

« حل و تحلیل سوالات ریاضی »

« کنکور تجربی ۱۴۰۴ »

« نوبت اول اردیبهشت ۱۴۰۴ »

استاد مصطفی احمدوند

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} - 2$ کدام است؟

A = $\frac{\sqrt{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$

$A^2 = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})} - \sqrt{6}$ (۲)

(۱) $-2\sqrt{3}$

(۳) $2\sqrt{3}$

$A^2 = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{1}$

$A = \sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = \sqrt{6} + 2 - 2 = \sqrt{6}$

۱۱۲- برای چند عدد طبیعی n ، بازه $(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n})$ شامل فقط یک عدد صحیح است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

$$n=1 \rightarrow (1, 5, 4) \times$$

$$n=2 \rightarrow (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}) \times$$

$$n=3 \rightarrow (0, 2) \checkmark$$

$$n=4 \rightarrow (-\frac{1}{2}, \frac{7}{4}) \times$$

۱۱۳- اگر a ، b و c سه جمله نخست یک دنباله هندسی بوده و مجموع آنها ۱۸ باشد، مجموع چهار جمله $\frac{1}{2}a + 2b$ ،

$\frac{3}{2}c$ ، a و $-\frac{1}{2}b$ ، کدام است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۸

(۳) ۲۴

(۴) ۲۷

$$a + b + c = 18$$

$$\text{مجموع} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c = \frac{1}{2}(18) = 9$$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $\underbrace{(2a+2)}_{2a+2}x + (4b-5)x + 4c+1 < 0$ به صورت بازه $(a, +\infty)$ است. اگر b عدد طبیعی باشد، مقدار $\frac{a}{c}$ کدام است؟

(۱) $1/2$ (۲) $-1/2$ (۳) $2/4$ (۴) $-2/4$

$2a+2=.$
 $a = -\frac{2}{2}$

$4c+1 = -\frac{2}{2}$
 $4c = -\frac{5}{2}$
 $c = -\frac{5}{8}$

$\frac{a}{c} = \frac{-\frac{2}{2}}{-\frac{5}{8}} = \frac{12}{5} = 2,4$

$x > \frac{-(4c+1)}{4b-5} = \frac{-(4c+1)}{-1} = 4c+1$

$4b-5 < 0$
 $b < \frac{5}{4} \rightarrow b=1$

استاد مصطفی احمدوند

۱۱۵- نمودار تابع $y = 3 - \sqrt{2x}$ را ابتدا یک واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را ۵ واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت

$$f(x) = \frac{7}{2} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{1}{16} (4) - \left(3 - \sqrt{2(n+1)} \right) + 5 = \frac{7}{2}$$

$$\sqrt{2n+2} = \frac{3}{2}$$

$$2n+2 = \frac{9}{4}$$

$$2n = \frac{1}{4} \rightarrow n = \frac{1}{8}$$

۱۱۶- به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطه مینیمم تابع $y = x^2 - mx + 2 - m$ در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

$$A \quad \left| \begin{array}{l} x = \frac{m}{2} > 0 \rightarrow \underline{m > 0} \end{array} \right.$$

$$y = \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + 2 - m > 0$$

$$-\frac{m^2}{2} - m + 2 > 0$$

$$m^2 + 2m - 4 < 0$$

$$D = 4 - 4(1)(-4) = 20$$

$$+ \quad (-1 - \sqrt{5}) \quad - \quad (-1 + \sqrt{5}) \quad + \quad m = 1$$

۱۱۷- نمودار تابع g محور x ها را در نقاطی به طول ۱ و $2\sqrt{2}$ قطع می کند. اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد، اختلاف طول نقاطی که نمودار تابع $g \circ f$ محور x ها را قطع می کند، کدام است؟

$$(1)$$

$$(2) \frac{1}{2}$$

$$(3) \sqrt{2}$$

$$(4) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$g(1) = 0$$

$$g(2\sqrt{2}) = 0$$

$$g(f(x)) = 0 \begin{cases} f(x) = 1 \Rightarrow x\sqrt{x} = 1 \rightarrow x = 1 \\ f(x) = 2\sqrt{2} \Rightarrow x\sqrt{x} = 2\sqrt{2} \rightarrow x = 4 \end{cases}$$

$$1 = 4 - 1 = 3 \text{ اختلاف}$$

۱۱۸- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 - m^2 = 0$ باشد، کمترین مقدار ممکن برای $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

$$\begin{aligned} S^2 - 2P &= 1 - 2(-1 - m^2) \\ \alpha^2 + \beta^2 &= 3 + \underbrace{m^2}_{\min(m^2)=0} = 3 \end{aligned}$$

۱۱۹- وارون تابع $y = x^2 + \sqrt{b - ax}$ خط $y = x - 4$ را در نقطه $(a, -1)$ قطع می کند. مقدار $a - b$ کدام است؟

۴ (۴)

$(3, 2)$

۴ (۲)

۲ (۱)

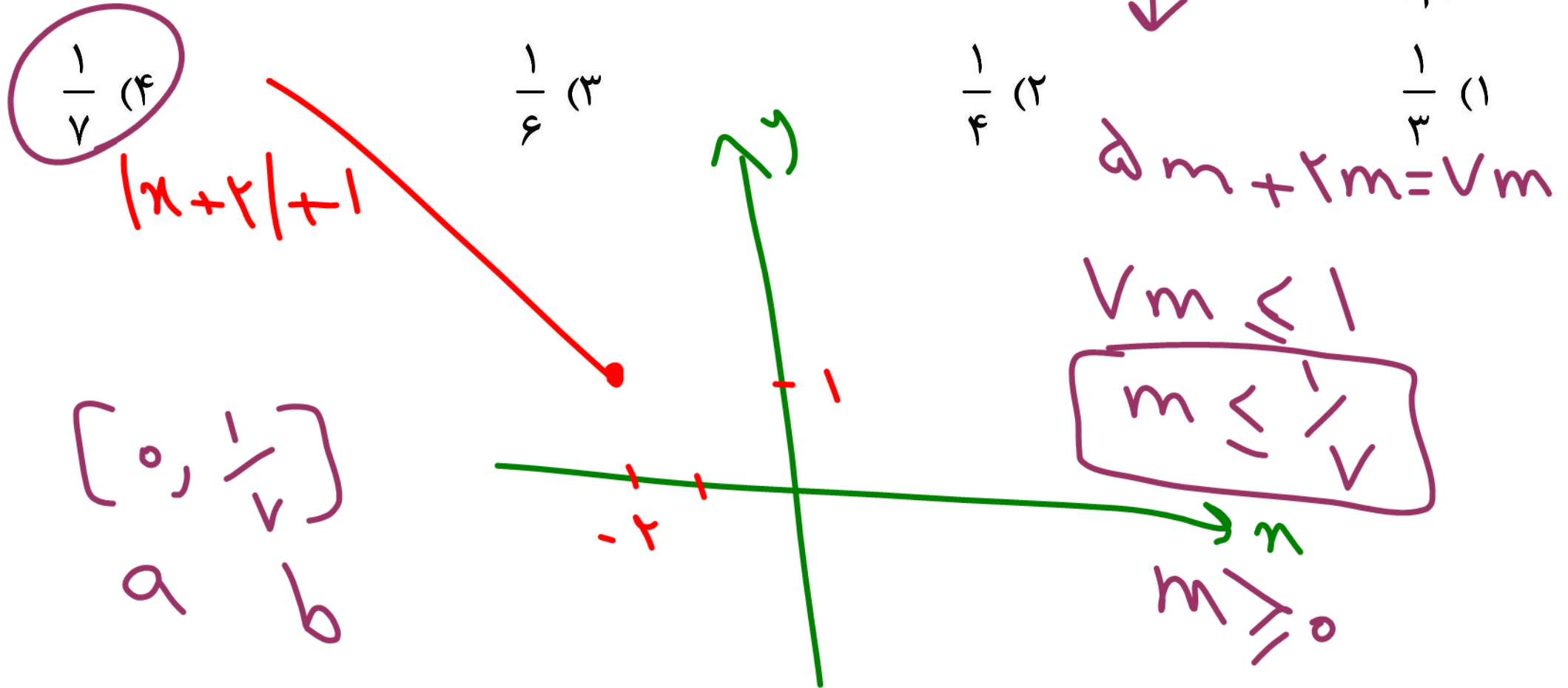
$$A \begin{vmatrix} a \\ -1 \end{vmatrix} \rightarrow -1 = a - 4 \rightarrow a = 3$$

$$\bar{A} \begin{vmatrix} -1 \\ 3 \end{vmatrix} \rightarrow 1 + \sqrt{b + 9} = 3$$

$$\sqrt{b + 9} = 2$$

$$b = 1$$

۱۲۰- تابع $f(x) = \begin{cases} |x+2|+1 & x \leq -2 \\ \Delta m - mx & x > -2 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ نزولی است. اگر بازه $[a, b]$ ، حدود مقادیر m باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟



۱۲۱- چند جمله‌ای $f(x) = x^5 - 3x^3 + ax + 5$ بر $x + 2$ بخش پذیر است. مقدار a کدام است؟

۲,۵ (۴)

-۲,۵ (۳)

۱,۵ (۲)

-۱,۵ (۱)



$$x = -2$$



$$-3 \cdot 2 + 2a + 5 = 0$$

$$-2a = 1$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

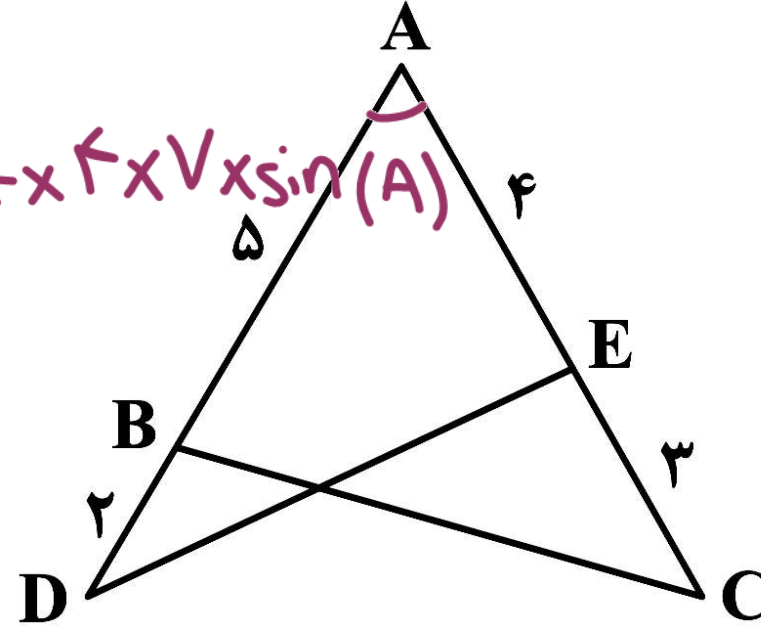
۱۲۲- در شکل زیر، اختلاف مساحت مثلث‌های ABC و ADE برابر ۱٫۷۵ است. $\tan \hat{A}$ کدام مقدار زیر است؟

$$1,75 = \frac{1}{2} \times 5 \times V \times \sin A - \frac{1}{2} \times 4 \times V \times \sin(A)$$

$$\times 2 \rightarrow 3,5 = V \sin A$$

$$\sin(A) = \frac{1}{2} \rightarrow \hat{A} = 30^\circ$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

کدام است؟

$$\frac{\sin \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}}{\sin \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{11\pi}{12}}$$

۱۲۳- حاصل عبارت

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (۳)$$

$$-\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)} \xrightarrow{\text{توان}} \frac{1 - \sin(\pi/4)}{1 + \sin(\pi/4)}$$

$$\frac{1 - \sin(\pi/4)}{1 + \sin(\pi/4)} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

۱۲۴- فرم کلی جواب‌های معادله $\cos 2x = \sin\left(\frac{3\pi - 2x}{2}\right)$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\frac{k\pi}{3} + \pi \quad (۴)$$

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \quad (۳)$$



$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$2k\pi \pm \pi \quad (۱)$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$\cos 2x = -\cos x = \cos(\pi - x)$$

$$2x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

$$2x = 2k\pi - \pi + x$$

۱۲۵- معادله $2^{|x|} = (0,25)^{x^2-x}$ چند جواب دارد؟

۳ (۴

۲ (۳

۱ (۲

صفر (۱

$$2^{|x|} = 2^{-x^2+x}$$

$$x \geq 0 \rightarrow -x^2 + x = x \rightarrow x = 0 \checkmark$$

$$x < 0 \rightarrow -x^2 + x = -x \rightarrow -x(x-2) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 2$$

X

۱۲۶- میانگین و واریانس چهار عدد a, b, c و d به ترتیب ۲ و ۱/۵ است. واریانس داده‌های a, b, c, d و ۵ کدام است؟

$$0,75 \quad (1)$$

$$0,94 \quad (2)$$

$$1,65 \quad (3)$$

$$1,84 \quad (4)$$

$$s^2 = \frac{1}{n} (a^2 + b^2 + c^2 + d^2) - (\bar{x})^2$$

$$1,5 = \frac{1}{n} (20) - 9 \rightarrow n = 22$$

$$\bar{x} = \frac{12 + 5}{5} = \frac{17}{5}$$

$$s^2 = \frac{1}{6} (22 + 20) - \left(\frac{17}{5}\right)^2 = \frac{27}{5} - \frac{17 \times 17}{25} = 1,84$$

۱۲۷- برای چند عدد طبیعی، ریشه دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$\frac{1-a}{9-3a} < 0$$

$$+ \textcircled{1} - \textcircled{3} +$$

۲.

$$a = ۲, ۳$$

۱۲۸- حاصل $\lim [8x^3 - x]$ کدام است؟

$$x \rightarrow -\frac{1}{2}$$

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) وجود ندارد.

$$\left[8\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) \right]$$

$$\left[-1 + \frac{1}{2} \right] = \left[-\frac{1}{2} \right] = -\frac{1}{2}$$

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -2\pi} \frac{4 + k \left[\frac{x}{\pi} \right] - 2\pi}{\sin x} = +\infty$ باشد، مقدار $[-k]$ کدام است؟

$(3) -3 \quad (4) -2 \quad [-1, 9] = -2$

$x \rightarrow -2\pi^+$

$\frac{\sum -2k}{0^+} = +\infty$

$\sum -2k > 0$
 $k < 2$

۱۳۰- به ازای چند مقدار a ، تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x+a} & x \geq a \\ \frac{a-1}{x-1} & x < a \end{cases}$$

روی $\mathbb{R}$ پیوسته است؟

(۱) صفر

$$x=1$$

$$\frac{3}{a+a} = \frac{a-1}{a-1}$$

$$\frac{3}{2a} = 1 \rightarrow 2a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{2}$$

۱۳۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول

برابر است؟ ($a \neq 0$)

(۴) $\sqrt{6}$

(۳) $\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) $\sqrt{2}$

$$\frac{a}{x_2} = \frac{\left(1 - \frac{a}{3}\right) - (1 - a)}{3 - 1}$$

$$\frac{a}{x_2} = \frac{\frac{2a}{3}}{2} \rightarrow \frac{a}{x_2} = \frac{a}{3} \rightarrow x = \sqrt{3}$$

۱۳۲- نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور x ها مماس است. مقدار $b - a$ کدام است؟

$$\textcircled{-4 \quad (1)}$$

$$-2 \quad (2) \quad x^3 + a$$

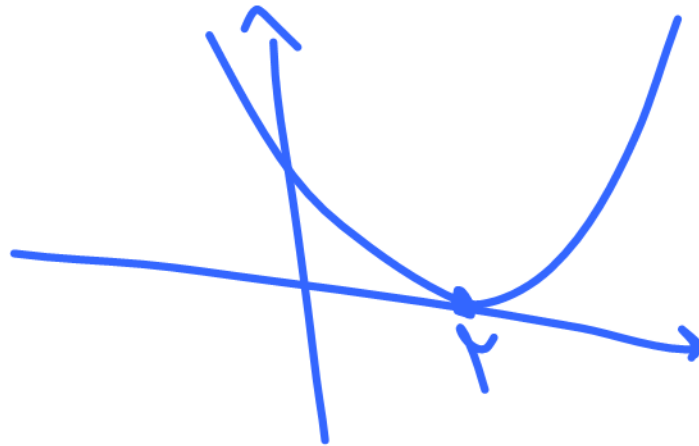
$$4 \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

$$-17 + 12 = -5$$

$$f(2) = 0 \rightarrow 8 + 2a - b = 0 \rightarrow \textcircled{b = -17}$$

$$f'(2) = 0 \rightarrow 12 + a = 0 \rightarrow \textcircled{a = -12}$$



۱۳۳- نقطه A، نقطه برخورد تابع $y = \sqrt{x+2}$ با محور عرض‌ها است. کمترین فاصله نقطه A از منحنی $y = x + |x|$ کدام است؟

$(1) \quad (0, 1) \quad \sqrt{1+2} = \sqrt{3}$
 $(2) \quad (1, 1) \quad \sqrt{1+2} = \sqrt{3}$
 $(3) \quad (2, 2) \quad \sqrt{2+2} = 2$
 $(4) \quad (3, 2) \quad \sqrt{3+2} = \sqrt{5}$

$y = 2x \rightarrow 2x - y = 0$

$A \mid \sqrt{2}$

$$AH = \frac{|2(0) - \sqrt{2}|}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

۱۳۴- با ارقام ۰, ۲, ۳, ۵, ۷, ۸, ۹ چند عدد سه رقمی می توان نوشت که هر رقم از رقم قبل از خود (سمت چپ) کوچک تر باشد؟

۳۵ (۴)

۳۱ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

صفر داریم : $\frac{1}{\text{صفر}} \times \text{---} \times \text{---} = \binom{7}{2} = 15$

+ ۲۵

صفر نداریم : $\text{---} \times \text{---} \times \text{---} = \binom{7}{3} = 2$

۱۳۵- در پرتاب ۱ تاس و ۳ سکه، با کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه رو می آید ۳ برابر عدد روی تاس است؟

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{1}{24} \quad (2)$$

$$\frac{1}{48} \quad (3)$$

$$\frac{1}{16} \quad (4)$$

$$n(S) = 7 \times 2 \times 2 \times 2 = 56$$

$$(1, 1, 1, 1)$$

$$P(A) = \frac{1}{56}$$

۱۳۶- احتمال اینکه نیلوفر در درس ریاضی قبول شود $\frac{2}{3}$ احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال

آنکه فقط دوستش در درس ریاضی قبول شود برابر $\frac{3}{8}$ باشد، با کدام احتمال هیچ کدام در درس ریاضی قبول نمی شوند؟

$$\frac{3}{8} \quad (1)$$

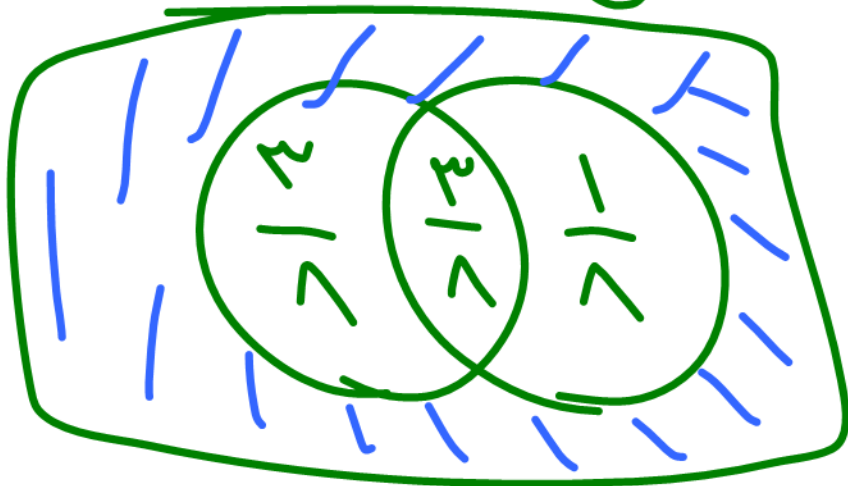
$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$> \quad 3n = \frac{3}{4}$$

$$n \quad 2n = \frac{2}{4}$$



$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\frac{3}{8} = 3n - 2n^2$$

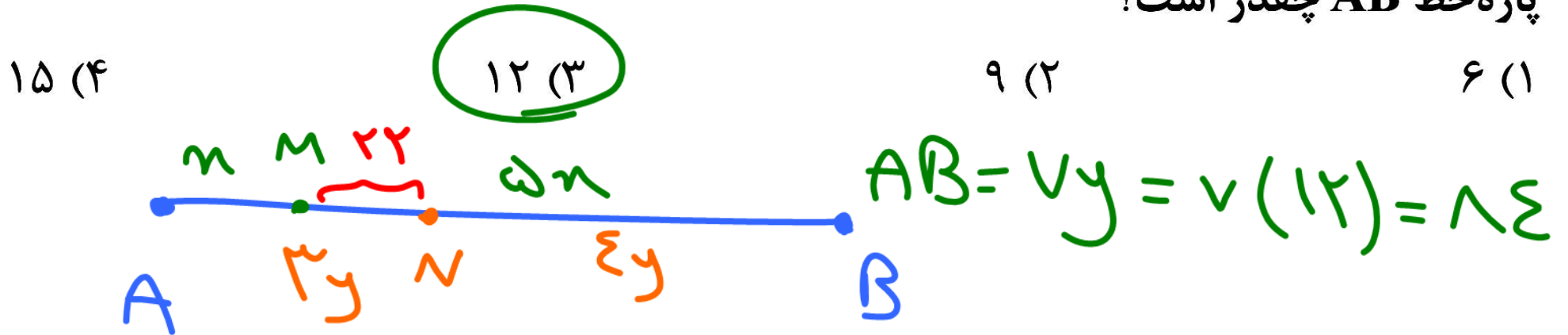
$$1 = 8n - 16n^2$$

$$16n^2 - 8n + 1 = 0$$

$$(4n - 1)^2 = 0$$

$$n = \frac{1}{4}$$

۱۳۷- نقاط M و N روی پاره خط AB قرار دارند. نقطه M پاره خط AB را به نسبت ۱ به ۵ و نقطه N این پاره خط را به نسبت ۳ به ۴ تقسیم می کند. اگر $MN = ۲۲$ و هر دو نقطه به یک سر پاره خط نزدیک تر باشند، مجموع ارقام طول پاره خط AB چقدر است؟



$$\begin{cases} 3y - 22 = 22 \\ 4y - 22 = 22 \end{cases}$$

$$11y = 7 \times 22$$

$$y = 12$$

۱۳۸- در شکل زیر، $AB = ۱۶$ ، $BC = ۱۲$ و زاویه $\hat{ABC}$ قائمه است. طول DE کدام است؟

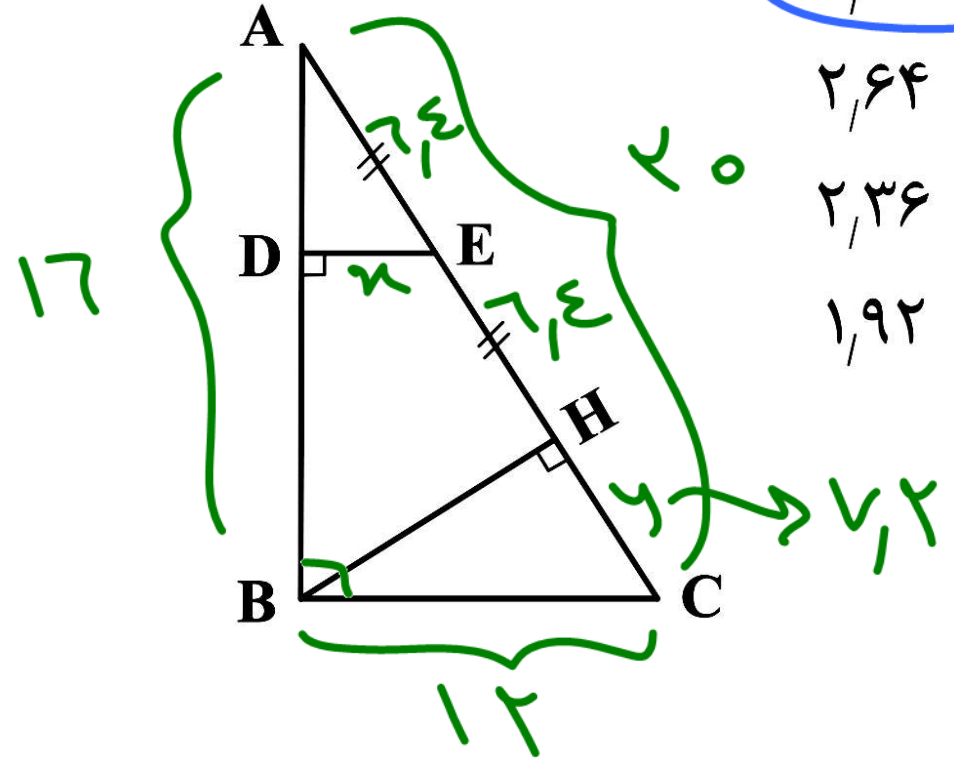
www.konkur.in

$$۱۷۷ = y \times ۲۰$$

$$y = ۷,۲$$

$$\frac{۷,۲}{\frac{۲۰}{۵}} = \frac{۳}{\frac{۱۲}{۲}}$$

$$\omega n = ۳ \times ۷,۲ \rightarrow n = \frac{۳ \times ۷,۲}{\omega} = ۳,۸۴$$



(۱) ۳,۸۴

(۲) ۲,۶۴

(۳) ۲,۳۶

(۴) ۱,۹۲

استاد مصطفی احمدوند

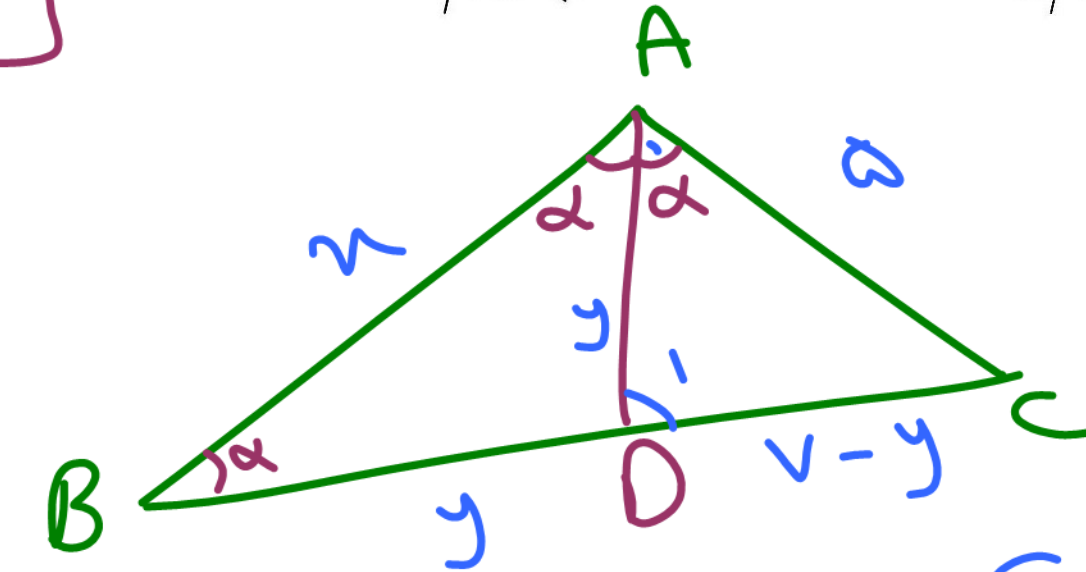
۱۳۹- در مثلث ABC، اندازه زاویه $\hat{A}$ دو برابر زاویه $\hat{B}$ است. اگر $AC = 5$ و $BC = 7$ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

۴,۸ (۴)

۴,۷۵ (۳)

۵,۲۵ (۲)

۵,۲ (۱)



$$\begin{aligned} \triangle ACD &\sim \triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} \angle C = \angle C \\ \angle A_1 = \angle B \\ \angle D_1 = \angle A \end{cases} \\ \Rightarrow \frac{y}{\xi} &= \frac{7-y}{5} = \frac{5}{7} \\ \frac{24}{7\xi} &= \frac{5}{7} \Rightarrow \xi = \frac{24}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24 - 7y &= 25 \\ 24 &= 7y \\ \uparrow y &= \frac{24}{7} \end{aligned}$$

۱۴۰- خط ℓ در نقطه $(-3, -4)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است. اگر خط عمود بر ℓ در ناحیه دوم بر این

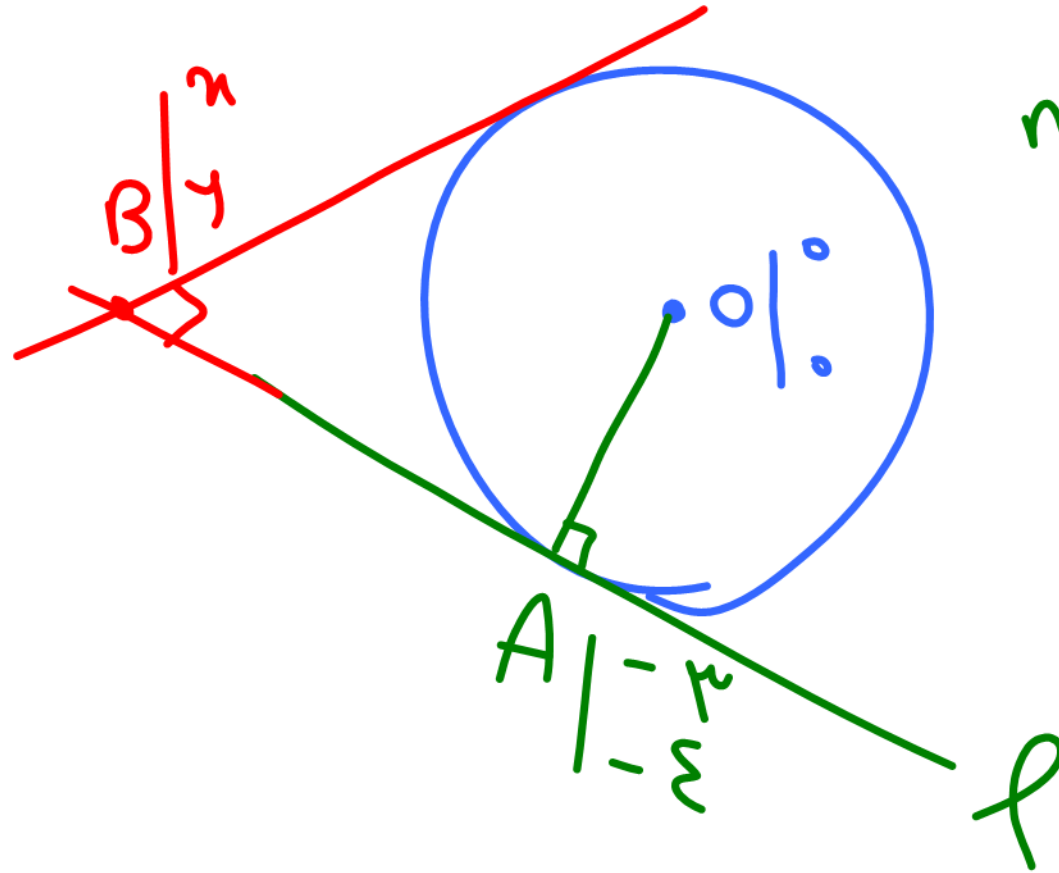
دایره مماس باشد، حاصل ضرب طول و عرض مختصات نقطه برخورد دو خط کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)



$$m_{\ell} = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{-4 - y}{-3 - x} = -\frac{3}{4} \quad \begin{cases} y = -1 \\ x = -7 \end{cases}$$

$$x \times y = 7$$