

دارا سہیل

دبیر، ایم سہیل مرہان

اسٹان کورسٹان

۱۱۱ - حاصل عبارت $2 - \frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$ کدام است؟

(۱) $-2\sqrt{3}$

(۲) $-\sqrt{6}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{6}$

$$\frac{\sqrt{217} + \sqrt{17}}{\sqrt{117} - 114} = \frac{114 + 17}{15} = \frac{214}{15} = 14.26 = \sqrt{6}$$

۱۱۲- برای چند عدد طبیعی n ، بازه $(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n})$ شامل فقط یک عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$1 < \frac{n+3}{n} - \frac{3-n}{2} < 2 \Rightarrow 1 < \frac{3}{n} + \frac{n}{2} - \frac{1}{2} < 2 \Rightarrow$$

$$\frac{3}{2} < \frac{3}{n} + \frac{n}{2} < \frac{5}{2}$$

$$1.5 < \frac{3}{n} + \frac{n}{2} < 2.5, \quad \frac{3}{n} \times \frac{n}{2} = \frac{3}{2}$$

$$n=1 \leq 2 \leq 3$$

$$n=1 \rightarrow (1, 4) \times \quad n=2 \quad (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}) \times$$

$$n=3 \quad (0, 2) \checkmark$$

۱۱۳- اگر a ، b و c سه جمله نخست یک دنباله هندسی بوده و مجموع آنها ۱۸ باشد، مجموع چهار جمله $\frac{1}{2}a + 2b$ ،

$\frac{3}{2}c$ ، a و $-\frac{1}{2}b$ ، کدام است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۸

(۳) ۲۴

(۴) ۲۷

$$a + b + c = 18$$

$$\frac{1}{2}a + 2b + \frac{3}{2}c + a + -\frac{1}{2}b = \frac{3}{2}(a + b + c) = \frac{3}{2} \times 18 = 27$$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(2a+3)x^2 + (4b-5)x + 4c+1 < 0$ به صورت بازه $(a, +\infty)$ است. اگر b عدد طبیعی

باشد، مقدار $\frac{a}{c}$ کدام است؟

$$-2, 4 \quad (4)$$

$$2, 4 \quad (3)$$

$$-1, 2 \quad (2)$$

$$1, 2 \quad (1)$$

$$2a+3=0 \Rightarrow a=-\frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$(4b-5)x + 4c+1 < 0$$

$$b \in \mathbb{N} \Rightarrow b=1 \Rightarrow$$

$$-x + 4c+1 < 0 \Rightarrow x > 4c+1 = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{5}{4}} = +\frac{12}{5} = 2, 4$$

۱۱۵- نمودار تابع $y = 3 - \sqrt{2x}$ را ابتدا یک واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را ۵ واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت $f(x) = \frac{y}{2}$ کدام است؟

$$\begin{array}{ccccccc}
 \frac{1}{16} \text{ (۴)} & & \frac{1}{8} \text{ (۳)} & & \frac{1}{4} \text{ (۲)} & & \frac{1}{2} \text{ (۱)} \\
 y = 3 - \sqrt{2(x+1)} & \xrightarrow{\text{قرینه } x} & -3 + \sqrt{2x+2} & \xrightarrow{+5} & 2 + \sqrt{2x+2} & = & \frac{y}{2} \\
 \sqrt{2x+2} = \frac{y}{2} & \rightarrow & 2x+2 = \frac{y^2}{4} & \rightarrow & 2x = \frac{y^2}{4} - 2 & \Rightarrow & x = \frac{1}{8}
 \end{array}$$

۱۱۶- به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطه مینیمم تابع $y = x^2 - mx + 2 - m$ در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

$$\min : \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = m > 0 \\ y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{m^2 - 4(2-m)}{-4} > 0 \Rightarrow \frac{m^2 + 4m - 8}{-4} > 0 \Rightarrow m^2 + 4m - 8 < 0 \end{cases}$$

$\Delta = 48$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{48}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{3}$$


$(0, 1, 2) \rightarrow$ ۲

۱۱۷- نمودار تابع g محور x ها را در نقاطی به طول ۱ و $2\sqrt{2}$ قطع می کند. اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد، اختلاف طول نقاطی که نمودار تابع $g \circ f$ محور x ها را قطع می کند، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

$$\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$g \circ f(x) = 0 \rightarrow g(1) = 0 \rightarrow f(x) = x\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$g(2\sqrt{2}) = 0 \rightarrow f(x) = 2\sqrt{2} = x\sqrt{x} \Rightarrow x = 2$$

$\Rightarrow$

$$2 - 1 = 1$$

۱۱۸- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 - m^2 = 0$ باشد، کمترین مقدار ممکن برای $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 1 - 2(-1 - m^2) \Rightarrow 2m^2 + 3 \rightarrow \min = 3$$

۱۱۹- وارون تابع $y = x^2 + \sqrt{b - ax}$ خط $y = x - 4$ را در نقطه $(a, -1)$ قطع می‌کند. مقدار $a - b$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-۴ (۲)

-۲ (۱)

$$-1 = a - 4 \Rightarrow$$

$$a = 3$$

$$\Rightarrow y = x^2 + \sqrt{b - 3x}$$

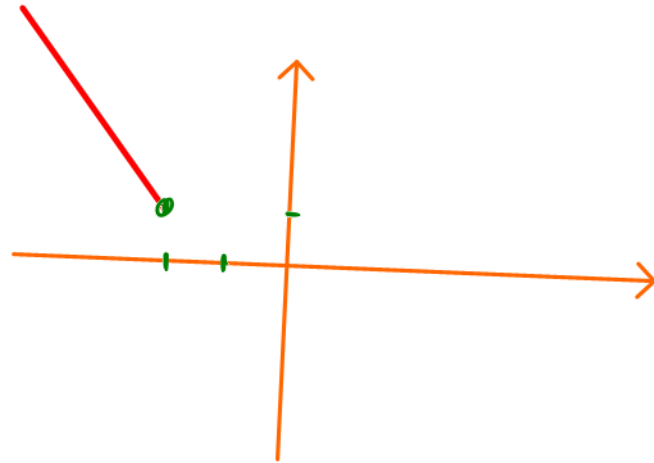
$$(3, -1) \in f^{-1} \rightarrow (-1, 3) \in f$$

$$3 = 1 + \sqrt{b + 3} \Rightarrow b + 3 = 3 \Rightarrow b = 1$$

$$a - b = 3 - 1 = 2$$

۱۲۰- تابع $f(x) = \begin{cases} |x+2|+1 & x \leq -2 \\ 5m - mx & x > -2 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ نزولی است. اگر بازه $[a, b]$ ، حدود مقادیر m باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{7}$



(۳) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{3}$

$5m - mx \leq 1 \quad x = -2 \Rightarrow$

$\sqrt{m} \leq 1 \Rightarrow m \leq \frac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow m \geq 0$

$\Rightarrow a+b = \frac{1}{\sqrt{m}}$

۱۲۱- چند جمله‌ای $f(x) = x^5 - 3x^3 + ax + 5$ بر $x + 2$ بخش پذیر است. مقدار a کدام است؟

(۱) $-1,5$

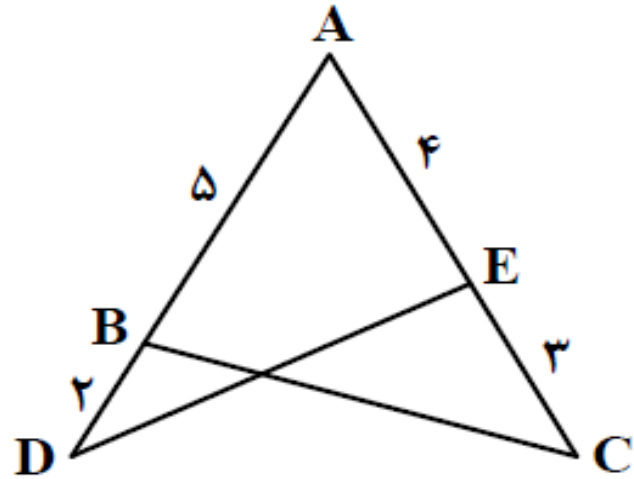
(۲) $1,5$

(۳) $-2,5$

(۴) $2,5$

$$f(-2) = 0 \rightarrow -3\overset{-\wedge}{2} + 2^3 - 2a + 5 = 0 \Rightarrow -2a - 2 = 0 \rightarrow a = -1,5$$

۱۲۲- در شکل زیر، اختلاف مساحت مثلث‌های ABC و ADE برابر ۱۷۵ است. $\tan \hat{A}$ کدام مقدار زیر است؟



$$S_{ABC} - S_{ADE} = 1175$$

$$\frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{3} \sin A - \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3} \sin A = 1175$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin A (5 - 3) = 1175 \Rightarrow \sin A = \frac{1175 \times 2}{\sqrt{3} \times 2} \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$$A = 30^\circ \Rightarrow \tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

۱۲۳ - حاصل عبارت $\frac{\sin \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}}{\sin \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{11\pi}{12}}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (f)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (r)$$

$$-\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\frac{\sin(\pi - \frac{\pi}{12}) + \cos(\pi - \frac{\pi}{12})}{\sin(\pi - \frac{\pi}{12}) - \cos(\pi - \frac{\pi}{12})} = \frac{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}} \times \frac{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}{1}$$

$$= \frac{1 - 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}{\sin^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

۱۲۴- فرم کلی جواب‌های معادله $\cos 2x = \sin\left(\frac{2\pi - 2x}{2}\right)$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\frac{k\pi}{3} + \pi \quad (۴)$$

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \quad (۳)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$2k\pi \pm \pi \quad (۱)$$

$$\cos 2x = \cos(\pi - x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow x = 2k\pi - \pi \end{array} \right.$$

۱۲۵ - معادله $2^{|x|} = (0, 25)^{x^2 - x}$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر $\frac{1}{x} = 2^{-x}$

(۲)

(۳)

(۴)

$$2^{|x|} = 2^{x-x^2} \Rightarrow$$

$$2^{|x|} = 2^{x-x^2}$$

$$\begin{cases} 2^x = 2^{x-x^2} \Rightarrow x=0 \\ -2^x = 2^{x-x^2} \Rightarrow 2^x(x-2)=0 \end{cases}$$

$$x=0$$

$$x=2 \text{ صحیح}$$

۱۲۶- میانگین و واریانس چهار عدد a, b, c و d به ترتیب ۳ و ۱/۵ است. واریانس داده‌های a, b, c, d و کدام است؟

۱,۸۴ (۴)

۱,۶۵ (۳)

۰,۹۴ (۲)

۰,۷۵ (۱)

$$\bar{x} = 3 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow 1,5 = \frac{\sum x_i^2}{4} - 9 \Rightarrow \sum x_i^2 = 41$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{41 + 5}{5} - (3,4)^2 = \frac{46}{5} - (3,4)^2 =$$

$$\bar{x} = \frac{14 + 5}{5} = 3,4$$

$$13,4 - 11,56 = 1,84$$

۱۲۷- برای چند عدد طبیعی، ریشه دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد؟

۲ (۱)

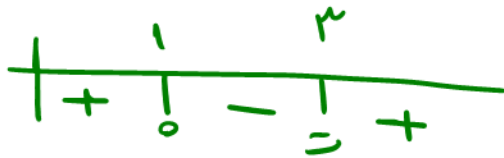
۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

$$\frac{1-a}{9-3a} < 0$$

$[1, 3)$



۱۲۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [8x^3 - x]$ کدام است؟

(۱)

(۲) -۱

(۳) صفر

(۴) وجود ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \left[-1 + \frac{1}{x} \right] = \left[-\frac{1}{\frac{1}{2}} \right] = -2$$

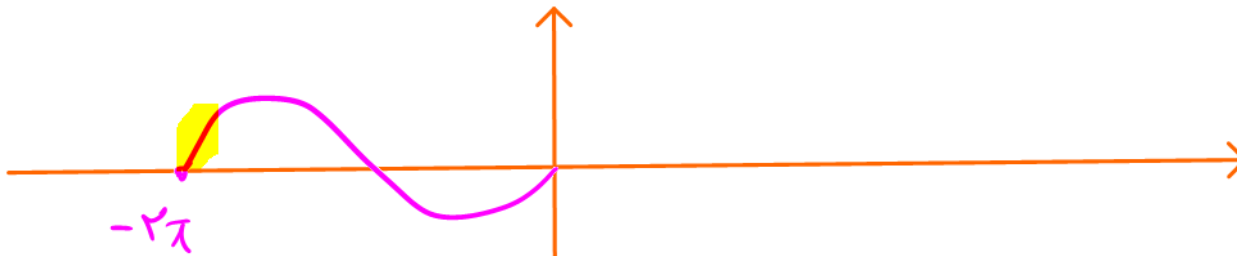
۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -2\pi} \frac{4 + k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x} = +\infty$ باشد، مقدار $[-k]$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) -۳

(۲) -۴

(۱) -۱



$$(-2\pi)^+ \rightarrow \frac{4 + k(-2)}{0^+} \Rightarrow +\infty \Rightarrow$$

$$-2k + 4 > 0 \Rightarrow k < 2$$

$$[-k] = -2$$

۱۳۰- به ازای چند مقدار a تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x+a} & x \geq a \\ \frac{a-1}{x-1} & x < a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

صداقت : $\frac{3}{2a} = 1 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$

$$\begin{cases} \frac{3}{x+\frac{3}{2}} = \frac{1}{2x+3} & x \geq \frac{3}{2} \\ \frac{\frac{3}{2}-1}{x-1} = \frac{1}{2x-2} & x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

در $\mathbb{R}$ پیوسته است ضروری.

$x=1$ نیز پیوسته است که نادریست

۱۳۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟ ($a \neq 0$)

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$

$$\sqrt{6} \quad (4)$$

آهنگ متوسط: $\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{1 - \frac{a}{3} - 1 + a}{2} = \frac{\frac{2a}{3}}{2} = \frac{a}{3}$

آهنگ لحظه‌ای: $f' = \frac{a}{x^2} \Rightarrow \frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \Rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \sqrt{3}$

۱۳۲- نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور X ها مماس است. مقدار $b - a$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) -۲

(۱) -۴

$$f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 + a = 0 \rightarrow 12 + a = 0 \rightarrow a = -12$$

$$(2, 0) \in f \rightarrow 1 + 2a - b = 0 \Rightarrow 1 - 24 - b = 0 \Rightarrow b = -23$$

$$\Rightarrow b - a = -23 + 12 = -11$$

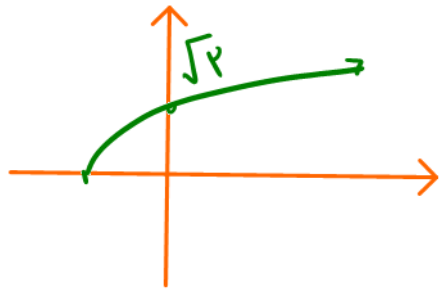
۱۳۳- نقطه A، نقطه برخورد تابع $y = \sqrt{x+2}$ با محور عرض‌ها است. کمترین فاصله نقطه A از منحنی $y = x + |x|$ کدام است؟

۰٫۲ $\sqrt{5}$ (۴)

۰٫۲ $\sqrt{10}$ (۳)

۰٫۱ $\sqrt{5}$ (۲)

۰٫۱ $\sqrt{10}$ (۱)



$$y = 2x \Rightarrow A(0, \sqrt{2})$$

$$d = \frac{|\sqrt{2} - 0|}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5} = 0.2\sqrt{10}$$

۱۳۴- با ارقام ۰, ۲, ۳, ۵, ۷, ۸, ۹ چند عدد سه رقمی می توان نوشت که هر رقم از رقم قبل از خود (سمت چپ)

کوچک تر باشد؟

۲۰ (۱)

۲۵ (۲)

۳۱ (۳)

۳۵ (۴)

— — —

$$\leftarrow 9 \quad \binom{9}{2} = 15$$

$$8 \quad \binom{8}{2} = 10 \quad \xrightarrow{+} \quad 25$$

$$7 \quad \binom{7}{2} = 6$$

$$5 \quad \binom{5}{2} = 3$$

$$3 \quad \binom{3}{2} = 1$$

۱۳۵- در پرتاب ۱ تاس و ۳ سکه، با کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه رو می آید ۳ برابر عدد روی تاس است؟

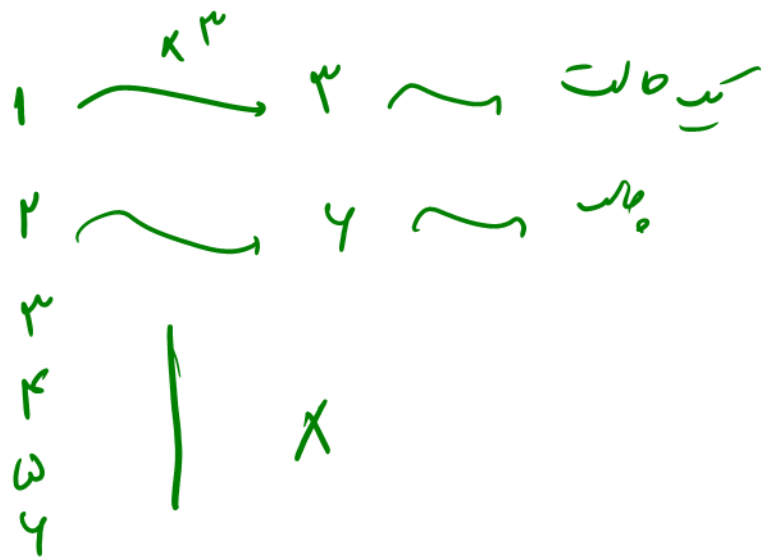
$$\frac{1}{16} (4)$$

$$\frac{1}{41} (3)$$

$$\frac{1}{24} (2)$$

$$\frac{1}{8} (1)$$

$$n(S) = 4 \times 2^3 = 41$$



$$P = \frac{1}{41}$$

۱۳۶- احتمال اینکه نیلوفر در درس ریاضی قبول شود $\frac{2}{3}$ احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال آنکه فقط دوستش در درس ریاضی قبول شود برابر $\frac{3}{8}$ باشد، با کدام احتمال هیچ کدام در درس ریاضی قبول نمی‌شوند؟

$$\frac{3}{8} \quad (1)$$

$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$P(A) = \frac{2}{3} P(B)$$

$$P(B \cap A') = P(B) \cdot (1 - P(A)) = \frac{3}{8} \Rightarrow x \left(1 - \frac{2}{3} x \right) = \frac{3}{8} \Rightarrow x - \frac{2}{3} x^2 = \frac{3}{8}$$

$$14x^2 - 24x + 9 = 0 \quad \Delta = 576 - 4 \cdot 14 \cdot 9 = 0 \quad x = \frac{24}{2 \cdot 14} = \frac{6}{7}$$

$$P(B) = \frac{6}{7}$$

$$P(A) = \frac{2}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{4}{7}$$

$$P(A \cup B) = \frac{6}{7} + \frac{4}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6+4-4}{7} = \frac{6}{7}$$

$$P(A \cup B)' = 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$$

۱۳۷- نقاط M و N روی پاره خط AB قرار دارند. نقطه M پاره خط AB را به نسبت ۱ به ۵ و نقطه N این پاره خط را به نسبت ۳ به ۴ تقسیم می کند. اگر $MN = ۲۲$ و هر دو نقطه به یک سر پاره خط نزدیک تر باشند، مجموع ارقام طول پاره خط AB چقدر است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

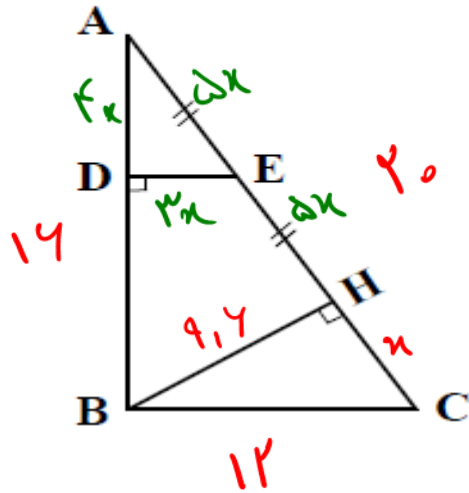
۶ (۱)

$$\frac{AM}{AB} = \frac{1}{5}, \quad \frac{AN}{AB} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{11}{20} \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{11}{20} \Rightarrow \frac{22}{AB} = \frac{11}{20} \rightarrow AB = 40$$

$$4 + 0 = 4$$

۱۳۸- در شکل زیر، $AB = ۱۶$ ، $BC = ۱۲$ و زاویه $\hat{ABC}$ قائمه است. طول DE کدام است؟



$$BH = \frac{12 \times 16}{25} = 9.4$$

$x =$

نسبت اضلاع $4x, 2x, 2x$

(۱) ۳,۸۴

(۲) ۲,۶۴

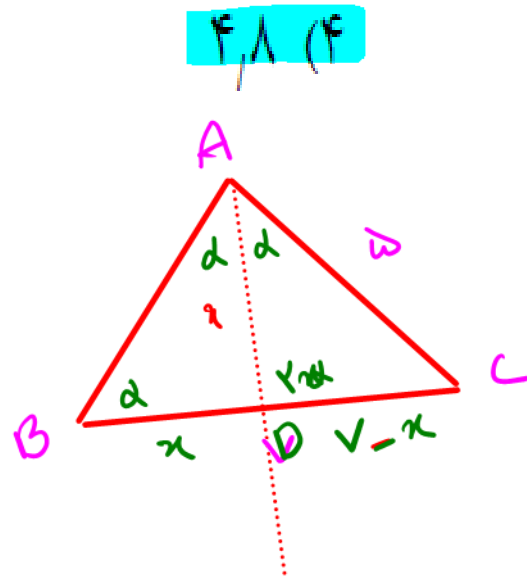
(۳) ۲,۳۶

(۴) ۱,۹۲

$$\frac{10x}{14} = \frac{9.4}{12} \Rightarrow x = \frac{9.4 \times 14}{12} \Rightarrow$$

$$2x = \frac{9.4 \times 14 \times 2}{12} = \frac{211.2}{12} = 17.6$$

۱۳۹- در مثلث ABC ، اندازه زاویه $\hat{A}$ دو برابر زاویه $\hat{B}$ است. اگر $AC = 5$ و $BC = 7$ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟



۴,۷۵ (۳)

۵,۲۵ (۲)

۵,۲ (۱)

سیما: AD را رسم می‌کنیم

$$\frac{5}{7} = \frac{7-x}{5} \Rightarrow 25 = 49 - 7x$$

$$7x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{7}$$

$$\frac{x}{AB} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{24}{7AB} = \frac{5}{7} \Rightarrow$$

$$AB = \frac{24}{5} = 4,8$$

۱۴۰- خط l در نقطه $(-3, -4)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است. اگر خط عمود بر l در ناحیه دوم بر این

دایره مماس باشد، حاصل ضرب طول و عرض مختصات نقطه برخورد دو خط کدام است؟

۶ (۱)

۷ (۲)

۸ (۳)

۹ (۴)

$$x^2 + y^2 = R^2 \Rightarrow R = 5$$

نقطه $(-3, -4)$

۳- چهار ربع
۴- یک ربع

$$-7 \times -1 = 7$$

$(-7, -1)$

