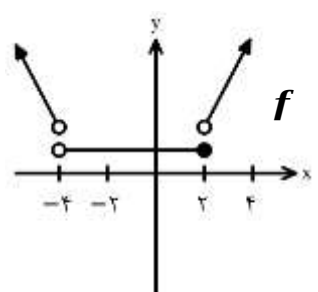
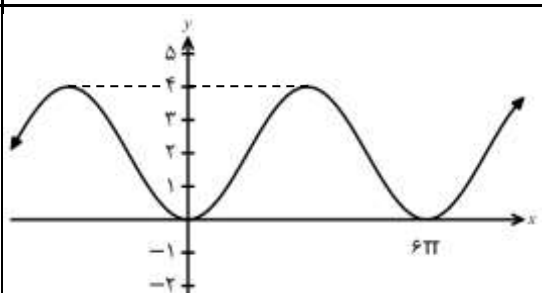


سوال‌ات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	سوال‌ات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
	نمره		

۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. (الف) دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند، هرگاه $A \cap B = \emptyset$. (ب) هرچه خروج از مرکز بیضی کوچک تر و به صفر نزدیک تر باشد، شکل بیضی به شکل دایره نزدیک تر است. (پ) نمودار تابع $y = 3f(x)$ با انبساط نمودار $y = f(x)$ در امتداد محور y ها به دست می آید.	۰/۷۵										
۲	جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید. (الف) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه آن است. (ب) نقطه به طول c از دامنه تابع f که در آن $f'(c) = 0$ یا $f'(c)$ موجود نباشد را یک نقطه می نامیم.	۰/۵										
۳	با توجه به نمودار تابع f ، در جدول زیر برای هریک از قسمت های ستون « A » قسمت صحیح از ستون « B » را انتخاب کنید. (یکی از قسمت های ستون « B » اضافه است.)  <table border="1" data-bbox="748 804 1434 1072"><thead><tr><th>B</th><th>A</th></tr></thead><tbody><tr><td>(۱) $(-\infty, -4)$</td><td>(الف) تابع در این بازه اکیداً صعودی است.</td></tr><tr><td>(۲) $(2, +\infty)$</td><td>(ب) تابع در این بازه اکیداً نزولی است.</td></tr><tr><td>(۳) $(-1, +\infty)$</td><td>(پ) تابع در این بازه ثابت است.</td></tr><tr><td>(۴) $(-4, 2]$</td><td></td></tr></tbody></table>	B	A	(۱) $(-\infty, -4)$	(الف) تابع در این بازه اکیداً صعودی است.	(۲) $(2, +\infty)$	(ب) تابع در این بازه اکیداً نزولی است.	(۳) $(-1, +\infty)$	(پ) تابع در این بازه ثابت است.	(۴) $(-4, 2]$		۰/۷۵
B	A											
(۱) $(-\infty, -4)$	(الف) تابع در این بازه اکیداً صعودی است.											
(۲) $(2, +\infty)$	(ب) تابع در این بازه اکیداً نزولی است.											
(۳) $(-1, +\infty)$	(پ) تابع در این بازه ثابت است.											
(۴) $(-4, 2]$												
۴	اگر $f(x) = 3\sqrt{x} + 2$ و $f(g(x)) = 3x^2 - 4$ ، آنگاه ضابطه تابع $g(x)$ را به دست آورید.	۱										
۵	اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ باشد، آنگاه: (الف) دامنه تابع f^{-1} را به دست آورید. (ب) مقدار $f^{-1}(5)$ را محاسبه کنید.	۰/۵ ۰/۵										
۶	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos(bx) + 2$ یا $f(x) = a \sin(bx) + 2$ است. با دقت در شکل نمودار و محاسبه مقادیر a و b ، ضابطه مربوط به این تابع را به دست آورید. 	۱/۵										
۷	معادله مثلثاتی $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کنید و جواب های کلی آن را بنویسید.	۱/۵										
۸	حدود زیر را محاسبه کنید ([] نماد جزء صحیح است). (الف) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 + 4}{x^3 + x^5}$ (پ) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x]-4}{4-x}$	۲										
۹	مشتق تابع $f(x) = x^2 + 1$ را در $x = 2$ با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید.	۱										
	صفحه ۱ از ۲											

سوال‌ات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	سوال‌ات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
نمره			

۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = (x^3 + 6x)\sqrt[3]{x}$ ب) $g(x) = \frac{2x+3}{5x^2+4}$	۰/۷۵ ۱
۱۱	اگر $g'(2) = 3$ ، $g(2) = 5$ و $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = 4$ باشد، آنگاه مشتق تابع $h(x) = (f \circ g)(x)$ را در $x = 2$ به دست آورید.	۱
۱۲	نمودار تابع f در زیر رسم شده است. الف) تابع f در چند نقطه از دامنه اش مشتق ناپذیر است؟ ب) آیا تابع f روی بازه $[4, 6]$ مشتق پذیر است؟ چرا؟	۰/۲۵ ۰/۵
۱۳	تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. آهنگ لحظه ای تغییر قد کودک را در ۲۵ ماهگی به دست آورید.	۰/۵
۱۴	تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$ را در نظر بگیرید. الف) بزرگترین بازه از $\mathbb{R}$ که تابع f در آن نزولی اکید است را به دست آورید. ب) طول نقطه ماکزیمم نسبی تابع f را مشخص کنید.	۱ ۰/۲۵
۱۵	می خواهیم مطابق شکل مقابل، سه ضلع یک محوطه به شکل مستطیل را در کنار رودخانه نرده کشی کنیم. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، به کمک جدول تغییرات، بیشترین مساحت ممکن برای این مستطیل را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۶	کانون های یک بیضی نقاط $(1, 3)$ و $(1, -5)$ است. اگر اندازه نصف قطر بزرگ آن برابر ۵ باشد، اندازه قطر کوچک بیضی را به دست آورید.	۱
۱۷	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $(1, -2)$ بوده و بر خط $4x - 3y = 25$ مماس باشد.	۱
۱۸	دو جعبه یکسان داریم. درون یکی از آنها ۱۰ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب است و درون جعبه دیگر ۲۰ لامپ قرار دارد که ۵ تا از آنها معیوب اند. به تصادف جعبه ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن به تصادف بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ انتخابی سالم باشد؟	۱/۲۵
جمع	موفق باشید	۲۰
	صفحه ۲ از ۲	

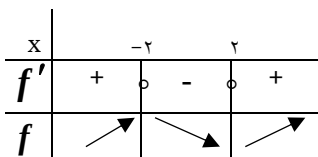
راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضی ۳		پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۴		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴				
ردیف		راهنمای نمره‌گذاری		
نمره				

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۱۴۴ ب) درست (۰/۲۵) صفحه ۱۳۱ پ) درست (۰/۲۵) صفحه ۱۹	۰/۷۵
۲	الف) مخروط (۰/۲۵) صفحه ۱۲۳ ب) بحرانی (۰/۲۵) صفحه ۱۰۶	۰/۵
۳	الف) ۲ یا (۲, +∞) (۰/۲۵) ب) ۱ یا (-∞, -۴) (۰/۲۵) پ) ۴ یا [-۴, ۲] (۰/۲۵) صفحه ۱۰	۰/۷۵
۴	صفحه ۲۲ $f(g(x)) = \sqrt[3]{g(x)} + 2$ $\sqrt[3]{3x^2 - 4} = \sqrt[3]{g(x)} + 2 \Rightarrow \sqrt[3]{g(x)} = x^2 - 2 \Rightarrow g(x) = (x^2 - 2)^3$	۰/۷۵
۵	الف) روش اول: $D_{f^{-1} \circ f} = D_f = [2, +\infty)$ روش دوم: $D_{f^{-1} \circ f} = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_{f^{-1}} \right\} = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in R_f \right\} = D_f = [2, +\infty) \quad (۰/۲۵)$ تذکر: در صورتی که دانش آموز فقط به بازه [۲, +∞) اشاره کند، نمره کامل و به نوشتن بازه به صورت (۲, +∞)، ۰/۲۵ نمره تعلق گیرد. ب) روش اول: $f^{-1}(x) = x^2 + 2 \Rightarrow f^{-1}(5) = 27 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $f^{-1}(5) = x \Rightarrow f(x) = 5 \Rightarrow \sqrt{x-2} = 5 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = 27 \quad (۰/۲۵)$ صفحات ۲۵ و ۲۹	۰/۵
۶	روش اول محاسبه مقدار a: $ a + 2 = 4 \Rightarrow a = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2$ روش دوم محاسبه مقدار a: $ a = \frac{4-0}{2} = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2$ $T = \frac{2\pi}{ b } = 6\pi \Rightarrow b = \frac{2\pi}{6\pi} = \pm \frac{1}{3} \quad (۰/۲۵) *$ تشخیص این که تابع کسینوسی است: (۰/۲۵) * در صورتی که دانش آموز هریک از موارد $ b = \frac{1}{3}$ یا $b = \frac{1}{3}$ یا $b = -\frac{1}{3}$ را نوشته باشد، نمره ۰/۲۵ تعلق گیرد. توجه: در صورتی که دانش آموز ضابطه تابع را به صورت $f(x) = -2\cos(-\frac{x}{3}) + 2$ بنویسد، ۰/۵ نمره تعلق گیرد. صفحات ۴۰ و ۴۱	۱/۵
	صفحه ۱ از ۴	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضی ۳		پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۴		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴				
ردیف		راهنمای نمره گذاری		
نمره				

۷	روش اول: $2 \sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin(2x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ $\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (./25) \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \quad (./25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{8} \quad (./25) \\ x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \quad (./25) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$ روش دوم: $\frac{1}{2} \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ $\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (./25) \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \quad (./25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{8} \quad (./25) \\ x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \quad (./25) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$ اگر دسته دوم جواب به صورت $x = k\pi + \frac{3\pi}{8}$ نوشته شده باشد، نمره تعلق بگیرد. صفحه ۴۷	۱/۵
	الف) روش اول: $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)}{x-8} = \lim_{x \rightarrow 8} (\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4) = 12 \quad (./25)$ صفحه ۵۲ روش دوم: $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(\sqrt[3]{x}-2)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)}{\sqrt[3]{x}-2} = \lim_{x \rightarrow 8} (\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4) = 12 \quad (./25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 + 4}{x^2 + x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5}{x^5} = 2 \quad (./25)$ به روش فاکتورگیری هم به تناسب نمره داده شود. صفحه ۶۴ پ) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x]-4}{4-x} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-1}{4-x} = -\infty$ اگر دانش آموز جواب را تنها $-\infty$ نوشته بود، نمره کامل و اگر $+\infty$ نوشته بود $0/25$ نمره تعلق گیرد. صفحه ۵۷	۰/۷۵ ۰/۵ ۰/۷۵
صفحه ۲ از ۴		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضی ۳		پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۴		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴				
ردیف		راهنمای نمره گذاری		
نمره				

۹	روش اول : $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = 4 \quad (0/25)$ روش دوم : $f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 + 4h + h^2 + 1 - 5}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(4+h)}{h} = 4 \quad (0/25)$ صفحه ۷۳	
۱۰	الف $f'(x) = \frac{d}{dx} (3x^2 + 6)(\sqrt[3]{x}) = \frac{d}{dx} (3x^2 + 6) \cdot \sqrt[3]{x} + (3x^2 + 6) \cdot \frac{d}{dx} \sqrt[3]{x}$ $= (6x) \cdot \sqrt[3]{x} + (3x^2 + 6) \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} = 6x\sqrt[3]{x} + \frac{3x^2 + 6}{3\sqrt[3]{x^2}}$ ب $g'(x) = \frac{(2)(5x^2 + 4) - (10x)(2x + 3)}{(5x^2 + 4)^2}$ صفحه ۹۲	
۱۱	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = f'(5) = 4 \quad (0/25)$ $h'(2) = g'(2) f'(g(2)) = 3 \times f'(5) = 12 \quad (0/25)$ صفحه ۸۷	
۱۲	الف (۴ نقطه) (۰/۲۵) صفحه ۸۲ ب (خیر) (۰/۲۵) زیرا در $x = 6$ مشتق چپ (پیوستگی چپ) ندارد (۰/۲۵) صفحه ۸۹	
۱۳	$f'(x) = \frac{7}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(25) = \frac{7}{10}$ صفحه ۹۶	
۱۴	الف (۰/۲۵) $[-2, 2]$ $f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \quad (0/25)$  رسم جدول (۰/۲۵) اگر جواب به صورت هریک از بازه های $[-2, 2]$ یا $(-2, 2)$ یا $(-2, 2)$ هم نوشته شده باشد، نمره تعلق گیرد. ب (طول ماکزیمم نسبی : $x = -2$) (۰/۲۵) صفحه ۱۱۲	
	صفحه ۳ از ۴	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضی ۳		پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱												
تعداد صفحه: ۴		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران												
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش														
ردیف	راهنمای نمره گذاری															
نمره																
۱۵	$x + 2y = 100 \Rightarrow x = 100 - 2y$$S = x \cdot y = (100 - 2y)y = 100y - 2y^2 \quad (0/25)$$S'(y) = 100 - 4y = 0 \Rightarrow y = 25 \quad (0/25)$$S_{\max} = 50 \times 25 = 1250 \quad (0/25)$ <table><tr><td>y</td><td>0</td><td>25</td><td>50</td></tr><tr><td>S'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>S</td><td>0</td><td>↗</td><td>↘</td></tr></table> رسم جدول (0/25) اگر دانش آموز S را برحسب X پیدا کرده باشد، به تناسب نمره داده شود. صفحه ۱۲۰				y	0	25	50	S'	+	0	-	S	0	↗	↘
y	0	25	50													
S'	+	0	-													
S	0	↗	↘													
۱۶	$\begin{cases} 2c = 3 - (-5) = 8 \Rightarrow c = 4 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 25 = b^2 + 16 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow 2b = 6 \quad (0/25)$ صفحه ۱۳۲															
۱۷	$r = \frac{ 4 + 6 - 25 }{\sqrt{16 + 9}} = 3 \quad (0/25)$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \quad (0/25)$ صفحه ۱۴۲															
۱۸	اگر پیشامد سالم بودن را A و جعبه اول را B_۱ و جعبه دوم را B_۲ در نظر بگیریم، آنگاه داریم: $P(A) = P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2)$ $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{15}{20} = \frac{6}{20} + \frac{15}{40} = \frac{27}{40} \quad (0/25)$ تذکر: برای رسم نمودار درختی یا نوشتن قانون احتمال کل در این آزمون نمره ای در نظر گرفته نشده، اما اگر در پاسخ برگ دانش آموزی تنها یکی از این دو مورد به صورت صحیح نوشته شده باشد، نمره ۰/۲۵ تعلق گیرد. صفحه ۱۴۸															
۲۰	جمع نمره															
	موفق باشید															
	صفحه ۴ از ۴															

ضمن عرض خدا قوت خدمت مصححین گرانقدر، به منظور هماهنگی بیشتر در نمره گذاری شایسته است به موارد زیر نیز توجه شود:

(۱) در صورتی که پاسخ سؤالی دارای چند مرحله باشد و دانش آموزی در یکی از مراحل دچار اشتباه شده ولی مراحل بعدی را با توجه به اشتباه صورت گرفته به درستی ادامه داده باشد، فقط نمره مرحله نادرست از نمره سؤال کسر گردد (مشروط بر آن که آن اشتباه باعث حذف هیچ کدام از مراحل بعدی نشود).

(۲) اگر دانش آموزی فقط جواب آخر سؤالی را بنویسد، در صورت صحیح بودن، تنها نمره جواب آخر تعلق گیرد.