

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}+\sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}-2$ کدام است؟

$\sqrt{6}$ (۴) ✓

$2\sqrt{3}$ (۳)

$-\sqrt{6}$ (۲)

$-2\sqrt{3}$ (۱)

$$A^2 = \frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{3}-1+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{2})}{\sqrt{2}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{2}}$$

$$= 2(\sqrt{2}+\sqrt{2})^2 = \sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{2}) = \sqrt{2}+2$$

$$\Rightarrow A-2 = \sqrt{2}$$

۱۱۲- برای چند عدد طبیعی n ، بازه $(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n})$ شامل فقط یک عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) ✓

$$n=1 \rightarrow (1, 4) \times$$

$$n=2 \rightarrow (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}) \times$$

$$\boxed{n=3} \rightarrow (0, 2) \checkmark$$

$$n=4 \rightarrow (-\frac{1}{2}, 1, \frac{7}{4}) \times$$

$$n=5 \rightarrow (-1, 1, 2) \times$$

$$n=6 \rightarrow (-1, 5, 1, 5) \times$$

⋮

۱۱۳- اگر a , b و c سه جمله نخست یک دنباله هندسی بوده و مجموع آنها ۱۸ باشد، مجموع چهار جمله $\frac{1}{r}a + 2b$ ،

$\frac{3}{r}c$ ، a و $-\frac{1}{r}b$ ، کدام است؟

۲۷ (۴) ✓

۲۴ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

$$\begin{matrix} a & b & c \\ a, & ar, & ar^2 \end{matrix} \rightarrow a + ar + ar^2 = 18$$

$$\frac{1}{r}a + 2b + \frac{3}{r}c + a - \frac{1}{r}b = \frac{1}{r}a + 2ar + \frac{3}{r}ar^2 + a - \frac{1}{r}ar$$

$$= \frac{3}{r}(a + ar + ar^2) = \frac{3}{r} \times 18 = 27$$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(2a+3)x^2 + (4b-5)x + 4c+1 < 0$ به صورت بازه $(a, +\infty)$ است. اگر b عدد طبیعی

باشد، مقدار $\frac{a}{c}$ کدام است؟

-۲,۴ (۴)

۲,۴ (۳) ✓

-۱,۲ (۲)

۱,۲ (۱)

$$2a+3=0 \rightarrow \boxed{a = -\frac{3}{2}} \Rightarrow (4b-5)x + 4c+1 < 0$$

$$4b-5 < 0 \rightarrow b < \frac{5}{4} \xrightarrow{b \in \mathbb{N}} \boxed{b=1} \Rightarrow -x + 4c+1 < 0 \quad \underline{x=a=-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{3}{2} + 4c+1 = 0 \rightarrow \boxed{c = -\frac{5}{4}} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{3}{5}$$

۱۱۵- نمودار تابع $y = 3 - \sqrt{2x}$ را ابتدا یک واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را ۵ واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت

$$f(x) = \frac{7}{2} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{1}{16} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$3 - \sqrt{2x} \rightarrow -5 + \sqrt{2x+2} + 5 \Rightarrow 2 + \sqrt{2x+2} = \frac{7}{2} \rightarrow x = \frac{1}{8}$$

۱۱۶- به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطه مینیمم تابع $y = x^2 - mx + 2 - m$ در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2) \quad \checkmark$$

$$(1) \text{ صفر}$$



$$x > 0 \rightarrow m > 0$$

$$y > 0 \rightarrow -2 - 2\sqrt{2} < m < -2 + 2\sqrt{2}$$

$$\Delta \rightarrow m < 1 \dots$$

نقطه مینیمم

۱۱۷- نمودار تابع g محور x ها را در نقاطی به طول ۱ و $2\sqrt{2}$ قطع می کند. اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد، اختلاف طول نقاطی که نمودار تابع $g \circ f$ محور x ها را قطع می کند، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1) \quad \checkmark$$

$$g(1) = g(2\sqrt{2}) = 0$$

$$g(f(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x\sqrt{x} = 1 \rightarrow x = 1 \\ x\sqrt{x} = 2\sqrt{2} \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta x = 1$$

۱۱۸- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 + x - 1 - m^2 = 0$ باشد، کمترین مقدار ممکن برای $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

$$7 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$3 \quad (2) \quad \checkmark$$

$$1 \quad (1)$$

$$s = -1$$

$$p = -1 - m^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = s^2 - 2p = 2m^2 + 2 \quad \text{min}$$

۱۱۹- وارون تابع $y = x^2 + \sqrt{b - ax}$ خط $y = x - 4$ را در نقطه $(a, -1)$ قطع می کند. مقدار $a - b$ کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$2 \quad (3) \quad \checkmark$$

$$-4 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

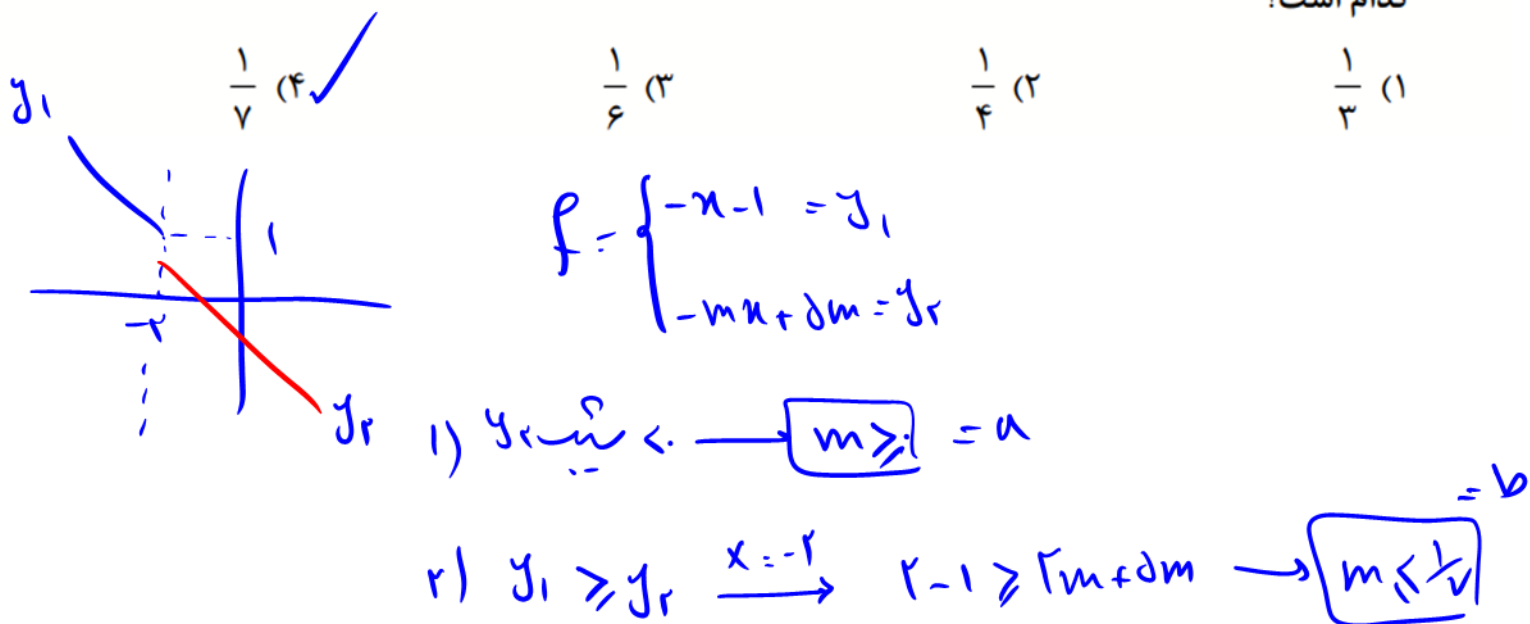
$$|a| \in y = x - 4 \rightarrow a = 3$$

$$|c| \in f^{-1} \rightarrow |c| \in f(x) = x^2 + \sqrt{b - 3x}$$

$$\rightarrow b = 1$$

$$\rightarrow a - b = 2$$

۱۲۰ تابع $f(x) = \begin{cases} |x+2|+1 & x \leq -2 \\ \Delta m - mx & x > -2 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ نزولی است. اگر بازه $[a, b]$ ، حدود مقادیر m باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

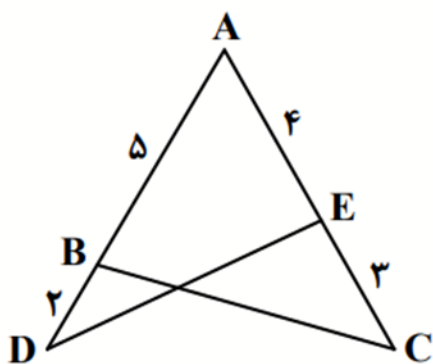


۱۲۱ چند جمله‌ای $f(x) = x^5 - 3x^3 + ax + 5$ بر $x+2$ بخش پذیر است. مقدار a کدام است؟

- ۲,۵ (۴) -۲,۵ (۳) ۱,۵ (۲) -۱,۵ (۱) ✓

$$f(-2) = 0 \rightarrow a = -5$$

۱۲۲- در شکل زیر، اختلاف مساحت مثلث‌های ABC و ADE برابر ۱٫۷۵ است. $\tan \hat{A}$ کدام مقدار زیر است؟



$$S_{ABC} - S_{ADE} = 1.75$$

$$\frac{1}{2}(5)(4)\sin A - \frac{1}{2}(2)(1)\sin A = 1.75$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\rightarrow \sin A = \frac{1}{2} \quad \begin{array}{c} 2 \\ \diagup \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ \sqrt{2} \end{array} \quad A \rightarrow \tan A = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۱۲۳- حاصل عبارت $\frac{\sin \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}}{\sin \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{11\pi}{12}}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$-\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

$$A = \frac{\sin(\pi - 15) + \cos(\pi - 15)}{\sin(\pi - 15) - \cos(\pi - 15)} = \frac{\sin 15 - \cos 15}{\sin 15 + \cos 15} \quad \text{رفتن به ۱۲۲}$$

$$A = \frac{1 - \sin 30}{1 + \sin 30} = \frac{1}{2} \quad \xrightarrow{A = \frac{1}{2}} \quad A = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۱۲۴- فرم کلی جواب‌های معادله $\cos 2x = \sin\left(\frac{2\pi - 2x}{2}\right)$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\frac{k\pi}{3} + \pi \quad (4)$$

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \quad (3) \quad \checkmark$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$2k\pi \pm \pi \quad (1)$$

$$\cos 2x = \sin\left(\frac{2\pi}{2} - x\right) = -\cos x = \cos(\pi - x)$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi - \pi + x \rightarrow x = 2k\pi - \pi \end{cases}$$

۱۲۵- معادله $2^{|x|} = (0.25)^{x^2 - x}$ چند جواب دارد؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2) \quad \checkmark$$

$$(1) \text{ صفر}$$

$$2^{|x|} = 2^{-x^2 + x}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \rightarrow 2x = -x^2 + x \rightarrow \boxed{x=0} \\ x < 0 \rightarrow -2x = -x^2 + x \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \times \end{cases}$$

۱۲۶- میانگین و واریانس چهار عدد a, b, c, d به ترتیب ۳ و $1/5$ است. واریانس داده‌های a, b, c, d و 5 کدام است؟

۱,۸۴ (۴) ✓

۱,۶۵ (۳)

۰,۹۴ (۲)

۰,۷۵ (۱)

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{5} - c^2 = \frac{c}{5} \rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 5c$$

$$\begin{aligned} \min x &= \frac{12+0}{0} = -1\frac{1}{5} \\ \min c^2 &= \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 0}{5} - \left(\frac{1}{5}\right)^2 \\ &= 1,۸۴ \end{aligned}$$

۱۲۷- برای چند عدد طبیعی، ریشه دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱) ✓

$$A = \sqrt{\frac{1-a}{9-3a}} \quad \text{برای } 1/a \Rightarrow \begin{cases} \frac{1-a}{9-3a} < 0 \rightarrow 1 < a < 3 \\ 9-3a = 0 \rightarrow a = 3 \end{cases} \Rightarrow a = 2, 3$$

۱۲۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [8x^3 - x]$ کدام است؟

(۴) وجود ندارد.

(۳) صفر

(۲) -۱ ✓

(۱) ۱

$$\left[-1 + \frac{1}{2}\right] = \left[-\frac{1}{2}\right] = -1$$

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -2\pi} \frac{4 + k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = +\infty$ باشد، مقدار $[-k]$ کدام است؟

۲- (۴) ✓

۳- (۳)

۴- (۲)

۱- (۱)

در صورت اول: $\frac{\epsilon - 2k}{0^+} = +\infty \rightarrow \epsilon - 2k > 0 \rightarrow k < 2$

در صورت دوم: $\frac{\epsilon - 2k}{0^-} = +\infty \rightarrow \epsilon - 2k < 0 \rightarrow k > \frac{\epsilon}{2}$

$\rightarrow \frac{\epsilon}{2} < k < 2 \rightarrow -2 < -k < -\frac{\epsilon}{2} \rightarrow [-k] = -2$

۱۳۰- به ازای چند مقدار a ، تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x+a} & x \geq a \\ \frac{a-1}{x-1} & x < a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱) ✓ صفر

در این جا $\frac{3}{2a} = 0$

۱۳۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟ ($a \neq 0$)

$\sqrt{6} \quad (4)$

$\sqrt{5} \quad (3)$

$\sqrt{3} \quad (2) \quad \checkmark$

$\sqrt{2} \quad (1)$

$$\text{معدل} = \frac{f(c) - f(1)}{c - 1} = \frac{a}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{a}{x^2} \rightarrow x = \sqrt{c}$$

$$\text{لحظه} = \frac{a}{x^2}$$

۱۳۲- نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور x مماس است. مقدار $b - a$ کدام است؟

$2 \quad (4)$

$4 \quad (3)$

$-2 \quad (2)$

$-4 \quad (1) \quad \checkmark$

$$1 \in f \rightarrow 2a - b = 1^3, \quad f'(1) = 0 \Rightarrow 3x^2 + a = 0 \xrightarrow{x=1}$$

$$\boxed{b = -14} \xleftarrow{0} \boxed{a = -12}$$

۱۳۳- نقطه A ، نقطه برخورد تابع $y = \sqrt{x+2}$ با محور عرض‌ها است. کمترین فاصله نقطه A از منحنی $y = x + |x|$ کدام است؟

$0,2\sqrt{5} \quad (4)$

$0,2\sqrt{10} \quad (3) \quad \checkmark$

$0,1\sqrt{5} \quad (2)$

$0,1\sqrt{10} \quad (1)$

$$A|_{\sqrt{2}} \quad B|_{x_0} \quad = AB = \sqrt{5x^2 - 4\sqrt{2}x + 2} \xrightarrow{'}$$

$$10x - 4\sqrt{2} = 0 \rightarrow x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$$

$$\xrightarrow{AB_{\text{در}}} AB = \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5} = 0,2\sqrt{10}$$

۱۳۴- با ارقام ۰, ۲, ۳, ۵, ۷, ۸, ۹ چند عدد سه رقمی می توان نوشت که هر رقم از رقم قبل از خود (سمت چپ)

کوچک تر باشد؟

۳۵ (۴) ✓

۳۱ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

$$\binom{7}{0} = 1$$

۱۳۵- در پرتاب ۱ تاس و ۳ سکه، با کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه رو می آید ۳ برابر عدد روی تاس است؟

$\frac{1}{16}$ (۴)

$\frac{1}{48}$ (۳) ✓

$\frac{1}{24}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

تاس
۱

سکه
رو، رو، رو

$$\Rightarrow \frac{1}{6} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{48}$$

۱۳۶- احتمال اینکه نیلوفر در درس ریاضی قبول شود $\frac{2}{3}$ احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال

آنکه فقط دوستش در درس ریاضی قبول شود برابر $\frac{3}{8}$ باشد، با کدام احتمال هیچ کدام در درس ریاضی قبول نمی شوند؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲) ✓

$\frac{3}{8}$ (۱)

$$P(A) = \frac{2}{3} P(B), \quad P(B-A) = \frac{3}{8} \rightarrow P(A' \cap B') = ?$$

$$P(B) - P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{8} \xrightarrow{P(B)=x} x - \frac{2}{3}x = \frac{3}{8} \rightarrow x = \frac{9}{8}$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \quad \therefore P(A') \cdot P(B') = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

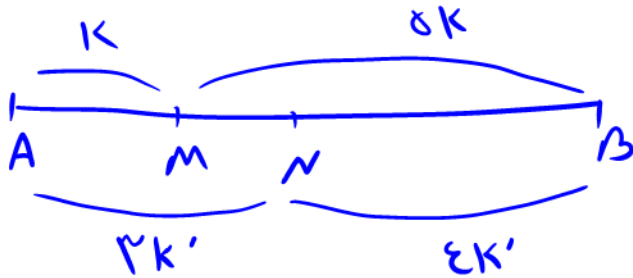
۱۳۷- نقاط M و N روی پاره خط AB قرار دارند. نقطه M پاره خط AB را به نسبت ۱ به ۵ و نقطه N این پاره خط را به نسبت ۳ به ۴ تقسیم می کند. اگر $MN = ۲۲$ و هر دو نقطه به یک سر پاره خط نزدیک تر باشند، مجموع ارقام طول پاره خط AB چقدر است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳) ✓

۹ (۲)

۶ (۱)



$$AN = AM + MN \Rightarrow 3K' = K + 22$$

$$MB = MN + NB \Rightarrow 5K = 22 + 4K'$$

$$\xrightarrow{\text{حذف}} K' = 12 \Rightarrow AB = 7K' = 84 \rightarrow 12$$

۱۳۸- در شکل زیر، $AB = ۱۶$ ، $BC = ۱۲$ و زاویه $\hat{ABC}$ قائمه است. طول DE کدام است؟

۳٫۸۴ (۱) ✓

۲٫۶۴ (۲)

۲٫۳۶ (۳)

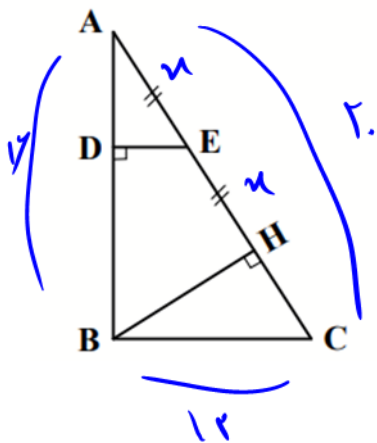
۱٫۹۲ (۴)

$$۱۶^2 = 2x \times 2. \rightarrow x = 7/2 = \frac{۷}{۲}$$

$$BH = \frac{۱۶ \times ۱۲}{۲.} = \frac{۹۸}{۵}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۱۶} = \frac{DE}{۹۸} \Rightarrow DE = \frac{۷}{۵} \times \frac{۷}{۵}$$

$$= \frac{۹۷}{۲۵} \times \frac{۷}{۵} = \frac{۶۷۹}{۱۲۵} = ۵٫۴۳۲$$



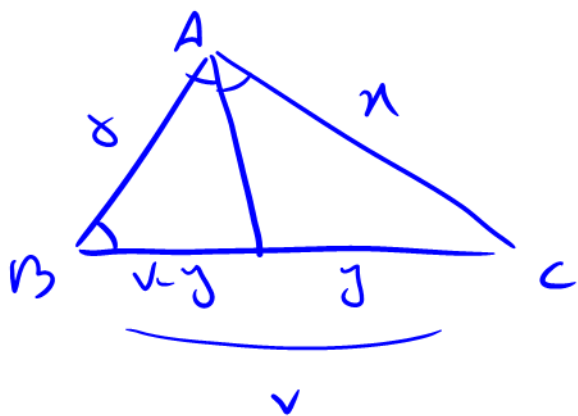
۱۳۹- در مثلث ABC، اندازه زاویه $\hat{A}$ دو برابر زاویه $\hat{B}$ است. اگر $AC = 5$ و $BC = 7$ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

۴٫۸ (۴) ✓

۴٫۷۵ (۳)

۵٫۲۵ (۲)

۵٫۲ (۱)



$$\frac{7-y}{5} = \frac{y}{x} = \frac{5}{7}$$

$$\rightarrow y = \frac{24}{7}, \quad x = 4.8$$

۱۴۰- خط ℓ در نقطه $(-3, -4)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است. اگر خط عمود بر ℓ در ناحیه دوم بر این

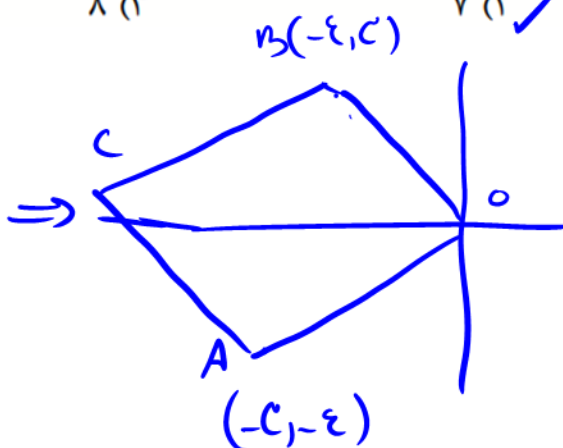
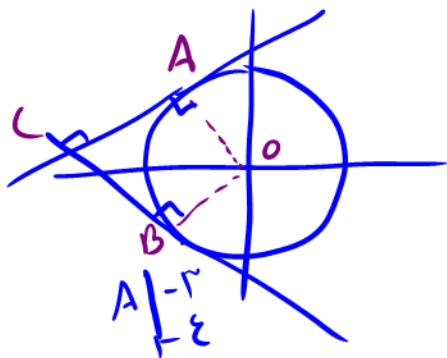
دایره مماس باشد، حاصل ضرب طول و عرض مختصات نقطه برخورد دو خط کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲) ✓

۶ (۱)



✓

$$x_A + x_B = x_O + x_C \rightarrow x_C = -7$$

$$y_A + y_B = y_O + y_C \rightarrow y_C = -1$$

× (✓)