\sqrt{13}}{2}x$$

$$AE = \sqrt{(3x)^2 + x^2} = \sqrt{10}x$$

① $FHA : x=1$

$$S_{HH'AD} - (S_{AHF} + S_{FHE}) = 24 - 9 = 15$$

$4x \times 6x$ $6x$ $3x$

پاسخ تشریحی





عباس الهی

سوال شماره

V

متن سوال

۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{mx^2 - 8x + 39}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟ $m > 0$

(۴) صفر

(۳) ۱

یعنی $mx^2 - 8x + 39$
صاف شود.

پاسخ تشریحی

$$16 - 39m < 0 \xrightarrow{\div 4} 4 - 9.75m < 0 \rightarrow m > \frac{16}{39}$$

$$\Delta = \frac{8}{2m} = \frac{4}{m} \rightarrow \frac{5}{\sqrt{-\frac{16}{m} + 39}} = 1 \rightarrow -\frac{16}{m} + 39 = 25 \rightarrow -\frac{16}{m} = -14 \rightarrow m = \frac{16}{14} \rightarrow [m] = 1$$





عباس الہی

سوال شماره



متن سوال

בס"ד יתקבל **ה'תשס"ה**

دسته ریاضی

—A

اگر بزرگ ترین عامل مشترک باشد، مقدار na کدام است؟

-2 (1)

پاسخ تشریحی

$$x^n + x^3$$

چون فدیہ ۱
است
پس:

$$a < \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4x}}{-4x}$$

$$x^2(x^2 + 3x + 2)$$

$$x^3(x^2 + a)$$

$$x^2(x+1)(x+2)$$

$$x^3(x^2-1) = x^3(x-1)(x+1)$$

نیز سرین علی

مترک

$$x^2(x+1) = x^3 + x^2$$

↓ معنی ہے؟

$$\rightarrow \begin{cases} n=2 \\ a=1 \end{cases} \rightarrow naz=2$$





عباس الہی

سوال شماره

۹

متن سوال

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} f(x) = 0 \xrightarrow{0 \leq x \leq 2} x = 1 \rightarrow f(x) = 1 < \begin{cases} x-1=1 \rightarrow x=2 \checkmark \\ x+1=1 \rightarrow x=0 \end{cases} \text{ دو ریشه در } x \\ f(x) = 0 \xrightarrow{-2 \leq x < 0} x = -1 \rightarrow f(x) = -1 < \begin{cases} x-1=-1 \rightarrow x=0 \checkmark \\ x+1=-1 \rightarrow x=-2 \checkmark \end{cases} \end{cases}$$





۱- تابع پیوسته f یک به یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

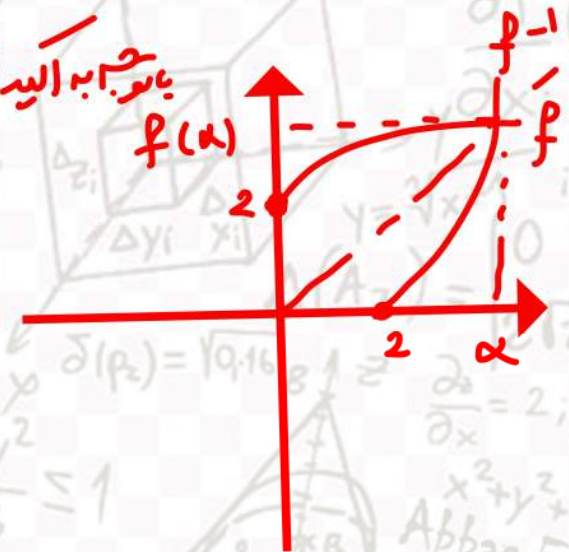
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} \text{ کدام است؟}$$

پاسخ تشریحی

..... (۲) (۳) a (۴) $f'(a)$

پس روی $n = 1$ وارنج را قطع کرده است پس:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n} = 1 \quad (1)$$





عباس الہی

سوال شماره

II

متن سوال

۱۱- اگر $\begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix} = \log(3x+1)$ باشد، مقدار $\log \sqrt{x}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} (x \geq 0)$$

$$2 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

.....

پاسخ تشریحی

$$\log(3x+1) = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = \left(\log \frac{5}{2}\right) \times \log 10 = \log \frac{5}{2} \times 1 = \log \frac{5}{2}$$

$3x+1 = \frac{5}{2} \Rightarrow 3x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$$\log \sqrt{x} = \log \frac{1}{2} = \log 2^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \log 2 = -\frac{1}{2}$$





عباس الهی

سوال شماره

۱۲

متن سوال

۱۲- اگر $\sin 2\alpha < 2\sin \alpha$ و $\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

پاسخ تشریحی

$$\sin \alpha < 0 \rightarrow 2\sin \alpha (1 - \cos \alpha) < 0 \rightarrow 2\sin \alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha < 0$$

$$\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0 \rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} > 0 \rightarrow \cos \alpha > 0$$





عباس الہی

سوال شماره

۱۳

متن سوال

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۴

رشته ریاضی

۱۳ حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(375^\circ)}$ کدام است؟

$$0,4\sqrt{3} \quad (4)$$

$$0,2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$0,4\sqrt{6} \quad (2)$$

$$0,2\sqrt{6} \quad (1)$$

پاسخ تشریحی

$$\begin{aligned} & \frac{-\sin(270^\circ + 15^\circ) + 2\cos(90^\circ + 15^\circ)}{2\sin(180^\circ - 15^\circ) + 3\sin(360^\circ + 15^\circ)} = \frac{\cos 15^\circ - 2\sin 15^\circ}{5\sin 15^\circ} = \frac{1}{5}\cot 15^\circ - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}(2 + \sqrt{3}) - \frac{2}{5} \\ & = \frac{2}{5} + \frac{\sqrt{3}}{5} - \frac{2}{5} = 0,2\sqrt{3} \end{aligned}$$



متن سوال

בס"ד יתקיימו כל צרכיך

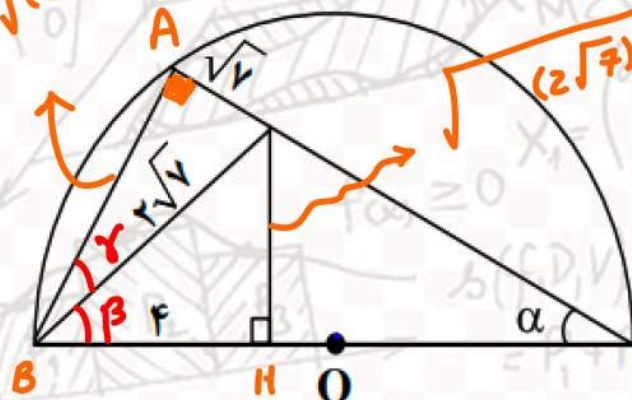
دسته ریاضی

در نیم‌دایره شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

- ۱۴

$$0, 2\sqrt{3} \quad (1)$$
$$0,3\sqrt{3} (2)$$
$$0,4\sqrt{3} \quad (3)$$
$$0,5\sqrt{3} \text{ (P)}$$

پاسخ تشریحی



$\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$
بسط، نزلانج

$$\frac{\frac{5\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \tan B = \cot \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \tan \beta = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \alpha = 2\sqrt{3}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{3}{5\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{15} = \frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$





عباس الہی

سوال شماره

۱۵

متن سوال

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۴

رشته ریاضی

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a} x)}{kx^2} = 3 \rightarrow$$

$$k+1=0 \rightarrow \boxed{k=-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \cos(\sqrt{a} x)}{-x^2} = 3$$

Hop

$$\frac{-\sqrt{a} \sin(\sqrt{a} x)}{-2x} = 3 \rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{a}}{2} \right) \frac{\sin(\sqrt{a} x)}{(\sqrt{a} x)} = 3$$

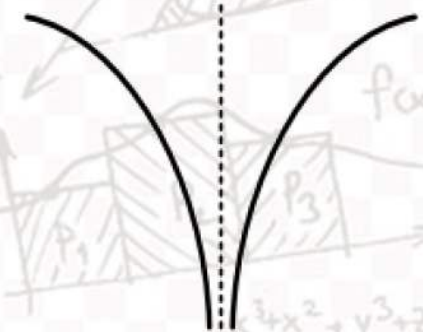
$$\frac{a}{2} = 3 \rightarrow \boxed{a=6}$$

$$\frac{a}{k} = \frac{6}{-1} = \boxed{-6}$$





۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقی



$x = -a$

پس میتوان $\frac{a^2x^2}{mx} = -4 \rightarrow -4m = a^2$

$\Rightarrow a^2 = -4m$ (I)

تابع f باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۴

(۳) ۲

(۴) ۴

پاسخ تشریحی

به نرم بد شکل $x = -a$ بر می خیزد و پاشنه $(mx-2)$ هم بوده است

پس: $(-ma-2) = 0 \rightarrow ma = -2$ (II)
 $m = -\frac{2}{a}$

(I) $a^2 = -4(-\frac{2}{a}) \rightarrow a^3 = 8$
 $a = 2$





عباس الہی

سوال شماره

IV

متن سوال

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۴

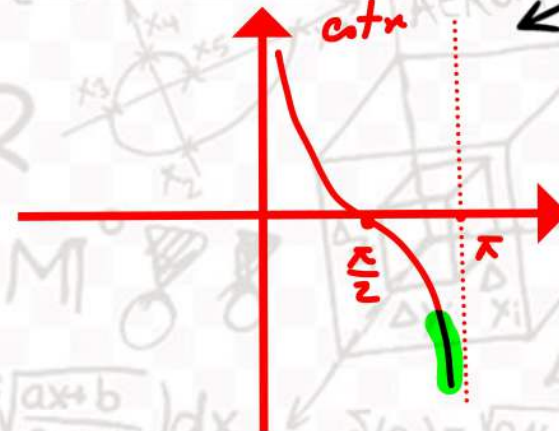
رشته ریاضی

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟

(۱) صفر

پاسخ تشریحی

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]} = -\cot x = -(-\infty) = +\infty$$





۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است. اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟
 راسع مربع بیده

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

کسین $a=0$ درست هم بوده است.

پاسخ تشریحی

دوس

$$a^3 + (m-2)a + a^2 = 0 \Rightarrow a(a^2 + (m-2) + a) = 0 \quad (I)$$

بگذاریم $x=a$ در صورت: $\sqrt{3}|a^2+a| = 0 \rightarrow a^2+a=0 \rightarrow a(a+1)=0 \rightarrow a \in \{0, -1\}$

دوس $(-1)^2 + (m-2) - 1 = 0 \rightarrow m-2=0 \rightarrow m=2$

ح.و.پ $\frac{\sqrt{3}}{3x^2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

دوس $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|-x-1|}{|x^3+1|} = \frac{0}{0}$





عباس الہی

سوال شماره

۱۹

متن سوال

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۲)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۱)$$

پاسخ تشریحی

$$f(u) = \frac{2|x-2|}{\sqrt[3]{x^2}}, \quad g(u) = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$h(u) = f(u) - 2g(u) = \frac{2|x-2| - 2|x-2| - 2\sqrt{3} \times \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} = -2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} = -2\sqrt{3} \times (x^{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}})$$

$$\hookrightarrow h(u) = -2\sqrt{3} x^{-\frac{1}{6}} \hookrightarrow$$

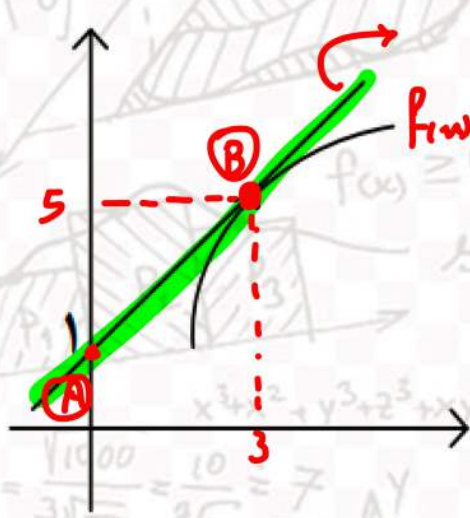
$$h'(u) = -2(\sqrt{3}) \times (-\frac{1}{6}) \times x^{-\frac{7}{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$





متن سوال

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



$$\frac{\text{جابجایی عمودی}}{\text{جابجایی افقی}} = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3} = f'(3)$$

$$\frac{4}{3}$$

پاسخ تشریحی

.....





عباس الہی

سوال شماره

۲۱

متن سوال

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx+c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^3 + b - c$ کدام است؟

$(a-1)^3 + 1$ (۴) $(a-1)^3 - 1$ (۳) $(a+1)^3 + 1$ (۲) $(a+1)^3 - 1$ (۱) ✓

پاسخ تشریحی

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} 3x^2 = 3a^2$ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} (2bx+c) = 2ba+c$
 چون f مشتق پذیر است، پس $3a^2 = 2ab+c$ $\rightarrow 3a^2 = 6a^2+c \rightarrow c = -3a^2$
 و $2b = 6a \rightarrow b = 3a$
 پس $a^3 + b + c = a^3 + 3a + 3a^2 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1 - 1 = (a+1)^3 - 1$





۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

۱ (۴)

۱,۵ (۳)

۲ (۲)

۲,۵ (۱)

$$f(x) = -\sqrt[3]{x^2} (x-a)$$

پاسخ تشریحی

$$f'(x) = -\frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} (x-a) - \sqrt[3]{x^2} = 0 \Rightarrow -\frac{2}{3\sqrt[3]{x}} (x-a) = \sqrt[3]{x^2} \Rightarrow -2(x-a) = 3x$$

$$\Rightarrow -2x + 2a = 3x \Rightarrow 5x = 2a \Rightarrow x = \frac{2a}{5}$$

$$\sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} \times \left(\frac{2a}{5} - a\right) = \frac{2a}{5} \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} = \frac{2}{5} \quad \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} = \frac{5}{2a} \Rightarrow \frac{4a^2}{25} = \frac{125}{8a^3}$$

$$a^5 = \frac{5^5}{2^5} \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$





عباس الہی

سوال شماره

۳۳

متن سوال

۲۳- اگر انحراف ۵ داده آماری از y ، به ترتیب برابر -۱ ، -۵ ، -۶ ، -۷ و ۴ باشد، واریانس داده‌های اصلی کدام است؟

۲۵،۴ (۴)

۲۴،۶ (۳)

۱۶،۴ (۲)

۱۵،۶ (۱)

پاسخ تشریحی

$$۱۵ - (-۱) + (-۵) + (-۶) + (-۷) + ۴ = ۰ \quad \text{در اینجای } \sum (x_i - \bar{x}) = 0 \quad \text{انحراف از میانگین داده‌ها}$$

با توجه به ۱۵ واحدی انحراف از میانگین صفر شود یعنی هر داده x_i را در $\bar{x}$ ضرب می‌کنیم و جمع می‌گیریم.

$$\begin{aligned} & \text{انحراف از میانگین‌ها} \rightarrow -۱, -۵, -۶, -۷, ۴ \xrightarrow{+3} ۲, -۲, -۳, -۴, ۷ \\ & \sigma^2 = \frac{49 + 16 + 9 + 4 + 4}{5} = \frac{82}{5} = ۱۶,۴ \end{aligned}$$





سوال شماره

۲۴

ریاضیات کنکور

متن سوال

۲۴- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S، روابط $P(A) = \frac{1}{6} P(B)$ و $P(A - B) = P(A)P(B')$ برقرار است. اگر $P(A \cap B') = 0.25$ باشد، مقدار $P(A \cup B')$ کدام است؟

$$P(A' \cap B) = P(A') \times P(B)$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{20}$$

نام پاشی منی

$$\frac{17}{20}$$

$$\frac{13}{20}$$

$$\frac{27}{40}$$

$$1 - \frac{3}{20} = \frac{17}{20}$$

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} P(A) = x \\ P(B) = y \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{6} y$$

$$P(A \cap B) = x \times (1 - y) = x - xy \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - (x + y - P(A \cap B)) = 1 - (x + y - xy) = 1 - 2.6y + 1.6y^2$$

$$1.6y^2 - 2.6y + 0.75 = 0 \Rightarrow 16y^2 - 26y + 7.5 = 0 \rightarrow y = \frac{26 \pm 14}{32} = \frac{42}{32} \text{ یا } \frac{12}{32}$$

چون A و B مستقل اند، این ها هم صدق دارند.

$$x = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \leftarrow x = 1.6 \times \frac{3}{8} \leftarrow y = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = \frac{6}{10} + \frac{5}{8} - \left(\frac{6}{10} \times \frac{5}{8} \right) = 1 - P(A' \cap B')$$





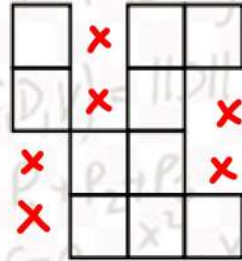
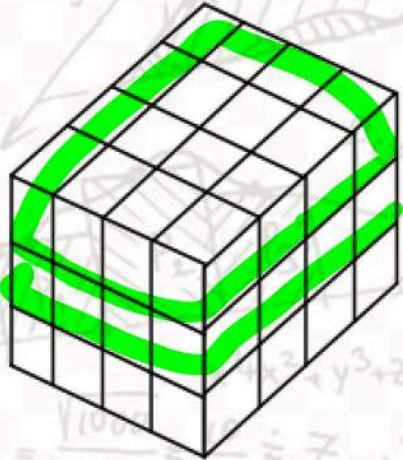
عباس الهی

سوال شماره

۲۵

متن سوال

۲۵- حداکثر چند مکعب کوچک باید از مکعب سمت چپ برداشته شود تا نمای بالا به صورت شکل سمت راست باشد؟



مربع‌های + دورترین ۱۶ تایی
ضربدر
سنگین

$$2 \times 16 + 6 = 38$$

(۱) ۲۴

(۲) ۳۸ ✓

(۳) ۱۸

(۴) ۱۴

پاسخ تشریحی

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۴

رشته ریاضی





۲۶- مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه‌ای بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ محیط شده است. برای رسم عمود منصف یکی از ساق‌های این مثلث، باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟

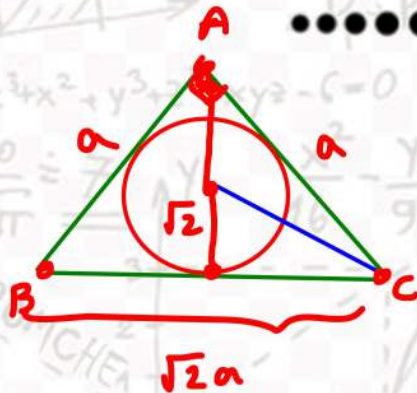
$$\sqrt{2} + 1$$

$$\sqrt{2} - 1$$

$$2 + \sqrt{2}$$

$$2 - \sqrt{2}$$

پاسخ تشریحی



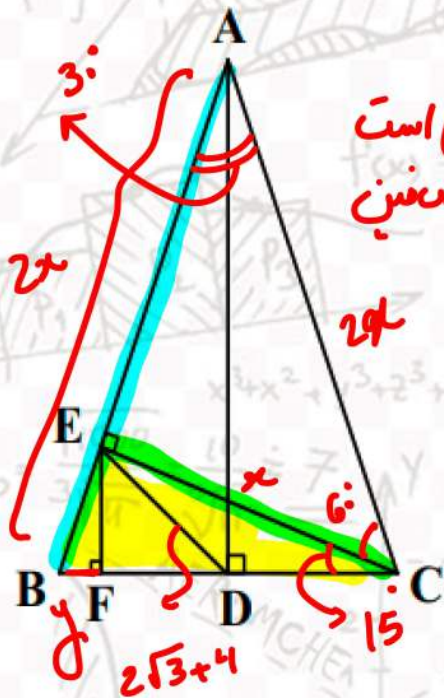
$$r = \frac{S}{p'} = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{(2a + \sqrt{2}a)}{2}} = \frac{a}{2 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow a = 2\sqrt{2} + 2$$

$\sqrt{2} + 1 > \text{دهانه پرگار}$ $\rightarrow$ نصف قطر منصف $> \text{دهانه پرگار}$





۲۷- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین بوده و $AB = 2CE$ است. اگر $DE = 2\sqrt{3} + 4$ باشد، اندازه BF کدام است؟



AD میانه و ارتفاع است
در مثلث ABC و DEF



نکته: $\triangle BEF \sim \triangle BAC$

$$\begin{aligned} BC &= 4\sqrt{3} + 8 \rightarrow BD = 2\sqrt{3} + 4 \\ EF &= \frac{1}{4} \times BC = \sqrt{3} + 2 \rightarrow EF^2 = BF \times BC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (\sqrt{3} + 2)^2 &= y \times (4\sqrt{3} + 8 - y) \\ \Rightarrow 7 + 4\sqrt{3} &= (4\sqrt{3} + 8)y - y^2 \Rightarrow y^2 - 4(\sqrt{3} + 2)y + (\sqrt{3} + 2)^2 = 0 \end{aligned}$$

مجموع فرایب صفر

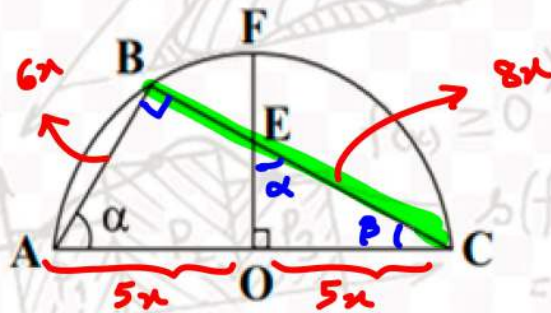
$$y = 1$$

پاسخ تشریحی





۲۸- در نیم‌دایره زیر، اگر $\sin \alpha = 0,8$ باشد، مقدار $\frac{BE}{EF}$ کدام است؟



$$\triangle OEC \sim \triangle BAC$$

$$\frac{OE}{6x} = \frac{5x}{8x} = \frac{CE}{10x} \rightarrow \begin{cases} OE = \frac{3}{8}x \rightarrow EF = 5x - \frac{3}{8}x \\ CE = \frac{5}{8}x \rightarrow BE = 8x - \frac{5}{8}x \end{cases}$$

پاسخ تشریحی

$$\rightarrow \begin{cases} EF = \frac{17}{8}x \\ BE = \frac{14}{8}x \end{cases} \rightarrow \frac{BE}{EF} = \frac{\frac{14}{8}}{\frac{17}{8}} = \frac{14}{17} = \boxed{1,4}$$





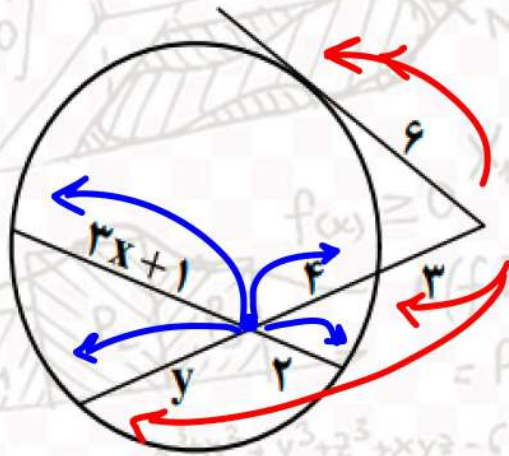
عباس الہی

سوال شماره

۲۹

متن سوال

۲۹- در شکل زیر، مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟



$$3 \times (7 + 1) = 36 \rightarrow 7 + 1 = 12 \rightarrow \boxed{5}$$

$$2(3x + 1) = 4x \rightarrow 3x + 1 = 10 \rightarrow \boxed{3}$$

۰,۳ (۱)

۰,۴ (۲)

۰,۵ (۳)

۰,۶ (۴) ✓

پاسخ تشریحی

.....

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۴

رشته ریاضی





متن سوال

۳۰- نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط d و نقطه O روی خط d قرار دارد. اگر $OA' = 10$ و فاصله نقطه A' از خط OA برابر $9/6$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای AA' کدام است؟

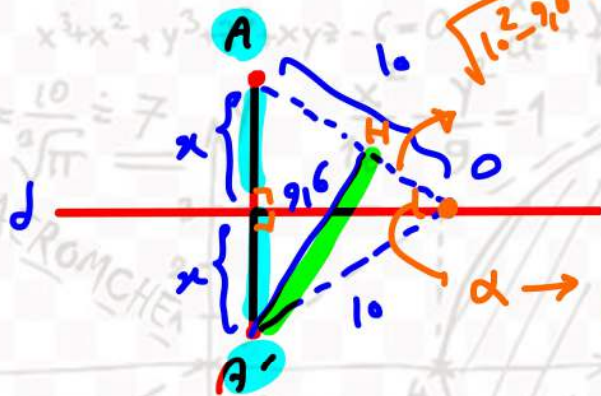
۱۴ (۴)

۲۰ (۳)

۲۲ (۲)

۲۸ (۱)

پاسخ تشریحی



$$OA = OA' = 10$$

$$AA'^2 = 10^2 + 10^2 \pm 2(10)(10) \cdot \frac{\pm 24}{25}$$

$$\alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{24}{10} = \frac{24}{10} = \frac{7}{25}$$

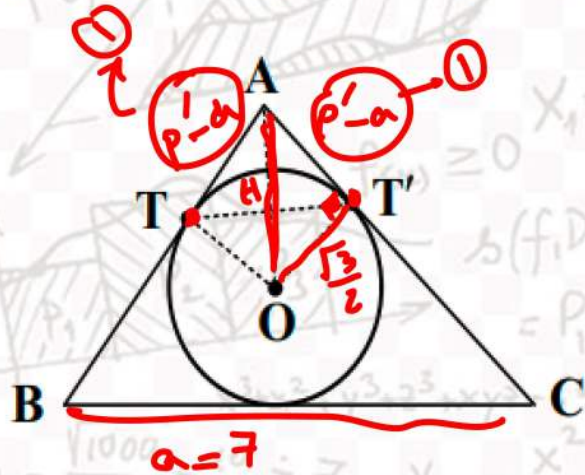
$$AA'^2 = 200 \pm \frac{8}{25} \times 7 = 200 \pm 56 \Rightarrow AA'^2 < \frac{256}{144}$$

$$\Rightarrow AA' = 16 \leq 12 \rightarrow \textcircled{28}$$





۳۱- در مثلث محیطی شکل زیر، اضلاع $AB=4$ و $AC=5$ به ترتیب در نقاط T و T' بر محیط دایره محاطی، مماس هستند. اگر $BC=7$ باشد، اندازه وتر TT' کدام است؟



$$r = \frac{S}{p'} = \frac{\sqrt{96}}{8} = \frac{4\sqrt{6}}{8} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$p' = \frac{4+5+7}{2} = 8$$

$$S = \sqrt{8(8-4)(8-5)(8-7)} = \sqrt{8 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$S = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$(1) 0,2\sqrt{15}$$

$$(2) 0,4\sqrt{15}$$

$$(3) 0,2\sqrt{5}$$

$$(4) 0,4\sqrt{5}$$

پاسخ تشریحی

$$AO = \sqrt{1 + \frac{6}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$TH \times AO = AT \times OT$$

$$TH \times \frac{\sqrt{10}}{2} = 1 \times \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow TH = \sqrt{\frac{6}{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

$$TT' = 2TH = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{15}}{5} = 0,4\sqrt{15}$$





متن سوال

۳۲- اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، 60° باشد، اندازه تصویر قائم بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲)

پاسخ تشریحی

$$\sqrt{3} \times \cos 30^\circ = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)$$





عباس الهی

سوال شماره
۳۳

متن سوال

۳۳- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ اگر $|A^2 + kA - A| = 125$ باشد، دترمینان $(k+1)I_3$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$|A^2 + (k-1)I_3| = 125$$

-۸ (۳)

-۶۴ (۴)

$$1 \times (-3) - 2(-2) + 2 \times 2 = 5$$



$$|A| |A + (k-1)I| = 125 \rightarrow |A + (k-1)I| = 25 \Rightarrow \begin{vmatrix} k & 2 & 2 \\ 2 & k & 2 \\ 2 & 2 & k \end{vmatrix} = 25$$

$$\begin{vmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & 0 \\ 0 & 0 & k-1 \end{vmatrix}$$

پاسخ تشریحی

$$\Rightarrow k(k^2 - 4) - 2(2k - 4) + 2(4 - 2k) = 25 \Rightarrow k^3 - 4k - 4k + 8 + 8 - 4k = 25$$

$$k^3 - 12k - 9 = 0 \rightarrow (k+3) \times \text{cloud} = 0 \rightarrow k = -3$$

$$|(k+1)I_3| = |-2I_3| = (-2)^3 \times 1 = -8$$





۳۴- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ با درایه‌های صحیح و ماتریس $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & \sqrt{2} & b \\ c & 0 & d \end{bmatrix}$ اگر $|A| = 2$ و $B^2 = 2I$ باشد، حاصل ضرب درایه‌های غیر صفر ماتریس B^3 کدام است؟

② $ad - bc = 2$

$$\begin{bmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{bmatrix}$$

$$-2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$-32\sqrt{2} \quad (3)$$

$$-32\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2\sqrt{2} & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \leftarrow 2 \times (-2) (2\sqrt{2} \mid (-2) \mid (-2))$$

پاسخ تشریحی

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & \sqrt{2} & b \\ c & 0 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & \sqrt{2} & b \\ c & 0 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+ac & a+ad & a+ad \\ 0 & 2b^2 & 0 \\ c+cd & 0 & ac+d^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$a, c = -1$$

$$ac = 1$$

$$a+c = -2$$

$$c-a = 2$$

$$a+c = 2$$

$$b = 1$$

$$b = -1$$

$$1+ac = 2 \rightarrow ac = 1 \quad \text{①}$$

$$2b^2 = 2 \rightarrow b^2 = 1 \rightarrow b = \pm 1$$

$$a+ad = 0 \rightarrow a(1+d) = 0 \rightarrow a = 0 \vee d = -1 \rightarrow d = -1$$

$$ac+d^2 = 2 \rightarrow ac = 1$$

$$\text{بهمین } \text{①}$$

$$ad - bc = 2$$





۳۵- مختصات مرکز دایره‌ای که از نقطه $(4, 5, 0, 5)$ بگذرد و بر خط $3x - 2y = 6$ در نقطه $(2, 0)$ مماس باشد، کدام است؟

$(3, 5, -1)$ $(4, -3, 5)$ $(3, 1, 5)$ $(2, 5, 4)$ $(1, 5, 2)$

پاسخ تشریحی

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۴

رشته ریاضی

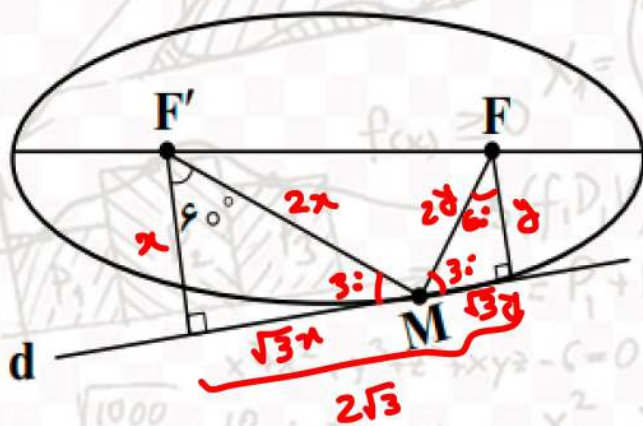
$3x - 2y = 6 \rightarrow \frac{3}{2}x - y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{2}x - 3$
 شیب $AB = \frac{0-5}{2-4} = \frac{1}{2}$ شیب مماس $= -5 \rightarrow y - \frac{1}{4} = -5(x - \frac{13}{4})$
 عرض منتهی AB وسط $M \mid \frac{13}{4}$
 $AB \mid \frac{13}{4}$
 $\alpha = 3,5$
 $0 \mid -\frac{2\alpha}{3} + \frac{4}{3} \rightarrow \frac{13\alpha}{3} = \frac{65}{4} - \frac{13}{12}$
 $-\frac{2\alpha}{3} + \frac{4}{3} - \frac{1}{4} = -5(\alpha - \frac{13}{4})$
 $-\frac{2\alpha}{3} + \frac{4}{3} - \frac{1}{4} = -5(\alpha - \frac{13}{4})$
 $-\frac{2\alpha}{3} + \frac{13}{12} = -5\alpha + \frac{65}{4} \rightarrow \frac{13\alpha}{3} = \frac{65}{4} - \frac{13}{12}$

دایره OA است یعنی: $m_{AO} = -\frac{2}{3} \rightarrow y - 0 = -\frac{2}{3}(x - 2) \rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$
 خط AB به مرکز O عمود است، $\alpha = 3,5$



متن سوال

۳۶- در شکل زیر، خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر فاصله بین پای عمودهای رسم شده از دو کانون F و F' بر خط d برابر $2\sqrt{3}$ باشد، طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟



$$MF' + MF = 2a = \text{طول محاور} = 2x + 2y = 2(x+y)$$

از طرفین $\sqrt{3}x + \sqrt{3}y = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}(x+y) = 2\sqrt{3}$

$$n+y=2 \rightarrow 2a=2 \times 2 = 4$$

پاسخ تشریحی





عباس الہی

سوال شماره

۳۷

متن سوال

۳۷- چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $8x^2 + xy + 3x - y = 0$ قرار دارد؟

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

پاسخ تشریحی

$$8x^3 + 3x = y - xy \Rightarrow x(8x^2 + 3) = y(1 - x) \Rightarrow y = \frac{x(8x^2 + 3)}{1 - x}$$

$$1 - x \mid x(8x^2 + 3) \Rightarrow 1 - x \mid 11 \Rightarrow 1 - x = \pm 1, \pm 11 \Rightarrow x = -1, 2, 12, -10$$

$x=1$ جائز نیست





عباس الہی

سوال شماره

۳۸

متن سوال

۳۸- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 0.4x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$ کدام است؟

۲۱ (۴)

۲۲ (۳)

۱۵ (۲)

۱۶ (۱)

پاسخ تشریحی

$$x_2 = 0 \rightarrow x_1 + 0 + x'_3 + x_4 = 4 \rightarrow \binom{6}{2} = 15 \quad x_2 = 5 \rightarrow x_1 + 2 + x'_3 + x_4 = 4$$

$$x_2 = 10 \rightarrow x_1 + 4 + x'_3 + x_4 = 4 \rightarrow x_1 + x'_3 + x_4 = 0 \quad x_1 + x'_3 + x_4 = 2 \rightarrow \binom{4}{2} = 6$$

$$\binom{2}{2} = 1 \rightarrow 15 + 6 + 1 = 22$$





متن سوال

۳۹- چند تابع $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ می توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی فرد باشد؟

۲۷ (۴)

۲۸ (۳)

۴۰ (۲)

۴۱ (۱)

پاسخ تشریحی

به انواع حالات متوقف

۱, ۱, ۱, ۲

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

۱, ۱, ۱, ۴

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

۱, ۴, ۴, ۲

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

۱, ۲, ۲, ۴

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

۱, ۴, ۴, ۴

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

۱, ۲, ۲, ۲

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

جمع حالات

$$4 + 4 + 12 + 12 + 4 + 4 = 40$$





عباس الهی

سوال شماره

۴.

متن سوال

۴- در گراف G ، $p(G) > 4$ و $\delta(G) \geq 3$ است. اگر طول بلندترین دور در گراف G برابر ۴ باشد، کمترین مقدار $p(G)$ کدام است؟

(۱) ۸

پاسخ تشریحی

زینا ۶ باشد
در رویه ها دور ندارد
۳
۵ (۴)
۷ (۲)

$\delta = 4$ به هر بین به ۳
دوره طول ۴ ندارم

بندیم گراف به صورت سوال داریم:

