

پاسخ تشریحی سوالات کنکور تجربی سراسری ۱۴۰۴ (نوبت اول)

سوال ۱۱۱: گزینه ۴

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}+\sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$ -۲ کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{6}$

$$\left(\frac{\sqrt{\sqrt{3}+1} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} \right)^2 = \frac{(\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1) + 2\sqrt{(3-1)}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{1} = 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$$

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}+1} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} - 2 = \sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2}) - 2 = \sqrt{6} + 2 - 2 = \sqrt{6}$$

سوال ۱۱۲: گزینه ۱

۱۱۲- برای چند عدد طبیعی n ، بازه $(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n})$ شامل فقط یک عدد صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

$$n=1 \Rightarrow (1, 4) \Rightarrow 2 \text{ و } 3$$

$$n=2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right) \Rightarrow 1 \text{ و } 2$$

$$n=3 \Rightarrow (0, 2) \Rightarrow 1 \quad \checkmark$$

$$n=4 \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{4}\right) \Rightarrow 0 \text{ و } 1$$

$$n=5 \Rightarrow \left(-1, \frac{8}{5}\right) \Rightarrow 0 \text{ و } 1$$

از طرفی پیداست که با افزایش مقدار n ، عبارت $1 + \frac{3}{n} = \frac{n+3}{n}$ هیچگاه برابر ۲ نمی شود ولی عبارت $\frac{3-n}{2}$ تا منهای بی نهایت ادامه دارد و دیگر یک مقدار صحیح در این بازه وجود نخواهد داشت (بیشتر از یکی خواهد بود).

سوال ۱۱۳: گزینه‌ی ۴

۱۱۳- اگر a ، b و c سه جمله نخست یک دنباله هندسی بوده و مجموع آنها ۱۸ باشد، مجموع چهار جمله $\frac{1}{4}a + 2b$ ،

$\frac{3}{4}c$ ، a و $-\frac{1}{4}b$ کدام است؟

۲۷ (۴)

۲۴ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

$$a + b + c = 18$$

$$\frac{1}{4}a + 2b + \frac{3}{4}c + a - \frac{1}{4}b = \frac{3}{4}a + \frac{3}{4}b + \frac{3}{4}c = \frac{3}{4}(a + b + c) = \frac{3}{4} \times 18 = 27$$

سوال ۱۱۴: گزینه‌ی ۳

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(2a+3)x^2 + (4b-5)x + 4c+1 < 0$ به صورت بازه $(a, +\infty)$ است. اگر عدد طبیعی

باشد، مقدار $\frac{a}{c}$ کدام است؟

-۲,۴ (۴)

۲,۴ (۳)

-۱,۲ (۲)

۱,۲ (۱)

جواب یک نامعادله‌ی درجه‌ی دو به فرم $(a, +\infty)$ نیست. یا به صورت اجتماع دو بازه‌ی بی‌نهایت است یا یک بازه‌ی محدود. پس این معادله درجه یک باید باشد و عبارت x^2 باید حذف شود:

$$2a + 3 = 0 \Rightarrow a = \frac{-3}{2}$$

خطی که شیب آن منفی است در بازه‌ی مانند $(a, +\infty)$ منفی می‌شود، پس:

$$4b - 5 < 0 \Rightarrow b < \frac{5}{4} \Rightarrow b = 1$$

چون گفته شد b عددی طبیعی است، تنها مقدار ۱ برای آن قابل قبول است. از طرفی $x = a = \frac{-3}{2}$ ریشه‌ی خط $y = -x + (4c + 1)$ است:

$$-\left(\frac{-3}{2}\right) + (4c + 1) = 0 \Rightarrow c = \frac{-5}{4}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{\frac{-3}{2}}{\frac{-5}{4}} = 2/5$$

سوال ۱۱۵: گزینه‌ی ۳

۱۱۵- نمودار تابع $y = 3 - \sqrt{2x}$ را ابتدا یک واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را ۵ واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت

$$f(x) = \frac{7}{2} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{1}{16} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

$$y = 3 - \sqrt{2x} \Rightarrow y = 3 - \sqrt{2(x+1)} \Rightarrow y = -3 + \sqrt{2(x+1)} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{2x+2} \Rightarrow 2 + \sqrt{2x+2} = \frac{7}{2} \Rightarrow \sqrt{2x+2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x+2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{8}$$

سوال ۱۱۶: گزینه‌ی ۲

۱۱۶- به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطه مینیمم تابع $y = x^2 - mx + 2 - m$ در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد؟

$$۳ \text{ (۴)}$$

$$۲ \text{ (۳)}$$

$$۱ \text{ (۲)}$$

$$\text{صفر (۱)}$$

دهانه‌ی سهمی رو به بالا است. پس نقطه $S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ در ربع اول است:

$$\frac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{m}{2} > 0 \Rightarrow m > 0$$

$$\frac{-\Delta}{4a} > 0 \Rightarrow \frac{4(1)(2-m) - m^2}{4} > 0 \Rightarrow m^2 + 4m - 8 < 0$$

$$\Delta = 16 + 32 = 48 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{-4 + 4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} - 2 \\ m_2 = \frac{-4 - 4\sqrt{3}}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{✗}$$

$$m_1 = 2\sqrt{3} - 2 \approx 2(1.73) - 2 = 1.46$$

$$0 < m < 1.46 \Rightarrow m = 1$$

سوال ۱۱۷: گزینه ۱

۱۱۷- نمودار تابع g محور x ها را در نقاطی به طول ۱ و $2\sqrt{2}$ قطع می کند. اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد، اختلاف طول نقاطی که نمودار تابع $g \circ f$ محور x ها را قطع می کند، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$g(x) = (x - 1)(x - 2\sqrt{2}), \quad f(x) = x\sqrt{x}$$

$$g(f(x)) = (x\sqrt{x} - 1)(x\sqrt{x} - 2\sqrt{2}) = 0 \Rightarrow x_1 = 2, \quad x_2 = 1$$

سوال ۱۱۸: گزینه ۲

۱۱۸- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 + x - 1 - m^2 = 0$ باشد، کمترین مقدار ممکن برای $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (-1)^2 - 2(-1 - m^2) = 2m^2 + 3 \Rightarrow \min\{2m^2 + 3\} = 3$$

سوال ۱۱۹: گزینه ۳

۱۱۹- وارون تابع $y = x^2 + \sqrt{b - ax}$ خط $y = x - 4$ را در نقطه $(a, -1)$ قطع می کند. مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) ۴

$$-1 = a - 4 \Rightarrow \boxed{a = 3}$$

$$y(-1) = a = 3 \Rightarrow 1 + \sqrt{b - 3(-1)} = 3 \Rightarrow b + 3 = 4 \Rightarrow \boxed{b = 1}$$

سوال ۱۲۰: گزینه ۴

۱۲۰- تابع $f(x) = \begin{cases} |x+2|+1 & x \leq -2 \\ 5m - mx & x > -2 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ نزولی است. اگر بازه $[a, b]$ ، حدود مقادیر m باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{6}$

شیب تابع $y = -mx + 5m$ باید منفی یا صفر باشد پس: $m \geq 0$

مقدار تابع $y = -mx + 5m$ در $x = -2$ باید برابر $1 = |-2 + 2| + 1$ یا کمتر از آن باشد تا نزولی شود:

$$y = -m(-2) + 5m = 7m \leq 1 \Rightarrow m \leq \frac{1}{7}, \quad m \in \left[0, \frac{1}{7}\right] \Rightarrow a + b = \frac{1}{7}$$

سوال ۱۲۱: گزینه ۱

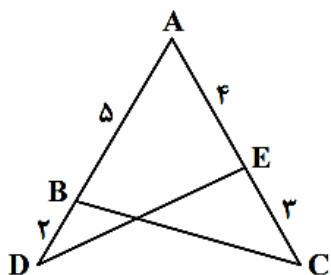
۱۲۱- چندجمله‌ای $f(x) = x^5 - 3x^3 + ax + 5$ بر $x+2$ بخش پذیر است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $-1/5$ (۲) $1/5$ (۳) $-2/5$ (۴) $2/5$

$$f(-2) = -32 + 24 - 2a + 5 = 0 \Rightarrow a = -1/5$$

سوال ۱۲۲: گزینه ۲

۱۲۲- در شکل زیر، اختلاف مساحت مثلث‌های ABC و ADE برابر $1/75$ است. $\tan \hat{A}$ کدام مقدار زیر است؟



- (۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

$$S_{ABC} - S_{ADE} = \frac{1}{2}(AB)(AC) \sin A - \frac{1}{2}(AD)(AE) \sin A = \frac{1}{2}(5)(9) \sin A - \frac{1}{2}(2)(4) \sin A$$

$$\frac{9}{2} \sin A = \frac{4}{2} \Rightarrow \sin A = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

سوال ۱۲۳: گزینه ۴

۱۲۳- حاصل عبارت $\frac{\sin \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}}{\sin \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{11\pi}{12}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} \times \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \sin 2\alpha}{-\cos 2\alpha} = \frac{1 + \sin \frac{11}{6}\pi}{-\cos \frac{11}{6}\pi} = \frac{1 + \sin \frac{-\pi}{6}}{-\cos \frac{-\pi}{6}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

سوال ۱۲۴: گزینه ۳

۱۲۴- فرم کلی جواب‌های معادله $\cos 2x = \sin\left(\frac{2\pi - 2x}{2}\right)$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۱) $2k\pi \pm \pi$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{k\pi}{2} + \pi$

$$\cos 2x = \sin\left(\frac{2\pi - 2x}{2}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{2} - x\right) = -\cos x$$

$$\cos 2x + \cos x = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 + \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -1, \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\cos x = -1 = \cos \pi \Rightarrow x = (2k + 1)\pi = \frac{2(2k\pi + \pi)}{2} = \frac{4k\pi}{2} + \frac{2\pi}{2} = \frac{2k'\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{2k'\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

سوال ۱۲۵: گزینه ۲

۱۲۵- معادله $2^{|x|} = (0.25)^{x^2 - x}$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

$$2^{|x|} = 4^{|x|} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2 - x} \Rightarrow x^2 - x = -|x| \Rightarrow$$

$$x^2 - x = -x \Rightarrow x = 0, \quad x^2 - x = x \Rightarrow x = 0, x = 2$$

$x = 2$ در معادله صدق نمی‌کند.

سوال ۱۲۶: گزینه ۴

۱۲۶- میانگین و واریانس چهار عدد a, b, c, d به ترتیب ۳ و ۱/۵ است. واریانس داده‌های a, b, c, d و ۵ کدام است؟

(۱) ۰.۷۵ (۲) ۰.۹۴ (۳) ۱.۶۵ (۴) ۱.۸۴

$$\bar{x} = \frac{a + b + c + d}{4} = 3 \Rightarrow a + b + c + d = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{4} - 3^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 42$$

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{a + b + c + d + 5}{5} = \frac{17}{5}, \quad \sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 25}{5} - \left(\frac{17}{5}\right)^2$$

$$= \frac{42 + 25}{5} - \left(\frac{17}{5}\right)^2 = \frac{67}{5} - \frac{289}{25} = \frac{46}{25} = 1.84$$

سوال ۱۲۷: گزینه ۱

۱۲۷- برای چند عدد طبیعی، ریشه دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

یک جواب $a = 2 \Rightarrow 1 < a < 3 \Rightarrow \frac{1-a}{9-3a} < 0$

$a = 3$ هم مخارج را صفر می کند.

سوال ۱۲۸: گزینه ۲

۱۲۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [8x^3 - x]$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} [8x^3 - x] = \left[\left(2 \left(-\frac{1}{2} \right)^+ \right)^3 - \left(-\frac{1}{2} \right)^+ \right] = \left[((-1)^+)^3 + \frac{1}{2} \right]$$

$$= \left[(-1)^+ + \frac{1}{2} \right] = [-0 / \dots] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} [8x^3 - x] = \left[\left(2 \left(-\frac{1}{2} \right)^- \right)^3 - \left(-\frac{1}{2} \right)^- \right] = \left[((-1)^-)^3 + \frac{1}{2} \right]$$

$$= \left[(-1)^- + \frac{1}{2} \right] = [-0 / \dots] = -1$$

سوال ۱۲۹: گزینه ۴

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -2\pi} \frac{4 + k \left[\frac{x}{\pi} \right]}{\sin x} = +\infty$ باشد، مقدار $[-k]$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۴ (۳) -۳ (۴) -۲

$$\lim_{x \rightarrow (-2\pi)^+} \frac{4 + k \left[\frac{x}{\pi} \right]}{\sin x} = \frac{4 + k \left[\frac{(-2\pi)^+}{\pi} \right]}{\sin(-2\pi)^+} = \frac{4 + k[(-2)^+]}{0^+} = \frac{4 - 2k}{0^+} = +\infty$$

$$4 - 2k > 0 \Rightarrow k < 2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2\pi)^-} \frac{4 + k \left[\frac{x}{\pi} \right]}{\sin x} = \frac{4 + k \left[\frac{(-2\pi)^-}{\pi} \right]}{\sin(-2\pi)^-} = \frac{4 + k[(-2)^-]}{0^-} = \frac{4 - 3k}{0^-} = +\infty$$

$$4 - 3k < 0 \Rightarrow k > \frac{4}{3} \Rightarrow -2 < -k < \frac{-4}{3} \Rightarrow [-k] = -2$$

سوال ۱۳۰: گزینه ۱

$$۱۳۰- \text{به ازای چند مقدار } a, \text{ تابع } f \text{ با ضابطه } f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x+a} & x \geq a \\ \frac{a-1}{x-1} & x < a \end{cases} \text{ روی } \mathbb{R} \text{ پیوسته است؟}$$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

$$\frac{3}{a+a} = \frac{a-1}{a-1} = 1 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

با جایگذاری متوجه می شویم ریشه ی ضابطه ی دوم $x=1$ در دامنه ی آن یعنی $x < \frac{3}{2}$ است، پس این تابع هیچ گاه پیوسته نیست.

سوال ۱۳۱: گزینه ۲

۱۳۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 3]$ با آهنگ لحظه ای تغییر این تابع در نقطه ای با کدام طول برابر است؟ ($a \neq 0$)

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{6}$

$$\frac{(1 - \frac{a}{3}) - (1 - a)}{3 - 1} = \frac{a}{3}, \quad f'(x) = \frac{a}{x^2} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

سوال ۱۳۲: گزینه ۱

۱۳۲- نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ در نقطه ای به طول ۲ بر محور x مماس است. مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) ۲

$x=2$ هم ریشه و هم اکسترمم تابع است.

$$f'(x) = 3x^2 + a \Rightarrow f'(2) = 12 + a = 0 \Rightarrow \boxed{a = -12}$$

$$f(2) = 8 + 2a - b = 8 - 24 - b = 0 \Rightarrow \boxed{b = -16}$$

سوال ۱۳۳: گزینه ۳

۱۳۳- نقطه A، نقطه برخورد تابع $y = \sqrt{x+2}$ با محور عرض‌ها است. کمترین فاصله نقطه A از منحنی $y = x + |x|$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{10}$ (۴) $\sqrt{5}$

$$A(0, \sqrt{2})$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

فاصله‌ی $A(0, \sqrt{2})$ تا خط $2x - y = 0$:

$$\frac{|2(0) - \sqrt{2}|}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

فاصله‌ی $A(0, \sqrt{2})$ تا خط $y = 0$ نیز برابر $\sqrt{2}$ است.

سوال ۱۳۴: گزینه ۴

۱۳۴- با ارقام ۰، ۲، ۳، ۵، ۷، ۸، ۹ چند عدد سه‌رقمی می‌توان نوشت که هر رقم از رقم قبل از خود (سمت چپ)

کوچک‌تر باشد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۱ (۴) ۳۵

$$9 \times 8 \times (5) = 5, \quad 9 \times 7 \times (4) = 4, \quad 9 \times 5 \times (3) = 3$$

$$9 \times 3 \times (2) = 2, \quad 9 \times 2 \times (1) = 1$$

$$8 \times 7 \times (4) = 4, \quad 8 \times 5 \times (3) = 3, \quad 8 \times 3 \times (2) = 2$$

$$8 \times 2 \times (1) = 1$$

$$7 \times 5 \times (3) = 3, \quad 7 \times 3 \times (2) = 2, \quad 7 \times 2 \times (1) = 1$$

$$5 \times 3 \times (2) = 2, \quad 5 \times 2 \times (1) = 1$$

$$3 \times 2 \times (1) = 1$$

$$15 + 10 + 6 + 3 + 1 = 35$$

سوال ۱۳۵: گزینه ۳

۱۳۵- در پرتاب ۱ تاس و ۳ سکه، با کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه رو می آید ۳ برابر عدد روی تاس است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{24}$ (۳) $\frac{1}{48}$ (۴) $\frac{1}{16}$

سکه رو بیاید $= ۳ \times \text{عدد تاس}$

سکه‌ها بیشتر از سه بار رو نمی آید، پس هر سه سکه باید رو و عدد تاس برابر ۱ باشد:

$$P(A) = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{6 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{48}$$

سوال ۱۳۶: گزینه ۲

۱۳۶- احتمال اینکه نیلوفر در درس ریاضی قبول شود $\frac{2}{3}$ احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال

آنکه فقط دوستش در درس ریاضی قبول شود برابر $\frac{3}{8}$ باشد، با کدام احتمال هیچ کدام در درس ریاضی قبول نمی شوند؟

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

$P(N)$ و $P(N)$ دو پیشامد مستقل هستند:

$$P(N) = \frac{2}{3} P(F),$$

$$P(F) - P(F \cap N) = P(F) - P(F)P(N) = P(F) - P(F) \left(\frac{2}{3} P(F) \right) = \frac{2}{8}$$

$$-\frac{2}{3} P^x(F) + P(F) - \frac{2}{8} = 0 \xrightarrow{\times \frac{-3}{2}} P^x(F) - \frac{2}{3} P(F) + \frac{9}{16} = \left(P(F) - \frac{2}{4} \right)^2 = 0$$

$$P(F) = \frac{3}{4}, \quad P(N) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{هیچکدام قبول نشوند}) = 1 - P(N \cup F) = 1 - (P(F) + P(N) - P(F)P(N))$$

$$= 1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{3}{8} \right) = \frac{1}{8}$$

سوال ۱۳۷: گزینه ۳

۱۳۷- نقاط M و N روی پاره خط AB قرار دارند. نقطه M پاره خط AB را به نسبت ۱ به ۵ و نقطه N این پاره خط را به نسبت ۳ به ۴ تقسیم می کند. اگر $MN = ۲۲$ و هر دو نقطه به یک سر پاره خط نزدیک تر باشند، مجموع ارقام طول پاره خط AB چقدر است؟

۱۵ (۴)

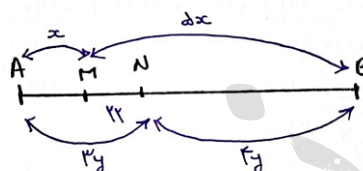
۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

$$۳y = ۲۲ + x, \quad AB = ۷y = ۶x$$

$$y = ۱۲ \Rightarrow AB = ۷y = ۸۴$$



سوال ۱۳۸: گزینه ۱

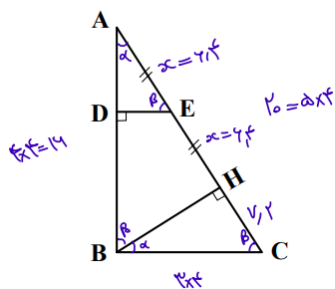
۱۳۸- در شکل زیر، $AB = ۱۶$ ، $BC = ۱۲$ و زاویه $\hat{A}BC$ قائمه است. طول DE کدام است؟

۳٫۸۴ (۱)

۲٫۶۴ (۲)

۲٫۳۶ (۳)

۱٫۹۲ (۴)



$$AC = ۲۰, \quad \frac{۱۲}{۲۰} = \frac{HC}{۱۲} \Rightarrow HC = ۷/۲, \quad ۲x + ۷/۲ = ۲۰ \Rightarrow x = ۶/۴$$

$$\frac{DE}{۱۲} = \frac{۶/۴}{۲۰} \Rightarrow DE = ۳/۸۴$$

سوال ۱۳۹: گزینه ۴

۱۳۹- در مثلث ABC، اندازه زاویه $\hat{A}$ دو برابر زاویه $\hat{B}$ است. اگر $AC = ۵$ و $BC = ۷$ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

۴٫۸ (۴)

۴٫۷۵ (۳)

۵٫۲۵ (۲)

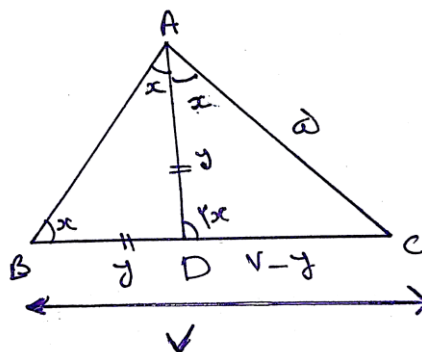
۵٫۲ (۱)

$$\triangle ABC \sim \triangle ADC$$

$$\frac{۵}{۷} = \frac{۷-y}{۵} = \frac{y}{AB}$$

$$\frac{۵}{۷} = \frac{۷-y}{۵} \Rightarrow y = \frac{۲۴}{۷}$$

$$AB = \frac{۷ \times y}{۵} = \frac{۲۴}{۵} = ۴٫۸$$



سوال ۱۴۰: گزینه‌ی ۲

۱۴۰- خط ℓ در نقطه $(-3, -4)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است. اگر خط عمود بر ℓ در ناحیه دوم بر این

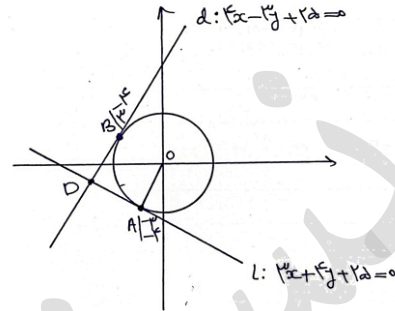
دایره مماس باشد، حاصل ضرب طول و عرض مختصات نقطه برخورد دو خط کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)



$$x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow (-3)^2 + (-4)^2 = r^2 \Rightarrow \boxed{r = 5}$$

$$m_{OA} = \frac{4}{-3} \Rightarrow m_l = \frac{-3}{4} \Rightarrow (y + 4) = \frac{-3}{4}(x + 3) \Rightarrow \boxed{l: 3x + 4y + 25 = 0}$$

$$A(-3, -4), \quad B(-\alpha, \sqrt{25 - \alpha^2}), \quad AB = 5\sqrt{2}$$

$$\text{قطر مربع: } (5\sqrt{2})^2 = (\alpha - 3)^2 + (\sqrt{25 - \alpha^2} + 4)^2$$

$$50 = \alpha^2 - 6\alpha + 9 + 25 - \alpha^2 + 16 + 8\sqrt{25 - \alpha^2} \Rightarrow \alpha = 4$$

$$\Rightarrow B(-4, 3), \quad d: (y - 3) = \frac{4}{3}(x + 4) \Rightarrow \boxed{d: 4x - 3y + 25 = 0}$$

محل تلاقی دو خط d و l برابر $(-7, -1)$ است.