

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$ کدام است؟

$$\sqrt{6} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$-\sqrt{6} \quad (2)$$

$$-2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$A^2 = \frac{1+\sqrt{3} + \sqrt{3}-1}{1+2\sqrt{3-1}} = 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$\sqrt{2} \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{4} + 2$$



۱۱۲- برای چند عدد طبیعی n ، بازه $(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n})$ شامل فقط یک عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

✓ ۱ (۱)

$$n=1 \rightarrow (1, 4) \times$$

$$n=2 \rightarrow (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}) \times$$

$$n=3 \rightarrow (0, 2) \in \mathbb{N} \checkmark$$

$$n=4 \rightarrow (-\frac{1}{4}, \dots) \times$$



۱۱۳- اگر a , b و c سه جمله نخست یک دنباله هندسی بوده و مجموع آنها ۱۸ باشد، مجموع چهار جمله $\frac{1}{2}a + 2b$ ، $\frac{3}{2}c$ و $a - \frac{1}{2}b$ ، کدام است؟

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} a_1 &= a \\ a_2 &= aq = b \\ a_3 &= aq^2 = c \end{aligned} \right\} \rightarrow a(1 + q + q^2) = 18 \quad \text{✓ (۴) } \frac{18}{24} \text{ (۳)} \\
 & \frac{1}{2}a + 2aq + \frac{3}{2}aq^2 + a - \frac{1}{2}aq \\
 & \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}aq + \frac{3}{2}aq^2 = \frac{3}{2}a(1 + q + q^2) = \frac{3}{2} \times 18 = 27
 \end{aligned}$$



۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(2a+3)x^2 + (4b-5)x + 4c+1 < 0$ به صورت بازه $(a, +\infty)$ است. اگر b عدد طبیعی

باشد، مقدار $\frac{a}{c}$ کدام است؟

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$-2,4 \quad (4)$$

$$2,4 \quad (3)$$

$$-1,2 \quad (2)$$

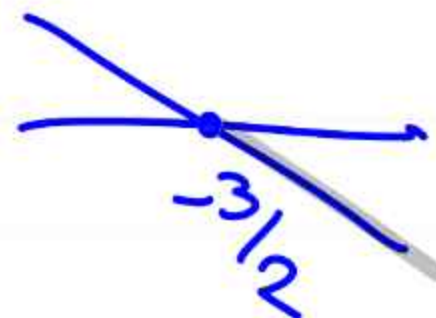
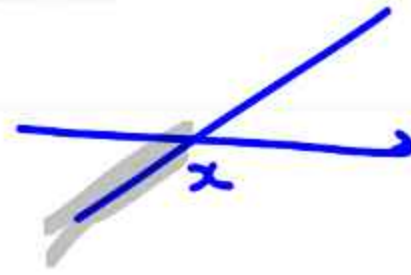
$$1,2 \quad (1)$$

$$\{b-5 < 0 \rightarrow b < \frac{5}{2} \rightarrow b=1$$

$$-x + 4c + 1 < 0$$

$$\frac{3}{2} + 4c + 1 = 0$$

$$\frac{a}{c} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{5}{2}} = \frac{3}{5} = 2,1$$



۱۱۵- نمودار تابع $y = 3 - \sqrt{2x}$ را ابتدا یک واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را ۵ واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت

$$f(x) = \frac{y}{2} \text{ کدام است؟}$$

$$y = -3 + \sqrt{2(x+1)} + 5 = 2 + \sqrt{2x+2} = \frac{y}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$



۱۱۶- به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطه مینیمم تابع $y = x^2 - mx + 2 - m$ در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد؟
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



$$x_s > 0 \rightarrow \frac{m}{2} > 0 \rightarrow m > 0$$

$$y_s > 0$$

$$\frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + 2 - m > 0 \quad \frac{-m^2}{4} - m + 2 > 0 \quad \Delta = 1 + 4 \left(\frac{1}{4} \right) (2)$$

$$\rightarrow 2 - 2\sqrt{2}$$

$$\frac{1 + \sqrt{3}}{-\frac{1}{2}} < x < \frac{1 - \sqrt{2}}{-\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2} - 2$$

$$0 < m < 1/2$$

$$m = 1$$



۱۱۷- نمودار تابع g محور x ها را در نقاطی به طول ۱ و $2\sqrt{2}$ قطع می کند. اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد، اختلاف طول نقاطی که نمودار تابع $g \circ f$ محور x ها را قطع می کند، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$g = a(x-1)(x-2\sqrt{2})$$



$$a(x\sqrt{x}-1)(x\sqrt{x}-2\sqrt{2})=0$$

$$x\sqrt{x}=1 \rightarrow x=1$$

$$x\sqrt{x}=2\sqrt{2} \rightarrow x=2$$



۱۱۸- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 - m^2 = 0$ باشد، کمترین مقدار ممکن برای $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 1 - 2(-1 - m^2)$$

$2m^2 + 1 = 0$



۱۱۹- وارون تابع $y = x^2 + \sqrt{b - ax}$ خط $y = x - 4$ را در نقطه $(a, -1)$ قطع می کند. مقدار $a - b$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$(a, b) \in f$$

$$(b, a) \in f^{-1}$$

$$(3, -1) = (a, -1)$$

$$(-1, 3) \in y$$

$$1 + \sqrt{b + a} = 3$$

$$b = 1$$



۱۳۰ تابع $f(x) = \begin{cases} |x+2|+1 & x \leq -2 \\ \Delta m - mx & x > -2 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ نزولی است. اگر بازه $[a, b]$ ، حدود مقادیر m باشد، مقدار $a+b$

کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{4}$

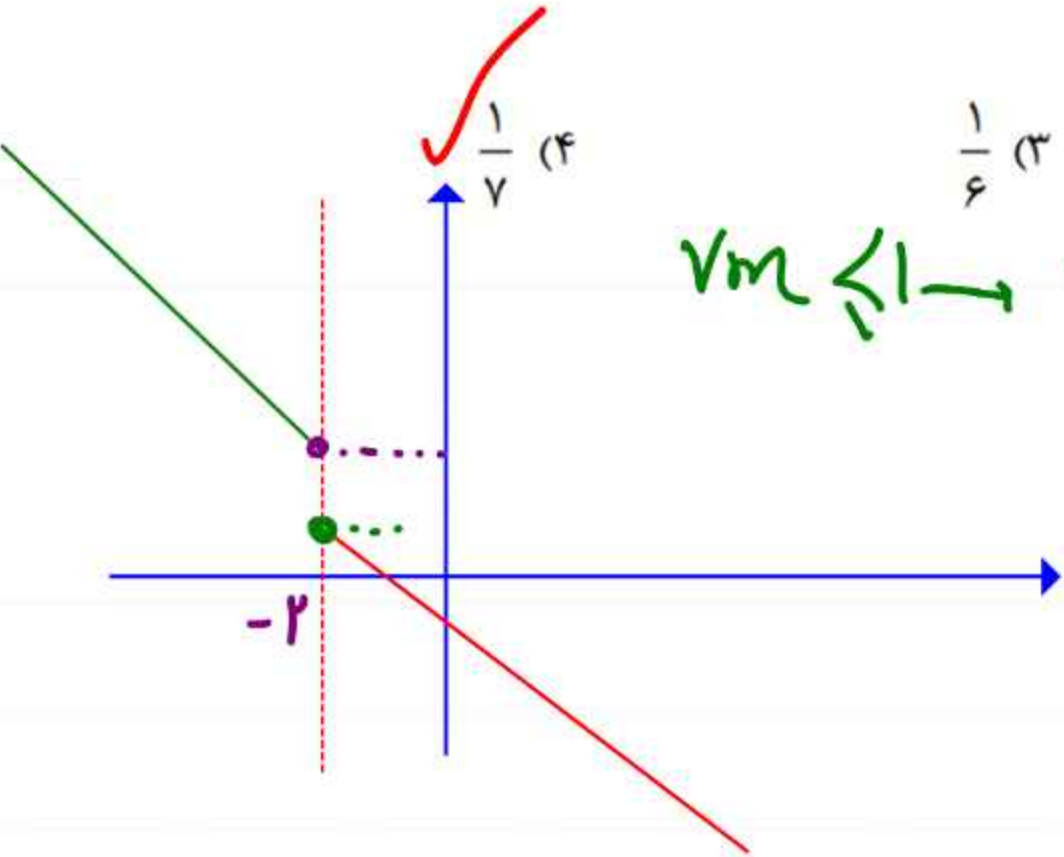
(۳) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{1}{7}$ ✓

$m > 0$

$$\sqrt{m} \leq 1 \rightarrow m \leq \frac{1}{7}$$

$$0 \leq m \leq \frac{1}{7}$$



۱۲۱- چند جمله‌ای $f(x) = x^5 - 3x^2 + ax + 5$ بر $x + 2$ بخش پذیر است. مقدار a کدام است؟

(۱) $-1/5$ (۲) $1/5$ (۳) $-2/5$ (۴) $2/5$

$$x = -2 \xrightarrow{f}$$

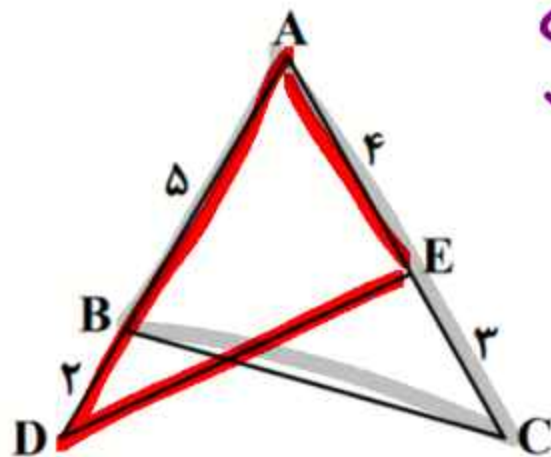
$$f(-2) = 0 = -32 + 12 - 2a + 5$$

$$-2a = 15$$

$$a = -7.5$$



۱۲۲- در شکل زیر، اختلاف مساحت مثلث‌های ABC و ADE برابر ۱/۷۵ است. $\tan \hat{A}$ کدام مقدار زیر است؟



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 7 \times 7 \times \sin A$$

$$= \frac{49}{2} \sin A$$

$$S_{ADE} = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 \times \sin \hat{A} = \frac{15}{2} \sin A$$

$$\frac{49}{2} - \frac{15}{2} = \frac{34}{2} = 17$$

$$17 = \left(\frac{49}{2} - \frac{15}{2} \right) \sin A$$

$$\sin A = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4)$$





$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$A^2 = 1 + \sin \frac{11\pi}{12} = \frac{1}{2} \rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$B^2 = 1 - \sin \frac{11\pi}{12} = \frac{3}{2} \rightarrow B = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

کدام است؟

$$\frac{\sin \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}}{\sin \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{11\pi}{12}}$$

حاصل عبارت -۱۲۳

$$-\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

$$A = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{-1/\sqrt{2}}{1/\sqrt{2}} = -1$$



۱۲۴- فرم کلی جواب های معادله $\cos 2x = \sin\left(\frac{3\pi - 2x}{2}\right)$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\frac{k\pi}{3} + \pi \quad (4)$$

$$\checkmark \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \quad (3)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$2k\pi \pm \pi \quad (1)$$

$$\cos 2x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x = \cos(\pi - x)$$

$$2x = 2k\pi + \pi - x$$

$$2x = 2k\pi - \pi + x$$

$$x = 2k\pi - \pi$$

$$x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$



۱۲۵- معادله $2^{|x|} = (0,25)^{x^2-x}$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

✓ ۱ (۲)

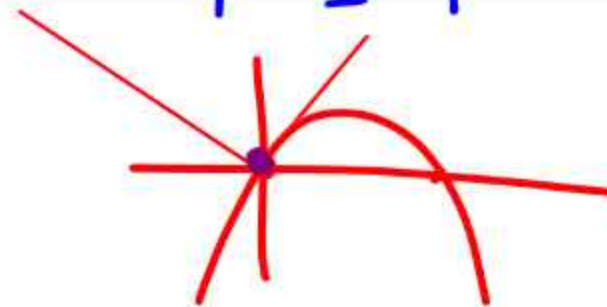
(۱) صفر

$$2^{|x|} = 2^{-(x^2-x)}$$

$$|x| = -x^2 + x$$

$$x \geq 0 \rightarrow x = 0$$

$$x < 0 \rightarrow -x^2 + 1x = 0 \quad x = 0, 1 \quad \text{X}$$



۱۲۶- میانگین و واریانس چهار عدد a, b, c و d به ترتیب ۳ و ۱٫۵ است. واریانس داده‌های a, b, c, d و d کدام است؟

۱٫۸۴ (۴)

۱٫۶۵ (۳)

۰٫۹۴ (۲)

۰٫۷۵ (۱)

$$\sigma^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{4} - \bar{x}^2$$

$$\bar{x} = \frac{12 + 9}{5} = \frac{21}{5} = ۴٫۲$$

$$\sigma^2 = \frac{۸۲ + ۲۵}{۵} - (۴٫۲)^2 = ۱٫۸۴$$

$$\frac{۴۷}{۵} = ۹٫۴$$

$$\begin{array}{r} ۱۲ \\ ۲۱ \\ \hline ۳۳ \\ ۱۲۶ \\ \hline ۱۵۹ \end{array}$$



۱۲۷- برای چند عدد طبیعی، ریشه دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲ ✓

$$\frac{1-a}{9-3a} < 0$$

$$1 < a < 3$$



۱۲۸- حاصل $\lim [8x^2 - x]$ کدام است؟

$x \rightarrow -\frac{1}{2}$

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

$$\left[-1 + \frac{1}{2}\right] = \left[-\frac{1}{2}\right] = -\frac{1}{2}$$

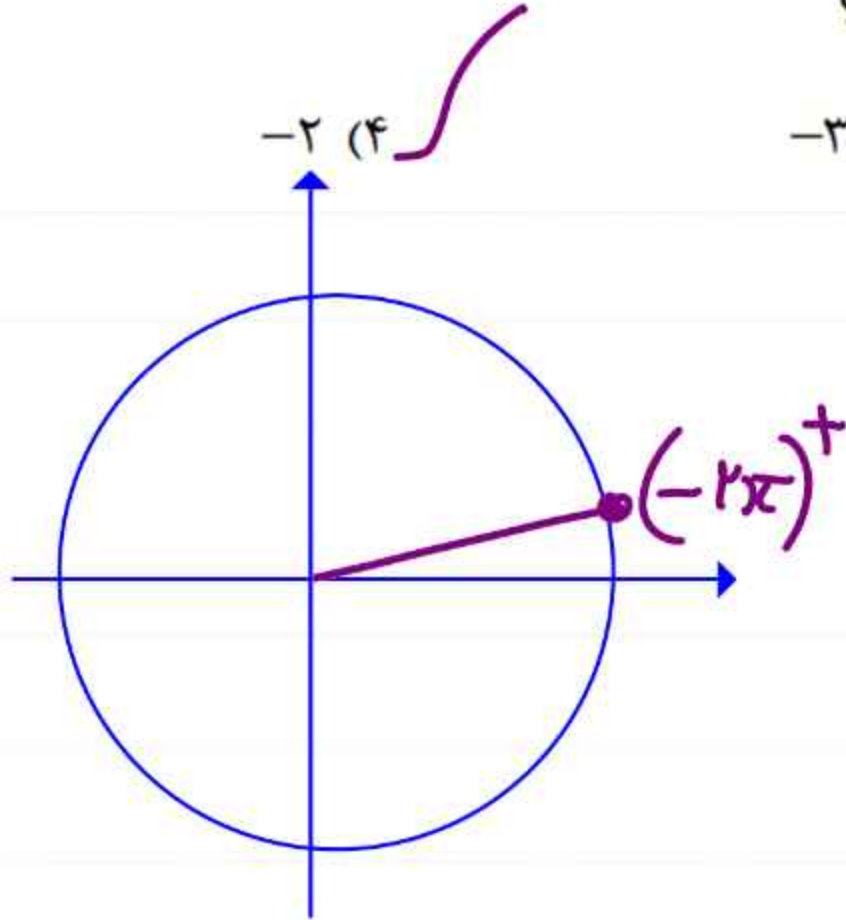


۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -2\pi} \frac{4 + k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = +\infty$ باشد، مقدار $[-k]$ کدام است؟

(۳) -۳

(۲) -۴

(۱) -۱



$$\frac{4 + k[-2^+]}{0^+} = +\infty$$

$$-2k + \varepsilon > 0$$

$$2k < \varepsilon \rightarrow k < \frac{\varepsilon}{2}$$

$$-k > -2$$



۱۳۰- به ازای چند مقدار a ، تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x+a} & x \geq a \\ \frac{a-1}{x-1} & x < a \end{cases}$$

روی $\mathbb{R}$ پیوسته است؟

(۱) صفر ✓ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

$x=1$ ، به شرح



۱۳۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول

برابر است؟ ($a \neq 0$)

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{3}$ ✓

(۳) $\sqrt{5}$

(۴) $\sqrt{6}$

$$\frac{\left(1 - \frac{a}{3}\right) - \left(1 - a\right)}{2} = \frac{\frac{2a}{3}}{2} = \frac{a}{3}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \rightarrow x = \sqrt{3}$$



۱۳۳- نمودار تابع $f(x) = x^2 + ax - b$ در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور x مماس است. مقدار $b - a$ کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

✓ -۴ (۱)



$$f(2) = 0 \rightarrow 1 + 2a - b = 0 \rightarrow b = -19$$

$$f'(2) = 0 \rightarrow 2 + a = 0 \rightarrow a = -12$$



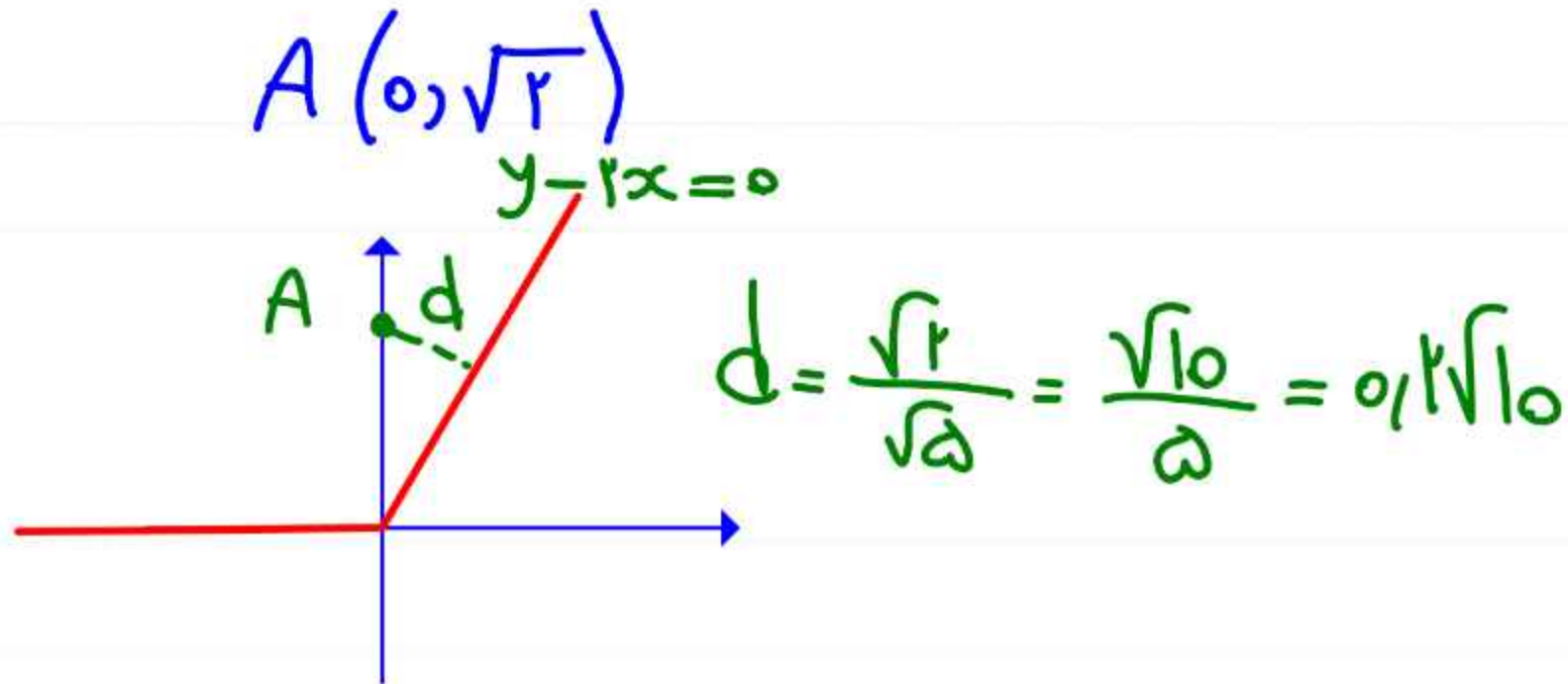
۱۳۳- نقطه A، نقطه برخورد تابع $y = \sqrt{x+2}$ با محور عرض‌ها است. کمترین فاصله نقطه A از منحنی $y = x + |x|$ کدام است؟

۰٫۲ $\sqrt{5}$ (۴)

✓ ۰٫۲ $\sqrt{10}$ (۳)

۰٫۱ $\sqrt{5}$ (۲)

۰٫۱ $\sqrt{10}$ (۱)



۱۳۴- با ارقام ۰, ۲, ۳, ۵, ۷, ۸, ۹ چند عدد سه رقمی می توان نوشت که هر رقم از رقم قبل از خود (سمت چپ)

کوچک تر باشد؟

✓ ۳۵ (۴)

۳۱ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

یکان > دهگان > صدگان

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{4} = 35$$



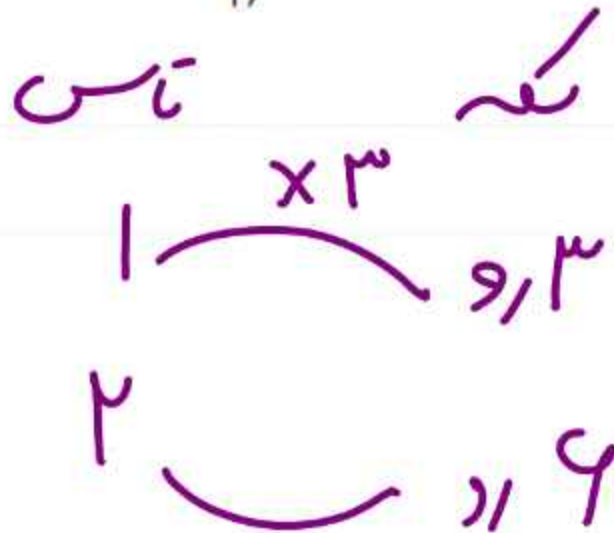
۱۳۵- در پرتاب ۱ تاس و ۳ سکه، با کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه رو می آید ۳ برابر عدد روی تاس است؟

$$\frac{1}{16} \quad (4)$$

$$\frac{1}{48} \quad (3) \checkmark$$

$$\frac{1}{24} \quad (2)$$

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$



$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{48}$$



۱۳۶- احتمال اینکه نیلوفر در درس ریاضی قبول شود $\frac{2}{3}$ احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال

آنکه فقط دوستش در درس ریاضی قبول شود برابر $\frac{3}{8}$ باشد، با کدام احتمال هیچ کدام در درس ریاضی قبول نمی شوند؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲) ✓

$\frac{3}{8}$ (۱)

قبولی نیلوفر $P(A)$

$$P(A) = \frac{2}{3} P(B) = \frac{1}{4} \quad P(A) \times P(B)$$

درس // $= P(B) = x$

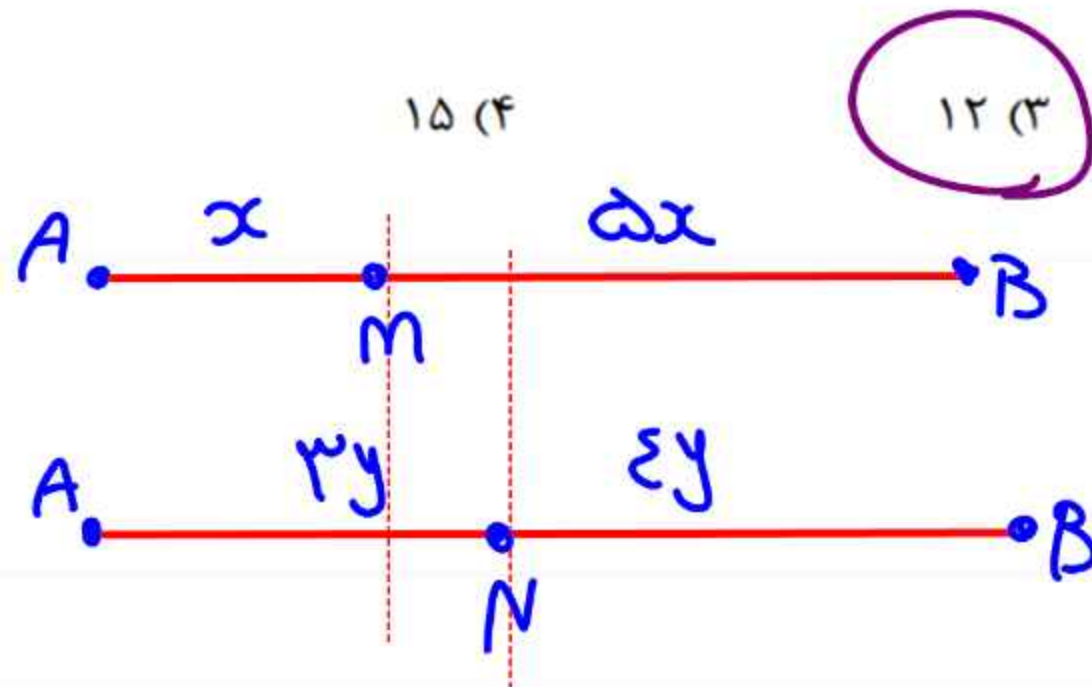
$$P(B-A) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{3}{8} = x - \frac{2}{3} x \cdot x \rightarrow 14x^2 - 12x + 9 = 0 \quad 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8} - \frac{3}{8} \right)$$

$$(2x-3)^2 = 0 \quad x = \frac{3}{2} = P(B) \quad 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{8}$$



۱۳۷- نقاط M و N روی پاره خط AB قرار دارند. نقطه M پاره خط AB را به نسبت ۱ به ۵ و نقطه N این پاره خط را به نسبت ۳ به ۴ تقسیم می کند. اگر $MN = ۲۲$ و هر دو نقطه به یک سر پاره خط نزدیک تر باشند، مجموع ارقام طول پاره خط AB چقدر است؟



$$3y - x = 22 \quad \xrightarrow{x=4} \quad 11y - 4x = 132$$

$$4x = 11y$$

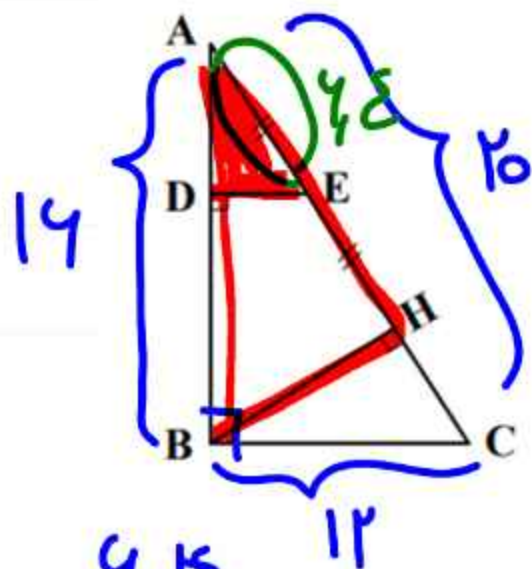
$$11y = 132$$

$$y = 12$$

$$AB = 11y = 132$$



۱۳۸- در شکل زیر، $AB = ۱۶$ ، $BC = ۱۲$ و زاویه $\hat{A}BC$ قائمه است. طول DE کدام است؟



$$BH \times \frac{10}{10} = 16 \times 12$$

$$BH = \frac{192}{10} = 19.2$$

$$AH = \sqrt{16^2 - \left(\frac{192}{10}\right)^2} = \sqrt{412 \times 2519}$$

$$\frac{DE}{19.2} = \frac{12}{16}$$

$$DE = \frac{19.2 \times 12}{16} = 14.4$$

(۱) ۳,۸۴

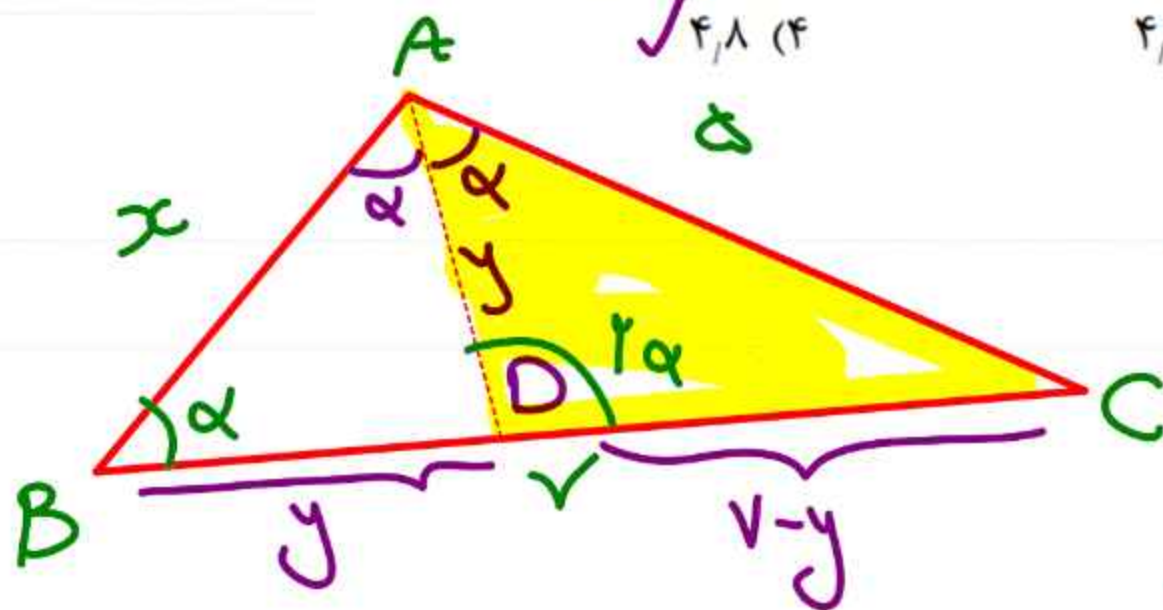
(۲) ۲,۶۴

(۳) ۲,۳۶

(۴) ۱,۹۲



۱۳۹- در مثلث ABC ، اندازه زاویه $\hat{A}$ دو برابر زاویه $\hat{B}$ است. اگر $AC = 5$ و $BC = 7$ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟



(۳) ۴٫۷۵

(۲) ۵٫۲۵

(۱) ۵٫۲

(۴) ۴٫۸ ✓

$$\frac{7-y}{5} = \frac{y}{x} \rightarrow \frac{7-\frac{12}{5}}{5} = \frac{\frac{12}{5}}{x}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{7-y}{5} \rightarrow \frac{25}{7} = 7-y$$

$$x = \frac{5 \times 12}{25} = \frac{120}{25} = 4.8 \quad y = 7 - \frac{25}{7} = \frac{12}{7}$$



۱۴۰- خط ℓ در نقطه $(-3, -4)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است. اگر خط عمود بر ℓ در ناحیه دوم بر این دایره مماس باشد، حاصل ضرب طول و عرض مختصات نقطه برخورد دو خط کدام است؟

۸ (۳)

✓ ۷ (۲)

۶ (۱)

