

۱۱۱- حاصل عبارت $2 - \frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$ کدام است؟

$$\sqrt{6} \quad (4)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$-\sqrt{6} \quad (2)$$

$$-2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$A = \sqrt{\sqrt{3}+1} + \sqrt{\sqrt{3}-1} \xrightarrow{\text{میان ۲}} A^2 = \sqrt{3}+1 + \sqrt{3}-1 + 2\sqrt{\sqrt{3}-1} = 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{2} \sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \quad (*)$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{\sqrt{3}+1} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{3-2}} = \sqrt{2} \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} (\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$= \sqrt{2} (\sqrt{3}+\sqrt{2}) = \sqrt{4}+2 \Rightarrow \text{حاصل عبارت} = \sqrt{4}+2-2 = \boxed{\sqrt{4}}$$

۱۱۲- برای چند عدد طبیعی n ، بازه $(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n})$ شامل فقط یک عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) ✓

$$n=1 \rightarrow (1, 4) \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} 2, 3 \quad \times$$

$$n=2 \rightarrow (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}) \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} 1, 2 \quad \times$$

$$n=3 \rightarrow (0, 2) \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} 1 \quad \checkmark$$

$$n=4 \rightarrow (-\frac{1}{4}, \frac{7}{4}) \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} 0, 1 \quad \times$$

⋮

$$n \rightarrow +\infty \rightarrow (-\infty, 1) \quad \times$$

@pst_mathclub



۱۱۳- اگر a ، b و c سه جمله نخست یک دنباله هندسی بوده و مجموع آنها ۱۸ باشد، مجموع چهار جمله $\frac{1}{2}a + 2b$ ،

$\frac{3}{2}c$ ، a و $-\frac{1}{2}b$ ، کدام است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۸

(۳) ۲۴

(۴) ۲۷ ✓

$$a + b + c = 18$$

$$\frac{1}{2}a + 2b + \frac{3}{2}c + a - \frac{1}{2}b = \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}b + \frac{3}{2}c = \frac{3}{2}(a + b + c) = \frac{3}{2} \times 18 = \boxed{27}$$



@pst_mathclub

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(2a+3)x^2 + (4b-5)x + 4c+1 < 0$ به صورت بازه $(a, +\infty)$ است. اگر عدد طبیعی

باشد، مقدار $\frac{a}{c}$ کدام است؟

$\begin{matrix} 1,2 & (1) \\ -1,2 & (2) \\ 2,4 & (3) \checkmark \\ -2,4 & (4) \end{matrix}$

$\frac{a}{+\infty} \rightarrow$ در بد اول $\Rightarrow 2a+3=0 \rightarrow a=-\frac{3}{2} \Rightarrow (4b-5)x + 4c+1 < 0$

$\rightarrow 4b-5 < 0 \rightarrow b < \frac{5}{4} \xrightarrow{b \in \mathbb{N}} b=1$

$\Rightarrow -x + 4c+1 < 0 \xrightarrow{a=-\frac{3}{2}} \frac{3}{2} + 4c+1=0 \rightarrow c=-\frac{5}{8}$

$\Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{5}{8}} = \frac{24}{10} = \boxed{2,4}$



۱۱۵- نمودار تابع $y = 3 - \sqrt{2x}$ را ابتدا یک واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را ۵ واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت $f(x) = \frac{7}{2}$ کدام است؟

$$\frac{1}{16} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$y = 3 - \sqrt{2x} \xrightarrow{\text{۱ واحد چپ}} 3 - \sqrt{2(x+1)} \xrightarrow{\text{قرینه}} -3 + \sqrt{2x+2}$$

$$\xrightarrow{\text{۵ واحد بالا}} 5 - 3 + \sqrt{2x+2} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{2x+2}$$

$$\xrightarrow{\text{برخورد}} 2 + \sqrt{2x+2} = \frac{7}{2} \rightarrow \sqrt{2x+2} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2x+2 = \frac{9}{4}$$

$$\rightarrow 2x = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{8}} \quad \checkmark \text{ قن}$$

@pst_mathclub



۱۱۶- به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطه مینیمم تابع $y = x^2 - mx + 2 - m$ در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱ ✓

(۱) صفر

$$y = x^2 - mx + 2 - m \xrightarrow{S_{\min}} \begin{cases} x_s = -\frac{b}{a} = m \\ y_s = m^2 - m(m) + 2 - m = 2 - m \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{ناحیه اول}} \begin{cases} x_s > 0 \Rightarrow m > 0 \\ y_s > 0 \Rightarrow 2 - m > 0 \rightarrow m < 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{استرک}} 0 < m < 2$$

$$\downarrow m \in \mathbb{Z}$$

$$\boxed{m = 1} \checkmark$$



۱۱۷- نمودار تابع g محور x ها را در نقاطی به طول ۱ و $۲\sqrt{۲}$ قطع می کند. اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد، اختلاف طول نقاطی که نمودار تابع $g \circ f$ محور x ها را قطع می کند، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad (۴)$$

$$\sqrt{۲} \quad (۳)$$

$$\frac{۱}{۲} \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱) \quad \checkmark$$

$$g(۱) = ۰, \quad g(۲\sqrt{۲}) = ۰$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \xrightarrow{f(x) = x\sqrt{x}} x\sqrt{x} = 1 \Rightarrow \underline{x=1} \\ f(x) = 2\sqrt{2} \xrightarrow{f(x) = x\sqrt{x}} x\sqrt{x} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \underline{x=2} \end{cases}$$

امتلاف

$$\Rightarrow 2 - 1 = \boxed{1}$$



۱۱۸- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 - m^2 = 0$ باشد، کمترین مقدار ممکن برای $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲) ✓

۱ (۱)

$$x^2 + x - 1 - m^2 = 0 \quad \begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{a} = -1 \\ P = \frac{c}{a} = -1 - m^2 \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (-1)^2 - 2(-1 - m^2) = 2m^2 + 3$$

$$m^2 \geq 0 \xrightarrow{\times 2} 2m^2 \geq 0 \xrightarrow{+3} 2m^2 + 3 \geq 3 \Rightarrow \underline{\min = 3}$$



۱۱۹- وارون تابع $y = x^2 + \sqrt{b - ax}$ خط $y = x - 4$ را در نقطه $(a, -1)$ قطع می‌کند. مقدار $a - b$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۲ ✓

(۲) -۴

(۱) -۲

$$y = x - 4 \xrightarrow{\text{نقطه } (a, -1)} a - 4 = -1 \Rightarrow \underline{a = 3} \Rightarrow (3, -1) \in y \Rightarrow (-1, 3) \in y^{-1}$$

$$y = x^2 + \sqrt{b - 3x} \xrightarrow{\text{نقطه } (-1, 3)} 1 + \sqrt{b + 3} = 3 \rightarrow \sqrt{b + 3} = 2 \rightarrow b + 3 = 4$$

$$\Rightarrow \underline{b = 1}$$

$$\Rightarrow a - b = 3 - 1 = \boxed{2}$$



۱۲۰- تابع $f(x) = \begin{cases} |x+2|+1 & x \leq -2 \\ \Delta m - mx & x > -2 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ نزولی است. اگر بازه $[a, b]$ ، حدود مقادیر m باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{1}{7} \quad (4) \checkmark$$

$$(1) \forall m \geq 0 \rightarrow m \geq 0$$

$$(2) \forall m \leq 1 \rightarrow m \leq \frac{1}{v}$$

$$\cap \rightarrow 0 \leq m \leq \frac{1}{v}$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $a \quad b$

$$\Rightarrow \boxed{a+b = \frac{1}{v}}$$

۱۲۱- چند جمله‌ای $f(x) = x^5 - 3x^3 + ax + 5$ بر $x + 2$ بخش پذیر است. مقدار a کدام است؟

۲,۵ (۴)

-۲,۵ (۳)

۱,۵ (۲)

-۱,۵ (۱) ✓

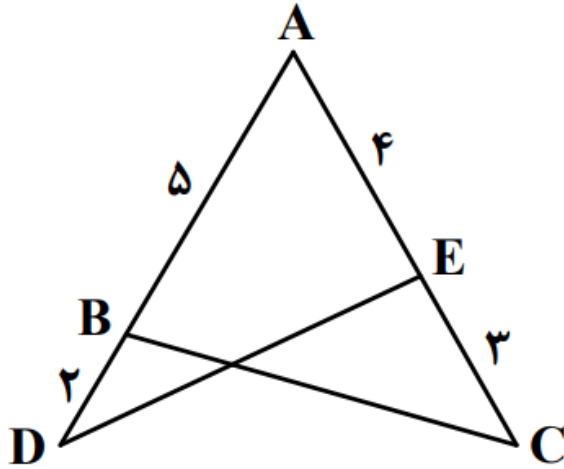
$$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \xrightarrow{\text{بخش پذیر}} f(-2) = 0$$

$$f(-2) = (-2)^5 - 3(-2)^3 + a(-2) + 5 = 0 \rightarrow -32 + 24 - 2a + 5 = 0$$

$$\Rightarrow -3 - 2a = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} = \boxed{-1,5} \checkmark$$



۱۲۲- در شکل زیر، اختلاف مساحت مثلث‌های ABC و ADE برابر ۱٫۷۵ است. $\tan \hat{A}$ کدام مقدار زیر است؟



$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

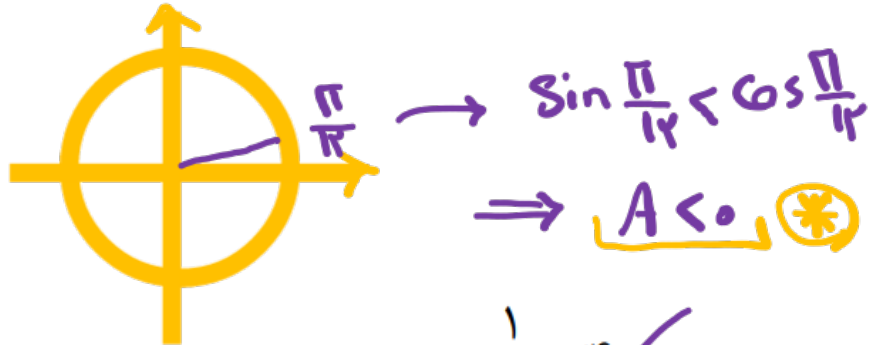
$$S_{ABC} - S_{ADE} = \frac{1}{2}(5)(4) \sin \hat{A} - \frac{1}{2}(2)(3) \sin \hat{A} = 1,75$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \sin \hat{A} = 1,75 \rightarrow \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \tan \hat{A} = \tan 30^\circ = \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \right]$$

@pst_mathclub





۱۲۳- حاصل عبارت $\frac{\sin \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}}{\sin \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{11\pi}{12}}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4) \checkmark$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$-\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\sin \frac{11\pi}{12} = \sin(\pi - \frac{\pi}{12}) = \sin \frac{\pi}{12} \quad , \quad \cos \frac{11\pi}{12} = \cos(\pi - \frac{\pi}{12}) = -\cos \frac{\pi}{12}$$

$$A = \frac{\sin \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}}{\sin \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{11\pi}{12}} = \frac{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}} \rightarrow A' = \frac{\sin^2 \frac{\pi}{12} + \cos^2 \frac{\pi}{12} - 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}{\sin^2 \frac{\pi}{12} + \cos^2 \frac{\pi}{12} + 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}$$

$\sin^2(\frac{\pi}{12})$
 $\cos^2(\frac{\pi}{12})$
 $\sin^2(\frac{\pi}{12})$

$$\rightarrow A' = \frac{1 - \sin \frac{\pi}{6}}{1 + \sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \rightarrow A = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\rightarrow A = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \checkmark$$



۱۲۴- فرم کلی جواب‌های معادله $\cos 2x = \sin\left(\frac{3\pi - 2x}{2}\right)$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\frac{k\pi}{3} + \pi \quad (۴)$$

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \quad (۳) \checkmark$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$2k\pi \pm \pi \quad (۱)$$

$$\sin\left(\frac{3\pi - 2x}{2}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x = \cos(\pi - x)$$

$\frac{3\pi}{2}$ نصف ۳

$$\Rightarrow \cos 2x = \cos(\pi - x) \rightarrow 2x = 2k\pi \pm (\pi - x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \xrightarrow{\div 3} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \quad (۱) \\ 2x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow x = 2k\pi - \pi \quad (۲) \end{array} \right.$$

$$\textcircled{۱} \cup \textcircled{۲} \rightarrow \boxed{x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})} \checkmark$$

@pst_mathclub



۱۲۵- معادله $2^{|x|} = (0,25)^{x^2-x}$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲) ✓

(۱) صفر

$$(0,25)^{x^2-x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-x} = (2^{-2})^{x^2-x} = 2^{2(-x^2+x)}$$

$$\Rightarrow 2^{|x|} = 2^{2(-x^2+x)} \Rightarrow |x| = -x^2 + x \quad \text{? } x=0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} \quad x \geq 0 \rightarrow x = -x^2 + x \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow \underline{x=0} \quad \checkmark \text{ قوی} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{2} \quad x < 0 \rightarrow -x = -x^2 + x \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \underline{x=0} \quad \times \text{ غنی} \\ \underline{x=2} \quad \times \text{ غنی} \end{array} \right.$$



۱۲۶- میانگین و واریانس چهار عدد a, b, c, d به ترتیب ۳ و ۱٫۵ است. واریانس داده‌های a, b, c, d و d کدام است؟

۱٫۸۴ (۴)

۱٫۶۵ (۳)

۰٫۹۴ (۲)

۰٫۷۵ (۱)

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{a+b+c+d}{4} = 3 \Rightarrow a+b+c+d = 12 \quad (1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4} - (3)^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow a^2+b^2+c^2+d^2 = 42 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{a+b+c+d+d}{5} = \frac{12+5}{5} = 3٫۴ \quad (1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s_{\text{جدید}}^2 = \frac{a^2+b^2+c^2+d^2+25}{5} - (3٫۴)^2 = \frac{42+25}{5} - 11٫۵۶ = \boxed{1٫۸۴} \quad (2) \end{array} \right. \checkmark$$



۱۲۷- برای چند عدد طبیعی، ریشه دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد؟

۲ (✓)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

$$\sqrt{\frac{1-a}{9-3a}} \xrightarrow{\text{ریشه دوم}} \frac{1-a}{9-3a} < 0 \xrightarrow{\text{وجود ندارد}} \begin{matrix} \text{ریشه} & a=1 \\ \text{ریشه} & a=3 \end{matrix}$$

$$|+ \phi - \phi +| \Rightarrow a \in (1, 3) \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} \boxed{a=2}$$

بازای $\boxed{a=3}$ نیز لکسریف نشده است

← ۲ مقدار برای a وجود دارد.



۱۲۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [8x^3 - x]$ کدام است؟

$$x \rightarrow -\frac{1}{2}$$

-۱ (۲)

۱ (۱)

(۳) صفر

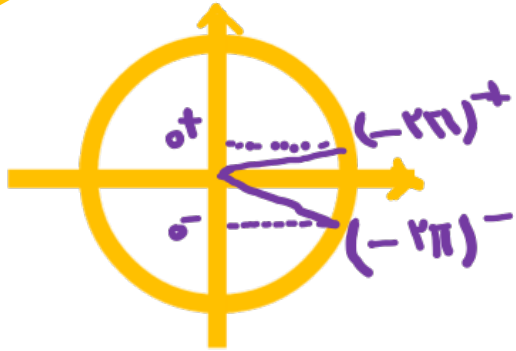
(۴) وجود ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [8x^3 - x] = \left[8\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right) \right] = \left[-1 + \frac{1}{2} \right] = \left[-\frac{1}{2} \right] = -\frac{1}{2}$$



@pst_mathclub

به قلم: پریسا صادقی تجربی



۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -2\pi} \frac{f + k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = +\infty$ باشد، مقدار $[-k]$ کدام است؟

-۳ (۳)

-۴ (۲)

-۱ (۱)

-۲ (۴) ✓

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow (-2\pi)^+} \frac{f + k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = \frac{f + k[(-2)^+]}{\sin(-2\pi)^+} = \frac{f - 2k}{0^+} = +\infty \Rightarrow f - 2k > 0 \rightarrow \underline{k < \frac{f}{2}}$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow (-2\pi)^-} \frac{f + k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = \frac{f + k[(-2)^-]}{\sin(-2\pi)^-} = \frac{f - 3k}{0^-} = +\infty \Rightarrow f - 3k < 0 \rightarrow \underline{k > \frac{f}{3}}$$

$$\textcircled{1} \cap \textcircled{2} \rightarrow \frac{f}{3} < k < \frac{f}{2} \rightarrow -2 < -k < -\frac{f}{2} \Rightarrow \boxed{[-k] = -2}$$

@pst_mathclub



۱۳۰- به ازای چند مقدار a ، تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x+a} & x \geq a \\ \frac{a-1}{x-1} & x < a \end{cases}$$

روی $\mathbb{R}$ پیوسته است؟

۱ (۲)
۲ (۳)
۳ (۴)

(۱) صفر ✓

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{3}{x+a} = \frac{3}{2a} \\ \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{a-1}{x-1} = \frac{a-1}{a-1} = 1 \end{array} \right.$$

$\xrightarrow{\text{پیوسته}} \frac{3}{2a} = 1 \rightarrow 2a = 3 \Rightarrow \boxed{a = \frac{3}{2}}$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{a-1}{x-1} = \frac{a-1}{a-1} = 1$$

اما اگر $a = \frac{3}{2}$ باشد، در ضابطه $\frac{3}{x+a}$ برای $x < \frac{3}{2}$ ، $\frac{a-1}{x-1}$ به ازای $x=1$ نامعین است.

لذا مقدری برای a وجود ندارد.

@pst_mathclub



۱۳۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول

برابر است؟ ($a \neq 0$)

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{3}$ ✓

(۳) $\sqrt{5}$

(۴) $\sqrt{6}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{f}_{[1,3]} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{(1 - \frac{a}{3}) - (1 - a)}{2} = \frac{\frac{2}{3}a}{2} = \frac{1}{3}a \\ f'(x) = \frac{\pm a}{x^2} \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\text{تساوی}} \frac{a}{x^2} = \frac{1}{3}a \Rightarrow x^2 = 3 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{3}} \checkmark$$



۱۳۲- نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور x ها مماس است. مقدار $b - a$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) -۲

(۱) -۴ ✓

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow x=2 \text{ بر محور } x \text{ مماس}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = x^3 + ax - b \\ f'(x) = 3x^2 + a \end{array} \right.$$

$$f(2) = 8 + 2a - b = 0 \rightarrow \underline{b = 2a + 8} \quad (*)$$

$$f'(2) = 12 + a = 0 \rightarrow \underline{a = -12} \quad (*) \rightarrow \underline{b = -14}$$

$$\Rightarrow b - a = (-14) - (-12) = \boxed{-2} \quad \checkmark$$



۱۳۳- نقطه A، نقطه برخورد تابع $y = \sqrt{x+2}$ با محور عرض‌ها است. کمترین فاصله نقطه A از منحنی $y = x + |x|$ کدام است؟

○ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۴)

○ $\frac{2}{\sqrt{10}}$ (۳) ✓

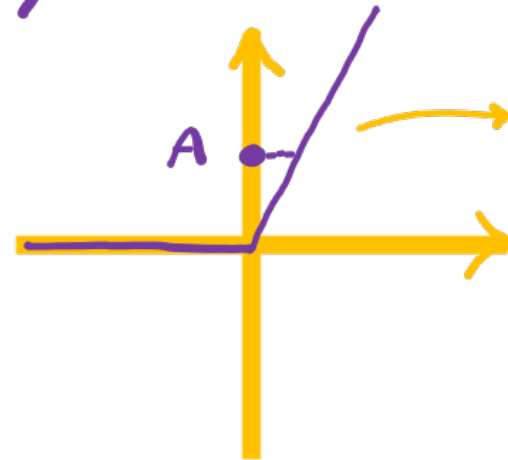
○ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۲)

○ $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (۱)

$$y = \sqrt{x+2} \xrightarrow{x=0} y = \sqrt{2} \Rightarrow A(0, \sqrt{2})$$

در $x=0$ بررسی

$$y = x + |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$



فاصله از $y = 2x$ بررسی

$$\rightarrow y - 2x = 0$$

$$\hookrightarrow d = \frac{|\sqrt{2} - 2(0)|}{\sqrt{11^2 + (-2)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10} \times 2}{5 \times 2} = \boxed{\frac{2}{\sqrt{10}}} \checkmark$$



۱۳۴- با ارقام ۰, ۲, ۳, ۵, ۷, ۸, ۹ چند عدد سه رقمی می توان نوشت که هر رقم از رقم قبل از خود (سمت چپ) کوچک تر باشد؟

۳۵ (۴) ✓

۳۱ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

چون عدد سه رقمی است، از بین ۷ رقم داده شده ابتدا به $\binom{7}{3}$ حالت، ۳ رقم انتخاب می کنیم. حال با این ۳ رقم می توانیم به ۱ حالت می توان ارقام را از بزرگ به کوچک نوشت. پس:

$$\binom{7}{3} \times 1 = \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3!} = \boxed{35}$$



۱۳۵- در پرتاب ۱ تاس و ۳ سکه، با کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه رو می آید ۳ برابر عدد روی تاس است؟

$$\frac{1}{16} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{48} \quad (۳) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{24} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\text{تاس}} \quad \frac{1}{\text{سکه}} \quad \frac{1}{\text{سکه}} \quad \frac{1}{\text{سکه}}$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{48}}$$



۱۳۶- احتمال اینکه نیلوفر در درس ریاضی قبول شود $\frac{2}{3}$ احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال

آنکه فقط دوستش در درس ریاضی قبول شود برابر $\frac{3}{8}$ باشد، با کدام احتمال هیچ کدام در درس ریاضی قبول نمی‌شوند؟

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۲) \quad \checkmark$$

$$\frac{3}{8} \quad (۱)$$



$$P(A) = \frac{2}{3} P(B), \quad A \cap B = \emptyset$$

$$P(B-A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B) - P(B)P(A) = P(B) - \frac{2}{3}(P(B))^2 = \frac{3}{8}$$

$$\xrightarrow{P(B)=x} \frac{2}{3}x^2 - x + \frac{3}{8} = 0 \quad \Delta = 1 - 4\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{8}\right) = 0 \rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{3}{4}, \quad P(A) = \frac{1}{2} \rightarrow P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) = \boxed{\frac{1}{8}}$$

@pst_mathclub



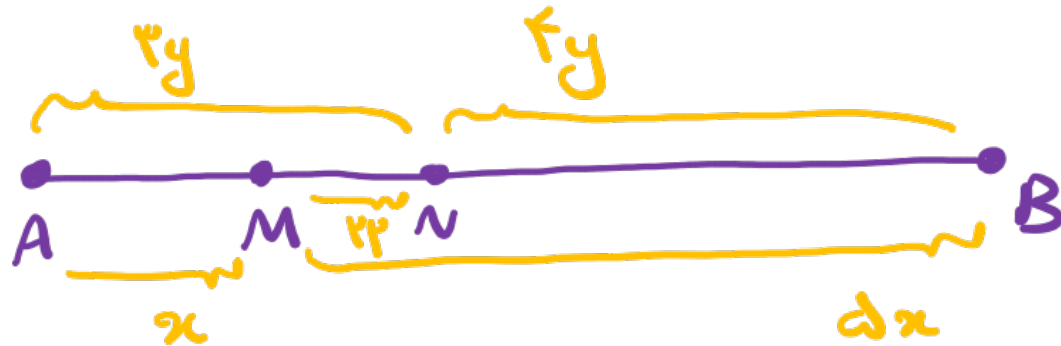
۱۳۷- نقاط M و N روی پاره خط AB قرار دارند. نقطه M پاره خط AB را به نسبت ۱ به ۵ و نقطه N این پاره خط را به نسبت ۳ به ۴ تقسیم می کند. اگر $MN = ۲۲$ و هر دو نقطه به یک سر پاره خط نزدیک تر باشند، مجموع ارقام طول پاره خط AB چقدر است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳) ✓

۹ (۲)

۶ (۱)



$$\Rightarrow 6x = 7y \Rightarrow x = \frac{7}{6}y \quad (*)$$

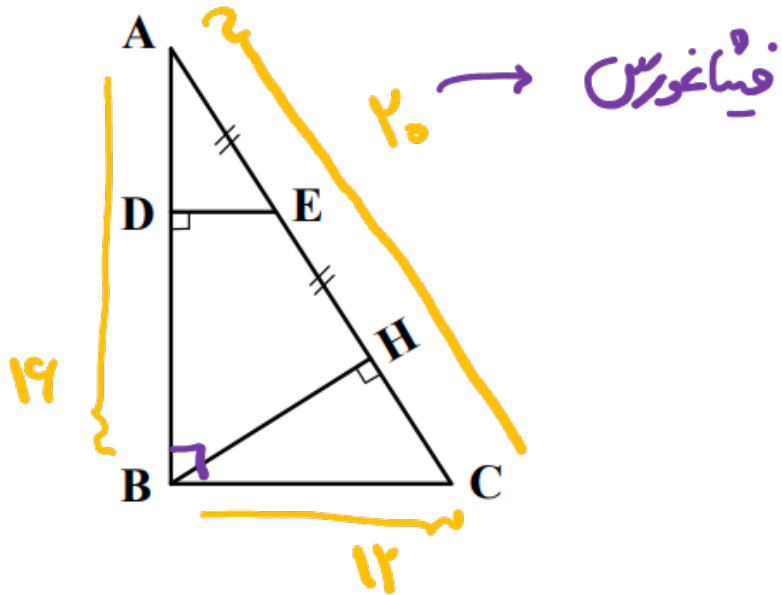
$$MN = 22 \rightarrow 3y - x = 22 \quad (*) \rightarrow 3y - \frac{7}{6}y = 22 \rightarrow \frac{11}{6}y = 22 \rightarrow y = 12$$

$$AB = 6y = 6(12) = 72 \rightarrow \text{مجموع ارقام} \rightarrow 7+2 = \boxed{9}$$

@pst_mathclub



۱۳۸- در شکل زیر، $AB = ۱۶$ ، $BC = ۱۲$ و زاویه $\hat{A}BC$ قائمه است. طول DE کدام است؟



۳٫۸۴ (۱) ✓

۲٫۶۴ (۲)

۲٫۳۶ (۳)

۱٫۹۲ (۴)

$$CH \times AC = BC^2 \rightarrow ۲۰ CH = ۱۲^2 \rightarrow CH = \frac{۱۴۴}{۲۰} = ۷٫۲$$

$$AE + EH + CH = ۲۰ \xrightarrow{AE = EH = x} ۲x + ۷٫۲ = ۲۰ \Rightarrow x = ۹٫۴$$

$$DE \parallel BC \rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{۹٫۴}{۲۰} = \frac{DE}{۱۲} \Rightarrow \boxed{DE = ۵٫۸۴}$$

@pst_mathclub



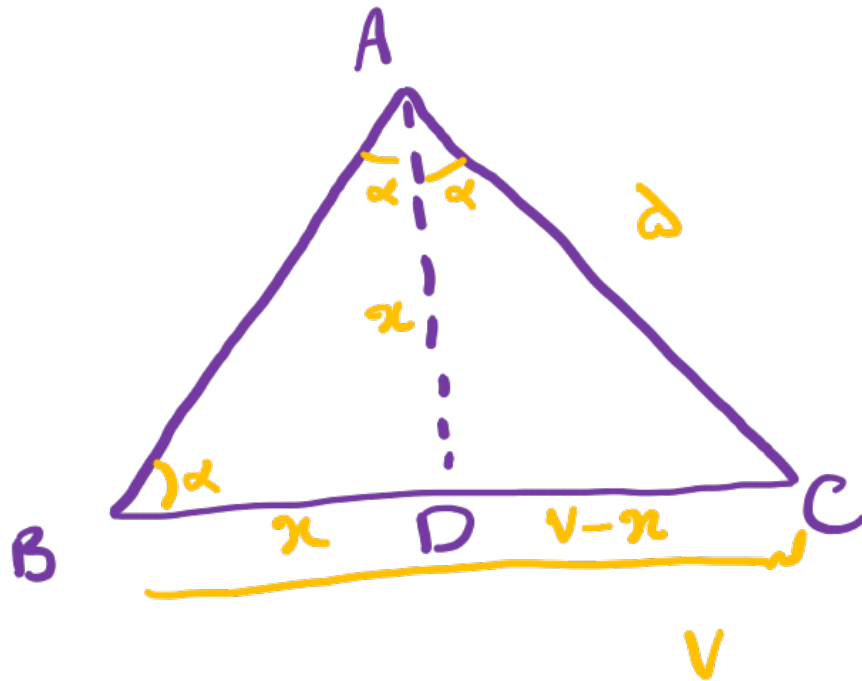
۱۳۹- در مثلث ABC ، اندازه زاویه $\hat{A}$ دو برابر زاویه $\hat{B}$ است. اگر $AC = ۵$ و $BC = ۷$ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

۴٫۸ (۴) ✓

۴٫۷۵ (۳)

۵٫۲۵ (۲)

۵٫۲ (۱)



$$\frac{7-x}{5} = \frac{5}{7} \rightarrow 7-x = \frac{25}{7} \Rightarrow x = \frac{24}{7}$$

$$\frac{x}{AB} = \frac{5}{7} \rightarrow \frac{\frac{24}{7}}{AB} = \frac{5}{7} \rightarrow \frac{24}{AB} = 5$$

$$\Rightarrow A = \frac{24}{5} = \boxed{4.8}$$



