



آزمون تابستان «۳ مرداد ۱۴۰۴» دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات: ۱۲۰ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۸۰ سؤال

(۳۰ سوال اجباری + ۵۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
ریاضی ۱	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
هندسه ۲	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
هندسه ۱	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
جمع کل	۸۰	۱-۸۰	۱۲۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	محمد مصطفی ابراهیمی - کاظم اجلالی - محمد بحیرایی - میثم بهرامی جویا - حسین پور اسماعیل - محمد ابراهیم توننده جانی - عادل حسینی بهرام حلاج - افشین خاصه خان - عاطفه خان محمدی - وحید راحتی - میلاد سجادی لاریجانی - علی اصغر شریفی - پویان طهرانیان - حمید علیزاده - آریین غلامی راد - احسان غنی زاده - حمید مامقادی - سید سپهر متولیان - مصطفی محمدپور - مجتبی نادری - غلامرضا نیازی جهان بخش نیکنام
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - علی ایمانی - رضا بخشنده - محبوبه بهادری - جواد حاتمی - حسین حاجیلو - سید محمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان محمد خندان - کیوان دارابی - یاسین سپهر - محمد طاهر شعاعی - رضا عباسی اصل - فرشاد فرامرزی - پژمان فرهادیان - امیر محمد کریمی - مهرداد ملوندی - داریوش ناظمی - محمد هجری - امیر وفائی - سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - رضا توکلی - سعید جعفری کافی - آباد - سید محمد رضا حسینی فرد - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سید وحید ذوالفقاری - فرهاد صابر - مرتضی فهیم علوی - امیر محمد کریمی - نیلوفر مهدوی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی
مسئول درس	سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران (مستند سازی)	معصومه صنعت کار - مهسا محمدنیا - فرشته کیمرانی - احسان میرزینی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه، محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۳۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه $S_n = 2n(5n-3)$ به دست می‌آید. مجموع جملات نهم تا یازدهم این دنباله کدام است؟

(۱) ۳۸۸ (۲) ۵۵۲ (۳) ۵۹۲ (۴) ۷۵۶

۲- مجموع هشت جمله اول یک دنباله هندسی صعودی، ۷۶۵ و مجموع چهار جمله اول آن ۴۵ است. مجموع ۹ جمله اول این دنباله کدام است؟

(۱) ۵۱۱ (۲) ۱۰۲۳ (۳) ۱۵۳۳ (۴) ۲۰۴۶

۳- اگر $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ ریشه‌های معادله $x^2 - 3(1 + 2\sqrt{2})x + k\sqrt{2} = 0$ باشند، آنگاه ریشه‌های کدام معادله زیر $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ می‌باشند؟ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)

(۱) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ (۲) $x^2 - 9\sqrt{2}x + 1 = 0$

(۳) $4x^2 - 2\sqrt{2}x + 4 = 0$ (۴) $4x^2 - 9\sqrt{2}x + 4 = 0$

۴- معادله $\frac{|x-2|}{2-x} = 3-x^2$ چند جواب دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۵- شخصی مسیر ۱۰ کیلومتری A به B را سوار بر موتور و مسیر ۲۴ کیلومتری B به C را سوار بر ماشین طی می‌کند. اگر او نیم ساعت در نقطه B توقف کند، طی کردن مسیر A به C، سه و نیم ساعت به طول می‌انجامد. چنانچه سرعت ماشین ۲ کیلومتر بر ساعت بیشتر از سرعت موتور باشد، سرعت ماشین چند برابر سرعت موتور است؟

(۱) ۱/۱ (۲) ۱/۲ (۳) ۱/۶ (۴) ۱/۸

۶- اگر $\sqrt{x+7+6\sqrt{x}} = 2 + \sqrt{x+3}$ باشد، مقدار $\frac{\sqrt{5x+4}}{2+\sqrt{15x}}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۷- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $f(x) = |x-1| + |x+2|$ و $g(x) = -|x+\frac{1}{2}| + \frac{9}{2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۸- حدود a برای آن که معادله $|2x+1| + |3a-2| = 5$ جواب نداشته باشد، کدام است؟

(۱) $\mathbb{R}$ (۲) $(-1, 2)$ (۳) $(-1, \frac{7}{3})$ (۴) $\mathbb{R} - [-1, \frac{7}{3}]$

۹- نقاط $A(a, 2a+1)$ و $B(2, 3)$ دو سر قطری از یک دایره هستند که مرکز آن روی نیمساز ناحیه‌های اول و سوم است. فاصله مرکز دایره تا خط $x-2y+1=0$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۰- اگر نقاط $A(2, 3)$ ، $B(6, 2k-3)$ و $C(k, -1)$ رئوس مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) باشند، مساحت مثلث ABC کدام است؟

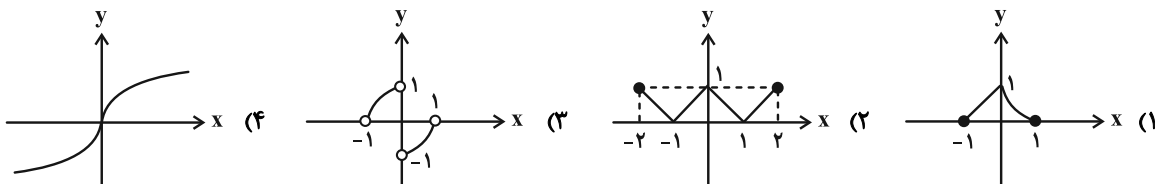
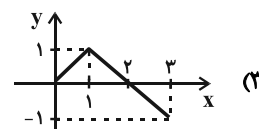
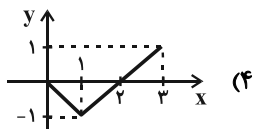
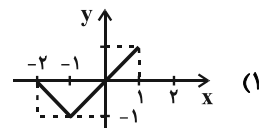
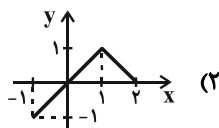
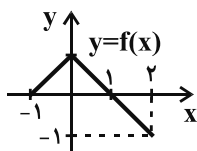
(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) $\sqrt{10}$ (۴) $\sqrt{20}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱- نمودار کدام تابع در شرط $f(-x) = f(x)$ صدق می‌کند؟ ۱۲- اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، نمودار تابع $y = f(1-x)$ کدام است؟ ۱۳- نقطه $A(2, 3)$ روی نمودار تابع $g(x) = f(5-x) - 5$ به نقطه A' روی نمودار تابع f تبدیل می‌شود. مساحت مثلث OAA' کدام

است؟ (O مبدأ مختصات است.)

(۲) ۱۳

(۱) $\frac{13}{2}$

(۴) ۷

(۳) $\frac{7}{2}$ ۱۴- اگر نمودار تابع $y = \sqrt{x-1}$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه کرده، سپس ۳ واحد در جهت مثبت محور x ها انتقال دهیم و با ضرب۲ در راستای عمودی انبساط دهیم، نمودار حاصل با کدام طول، خط $y = 10$ را قطع می‌کند؟

(۴) ۷

(۳) ۵

(۲) ۳

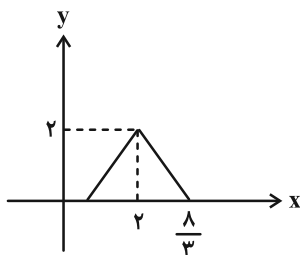
(۱) ۱

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات



۱۵- نمودار تابع $g(x) = a|x-b|+c$ از قرینه یابی و انتقال نمودار تابع $f(x) = |x|$ ، به صورت زیر دست آمده است. حاصل



$ab+c$ کدام است؟

(۱) ۸

(۲) ۶

(۳) -۶

(۴) -۴

۱۶- برای رسم نمودار تابع $g(x) = \sqrt{9x+18}$ از روی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ کافی است ابتدا نمودار تابع f را انتقال

داده و سپس عرض هر نقطه را کنیم.

(۲) ۲ واحد به چپ- ۳ برابر

(۱) ۳ واحد به چپ- ۳ برابر

(۴) ۳ واحد به راست- ۳ برابر

(۳) ۲ واحد به چپ- ۹ برابر

۱۷- اگر دامنه تابع f ، بازه $[-3, 5]$ و $f(2x+1) = g(-3x+2)$ باشد، دامنه تابع g کدام است؟

(۴) $[-3, \frac{7}{3}]$

(۳) $[-2, 2]$

(۲) $[-4, 8]$

(۱) $[-3, 5]$

۱۸- تابع $f(x) = |x| - 2$ مفروض است. مساحت سطح محصور بین نمودارهای تابع f و تابع $g(x) = 2 - f\left(\frac{x}{2}\right)$ کدام است؟

(۴) ۳۶

(۳) ۲۴

(۲) ۱۸

(۱) ۱۲

۱۹- نمودار تابع $y = 3x^2 - 2x + 1$ را نسبت به خط $x = \frac{1}{3}$ قرینه کرده و سپس ۲ واحد به طرف x های منفی انتقال می دهیم. نمودار

حاصل، خط $y = 1 - 4x$ را در نقطه‌ای با کدام طول صحیح قطع می کند؟

(۴) -۴

(۳) -۲

(۲) ۲

(۱) ۴

۲۰- اگر دامنه و برد تابع f به ترتیب $D_f = [-1, 3]$ و $R_f = [1, 5]$ باشد، تفاضل برد از دامنه تابع $g(x) = 3 - 2f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ کدام است؟

(۴) $[-4, 4]$

(۳) $(-4, 1]$

(۲) $(1, 4]$

(۱) $[-7, -4)$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: مجموعه، الگو و دنباله + مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۳۵

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۲۱- مجموعه $W = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}]$ از اجتماع حداقل چند بازه تشکیل می‌شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۲- اگر U مجموعه مرجع، $n(U) = 50$ ، $n(A') = 20$ و $n(B - A) = 7$ باشد، $n(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۹ (۳) ۳۷ (۴) ۴۵

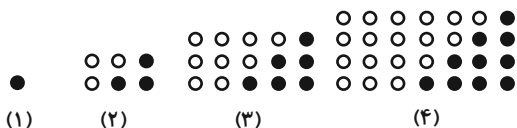
۲۳- مجموعه‌های $A = \{9^x \mid x \in W\}$ و $B = \{x^2 \mid x \in Z\}$ مفروض‌اند. چه تعداد از مجموعه‌های $A \cup B$ ، $A \cap B$ و $A - B$ نامتناهی هستند؟ ($U = Z$)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۴- در دنباله حسابی a_n با قدرنسبت ۴، داریم: $a_5^2 + a_7^2 = a_6^2 + a_8^2 + 10$. مجموع چهار جمله دوم این دنباله چقدر است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) صفر (۴) ۲

۲۵- با توجه به الگوی زیر، در شکل دهم نسبت دایره‌های رنگی به سفید کدام است؟



- (۱) $\frac{11}{27}$ (۲) $\frac{27}{11}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) ۱

۲۶- اگر $3x - 2$ و $-2x + 14$ و $5x + 6$ سه جمله اول از یک دنباله حسابی نزولی باشد، این دنباله چند جمله بزرگ‌تر از ۳۸- خواهد داشت؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۲۷- جملات دوم، سوم و پنجم یک دنباله هندسی با قدرنسبت مثبت، جملات متوالی یک دنباله حسابی‌اند. قدرنسبت دنباله هندسی (q) کدام است؟ ($q \neq 1$)

- (۱) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

۲۸- در یک متوازی‌الاضلاع یکی از اضلاع سه برابر دیگری است و یک زاویه 150° دارد. اگر مساحت آن ۱۲ باشد، آن گاه محیط آن کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) $16\sqrt{2}$

۲۹- شخصی در فاصله ۶ متری برجی قرار دارد که دکل به ارتفاع ۱۲ متر بالای آن نصب شده است. مقدار مسافتی که لازم است شخص به عقب جابه‌جا شود تا ابتدا و انتهای دکل را به ترتیب با زوایای 45° و 60° مشاهده کند، چند متر است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) $6\sqrt{3} + 6$ (۴) $6\sqrt{3} + 15$

۳۰- حاصل عبارت $\frac{\cos 60^\circ \times \cot 45^\circ}{1 + \tan 30^\circ \times \tan 60^\circ}$ ، با حاصل کدام یک از عبارتهای زیر برابر است؟

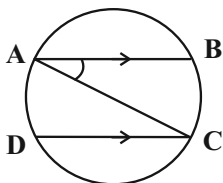
- (۱) $\frac{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$ (۲) $\frac{\cos 60^\circ \times \cot 30^\circ}{2 \sin 30^\circ}$ (۳) $\frac{1 - 2 \sin^2 30^\circ}{\cos^2 45^\circ}$ (۴) $\frac{\sin 60^\circ \times \sin 30^\circ}{\tan 60^\circ}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: دایره (تا پایان رسم مماس بر دایره از نقطه‌ای خارج دایره): صفحه‌های ۹ تا ۲۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

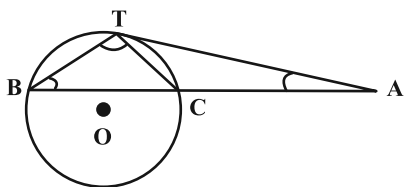
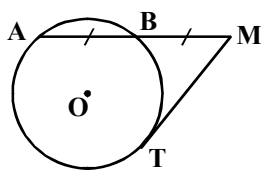
۳۱- در شکل زیر AC قطر دایره و $AB \parallel CD$ است. اگر $\widehat{AB} = 7\widehat{AD}$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{BAC}$ چند درجه است؟

(۱) ۱۸

(۲) ۲۴

(۳) ۲۷

(۴) ۳۶

۳۲- در شکل زیر، اگر $\widehat{B} = 3\widehat{A}$ ، $\widehat{BTC} = 110^\circ$ و AT در نقطه T بر دایره مماس باشد، آنگاه $\widehat{BT}$ چقدر است؟(۱) 50° (۲) 60° (۳) 70° (۴) 80° ۳۳- مطابق شکل در دایره $C(O, 2\sqrt{17})$ ، وتر AB را به اندازه خود تا نقطه M امتداد می‌دهیم. اگر طول مماس MT برابر $4\sqrt{2}$ باشد، فاصله مرکز دایره از وتر AB کدام است؟

(۲) ۸

(۴) $\sqrt{14}$

(۱) ۱۰

(۳) $\sqrt{15}$

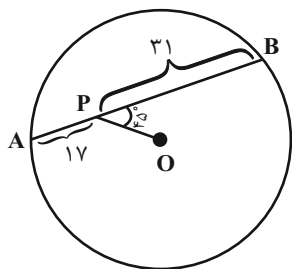
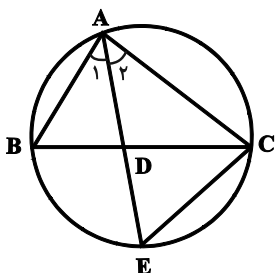
۳۴- شعاع دایره شکل مقابل کدام است؟

(۱) ۲۵

(۲) ۲۴

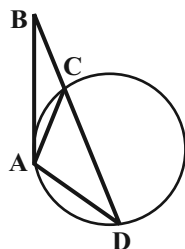
(۳) ۲۳

(۴) ۲۲

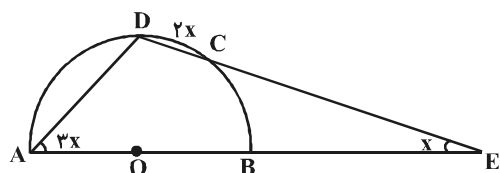
۳۵- در شکل زیر، $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ بوده و D نقطه برخورد دو وتر AE و BC است. حاصل DE^2 برابر کدام است؟(۱) $AB.AC - BD.DC$ (۲) $AE.BC - BD.DC$ (۳) $CE^2 - BD.DC$ (۴) $BC^2 - BE.CE$

محل انجام محاسبات

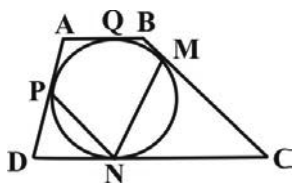
۳۶- در شکل زیر $AB = AD = ۱۶$ و $AC = ۱۰$ است. اگر BA در نقطه A بر دایره مماس باشد، محیط مثلث ACD کدام است؟

(۱) $۴۸/۲$ (۲) $۴۳/۴$ (۳) $۴۱/۶$ (۴) $۳۸/۸$

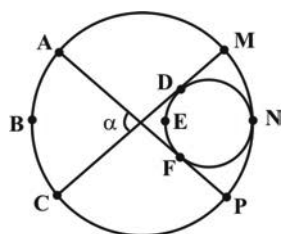
۳۷- در شکل زیر AB قطر یک نیم دایره است. اگر $\widehat{DC} = ۲x$ ، $\hat{E} = x$ و $\hat{A} = ۳x$ باشد، x کدام است؟

(۱) ۳۰° (۲) ۲۰° (۳) ۱۵° (۴) ۱۰°

۳۸- مطابق شکل، اضلاع دوزنقه $ABCD$ بر دایره در نقاط M ، N ، P و Q مماس شده است. اگر $\hat{A} = ۱۱۰^\circ$ و $\hat{B} = ۱۴۰^\circ$ باشد،

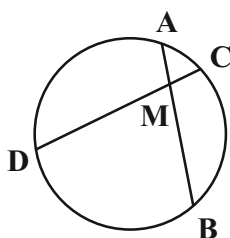
زاویه $\hat{MNP}$ چند درجه است؟(۲) ۵۵ (۱) ۴۵ (۴) ۵۸ (۳) ۴۸

۳۹- در شکل مقابل، اگر $\widehat{MNP} = ۱۰۲^\circ$ و $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ باشد، زاویه α چند درجه است؟

(۱) ۸۳ (۲) ۸۷ (۳) ۹۱ (۴) ۹۴

۴۰- در شکل زیر وتر AB به طول ۱۱، وتر CD را به نسبت ۱ به ۷ تقسیم کرده است. اگر $AM = ۲CM$ باشد، فاصله نقطه M از مرکز

دایره چقدر است؟ (شعاع دایره برابر ۱۰ است.)

(۱) $۶\sqrt{۲}$ (۲) $۶\sqrt{۳}$ (۳) $۴\sqrt{۳}$ (۴) $۸\sqrt{۲}$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها (تا پایان ضرب ماتریس در ماتریس): صفحه‌های ۹ تا ۱۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۴۱- A یک ماتریس اسکالر 3×3 است به طوری که $2A = 4B = -\frac{1}{2}C$. اگر مجموع درایه‌های ماتریس $A + B + C$ برابر با $-\frac{15}{2}$ باشد، آنگاه ماتریس B کدام است؟

(۱) I (۲) $\frac{1}{2}I$ (۳) $-\frac{7}{3}I$ (۴) $\frac{2}{3}I$

۴۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2\alpha + 1 & 1 \\ 1 & \beta \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ و AB یک ماتریس قطری باشد، حاصل $\alpha^2 + \alpha\beta$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۴۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} c & 5 \\ 2 & d \end{bmatrix}$ و ماتریس‌های AB و AC قطری باشند، حاصل $a + b + c + d$ کدام است؟

(۱) $3/5$ (۲) $4/5$ (۳) 4 (۴) 3

۴۴- اگر $A = \begin{bmatrix} a + c^2 & a - 2b \\ 2b + 1 & b + \frac{y}{2} \end{bmatrix}$ ماتریسی قطری و $A \times A$ ماتریسی اسکالر باشد، بیشترین مقدار $a + c$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) 1 (۳) -1 (۴) 2

۴۵- اگر $A = \begin{bmatrix} x - y & 11 \\ t + 1 & z \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 2x + y \\ y - 3 & -t + 1 \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشد، حاصل $(x + y + z + t)$ کدام است؟

(۱) 5 (۲) 6 (۳) 7 (۴) 8

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۴۶- اگر $4I + \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + 2X = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل جمع درایه‌های ماتریس X کدام است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

۴۷- اگر $A = \begin{bmatrix} a-1 & m^2 \\ 3 & -1 \\ 2 & m \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -a & m+1 \\ a & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ ، $C = 2A - B$ ، $c_{11} = -c_{22}$ و $c_{21} = c_{32}$ باشد، آنگاه مقدار $a - 2m$ برابر

کدام است؟

 $\frac{2}{3}$ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

 $\frac{3}{2}$ (۱)

۴۸- حاصل عبارت $\cos 22/5^\circ \begin{bmatrix} \cos 22/5^\circ & \sin 22/5^\circ \\ -\sin 22/5^\circ & \cos 22/5^\circ \end{bmatrix} + \sin 22/5^\circ \begin{bmatrix} \sin 22/5^\circ & -\cos 22/5^\circ \\ \cos 22/5^\circ & \sin 22/5^\circ \end{bmatrix}$ کدام است؟

 $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۱)

۴۹- با توجه به رابطه $\begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 12 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$ ، حاصل x کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۵۰- اگر ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i+j+1, & i > j \\ 2i-2, & i = j \\ j+3, & i < j \end{cases}$ تعریف شده باشد، مجموع درایه‌های آن کدام است؟

۳۸ (۴)

۳۰ (۳)

۳۶ (۲)

۳۲ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۹ تا ۲۷

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۵۱- در مثلث ABC ، $\hat{A} = \hat{C} = 80^\circ$ و نقطه D داخل مثلث و روی عمودمنصف ضلع AB ، طوری واقع شده است که $\hat{ADB} = 130^\circ$.

زاویه حاده بین نیمساز داخلی زاویه C با پاره خط AD ، چند درجه است؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۶۵ (۳) ۶۰ (۴) ۷۵

۵۲- در مثلث ABC ، $BC > AB$ و $\hat{B} = 80^\circ$ است. کم‌ترین مقدار صحیحی که اندازه زاویه A بر حسب درجه می‌تواند داشته

باشد، کدام است؟

- (۱) ۴۹ (۲) ۵۰ (۳) ۵۱ (۴) ۵۲

۵۳- در مثلثی به اضلاع ۸، ۱۵ و ۱۷، فاصله نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع از نقطه هم‌رسی ارتفاع‌ها چقدر است؟

- (۱) $7/2$ (۲) $7/5$ (۳) ۸ (۴) $8/5$

۵۴- دو خط d_1 و d_2 در نقطه O بر هم عمودند. مساحت ناحیه‌ای که فاصله نقاط واقع در آن از هر یک از دو خط d_1 و d_2 ، کمتر از ۳

واحد و از نقطه O بیشتر از ۱ واحد باشد، کدام است؟

- (۱) $6(6 - \pi)$ (۲) $9 - \pi$ (۳) $36 - \pi$ (۴) $3(9 - \pi)$

۵۵- کدام چهارضلعی زیر را نمی‌توان رسم کرد؟

(۱) متوازی‌الاضلاعی که طول اضلاع آن ۷ و ۵ و طول یکی از قطرهای آن ۴ باشد.

(۲) مستطیلی که طول قطر آن برابر ۶ و زاویه بین دو قطر آن 15° باشد.

(۳) مربعی که طول قطر آن ۸ باشد.

(۴) لوزی‌ای که طول ضلع آن ۸ و طول قطر بزرگ آن 20° باشد.

۵۶- اگر $x + 7$ ، $2x - 2$ و $x + 2$ ، طول اضلاع مثلثی باشند، کدام عدد می‌تواند محیط این مثلث باشد؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۲

محل انجام محاسبات

۵۷- در مثلث ABC ، $\hat{B} = 50^\circ$ ، $\hat{C} = 35^\circ$ و نقطه D روی ضلع BC چنان قرار دارد که $\hat{DAC} = 25^\circ$ است. کدام یک از نامساوی‌های

زیر نادرست است؟

$$AB > BD \quad (2)$$

$$AC > AB \quad (1)$$

$$BD > AD \quad (4)$$

$$AC > AD \quad (3)$$

۵۸- عکس کدام یک از قضایای شرطی زیر، یک قضیه شرطی نمی‌باشد؟

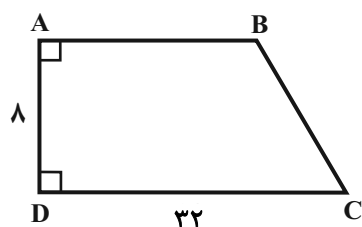
(۱) هر دو مثلث هم‌نهشت، دو ضلع و یک زاویه برابر دارد.

(۲) اگر سه ضلع مثلثی برابر باشند، آنگاه هر زاویه آن 60° است.

(۳) مثلثی که دو زاویه برابر دارد، دارای دو ضلع برابر است.

(۴) در یک مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر برابر مجموع مربع‌های دو ضلع دیگر است.

۵۹- در دوزنقه $ABCD$ شکل زیر، عمود منصف قطر AC ، قاعده DC را در نقطه M قطع می‌کند. فاصله M از AD کدام است؟



$$15 \quad (1)$$

$$13 \quad (2)$$

$$12 \quad (3)$$

$$10 \quad (4)$$

۶۰- نقطه M داخل مربع $ABCD$ به طول اضلاع ۱۶، طوری قرار دارد که از رئوس A و B و نیز ضلع CD به یک فاصله است. مساحت

مثلث BMD کدام است؟

$$16 \quad (2)$$

$$24 \quad (1)$$

$$32 \quad (4)$$

$$20 \quad (3)$$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱ تا ۲۰

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- در جدول ارزش سه گزاره p ، q و r ، در چند حالت ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ نادرست است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۲- کدام گزاره زیر معادل گزاره «اگر $x^2 \leq 9$ باشد، آنگاه $(x \leq -3 \vee x \geq 3)$ می‌باشد؟

(۱) اگر $x^2 \geq 9$ باشد، آنگاه $(x \geq 3 \vee x \leq -3)$ (۲) اگر $(-3 < x < 3)$ باشد، آنگاه $x^2 > 9$
(۳) اگر $x^2 \geq 9$ باشد، آنگاه $-3 < x < 3$ (۴) اگر $(x > 3 \vee x < -3)$ باشد، آنگاه $x^2 > 9$

۶۳- اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ، دامنه متغیر گزاره‌ها باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱) $\forall x \in A; \frac{x^2 - 9}{x + 3} = x - 3$ (۲) $\exists x \in A; x^2 + 5x - 6 = 0$

(۳) $\forall x \in A; |3 - x| < 2$ (۴) $\forall x \in A; x^2 \geq x$

۶۴- گزاره $(q \Rightarrow p) \Rightarrow [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)] \wedge (p \vee q)$ هم‌ارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

(۱) p (۲) $q \vee p$ (۳) q (۴) $p \wedge q$

۶۵- فرض کنید تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A ، ۱۶ برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه B باشد. اگر به اعضای A یک عضو جدید و به اعضای B سه عضو جدید اضافه کنیم، اختلاف تعداد زیرمجموعه‌های این دو مجموعه برابر با ۱۹۲ می‌شود. مجموعه

A چند زیرمجموعه زوج عضوی دارد؟

(۱) ۶۴ (۲) ۱۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۱۶

۶۶- گزاره $(\sim p \Rightarrow q) \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$ هم‌ارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟ (T گزاره همیشه درست و F گزاره همیشه نادرست است.)

(۱) $\sim p \wedge q$ (۲) F (۳) T (۴) $p \wedge \sim q$

۶۷- در چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{-9, -8, -7, \dots, 7, 8, 9\}$ ، حاصل ضرب اعضا عددی منفی است؟

(۱) $2^{18} - 3^8$ (۲) 2^{17} (۳) 2^{16} (۴) $2^{19} - 3^8$

۶۸- نقیض گزاره « $\forall x \in \mathbb{R}; 2 < x < 5$ » کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

(۱) $\exists x \in \mathbb{R}; x < 2 \vee x > 5$ (۲) $\forall x \in \mathbb{R}; x < 2 \vee x > 5$

(۳) $\exists x \in \mathbb{R}; x \leq 2 \vee x \geq 5$ (۴) $\forall x \in \mathbb{R}; x \leq 2 \vee x \geq 5$

۶۹- اگر v تابعی روی گزاره‌ها باشد به گونه‌ای که در صورت درستی گزاره p ، $v(p) = 1$ و در صورت نادرستی گزاره p ، $v(p) = 0$ باشد، آنگاه $v(p \Leftrightarrow \sim q)$ معادل کدام یک از توابع زیر است؟

(۱) $v(p)(1 - v(q)) + (1 - v(p))v(q)$ (۲) $v(p)v(q) + (1 - v(p))(1 - v(q))$

(۳) $\max\{v(p), v(q)\}$ (۴) $v(p) + v(q) - v(p)v(q)$

۷۰- تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه B ، ۴ برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A است. اگر مجموعه $A \cap B$ دارای یک عضو و مجموعه $A \cup B$ دارای ۵۱۲ زیرمجموعه باشد، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- اگر $\frac{m-3n}{m+2n}$ گویا باشد، کدام یک از عبارت‌های زیر الزاماً گویا نیست؟

$$\frac{m-n}{m^2+n^2+mn} \quad (۴)$$

$$\frac{m^2+4mn}{m^2+2mn} \quad (۳)$$

$$\frac{n}{m} \quad (۲)$$

$$\frac{m}{m+2n} \quad (۱)$$

۷۲- به ازای کدام عبارت زیر، گزاره «اگر $x=1$ باشد، آنگاه ...» قضیه‌ای است که عکس آن لزوماً برقرار نیست؟ ($x \in \mathbb{R}$)

$$(x-1)(x^2+2x-3)=0 \quad (۲)$$

$$(x-1)(x^2+x+1)=0 \quad (۱)$$

$$(x-1)(x^2+1)=0 \quad (۴)$$

$$(x-1)(x^2-2x+1)=0 \quad (۳)$$

۷۳- کدام یک از ترکیب‌های دو شرطی زیر درست است؟ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$a=b \Leftrightarrow a^2=b^2 \quad (۲)$$

$$a=b \Leftrightarrow a^3+a=b^3+b \quad (۱)$$

$$a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \quad (۴)$$

$$a < b \Leftrightarrow a^4 < b^4 \quad (۳)$$

۷۴- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) با استفاده از مثال نقض، درستی گزاره «مجموع دو عدد صحیح متوالی، همیشه بر ۳ بخش پذیر است.» را نمی‌توان رد کرد.

(۲) با استفاده از استدلال استنتاجی، می‌توان درستی گزاره «مجموع دو عدد فرد، عددی فرد است» را اثبات کرد.

(۳) با استفاده از برهان خلف، می‌توان درستی گزاره «مجموع هر چهار عدد صحیح متوالی، مضرب ۴ است» را رد کرد.

(۴) با استفاده از روش اثبات مستقیم، می‌توان درستی گزاره «حاصل ضرب هر دو عدد فرد، عددی فرد است» را اثبات کرد.

۷۵- جاهای خالی جملات زیر با کدام گزینه به درستی تکمیل می‌شود؟

«برای حکم اگر C, B, A سه مجموعه باشند به‌طوری که $A \cap B = A \cap C$ ، آنگاه $B = C$ ، از استفاده می‌کنیم.

(۱) اثبات - روش بازگشتی

(۲) اثبات - در نظر گرفتن تمام حالت‌ها

(۳) رد کردن - مثال نقض $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 3, 4\}$ و $C = \{3, 4, 5\}$ (۴) رد کردن - مثال نقض $A = \{1\}$ ، $B = \{1, 2\}$ و $C = \{1, 3\}$ مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۷۶- اگر α و β دو عدد گنگ باشند به طوری که $\alpha + \beta$ گویا باشد، آنگاه $\beta + 4\alpha$ عددی و $(\alpha - \beta)^2 + 4\alpha\beta$ عددی است.

کدام گزینه جاهای خالی را به درستی پر می کند؟

- (۱) گویا - گنگ (۲) گنگ - گویا (۳) گنگ - گنگ (۴) گویا - گویا

۷۷- فرض کنید a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند طوری که $a^2 + 5b^2 + 5 - 3a - b - 3ab \leq 0$ ، حاصل $a^2 + 3b$ چقدر است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۱۹ (۴) ۱۵

۷۸- اگر x ، y و z سه عدد حقیقی باشند، در اثبات درستی گزاره $3xy + xz + yz \geq 5x^2 + y^2 + z^2$ به روش بازگشتی، به کدام رابطه بدیهی می رسیم؟

$$(1) \quad (3x - z)^2 + (x - y)^2 + (y + z)^2 \geq 0 \quad (2) \quad (3x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$$

$$(3) \quad (3x - z)^2 + (z - y)^2 + (x + y)^2 \geq 0 \quad (4) \quad (x - y)^2 + (y - z)^2 + (3x + z)^2 \geq 0$$

۷۹- کدام یک از احکام زیر فاقد مثال نقض است؟

(۱) برای هر عدد طبیعی n ، حداقل یکی از دو عدد $4^n - 1$ یا $4^n + 1$ ، عددی اول است.

(۲) میانگین اعداد طبیعی ۱ تا n ، برابر $\frac{n+1}{2}$ است.

(۳) مکعب هر عدد حقیقی، بزرگتر یا مساوی با آن عدد است.

(۴) اگر α و β دو عدد گنگ و $\alpha + \beta$ گویا باشد، آنگاه $3\alpha - 2\beta$ نیز عددی گویا است.

۸۰- شرط لازم برای $4x^2 + 8y^2 + 3 = 4yz + 4xy + 6x - z^2$ ، کدام گزینه است؟

- (۱) $x = 2y = z = 1$ (۲) $2x = 2y = z = 1$ (۳) $x = y = z = 1$ (۴) $2x = y = 2z = 1$



آزمون تابستان «۳ مرداد ۱۴۰۴» دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۶۰ سوال

(۲۰ سوال اجباری + ۴۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۲	۸۱-۹۰	۱۵'
اختیاری	۳	۹۱-۱۰۰	۱۵'
اختیاری	۱	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
اجباری	۲	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
اختیاری	۳	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
اختیاری	۱	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'
جمع کل	۶۰	۸۱-۱۴۰	۷۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	سعید اردم-معصومه افزلی-زهره آقامحمدی-شهرام آموزگار-امیرحسین برادران-میلاد حسنی-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی فرشید رسولی-مهدی زمان زاده-هاشم زمانیان-سعید شرق-محمد رضا شریفی-علی عاقلی-پوریا علاقه مند-سیاوش فارسی مصطفی کیانی-محمد گودرزی-علیرضا گونه-امیراحمد میرسعید-سیدملیحه میرصالحی-حسام نادری-حسین ناصحی-مهدی یوسفی
شیمی	حامد اسماعیلی-امیرعلی برخورداریون-محمد رضا پورچاوید-حمید ذبحی-سهند راحمی-پورجعفر رحیمی-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی سیدرضا رضوی-مبینا شرافتی پور-امیرحسین طیبی-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-محمد کوهستانیان-علیرضا کیانی دوست حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده مقدم-سالار ملکی-امین نوروزی-سیدرحیم هاشمی دهکردی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	سینا صالحی حسین بصیر ترکمبور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب فرزاد جلاج مقدم احسان پنجه شاهی
مسئول درس	حسام نادری	آرش ظریف
مستند سازی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	مهدی صالحی پرهام مهرآرا	محسن دستجردی عرفان قره مشک آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه، محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الکتریسته ساکن: صفحه‌های ۱ تا ۳۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۸۱- چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) یکای بار الکتریکی در دستگاه اندازه‌گیری SI، کولن (C) است.

(ب) در یک آذرخش باری از مرتبه 10^8 C به زمین منتقل می‌شود.

(پ) در مالش شانه پلاستیکی با موهای سر، بارهای منتقل شده از مرتبه نانوکولن (nC) است.

(ت) بار الکتریکی کمیتی پیوسته است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۸۲- اگر به جسمی با بار اولیه q ، تعداد 6×10^{13} الکترون دهیم، اندازه بار جسم دو برابر اندازه بار اولیه می‌شود. جمع جبری مقادیرممکن برای بار اولیه جسم (q)، چند میکروکولن می‌تواند باشد؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ C)

-۱۲/۸ (۴)

۶/۴ (۳)

۱۲/۸ (۲)

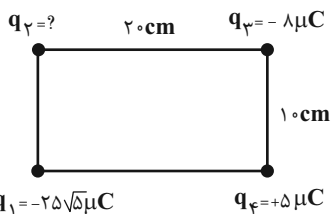
-۶/۴ (۱)

۸۳- مطابق شکل زیر، بارهای الکتریکی نقطه‌ای مثبت و هم اندازه q ، در جای خود ثابت‌اند و به یکدیگر نیرویی الکتریکی به بزرگی F وارد می‌کنند. اگر تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل کنیم تا بار جسم B برابر با $-2q$ شود و فاصله دو بار را دوبرابر کنیم، بزرگی نیروی الکتریکی که دو بار به هم وارد می‌کنند، چند برابر F می‌شود؟

۸ (۲)

۲ (۱)

۴ (۴)

 $\frac{1}{2}$ (۳)۸۴- مطابق شکل زیر، چهار ذره باردار q_1 ، q_2 ، q_3 و q_4 در چهار گوشه مستطیل واقع شده‌اند. اگر برایندهای نیروهای وارد بر بار q_3 ازطرف سه بار q_1 ، q_2 و q_4 صفر باشد، q_3 چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

-۱۰ (۲)

+۱۰ (۱)

+۴۰ (۴)

-۴۰ (۳)

۸۵- در شکل مقابل، وسیله‌ای را مشاهده می‌کنید که توسط رابرت میلیکان برای اثبات

کوانتومی بودن بار استفاده شده است. در یک آزمایش، قطره روغنی به

جرم 8×10^{-15} kg در معرض میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانا که در

فاصله ۱۰ cm از هم قرار دارند، به‌طور معلق نگه داشته می‌شود. اگر اندازه اختلاف

پتانسیل بین دو صفحه ۱۰ kV باشد، تعداد الکترون‌هایی که این قطره در اثر مالش

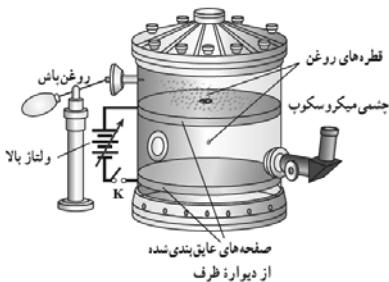
به‌دست آورده، کدام است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $g = 10 \frac{N}{kg}$)

۱۰ (۴)

۵ (۳)

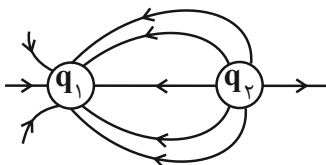
۱۶ (۲)

۸ (۱)



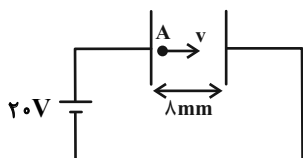
محل انجام محاسبات

۸۶- با توجه به شکل زیر که خطوط میدان الکتریکی ناشی از دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 را نشان می‌دهد، دو بار ... و اندازه بار ... بزرگ‌تر است.

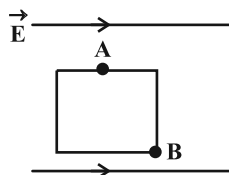
(۱) هم‌نام - q_1 (۲) هم‌نام - q_2 (۳) ناهم‌نام - q_2 (۴) ناهم‌نام - q_1

۸۷- مطابق شکل زیر، الکترونی در بین دو صفحه رسانای موازی و قائم، از نقطه A در مجاورت یکی از صفحه‌ها در راستای افقی به سمت صفحه دیگر پرتاب می‌شود. بیشینه تندی پرتاب الکترون چند متر بر ثانیه باشد تا به صفحه مقابل برخورد نکند؟

($m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ، $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و از نیروی وزن و اتلاف انرژی صرف نظر شود).

(۱) $\frac{\lambda}{3} \times 10^7$ (۲) $\frac{\lambda}{3} \times 10^6$ (۳) $\lambda \times 10^6$ (۴) $\lambda \times 10^7$

۸۸- در شکل زیر، یک قطعه رسانای باردار، در یک میدان الکتریکی یکنواخت و در تعادل الکتریکی قرار دارد. کدام گزینه درباره پتانسیل الکتریکی نقاط A و B (V_A و V_B) و تراکم بار در نقاط A و B درست است؟

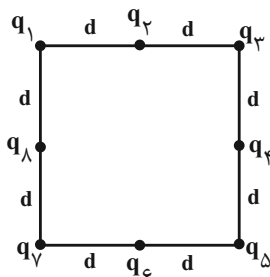
(۱) $V_B > V_A$ ، تراکم بار در نقطه B کمتر از نقطه A است.(۲) $V_B = V_A$ ، تراکم بار در نقاط A و B برابر است.(۳) $V_A > V_B$ ، تراکم بار در نقطه B بیشتر از نقطه A است.(۴) $V_B = V_A$ ، تراکم بار در نقطه A کمتر از تراکم بار در نقطه B است.

۸۹- در صفحه مختصات x-y، بار الکتریکی نقطه‌ای $q_A = 2 \mu\text{C}$ در نقطه $A \left[\begin{smallmatrix} 6 \text{ cm} \\ 8 \text{ cm} \end{smallmatrix} \right]$ و بار نقطه‌ای $q_B = -6 \mu\text{C}$ در نقطه $B \left[\begin{smallmatrix} -4 \text{ cm} \\ -3 \text{ cm} \end{smallmatrix} \right]$ قرار دارند. اندازه میدان الکتریکی برایند حاصل از این دو بار در نقطه C $\left[\begin{smallmatrix} -4 \text{ cm} \\ 8 \text{ cm} \end{smallmatrix} \right]$ چند نیوتون بر کولن است؟

($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

(۴) $9\sqrt{29} \times 10^5$ (۳) $45/5625 \times 10^5$ (۲) 23×10^5 (۱) $90/5625 \times 10^5$

۹۰- ۸ بار الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل زیر، روی محیط یک مربع ثابت شده‌اند. اگر $d = 2 \text{ cm}$ باشد، بزرگی میدان الکتریکی خالص حاصل از این ۸ بار، در مرکز مربع چند نیوتون بر کولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

 $q_1 = q_5 = +4 \mu\text{C}$ $q_2 = q_6 = +1/5 \mu\text{C}$ $q_3 = q_7 = -5 \mu\text{C}$ $q_4 = -4 \mu\text{C}, q_8 = +2 \mu\text{C}$

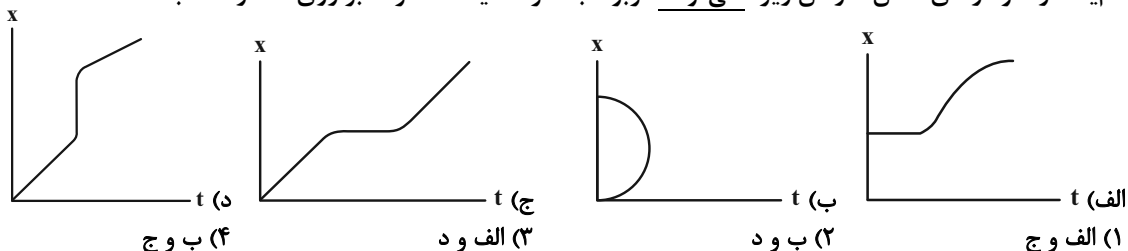
(۱) صفر

(۲) 9×10^7 (۳) $4/5 \times 10^7$ (۴) $13/5 \times 10^7$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۱۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

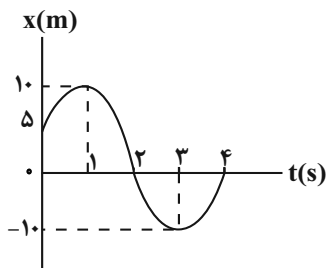
۹۱- کدام یک از نمودارهای مکان - زمان زیر، نمی‌تواند مربوط به حرکت یک متحرک بر روی خط راست باشد؟ 

۹۲- تویی از ارتفاع ۴۰ متری سطح زمین رها می‌شود و هر بار که به زمین می‌خورد، $\frac{1}{4}$ ارتفاع قبلی خود را بالا می‌رود. نسبت اندازه جابه‌جایی به مسافت طی شده توسط توپ از لحظه رها شدن تا لحظه‌ای که برای چهارمین بار به زمین برخورد می‌کند، کدام است؟

(۱) $\frac{11}{4}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{8}{13}$ (۴) $\frac{4}{11}$

۹۳- بردار سرعت متوسط متحرکی که بر روی محور x در حال حرکت است، در SI و در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 4s$ برابر با $10\hat{i}$ و در بازه زمانی $t_2 = 4s$ تا $t_3 = 12s$ برابر با $4\hat{i}$ می‌باشد. بردار سرعت متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_3 = 12s$ در SI کدام است؟

(۱) $18\hat{i}$ (۲) $9\hat{i}$ (۳) $6\hat{i}$ (۴) $4/5\hat{i}$



۹۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در ۲ ثانیه دوم حرکت، جهت حرکت متحرک بار تغییر کرده است و در بازه زمانی علامت سرعت متوسط مثبت است.

(۱) ۱ - ۱s تا ۲s (۲) ۲ - ۱s تا ۳s (۳) ۱ - ۳s تا ۴s (۴) ۲ - ۱s تا ۴s

۹۵- متحرکی بر روی خط راست در حال حرکت است. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در هر لحظه بزرگی سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای متحرک با هم برابر است.
 (۲) در هر بازه زمانی دلخواه بردار جابه‌جایی هم‌جهت با بردار سرعت متوسط است.
 (۳) اگر در یک بازه زمانی تندی متحرک صفر نشود، بزرگی سرعت متوسط با تندی متوسط در این بازه زمانی برابر است.
 (۴) بردار مکان و بردار سرعت لحظه‌ای در هر لحظه هم‌جهت هستند.

۹۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط متحرک از

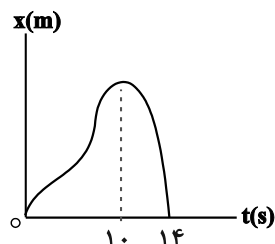
لحظه شروع حرکت تا لحظه‌ای که برای سومین بار تندی‌اش $\frac{1}{4}$ تندی اولیه می‌شود، چند متر بر مجذور ثانیه است؟



مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۹۷- در نمودار مکان - زمان زیر، اگر بردار سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه اول برابر با $\vec{v}$ باشد، بردار سرعت متوسط در ۴ ثانیه بعدی کدام



است؟

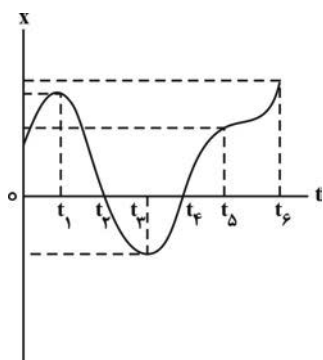
(۱) $+0/4\vec{v}$

(۲) $+2/5\vec{v}$

(۳) $-0/4\vec{v}$

(۴) $-2/5\vec{v}$

۹۸- در شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند، نشان داده شده است. کدام یک از گزینه های زیر در



مورد حرکت این متحرک نادرست است؟

(۱) در بازه زمانی t_1 تا t_4 ، سرعت متوسط متحرک منفی است.

(۲) جابجایی کل متحرک تا لحظه t_6 ، در جهت محور X است.

(۳) در لحظه های t_2 و t_4 ، جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.

(۴) در بازه زمانی t_3 تا t_4 ، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است.

۹۹- شخصی در مدت ۲۰۰s و روی مسیری مستقیم، ابتدا ۲۰۰m به طرف غرب و سپس روی همان مسیر ۳۰۰m به طرف شرق حرکت

می کند. تندی متوسط این شخص چند متر بر ثانیه بوده و مفهوم عدد به دست آمده چیست؟

(۱) $2/5$ ، یعنی این شخص در هر ثانیه، $2/5$ m از طول مسیر را طی کرده است.

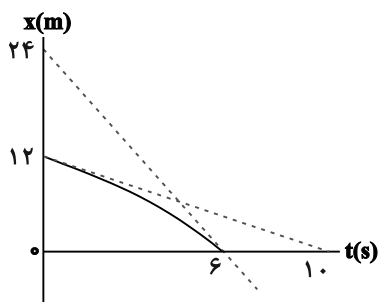
(۲) $2/5$ ، یعنی این شخص به طور متوسط در هر ثانیه، $2/5$ m به مقصد خود نزدیک تر شده است.

(۳) $0/5$ ، یعنی این شخص در هر ثانیه، $0/5$ m از طول مسیر را طی کرده است.

(۴) $0/5$ ، یعنی این شخص به طور متوسط در هر ثانیه، $0/5$ m به مقصد خود نزدیک تر شده است.

۱۰۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می کند، مطابق شکل زیر است و خطوط مماس بر نمودار در مبدأ زمان و

لحظه $t = 6$ s رسم شده است. با توجه به نمودار می توان گفت، تندی متحرک در مبدأ مکان ... متر بر ثانیه ... از تندی آن در



مبدأ زمان است.

(۱) ۴، بیشتر

(۲) $2/8$ ، بیشتر

(۳) $2/8$ ، کمتر

(۴) ۴، کمتر



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱ تا ۲۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- (۱) ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است.
 (۲) مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نیستند و ممکن است نتایج آزمایش‌های جدید منجر به بازنگری مدل یا نظریه‌ای شود و حتی ممکن است نظریه‌ای جدید جایگزین آن شود.
 (۳) آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند آزمایش و مشاهده در فیزیک است.
 (۴) از آنجایی که فیزیک علمی تجربی است، لذا لازم است که قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی توسط آزمایش مورد آزمون قرار گیرند.

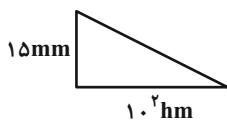
۱۰۲- کمیت‌های ذکر شده در کدام گزینه همگی کمیت‌هایی نرده‌ای هستند؟

- (۱) فشار - تندی - نیرو
 (۲) مسافت - فشار - انرژی
 (۳) شتاب - گشتاور - جابه‌جایی
 (۴) سرعت متوسط - نیرو - فشار

۱۰۳- کدام گزینه صحیح نمی‌باشد؟

- (۱) $20.2 \text{ km} = 2.02 \times 10^{11} \mu\text{m}$
 (۲) $0.4823 \mu\text{s} = 4.823 \times 10^{-12} \text{ Ms}$
 (۳) $4 \text{ cm}^2 = 4 \times 10^2 \text{ mm}^2$
 (۴) $9 \text{ m}^3 = 9 \times 10^3 \text{ dm}^3$

۱۰۴- مساحت مثلث شکل مقابل چند دسی متر مربع است؟ (شکل با مقیاس واقعی رسم نشده است.)



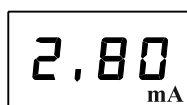
- (۱) $7/5 \times 10^6$
 (۲) $7/5 \times 10^3$
 (۳) $7/5 \times 10^1$
 (۴) $7/5 \times 10^5$

۱۰۵- استخر پر از آبی به شکل مکعب مستطیل و به ابعاد $12 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ ، به دلیل وجود نشتی، در هر ثانیه ۵۰ سانتی متر مکعب آب

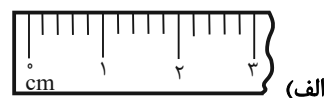
از دست می‌دهد. در چندمین شبانه‌روز پس از شروع نشتی آب، آب موجود در استخر نصف می‌شود؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۵۵ (۳) ۵۶ (۴) ۵۷

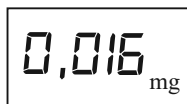
۱۰۶- دقت اندازه‌گیری هر یک از وسیله‌های اندازه‌گیری زیر به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



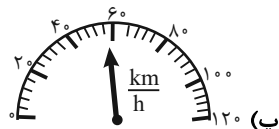
(ب)



(الف)



(ت)



(پ)

- (۱) 0.006 mg , $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, 0.8 mA , 0.2 cm
 (۲) $1 \mu\text{g}$, $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $10 \mu\text{A}$, 0.2 cm
 (۳) 0.001 mg , $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, 0.1 mA , 1 cm
 (۴) $1 \mu\text{g}$, $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $10 \mu\text{A}$, 1 cm

محل انجام محاسبات

۱۰۷- ظرفی به جرم ۲۵۰ گرم را روی ترازو قرار می‌دهیم. ظرف را یکبار از مایعی به چگالی ρ_1 و بار دیگر از مایعی به چگالی ρ_2 به‌طور

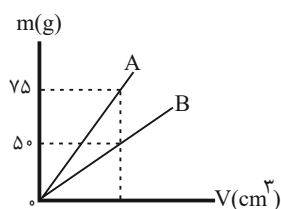
کامل پُر می‌کنیم. اگر عدد ترازو در دو حالت به ترتیب 55 kg و 8 kg باشد، نسبت $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ چقدر است؟

$$(1) \frac{11}{6} \quad (2) \frac{18}{13}$$

$$(3) \frac{6}{11} \quad (4) \frac{13}{18}$$

۱۰۸- نمودار جرم برحسب حجم برای دو مایع مجزای A و B، مطابق شکل زیر است. اگر ۴ لیتر از مایع A را با ۶ لیتر از مایع B

مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چند برابر چگالی مایع B خواهد شد؟ (دما همواره ثابت و یکسان است و تغییر حجمی رخ نمی‌دهد.)



$$(1) 1/2$$

$$(2) 1/8$$

$$(3) 1/25$$

$$(4) 1/5$$

۱۰۹- داخل کره‌ای به شعاع ۳cm، حفره‌ای کروی به شعاع ۲cm وجود دارد. وقتی حفره را به‌طور کامل از فلزی با چگالی $\frac{5}{7} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

پُر کنیم، جرم کره ۴۰ درصد افزایش می‌یابد. چگالی ماده سازنده کره چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ($\pi = 3$)

$$(1) 4 \quad (2) 8$$

$$(3) 6 \quad (4) 16$$

۱۱۰- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) هنگام آتش‌سوزی بنزین، آب مایع مناسبی برای خاموش کردن آن است.

(۲) پرتقال بدون پوست چگالی بیشتری نسبت به پرتقال با پوست دارد.

(۳) هنگامی که چند مایع مختلف را که با هم مخلوط نمی‌شوند، در یک ظرف می‌ریزیم، مایعی که جرم کمتری نسبت به بقیه دارد، بالاتر از

همه قرار می‌گیرد.

(۴) با محاسبه چگالی جسمی ناشناخته، قطعاً می‌توان جنس آن را تعیین کرد.



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم (تا ابتدای گنج‌های اعماق دریا): صفحه‌های ۱ تا ۲۵

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱۱- چند مورد از عبارت‌های زیر، در ارتباط با ویژگی‌های عناصر ذکر شده، به درستی نیامده است؟

- الف) Ga: در اثر ضربه خرد می‌شود و رسانایی الکتریکی کمی دارد.
 ب) Si: رسانایی الکتریکی کمی دارد و در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد.
 پ) Sn: رسانای خوب گرما و الکتریسیته است و در اثر ضربه خرد می‌شود.
 ت) Al: همانند سرب رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی دارد و در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۲- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- الف) در جدول دوره‌ای، شبه‌فلزها مانند مرزی بین نافلزها و فلزها هستند.
 ب) مقایسه شعاع اتمی به صورت ${}_{11}\text{Na} > {}_{18}\text{Ar} > {}_{19}\text{K}$ درست است.
 پ) هرچه اتم فلزی در گروه اول، تعداد لایه‌های بیشتری داشته باشد، خصلت فلزی بیش‌تری دارد و فعالیت شیمیایی آن بیش‌تر است.
 ت) تمایل اتم ${}_{11}\text{Na}$ برای از دست دادن الکترون و تبدیل شدن به کاتیون، بیش‌تر از اتم ${}_{12}\text{Mg}$ می‌باشد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۳- چند مورد از مطالب زیر در مورد عنصرهای دسته d و ترکیب‌های آن‌ها درست هستند؟

- * دارای سطحی براق و درخشان هستند که به سرعت کدر می‌شوند.
- * آرایش الکترونی اتم‌های ${}_{24}\text{Cr}$ و ${}_{29}\text{Cu}$ در دوره چهارم از قاعده آفا پیروی نمی‌کند.
- * در میان عنصرهای دسته d در دوره چهارم تعداد اتم‌هایی که زیرلایه $3d$ نیمه پر دارند، برابر با تعداد اتم‌های دارای زیرلایه $3d$ پر است.
- * اتم تعداد معدودی از آن‌ها با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسد.
- * آرایش الکترونی یون دو بار مثبت ششمین فلز واسطه دوره چهارم به $3d^6$ ختم می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۴- با افزایش خصلت فلزی عنصرها در گروه هفدهم جدول دوره‌ای، چه تعداد از موارد زیر، افزایش می‌یابد؟

- * شعاع اتمی
- * جرم اتمی میانگین
- * واکنش‌پذیری
- * نسبت شمار الکترون ظرفیتی به شمار پروتون‌های هسته اتم

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۵- در واکنش موازنه نشده $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{aq}) \rightarrow \text{C}_6\text{H}_5\text{OH}(\text{aq}) + \text{CO}_2(\text{g})$ ، بر اثر تولید ۳۵۵ میلی‌متر گاز کربن دی‌اکسید، چندمیلی لیتر محلول اتانول با غلظت 1 mol.L^{-1} به دست می‌آید؟ (چگالی گاز کربن دی‌اکسید را در شرایط واکنش برابر 44 g.L^{-1} و بازده درصدی واکنش را برابر ۳۵/۵٪ در نظر بگیرید.) ($\text{O} = 16, \text{H} = 1, \text{C} = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)

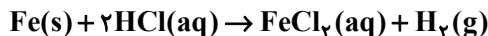
(۱) ۱۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۳۵/۵ (۴) ۳۵/۵

محل انجام محاسبات



۱۱۶- اگر یک قطعه ۴۸۰ گرمی از آهن با درصد خلوص ۶۰٪ را در ظرفی که دارای محلول هیدروکلریک اسید است قرار دهیم، چند لیتر

گاز هیدروژن در شرایط استاندارد تولید می‌شود؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند.) ($\text{Fe} = 56 : \text{g.mol}^{-1}$)



۱۳۵/۱ (۴)

۱۲۰/۹ (۳)

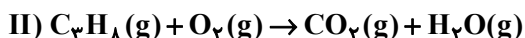
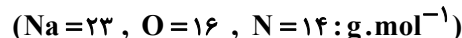
۱۱۰/۳ (۲)

۱۱۵/۲ (۱)

۱۱۷- گاز اکسیژن حاصل از تجزیه ۳۴ گرم سدیم نیترات با درصد خلوص ۳۷/۵٪ را وارد واکنش سوختن کامل با مقدار کافی گاز

پروپان می‌کنیم، در صورتی که حجم مولی گازها در شرایط آزمایش برابر ۲۵ لیتر بر مول باشد و بازده واکنش‌های (I) و (II) به

ترتیب ۸۰ و ۱۰۰ درصد باشد، مقدار گاز تولیدی در واکنش سوختن چند لیتر است؟ (واکنش‌ها موازنه نیستند.)



۲/۱ (۴)

۴/۲ (۳)

۱/۸ (۲)

۲/۴ (۱)

۱۱۸- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

(الف) از واکنش فلزهای قلیایی با گاز کلر، گرما و نور تولید می‌شود.

(ب) در طبیعت نمونه‌هایی از فلز طلا به‌صورت کلوخه‌ای گزارش شده است.

(پ) خواص فیزیکی شبه‌فلزها مانند نافلزها بوده و خواص شیمیایی آن‌ها مشابه فلزها می‌باشد.

(ت) ^{21}Sc نخستین عنصر دوره چهارم جدول دوره‌ای بوده و در ساخت تلویزیون‌های رنگی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

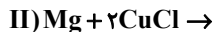
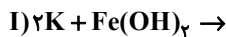
(۴) پ، ت

(۳) ب، پ

(۲) الف، ب

(۱) الف، پ

۱۱۹- با توجه به واکنش‌های زیر، چند مورد از موارد زیر درست است؟



* هر دو واکنش انجام‌پذیر هستند و در آن‌ها پایداری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

* ترکیب یونی واکنش‌دهنده در واکنش (I) در آب نامحلول است و رسوب قرمز رنگ تشکیل می‌دهد.

* اگر در واکنش (II) به جای Mg ، فلز کلسیم قرار دهیم، سرعت انجام واکنش افزایش می‌یابد.

* آرایش الکترونی کاتیون در ترکیب یونی واکنش‌دهنده در واکنش (II) به یک زیرلایه با $n + l = 5$ ختم می‌شود.

* اگر در هر دو واکنش یک مول اتم فلزی مصرف شود، اختلاف تعداد اتم‌های فلزی تولید شده در دو واکنش، برابر با $9/03 \times 10^{23}$ اتم خواهد بود.

۲ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

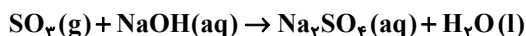
۳ (۱)

۱۲۰- جرم نمونه‌ای از اسکاندیم سولفات که گاز حاصل از تجزیه آن، ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۰۵ مولار NaOH را خنثی می‌کند، به

تقریب کدام است؟ (این نمونه از اسکاندیم سولفات، ۸۰ درصد خالص و بازده درصدی واکنش تجزیه آن ۵۰ درصد است.)



(معادله واکنش‌ها موازنه شود.)



۳/۴۲ (۴)

۴/۲۸ (۳)

۲/۱۳ (۲)

۲/۳۶ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی + تاریخچه صابون + پاکیزگی محیط: صفحه‌های ۱ تا ۱۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- کدام گزینه نادرست است؟

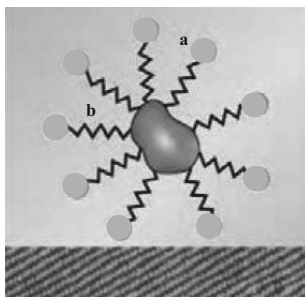
- (۱) اولین استفاده انسان از شوینده‌ها، به چندین سال پس از میلاد برمی‌گردد.
- (۲) مولکول‌های صابون دو بخش قطبی و ناقطبی دارند و بخش ناقطبی آن‌ها چربی‌دوست و آبگریز است.
- (۳) هر اندازه صابون بتواند مقدار بیشتری از آلاینده و چربی را بزداید، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارد.
- (۴) صابون در آب سخت به خوبی کف نمی‌کند، زیرا با یون‌های موجود در آب سخت رسوب تشکیل می‌دهد.

۱۲۲- کدام گزینه درست است؟

- (۱) برای داشتن هوای پاک، محیط بهداشتی و لباس پاکیزه باید آلودگی‌ها را از بین برد.
- (۲) مقدار صابون برخلاف نوع پارچه، نوع آب، نوع صابون و دما روی قدرت پاک‌کنندگی آن تاثیر دارد.
- (۳) ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از بیماری وبا، واکسیناسیون است.
- (۴) با گذشت زمان و افزایش شاخص امید به زندگی، جمعیت افراد بالای ۸۰ سال کاهش یافته است.

۱۲۳- همه عبارت‌های زیر درست‌اند؛ به جز ...

- (۱) پاک‌کننده‌ها و شوینده‌ها نقش پررنگی در سلامت، بهداشت و امید به زندگی ایفا می‌کنند.
 - (۲) به ماده‌ای که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، ماده یا جسم وجود دارد، آلاینده می‌گویند.
 - (۳) شاخص امید به زندگی، میانگین سال‌های زندگی افراد را نشان می‌دهد.
 - (۴) اسیدهای چرب، زنجیرهای بلند کربنی هستند که به گروه‌های هیدروکسیل انتهایی ختم می‌شوند.
- ۱۲۴- شکل روبه‌رو شیوه اتصال مولکول‌های صابون به لکه چربی و فرایند پاک کردن آن را نشان می‌دهد، کدام یک از مطالب زیر



در ارتباط با شکل صحیح است؟

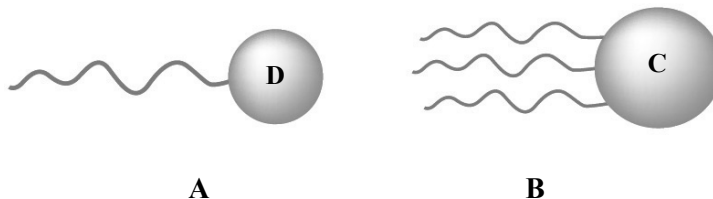
- (۱) در مولکول‌های صابون انتهای a دارای بار منفی و b دارای بار مثبت بوده و قسمت b به لکه چربی متصل می‌گردد.
- (۲) در مولکول صابون انتهای a بدون بار و b دارای بار منفی بوده و از قسمت a ، با لکه چربی جاذبه برقرار می‌کند.
- (۳) در مولکول صابون انتهای a دارای بار منفی و b بدون بار بوده و از قسمت b با لکه چربی جاذبه برقرار می‌کند.
- (۴) در مولکول صابون انتهای a دارای بار مثبت و b دارای بار منفی بوده و از قسمت a با لکه چربی جاذبه برقرار می‌کند.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۲۵- با توجه به شکل‌های زیر چند مورد از جمله‌های زیر درست‌اند؟ (زنجیره هیدروکربنی سیرشده و خطی در هر دو مولکول ۱۷

کربنی است. A و B به ترتیب اسید چرب و استر سنگین هستند.) ($H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1}$)



* مولکول A همانند مولکول B در هگزان حل می‌شود.

* اختلاف جرم مولی A و B، برابر ۶۰۶ گرم بر مول است.

* از سوختن کامل ۸۹ گرم از B، ۲۵۰/۸۸ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط استاندارد تولید می‌شود.

* نیروی غالب بین مولکولی در هر دو مولکول، مشابه نیروی بین مولکولی غالب در مولکولی است که از آن برای پر کردن فنک استفاده می‌کنند.

* شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در بخش C مولکول B، ۳ برابر شمار جفت الکترون‌های پیوندی در بخش D مولکول A است.

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۲

۱۲۶- در یک کارخانه صابون‌سازی اگر روزانه ۴/۸۷۵ کیلوگرم عنصر فلزی در ساختار صابون‌های مایع که در آنها تعداد اتم‌های کربن

زنجیره هیدروکربنی سیرشده برابر ۱۵ است به کار رود، ماهانه (۳۰ روز) چند کیلوگرم صابون تولید می‌شود؟

($O=16, H=1, C=12, Na=23, K=39 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۵۰۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) ۱۶۵۳/۷۵ (۴) ۱۱۰۲/۵

۱۲۷- ۱۶/۷ گرم صابون جامد سیرشده که دارای ۲۰ اتم کربن است را وارد ۴ لیتر آب سخت حاوی منیزیم کلرید کرده‌ایم. در صورتی که پس از مدتی

غلظت نمک خوراکی در این آب به $2/5 \times 10^{-3}$ مولار برسد، چند درصد صابون در تشکیل لکه‌های سفیدرنگ شرکت نکرده است؟

(تغییر حجم محلول را ناچیز در نظر بگیرید؛ $Na=23, C=12, O=16, H=1 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۲۰ (۲) ۸۰ (۳) ۳۰ (۴) ۷۰

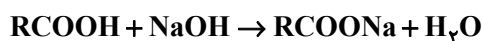


۱۲۸- ۱۰۰ گرم سدیم هیدروکسید ۴۰٪ خالص با مقدار کافی اسید چرب که تعداد کربن‌های زنجیره آلکیل آن برابر ۱۸ است وارد

واکنش می‌شود. اگر حل شدن ۴/۳۲ گرم نمک AB در آب حاصل، محلول سیر شده ایجاد کند، چند گرم صابون در این

واکنش تولید می‌شود و چند گرم سدیم هیدروکسید خالص دست نخورده باقی می‌ماند؟ (انحلال‌پذیری AB در دمای آزمایش،

۳۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.) $(H = 1, O = 16, C = 12, Na = 23 : g.mol^{-1})$



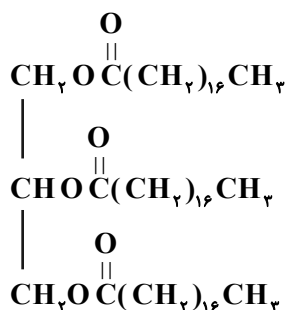
۱۰ ، ۴۸۰ (۴)

۲۰ ، ۲۴۰ (۳)

۱۰ ، ۲۴۰ (۲)

۲۰ ، ۴۸۰ (۱)

۱۲۹- با توجه به ساختار زیر که مربوط به استر سه عاملی موجود در چربی کوهان شتر می‌باشد، چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست اند؟



(آ) تفاوت شمار اتم‌های H در این مولکول با استر سه عاملی موجود در روغن زیتون برابر ۶ است.

(ب) از سوختن کامل دو مول از آن، ۱۱۰ مول آب تولید می‌شود.

(پ) از واکنش هر مول از این استر با مقدار کافی KOH، سه مول صابون جامد با

فرمول $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COO}^-\text{K}^+$ تولید می‌شود.

(ت) در بخش ناقطبی هر مولکول اسیدچرب سازنده این استر ۱۸ اتم کربن وجود دارد.

(ث) از آن می‌توان برای ساخت صابون جامد استفاده کرد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۳۰- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) مولکول‌های سازنده عسل همانند اوره، با تشکیل پیوند هیدروژنی در آب حل می‌شوند.

(۲) در ساختار مواد سازنده چربی، گروه‌های عاملی کربوکسیل و استری می‌توانند وجود داشته باشند.

(۳) از محلول آبی اتیلن گلیکول $(C_2H_4O_2)$ ، به عنوان ضدیخ استفاده می‌شود.

(۴) وازلین، همانند چربی کوهان شتر، در حلال ناقطبی هگزان حل می‌شود.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۱ تا ۲۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- اگر تعداد الکترون‌های X^{2+} ، $n+m+2$ برابر تعداد نوترون‌های E^- باشد، تعداد نوترون‌های Z کدام است؟ (عنصرها فرضی هستند).

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۱۳۲- با توجه به شکل داده شده، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) پرتوی D بیشترین میزان انرژی را میان پرتوهای

رنگی مشخص شده دارد.

(۲) رنگ پرتوی A مشابه رنگ شعله سبکترین عنصر

دوره دوم جدول دوره‌های عنصرها است.

(۳) رنگ پرتوی C از رنگ‌هایی است که در طیف نشری

خطی اتم هیدروژن وجود دارد و می‌توان همین طیف را

در لیتیم نیز یافت که هر دو دارای یک طول موج

می‌باشند.

(۴) میزان انحراف پرتوی B هنگام عبور از منشور کمتر از میزان انحراف پرتوی D و بیشتر از میزان انحراف پرتوی A است.

۱۳۳- با توجه به اطلاعات جدول زیر، اگر جرم مولی ترکیب یونی حاصل از لیتیم و کلر برابر با $44/42 \text{ g.mol}^{-1}$ باشد، درصد فراوانی

ایزوتوپ سنگین تر کلر کدام است و چند ترکیب لیتیم کلرید با جرم مولی متفاوت می‌تواند وجود داشته باشد؟ (مقدار عددی

جرم اتمی و جرم مولی را یکسان در نظر بگیرید).

${}^7\text{Li}$	${}^6\text{Li}$	${}^{37}\text{Cl}$	${}^{35}\text{Cl}$	ایزوتوپ
۹۴	۶	f_2	f_1	درصد فراوانی

۴، ۲۵ (۱)

۴، ۷۵ (۲)

۳، ۲۵ (۳)

۳، ۷۵ (۴)

۱۳۴- عدد جرمی X^{2+} برابر ۱۰۷ است. اگر تعداد الکترون‌های این یون $\frac{3}{4}$ تعداد نوترون‌ها باشد. عدد اتمی آن کدام است؟

- ۴۵ (۱) ۴۹ (۲) ۴۷ (۳) ۴۳ (۴)

۱۳۵- یک مول از هر کدام از رادیوایزوتوپ‌های فرضی A و B با نیم عمرهای به ترتیب ۳۰ و ۶۰ دقیقه در اختیار است. اگر پس از گذشت

۴ ساعت، جرم (برحسب گرم) باقی‌مانده رادیوایزوتوپ A با جرم (برحسب گرم) تجزیه شده رادیوایزوتوپ B برابر باشد،

نسبت جرم مولی A به جرم مولی B کدام است؟

- ۱۲۰ (۱) ۲۴۰ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۳۶- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) درصد فراوانی عناصر مشترک دو سیاره در مشتری کمتر از درصد فراوانی آن‌ها در زمین است.
- (۲) عناصرها به‌طور ناهمگون در جهان هستی توزیع شده‌اند.
- (۳) با گذشت زمان و افزایش دما، گازهای هیدروژن و هلیوم متراکم شده و مجموعه‌هایی گازی به نام سحابی را ایجاد می‌کنند.
- (۴) یک نمونه طبیعی لیتیم، مخلوطی از دو ایزوتوپ (هم‌مکان) است و با افزایش عدد جرمی، پایداری آن‌ها افزایش می‌یابد.
- ۱۳۷- اگر نسبت شمار ذره‌های زیراتمی باردار غالب در ترکیبی با فرمول شیمیایی « HXO_4^- » به شمار پروتون‌ها در « PF_6^- » برابر با « $\frac{17}{33}$ » باشد، عنصر X کدام یک از عناصر زیر می‌تواند باشد؟ (^1_1H , $^{16}_8\text{O}$, $^{31}_{15}\text{P}$, $^{19}_9\text{F}$) (تمامی ترکیبات فرض می‌شود که پایدار است و امکان تشکیل آن‌ها وجود دارد).

$^{31}_{15}\text{P}$ (۴)	$^{35}_{17}\text{Cl}$ (۳)	$^{32}_{16}\text{S}$ (۲)	$^{28}_{14}\text{Si}$ (۱)
--------------------------	---------------------------	--------------------------	---------------------------

۱۳۸- چند مورد از ویژگی‌های زیر در ایزوتوپ‌های یک عنصر مشابه است؟

- پایداری در طبیعت
- موقعیت در جدول دوره‌ای
- شمار ذره‌های زیراتمی خنثی
- عدد جرمی
- فعالیت شیمیایی
- نقطه ذوب و جوش
- چگالی

۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
-------	-------	-------	-------

۱۳۹- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- بیش از ۲۲ درصد عناصر موجود در جدول تناوبی ساختگی هستند.
- یون یدید با یونی که حاوی تکنسیم است، اندازه مشابهی دارد و به همین دلیل از تکنسیم برای درمان غده تیروئید استفاده می‌کنند.
- جرم فراوان‌ترین ایزوتوپ هیدروژن کمتر از جرم یک نوترون است.
- تعداد نوترون‌ها در هسته اتم نخستین عنصر ساخته شده در راکتور هسته‌ای، ۱۴ واحد بیشتر از تعداد پروتون‌های آن است.

۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
-------	-------	-------	-------

- ۱۴۰- عنصر فرضی A دارای ۳ ایزوتوپ ^{46}A ، ^{48}A و ^{49}A می‌باشد که مجموع درصد فراوانی سبک‌ترین و سنگین‌ترین ایزوتوپ آن به اندازه ۲۰٪ از فراوانی ایزوتوپ با جرم متوسط آن بیشتر است. اگر در یک نمونه $523/5$ گرمی از ترکیب مولکولی AF_3 ، $1025 \times 1/204$ اتم وجود داشته باشد، نسبت درصد فراوانی ایزوتوپ ^{49}A به درصد فراوانی ایزوتوپ ^{46}A کدام است؟

(جرم اتمی با عدد جرمی یکسان فرض شود. $F = 19 \text{ g.mol}^{-1}$)

۰/۶۶ (۴)	۰/۳۳ (۳)	۰/۵ (۲)	۱ (۱)
----------	----------	---------	-------

آزمون هوش و استعداد
(دورث دوم)
۳ مرداد

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان زاده اصفهانی
ویراستار	فاطمه راسخ
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون خواه
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، سپهر حسن خان پور، فرزاد شیرمحمدلی
حروف چینی و صفحه آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

استعداد تحلیلی

۳۰ دقیقه

۲۵۱- کدام وسیله متفاوت است؟

- (۱) کورنومتر
 (۲) فشارسنج
 (۳) ذره بین
 (۴) ترازو

۲۵۲- نسبت تخته سیاه به وایت بورده، شبیه است به نسبت میان دو واژه‌ی کدام گزینه؟

- (۱) مداد، پاک کن
 (۲) کتاب، دفتر
 (۳) گچ، ماژیک
 (۴) پاک کن، تراش

۲۵۳- مفهوم عبارت زیر کدام است؟

«فراء نحوی»، معلم دو فرزند مأمون بود. و هر زمان که برمی‌خاست، هر یک از آن دو به سرعت یک لنگ کفش وی را می‌نهاد. مأمونشان چنین دستور داده بود.

- (۱) احترام گذاشتن به معلم
 (۲) سخت گیری معلم بر دانش آموزان
 (۳) ترس دانش آموز از معلم
 (۴) دوستی معلم با دانش آموزان

۲۵۴- طبق متن زیر معنای واژه‌ی «دعوی» به کدام گزینه نزدیکتر است؟

«آدمی باید اخذ علم از حضرت استاد کند، بعد از آن دعوی تعلیم و ارشاد، نه آن که استاد ندیده خود را استاد ببند و از کس نیاموخته آموزگار کسان گردد.»

- (۱) ادعا
 (۲) آموخته
 (۳) نبرد
 (۴) خیرخواهی

* بر اساس متن زیر - برگرفته از کتاب اصول و مبانی سیاست، نوشته‌ی علیرضا حیدری و سمیه ذوالفقاری، به سه پرسش بعدی پاسخ دهید.

مشروعیت یکی از مهمترین مفاهیم در علم سیاست و به معنای پذیرش و مقبولیت از سوی مردم است. ماکس وبر سه نوع مشروعیت را مطرح می‌کند: مشروعیت سنتی که بر پایه‌ی هنجارها و سنت‌های تاریخی استوار است، مشروعیت کارزماتیک که از نفوذ و ویژگی‌های استثنایی شخصیتی یک رهبر ناشی می‌شود، و مشروعیت قانونی عقلانی که به ساختارهای حقوقی و نهادهای دموکراتیک وابسته است. در جوامع مدرن، مشروعیت قانونی عقلانی بیشترین اهمیت را دارند زیرا قوانین و نهادهای سیاسی تعیین کننده‌ی قدرت هستند. اما در دوران بحران، مشروعیت کارزماتیک می‌تواند نقش بیشتری پیدا کند، زیرا مردم در این دوران به دنبال رهبری مقتدر برای خروج از بحران هستند. هابز و لاک نیز نظرات متفاوتی درباره مشروعیت دارند. هابز معتقد بود که برای جلوگیری از هرج و مرج، مردم باید قدرت مطلق را به حاکم واگذار کنند. در مقابل جان لاک بر این تصور بود که اگر حکومت حقوق طبیعی مردم را نقض کند، مشروعیت خود را از دست می‌دهد و مردم حق تغییر آن را دارند. بحران مشروعیت زمانی رخ می‌دهد که حاکمیت نتواند رضایت عمومی را حفظ کند. این بحران می‌تواند ناشی از فساد، ناکارآمدی، سرکوب و یا نارضایتی اجتماعی باشد و در صورت شدت یافتن ممکن است به سقوط بینجامد.

۲۵۵- کدام مورد از نظریات ماکس وبر در متن بالا برمی‌آید؟

- (۱) مشروعیت کارزماتیک یک رهبر، آینده‌ی آرمانی تری را برای آن حاکمیت نوید می‌دهد.
 (۲) در تعیین مشروعیت سنتی حاکمان در گذشته‌های دور، کاریزمای رهبران عامل مؤثری محسوب نمی‌شود.
 (۳) تعیین کننده بودن قوانین و نهادهای سیاسی در جوامع مدرن، به تأثیر مشروعیت قانونی عقلانی در مشروعیت حاکم می‌افزاید.
 (۴) در جوامع مدرن، برتری کارزماتیک یک شخص بر شخص دیگر، عامل تأثیرگذاری در مشروعیت او نخواهد بود.

۲۵۶- بر اساس دیدگاه جان لاک، مردم چه زمانی حق تغییر حکومت را دارند؟

(۱) زمانی که حکومت مشروعیت کاریزماتیک خود را از دست بدهد.

(۲) هنگامی که حکومت حقوق طبیعی مردم را نقض کند.

(۳) وقتی که حکومت در اجرای قوانین دچار مشکل شود.

(۴) اگر بحران‌های امنیتی و مشکلات اقتصادی فراوان باشد.

۲۵۷- متن برای پاسخگویی به کدام پرسش(ها) اطلاعات کافی را در اختیار مخاطب می‌گذارد؟

الف) کاریزمای یک رهبر، چگونه بر قدرت او در عبور از بحران‌های اجتماعی و سیاسی می‌افزاید؟

ب) چه نمونه رفتارهایی ممکن است عامل کاهش رضایت عمومی و بحران مشروعیت یک حکومت باشد؟

ج) ماکس وبر چه ارزشی برای نقش هنجارها و سنت‌های تاریخی در مشروعیت یک حاکم امروزی برمی‌شمارد؟

(۱) فقط الف (۲) الف، ب

(۳) فقط ب (۴) ب، ج

* بر اساس متن زیر به سه پرسش بعدی پاسخ دهید. حالت‌های خاص جدایی، چندهمسری، و ... را در نظر بگیرید و بهترین گزینه را انتخاب کنید.

در روزگار ملک‌شاه سلجوقی، کُردی بازرگان و فاضل می‌زیست که نام وی «ظهیرالدین رازی» بود و ۵ فرزند داشت، سه پسر و دو دختر با نام‌های حسن، یعقوب، سلمان، زهره و مه‌پاره. حسن زنی از مردم بلخ را به همسری گرفت و صاحب دو پسر شد. سلمان دختری از طبرستان را به همسری گرفت و صاحب دختری شد. یعقوب نیز با خواهر زن سلمان وصلت نمود. زهره را به همسری، به پسر دایی مادرش دادند. مه‌پاره نیز با برادر زن حسن وصلت کرد و مادر دو دختر شد.

۲۵۸- نسبت پسر بزرگ حسن با فرزند یعقوب چیست؟

(۱) پسر عموی اوست. (۲) هم پسرعمه و هم پسردایی اوست.

(۳) پسرعمه‌ی اوست. (۴) هم پسرعمو و هم پسرخاله‌ی اوست.

۲۵۹- پسر کوچک حسن چه نسبتی با دختر بزرگ مه‌پاره دارد؟

(۱) پسر دایی اوست. (۲) هم پسردایی و هم پسرعمه‌ی اوست.

(۳) پسر خاله‌ی اوست. (۴) هم پسرعمو و هم پسرخاله‌ی اوست.

۲۶۰- اگر پسر بزرگ حسن، با دختر برادر زن سلمان ازدواج کند، زن یعقوب چه نسبت جدیدی با او خواهد یافت؟

(۱) زن دایی همسر اوست. (۲) خاله‌ی همسر اوست.

(۳) زن عموی همسر اوست. (۴) عمه‌ی همسر اوست.

* بر اساس اطلاعات زیر، به چهار پرسش بعدی پاسخ دهید.

اصغر، اکبر، امیر و امین، چهار برادر یک خانواده‌اند که اسامی آنان به ترتیب الفبا نوشته شده است. بزرگترین فرزند ۲۲ سال دارد و سه فرزند دیگر به ترتیب

۲۰، ۱۷ و ۱۴ سال دارند و هر کدام پیراهنی به یکی از رنگ‌های زرد، سبز، قرمز و آبی به تن کرده است. یکی از این افراد یک کمر بند، یکی دیگر یک

کراوات و یک نفر دیگر یک پاپیون نیز دارد. می‌دانیم:

امیر که کراوات ندارد، بزرگترین فرزند نیست و زرد نیز پوشیده است.

آن که پاپیون دارد، پیراهنش آبی است و کوچکترین فرزند نیست.

فقط یک نفر از آن که کراوات دارد بزرگتر است که او هم قرمز پوشیده است.

امین کوچکترین فرزند است. بزرگترین فرزند که اصغر نیست، کمر بند دارد.

آن که نه کمر بند دارد، نه کراوات و نه پاپیون، قرمز پوشیده است.

۲۶۱- چه کسی کراوات زده است؟

(۱) اصغر (۲) اکبر

(۳) امیر (۴) امین

۲۶۲- آن که پاپیون زده است، پیراهنی به چه رنگ دارد؟

(۱) زرد (۲) سبز

(۳) آبی (۴) قرمز

۲۶۳- آن که کمر بند دارد چند سال دارد؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۷

(۳) ۲۰ (۴) ۲۲

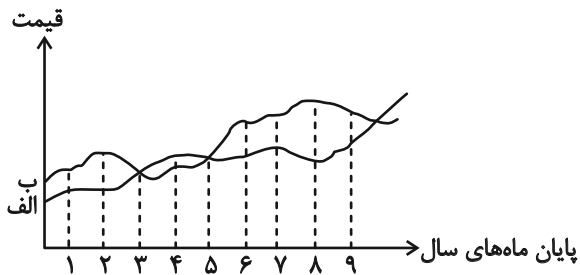
۲۶۴- با داده‌های بالا، کدام مورد به طور قطع معلوم نمی‌شود؟

(۱) سن امیر (۲) رنگ پیراهن اکبر

(۳) سن اصغر (۴) رنگ پیراهن امین

۲۶۵- میانگین وزنی قیمت تمام شده محصولات کارخانه را «الف» و میانگین وزنی قیمت فروش محصولات آن را «ب» می‌نامیم. کدام گزینه

درباره محصولات این کارخانه نادرست است؟ نمودار بر اساس پایان نه ماه نخست سال رسم شده است.



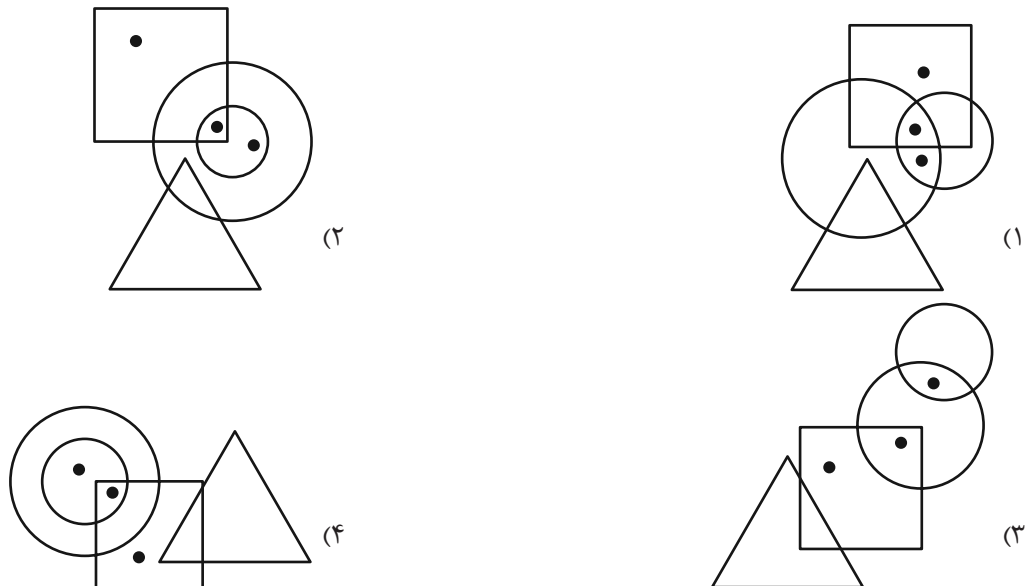
(۱) در دو ماهه نخست فصل تابستان، کارخانه در ضرر بوده است.

(۲) پرسودترین فصل سال برای کارخانه، فصل بهار بوده است.

(۳) در اوایل فصل زمستان، کارخانه تدریجاً زیان ده شده است.

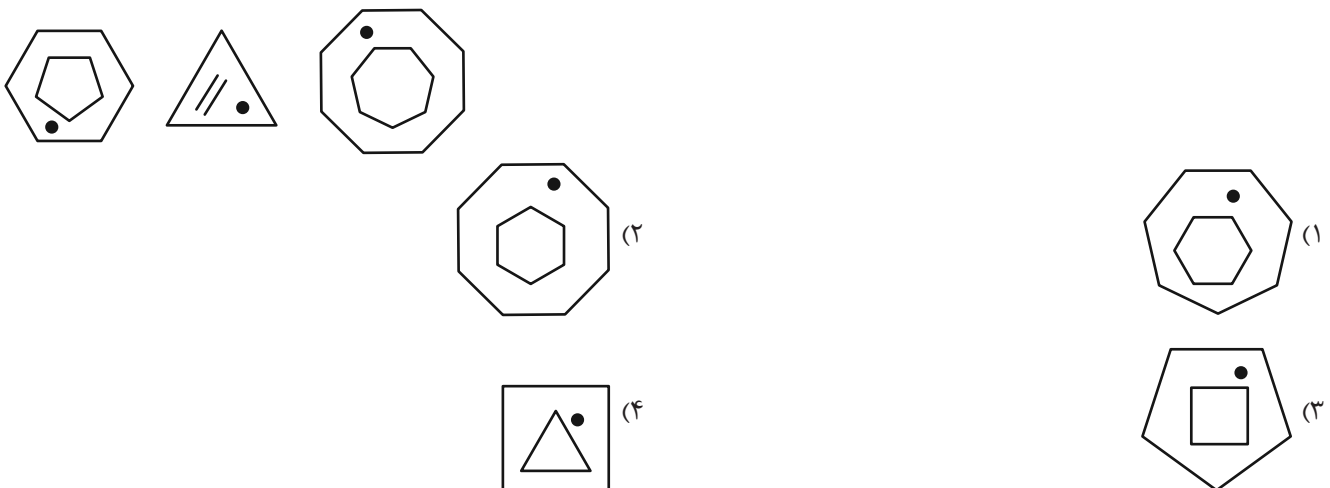
(۴) در فصل پاییز، کارخانه سوددهی داشته است.

۲۶۶- موقعیت نقطه‌ها نسبت به دیگر شکل‌ها، در کدام گزینه متفاوت است؟

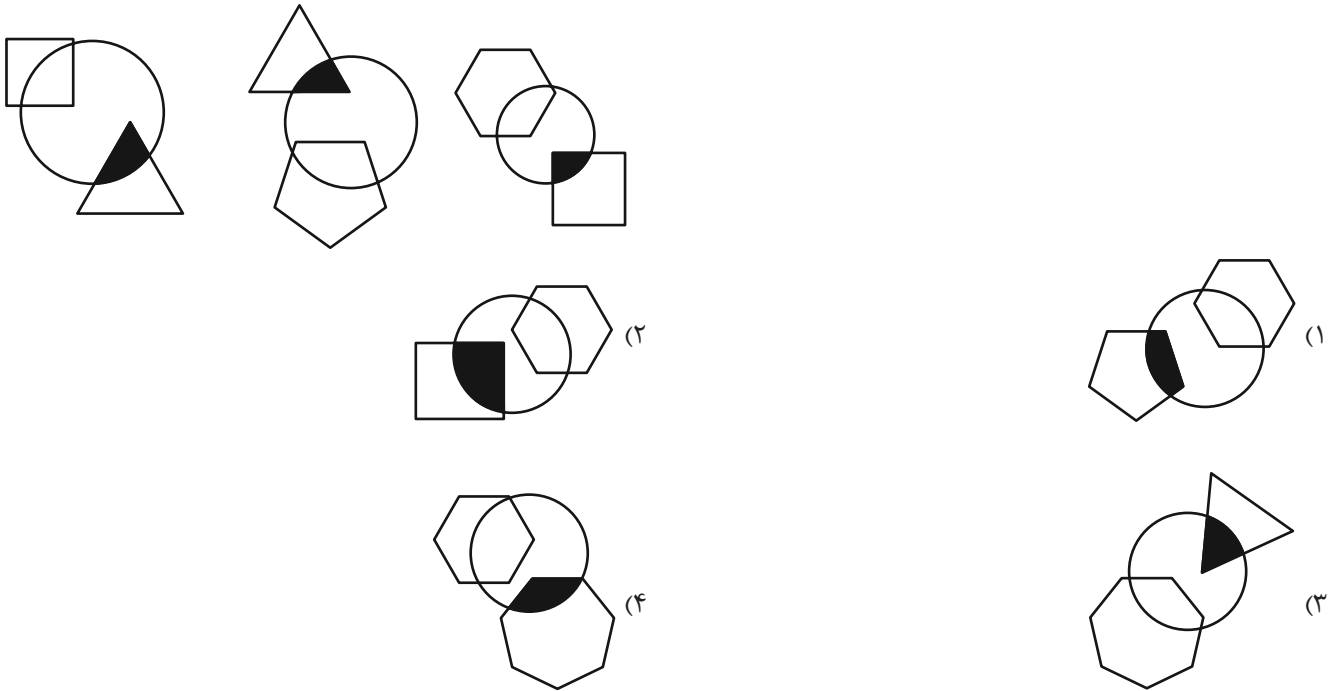


* در دو سؤال پرسش بعدی تعیین کنید کدام گزینه با شکل‌های صورت سؤال تفاوت بیش‌تری دارد.

۲۶۷-

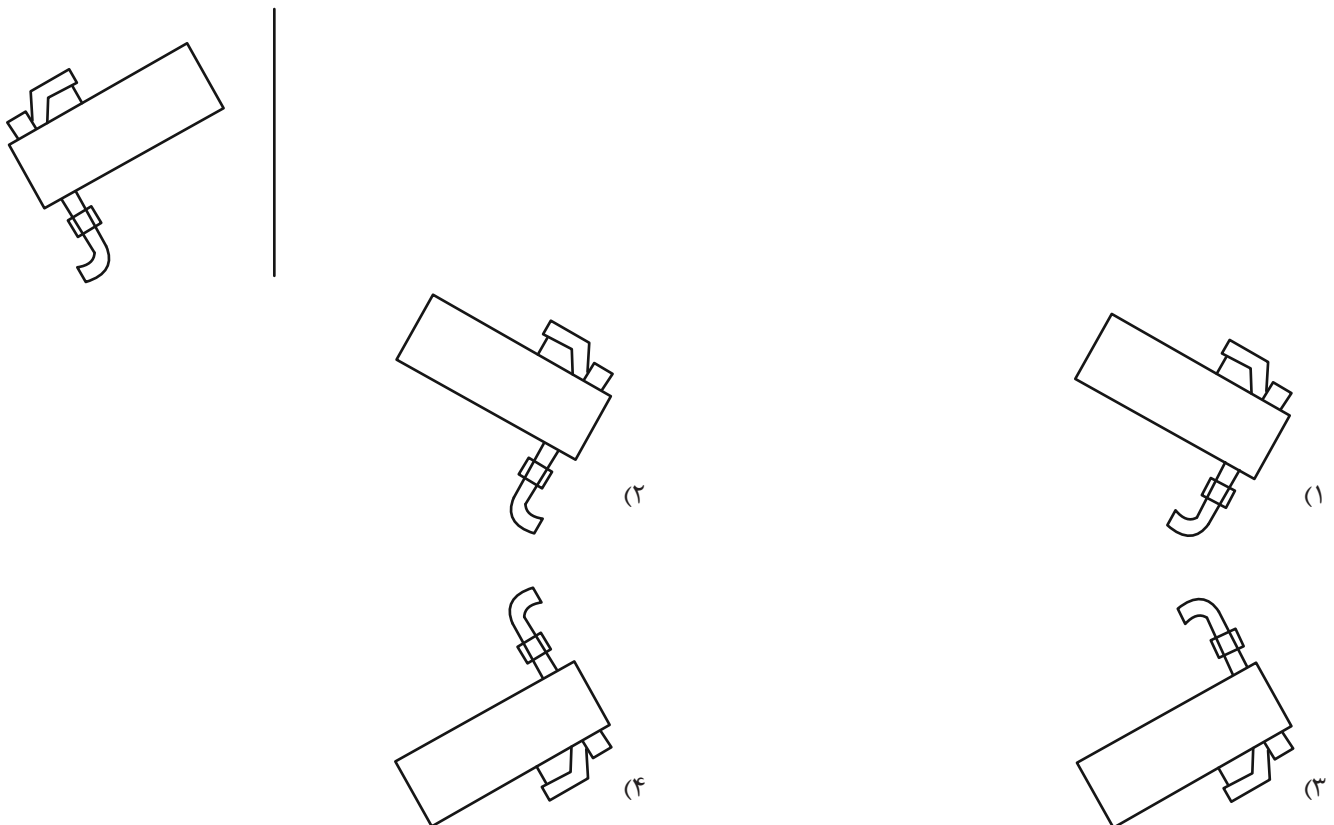


-۲۶۸

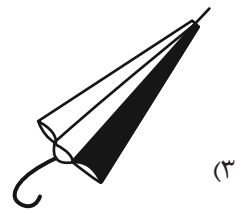
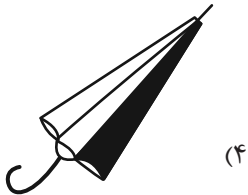
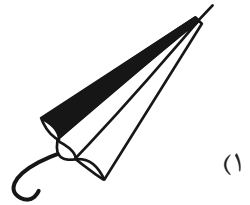
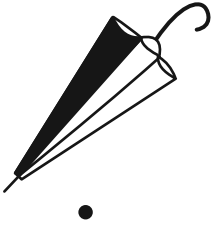


* در دو پرسش بعدی، تعیین کنید کدام گزینه تقارنِ مدنظر را نسبت به خط یا نقطه معلوم شده، بهتر کامل می‌کند.

-۲۶۹

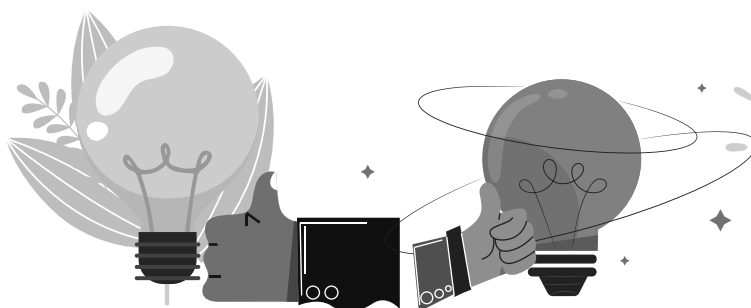
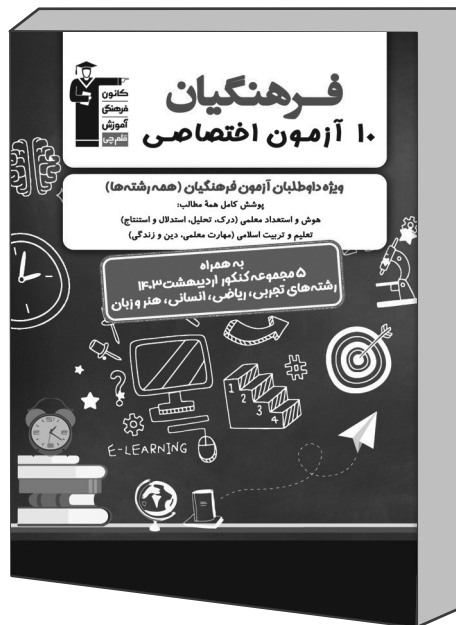


۲۷۰-



منابع مناسب هوش و استعداد

دوره دوم





آزمون ۳ مرداد ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	محمد مصطفی ابراهیمی - کاظم اجاللی - محمد بحیرایی - میثم بهرامی جویا - حسین پور اسماعیل - محمد ابراهیم توننده جانی - عادل حسینی - بهرام حلاج - افشین خاصه خان - عاطفه خان محمدی - وحید راحتی - میلاد سجادی لاریجانی - علی اصغر شریفی - پویان پهرانیان - حمید علیرزاده - آریسن غلامی راد - احسان غنی زاده - حمید مام قادی - سید سپهر متولیان - مصطفی محمدپور - مجتبی نادری - غلامرضا نیازی - جهان بخش نیکنام
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - علی ایمانی - رضا بخشنده - محبوبه بهادری - جواد حاتمی - حسین حاجیلو - سید محمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - محمد خندان - کیوان دارابی - یاسین سپهر - محمد طاهر شعاعی - رضا عباسی اصل - فرشاد فرامرزی - پژمان فرهادیان - امیر محمد کریمی - مهرداد ملوندی - داریوش ناظمی - محمد هجری - امیر وفائی - سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - رضا توکلی - سعید جعفری کافی - آباد - سید محمد رضا حسینی فرد - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سید وحید ذوالفقاری - فرهاد صابر - مرتضی فهیم علوی - امیر محمد کریمی - نیلوفر مهدوی
فیزیک	سعید اردم - معصومه افضلی - زهره آقامحمدی - شهرام آموزگار - امیر حسین برادران - میلاد حسینی - محمد علی راست پیمان - بهنام رستمی - فرشید رسولی - مهدی زمان زاده - هاشم زمانیان - سعید شرق - محمد رضا شریفی - علی عاقلی - پوریا علاقه مند - سیواش فارسی - مصطفی کیانی - محمد گودرزی - علیرضا گونه - امیر احمد میر سعید - سید ملیحه میر صالحی - حسام نادری - حسین ناصحی - مهدی یوسفی
شیمی	حامد اسماعیلی - امیر علی پر خوردار یون - محمد رضا پور جاوید - حمید ذبیحی - سهند راحمی پور - جعفر رحیمی - فرزاد رضایی - روزبه رضوانی - سید رضا رضوی - مبینا شرافتی پور - امیر حسین طیبی - رسول عابدینی زواره - محمد عظیمیان زواره - محمد کوهستانیان - علیرضا کیانی دوست - حسن لشکری - محمد حسن محمدزاده مقدم - سالار ملکی - امین نوروزی - سید رحیم هاشمی دهکردی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیر تر کمپور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب فرزاد حلاج مقدم احسان پنجه شاهی
مسئول درس	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت کار - مهسا محمدنیا - فرشته کمرانی - احسان میرزینی مهدی صالحی پرهام مهر آرا				

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



$$t_1 = \tan \alpha, t_2 = \cot \alpha$$

$$S_{\text{جدید}} = t_1 + t_2 = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= \frac{1}{P} = \frac{1}{\frac{2\sqrt{2}}{9}} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$P_{\text{جدید}} = t_1 t_2 = \tan \alpha \cot \alpha = 1$$

$$\text{جدید معادله: } x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{9\sqrt{2}}{2}x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 9\sqrt{2}x + 4 = 0$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

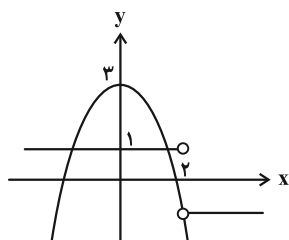
(مهم‌مصطفی ابراهیمی)

۴- گزینه «۲»

نمودار دو تابع $f(x) = \frac{|x-2|}{2-x}$ و $g(x) = 3-x^2$ را در یک دستگاه

مختصات رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{|x-2|}{2-x} = \begin{cases} -1, & x > 2 \\ 1, & x < 2 \end{cases}$$



توابع f و g در ۲ نقطه متقاطع‌اند، پس معادله ۲ جواب دارد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۴ و ۱۳ تا ۱۲)

(عمید علیزاده)

۵- گزینه «۲»

$$A \xrightarrow[v]{10 \text{ km}} B \xrightarrow[v+2]{24 \text{ km}} C$$

سرعت موتور سرعت ماشین

$$t_{AB} + t_B + t_{BC} = 3/5 \quad \xrightarrow{x=vt \Rightarrow t=\frac{x}{v}}$$

توقف ساعت

$$\frac{10}{v} + 0/5 + \frac{24}{v+2} = 3/5 \Rightarrow \frac{10}{v} + \frac{24}{v+2} = 3 \xrightarrow{\times v(v+2)}$$

$$10v + 20 + 24v = 3v(v+2) \Rightarrow 3v^2 - 28v - 20 = 0$$

$$\Rightarrow v = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{28 \pm 32}{6} \Rightarrow \begin{cases} v = 10 \\ v = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

غ ق ق

$$\Rightarrow \frac{\text{سرعت ماشین}}{\text{سرعت موتور}} = \frac{v+2}{v} = \frac{12}{10} = 1/2$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

حسابان ۱

۱- گزینه «۲»

(آرین غلامی‌راد)

مجموع جملات نهم تا یازدهم برابر است با:

$$a_9 + a_{10} + a_{11} = S_{11} - S_8$$

$$\begin{cases} S_{11} = 22 \times 52 = 1144 \\ S_8 = 16 \times 37 = 592 \end{cases} \Rightarrow S_{11} - S_8 = 552$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۲- گزینه «۳»

(مجتبی نازری)

می‌دانیم مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی از

$$\text{فرمول } S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \text{ به دست می‌آید که در آن } a_1 \text{ جمله اول و } q$$

قدرنسبت است. داریم:

$$\begin{cases} S_8 = \frac{a_1(1-q^8)}{1-q} = 765 \\ S_9 = \frac{a_1(1-q^9)}{1-q} = 45 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{S_8}{S_9} = \frac{\frac{a_1(1-q^8)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^9)}{1-q}} = \frac{765}{45}$$

$$\Rightarrow \frac{1-q^8}{1-q^9} = 17 \Rightarrow \frac{(1-q^4)(1+q^4)}{1-q^9} = 17 \Rightarrow 1+q^4 = 17$$

$$\Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow q = \pm \sqrt[4]{16} = \pm 2$$

$$q = 2$$

دنباله صعودی است، لذا $q > 1$ است.

$$S_9 = 45 \Rightarrow \frac{a_1(1-2^9)}{1-2} = 45 \Rightarrow -15a_1 = -45 \Rightarrow a_1 = 3$$

$$S_9 = \frac{3(1-2^9)}{1-2} = \frac{3(1-512)}{-1} = 1533$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۳- گزینه «۴»

(عمید علیزاده)

با فرض $\sin \alpha = x_1$ و $\cos \alpha = x_2$ رابطه $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

برقرار است و در نتیجه داریم: $x_1^2 + x_2^2 = 1$

$$9x^2 - 3(1+2\sqrt{2})x + k\sqrt{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{a} = \frac{1+2\sqrt{2}}{3} \\ P = \frac{c}{a} = \frac{k\sqrt{2}}{9} \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = 1 \Rightarrow \frac{1+8+4\sqrt{2}}{9} - \frac{2\sqrt{2}k}{9} = 1$$

$$\Rightarrow 9+4\sqrt{2}-2\sqrt{2}k=9 \Rightarrow k=2 \Rightarrow P = \frac{2\sqrt{2}}{9}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 3a-2 > 5 \Rightarrow a > \frac{7}{3} \\ 3a-2 < -5 \Rightarrow a < -1 \end{cases}$$

بنابراین مجموعه جواب برابر با $\mathbb{R} - [-1, \frac{7}{3}]$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

(مقیبی نادر)

۹- گزینه «۳»

چون A و B دو سر قطر دایره‌اند، بنابراین وسط پاره‌خط AB مرکز دایره است.

$$\begin{cases} A(a, 2a+1) \\ B(2, 3) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{مرکز دایره}} O\left(\frac{a+2}{2}, \frac{2a+1+3}{2}\right) = \left(\frac{a+2}{2}, \frac{2a+4}{2}\right)$$

نقطه O روی نیمساز ناحیه‌های اول و سوم قرار دارد، یعنی روی خط $y = x$ واقع است، پس طول و عرض نقطه O با هم برابرند.

$$y = x \Rightarrow \frac{2a+4}{2} = \frac{a+2}{2} \Rightarrow 2a+4 = a+2 \Rightarrow a = -2$$

لذا مختصات مرکز دایره عبارت است از: $O(0, 0)$

و حال فاصله نقطه $O(0, 0)$ از خط $x - 2y + 1 = 0$ را به دست می‌آوریم:

$$d = \frac{|1 \times 0 - 2 \times 0 + 1|}{\sqrt{1+4}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۹ و ۳۶)

(جهانپیش نیکنام)

۱۰- گزینه «۱»

مثلث در رأس A قائمه می‌باشد. پس شیب AB و AC، قرینه و معکوس همدیگر هستند.

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{2k-6}{4} = \frac{k-3}{2} \\ m_{AC} = \frac{4}{2-k} \end{cases} \Rightarrow \frac{k-3}{2} = \frac{k-2}{4} \Rightarrow k = 4$$

$$\Rightarrow B(6, 5), C(4, -1)$$

مساحت مثلث ABC به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$AB = \sqrt{(5-3)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{20}$$

$$AC = \sqrt{(-1-3)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{20}$$

$$S = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{20} \times \sqrt{20} = 10$$

(مسایان ۱- فیبر و معادله: صفحه‌های ۲۹ و ۳۶)

(امسان غنی زاده)

۶- گزینه «۲»

$$\sqrt{x+7} + 6\sqrt{x} = 2 + \sqrt{x+3}$$

$$\xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان دو}} x + 6\sqrt{x} + 7 = 4 + 4\sqrt{x+3} + x + 3$$

$$\Rightarrow x + 6\sqrt{x} + 7 = x + 4\sqrt{x+3} + 7$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{x} = 4\sqrt{x+3} \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان دو}} 36x = 16x + 48$$

$$\Rightarrow 20x = 48 \Rightarrow x = 2.4$$

$$\xrightarrow{x=2.4} \frac{\sqrt{5x+4}}{2+\sqrt{15x}} = \frac{\sqrt{16}}{2+\sqrt{36}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۰ و ۲۲)

(مقیبی نادر)

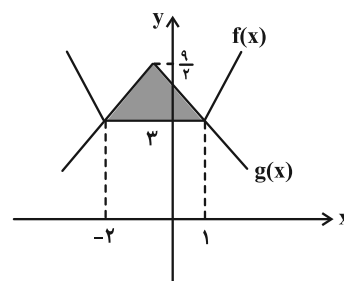
۷- گزینه «۴»

نمودار توابع f و g را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

$$f(x) = |x-1| + |x+2| = \begin{cases} -x+1-x-2, & x \leq -2 \\ -x+1+x+2, & -2 < x < 1 \\ x-1+x+2, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x-1, & x \leq -2 \\ 3, & -2 < x < 1 \\ 2x+1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = -|x+\frac{1}{2}| + \frac{9}{2} = \begin{cases} -x+4; & x \geq -\frac{1}{2} \\ x+5; & x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} (1 - (-2)) \times (\frac{9}{2} - 3) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۸)

(عادل مسینی)

۸- گزینه «۴»

$$|2x+1| + |3a-2| = 5 \Rightarrow |2x+1| = 5 - |3a-2|$$

شرط آن که معادله فوق جواب نداشته باشد، این است که عبارت سمت

راست منفی باشد:

$$5 - |3a-2| < 0 \Rightarrow 5 < |3a-2|$$



حسابان ۲

۱۱- گزینه «۲»

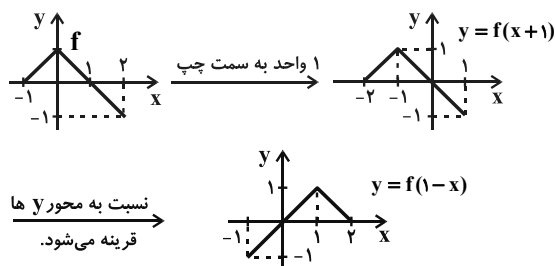
(شمیر مام قارری)

$f(-x) = f(x)$ به این معناست که اگر نمودار تابع f را نسبت به محور x ها قرینه کنیم، نمودار به دست آمده منطبق بر نمودار تابع f می شود. بنابراین تنها گزینه ای که این شرایط را دارد گزینه «۲» است.

(حسابان ۲- مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۲)

۱۲- گزینه «۲»

(میلاد سبازی لاریجانی)



(حسابان ۲- مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۲)

۱۳- گزینه «۱»

(سیرسپهر متولیان)

فرض می کنیم مختصات A' به صورت $A'(x_0, y_0)$ باشد:

$$\begin{cases} x_0 = 5 - 2 = 3 \\ y_0 - 5 = -3 \Rightarrow y_0 = 2 \end{cases}$$

پس $A'(3, 2)$ است. حال مقادیر OA ، OA' و AA' را به دست

$$OA = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

می آوریم:

$$OA' = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$AA' = \sqrt{(3-2)^2 + (2-(-3))^2} = \sqrt{26}$$

طبق عکس قضیه فیثاغورس، $\triangle OAA'$ قائم الزاویه بوده و مساحت آن از رابطه

$$S = \frac{1}{2} OA \times OA' = \frac{13}{2}$$

زیر به دست می آید:

(حسابان ۲- صفحه ۱۰)

۱۴- گزینه «۳»

(علی اصغر شریفی)

قرینه نسبت به خط $y = x$ یعنی همان وارون کردن:

$$y = \sqrt{x-1}; y \geq 0 \Rightarrow y^2 = x-1 \Rightarrow y^2 + 1 = x$$

جای x و y را عوض می کنیم:

$$y = x^2 + 1 \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = (x-3)^2 + 1; x \geq 3$$

$$\xrightarrow{\text{انبساط عمودی}} y = 2(x-3)^2 + 2$$

$$y = 10 \Rightarrow 10 = 2(x-3)^2 + 2$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 & \checkmark \\ x = 1 & \times \end{cases}$$

(حسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)

۱۵- گزینه «۴»

(کاظم اجلالی)

تابع f ابتدا نسبت به محور x ها قرینه و عرض نقاط آن در مقدار مثبت $|a|$ ضرب شده است. سپس نمودار حاصل ۲ واحد به راست و ۲ واحد به بالا منتقل شده است و نمودار g حاصل شده است.

$$g(x) = a|x-b|+c = a|x-2|+2 \Rightarrow b=2, c=2$$

از طرفی مختصات نقطه $(\frac{1}{3}, 0)$ در ضابطه باید صدق کند:

$$0 = a|\frac{1}{3}-2|+2 \Rightarrow a = -\frac{2}{\frac{5}{3}} = -\frac{6}{5} \Rightarrow ab+c = -6+2 = -4$$

(حسابان ۲- مشابه کار در کلاس صفحه ۷)

۱۶- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می کنیم:

$$g(x) = \sqrt{9x+18} = \sqrt{9(x+2)} = 3\sqrt{x+2}$$

بنابراین برای رسم نمودار تابع $g(x) = 3\sqrt{x+2}$ از روی نمودار تابع

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

داده، سپس عرض هر نقطه را ۳ برابر کرده تا نمودار تابع

$$g(x) = 3\sqrt{x+2} = \sqrt{9x+18}$$

(حسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)



۱۷- گزینه «۲»

(جوابش نیکنام)

ابتدا دامنه تابع $y = f(2x+1)$ را بدست می آوریم:

$$D_f = [-2, 5] \Rightarrow -3 \leq 2x+1 \leq 5$$

$$\Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_{y=f(2x+1)} = D_{y=g(-2x+2)} = [-2, 2]$$

دامنه تابع g برابر است با:

$$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -6 \leq -3x \leq 6 \Rightarrow -4 \leq -3x+2 \leq 8$$

$$\Rightarrow D_g = [-4, 8]$$

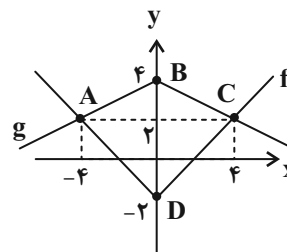
(مسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)

۱۸- گزینه «۳»

(افشین فاضله خان)

ابتدا نمودار تابع f را رسم می کنیم.برای رسم نمودار تابع g ، طول هر نقطه تابع f باید دو برابر شود و عرض هر

نقطه قرینه شده و سپس ۲ واحد اضافه گردد.

مختصات نقاط A و C به صورت زیر به دست آمده اند:

$$|x| - 2 = -\left|\frac{x}{2}\right| + 4 = -\frac{1}{2}|x| + 4 \Rightarrow |x| = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = -4 \\ x_C = 4 \end{cases}, y_A = y_C = 2$$

قطرهای چهارضلعی $ABCD$ بر هم عمودند و مساحت آن برابر نصف

حاصل ضرب اندازه قطرهایست.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

(مسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)

۱۹- گزینه «۴»

(پویان طهرانیان)

خط $x = \frac{1}{3}$ محور تقارن سهمی $y = 3x^2 - 2x + 1$ است $(x = -\frac{b}{2a})$ ، پس با تقارن نسبت به این خط، ضابطه و نمودار تابعتغییری نمی کند. حال ۲ واحد به سمت x های منفی انتقال می دهیم:

$$y = 3(x+2)^2 - 2(x+2) + 1 = 3x^2 + 10x + 9$$

و سپس این تابع را با خط $y = 1 - 4x$ تقاطع می دهیم:

$$3x^2 + 10x + 9 = 1 - 4x \Rightarrow 3x^2 + 14x + 8 = 0$$

$$= (3x+2)(x+4) = 0 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = -4$$

(مسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)

۲۰- گزینه «۲»

(افشین فاضله خان)

برای رسم نمودار تابع g ، نمودار تابع f را یک واحد به چپ می بریم، طول و عرض

نقاط آن را در ۲- ضرب می کنیم و در نهایت ۳ واحد به بالا انتقال می دهیم.

پس برای به دست آوردن دامنه g ، بازه $[-1, 3]$ را یک واحد به چپمی بریم تا به $[-2, 2]$ تبدیل شود و سپس مقادیر این بازه را در ۲- ضربمی کنیم تا به $[-4, 4]$ تبدیل شود.

$$\Rightarrow D_g = [-4, 4]$$

برای برد هم می توانیم بنویسیم:

$$1 \leq f(1 - \frac{x}{2}) \leq 5 \Rightarrow -1 \leq -2f(1 - \frac{x}{2}) \leq -2$$

$$\Rightarrow -7 \leq g(x) = 3 - 2f(1 - \frac{x}{2}) \leq 1 \Rightarrow R_g = [-7, 1]$$

$$\Rightarrow D_g - R_g = [-4, 4] - [-7, 1] = (1, 4]$$

(مسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)



ریاضی ۱

گزینه «۴» - ۲۱

(عسین پور اسماعیل)

$$\begin{aligned} \left[-\frac{1}{2}, \frac{16}{3}\right] - \mathbb{W} &= \left[-\frac{1}{2}, \frac{16}{3}\right] - \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \\ &= \left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup (0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 3) \cup (3, 4) \cup (4, 5) \cup \left(5, \frac{16}{3}\right] \end{aligned}$$

که حداقل از ۷ بازه جدا از هم تشکیل شده است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۵)

گزینه «۳» - ۲۲

(محمدرضا بصیری)

$$\begin{aligned} \begin{cases} n(U) = 50 \\ n(A') = 20 \end{cases} &\Rightarrow n(A) = 50 - 20 = 30 \\ \Rightarrow n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= n(A) + n(B - A) = 30 + 7 = 37 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

گزینه «۳» - ۲۳

(مصطفی ممدپور)

$$A = \{1, 9, 81, \dots\} \text{ و } B = \{0, 1, 4, 9, 16, \dots\} \Rightarrow A \subseteq B$$

مجموعه‌های $A \cup B = B$ ، $A \cap B = A$ و A' نامتناهی هستند.مجموعه $A - B = \emptyset$ متناهی است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۵ تا ۷)

گزینه «۱» - ۲۴

(محمدرضا ابراهیم تونزنده‌یانی)

در هر دنباله حسابی اختلاف هر جمله با جمله قبلیش برابر قدرنسبت است.

$$a_{\Delta}^2 + a_{\gamma}^2 = a_{\epsilon}^2 + a_{\lambda}^2 + 10$$

$$\Rightarrow (a_{\epsilon}^2 - a_{\Delta}^2) + (a_{\lambda}^2 - a_{\gamma}^2) = -10$$

$$\Rightarrow (a_{\epsilon} - a_{\Delta})(a_{\epsilon} + a_{\Delta}) + (a_{\lambda} - a_{\gamma})(a_{\lambda} + a_{\gamma}) = -10$$

$$\Rightarrow 4(a_{\epsilon} + a_{\Delta}) + 4(a_{\lambda} + a_{\gamma}) = -10$$

$$\Rightarrow a_{\Delta} + a_{\epsilon} + a_{\gamma} + a_{\lambda} = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

گزینه «۱» - ۲۵

(مینح پورامی‌میوا)

تعداد کل دایره (به صورت مستطیل) $1 \times 1, 2 \times 3, 3 \times 5, \dots, n(2n-1)$

$$\text{تعداد دایره رنگی (به صورت مثلث)} = \frac{n(n+1)}{2} \xrightarrow{n=10} \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

$$\text{تعداد دایره‌های سفید} = n(2n-1) - \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\xrightarrow{n=10} 10 \times 19 - \frac{10 \times 11}{2} = 135$$

$$\Rightarrow \frac{\text{رنگی}}{\text{سفید}} = \frac{55}{135} = \frac{11}{27}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

گزینه «۲» - ۲۶

(وید رافتی)

$$3x - 2, \underbrace{-2x + 14}_{\text{واسطه حسابی}}, 5x + 6 \Rightarrow 2(-2x + 14) = 3x - 2 + 5x + 6$$

$$\Rightarrow -4x + 28 = 8x + 4 \Rightarrow 24 = 12x \Rightarrow x = 2$$

$$16, 10, 4, \dots \Rightarrow a_1 + (n-1)d > -38$$

$$\Rightarrow 16 - 6(n-1) > -38 \Rightarrow 6n < 60 \Rightarrow n < 10$$

پس ۹ جمله این دنباله، بزرگ‌تر از -۳۸- می‌باشند.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)



$$\Delta OAH : \tan 45^\circ = \frac{AH}{x} = 1 \Rightarrow AH = x$$

$$\Delta OBH : \tan 60^\circ = \frac{BH}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow BH = x\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AB = x\sqrt{3} - x = x(\sqrt{3} - 1) = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{\sqrt{3} - 1} = 6(\sqrt{3} + 1)$$

$$\text{مقدار جابه‌جایی} = 6(\sqrt{3} + 1) - 6 = 6\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(عاطفه خان‌محمدری)

گزینه «۴» - ۳۰

$$\frac{\cos 60^\circ \times \cot 45^\circ}{1 + \tan 30^\circ \times \tan 60^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \times 1}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + 1} = \frac{1}{4}$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1) \frac{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ} = \frac{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\frac{2}{3}} = \sqrt{3}$$

$$2) \frac{\cos 60^\circ \times \cot 30^\circ}{2 \sin 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \times \sqrt{3}}{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3) \frac{1 - 2 \sin^2 30^\circ}{\cos^2 45^\circ} = \frac{1 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

$$4) \frac{\sin 60^\circ \times \sin 30^\circ}{\tan 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{4}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(کظم اجلالی)

گزینه «۱» - ۲۷

اگر جملات دنباله هندسی به صورت $a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, a_1q^4, \dots$

باشند، باید طبق فرض سوال a_1q, a_1q^2, a_1q^4 سه جمله متوالی یک

دنباله حسابی باشند. بنابراین:

$$2a_1q^2 = a_1q + a_1q^4$$

$$\Rightarrow 2q^2 = q + q^4 \Rightarrow q^4 - 2q^2 + q = q(q^3 - 2q + 1) = 0$$

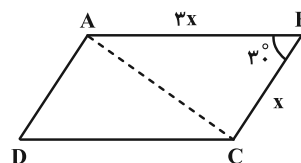
$$\xrightarrow{q \neq 0} (q^3 - 2q + 1) = (q - 1)(q^2 + q - 1) = 0$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(غلامرضا نیازی)

گزینه «۴» - ۲۸

ابتدا یک شکل فرضی مناسب برای سوال رسم می‌کنیم:



$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ADC} \Rightarrow S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = 2S_{\Delta ABC}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} (x)(3x) \sin 30^\circ$$

$$S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = 3x^2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

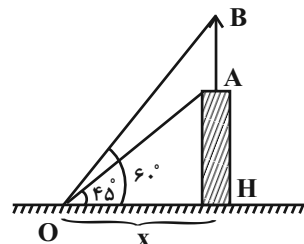
$$\Rightarrow \text{محیط} = 2(x + 3x) = 8x = 16\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(بهرام علاج)

گزینه «۲» - ۲۹

با رسم شکل برای موقعیت نهایی فرد داریم:





هندسه ۲

۳۱- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

فرض کنید $\widehat{AD} = 3x$ باشد. در این صورت داریم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} = 3x \Rightarrow \widehat{AB} = \frac{1}{3} \widehat{AD} = x$$

AC قطر دایره است، بنابراین داریم:

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow x + 3x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 4x = 180^\circ \Rightarrow x = 45^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{3 \times 180^\circ}{2} = 270^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۳۲- گزینه «۴»

(مهم فخران)

$$\widehat{BTC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow 110^\circ = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} = 220^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BTC} = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

فرض کنید $\widehat{AT} = x$ ، $\widehat{TC} = z$ و $\widehat{BT} = y$ باشد. در این صورت داریم:

$$\widehat{B} = 3\widehat{A} \Rightarrow \frac{z}{y} = 3x \Rightarrow z = 6x \quad (1)$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BT} - \widehat{TC}}{2} \Rightarrow \frac{y - z}{2} = x \Rightarrow y - z = 2x$$

$$\xrightarrow{(1)} y - 6x = 2x \Rightarrow y = 8x$$

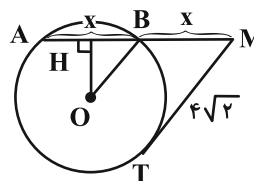
$$\widehat{BT} + \widehat{TC} = 140^\circ \Rightarrow 8x + 6x = 140^\circ \Rightarrow 14x = 140^\circ$$

$$\Rightarrow x = 10^\circ \Rightarrow y = 8 \times 10^\circ = 80^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۳۳- گزینه «۲»

(مهردار ملوندی)

با توجه به فرض سؤال $AB = BM = x$ و $MT = 4\sqrt{2}$ ، در نتیجه طبق

روابط طولی در دایره داریم:

$$MB \cdot MA = MT^2 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow AB = x = 4$$

از مرکز دایره، عمود OH را بر وتر AB فرود می‌آوریم. داریم:

$$BH = \frac{AB}{2} = 2, OB = R = 2\sqrt{17}$$

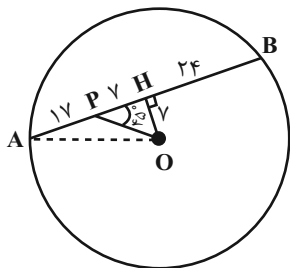
$$\xrightarrow{\text{پیتاگورس}} OH = \sqrt{OB^2 - BH^2} = \sqrt{68 - 4} = 8$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳، ۱۸ و ۱۹)

۳۴- گزینه «۱»

(سید محمدرضا حسینی‌فرد)

از مرکز دایره عمود OH را بر وتر AB رسم می‌کنیم نقطه H وسط وتر است و داریم:



$$AH = BH = \frac{31 + 17}{2} = 24 \Rightarrow PH = 7$$

همچنین مثلث OPH قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس داریم:

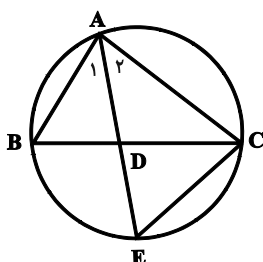
$$OH = PH = 7$$

$$\Rightarrow AO = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه ۱۳)

۳۵- گزینه «۳»

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)



$$\widehat{A_1} = \widehat{BCE} = \frac{\widehat{BE}}{2} \xrightarrow{\widehat{A_1} = \widehat{A_2}} \widehat{A_2} = \widehat{BCE}$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A_2} = \widehat{BCE} \\ \widehat{E} = \widehat{E} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \triangle AEC \sim \triangle DEC \Rightarrow \frac{DE}{CE} = \frac{CE}{AE}$$

$$\Rightarrow AE \times DE = CE^2 \quad (1)$$

حال طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AD \times DE = BD \cdot DC \quad (2)$$

با کم کردن طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$DE^2 = CE^2 - BD \cdot DC$$

(امیر وفائی)

۳۶- گزینه «۳»

$$\triangle ABD : AB = AD \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{B} \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{BAC} = \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ (زاویه ظلی)} \\ \widehat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ (زاویه محاطی)} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{D} \xrightarrow{(*)} \widehat{BAC} = \widehat{B} \xrightarrow{\triangle ABC} BC = AC = 10$$



(رضا بشنره)

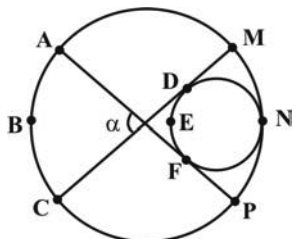
گزینه «۴» - ۳۹

با فرض $\widehat{MNP} = 102^\circ$ و $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = x$ ، مطابق شکل داریم:

$$\alpha = \frac{\widehat{ABC} + \widehat{MNP}}{2} \Rightarrow 2\alpha = x + 102^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\widehat{DNF} - \widehat{DEF}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{(260^\circ - x) - x}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 180^\circ - x \quad (2)$$



با جمع طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$2\alpha + \alpha = (x + 102^\circ) + (180^\circ - x) \Rightarrow 3\alpha = 282^\circ \Rightarrow \alpha = 94^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(میبویه بپادری)

گزینه «۱» - ۴۰

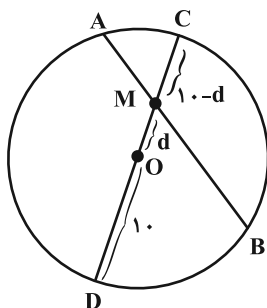
مطابق شکل فرض کنید $DM = \sqrt{3}CM$ باشد. در این صورت طبق روابط طولی برای دو وتر متقاطع درون دایره داریم:

$$AM \times BM = CM \times DM \Rightarrow \sqrt{3}CM \times BM = CM \times \sqrt{3}CM$$

$$\Rightarrow BM = \frac{\sqrt{3}}{2}CM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}AM = \frac{\sqrt{3}}{4}AM$$

$$AB = 11 \Rightarrow AM + BM = 11 \Rightarrow AM + \frac{\sqrt{3}}{4}AM = 11$$

$$\Rightarrow \frac{11}{4}AM = 11 \Rightarrow AM = 4 \Rightarrow BM = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 = \sqrt{3}$$



حال طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AM \cdot BM = MC \cdot MD = (10 - d)(10 + d) = 100 - d^2$$

$$\Rightarrow 4 \times \sqrt{3} = 100 - d^2 \Rightarrow d^2 = 72 \Rightarrow d = 6\sqrt{2}$$

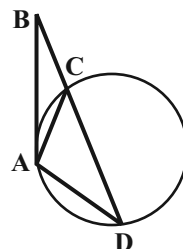
(هنر سه ۲- دایره: صفحه ۱۸)

طبق رابطه طولی در دایره داریم:

$$AB^2 = BC \times BD \Rightarrow 256 = 10 \times BD$$

$$\Rightarrow BD = 25.6 \Rightarrow CD = 15.6$$

$$\Delta ACD \text{ محیط} = 15.6 + 10 + 16 = 41.6$$



(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه «۳» - ۳۷

(داریوش ناظمی)

$$\hat{E} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} - \widehat{BC} = 2x \quad (1)$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{DC} + \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{DC} + \widehat{BC} = 6x \xrightarrow{\widehat{DC} = 2x} \widehat{BC} = 4x \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \widehat{AD} = 6x$$

$$\widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow 12x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 15^\circ$$

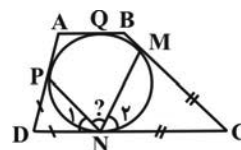
(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

گزینه «۲» - ۳۸

(مهوراد ملونری)

چون ABCD دوزنقه است، پس:

$$\hat{D} = 180^\circ - \hat{A} = 70^\circ, \hat{C} = 180^\circ - \hat{B} = 40^\circ$$



می‌دانیم اگر از نقطه‌ای خارج دایره، دو مماس بر آن دایره رسم کنیم، طول

دو مماس با هم برابر است. پس:

$$\begin{cases} DP = DN \Rightarrow \hat{N}_1 = \frac{180^\circ - \hat{D}}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ \\ CM = CN \Rightarrow \hat{N}_2 = \frac{180^\circ - \hat{C}}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{MNP} = 180^\circ - (\hat{N}_1 + \hat{N}_2) = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)



هندسه ۳

۴۱- گزینه «۲»

(افشین فاضله‌فان)

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \Rightarrow A + B + C = A + \frac{1}{4}A - 4A$$

$$= \frac{-5}{4}A = -\frac{5}{4} \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + B + C = \text{مجموع درایه‌های} = \frac{-5}{4} \times 3a = \frac{-15}{4} \Rightarrow a = 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow B = \frac{1}{4}I$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۴۲- گزینه «۴»

(امیرمهر کریمی)

$$AB = \begin{bmatrix} 2\alpha + 1 & 1 \\ 1 & \beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha & 2\alpha + 1 \\ 1 - \beta & 1 \end{bmatrix}$$

می‌دانیم در ماتریس قطری تمام درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی برابر با صفر هستند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 2\alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha^2 + \alpha\beta = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \\ 1 - \beta = 0 \Rightarrow \beta = 1 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۱۸)

۴۳- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

یک ماتریس مربعی، قطری است هرگاه تمام درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی

آن برابر صفر باشند، بنابراین داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+2a & -4+a \\ b-2 & -2b-1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{قطری}} \begin{cases} -4+a=0 \Rightarrow a=4 \\ b-2=0 \Rightarrow b=2 \end{cases}$$

$$AC = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & 5 \\ 2 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2c+8 & 10+4d \\ 2c-2 & 10-d \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{قطری}} \begin{cases} 10+4d=0 \Rightarrow d=-2/5 \\ 2c-2=0 \Rightarrow c=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b+c+d=4+2+1-2/5=4/5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

۴۴- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

چون ماتریس A، ماتریسی قطری است، پس درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی

آن برابر صفر هستند. داریم:

$$2b+1=0 \Rightarrow 2b=-1 \Rightarrow b=-\frac{1}{2}$$

$$a-2b=0 \Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1$$

با جای‌گذاری مقادیر a و b در ماتریس A داریم:

$$A = \begin{bmatrix} c^2-1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times A = \begin{bmatrix} (c^2-1)^2 & 0 \\ 0 & 3^2 \end{bmatrix}$$

ماتریس A × A، ماتریسی اسکالر است، پس درایه‌های واقع بر قطر اصلی

آن برابر یکدیگرند:

$$(c^2-1)^2 = (3)^2 \Rightarrow \begin{cases} c^2-1=3 \Rightarrow c^2=4 \Rightarrow \begin{cases} c=2 \\ c=-2 \end{cases} \\ c^2-1=-3 \Rightarrow c^2=-2 \quad \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow \max(a+c) = -1+2=1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)



۴۵- گزینه «۴»

(یاسین سپهر)

دو ماتریس هم مرتبه با هم برابرند هرگاه درایه های نظیر به نظیر برابر داشته باشند. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$y - 3 = t + 1 \xrightarrow{y=3} t + 1 = 0 \Rightarrow t = -1$$

$$-t + 1 = z \xrightarrow{t=-1} z = 2$$

با توجه به مقادیر به دست آمده داریم:

$$x + y + z + t = 8$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه ۱۳)

(مشابه مثال صفحه ۱۳)

۴۶- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} + 2X = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2X = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2X = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

بنابراین حاصل جمع درایه های ماتریس X، برابر ۶ است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

۴۷- گزینه «۳»

(سرژ یقازاریان تبریزی)

$$\begin{cases} c_{21} = 2a_{21} - b_{21} \Rightarrow c_{21} = 2(3) - a = 6 - a \\ c_{22} = 2a_{22} - b_{22} \Rightarrow c_{22} = 2m - (-1) = 2m + 1 \end{cases} \xrightarrow{c_{21}=c_{22}} 2m + a = 5$$

$$\begin{cases} c_{11} = 2a_{11} - b_{11} \Rightarrow c_{11} = 2(a-1) - (-a) = 3a - 2 \\ c_{22} = 2a_{22} - b_{22} \Rightarrow c_{22} = 2(-1) - 2 = -4 \end{cases} \xrightarrow{c_{11}=c_{22}} a = 2$$

$$2m + a = 5 \xrightarrow{a=2} m = \frac{3}{2} \Rightarrow a - 2m = -1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

۴۸- گزینه «۲»

(امیرمحمدر کریمی)

$$\begin{bmatrix} \cos^2 22/5^\circ & \sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ \\ -\sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ & \cos^2 22/5^\circ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin^2 22/5^\circ & -\sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ \\ \sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ & \sin^2 22/5^\circ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2 22/5^\circ + \sin^2 22/5^\circ & 0 \\ 0 & \cos^2 22/5^\circ + \sin^2 22/5^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

۴۹- گزینه «۱»

(محمدر هجری)

$$\begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 + y & xy + x \\ xy + y & y^2 + x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 12 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$$

$$(x^2 + y) - (y^2 + x) = (x^2 - y^2) - (x - y)$$

$$= (x - y)(x + y - 1) = 18 - 8 = 10 \quad (1)$$

$$(xy + x) - (xy + y) = x - y = 12 - 10 = 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 2(x + y - 1) = 10$$

$$\Rightarrow x + y - 1 = 5 \Rightarrow x + y = 6$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{حال داریم:}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۷ تا ۱۹)

۵۰- گزینه «۴»

(یاسین سپهر)

ماتریس A را به صورت زیر تشکیل می دهیم:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(1) - 2 & 2 + 3 & 3 + 3 \\ 2 + 1 + 1 & 2(2) - 2 & 3 + 3 \\ 3 + 1 + 1 & 3 + 2 + 1 & 2(3) - 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \text{مجموع درایه های}$$

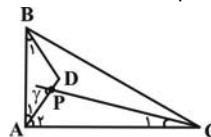
(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۰ و ۱۱)

(مشابه مثال صفحه ۱۱)

هندسه ۱

۵۱- گزینہ «۴»

با توجه به شکل و فرض داریم:



$$\hat{A} = \gamma \hat{C} = \lambda \cdot \circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \lambda \cdot \circ \\ \hat{C} = \gamma \cdot \circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 1\lambda^{\circ} - (\hat{A} + \hat{C}) = 9^{\circ}$$

چون نقطه D روی عمود منصف AB واقع است، پس $AD = DB$ و

مثلاً ABD متساوی الساقین است و $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ ، بنابراین:

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \frac{18^\circ - \hat{ADB}}{2} = \frac{18^\circ - 13^\circ}{2} = 2.5^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_r = \hat{A} - \hat{A}_1 = 1^\circ - 25^\circ = 55^\circ$$

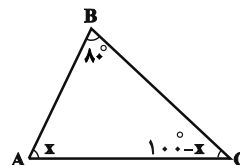
$$\hat{C}_1 = \frac{\hat{C}}{\gamma} = \frac{r_{\circ}^{\circ}}{\gamma} = r_{\circ}^{\circ}$$

$$\Rightarrow \text{زاویہ خارجی: } \gamma = \hat{A}_2 + \hat{C}_1 = 55^\circ + 20^\circ = 75^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۵۲- گزینہ «۳»

(رضا عباسی، اصل)



فرض کنیم $\hat{A} = x$ باشد، در این صورت مطابق شکل $x - 100^\circ = \hat{C}$ است و طبق فرض داریم:

$$BC > AB \Rightarrow \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow x > 100^\circ - x \Rightarrow 2x > 100^\circ \Rightarrow x > 50^\circ$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} \min(x) = \Delta^1 \circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلاال: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۵۳- گزینہ «۴»

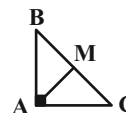
(کیوان دارا یی)

بین اندازه‌های اضلاع داده شده رابطه فیثاغورس برقرار است:

$$(1Y)^r = (1\Delta)^r + \Lambda^r$$

بنابراین مثلث قائم الزاویه است. پس رأس قائمه محل هم‌رسی ارتفاع‌ها و نقطه وسط وتر محل هم‌رسی عمود منصف‌ها است. فاصله مورد نظر برابر می‌شود با:

$$AM = \frac{BC}{2} = \frac{17}{2} = 8.5$$



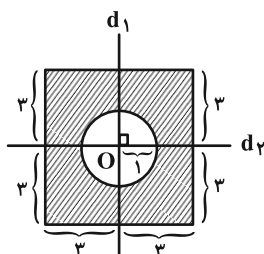
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۵۴- گزینہ «۳»

(فرشاد فرامرز)

نقاطی که از یک خط داده شده به فاصلهٔ ۳ واحد باشند، دو خط به موازات آن و به فاصلهٔ ۳ واحد در دو طرف آن می‌باشند؛ بنابراین نقاط واقع در بین این دو خط فاصله‌ای کمتر از سه واحد تا خط اولیه دارند. از طرفی، مجموعهٔ نقاطی که فاصلهٔ آن‌ها تا نقطهٔ O، بیشتر از یک واحد باشد، نقاط خارج دایره‌ای به مرکز O و شعاع یک واحد هستند. دو خط به موازات هر یک از خطوط d_1 و d_2 و به فاصلهٔ ۳ واحد از آن‌ها و همچنین دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۱ واحد رسم می‌کنیم. نقاط واقع در ناحیهٔ بین آن‌ها، جواب مسئله هستند. داریم:

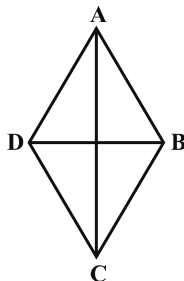
$$S_{\text{هاشوخو، دوه}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{دايره}} = 6^2 - \pi \times 1^2 = 36 - \pi$$



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۵۵- گزینہ «۴»

(اسم مفعول)



لوزی ABCD را مطابق شکل در نظر بگیرید. به گونه‌ای که طول اضلاع آن برابر ۸ و طول قطر AC برابر ۲۰ باشد. در این صورت در مثلث ABC داریم:

$$AB + BC = ۸ + ۸ = ۱۶, AC = ۲۰ \Rightarrow AB + BC < AC$$

بنابراین چنین مثلثی قابل رسم نیست (طبق اصل نامساوی مثلثی) و در نتیجه لوزی ABCD قابل رسم نمی‌باشد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۰، ۱۱، ۱۵ و ۱۶)

۵۶- گزینہ «۴»

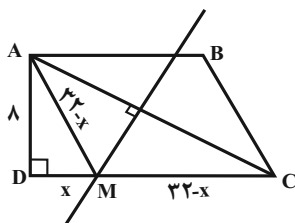
(یثمان فخر ہادیان)

طول اضلاع مثلث باید در نامساوی مثلثی صدق کند. داریم:

$$2x - 2 + x + y > x + 2 \Rightarrow x > -\frac{y}{2}$$

$$x + 7 + x + 2 > 2x - 2 \Rightarrow 9 > -2: \text{بدیہی}$$

$$2x - 2 + x + 2 > x + 7 \Rightarrow x > 3/5$$



$$AM^2 = AD^2 + DM^2 \Rightarrow (32 - x)^2 = 64 + x^2$$

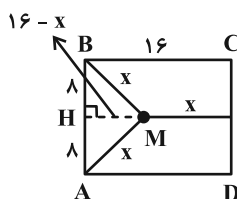
$$1024 - 64x = 64 \Rightarrow x = \frac{960}{64} = 15$$

(هنر سه ۱: ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(کیوان داریی)

۶۰- گزینه «۲»

فرض کنید نقطه M واقع بر عمود منصف ضلع AB، به فاصله برابر از رئوس A و B و ضلع CD قرار دارد. اگر این فاصله را با x نمایش دهیم، مطابق شکل داریم:



$$\triangle MHB : BM^2 = BH^2 + HM^2 \Rightarrow x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 64 + 256 + x^2 - 32x$$

$$\Rightarrow 32x = 320 \Rightarrow x = 10$$

با توجه به شکل، مساحت مثلث BMD به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_{BMD} = |S_{BMC} + S_{CMD} - S_{BCD}|$$

$$\Rightarrow S_{BMD} = \left| \frac{16 \times 8}{2} + \frac{10 \times 16}{2} - \frac{16 \times 16}{2} \right|$$

$$\Rightarrow S_{BMD} = |64 + 80 - 128| = 16$$

(هنر سه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۸)

بنابراین مقادیر قابل قبول برای x، به صورت $x > 3/5$ است.

$$\text{محیط مثلث} = x + 7 + 2x - 2 + x + 2 = 4x + 7$$

$$x > 3/5 \Rightarrow 4x > 12 \Rightarrow 4x + 7 > 21$$

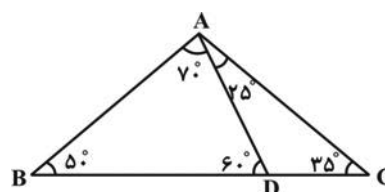
پس تنها عدد ۲۲ در بین گزینه‌ها می‌تواند محیط این مثلث باشد.

(هنر سه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۵۷- گزینه «۲»

(معمدطاهر شعاعی)

مثلث ABC به صورت زیر می‌شود:



گزینه «۲»: در مثلث ABD، $\hat{BAD} > \hat{BDA}$ ، پس $BD > AB$.

سایر گزینه‌ها صحیح‌اند:

گزینه «۱»: $\triangle ABC : \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$

گزینه «۳»: $\triangle ACD : \hat{ADC} > \hat{C} \Rightarrow AC > AD$

گزینه «۴»: $\triangle ABD : \hat{BAD} > \hat{B} \Rightarrow BD > AD$

(هنر سه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۵۸- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومنبوب)

عکس قضیه شرطی گزینه «۱» عبارت است از: «اگر دو ضلع و یک زاویه مثلثی با دو ضلع و یک زاویه مثلثی دیگر برابر باشد این دو مثلث هم‌نهشتند». واضح است که این موضوع در حالت کلی صحیح نیست، پس عبارت مورد نظر نمی‌تواند یک قضیه شرطی باشد.

(هنر سه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۵۹- گزینه «۱»

(پوار فاطمی)

چون M روی عمود منصف AC قرار دارد پس از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است (MA = MC). با فرض $DM = x$ داریم $AM = MC = 32 - x$ و

لذا در مثلث قائم‌الزاویه ADM طبق قضیه فیثاغورس داریم:



آمار و احتمال

۶۱- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومضوب)

مطابق جدول ارزش گزاره‌های p ، q و r داریم:

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در ۳ حالت از جدول، ارزش گزاره

 $(p \vee q) \Rightarrow r$ ، نادرست است.راه حل دوم: ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ وقتی نادرست است که r نادرست و $p \vee q$ درست باشد. ارزش گزاره r در ۴ حالت نادرست است.ارزش $p \vee q$ در ۳ حالت از ۴ حالت ارزش گزاره‌های p و q درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۵ تا ۹)

۶۲- گزینه «۲»

(مرتضی فعیم‌علوی)

می‌دانیم که عکس نقیض هر گزاره، با آن گزاره معادل است. عکس نقیض

گزاره صورت سؤال به شکل زیر است:

$$\sim (x \leq -3 \vee x \geq 3) \Rightarrow \sim (x^2 \leq 9)$$

$$\equiv (x > -3 \wedge x < 3) \Rightarrow x^2 > 9$$

$$\equiv (-3 < x < 3) \Rightarrow x^2 > 9$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۶۳- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومضوب)

گزینه «۱»: معادله $\frac{x^2-9}{x+3} = x-3$ به ازای $x \neq -3$ و در نتیجه برایهمه اعضای مجموعه A ، صحیح است. پس این گزاره سوری درست است.

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \in A \\ x = -6 \end{cases} \quad \text{گزینه «۲»}$$

در نتیجه این گزاره سوری درست است.

گزینه «۳»

$$|3-x| < 2 \Rightarrow |x-3| < 2 \Rightarrow -2 < x-3 < 2 \Rightarrow 1 < x < 5$$

بنابراین نامساوی به ازای $x=1$ برقرار نیست و در نتیجه گزاره سوری

نادرست است.

گزینه «۴»

$$x^2 \geq x \Rightarrow x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x(x-1) \geq 0 \Rightarrow (x \leq 0) \vee (x \geq 1)$$

چون همه اعضای A بزرگ‌تر یا مساوی ۱ هستند. پس گزاره درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۶۴- گزینه «۳»

(مرتضی فعیم‌علوی)

طبق جدول ارزش گزاره‌ها، اگر $r \equiv [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$ و $s \equiv [(q \Rightarrow p) \Rightarrow q]$ باشند، آنگاه داریم:

p	q	$q \Rightarrow p$	r	s	$r \wedge s$
د	د	د	د	د	د
د	ن	د	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	ن

همان‌طور که مشاهده می‌شود، گزاره مورد نظر هم‌ارز منطقی با گزاره q است.حال طبق قانون جذب داریم: $q \wedge (p \vee q) \equiv q$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۶۵- گزینه «۱»

(مرتضی فعیم‌علوی)

فرض کنید مجموعه A دارای m عضو و مجموعه B دارای n عضو باشد.

در این صورت داریم:

$$2^m = 16 \times 2^n \Rightarrow 2^m = 2^{n+4} \Rightarrow m = n + 4$$

$$2^{m+1} - 2^{n+3} = 192 \Rightarrow 2^{m+1} - 2^{m-1} = 192$$

$$\Rightarrow 2^{m-1}(4-1) = 192 \Rightarrow 2^{m-1} = 64 \Rightarrow m = 7$$



بنابراین نقیض گزاره صورت سؤال، عبارت است از:

$$\exists x \in \mathbb{R}; x \leq 2 \vee x \geq 5$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

(امیرمسین ابومحبوب)

۶۹- گزینه «۱»

اگر گزاره‌های p و q درست باشند، آن‌گاه گزاره $p \Leftrightarrow \sim q$ نادرست بوده

و داریم:

با بررسی گزینه‌ها، مقدار سه عبارت (۲)، (۳) و (۴) برابر ۱ می‌شود که رد

خواهند شد و مقدار عبارت (۱) برابر صفر خواهد بود:

$$\text{گزینه (۱): } 1 \times (1-1) + (1-1) \times 1 = 0$$

$$\text{گزینه (۲): } 1 \times 1 + (1-1)(1-1) = 1$$

$$\text{گزینه (۳): } \max\{1, 1\} = 1$$

$$\text{گزینه (۴): } 1 + 1 - 1 \times 1 = 1$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(فرزانه فاکپاش)

۷۰- گزینه «۲»

یک مجموعه n عضوی، دارای 2^n زیرمجموعه است، بنابراین داریم:

$$\frac{2^{n(B)}}{2^{n(A)}} = 4 \Rightarrow 2^{n(B)-n(A)} = 2^2 \Rightarrow n(B) - n(A) = 2$$

$$\Rightarrow n(B) = n(A) + 2$$

$$2^{n(A \cup B)} = 512 = 2^9 \Rightarrow n(A \cup B) = 9$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 9 = n(A) + (n(A) + 2) - 1 \Rightarrow 2n(A) + 1 = 9 \Rightarrow n(A) = 4$$

$$\Rightarrow A = 2^4 = 16 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

حال می‌دانیم یک مجموعه k عضوی 2^{k-1} زیرمجموعه زوج عضوی دارد

پس $2^6 = 64$ زیرمجموعه مطلوب خواهیم داشت.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

(مرتضی فعیم‌علوی)

۶۶- گزینه «۲»

دو عبارت $p \Rightarrow q$ و $\sim p \vee q$ ، هم‌ارز منطقی هستند. پس داریم:

$$(\sim p \Rightarrow q) \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge [(\sim p \vee q) \wedge \sim q]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge \left[(\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F \right]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge \sim (p \vee q) \equiv F$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۵ تا ۱۱)

(مرتضی فعیم‌علوی)

۶۷- گزینه «۲»

زیرمجموعه مدنظر نباید صفر را داشته باشد. حال یک زیرمجموعه دلخواه

از $A - \{0\}$ مثل B را در نظر بگیرید. بین B و $B - \{0\}$ یکی

شرایط مسئله را دارد. پس نصف زیرمجموعه‌های مجموعه $A - \{0\}$ مطلوبند

$$\text{یعنی } \frac{2^{18}}{2} = 2^{17}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

(سعید یعقوبی کافی‌آباد)

۶۸- گزینه «۳»

نقیض گزاره سوری « $\forall x; P(x)$ » به صورت « $\exists x; \sim P(x)$ » است. از

طرفی داریم:

$$\sim (2 < x < 5) \equiv \sim [x > 2 \wedge x < 5]$$

$$\equiv \sim (x > 2) \vee \sim (x < 5) \equiv x \leq 2 \vee x \geq 5$$



ریاضیات گسسته

گزینه «۴» - ۷۱

(فرهاد صابر)

گویا بودن هر یک از گزینه‌های ۱ تا ۳ بررسی می‌کنیم:

توجه کنید که عملیات‌های انجام شده عدد گویا را گویا نگه می‌دارد.

گزینه «۱»:

$$\frac{m-3n}{m+2n} \xrightarrow{\times 2} \frac{2m-6n}{m+2n} \xrightarrow{+3} \frac{5m}{m+2n}$$

$$\xrightarrow{\times \left(\frac{1}{5}\right)} \frac{m}{m+2n} \quad (I)$$

گزینه «۲»:

$$\frac{m}{m+2n} \xrightarrow{\text{وارون}} \frac{m+2n}{m} \xrightarrow{-1} \frac{2n}{m} \xrightarrow{+2} \frac{n}{m} \quad (II)$$

گزینه «۳»:

$$\xrightarrow{(I),(II)} \frac{mn}{m^2+2mn} \xrightarrow{\times 2} \frac{2mn}{m^2+2mn} \xrightarrow{+1} \frac{m^2+4mn}{m^2+2mn}$$

مثال نقض برای گزینه «۴»:

$$n = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{m-3n}{m+2n} = 0 \in \mathbb{Q}$$

$$m = 3\sqrt{2}$$

$$\frac{m-n}{m^2+n^2+mn} = \frac{2\sqrt{2}}{26} \in \mathbb{Q}'$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۸)

گزینه «۲» - ۷۲

(امیرمسین ابومصوب)

$$\text{گزینه «۲» : } (x-1)(x^2+2x-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2+2x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

یعنی اگر $(x-1)(x^2+2x-3) = 0$ باشد، x می‌تواند برابر ۱ یا (-3) باشد.

پس عکس قضیه در حالت کلی برقرار نیست.

درستی سایر گزینه‌ها را به عنوان تمرین خودتان بررسی کنید.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ و ۷)

گزینه «۱» - ۷۳

(سیرومیر زوالفقاری)

مثال نقض برای گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» عبارت‌اند از:

$$\text{گزینه «۲» : } (1)^2 = (-1)^2 \text{ ولی } 1 \neq -1$$

$$\text{گزینه «۳» : } (-3)^4 < 2^4 \text{ ولی } -3 < 2$$

$$\text{گزینه «۴» : } -2 < 2 \text{ ولی } -\frac{1}{2} < \frac{1}{2}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: مشابه کار در کلاس، صفحه‌های ۷ و ۸)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۷)

گزینه «۴» - ۷۴

(سیدمحمدرضا حسینی فرد)

گزاره گزینه «۱» با مثال نقض $\{2, 3\}$ قابل رد کردن است.

گزاره گزینه «۲» نادرست است و قابل اثبات نیست.

گزاره گزینه «۳» نادرست است، زیرا برهان خلف برای اثبات درستی یک

حکم استفاده می‌شود، نه برای رد کردن آن.

اثبات درستی گزاره گزینه «۴» به صورت زیر است:

$$a = 2k+1, b = 2q+1$$

$$\Rightarrow ab = (2k+1)(2q+1) = 4kq + 2k + 2q + 1$$

$$= 2(2kq + k + q) + 1 = 2q' + 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۸)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۳)

گزینه «۴» - ۷۵

(رضا توکلی)

حکم (اگر $A \cap B = A \cap C$ ، آن‌گاه $B = C$) غلط است و برای رد کردن آناز مثال نقض استفاده می‌کنیم. باید طوری مثال بزنیم که $A \cap B = A \cap C$ باشد اما $B \neq C$ که گزینه ۴ جواب است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۳)



۷۶- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

$$(\alpha - \beta)^2 + 4\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 = \text{گویا} \times \text{گویا} = \text{گویا}$$

از طرفی با برهان خلف می توان نشان داد که $4\alpha + \beta$ گنگ است.

برهان خلف:

$$\alpha, \beta \in Q', 4\alpha + \beta \in Q, \alpha + \beta \in Q \Rightarrow 4\alpha + \beta - (\alpha + \beta) \in Q$$

$$3\alpha \in Q \Rightarrow \alpha \in Q$$

که خلاف فرض است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۵ و ۶)

۷۷- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا طرفین نامساوی را در ۲ ضرب می کنیم.

$$2a^2 + 10b^2 + 10 - 6a - 2b - 6ab \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 6a + 9) + (b^2 - 2b + 1) + (a^2 - 6ab + 9b^2) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-1)^2 + (a-3b)^2 \leq 0$$

سه عبارت $(a-3)^2$ ، $(b-1)^2$ و $(a-3b)^2$ همگی مربع کامل و روابط

همگی برگشت پذیر هستند، پس برای درست بودن رابطه کافی است داشته باشیم:

$$\begin{cases} a-3=0 \Rightarrow a=3 \\ b-1=0 \Rightarrow b=1 \\ a-3b=0 \Rightarrow a=3b \end{cases}$$

$$a^2 + 3b = 9 + 3 = 12$$

که خواهیم داشت:

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۶ تا ۸)

۷۸- گزینه «۲»

(نیلوخر محروبی)

$$5x^2 + y^2 + z^2 \geq 3xy + xz + yz \Leftrightarrow 10x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 6xy + 2xz + 2yz$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 6xy - 2xz - 2yz \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (9x^2 - 6xy + y^2) + (x^2 - 2xz + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (3x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0 \quad \text{همواره درست}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۶ تا ۸)

۷۹- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۱»: اگر $n = 3$ باشد، آنگاه هیچ کدام از اعداد $4^3 - 1 = 63$ و

$$4^3 + 1 = 65$$
 عدد اول نیستند.

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{n+1}{2} \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$\text{گزینه «۳»}: \text{اگر } x = \frac{1}{2} \text{ باشد، آنگاه } \frac{1}{2} < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \text{ است.}$$

گزینه «۴»: اگر $\alpha = \sqrt{2}$ و $\beta = -\sqrt{2}$ باشد، آنگاه $\alpha + \beta = 0$ عددی

$$\text{گویاست ولی } 2\alpha - 2\beta = 4\sqrt{2} \text{ عددی گنگ است.}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲ و ۳)

۸۰- گزینه «۱»

(امیرمحمد کریمی)

یادآوری: از کتاب درسی آمار و احتمال به یاد داریم که گزاره مرکب

« $p \Rightarrow q$ » به صورت « q شرط لازم برای p است» نیز خوانده می شود.

همه عبارت ها را به سمت چپ می بریم:

$$x^2 + 4y^2 - 4xy + 4y^2 + z^2 - 4yz + 3x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + 4y^2 - 4xy) + (4y^2 + z^2 - 4yz) + 3(x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2y)^2 + (2y - z)^2 + 3(x - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ 2y - z = 0 \Rightarrow 2y = z \Rightarrow x = 2y = z = 1 \\ x - 2y = 0 \Rightarrow x = 2y \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲ تا ۸)



فیزیک ۲

گزینه ۲» ۸۱

(غرشیر رسولی)

فقط مورد (ت) نادرست است چرا که بار الکتریکی کمیت کوانتومی و ناپیوسته است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۲)

گزینه ۱» ۸۲

(مسین ناصبی)

ابتدا بار الکتریکی ۶×۱۰^{۱۳} الکترون را به دست می‌آوریم:

$$\Delta q = -ne \Rightarrow \Delta q = -۶ \times ۱۰^{۱۳} \times ۱.۶ \times ۱۰^{-۱۹} = -۹.۶ \times ۱۰^{-۶} C$$

اگر علامت بار جسم تغییر نکند:

$$q_2 = 2q_1$$

$$q_2 - q_1 = \Delta q \xrightarrow{q_2 = 2q_1} \Delta q = -9.6 \mu C$$

$$2q_1 - q_1 = -9.6 \mu C \Rightarrow q_1 = -9.6 \mu C$$

اگر علامت بار جسم تغییر کند:

$$q_2 - q_1 = \Delta q \xrightarrow{q_2 = -2q_1} -2q_1 - q_1 = -9.6 \mu C$$

$$\Rightarrow -3q_1 = -9.6 \mu C \Rightarrow q_1 = 3.2 \mu C$$

$$\Rightarrow 3/2 + (-9.6 \mu C) = -9.6 \mu C$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۲)

گزینه ۱» ۸۳

(پوریا علاقه‌مند)

چون خواسته سؤال چند برابر شدن اندازه نیرو است، بهتر است از رابطه مقایسه‌ای قانون کولن استفاده کنیم. داریم:

$$q_A = q_B = q \Rightarrow \text{بارها در حالت اول}$$

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B \xrightarrow{q'_B = -2q} q'_A = 4q$$

$$F = \frac{k|q_A||q_B|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_A|}{|q_A|} \times \frac{|q'_B|}{|q_B|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r'=2r} \frac{F'}{F} = \frac{4|q| \times 2|q|}{|q| \times |q|} \times \left(\frac{r}{2r}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = 2 \Rightarrow F' = 2F$$

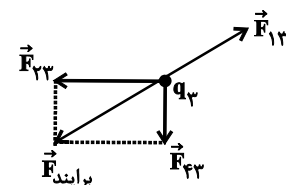
$$\frac{F'}{F} = \frac{4|q| \times 2|q|}{|q| \times |q|} \times \left(\frac{r}{2r}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = 2 \Rightarrow F' = 2F$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

گزینه ۴» ۸۴

(میلاد سسلی)

ابتدا نیروهای وارد بر بار q_3 را رسم و محاسبه می‌کنیم:



$$F_{13} = \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 25\sqrt{5} \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{(10\sqrt{5} \times 10^{-2})^2} = 36\sqrt{5} N$$

$$F_{23} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 36 N$$

برایند دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{23}$ و $\vec{F}_{34}$ باید با نیروی $\vec{F}_{13}$ خنثی شود. بنابراین:

$$\sqrt{(F_{23})^2 + (F_{34})^2} = F_{13}$$

$$\Rightarrow \sqrt{F_{23}^2 + 36^2} = 36\sqrt{5} \Rightarrow F_{23}^2 + 36^2 = (36\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow F_{23}^2 = (72)^2 \Rightarrow F_{23} = 72 N$$

$$\Rightarrow F_{23} = \frac{k|q_2||q_3|}{r^2} \Rightarrow 72 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_2| \times 8 \times 10^{-6}}{(0.2)^2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = 4 \mu C \Rightarrow q_2 = +4 \mu C$$

دقت کنید که برای تعادل داشتن بار q_3 ، بار q_2 الزاماً باید مثبت باشد.

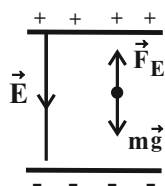
(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

گزینه ۳» ۸۵

(زهره آقاممدری)

با توجه به پایانه‌های باتری متوجه می‌شویم که صفحه بالایی دارای پتانسیل مثبت و صفحه پایینی دارای پتانسیل منفی است و خط‌های میدان الکتریکی از بالا به پایین برقرار است. برای محاسبه بزرگی میدان بین دو صفحه داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{10 \times 10^3}{10 \times 10^{-2}} = 10^5 \frac{V}{m}$$



چون ذره معلق است، طبق قانون اول نیوتون، نیروی خالص وارد بر آن صفر است:

$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow 10^5 \times |q| = 8 \times 10^{-15} \times 10$$

$$\Rightarrow |q| = 8 \times 10^{-19} C$$

طبق اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی، داریم:

$$|q| = ne \Rightarrow n = \frac{|q|}{e} = \frac{8 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 5$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۳ و ۱۷ تا ۲۷)

گزینه ۴» ۸۶

(معصومه افشلی)

با توجه به شکل خطوط میدان الکتریکی، دو بار ناهم‌نام هستند. خطوط میدان از بار q_2 خارج و به بار q_1 وارد می‌شوند، یعنی بار q_2 مثبت و بار q_1 منفی است.



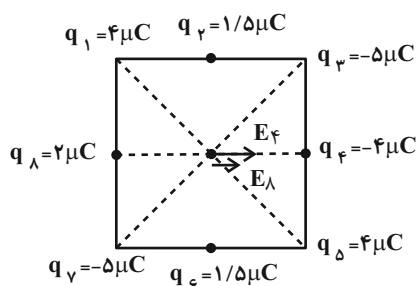
$$E_B = \frac{9 \times 10^9 \times 6 / 0.5 \times 10^{-6}}{121 \times 10^{-4}} = 45 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_T = \sqrt{E_A^2 + E_B^2} \Rightarrow E_T = \sqrt{(18 \times 10^5)^2 + (45 \times 10^5)^2}$$

$$\Rightarrow E_T = 9\sqrt{29} \times 10^5 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۹۰. گزینه «۴» (زهره آقاممیری)



در مرکز مربع، اندازه میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_4 با هم،

بارهای q_2 و q_3 با هم و بارهای q_1 و q_3 نیز با هم برابر و در خلاف جهت

یکدیگر می‌باشد، بنابراین این میدان‌ها دو به دو اثر هم‌دیگر را خنثی می‌کنند.

بنابراین فقط کافی است اندازه میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_4 و q_1 را

در مرکز مربع محاسبه کنیم و با توجه به جهت آن‌ها، میدان خالص را در مرکز

مربع حساب کنیم، داریم:

$$E_4 = k \frac{|q_4|}{r_4^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 4 / 5 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_t = E_4 + E_1 = 13 / 5 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

با توجه به تراکم خطوط میدان، چون تراکم خطوط اطراف بار q_1 بیشتر است، بنابراین اندازه بار q_1 بزرگتر از اندازه بار q_2 است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۸۷. گزینه «۲» (سعید شرق)

چون الکترون در جهت خط‌های میدان الکتریکی پرتاب می‌شود، پس رفته رفته به صفحه منفی نزدیک خواهد شد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش خواهد یافت. طبق قانون پایستگی انرژی، به همان میزان نیز انرژی جنبشی اولیه خود را از دست می‌دهد و داریم:

(دقت کنید برای آن که الکترون به صفحه دیگر برخورد نکند باید در آستانه برخورد به آن متوقف شود، یعنی $K_2 = 0$)

$$\Delta U = -\Delta K$$

$$\Rightarrow q\Delta V = -(K_2 - K_1) \Rightarrow 1/6 \times 10^{-19} \times (-20) = 0 - K_1$$

$$\Rightarrow 1/6 \times 10^{-19} \times 20 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{1/6 \times 10^{-19} \times 20 \times 2}{9 \times 10^{-31}}} = \frac{8}{3} \times 10^6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

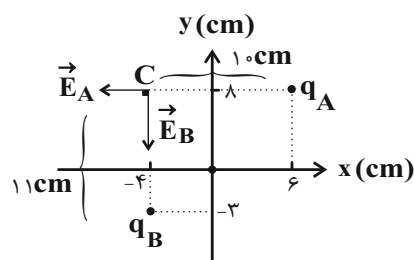
۸۸. گزینه «۴» (معصومه افضلی)

در یک رسانا که در تعادل الکتریکی قرار دارد، تمام نقاط آن دارای پتانسیل الکتریکی یکسان هستند، پس $V_A = V_B$ و می‌دانیم در نقاط نوک تیز تراکم بار الکتریکی نیز بیشتر است، بنابراین تراکم بار در نقطه B بیشتر است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۸۹. گزینه «۴» (سعید اردم)

با توجه به شکل محورهای مختصات و محل قرارگیری بارها و نقطه C، خواهیم داشت:



$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

$$E_A = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} = 18 \times 10^5 \frac{N}{C}$$



فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۲»

(معمدر علی راست پیمان)

هر متحرک در هر لحظه فقط می‌تواند در یک مکان قرار داشته باشد. (نمودارهای (الف) و (ج)). در نمودارهای (ب) و (د) که با تعریف تابع هم سازگار نیست، متحرک در یک لحظه معین در دو مکان متفاوت قرار دارد که چنین چیزی ممکن نیست.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه ۶)

(مشابه سوال ۷ صفحه ۲۶، پرسش‌های آخر فصل)

۹۲- گزینه «۴»

(پوریا علاقه‌مند)

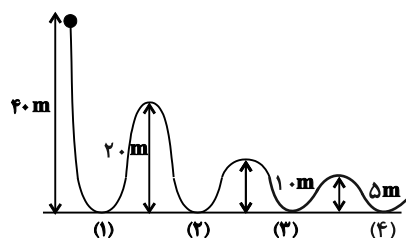
با توجه به شکل و تعریف مسافت و جابه‌جایی، داریم:

$$\text{مسافت} = \ell = 40 + 20 + 20 + 10 + 10 + 5 + 5 = 110 \text{ m}$$

$$\text{جابه‌جایی} = |\Delta x| = 40 \text{ m}$$

$$\frac{|\Delta x|}{d} = \frac{40}{110} = \frac{4}{11}$$

بنابراین:



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۹۳- گزینه «۳»

(علیرضا گونه)

با توجه به این که بردار سرعت متوسط متحرک در SI و در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 4s$ برابر با $1 \cdot \vec{i}$ و نیز در بازه زمانی $t_2 = 4s$ تا $t_3 = 12s$ برابر با $4\vec{i}$ می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} 1 \cdot \vec{i} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{4 - 0} \\ 4 \cdot \vec{i} = \frac{\vec{d}_3 - \vec{d}_2}{12 - 4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = 4 \cdot \vec{i} \\ \vec{d}_3 - \vec{d}_2 = 32 \cdot \vec{i} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{d}_3 - \vec{d}_1 = 36 \cdot \vec{i}$$

در نهایت بردار سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_3 = 12s$ برابر است با:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}_3 - \vec{d}_1}{12 - 0} = \frac{36 \cdot \vec{i}}{12} = (3 \frac{m}{s}) \vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۵)

۹۴- گزینه «۳»

(علی عاقلی)

در ۲ ثانیه دوم، در لحظه $t = 3s$ که شیب خط مماس بر نمودار صفر شده و علامت آن تغییر می‌کند، جهت حرکت متحرک عوض شده است و در بازه $3s$ تا $4s$ که شیب خط واصل مثبت است، سرعت متوسط نیز مثبت می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۱۰)

۹۵- گزینه «۴»

(امیرمسین برادران)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست

(۲) درست، با توجه به رابطه سرعت متوسط، بردار سرعت متوسط و بردار

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \quad (\Delta t \text{ همواره مثبت است})$$

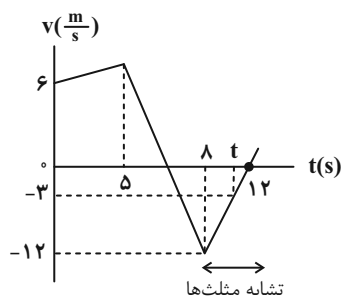
(۳) درست، اگر تندی متحرک در یک بازه زمانی صفر نشود، در این بازه جهت حرکت متحرک تغییر نکرده و بنابراین بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابرند و مطابق رابطه تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط این دو کمیت نیز با یکدیگر برابرند.

(۴) نادرست، بردار سرعت لحظه‌ای به جهت حرکت متحرک بستگی دارد و الزاماً هم‌جهت با بردار مکان نیست.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۱۰)

۹۶- گزینه «۲»

(مسام نادری)

سومین بار در لحظه‌ای بین $8s$ و $12s$ تندی متحرک نصف تندی اولیهیعنی $3 \frac{m}{s}$ می‌شود. برای محاسبه این زمان، داریم:



۹۹- گزینه «۱»

(بنام رستمی)

با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{200 + 300}{200} = 2.5 \frac{m}{s}$$

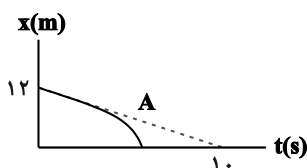
این عدد (تندی متوسط)، یعنی این شخص در هر ثانیه، 2.5 m از طول مسیر حرکت خود را طی کرده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۰۰- گزینه «۲»

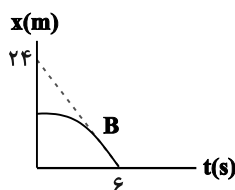
(امیرامیر میرسعید)

تندی در مبدأ زمان، یعنی تندی در لحظه $t = 0$ و تندی در مبدأ مکان، یعنی تندی در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند؛ یعنی در لحظه $t = 6 \text{ s}$. بنابراین کافی است، شیب مماس بر نمودار مکان - زمان را در لحظه‌های فوق حساب کنیم:



$$t = 0 \text{ در لحظه } v_0 = \frac{-12}{10} = -1.2 \frac{m}{s} \text{ : شیب خط مماس بر نمودار}$$

(خط A)



$$(B \text{ خط}) \quad t = 6 \text{ s در لحظه } v_{(t=6s)} = \frac{-24}{6} = -4 \frac{m}{s} \text{ : شیب خط مماس بر نمودار}$$

می‌بینیم، تندی متحرک در لحظه $t = 6 \text{ s}$ (مبدأ مکان) به اندازه $|\Delta v| = 4 - 1.2 = 2.8 \frac{m}{s}$ (مبدأ زمان) بیشتر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

(مشابه تمرین (۱-۳)، صفحه ۱۰ کتاب درسی)

$$\Rightarrow \frac{12}{3} = \frac{12-8}{12-t} \Rightarrow t = 11 \text{ s}$$

$$\xrightarrow{t=0} v_0 = 6 \frac{m}{s}, \quad \xrightarrow{t=11s} v_{11} = -3 \frac{m}{s}$$

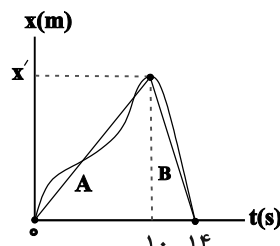
$$a_{av} = \frac{v_{11} - v_0}{11 - 0} = \frac{-3 - 6}{11} = -\frac{9}{11} \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{9}{11} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۹۷- گزینه «۴»

(سیاوش فارسی)

برای محاسبه سرعت متوسط بین دو نقطه از نمودار مکان - زمان، باید شیب خط واصل بین دو نقطه را محاسبه کنیم. بنابراین، با توجه به شکل زیر داریم:



$$\frac{(10 \text{ تا } 0 \text{ s}) v}{(14 \text{ تا } 0 \text{ s}) v'} = \frac{\text{شیب خط A}}{\text{شیب خط B}} = \frac{\frac{10-0}{0-14}}{\frac{0-0}{14-10}} = -0.714 \Rightarrow v' = -2.5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۹۸- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست است. شیب خطی که مکان‌های جسم را در لحظه‌های t_1 و t_2 بهم وصل می‌کند، منفی است؛ در نتیجه، سرعت متوسط نیز منفی می‌باشد.
(۲) درست است. در بازه زمانی $t = 0$ تا t_2 ، جهت بردار جابه‌جایی در جهت محور x است.

(۳) نادرست است. در لحظه‌های t_1 و t_2 جهت حرکت تغییر می‌کند و در لحظه‌های t_2 و t_4 متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است.

(۴) درست است. در لحظه t_4 ، متحرک در مبدأ مکان و در لحظه t_3 متحرک در مکان $x < 0$ است. بنابراین، در بازه زمانی t_3 تا t_4 ، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان خواهد بود.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

(مشابه پرسش (۱-۳)، صفحه ۸ کتاب درسی)



فیزیک ۱

۱۰۱- گزینه «۳»

(شهرام آموزگار)

بررسی گزینه نادرست:

آزمایش و مشاهده در فیزیک، اهمیت زیادی دارد، اما آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۰۲- گزینه «۲»

(مهمدر کورری)

کمیت‌های فشار، تندی، انرژی و مسافت، همگی کمیت‌هایی نرده‌ای و کمیت‌های شتاب، نیرو، گشتاور، سرعت متوسط و جابه‌جایی همگی کمیت‌هایی برداری‌اند. لذا کمیت‌های ذکر شده در گزینه «۲» همگی نرده‌ای‌اند.

(فیزیک ۱- صفحه ۶)

۱۰۳- گزینه «۲»

(مهمدرضا شریفی)

$$۱) ۲۰۲ \text{ km} = ۲ / ۰.۲ \times ۱۰^{-۲} \text{ km} \times \frac{۱۰^۳ \text{ m}}{۱ \text{ km}} \times \frac{۱ \mu\text{m}}{۱۰^{-۶} \text{ m}} = ۲ / ۰.۲ \times ۱۰^{۱۱} \mu\text{m}$$

$$۲) ۰ / ۴۸۲۳ \mu\text{s} = ۴ / ۸۲۳ \times ۱۰^{-۱} \mu\text{s} \times \frac{۱۰^{-۶} \text{ s}}{1 \mu\text{s}} \times \frac{۱ \text{ Ms}}{۱۰^۶ \text{ s}} = ۴ / ۸۲۳ \times ۱۰^{-۱۳} \text{ Ms}$$

$$۳) ۴ \text{ cm}^۲ = ۴ \text{ cm}^۲ \times \frac{۱۰^{-۴} \text{ m}^۲}{۱ \text{ cm}^۲} \times \frac{۱ \text{ mm}^۲}{۱۰^{-۶} \text{ m}^۲} = ۴ \times ۱۰^۲ \text{ mm}^۲$$

$$۴) ۹ \text{ m}^۳ = ۹ \text{ m}^۳ \times \frac{۱ \text{ dm}^۳}{۱۰^{-۳} \text{ m}^۳} = ۹ \times ۱۰^۳ \text{ dm}^۳$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۰۴- گزینه «۲»

(سیره ملیحه میرحالی)

با توجه به این که مساحت مثلث برحسب یکای دسی‌متر مربع خواسته شده، لازم است در ابتدا همه ابعاد شکل به یکای متر تبدیل شوند. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

ارتفاع مثلث: $h = ۱۵ \text{ mm}$

$$= ۱۵ \text{ mm} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ m}}{۱ \text{ mm}} = ۱۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ m}$$

قاعده مثلث: $a = ۱۰^۲ \text{ hm}$

$$= ۱۰^۲ \text{ hm} \times \frac{۱۰^۲ \text{ m}}{۱ \text{ hm}} = ۱۰^۴ \text{ m}$$

در نتیجه مساحت مثلث برابر خواهد بود با:

$$S = \frac{۱}{۲} (a \times h) = \frac{۱}{۲} \times ۱۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^۴ = ۷۵ \text{ m}^۲ \times \frac{۱۰^۲ \text{ dm}^۲}{۱ \text{ m}^۲}$$

$$= ۷ / ۵ \times ۱۰^۳ \text{ dm}^۲$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۰۵- گزینه «۳»

(مهری زمان‌زاده)

ابتدا حجم استخر را برحسب سانتی‌متر مکعب ($\text{cm}^۳$) محاسبه می‌کنیم:

$$V = ۴ \times ۱۰ \times ۱۲ = ۴۸۰ \text{ m}^۳ = ۴۸۰ \times ۱۰^۶ \text{ cm}^۳$$

چون آهنگ خروج آب $۵۰ \frac{\text{cm}^۳}{\text{s}}$ است، یعنی در هر ثانیه، $۵۰ \text{ cm}^۳$ آب از

استخر خارج می‌شود؛ پس به کمک یک تناسب، مدت زمان خالی شدن نصف استخر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{حجم}}{۵۰ \text{ cm}^۳} = \frac{\text{زمان}}{۱ \text{ s}} \Rightarrow t = ۴۸ \times ۱۰^۵ \text{ s}$$

$$۲۴۰ \times ۱۰^۶ \quad t = ?$$

در انتها، باید ببینیم $۴۸ \times ۱۰^۵ \text{ s}$ ، معادل چند شبانه‌روز است:

$$۴۸ \times ۱۰^۵ \text{ s} \times \frac{۱ \text{ h}}{۳۶۰۰ \text{ s}} \times \frac{۱ \text{ day}}{۲۴ \text{ h}} = \frac{۴۸ \times ۱۰^۵}{۲۴ \times ۳۶۰۰} = ۵۵ / ۵ \text{ day}$$

این یعنی در میانه شبانه‌روز ۵۶، حجم آب استخر نصف می‌شود.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۰۶- گزینه «۲»

(مهری یوسفی)

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای مدرج برابر با کمینه تقسیم‌بندی آن ابزار و در ابزارهای دیجیتال برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار گزارش می‌دهد. حال با توجه به این مفهوم دقت اندازه‌گیری هر یک از وسیله‌ها برابر است با:



(زهره آقاممیری)

۱۰۹- گزینه «۳»

با توجه به اینکه جرم فلز ۰/۴ برابر جرم کره است، داریم:

$$m_{\text{فلز}} = 0/4 m_{\text{کره}} \xrightarrow{m=\rho V} 0/4 m_{\text{کره}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} \quad (*)$$

حجم فلز و کره برابر است با:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{4}{3} \pi R_{\text{کره}}^3 = 4 \times 2^3 = 32 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi (R_{\text{کره}}^3 - R_{\text{حفره}}^3) = 4 \times (3^3 - 2^3) \text{ cm}^3 = 4 \times 19 \text{ cm}^3$$

با استفاده از رابطه (*) داریم:

$$0/4 \rho_{\text{کره}} V_{\text{کره}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{کره}} = \frac{0/4 \times 32}{0/4 \times 4 \times 19} = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(هاشم زمانیان)

۱۱۰- گزینه «۲»

به بررسی دلیل نادرستی گزینه‌های دیگر می‌پردازیم:

(۱) چون چگالی بنزین کمتر از چگالی آب است، در هنگام آتش‌سوزی بنزین نباید روی آن آب پاشید، زیرا بنزین روی آب قرار می‌گیرد و آب عملاً در خاموش کردن بنزین بی‌اثر است.

(۳) هنگامی که چند مایع مختلف را که با هم مخلوط نمی‌شوند، در یک ظرف می‌ریزیم، مایعی که چگالی کمتری نسبت به بقیه مایع‌ها دارد، بالاتر از همه قرار می‌گیرد.

(۴) با محاسبه چگالی جسمی ناشناخته نمی‌توان جنس آن را تعیین کرد زیرا ممکن است داخل جسم ناخالصی داشته باشیم و یا ممکن است چگالی یک آلیاژ با جسمی دیگر برابر شود و ما را به اشتباه بیندازد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = \frac{1 \text{ cm}}{5} = 0/2 \text{ cm} \quad \text{الف) } \left[\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right]$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0/01 \text{ mA} = 10^{-5} \text{ A} = 10 \mu\text{A} \quad \text{ب) } \left[\begin{array}{|c|} \hline 2.80 \\ \hline \end{array} \right] \text{ mA}$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = \frac{20}{5} = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad \text{پ) } \left[\begin{array}{|c|} \hline 40 \\ \hline \end{array} \right] \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0/001 \text{ mg} = 1 \mu\text{g} \quad \text{ت) } \left[\begin{array}{|c|} \hline 0.016 \\ \hline \end{array} \right] \text{ mg}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(زهره آقاممیری)

۱۰۷- گزینه «۳»

با توجه به رابطه مقایسه‌ای چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1}$$

چون حجم ظرف ثابت است، پس $V_1 = V_2$ است. از طرفی جرم مایع در

هر حالت برابر عدد ترازو منهای جرم ظرف است، پس داریم:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{550 - 250}{800 - 250} = \frac{300}{550} = \frac{6}{11}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(زهره آقاممیری)

۱۰۸- گزینه «۱»

با استفاده از رابطه چگالی و داده‌های نمودار داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V \text{ ثابت}} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{75}{50} = 1/5 \Rightarrow \rho_A = 1/5 \rho_B \quad (*)$$

چگالی مخلوط برای دو مایع A و B برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V_A=4L, V_B=6L} \quad (*)$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{1/5 \rho_B \times 4 + \rho_B \times 6}{4 + 6} = \frac{12 \rho_B}{10} = 1/2 \rho_B$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)



شیمی ۲

۱۱۱- گزینه «۳»

(امیرعلی برفورداریون)

بررسی موارد نادرست:

الف) توضیحات داده شده مربوط به عنصر ژرمانیم می باشد که نماد آن (Ge) است.

ب) عنصر قلع (Sn) رسانای گرمایی و الکتریکی بالایی دارد و در اثر ضربه خرد نمی شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه های ۷ و ۸)

۱۱۲- گزینه «۳»

(مس لشری)

تنها عبارت «ب» نادرست است.

بررسی برخی عبارات:

ب) در یک دوره شعاع اتم ها از چپ به راست کاهش می یابد.



ت) تمایل اتم ${}_{11}\text{Na}$ برای از دست دادن الکترون بیشتر از ${}_{12}\text{Mg}$ است زیرا فلزات گروه اول واکنش پذیری بیشتری از گروه دوم دارند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه های ۹ تا ۱۳)

۱۱۳- گزینه «۴»

(ممد رضا پوریاوید)

عبارت اول تنها مورد نادرست در مورد این عناصر است.

فلزهای دسته d در مقایسه با فلزهای دسته s واکنش پذیری کمتری دارند و سرعت کدر شدن آن ها کمتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه های ۱۴ تا ۱۷)

۱۱۴- گزینه «۲»

(رسول عابرنی زواره)

خصلت فلزی در یک گروه از بالا به پایین افزایش می یابد. بنابراین با افزایش خصلت فلزی در گروه هفدهم جدول دوره ای، شعاع اتمی و جرم اتمی میانگین افزایش می یابد، اما نسبت شمار الکترون ظرفیتی به شمار پروتون ها و واکنش پذیری آن ها کاهش می یابد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه های ۶ تا ۱۱)

۱۱۵- گزینه «۴»

(ممد حسن ممدزاده مقدم)



$$? \text{ mL C}_2\text{H}_5\text{OH} = 355 \text{ mL CO}_2 \times \frac{0/44 \text{ g CO}_2}{1000 \text{ mL CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{2 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1000 \text{ mL C}_2\text{H}_5\text{OH}}{0/1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}$$

$$= 35/5 \text{ mL C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{aq})$$

با توجه به این که CO_2 و $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ هر دو فراورده هستند نیازی به محاسبه بازده نمی باشد.

(شیمی ۲- صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

۱۱۶- گزینه «۱»

(امین نوروزی)

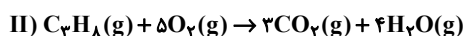
$$? \text{ LH}_2 = 480 \text{ g Fe (خالص)} \times \frac{60 \text{ g خالص}}{100 \text{ g خالص}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol LH}_2}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{22/4 \text{ LH}_2}{1 \text{ mol LH}_2} = 115/2 \text{ LH}_2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

۱۱۷- گزینه «۴»

(غریزاد رضایی)

ابتدا واکنش ها را موازنه می کنیم و سپس مقدار خالص NaNO_3 را به دست می آوریم:

$$100 = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100$$

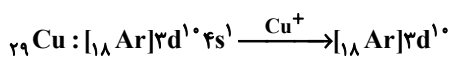
$$\Rightarrow 37/5 = \frac{x \text{ g NaNO}_3}{34} \times 100 \Rightarrow x = \frac{34 \times 37}{8} \text{ g NaNO}_3$$

اکنون مقدار O_2 تولیدی در واکنش (I) را به دست می آوریم:

$$? \text{ mol O}_2 = \frac{34 \times 37}{8} \text{ g NaNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaNO}_3}{85 \text{ g NaNO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol NaNO}_3} \times \frac{80}{100} = \frac{3}{50} \text{ mol O}_2$$

بازده



$3d^1$ یک زیرلایه با $n+l = 5$ است.

مورد پنجم: در واکنش اول با مصرف ۱ مول فلز پتاسیم، ۰/۵ مول فلز آهن تولید می‌شود و در واکنش دوم با مصرف ۱ مول فلز منیزیم، ۲ مول فلز مس تولید می‌شود.

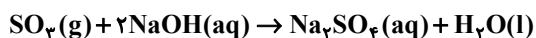
اتم $\Delta \text{mol} = 1 / \Delta \text{mol} = 0 / 5 \text{mol} = 2 \text{mol}$ = اختلاف مول اتم‌های فلز آزاد شده

$$\text{اتم} \frac{6 / 0.2 \times 10^{23}}{1 \text{mol اتم}} \times \frac{1}{5 \text{mol}} = 9 / 0.3 \times 10^{23} \text{اتم}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳، ۱۵ و ۱۶ تا ۲۲)

(سید رفیع هاشمی دهکردی)

۱۲۰- گزینه «۱»



ابتدا، محاسبه مقدار عملی

$$300 \text{mL NaOH} \times \frac{1 \text{L NaOH}}{1000 \text{mL NaOH}} \times \frac{0.5 \text{mol NaOH}}{1 \text{L NaOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{mol SO}_3}{2 \text{mol NaOH}} \times \frac{1 \text{mol Sc}_2(\text{SO}_4)_3}{3 \text{mol SO}_3}$$

$$\times \frac{378 \text{g Sc}_2(\text{SO}_4)_3}{1 \text{mol Sc}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{100 \text{g Sc}_2(\text{SO}_4)_3}{80 \text{g Sc}_2(\text{SO}_4)_3} \text{خالص}$$

$$\approx 1/181 \text{g Sc}_2(\text{SO}_4)_3$$

$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \text{بازده درصدی}$$

$$\Rightarrow 50 = \frac{1/181}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{جرم نمونه} \approx 2/36 \text{g}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

اکنون مقدار گاز تولیدی را در واکنش (II) برحسب لیتر به دست می‌آوریم:

$$\text{گاز } L = \frac{21}{10} \text{L} = \frac{25 \text{L گاز}}{1 \text{mol گاز}} \times \frac{3 \text{mol O}_2}{50} \times \frac{1 \text{mol گاز}}{1 \text{mol O}_2} = 2/1 \text{L گاز}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۱۸- گزینه «۲»

(ممد رضا پور جاوید)

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ: شبه‌فلزها از نظر شیمیایی خواصی یکسان نافلزها دارند و خواص فیزیکی آنها به فلزها شباهت دارد.

ت: ${}_{21}\text{Sc}$ اولین عنصر دوره چهارم جدول دوره‌ای نیست، بلکه ${}_{19}\text{K}$ اولین عنصر این دوره به شمار می‌رود.

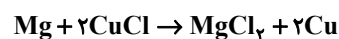
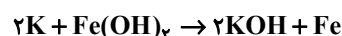
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۶ تا ۱۲، ۱۶ و ۱۸)

۱۱۹- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

فقط مورد دوم نادرست است.

واکنش‌های کامل شده:



بررسی همه موارد:

مورد اول: چون واکنش‌پذیری اتم فلز تنها از فلز موجود در ترکیب بیشتر است، در نتیجه واکنش انجام‌پذیر است و واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌هایی با پایداری بیشتر تبدیل می‌شوند.

مورد دوم: $\text{Fe}(\text{OH})_3$ یک رسوب سبز رنگ می‌باشد.

مورد سوم: به علت شعاع اتمی بیشتر Ca نسبت به Mg، Ca واکنش‌پذیری بیشتری داشته و سرعت واکنش افزایش خواهد یافت.

مورد چهارم: فلز Cu به صورت کاتیون Cu^+ در ترکیب CuCl وجود دارد.



شیمی ۳

۱۲۱- گزینه ۱»

(ممد کوهستانیان)

حفاری‌های باستانی از شهر بابل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی شبیه صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۹)

۱۲۲- گزینه ۱»

(امیرعلی برفور/اریون)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: صابون همهٔ لکه‌ها را به یک اندازه از بین نمی‌برد، زیرا نوع پارچه، دما، نوع آب و نیز نوع و مقدار صابون بر روی قدرت پاک‌کنندگی آن تاثیر دارد.

گزینه «۳»: ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از بروز بیماری وبا، رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

گزینه «۴»: با توجه به نمودار صفحه ۲ کتاب درسی، با گذشت زمان، امید به زندگی افزایش یافته و به دنبال آن، جمعیت افراد بالای ۸۰ سال بیشتر شده است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۹)

۱۲۳- گزینه ۴»

(ممد عظیمیان/زواره)

اسیدهای چرب، زنجیرهای بلند کربنی هستند که به گروه‌های کربوکسیل انتهایی (COOH) ختم می‌شوند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۹)

(مطابق «فرد را بیازمایید» صفحه‌های ۲ و ۳، «با هم بیندیشیم» صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۲۴- گزینه ۳»

(روزبه رضوانی)

بعد از انحلال صابون یون سدیم جداشده و سر آب‌دوست صابون دارای بار منفی خواهد بود (سمت ۲) و سمت دیگر صابون انتهای گروه هیدروکربنی است که به واسطهٔ نیروی ناقطبی (واندروالس) با لکهٔ چربی جاذبه برقرار می‌کند.

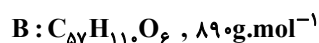
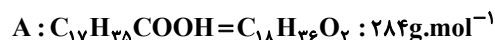
(شیمی ۳- صفحه ۸)

۱۲۵- گزینه ۲»

(علیرضا کیانی/روست)

مورد اول درست است. زیرا هر دو مولکول ناقطبی هستند. در مولکول A بخش ناقطبی بر قطبی غلبه دارد.

مورد دوم درست است.



$$\frac{g}{mol} = \frac{890 - 284}{606} = \text{اختلاف جرم مولی}$$

مورد سوم نادرست است.

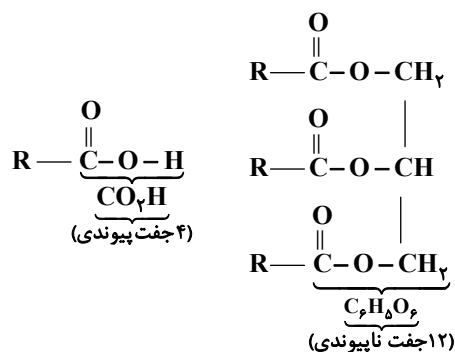


$$? LCO_2 = 89 \text{ g } C_{57}H_{111}O_6 \times \frac{1 \text{ mol}}{890 \text{ g}} \times \frac{57 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_{57}H_{111}O_6} \\ \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 127 / 68 LCO_2$$

مورد چهارم درست است. گاز بوتان برای پر کردن فنک استفاده می‌شود.

نیروی بین مولکولی غالب در این مولکول‌ها از نوع وان‌دروالسی است.

مورد پنجم درست است.



(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۳ تا ۶)

(مرتبط با صفحه ۵ کتاب درسی، با هم بیندیشیم)

۱۲۶- گزینه ۴»

(مبینا شرافتی‌پور)

صابون مورد نظر مایع بوده و فرمول آن به صورت RCOOK است که در آن، C_nH_{2n+1} می‌باشد. طبق گفتهٔ صورت سؤال، تعداد کربن‌های زنجیرهٔ هیدروکربنی برابر ۱۵ بوده و فرمول صابون به‌صورت $C_{15}H_{31}CO_2K$ خواهد بود.



پس ۲۵٪ NaOH خالص واکنش نداده است.

$$۱۰۰\text{gNaOH} \times \frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۲۵}{۱۰۰} = ۱۰\text{gNaOH}$$

فرمول صابون: $\text{C}_{18}\text{H}_{37}\text{COONa}$

$$۱۰۰\text{gNaOH} \times \frac{۴۰\text{g خالص}}{۱۰۰\text{g ناخالص}} \times \frac{۱\text{mol NaOH}}{۴۰\text{g NaOH}} \times \frac{۱\text{mol صابون}}{۱\text{mol NaOH}}$$

$$\frac{۳۲\text{g صابون}}{۱\text{mol صابون}} \times \frac{۷۵}{۱۰۰} = ۲۴۰\text{g صابون}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ تا ۶)

(مفسر عظیمیان زواره)

۱۲۹- گزینه «۳»

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ث) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): فرمول مولکولی این ترکیب و استر سه عاملی موجود در روغن

زیتون به ترتیب $\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6$ و $\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$ می‌باشد.

تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در این مولکول‌ها برابر ۶ است.

عبارت (ب): از سوختن کامل هر مول از آن ۵۵ مول H_2O تولید می‌شود.

عبارت (پ): $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_6\text{COO}^-\text{K}^+$ یک صابون مایع می‌باشد.

عبارت (ت): فرمول مولکولی اسید چرب سازنده آن به صورت

$\text{CH}_3(\text{CH}_2)_6\text{COOH}$ و بخش ناقطبی این اسید دارای ۱۷ اتم کربن است.

عبارت (ث): از واکنش هر مول از آن با ۳ مول NaOH می‌توان ۳ مول

صابون جامد به دست آورد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ تا ۸)

(عمید زبئی)

۱۳۰- گزینه «۳»

فرمول مولکولی اتیلن گلیکول $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$ است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تدرستی: صفحه‌های ۴ تا ۶)

(مرتبط با صفحه ۴ کتاب درسی، خود را بیازمایید)

$$۴\text{ kg صابون} = \frac{۱\text{mol K}}{۳۹\text{gK}} \times \frac{۱\text{mol صابون}}{۱\text{mol K}} \times ۸۷۵\text{kgK}$$

$$\frac{۲۹۴\text{g صابون}}{۱\text{mol صابون}} = ۳۶ / ۷۵\text{ kg صابون}$$

در این کارخانه روزانه ۳۶/۷۵ کیلوگرم صابون تولید می‌شود. پس در یک

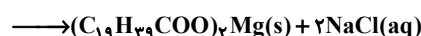
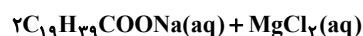
ماه ۱۱۰۲/۵ کیلوگرم صابون تولید می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۲۷- گزینه «۲» (میثا شراختی‌پور)

فرمول صابون جامد ۲۰ کربنه به صورت $\text{C}_{19}\text{H}_{39}\text{COO}^-\text{Na}^+$ می‌باشد و

واکنش این صابون با منیزیم کلرید به صورت زیر است:



از غلظت نمک خوراکی (NaCl) حاصل به مقدار صابون شرکت کرده در

واکنش می‌رسیم:

$$۴\text{L صابون} = \frac{۲\text{mol NaCl}}{۱\text{L محلول}} \times \frac{۲/۵ \times ۱۰^{-۳}\text{mol NaCl}}{۱\text{L محلول}} \times ۴\text{L}$$

$$\frac{۳۳۴\text{g صابون}}{۱\text{mol صابون}} = ۳ / ۳۴\text{ g صابون}$$

$$۸۰\% = \frac{۱۶/۷ - ۳/۳۴}{۱۶/۷} \times ۱۰۰ = \text{درصد صابون شرکت نکرده در واکنش}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵، ۶، ۸ و ۹)

۱۲۸- گزینه «۲» (میثا شراختی‌پور)

$$\frac{۱۰\text{gH}_2\text{O}}{۳۲\text{gAB}} \times \frac{۱\text{mol H}_2\text{O}}{۱۸\text{gH}_2\text{O}} = \frac{۱۳}{۵\text{gH}_2\text{O}}$$

$$۱۰۰\text{gNaOH} \times \frac{۴۰\text{g خالص}}{۱۰۰\text{g ناخالص}} \times \frac{۱\text{mol NaOH}}{۴۰\text{g NaOH}} \times \frac{۱\text{mol H}_2\text{O}}{۱\text{mol NaOH}}$$

$$\frac{۱\text{gH}_2\text{O}}{۱\text{mol H}_2\text{O}} \times \frac{x}{۱۰۰} = \frac{۱۳}{۵\text{gH}_2\text{O}} \Rightarrow x = ۷۵\%$$



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۲»

(سالار ملکی)

تعداد الکترونهای X^{2+} برابر با $n + m$ و تعداد نوترونهای E^- برابر با $n - m$ است. بنابراین:

$$\frac{n+m}{n-m} = 2 \Rightarrow n+m = 2n-2m \Rightarrow 3m = n$$

برای یافتن تعداد نوترونهای ${}_{2n+2}^{6m+7}Z$ داریم:

$$6m+7-2n-2 = 2(3m-n) + 5 = 5$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۳۲- گزینه «۳»

(مبینا شرافتی‌پور)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: پرتوی D مربوط به رنگ بنفش است که بیشترین انرژی و کمترین طول موج را میان رنگ‌های رنگین کمان دارد.

گزینه «۲»: پرتوی A به رنگ سرخ بوده که هم‌رنگ با رنگ شعله فلز لیتیم (سبک‌ترین عنصر دوره دوم جدول تناوبی) می‌باشد.

گزینه «۳»: پرتوی C، آبی رنگ است. با این که در طیف نشری خطی هیدروژن و لیتیم طیف آبی رنگ وجود دارد، اما طول موج آن‌ها با هم متفاوت است.

گزینه «۴»: میزان انحراف B (سبز) از انحراف D (بنفش) کمتر و از انحراف A (سرخ) بیشتر است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۰، ۲۲، ۲۳)

۱۳۳- گزینه «۱»

(پعفر رمیمی)

ابتدا جرم اتمی میانگین لیتیم را به دست می‌آوریم:

$$\bar{M} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2}{100} = \frac{(7 \times 94) + (6 \times 6)}{100} = 6.94 \text{ amu}$$

سپس با استفاده از جرم مولی LiCl، جرم اتمی میانگین Cl را به دست می‌آوریم:

جرم اتمی میانگین Li + جرم اتمی میانگین Cl = جرم مولی LiCl

$$\Rightarrow 42 / 44 = \text{جرم اتمی میانگین Cl}$$

$$\Rightarrow \text{جرم اتمی میانگین Cl} = 35.5 \text{ amu}$$

در پایان درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین تر کلر را به دست می‌آوریم:

$$35 / 5 = \frac{35(100 - f_p) + 37f_p}{100} \Rightarrow f_p = 25\%$$

LiCl دارای یک اتم لیتیم و یک اتم کلر می‌باشد بنابراین برای لیتیم دو مورد و برای کلر دو مورد می‌توان گذاشت:

$$6 + 35 = 41 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$6 + 37 = 43 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$7 + 35 = 42 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$7 + 37 = 44 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۱- کیوان، زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۳۴- گزینه «۳»

(سهند راعمی‌پور)

$$\left. \begin{array}{l} n+p=107 \\ p=e+2 \\ e=\frac{3}{4}n \end{array} \right\} \Rightarrow n + \frac{3}{4}n + 2 = 107 \Rightarrow n = 60, p = 107 - 60 = 47$$

(شیمی ۱- کیوان، زادگاه الفبای هستی: صفحه ۵)

۱۳۵- گزینه «۲»

(غبرزار رضایی)

رادیوایزوتوپ A و B در طول ۴ ساعت به ترتیب ۸ و ۴ نیم عمر طی می‌کنند

$$T = 30 \text{ min}$$

پس:

$$A \xrightarrow{T} \frac{A}{2} \xrightarrow{T} \frac{A}{4} \xrightarrow{T} \frac{A}{8} \xrightarrow{T} \frac{A}{16} \xrightarrow{T} \frac{A}{32}$$

$$\xrightarrow{T} \frac{A}{64} \xrightarrow{T} \frac{A}{128} \xrightarrow{T} \frac{A}{256}$$

$$T' = 60 \text{ min} \quad \frac{A}{256} \text{ مقدار باقی مانده A پس از ۴ ساعت}$$

$$B \xrightarrow{T'} \frac{B}{2} \xrightarrow{T'} \frac{B}{4} \xrightarrow{T'} \frac{B}{8} \xrightarrow{T'} \frac{B}{16}$$

$$\frac{15}{16} B \text{ مقدار تجزیه شده B پس از ۴ ساعت}$$

$$\frac{A}{256} = \frac{15}{16} B \rightarrow \frac{A}{B} = 15 \times 16 = 240$$

$$\frac{A \text{ جرم مولی}}{B \text{ جرم مولی}} = \frac{A \text{ گرم}}{B \text{ گرم}} \times \frac{B \text{ مول}}{A \text{ مول}} = 240$$

(شیمی ۱- کیوان، زادگاه الفبای هستی: صفحه ۶)



۱۳۶- گزینه «۳»

(سیدرضا رضوی)

در زمان تشکیل سحابی، دما کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱-کیهان، زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳، ۴ و ۱۵)

۱۳۷- گزینه «۳»

(حامد اسماعیلی)

ذره‌های زیر اتمی باردار غالب در یون HXO_4^- ، همان الکترون‌ها هستند.اگر شمار پروتون‌های عنصر مجهول را X در نظر بگیریم، شمار الکترون‌های

این یون به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$[(1 \times 1) + (X \times 1) + (4 \times 8) + 1] = 34 + X$$

شمار پروتون‌ها در یون « PF_6^- » نیز برابر با مجموع شمار پروتون‌های یک

اتم فسفر و شش اتم فلوئور است؛ پس مجموع شمار پروتون‌های این یون برابر

با $69 = [(1 \times 15) + (6 \times 9)]$ است؛ بنابراین نسبت خواسته شده برابر با

$$\frac{34 + X}{69} \text{ است. از آنجا که این نسبت در صورت سوال برابر } \frac{17}{23} \text{ است،}$$

$$\frac{34 + X}{69} = \frac{17}{23} = \frac{51}{69} \Rightarrow X = 17$$

می‌توان نوشت:

با توجه به اینکه شمار پروتون‌های این اتم برابر با کالر (${}_{17}\text{Cl}$) ۱۷ است،پس عنصر مورد نظر همان (${}_{17}\text{Cl}$) ۱۷ است.

(شیمی ۱-کیهان، زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۳۸- گزینه «۲»

(مهمرباشا پورباوید)

ایزوتوپ‌های یک عنصر از نظر پایداری در طبیعت، نقطه ذوب و جوش چگالی،

(ویژگی‌های فیزیکی وابسته به جرم) عدد جرمی و تعداد نوترون‌ها (ذره‌های

زیراتمی خنثی) با یکدیگر تفاوت دارند.

(شیمی ۱-کیهان، زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۹- گزینه «۲»

(مهمرباشا پورباوید)

عبارت اول و سوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد دوم) از تکنسیم برای تشخیص بیماری تیروئید استفاده می‌شود و نه

برای درمان آن.

مورد چهارم) نخستین عنصر ساخته شده در راکتور هسته‌ای ${}^{99}\text{Tc}$ است که

دارای ۴۳ پروتون و ۵۶ نوترون است که ۱۳ واحد با یکدیگر اختلاف دارند.

(شیمی ۱-کیهان، زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۸، ۱۴ و ۱۵)

۱۴۰- گزینه «۱»

(امیرحسین طیبی)

ابتدا به کمک اطلاعاتی که در مورد تعداد اتم‌ها داده شده است، جرم اتمی

میانگین عنصر A را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ atom} = 523 / \Delta g \text{ AF}_3 \times \frac{\text{mol AF}_3}{\text{Mg AF}_3} \times \frac{4 \text{ mol atom}}{\text{mol AF}_3}$$

$$\times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom}}{\text{mol atom}} = 1 / 20.4 \times 10^{25} \text{ atom}$$

$$\Rightarrow M = 104 / 7 \text{ g.mol}^{-1} = \overline{M}_A + 3\overline{M}_F = \overline{M}_A + 3(19)$$

$$\Rightarrow \overline{M}_A = 47 / 7 \text{ g.mol}^{-1}$$

سپس به محاسبه درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها می‌پردازیم:

$$\begin{matrix} {}^{46}\text{A} & {}^{48}\text{A} & {}^{49}\text{A} \\ \%F_1 & \%F_2 & \%F_3 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} F_1 + F_2 + F_3 = 100 \\ F_1 + F_3 = F_2 + 20 \end{cases} \Rightarrow F_2 = 40$$

فراوانی‌های ایزوتوپ‌ها را به صورت $F_3 = 60 - x$ ، $F_2 = 40$ و $F_1 = x$

در نظر می‌گیریم.

$$\overline{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

$$\Rightarrow 47 / 7 = \frac{46x + (48 \times 40) + 49(60 - x)}{100}$$

$$\Rightarrow x = 30 \Rightarrow F_1 = 30\%, F_2 = 40\%, F_3 = 30\%$$

$$\frac{{}^{49}\text{A فراوانی}}{{}^{46}\text{A فراوانی}} = \frac{30}{30} = 1$$

(شیمی ۱-کیهان، زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۶، ۱۳ تا ۱۹)



دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۳ مرداد

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، سپهر حسن خان پور، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف چینی و صفحه آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۳»

(مأمدر کریمی)

دژه بین برای بزرگنمایی است نه اندازه گیری، اما دیگر وسایل برای اندازه گیری زمان، فشار و وزن به کار می روند.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۳»

(سپهر حسن فان پور)

معلوم است که روی تخته سیاه با گچ می نویسند و روی وایت بورد با ماژیک. دسته دومی نیز جدیدتر است.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۱»

(ممدیر اصفهانی)

متن می گوید مأمون به دو فرزندش دستور داده بود هر گاه معلّم برمی خاست تا کفش بپوشد و برود، هر یک از دو فرزند بدونند و یکی از دو لنگه کفش معلّم را پیش پای او بگذارند تا او خم نشود و راحت کفش بپوشد. این نشانه احترامی است که جایگاه معلّم دارد.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۱»

(سپهر حسن فان پور)

متن می گوید آدمی باید نخست خود از دیگری علم بیاموزد و سپس ادعای آموزگاری کند.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۳»

(مأمدر کریمی)

طبق متن، نظرات وبر در انکار نقش کاربزمادر مشروعیت بخشی به حاکم نیست، اما می گوید این که قوانین و نهادهای سیاسی در جوامع مدرن تعیین کننده اند، یعنی مشروعیت قانونی عقلانی مهمتر است.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۲»

(مأمدر کریمی)

جان لاک معتقد بود اگر حکومتی حقوق طبیعی مردم را نقض کند، مردم حق این را دارند که برای تغییر آن اقدام کنند.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۳»

(مأمدر کریمی)

چه نمونه رفتارهایی ممکن است عامل کاهش رضایت عمومی و بحران مشروعیت یک حکومت باشد؟ فساد، ناکارآمدی، سرکوب و یا نارضایت اجتماعی. دو پرسش دیگر در متن پاسخ نگرفته اند.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۱»

(مأمدر کریمی)

کافی است به این نکته توجه کنیم که حسن و یعقوب برادرند و فرزندان ایشان پسرعموی یکدیگرند. معلوم است که ما از نسبت بین مادران این دو اطلاعی نداریم.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه ۲»

(مأمدر کریمی)

حسن برادر مه پاره است، پس حسن، دایی فرزند مه پاره است. معلوم است که پسر حسن، پسر دایی فرزند مه پاره است. زن حسن، خواهر شوهر مه پاره است. پس زن حسن برای فرزند مه پاره، عمه» است. معلوم است که پسر حسن، پسر عمه مه پاره هم هست.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینه ۴»

(مأمدر کریمی)

پسر حسن، با دختر برادر زن عموی خود ازدواج کرده است. پس زن عموی پسر حسن، برای آن دختر، عمه است. پس زن عموی حسن، عمه زن پسر حسن است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه ۱»

(ممدیر اصفهانی)

ابتدا جدول را کامل می کنیم. امین کوچکترین فرزند است. امیر بزرگترین فرزند نیست. اصغر نیز بزرگترین فرزند نیست. پس بزرگترین فرزند اکبر است. او کمربند دارد. فقط یک نفر از آن که کراوات دارد بزرگتر است، پس آن که کراوات دارد بیست سال دارد. امیر کراوات ندارد. پس امیر هفده سال دارد و اصغر بیست سال.

سن	۲۲	۲۰	۱۷	۱۴
نام	اکبر	اصغر	امیر	امین
رنگ پیراهن				
لباس دیگر	کمربند	کراوات		

آن که پاپیون دارد، پیراهنش آبی است و کوچکترین فرزند نیست. یعنی امین نیست، پس امیر است. آن که نه کمربند دارد، نه کراوات و نه پاپیون، یعنی امین، قرمز پوشیده است. رنگ پیراهن اکبر و اصغر هم معلوم نیست.

سن	۲۲	۲۰	۱۷	۱۴
نام	اکبر	اصغر	امیر	امین
رنگ پیراهن	معلوم نیست	معلوم نیست	آبی	قرمز
لباس دیگر	کمربند	کراوات	پاپیون	ندارد

طبق جدول، اصغر کراوات زده است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه ۳»

(ممید اصفهانی)

طبق جدول پاسخ قبلی، آن که پاپیون زده است، آبی پوشیده است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه ۴»

(ممید اصفهانی)

طبق جدول پاسخ‌های قبلی، آن که کمر بند دارد، اکبر است که ۲۲ سال دارد.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه ۲»

(ممید اصفهانی)

طبق داده‌های بالا، معلوم است که رنگ پیراهن اکبر و اصغر معلوم نیست.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه ۲»

(ممید کنهی)

کارخانه طبق نمودار در فصل‌های بهار و پاییز سودده بوده است، ولی میزان سود در این ماه‌ها طبق نمودار، دقیق قابل مقایسه نیست. حتی اگر تقریبی هم بگوییم، به نظر می‌رسد فصل پاییز سوددهی بیشتری داشته است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینه ۳»

(فاطمه راسخ)

یکی از نقطه‌ها در همه شکل‌ها در محل اشتراک دایره‌ها و مربع است. این فضا در گزینه ۳» اصلاً نیست. دیگر نقطه‌ها جایگاه نسبی مشابهی دارند.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه ۲»

(فاطمه راسخ)

تعداد پاره‌خط‌های شکل بیرونی در همه شکل‌ها، دقیقاً یکی بیش‌تر از تعداد پاره‌خط‌های شکل درونی است، به‌جز گزینه ۲».

(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه ۴»

(فاطمه راسخ)

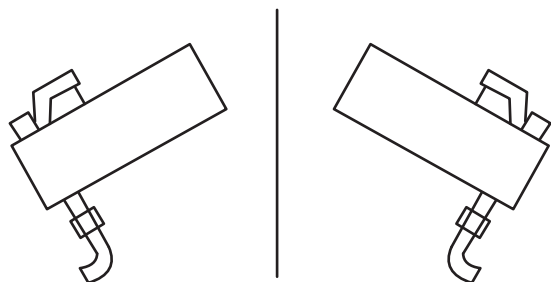
در همه شکل‌ها، دایره‌ای هست و دو چندضلعی. همواره بخش مشترک دایره با آن چندضلعی که تعداد اضلاع کم‌تری دارد، رنگی است به‌جز گزینه ۴».

(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه ۲»

(ممید کنهی)

تقارن مدنظر:

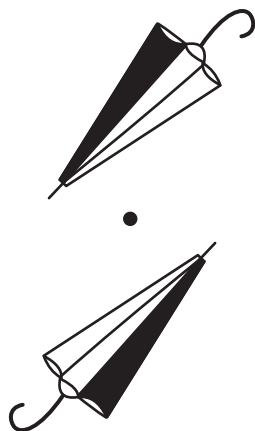


(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه ۴»

(غریزاد شیرممنذری)

تقارن مدنظر:



(هوش غیرکلامی)