

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}+\sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}-2$ کدام است؟

$\sqrt{6}$ (۴) ✓

$2\sqrt{3}$ (۳)

$-\sqrt{6}$ (۲)

$-2\sqrt{3}$ (۱)

$$f = \frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{3}-1+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{4+2\sqrt{6}+2\sqrt{6}+4}{1}$$

$$= 10+4\sqrt{6} = 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 \rightarrow A = \sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = \sqrt{6}+2$$

۱۱۲- برای چند عدد طبیعی n بازه $(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n})$ شامل فقط یک عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) ✓

$n=1$ (۱, ۴)
 $n=2$ (۱/۲, ۵/۲)
 $n=3$ (۰, ۲)

$n > 3 \rightarrow n=4$ (-۱/۴, ۴/۴)
 $1, 0 \in$ ✗

۱۱۳- اگر a, b و c سه جمله نخست یک دنباله هندسی بوده و مجموع آنها ۱۸ باشد، مجموع چهار جمله $\frac{1}{4}a+2b$ ،

$\frac{3}{4}c$ و $-\frac{1}{4}b$ ، کدام است؟

۲۷ (۴) ✓

۲۴ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

$a+b+c=18$

$\frac{1}{4}a+2b+\frac{3}{4}c+a-\frac{1}{4}b = \frac{5}{4}(a+b+c) = \frac{5}{4} \times 18 = 22.5$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(2a+3)x^2+(4b-5)x+4c+1 < 0$ به صورت بازه $(a, +\infty)$ است. اگر b عدد طبیعی

باشد، مقدار $\frac{a}{c}$ کدام است؟

-۲/۴ (۴)

۲/۴ (۳) ✓

-۱/۲ (۲)

۱/۲ (۱)

$2a+3=0 \rightarrow a=-\frac{3}{2}$

$(4b-5)x+4c+1 < 0 \rightarrow (4b-5)x < -(4c+1) \xrightarrow{x=0} b=1$

$x > -\frac{(4c+1)}{4b-5}$

$-\frac{(4c+1)}{4b-5} = -\frac{3}{2} \rightarrow 4c = -\frac{5}{2}$

$c = -\frac{5}{8}$

$\rightarrow \frac{a}{c} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{5}{8}} = \frac{12}{5} = 2.4$

۱۱۵- نمودار تابع $y = 3 - \sqrt{2x}$ را ابتدا یک واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را ۵ واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت

$f(x) = \frac{7}{2}$ کدام است؟

$\frac{1}{16}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳) ✓

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$y = 3 - \sqrt{2x+2}$ قرینه در محور y $y = \sqrt{2x+2} + 2 = \frac{7}{2} \rightarrow \sqrt{2x+2} = \frac{3}{2}$
 $2x+2 = \frac{9}{4} \rightarrow x = \frac{1}{8}$

۱۱۶- به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطه مینیمم تابع $y = x^2 - mx + 2 - m$ در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲) ✓

صفر (۱)

$\left(\frac{m}{2} > \frac{-m^2 - 2m + 8}{4} \right)$

$\frac{m}{2} > 0 \rightarrow \boxed{m > 0}$

$\frac{-m^2 - 2m + 8}{4} > 0 \rightarrow m^2 + 2m - 8 < 0$

$\frac{-2-2\sqrt{2} \quad -2+2\sqrt{2}}{+1 \quad -1 \quad +}$
 $\boxed{1}$

۱۱۷- نمودار تابع g محور x ها را در نقاطی به طول ۱ و $2\sqrt{2}$ قطع می کند. اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد، اختلاف طول نقاطی که نمودار تابع $g \circ f$ محور x ها را قطع می کند، کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱) ✓

$x \rightarrow f \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right) g \rightarrow 0$

$\left\{ \begin{array}{l} x\sqrt{x} = 1 \rightarrow \boxed{x=1} \\ x\sqrt{x} = 2\sqrt{2} \rightarrow \boxed{x=2} \end{array} \right.$

۱۱۸- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 - m^2 = 0$ باشد، کمترین مقدار ممکن برای $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

$$s = -1 \quad p = -m^2 - 1$$

$$s^2 - 2p = 1 + 2m^2 + 2 \rightarrow \min \quad \boxed{3}$$

۱۱۹- وارون تابع $y = x^2 + \sqrt{b - ax}$ خط $y = x - 4$ را در نقطه $(a, -1)$ قطع می‌کند. مقدار $a - b$ کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) ۴

$$-1 = 1 + \sqrt{b - a} \rightarrow \sqrt{b - a} = -2 \rightarrow b = 1$$

$$a - 1 = -1 \rightarrow \boxed{a = 0}$$

۱۲۰- تابع $f(x) = \begin{cases} |x+2|+1 & x \leq -2 \\ \Delta m - mx & x > -2 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ نزولی است. اگر بازه $[a, b]$ ، حدود مقادیر m باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

$$\frac{1}{7} \quad (4) \checkmark$$

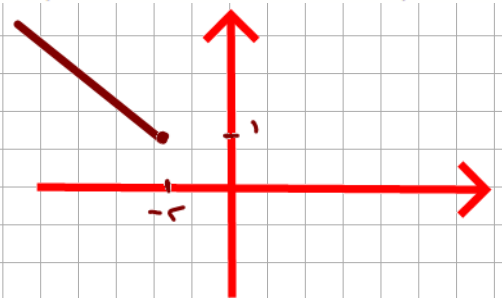
$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

نشیانه $m > 0$

$$\Delta m + 2m \leq 1 \rightarrow m \leq \frac{1}{3}$$



۱۲۱- چند جمله‌ای $f(x) = x^5 - 3x^3 + ax + 5$ بر $x + 2$ بخش پذیر است. مقدار a کدام است؟

$$2,5 \quad (4)$$

$$-2,5 \quad (3)$$

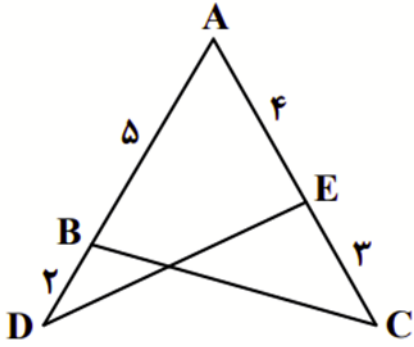
$$1,5 \quad (2)$$

$$-1,5 \quad (1) \checkmark$$

$$-32 + 24 - 2a + 5 = 0$$

$$2a = -3 \rightarrow a = -1,5$$

۱۲۲- در شکل زیر، اختلاف مساحت مثلث‌های ABC و ADE برابر ۱/۷۵ است. $\tan \hat{A}$ کدام مقدار زیر است؟ www.konkur.in



$$\frac{1}{2} \times 5 \times 2 \times \sin \hat{A} - \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \sin \hat{A} = 1/75$$

$$\frac{5}{2} \sin \hat{A} = 1/75 \rightarrow \sin \hat{A} = \frac{1}{75}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2) \checkmark$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

۱۲۳- حاصل عبارت $\frac{\sin \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}}{\sin \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{11\pi}{12}}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4) \checkmark$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$-\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\frac{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}} = - \frac{\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}}{\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}} = - \tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12}) = - \tan \frac{\pi}{6}$$

۱۲۴- فرم کلی جواب‌های معادله $\cos 2x = \sin(\frac{3\pi - 2x}{2})$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\frac{k\pi}{3} + \pi \quad (4)$$

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \quad (3) \checkmark$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$2k\pi \pm \pi \quad (1)$$

$$\cos \pi = -\cos \pi = \cos(\pi - \pi)$$

$$\pi = 2k\pi + \pi - \pi \rightarrow \pi = \frac{2k\pi + \pi}{2}$$

۱۲۵- معادله $2^{|x|} = (0,25)^{x^2-x}$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

$$x > 0 \rightarrow 2^x = 2^{x-x^2} \rightarrow x = x - x^2 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

$$x < 0 \rightarrow 2^{-x} = 2^{x-x^2} \rightarrow -x = x - x^2 \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow x = 0$$

۱۲۶- میانگین و واریانس چهار عدد a, b, c, d به ترتیب ۳ و $1/5$ است. واریانس داده‌های a, b, c, d و 5 کدام است؟

(۱) $0,75$ (۲) $0,94$ (۳) $1,65$ (۴) $1,84$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{4} - 9 = 1/5 \rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 37$$

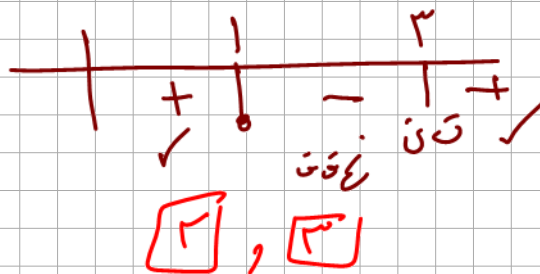
$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 5^2}{5} - \left(\frac{17}{5}\right)^2 = \frac{47}{5} - \frac{289}{5} = \frac{47}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{17+5}{5} = \frac{22}{5}$$

۱۲۷- برای چند عدد طبیعی، ریشه دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

$$\frac{1-a}{9-3a} < 0$$



۱۲۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [8x^3 - x]$ کدام است؟

(۴) وجود ندارد.

(۳) صفر

(۲) ✓ -۱

(۱) ۱

حددار $f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} \neq 2$

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -2\pi} \frac{4 + k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = +\infty$ باشد، مقدار $[-k]$ کدام است؟

(۴) ✓ -۲

(۳) -۳

(۲) -۴

(۱) -۱

$$\frac{4 + k\left[\frac{-2\pi^+}{\pi}\right]}{\sin(-2\pi^+)} = \frac{4 - 2k}{0^+} = +\infty \rightarrow 4 - 2k > 0$$

$2k < 4$
 $k < 2$
 $-k > -2$

۱۳۰- به ازای چند مقدار a ، تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x+a} & x \geq a \\ \frac{a-1}{x-1} & x < a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) ✓ صفر

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{3}{a+a} = \frac{3}{2a} = \frac{3}{a-1} \Rightarrow \frac{a-1}{a-1} = 1 \rightarrow 2a = 3 \rightarrow \boxed{a = \frac{3}{2}}$$

$$\boxed{a = 1 \text{ نیز میسر است}}$$

۱۳۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول

برابر است؟ ($a \neq 0$)

$\sqrt{6}$ (۴)

$\sqrt{5}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲) ✓

$\sqrt{2}$ (۱)

$$\frac{1 - \frac{a}{3} - 1 + a}{2} = \frac{a}{2 \cdot 3} \rightarrow \frac{a}{3} = \frac{a}{2 \cdot 3} \rightarrow x = \sqrt{3}$$

۱۳۲- نمودار تابع $f(x) = x^2 + ax - b$ در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور x مماس است. مقدار $b - a$ کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱) ✓

$$\begin{cases} 3x^2 + a \xrightarrow{x=2} 12 + a = 0 \rightarrow a = -12 \\ 1 - 2^2 - b = 0 \rightarrow b = -12 \end{cases} \rightarrow b - a = -4$$

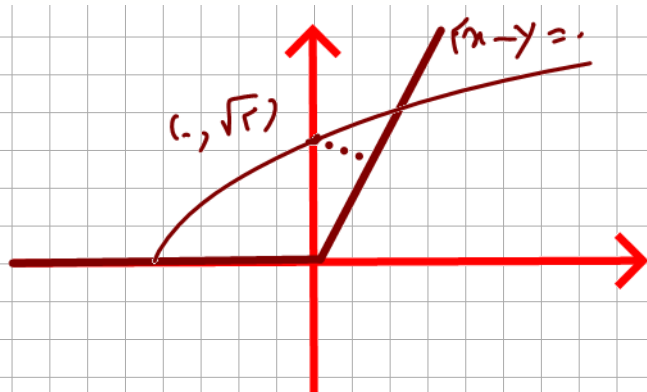
۱۳۳- نقطه A ، نقطه برخورد تابع $y = \sqrt{x+2}$ با محور عرض‌ها است. کمترین فاصله نقطه A از منحنی $y = x + |x|$ کدام است؟

$0,2\sqrt{5}$ (۴)

$0,2\sqrt{10}$ (۳) ✓

$0,1\sqrt{5}$ (۲)

$0,1\sqrt{10}$ (۱)



$$\frac{|0 - \sqrt{2}|}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

۱۳۴- با ارقام ۰, ۲, ۳, ۵, ۷, ۸, ۹ چند عدد سه رقمی می توان نوشت که هر رقم از رقم قبل از خود (سمت چپ)

کوچک تر باشد؟

۳۵ (۴) ✓

۳۱ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

۱۳۵- در پرتاب ۱ تاس و ۳ سکه، با کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه رو می آید ۳ برابر عدد روی تاس است؟

$\frac{1}{16}$ (۴)

$\frac{1}{48}$ (۳) ✓

$\frac{1}{24}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

$$\frac{1}{48} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{48}$$

۱۳۶- احتمال اینکه نیلوفر در درس ریاضی قبول شود $\frac{2}{3}$ احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال

آنکه فقط دوستش در درس ریاضی قبول شود برابر $\frac{3}{8}$ باشد، با کدام احتمال هیچ کدام در درس ریاضی قبول نمی شوند؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲) ✓

$\frac{3}{8}$ (۱)

$$P(N) = \frac{5}{8} P(F)$$

$$P(F - N) = \frac{3}{8} = P(F) - P(N) \times P(F)$$

$$P(F) - \frac{5}{8} P(F) = \frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{8} P(F) = P(F) + \frac{3}{8} = 0 \rightarrow P(F) = \frac{3}{8}, P(N) = \frac{1}{4}$$

$$P(F' \cap N') = 1 - P(F \cup N) = 1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} - \frac{3}{8} \right) = \frac{1}{4}$$