



آزمون ۱۴ از ۱۵



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.  
امام خمینی (ره)

**پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی**  
**سنجش دوازدهم - جامع نوبت سوم**  
**(۱۴۰۴/۰۲/۲۶)**

**علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)**

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

**www.sanjeshserv.ir**

**مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی**

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی [test@sanjeshserv.com](mailto:test@sanjeshserv.com) معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



**@sanjesheducationgroup**



**@sanjeshserv**

**کانال های ارتباطی:**

ویژه پایه دوازدهم

## ریاضیات

۱. گزینه ۱ درست است.

ضابطه تابع را به فرم  $y = \left(\frac{m-2}{m}\right)x^2 - \frac{8}{m}x + \frac{6-m}{m}$  می نویسیم. حال باید  $\frac{c}{a} \geq 0$  باشد:

$$\frac{6-m}{m} \geq 0 \Rightarrow \frac{6-m}{m-2} \geq 0 \Rightarrow 2 < m \leq 6$$

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲. گزینه ۴ درست است.

در ابتدا داریم:

$$g(x) = f^{-1}(3x + \sqrt{x}) = 2(3x + \sqrt{x}) - |3x + \sqrt{x}|$$

اما به فاصله دامنه  $\sqrt{x}$  باید  $x \geq 0$  باشد، پس:

$$g(x) = 6x + 2\sqrt{x} - 3x - \sqrt{x} = 3x + \sqrt{x}$$

حال  $g^{-1}(14)$  را با حل  $g(x) = 14$  به دست می آوریم:

$$3x + \sqrt{x} = 14 \xrightarrow{\sqrt{x}=t>0} 3t^2 + t - 14 = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$\Rightarrow x = 4$$

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۳. گزینه ۲ درست است.

با توجه به اتحاد جمله مشترک داریم:

$$\left(\frac{x+3}{x+1}\right)^2 - 7\left(\frac{x+3}{x+1}\right) - 8 < 0 \Rightarrow \left(\frac{x+3}{x+1} - 8\right)\left(\frac{x+3}{x+1} + 1\right) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < \frac{x+3}{x+1} < 8 \xrightarrow{-1} -2 < \frac{2}{x+1} < 7$$

$$\div 2 \Rightarrow -1 < \frac{1}{x+1} < 3/5$$

پس ۳ یا ۲ یا ۱ یا ۰ یا -۱  $\left[\frac{1}{x+1}\right]$  یعنی ۵ مقدار می پذیرد.

(ریاضی (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۴. گزینه ۳ درست است.

با حل معادله داریم:

$$\sqrt{x-2} = 5-2x \Rightarrow x-2 = 4x^2 + 25 - 20x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 21x + 27 = 0 \Rightarrow (4x-9)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{4} \text{ یا } 3$$

با چک کردن می فهمیم فقط  $x = \frac{9}{4}$  جواب قابل قبول است.

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{13}{6}$$

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: آسان)

۵. گزینه ۱ درست است.

از فرض سؤال داریم:

$$x + \frac{1}{x} + x^2 + \frac{1}{x^2} = 10 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = t \Rightarrow t + t^2 - 2 = 10$$

$$\Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow t = -4 \text{ یا } 3$$

بنابراین:

$$x + \frac{1}{x} = -4 \text{ یا } 3 \Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \text{ یا } x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{3} \text{ یا } \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

از طرفی اگر  $x + \frac{1}{x} = -4$  باشد، آنگاه  $d = 9$  است. در این حالت بیشترین مقدار  $dx$  برابر با  $9(-2 + \sqrt{3})$  است.

اگر  $x + \frac{1}{x} = 3$  باشد، آنگاه  $d = 2$  است و بیشترین مقدار  $dx$  برابر با  $2(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}) = 3 + \sqrt{5}$  است.

(ریاضی (۱)؛ سطح دشواری متوسط)

۶. گزینه ۴ درست است.

ابتدا داریم:

$$\alpha + 1 + \beta + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{3}{2}$$

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = -\frac{5}{2} \Rightarrow \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha\beta = -2$$

پس  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 + \frac{3}{2}x - 2 = 0$  هستند. حال داریم:

$$\frac{2\alpha - 1}{2} + \frac{2\beta - 1}{2} = \alpha + \beta - 1 = -\frac{5}{2}$$

$$\frac{(2\alpha - 1)(2\beta - 1)}{4} = \frac{4\alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 1}{4} = \frac{-8 + 3 + 1}{4} = -1$$

معادله موردنظر:

$$x^2 + \frac{5}{2}x - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 2 = 0$$

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: دشوار)

۷. گزینه ۲ درست است.

با کمی ساده‌سازی داریم:

$$\frac{\sin 3x}{\cos x} - 2 \sin 2x = \cos x \Rightarrow \frac{\sin 3x - 2 \sin 2x \cos x}{\cos x} = \cos x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(2x + x) - 2 \sin 2x \cos x}{\cos x} = \cos x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \cos x \Rightarrow \sin x = \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \sin x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

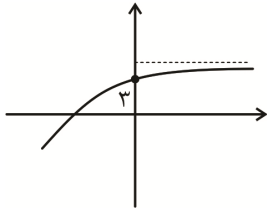
$$\Rightarrow \sin x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (\text{هر دو قابل قبول})$$

$$\Rightarrow x = \alpha, \pi - \alpha, \beta, \pi - \beta \xrightarrow{\text{مجموع}} 2\pi$$

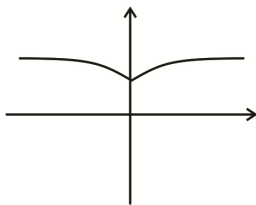
(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: دشوار)

۸. گزینه ۳ درست است.

نمودار  $y = 3 - 2^{1-x}$  به این صورت است:



پس  $y = 3 - 2^{1-|x|}$  هم:



در نتیجه  $|y| = 3 - 2^{1-|x|}$  که از ادغام  $y = (3 - 2^{1-|x|})$  و  $y = -(3 - 2^{1-|x|})$  به دست می آید، همان گزینه ۳ است.

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: آسان)

۹. گزینه ۱ درست است.

اولاً  $x \geq 3$  است و از طرفی:

$$3 - \left[ x - \frac{1}{2} \right] = 0 \Rightarrow 3 \leq x - \frac{1}{2} < 4 \Rightarrow 3\frac{1}{2} \leq x < 4\frac{1}{2}$$

پس  $x$  نباید ۱ یا ۲ یا ۴ باشد.

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: آسان)

۱۰. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{10})^-} \frac{\frac{1}{x} - \left[ \frac{1}{x} - 1 \right]}{\frac{1}{x^2} + 1 - \left[ \frac{1}{x^2} \right]} &= \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{10})^-} \frac{\frac{1}{x} - \left[ \frac{1}{x} \right] + 1}{\frac{1}{x^2} - \left[ \frac{1}{x^2} \right] + 1} \\ &= \frac{10 - [10^+] + 1}{100 - [100^+] + 1} = \frac{1}{1} = 1 \end{aligned}$$

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۱. گزینه ۲ درست است.

می دانیم  $f(2) = 3$  است. چون صورت کسر بالا به صفر میل می کند، پس  $4 + a = 0$  و یعنی  $a = -4$  است. پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} [-4x] + b = 3 \Rightarrow [(-8)^+] + b = 3 \Rightarrow b = 11$$

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: آسان)

۱۲. گزینه ۳ درست است.

$$\text{توجه کنید که } f(x) = x^2 \left[ 3 - \frac{8}{x+3} \right] = 3x^2 + x^2 \left[ \frac{-8}{x+3} \right]$$

این یعنی در همسایگی  $x = 1$  داریم:

$$f_+(x) = 3x^2 + x^2 \left[ (-2)^+ \right] = x^2$$

در نتیجه مقدار مشتق خواسته شده  $2 \times 2 = 4$  است.

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۳. گزینه ۴ درست است.

با تقسیم صورت و مخرج بر  $\cos x$  داریم:

$$f(x) = \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

این تابع در  $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$  صعودی است.

$$f(0) = -1, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = 2 - \sqrt{3}$$

پس برد  $(-1, 2 - \sqrt{3})$  است.

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۴. گزینه ۳ درست است.

معادله خط موردنظر  $y = a(x+2) + 4$  است. از طرفی نقطه تماس در معادله زیر صادق است:

$$\frac{f(x) - 4}{x + 2} = f'(x) \Rightarrow \frac{2x^2 + x + 6}{x + 2} = 4x + 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x + 6 = 4x^2 + 9x + 2 \Rightarrow 2x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{96}}{4} = -2 \pm \sqrt{6}$$

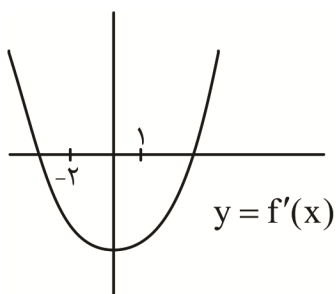
$$x > 0 \rightarrow a = 4x + 1 = -7 + 4\sqrt{6}$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۵. گزینه ۱ درست است.

باید  $-2, 1$  بین ریشه‌های  $f'(x)$  باشند؛ یعنی

$$f'(x) = x^2 + 2ax - 3a$$

برای این کار باید  $f'(-2) < 0$  و  $f'(1) < 0$  باشد:

$$\begin{cases} 1 + 2a - 3a < 0 \\ 4 - 4a - 3a < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 < a \\ \frac{4}{7} < a \end{cases} \xrightarrow{\cap} 1 < a$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۶. گزینه ۳ درست است.

معادله  $f(f(x)) = x$  به ازای  $x = 2, 4$  برقرار است؛ پس باید ۴ یا ۲ باشد:  $g(a)$ 

$$g(a) = 2 \Rightarrow \frac{3a+1}{2} = 2 \Rightarrow a_1 = 1$$

$$g(a) = 4 \Rightarrow \frac{3a+1}{2} = 4 \Rightarrow a_2 = \frac{7}{3}$$

$$a_1 + a_2 = \frac{10}{3}$$

(حسابان (۱)؛ سطح دشواری: آسان)

۱۷. گزینه ۴ درست است.

دامنه  $x > -3$  است. با مشتق گیری داریم:

$$y'' = 0 \Rightarrow -f''(x) = 0 \Rightarrow \left( \frac{2x\sqrt{x+3} - (x^2+1) \times \frac{1}{2\sqrt{x+3}}}{x+3} \right)' = 0$$

$$\Rightarrow \left( \frac{4x(x+3) - (x^2+1)}{2(x+3)\sqrt{x+3}} \right)' = 0 \Rightarrow \left( \frac{3x^2 + 12x - 1}{2(x+3)\sqrt{x+3}} \right)' = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(6x+12)(2(x+3)\sqrt{x+3}) - (3x^2+12x-1)(2\sqrt{x+3})}{4(x+3)^3} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+3}(12(x+2)(x+3) - 3(3x^2+12x-1)) = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 24x + 75 = 0 \Rightarrow x^2 + 8x + 25 = 0$$

چون این معادله ریشه ندارد. پس تابع هم نقطه عطف ندارد.

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۸. گزینه ۳ درست است.

تابع  $g(x) = x^2 + 2x + 3$  را در نظر بگیرید. این تابع در  $x = -1$  مینیمم نسبی دارد.پس تابع  $f(x) \frac{1}{g(x)}$  در  $x = -1$  ماکزیمم نسبی دارد. (توجه کنید  $g(x)$  همواره مثبت است.)

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۹. گزینه ۳ درست است.

$$|A| = \begin{vmatrix} |A|-1 & |A|-2 \\ 1 & |A|+1 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = |A|^2 - 1 - (|A|-2)$$

$$\Rightarrow |A| = |A|^2 - 1 - |A| + 2 \Rightarrow |A|^2 - 2|A| + 1 = 0 \Rightarrow |A| = 1$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, AX = A^{-1} \times A^{-1} \Rightarrow -1X = (A^{-1})^2$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

جمع درآیه‌های  $X = 2$ 

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۰. گزینه ۲ درست است.

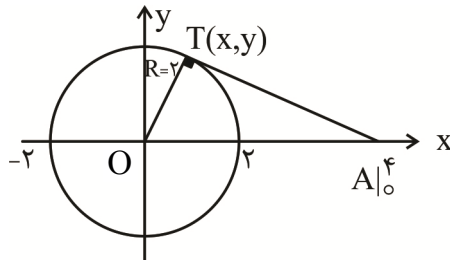
دترمینان A را برحسب سطر دوم بسط می‌دهیم.

$$|A| = (-1)^3 \begin{vmatrix} b & c \\ y & z \end{vmatrix} + (-1)^4 (2) \begin{vmatrix} a & c \\ x & z \end{vmatrix} + (-1)^5 \times (3) \begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix}$$

$$10 = -2 + 6 - 3(ay - bx) \Rightarrow ay - bx = -2$$

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۱. گزینه ۲ درست است.



$$x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow O(0, 0) R = 2$$

$$OA = 4 \Rightarrow AT^2 = 16 - 4 = 12$$

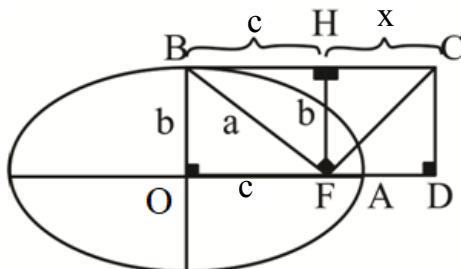
$$AT^2 = (x - 4)^2 + y^2 = 12 \Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2}_{4} - 8x + 16 = 12$$

$$\Rightarrow x = 1, 1 + y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm\sqrt{3} \Rightarrow T(1, \sqrt{3}) \quad T'(1, -\sqrt{3})$$

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۲. گزینه ۳ درست است.

از F عمود FH را بر BC رسم می‌کنیم. داریم:



$$FH = OB = b$$

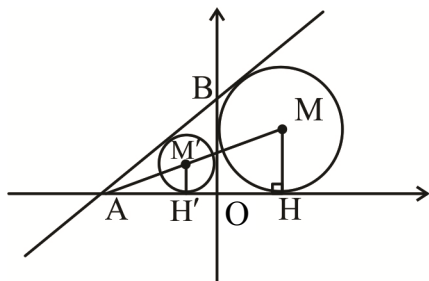
$$\triangle BFC : b^2 = cx \Rightarrow x = \frac{b^2}{c}$$

$$\Rightarrow BC = OD = c + x = c + \frac{b^2}{c} = \frac{b^2 + c^2}{c} = \frac{a^2}{c} =$$

$$a \times \frac{a}{c} = a \times \frac{1}{e} = \frac{a}{e}$$

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۳. گزینه ۱ درست است.

خط  $4x - 3y + 12 = 0$  محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کند:

$$\begin{cases} 4x - 3y + 12 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -3 \Rightarrow OA = 3$$

$$\begin{cases} 4x - 3y + 12 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow y = 4 \Rightarrow OB = 4$$

$$M'H = \frac{S}{p} = \frac{\frac{4 \times 3}{2}}{\frac{4+3+5}{2}} = \frac{12}{12} = 1$$

$$MH = \frac{S}{p-4} = \frac{\frac{4 \times 3}{2}}{\frac{4+3+5}{2} - 4} = \frac{6}{2} = 3$$

$$AH' = p - BO = 6 - 4 = 2$$

$$AH = p = 6$$

$$AM^2 = AH^2 + MH^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45 \Rightarrow AM = 3\sqrt{5}$$

در مثلث قائم‌الزاویه OAB، خواهیم داشت:

$$AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow AB = 5$$

دایره‌های داده‌شده، دایره‌های محاطی داخلی و محاطی خارجی نظیر ضلع OB در مثلث OAB هستند.

حالا شعاع‌های این دایره‌ها را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

دو مثلث  $\triangle AMH$  و  $\triangle AM'H$  متشابه‌اند.

$$\frac{M'H'}{MH} = \frac{AM'}{AM} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{AM'}{3\sqrt{5}} \Rightarrow AM' = \sqrt{5}$$

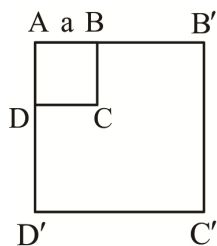
$$MM' = AM - AM' = 3\sqrt{5} - \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

(هندسه (۲)؛ سطح دشواری: بسیار دشوار)

۲۴. گزینه ۳ درست است.

مجانس مربع ABCD مربع  $AB'C'D'$  است. می‌دانیم تجانس، طول‌ها را به نسبت k

و مساحت را به نسبت  $k^2$  تغییر می‌دهد.



$$AB' = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

$$S = S_{AB'C'D'} - S_{ABCD} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2 - a^2 = \frac{45}{4}a^2 = 20$$

$$a^2 = \frac{4 \times 20}{45} = \frac{16}{9} \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$ABCD \text{ محیط مربع} = 4a = 4\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{16}{3}$$

(هندسه (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۵. گزینه ۴ درست است.

بنابر خاصیت بازتابندگی بیضی  $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_4$  و با توجه به عمود بودن MN بر خط d نتیجه

می‌شود.  $\widehat{M}_2 = \widehat{M}_3$  و در نتیجه MN نیمساز داخلی و ME نیمساز خارجی است.

$$\frac{NF}{NF'} = \frac{MF}{MF'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{NF}{NF + NF'} = \frac{1}{1+3} \Rightarrow NF = \frac{12}{4} = 3$$

از طرفی ME نیمساز خارجی است.

$$\frac{EF}{EF'} = \frac{MF}{MF'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{EF}{EF + 12} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{EF}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow EF = 6$$

$$EN = EF + FN = 6 + 3 = 9$$

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۶. گزینه ۲ درست است.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow -30 = |\vec{a}| (3) \cos \theta \Rightarrow |\vec{a}| \cos \theta = -10$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta \Rightarrow 72 = |\vec{a}| (3) \sin \theta \Rightarrow |\vec{a}| \sin \theta = 24$$

$$|\vec{a}|^2 \sin^2 \theta + |\vec{a}|^2 \cos^2 \theta = 576 + 100 = 676$$

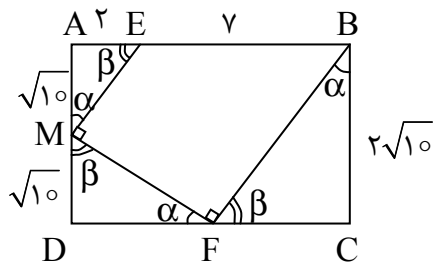
$$|\vec{a}|^2 = 676 \Rightarrow |\vec{a}| = 26$$

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۷. گزینه ۲ درست است.

با توجه به شکل، مثلث‌های قائم‌الزاویه  $\triangle MAE$ ،  $\triangle MDF$ ،  $\triangle BFC$  متشابه‌اند.

$$\triangle AEM \sim \triangle BFC \Rightarrow \frac{AE}{FC} = \frac{AM}{BC} \Rightarrow \frac{2}{FC} = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{10}}$$



$$\Rightarrow FC = 4 \Rightarrow FD = 9 - 4 = 5$$

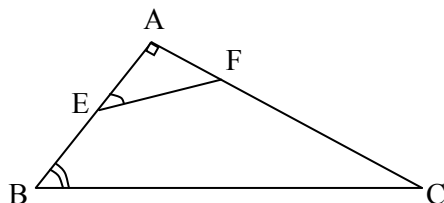
$$\begin{cases} ME^2 = AE^2 + AM^2 = 4 + 10 = 14 \Rightarrow ME = \sqrt{14} \\ BF^2 = BC^2 + FC^2 = 81 + 16 = 97 \Rightarrow BF = \sqrt{97} \\ MF^2 = MD^2 + DF^2 = 10 + 25 = 35 \Rightarrow MF = \sqrt{35} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت دوزنقه} = \frac{1}{2} \times MF \times (ME + BF) = \frac{1}{2} \times \sqrt{35} \times (\sqrt{14} + \sqrt{97})$$

$$= \frac{3}{2} \times \sqrt{5 \times 7 \times 2 \times 7} = \frac{21}{2} \sqrt{10} = 10.5 \sqrt{10}$$

(هندسه (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۸. گزینه ۴ درست است.

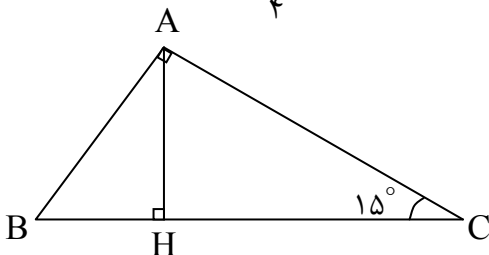


$$\triangle AEF: \hat{E} + \hat{F} = 90^\circ \Rightarrow \hat{F} = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

$$\triangle ABC: \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$$

پس مثلث‌های  $\triangle ABC$  و  $\triangle AEF$  متشابه‌اند و خواهیم داشت:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AEF}} = k^2 = 4 \Rightarrow k = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{BC}{EF} = 2\sqrt{2}$$

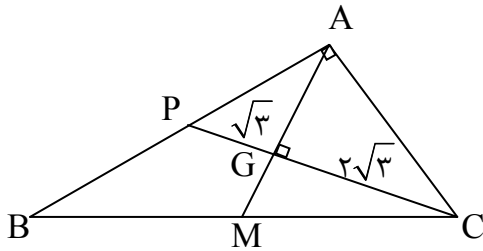
از طرفی دیگر می‌دانیم که اگر یکی از زاویه‌های مثلث قائم‌الزاویه  $15^\circ$  باشد، اندازه ارتفاع نظیر وتر،  $\frac{1}{4}$  وتر است؛ بنابراین:

$$AH = \frac{1}{4} BC \Rightarrow BC = 4AH \Rightarrow \frac{4AH}{EF} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{AH}{EF} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۹. گزینه ۱ درست است.

می‌دانیم که در هر مثلث نقطه هم‌رسی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند؛ بنابراین:



$$GP = \frac{1}{2}GC = \sqrt{3}$$

$$AG^2 = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6 \Rightarrow AG = \sqrt{6}$$

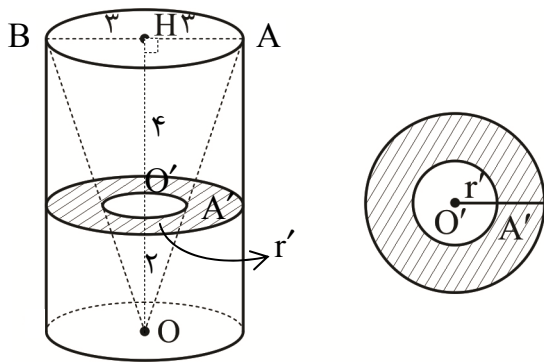
$$S_{\triangle APC} = \frac{\sqrt{6} \times 3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle APC} = 9\sqrt{2}$$

(هندسه (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۰. گزینه ۱ درست است.

هدف، محاسبه مساحت ناحیه هاشورزده است.



$$\frac{OO'}{OH} = \frac{O'A'}{AH} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{r'}{3} \Rightarrow r' = 1$$

$$\text{مساحت ناحیه هاشورزده} = \pi r^2 - \pi r'^2 = 9\pi - \pi = 8\pi$$

(هندسه (۱)؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۱. گزینه ۳ درست است.

الف)

| p | p | $p \Rightarrow p$ |
|---|---|-------------------|
| د | د | د                 |
| ن | ن | د                 |

ب)

| p | q | $p \wedge q$ | $p \Rightarrow (p \wedge q)$ |
|---|---|--------------|------------------------------|
| د | د | د            | د                            |
| د | ن | ن            | ن                            |
| ن | د | ن            | د                            |
| ن | ن | ن            | د                            |

پ)

| p | q | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \Rightarrow p$ |
|---|---|--------------|------------------------------|
| د | د | د            | د                            |
| د | ن | ن            | د                            |
| ن | د | ن            | د                            |
| ن | ن | ن            | د                            |

ت)

| p | $\sim p$ | $p \vee \sim p$ |
|---|----------|-----------------|
| د | ن        | د               |
| ن | د        | د               |

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۲. گزینه ۲ درست است.

$$n(s) = \binom{10}{3} = 120 \quad n(A) = \binom{4}{3} = 4$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$$

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: آسان)

۳۳. گزینه ۳ درست است.

فقط یک نفر بلندقدتر از a باشد: B از a بلندقدتر است: A

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad P(A) = \frac{1}{2}$$

برای محاسبه  $P(A \cap B)$  به صورت زیر عمل می کنیم:

$$n(s) = 10! \quad \underbrace{\square \square \square \square \square \square \square \square}_{\text{یک نفر به غیر از a و b}} \quad \underbrace{\square \square}_{\text{a و b}}$$

یک نفر به غیر از a و b و ۷ نفر دیگر

$$n(A \cap B) = \binom{8}{1} \times 8! \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{8 \times 8!}{10!} = \frac{8 \times 8!}{10 \times 9 \times 8!} = \frac{8}{90}$$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{\frac{8}{90}}{\frac{1}{2}} = \frac{8}{45}$$

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۴. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{new}}^2 &= \sigma^2 - 4 \Rightarrow \frac{\sum (x_i - \bar{x})_{\text{new}}^2}{10} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{9} - 4 \\&= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_7 - \bar{x})^2 + \dots + (x_9 - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{10} - 4 \\&= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_7 - \bar{x})^2 + \dots + (x_9 - \bar{x})^2}{9} - 4 \\&\Rightarrow \frac{10 \sum (x_i - \bar{x})^2 - 9 \sum (x_i - \bar{x})^2}{90} = 4 \\&\Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 360 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{360}{9} = 40 \Rightarrow \sigma_{\text{new}}^2 = 40 - 4 = 36 \\&\Rightarrow \frac{\sigma}{\sigma_{\text{new}}} = \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{36}} = \frac{2\sqrt{10}}{6} = \frac{\sqrt{10}}{3}\end{aligned}$$

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۵. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{aligned}3^k + 4 &\equiv 0 \Rightarrow 3^k \equiv -4 \\3^2 &\equiv 9 \equiv -4 \Rightarrow 3^3 \equiv -12 \equiv 1 \\&\Rightarrow \begin{cases} 3^{3n} \equiv 1 \\ 3^{3n+2} \equiv -4 \end{cases} \Rightarrow 3^{3n+2} \equiv -4 \Rightarrow k = 3n + 2 \\&\Rightarrow 10 \leq 3n + 2 \leq 99 \Rightarrow 8 \leq 3n \leq 97 \\&\Rightarrow 3 \leq n \leq 32 \Rightarrow n \text{ تعداد} = 32 - 3 + 1 = 30\end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۶. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{aligned}a &= 11q + 3 \Rightarrow a \equiv 3 \Rightarrow a^b \equiv 3^b \equiv 3^{20q' + 19} \\3^2 &\equiv 9 \equiv -2 \Rightarrow (3^2)^a \equiv (-2)^{11} \equiv -32 \equiv 1 \\&\Rightarrow 3^{10} \equiv 1 \Rightarrow 3^{20} \equiv 1 \Rightarrow 3^{20q'} \equiv 1 \Rightarrow 3^{20q' + 19} \equiv 3^{19} \\3^{19} &\equiv x \Rightarrow 3^{20} \equiv 3x \equiv 1 \Rightarrow 3x \equiv 1 \equiv 12 \Rightarrow x \equiv 4\end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: متوسط)

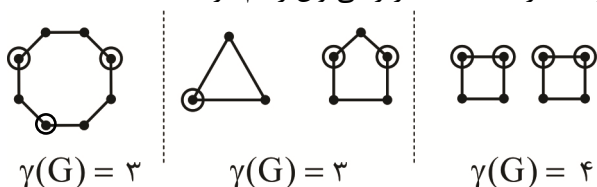
۳۷. گزینه ۳ درست است.

یال  $ab$  با ۸ یال مجاور است. از آنجا که این گراف،  $k$ -منتظم است. پس درجهٔ هریک ازرأس‌های  $a$  و  $b$  باید برابر  $5 = 4 + 1 = \frac{8}{2}$  باشد. پس این گراف گرافی ۵-منتظم است.

با توجه به اینکه  $\deg_{\frac{v_i}{G}} + \deg_{\frac{v_j}{G}} = p - 1$  است، خواهیم داشت:

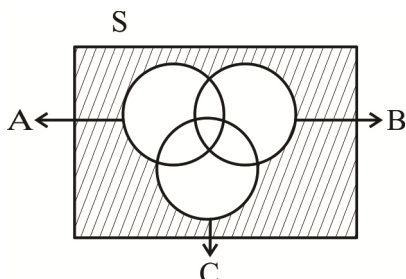
$$5 + \deg_{\frac{v_i}{G}} = 8 - 1 = 7 \Rightarrow \deg_{\frac{v_i}{G}} = 2$$

پس گراف مکمل  $G$ ، گرافی ۲-منتظم است. گراف ۲-منتظم مرتبه ۸ را به ۳ حالت زیر می‌توان رسم کرد:



(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۸. گزینه ۴ درست است.



اگر مجموعه  $A$ ، مجموعه حالت‌هایی باشد که ۲ حرف  $a$  کنار هم باشند و مجموعه  $B$ ، مجموعه حالت‌هایی باشند که ۲ حرف  $b$  کنار هم باشند و مجموعه  $C$ ، مجموعه حالت‌هایی باشند که ۲ حرف  $c$  کنار هم باشند، آنگاه تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$|S| - |A \cup B \cup C| = \frac{6!}{2!2!2!} - \left( 3 \times \frac{5!}{2!2!} - 3 \times \frac{4!}{2!} + 3! \right) = 90 - (90 - 36 + 6) = 30$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۹. گزینه ۴ درست است.

ابتدا باید ۳ جعبه از ۸ جعبه را انتخاب کنیم، سپس در این ۳ جعبه باید حداقل یک مهره قرار دهیم. به عبارت دیگر هر تابع از ۴ مهره به این ۳ جعبه باید پوشا باشد:

$$\binom{8}{3} (3^4 - 3 \times 2^4 + 3) = 56 \times 36 = 2016$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۰. گزینه ۱ درست است.

حاصل جمع دو عدد خارج شده حداقل  $1 + 2 = 3$  و حداکثر  $9 + 10 = 19$  است. پس تعداد اعداد متفاوت برابر است با:  $17 = 19 - 3 + 1$  براساس اصل لانه کبوتر باید حداقل  $17 + 1 = 18$  بار این آزمایش را تکرار کنیم تا دست کم دوبار حاصل جمع اعداد خارج شده یکسان باشد.

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: متوسط)

### فیزیک

۴۱. گزینه ۲ درست است.

گام اول: چگالی مخلوط اولیه را می‌یابیم:

$$\rho' = \frac{m_1 + m_2}{v_1 + v_2} = \frac{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{1 \times v + 4 \times 3v}{v + 3v} = \frac{13}{4} \frac{g}{cm^3}$$

گام دوم: چگالی مخلوط ثانویه را می‌یابیم:

$$\left| \begin{array}{l} \rho' = \frac{13}{4}, v' = 4v \\ \rho'' = 2 \frac{g}{cm^3}, v'' = 6v \end{array} \right. \Rightarrow \rho = \frac{m' + m''}{v' + v''} = \frac{\frac{13}{4} \times 4v + 2 \times 6v}{4v + 6v}$$

$$\rightarrow \rho = \frac{25}{10} = 2.5 \frac{g}{cm^3} \text{ (مخلوط نهایی)}$$

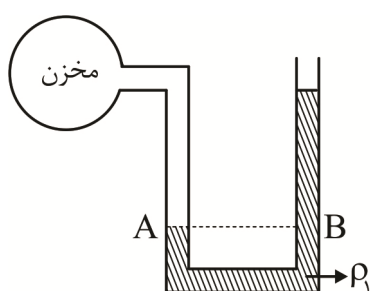
گام سوم:

$$\left| \begin{array}{l} \rho = 2.5 \frac{g}{cm^3} \rightarrow m = \rho v = 2.5 \times 10 \times v = 25v \\ 10 \rho \\ \rho = 1 \frac{g}{cm^3} \rightarrow m' = \rho v = 1 \times v = v \Rightarrow \frac{25v}{v} = 25 \end{array} \right.$$

(توجه: چون بحث مقایسه جرم‌ها است، نیازی به تبدیل یکا کردن نمی‌باشد).

(فیزیک (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۲. گزینه ۳ درست است.



$$\text{راه اول: } P_A = P_B \rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_0$$

$$136000 = 6800 \times 10 \times 0.6 + P_0 \rightarrow P_0 = 95200 \text{ Pa}$$

$$P'_A = P'_B \rightarrow \rho gh' = P_0 \rightarrow 136000 \times 10 \times h' = 95200$$

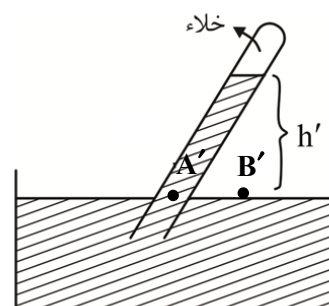
$$h' = 0.7 \rightarrow x = 2h' = 140 \text{ cm}$$

$$\text{راه دوم: } 136000 \div 1360 = 100 \text{ cmHg}$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \rightarrow 6.8 \times 60 = 13.6 h_{\text{Hg}} \rightarrow h_{\text{Hg}} = 30 \text{ cm}$$

$$P_A = P_B \rightarrow P_0 = 70 \text{ cmHg} = P_{A'} \rightarrow h' = 70 \text{ cm}$$

$$x = 140 \text{ cm}$$

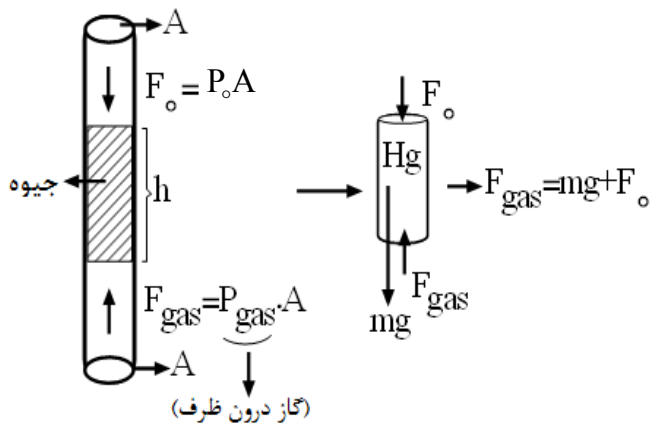


(فیزیک (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۳. گزینه ۱ درست است.

گام اول: مایع‌ها در تعادل هستند. در لوله قائم بالایی جیوه درون لوله در تعادل است.

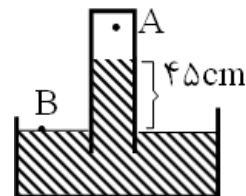
فشار گاز درون ظرف را با  $P_{\text{gas}}$  و فشار گاز در محل نقطه A در انتهای بسته لوله را با  $P'_{\text{gas}}$  نشان می‌دهیم:



$$\begin{cases} P_{\text{gas}} \times A = \rho_{\text{Hg}} Ahg + P_o \times A \rightarrow P_{\text{gas}} = \underbrace{\rho_{\text{Hg}} gh}_{\text{۷۰ cmHg}} + P_o = h_{\text{Hg}} + P_o \\ m = \rho v = \rho Ah \end{cases}$$

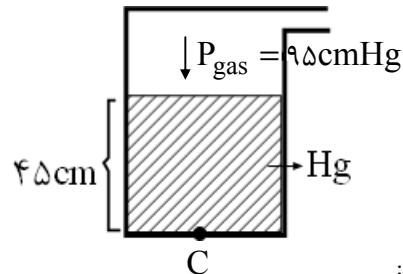
$$\rightarrow P_{\text{gas}} = ۷۰ + ۷۵ = ۱۴۵ \text{ cmHg} \rightarrow \boxed{P_{\text{gas}} = ۱۴۵ \text{ cmHg}}$$

$$P_B = P_A + ۴۵ \text{ cmHg} \rightarrow ۱۴۵ = P_A + ۴۵ \rightarrow \boxed{P_A = ۱۰۰ \text{ cmHg}}$$



گام دوم:

$$P_C = ۱۴۵ + ۴۵ = ۱۹۰ \text{ cmHg} \rightarrow \boxed{P_C = ۱۹۰ \text{ cmHg}}$$



گام سوم:

گام چهارم:

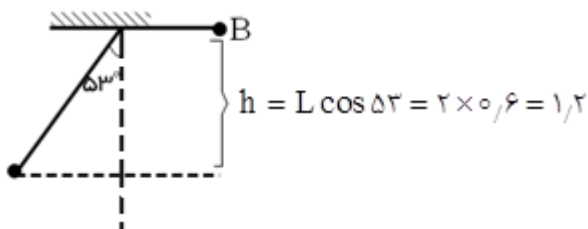
$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{۱۴۰}{۱۰۰} = \frac{۱۴}{۱۰}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۴. گزینه ۱ درست است.

$$W_{\text{mg}} = -mgh = -\frac{۴}{۱۰} \times ۱۰ \times ۱/۲ = -۴/۸ \text{ J}$$

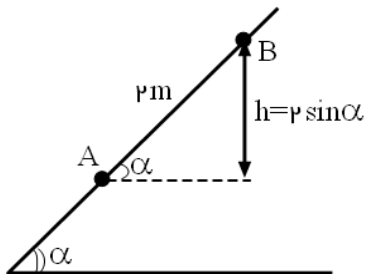
جسم به بالا می‌رود.



(فیزیک (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۵. گزینه ۳ درست است.

گام اول:

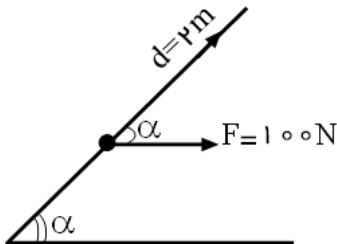


$$h = r \sin \alpha \Rightarrow \Delta U_g = mgh = 50 \times 2 \times \sin \alpha$$

$$\begin{cases} \Delta U_g = 100 \sin \alpha \\ \Delta U_g = 60 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{6}{10}$$

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1) \rightarrow \cos \alpha = \frac{8}{10}$$

گام دوم:



$$W_F = Fd \cos \alpha = 100 \times 2 \times \frac{8}{10} \rightarrow W_F = 160 \text{ J}$$

گام سوم: از طرف سطح شیبدار به جسم هم نیروی  $F_N$  وارد می‌شود و هم نیروی اصطکاک لغزشی  $f_k$  (چون کار نیروی  $F$   $160 \text{ J}$  تماماً به افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم تبدیل نمی‌شود  $(\Delta U_g = 60 \text{ J})$  و قطعاً اتلاف انرژی اتفاق افتاده که این یعنی  $f_k$  وجود دارد. توجه می‌شود که در مسائل هرگاه از نیروی مقاومت هوا صحبتی به عمل نمی‌آید یعنی ناچیز فرض شده است).

$$W_T = W_{f_k} + W_{F_N} + W_{mg} + W_F = \Delta k \quad (1)$$

(۲)  $(\Delta k = 0) \rightarrow k = \text{ثابت} \rightarrow v = \text{ثابت}$ : سرعت ثابت است.

$$W_F = 160 \text{ J} \quad (3)$$

$$W_{mg} = -\Delta U_g = -60 \text{ J} \quad (4)$$

$$(1), (2), (3), (4) \rightarrow (W_{f_k} + W_{F_N}) - 60 + 160 = 0 \rightarrow \boxed{W_{f_k} + W_{F_N} = -100 \text{ J}}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۶. گزینه ۴ درست است.

$$Q = mc\Delta\theta = 2 \times 4200 \times 60 = 504000 \text{ J}$$

$$Q' = mL_v = 0.1 \times 2268000 = 226800 \text{ J}$$

بخار آب به آب  $\theta_t$  تبدیل می‌شود  $\rightarrow Q > Q'$  چون  
آب بخار آب

$$\overbrace{Q_1} + \overbrace{Q_2} + \overbrace{Q_3} = 0$$

$$m_1 c_1 (\theta_t - 40) - m_2 L_v + m_3 c (\theta_t - 100) = 0$$

$$2 \times \cancel{4200} (\theta_t - 40) - 0.1 \times \cancel{2268000} + 0.1 \times \cancel{4200} (\theta_t - 100) = 0$$

$$2\theta_t - 80 - 54 + 0.1\theta_t - 10 = 0$$

$$2.1\theta_t = 144 \rightarrow \theta_t \cong \frac{144}{2.1} \cong 68.5^\circ \text{ C}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

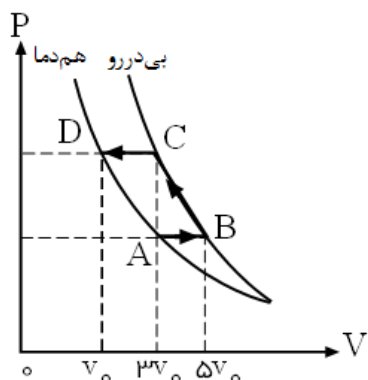
۴۷. گزینه ۳ درست است.

گام اول: A و D روی فرآیند هم‌دما قرار دارند؛ بنابراین:

$$P_D V_D = P_A (3V_D) \rightarrow (P_D = 3P_A)$$

به فرض  $P_A = P_0$  باشد؛ پس:

$$\begin{cases} P_D = P_C = 3P_0 \\ P_A = P_B = P_0 \end{cases}$$

گام دوم: می‌دانیم برای مقدار معین گاز کامل،  $U \propto T_{(k)}$  (انرژی درونی گاز با دمای مطلق گاز متناسب است).

$$\frac{U_C}{U_B} = \frac{T_C}{T_B} = \frac{\frac{P_C V_C}{nR}}{\frac{P_B V_B}{nR}} = \frac{P_C V_C}{P_B V_B} = \frac{3P_0 \times 3V_0}{P_0 \times 5V_0} = \frac{9}{5}$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{U_C}{U_B} = \frac{9}{5} \\ U_B = 250 \text{ J} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{U_C}{250} = \frac{9}{5} \rightarrow \boxed{U_C = 450 \text{ J}}$$

گام سوم:

$$B \rightarrow C: \Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC} \Rightarrow 450 - 250 = W_{BC} \rightarrow \boxed{W_{BC} = 200 \text{ J}}$$

گام چهارم:

$$\begin{cases} W_{AB} = -P_0(\Delta V_0 - 3V_0) = -150 \text{ J} \rightarrow 3P_0 V_0 = 150 \rightarrow P_0 V_0 = 75 \\ V_B > V_A \rightarrow W_{(A \rightarrow B)} < 0 \rightarrow \boxed{W_{AB} = -150 \text{ J}} \end{cases}$$

$$W_{CD} = -3P_0(V_0 - 3V_0) = 6P_0 V_0 = 6 \times 75 = 450 \rightarrow \boxed{W_{CD} = 450 \text{ J}}$$

گام پنجم:

$$U_A = U_D \Rightarrow \Delta U_{AD} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ABCD} = 0$$

$$Q_{AB} + \underbrace{W_{AB}}_{-150 \text{ J}} + \underbrace{\Delta U_{BC}}_{200 \text{ J}} + Q_{CD} + \underbrace{W_{CD}}_{450 \text{ J}} = 0 \rightarrow \boxed{Q_{AB} + Q_{CD} = -500 \text{ J}}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۸. گزینه ۲ درست است.

$$|W_t| = S = \frac{30 \times 6}{2} \times 10^2 = 9000 \text{ J} \xrightarrow{\text{ساعتگرد}} W_t = -9000 \text{ J}$$

$$\Delta U = 0 \rightarrow Q_t + W_t = 0 \rightarrow Q_t - 9000 = 0 \rightarrow Q_t = 9000 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{1}{4} = \frac{|W_t|}{Q_H} \rightarrow Q_H = 4|W_t| = 36000 \text{ J}$$

$$P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow \Delta T_{AB} = 0 \rightarrow \Delta U_{BC} = 0 \rightarrow Q_{BC} = -W_{BC}$$

$$\Rightarrow |W_{BC}| = S = \left(\frac{1+2}{2}\right) \times 30 \times 10^2 = 15000 \text{ J}$$

$$\begin{cases} V \uparrow \rightarrow W_{BC} < 0 \rightarrow \begin{cases} Q_{BC} = -W_{BC} \Rightarrow Q_{BC} > 0 \\ W_{BC} < 0 \end{cases} \\ B \rightarrow C \end{cases}$$

$$Q_H = Q_{AB} + Q_{BC} \rightarrow 36000 = Q_{AB} + 15000 \rightarrow Q_{AB} = 21000 \text{ J} = 21 \text{ kJ}$$

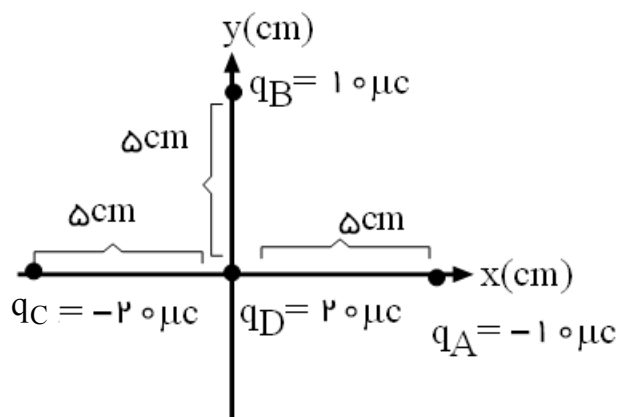
$$Q_{CA} = Q_t - Q_H = 9000 - 36000 = -27000 = -27 \text{ kJ}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۹. گزینه ۳ درست است.

راه حل اول:

ابتدا مکان بارها را روی محور مختصات نشان می‌دهیم و سپس برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_D$  را محاسبه می‌کنیم:



حال نیروهای وار بر بار  $q_D$  را محاسبه می‌کنیم:

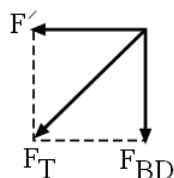
$$F_{AD} = \frac{k |q_A| |q_D|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 72 \text{ N}$$

$$F_{BD} = \frac{k |q_B| |q_D|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 72 \text{ N}$$

$$F_{CD} = \frac{k |q_C| |q_D|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 144 \text{ N}$$

برآیند دو نیروی  $F_{AD}$  و  $F_{CD}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$F' = F_{ED} - F_{AD} = 72 \text{ N}$$



$$F_T = \sqrt{F'^2 + F_{BD}^2} = \sqrt{72^2 + 72^2} = 72\sqrt{2} \text{ N}$$

حال برآیند نیروهای وارد بر بار را محاسبه می‌کنیم:

راه حل دوم: از ابتدا به جای  $q_A$  و  $q_C$  بار  $q_{AC}$  که برابر  $-10$  است را در محل  $q_C$  فرض کنید و چون

$$F_{\text{nef}} = \sqrt{2} F_{BD} = \sqrt{2} \left( \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 2 \times 10^{-6}}{5^2} \right) = 72\sqrt{2} \text{ N}$$

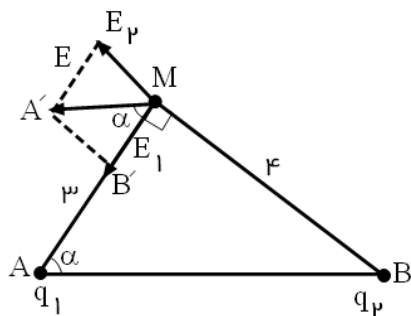
$$\begin{cases} |q_{A,C}| = q_C \\ r_{A,C} = r \end{cases} \text{ نیز در برآیند:}$$

توجه: در قانون کولن اگر  $q_1$  و  $q_2$  بر حسب  $\mu\text{C}$  و  $r$  بر حسب  $\text{cm}$  باشد، می‌توان نوشت:

$$F = 90 \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۰. گزینه ۳ درست است.



$$E_1 = k \frac{|q_1|}{9 \times 10^{-4}} \rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{q_2}{q_1} \times \left(\frac{9}{16}\right) \quad (1)$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{16 \times 10^{-4}} \rightarrow \frac{3q_2}{16} = \frac{4q_1}{9}$$

$$\triangle ABM : \tan \alpha = \frac{4}{3} \quad (2) \quad \text{و} \quad \triangle MA'B' : \tan \alpha = \frac{E_2}{E_1} \quad (3)$$

با توجه به شکل داده شده:

$$\begin{cases} q_2 > 0 \\ q_1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_2 = \frac{64}{27} |q_1| \Rightarrow \frac{91}{27} |q_1| = 91 \text{ nc} \\ q_2 + |q_1| = 91 \text{ nc} \end{cases} \Rightarrow |q_1| = 27 \text{ nc}, q_2 = 64 \text{ nc}$$

$$E_1 = 9 \times 10^9 \frac{27 \times 10^{-9}}{9 \times 10^{-4}} = 27 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad (1), (2), (3) \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \times \left( \frac{9}{16} \right) = \frac{4}{3} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = \frac{64}{27}$$

$$\cos \alpha = \frac{E_1}{E} = \frac{3}{5}$$

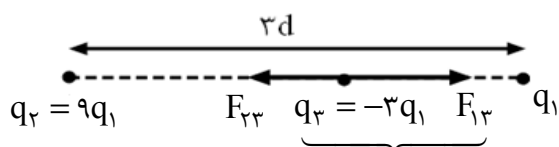
$$\Rightarrow \frac{27 \times 10^4}{E} = \frac{3}{5} \Rightarrow E = 45 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۱. گزینه ۲ درست است.

گام اول: با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال  $q_1 \times q_2 > 0$  به فرض:

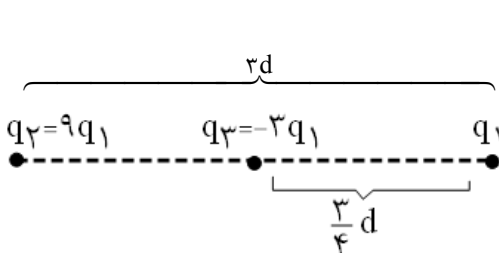
$$q_1, q_2 > 0$$



$$\rightarrow \frac{9q_1}{(3d-x)^2} = \frac{q_1}{x^2} \rightarrow 3x = 3d - \frac{x}{3} \rightarrow x = \frac{3}{4}d$$

$$q_2 = -\frac{q_3}{3} = -\frac{9q_1}{3} = -3q_1 \quad \text{از طرفی:}$$

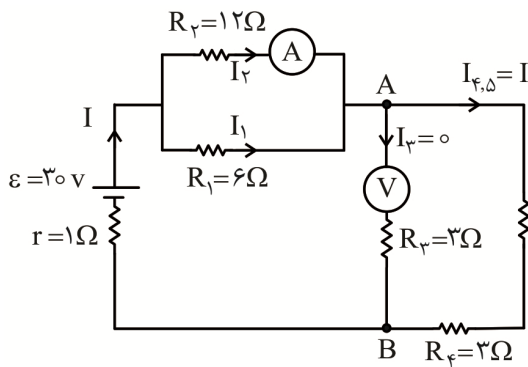
گام دوم:



$$\begin{cases} E_2 = \frac{kq_2}{9d^2} = \frac{k(9q_1)}{9d^2} = \frac{kq_1}{d^2} \\ E_3 = \frac{k|q_3|}{\frac{9}{16}d^2} = \frac{k(3q_1)}{\frac{9}{16}d^2} = \frac{16}{3} \frac{kq_1}{d^2} \\ E_T = E_3 - E_2 = \left(\frac{16}{3} - 1\right) \frac{kq_1}{d^2} = \frac{13}{3} \left(\frac{kq_1}{d^2}\right) \end{cases}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۲. گزینه ۴ درست است.



گام اول: از ولتسنج ایده آل جریان عبور نمی کند، پس:  $I_3 = 0$   
 گام دوم: مقاومت معادل مدار را با در نظر نگرفتن  $R_3$  می یابیم:

$$R_{eq} = R_{1,2} + R_\Delta + R_f = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_\Delta + R_f$$

$$= \frac{6 \times 12}{6 + 12} + 2 + 3 = 4 + 5 = 9 \Omega$$

گام سوم:  $I$  اصلی گذرنده از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{30}{1 + 9} = 3A \rightarrow I = 3A$$

گام چهارم: عدد ولتسنج برابر  $\Delta V_{AB}$  است، چون:

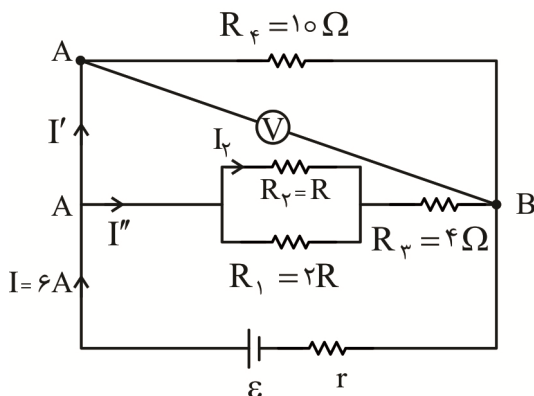
$$V_{R_3} = R_3 \times I_3 = 0$$

$$\begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \cdot \left[ \Rightarrow V_A - R_\Delta \cdot I - R_f \cdot I = V_B \Rightarrow \Delta V_{AB} = 5 \times 3 = 15V \rightarrow \Delta V_{AB} = 15V \right]$$

→ عدد ولتسنج = ۱۵V

(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۳. گزینه ۳ درست است.



$$V_{AB} = R_f I' \rightarrow 40 = 10 I' \rightarrow I' = 4(A)$$

$$\rightarrow \begin{cases} I = I' + I'' \\ I' = 4A, I = 6A \end{cases} \Rightarrow I'' = 2A$$

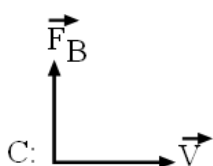
$$R_{1,2} = \frac{R \times 2R}{3R} = \frac{2}{3}R \rightarrow \begin{cases} A \quad I'' = 2A \\ V_{AB} = 40V = \left[ \left( \frac{2}{3}R \right) + 4 \right] \times 2 = \frac{4}{3}R + 8 \rightarrow \frac{4}{3}R = 32 \end{cases}$$

$$R = 24\Omega, I_r = \left( \frac{2R}{R + 2R} \right) (I'') = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}A \rightarrow I_r = \frac{4}{3}A$$

$$P_{R_r} = R_r I_r^2 = 24 \times \left( \frac{4}{3} \right)^2 = \frac{24 \times 16}{9} = \frac{384}{9} = \frac{128}{3} \rightarrow P_{R_r} = \frac{128}{3} W$$

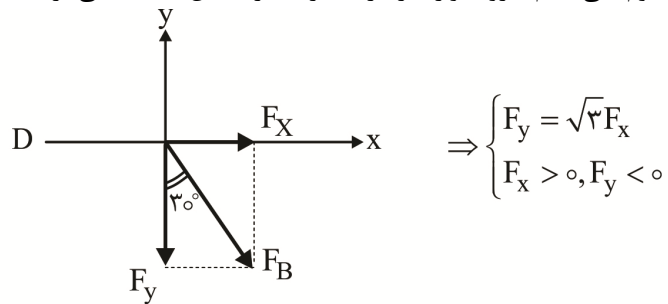
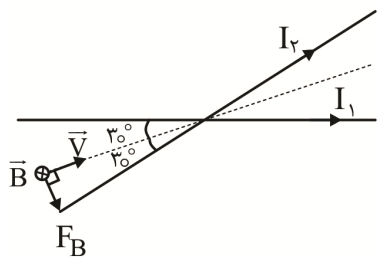
(فیزیک (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۴. گزینه ۴ درست است.



گام اول: در مکان C می دانیم میدان مغناطیسی برآیند حاصل از دو سیم عمود بر صفحه است. با توجه به جهت  $\vec{B}$  و اینکه طبق قاعده دست راست در می یابیم که میدان مغناطیسی برآیند در نقطه C برون سو است. چون میدان حاصل از  $I_1$  در C، برون سو و میدان حاصل از  $I_2$  در C درون سو است و میدان برآیند همسو با میدان  $I_1$  بوده در حالی که نقطه C به سیم  $I_2$  نزدیک تر است می فهمیم که  $I_1 > I_2$ .

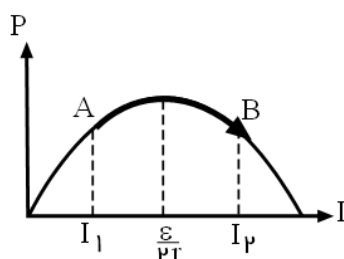
گام دوم: نقطه D روی نیمساز زاویه حاده بین دو سیم قرار گرفته است و فاصله آن تا دو سیم یکسان است. در حالی که  $I_1 > I_2$ . بنابراین در نقطه D، میدان برآیند هم‌سو با میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان  $I_1$  است؛ یعنی درون‌سو.  $\otimes$   
گام سوم: می‌دانیم نیروی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی بر  $\vec{V}$  و  $\vec{B}$  عمود است.



(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۵. گزینه ۳ درست است.

گام اول: در مورد باتری داده شده می‌دانیم توان خروجی:  $P = \varepsilon I - rI^2$  است. نمودار (P-I) را رسم می‌کنیم:



در  $I = \frac{\varepsilon I}{2r}$  توان خروجی باتری بیشینه است و این مستلزم این است که:

$$I = \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = r$$

گام دوم: در این مدار، ابتدا: رئوستا R + سیملوله  $R_{eq} = R$  سیملوله

$$R_{eq} = 3 + 4 = 7\Omega > r = 5\Omega \Rightarrow I < \frac{\varepsilon}{2r}$$

پس در نمودار فوق جریان در مکانی مانند A است. حال برای این که توان خروجی باتری ابتدا افزایش و سپس کاهش یابد بایستی I افزایش یافته و مثلاً از A به B رسیده باشد.

گام سوم: بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله:  $B = \frac{\mu_0 N I}{L}$  است. چون I افزایش یافته است (از  $I_1$  به  $I_2$  رسیده است) بنابراین B (میدان درون سیملوله هم پیوسته افزایش می‌یابد).

(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۶. گزینه ۱ درست است.

$$\varepsilon \text{ باتری} = \varepsilon \text{ القایی} \Rightarrow \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{القایی}}}{R + r} = 0 \Rightarrow \varepsilon = \text{عدد آمپرسنج}$$

$$BLV \sin 90^\circ = \varepsilon \Rightarrow 2 \times \frac{1}{2} \times v \times 1 = \varepsilon \rightarrow v = \frac{\varepsilon}{s}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۷. گزینه ۲ درست است.

ضریب القاوری سیملوله‌ای بدون هسته از رابطه  $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$  به دست می‌آید. حال به بررسی A (مساحت مقطع سیملوله)، N (تعداد دور سیم) و  $\ell$  (طول سیملوله) در این دو القاگر می‌پردازیم:

$$A = \pi R^2 \rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{2R}{R}\right)^2 = 4$$

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر حلقه}} \Rightarrow \frac{N_B}{N_A} = \frac{L_B}{L_A} \times \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_B}{2L_B} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\ell = N \times (\text{ضخامت سیم}) \Rightarrow \frac{\ell_B}{\ell_A} = \frac{N_B}{N_A} = \frac{1}{4}$$

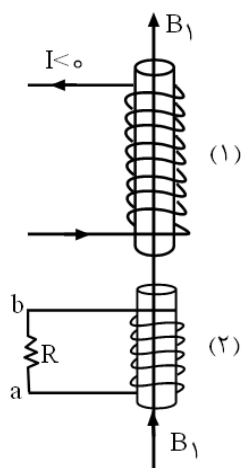
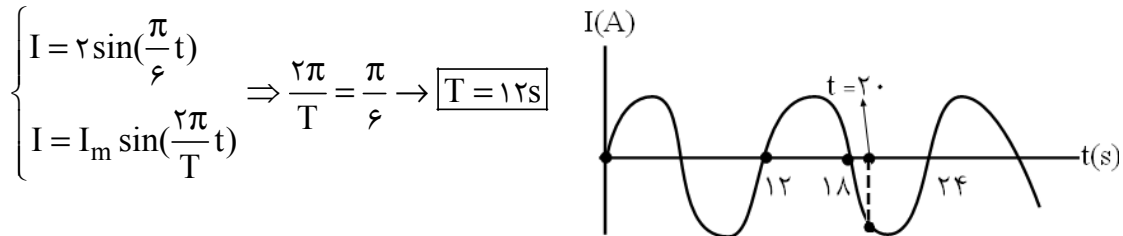
در نهایت داریم:

$$\frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \times \frac{A_A}{A_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = (4)^2 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = 1$$

(فیزیک ۲ - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

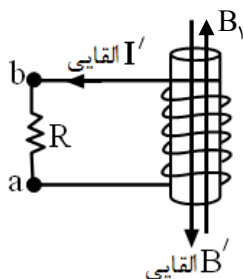
۵۸. گزینه ۲ درست است.

گام اول: نمودار (I-t) را رسم می‌کنیم:



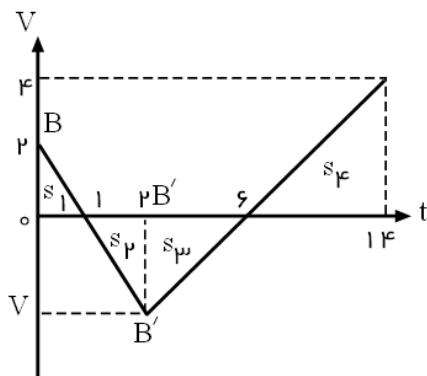
گام دوم: در  $t = 2\text{ s}$  (۱)  $I < 0$  است، یعنی جهت  $I$  در شکل (۱) خلاف جهت  $I(2\text{ s})$  است. (۲) اندازه  $I$  رو به افزایش است. بنابراین  $B_1$  اصلی در سیملوله (۱) رو به بالا و در حال افزایش است. همین  $B_1$  درون سیملوله (۲) هم رو به بالا و در حال افزایش است. گام سوم: چون  $B_1$  در حال افزایش است، جهت میدان مغناطیسی القایی در سیملوله (۱) در خلاف جهت  $B_1$  و رو به پایین است.

در سیملوله (۲) هم با افزایش  $B_1$ ، شار مغناطیسی  $\Phi(2)$  افزایش یافته پس طبق قانون لنز: با افزایش میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی افزایش یافته و جهت جریان القایی ایجاد شده به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی حاصل از آن با افزایش شار مخالفت نماید. یعنی  $B'$  القایی در خلاف جهت  $B$  القایی اصلی ایجاد خواهد شد.



(فیزیک ۲ - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۹. گزینه ۲ درست است.



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{2}{1} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow \text{از صفر تا } 2 \text{ ثانیه متحرک با شتاب ثابت حرکت کرده}$$

$$v = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲ مثلث با مساحت‌های  $S_1$  و  $S_2$  هم‌نهشت هستند:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

از  $t = 2s$  به بعد:

$$S_1 = S_2 \Rightarrow x_{(2s)} - x_{(0s)} = S_1 - S_2 = 0 \Rightarrow x_{(2s)} - x_{(0s)} = -12m$$

$$x_{(1s)} - x_{(0s)} = S_1 \Rightarrow x_{(1s)} - (-12) = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1 \Rightarrow x_{(1s)} = -11m$$

بنابراین پس از  $t = 0s$  تا  $t = 2s$  متحرک از  $x = 0$  عبور نکرده است.

$$v = at = \frac{1}{2}t - 2 \quad \frac{1}{4}t'^2 - 2t' - 12 = 0 \rightarrow t' - 8t' - 48 = 0$$

$$\rightarrow (t' - 12)(t' + 4) = 0 \begin{cases} t' = -4 & \text{غ ق ق} \\ t' = 12s \Rightarrow t = 12 + 2 = 14s \end{cases}$$

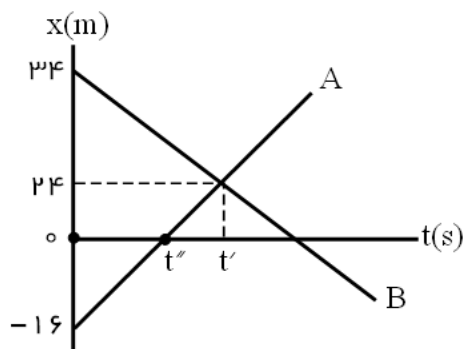
بنابراین متحرک بعد از ۱۴ ثانیه از مبدأ عبور می کند.

$$\Rightarrow t = 12 + 2 = 14s$$

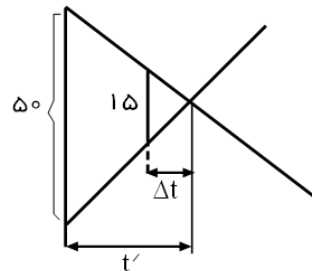
$$\begin{cases} S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{22}{14} = \frac{11}{7} \frac{m}{s} \\ S_f = \frac{4 \times 8}{2} = 16(m), S_r = \frac{4 \times 2}{2} = 4(m), S_1 = \frac{1 \times 2}{2} = 1(m) = S_2 \\ \ell = 2 + 4 + 16 = 22m \end{cases}$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۰. گزینه ۱ درست است.

گام اول: ابتدا  $t'$  را می یابیم. می دانیم ۲ بار فاصله دو متحرکمی تواند کمتر از ۱۵ m شود. یکی  $\Delta t$  ثانیه قبل از و دیگری  $\Delta t$ 

$$2\Delta t = 12s \rightarrow \boxed{\Delta t = 6s} \quad \text{ثانیه پس از } t'$$



$$\text{تالس: } \frac{\Delta t}{t'} = \frac{15}{50} \rightarrow \frac{6}{t'} = \frac{15}{50} \rightarrow \boxed{t' = 20s}$$

گام دوم: با داشتن  $t'$  ابتدا معادله حرکت متحرک A را می نویسیم:

$$V_A = \text{ثابت: } \begin{cases} x_A = V_A t + x_{0A} = 2t - 16 \xrightarrow{t=t''} 0 = 2t'' - 16 \rightarrow \boxed{t'' = 8s} \\ V_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24 - (-16)}{20} = \frac{40}{20} = 2 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$A: \begin{cases} x_A \times v_A < 0 \\ v_A > 0 \end{cases} \Rightarrow x_A < 0 \Rightarrow 0 \leq t \leq t'' = 8s$$

گام سوم:

پس به مدت ۸s،  $x_A$  و  $v_A$  مخالف علامت یکدیگر هستند.

توجه: پس از یافتن  $t'$  برای یافتن  $t''$  راه ساده‌تری هم وجود دارد؛ تالس:

$$\Rightarrow \frac{t''}{t'} = \frac{16}{40} \rightarrow \frac{t''}{20} = \frac{16}{40} \rightarrow t'' = 8s$$

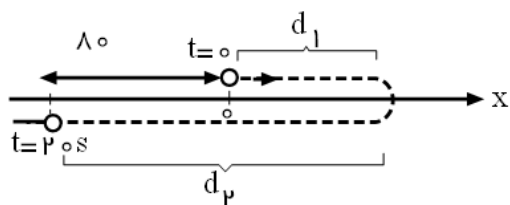
(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۱. گزینه ۲ درست است.

گام اول:

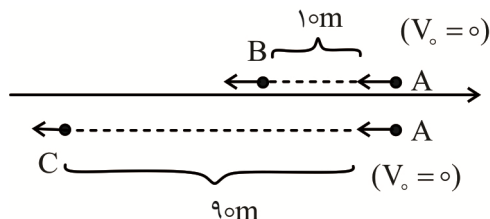
$$\left\{ \begin{array}{l} v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -4 \rightarrow \frac{\Delta x}{20} = -4 \rightarrow \Delta x = -80m \\ S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta = \frac{L}{20} \rightarrow L = 100m \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} d_r - d_l = 80m \\ d_r + d_l = 100m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_r = 90m \\ d_l = 10m \end{cases}$$

گام دوم: چون مسافت از اندازه جابه‌جایی بیشتر است، متحرک تغییر جهت داده است. طبق فرض تست:  $v > 0$  پس:



$$\begin{cases} d_r - d_l = 80m \\ d_r + d_l = L = 100m \end{cases} \rightarrow 2d_r = 180m \Rightarrow d_r = 90m, d_l = 10m$$

گام سوم: حال مسئله را وارونه حل می‌کنیم. مبدأ را مکانی که جسم تغییر جهت داده فرض می‌کنیم؛ دقت شود پیوسته  $a < 0$



$$A, B: \Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t_1^2 \Rightarrow -10 = \frac{1}{2} a \times \Delta t_1^2 \quad (1)$$

$$A, C: \Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t_2^2 \Rightarrow -90 = \frac{1}{2} a \Delta t_2^2 \quad (2)$$

$$(2), (1): 9 = \left( \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \right)^2 \rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = 3 \Rightarrow \Delta t_2 = 3 \Delta t_1$$

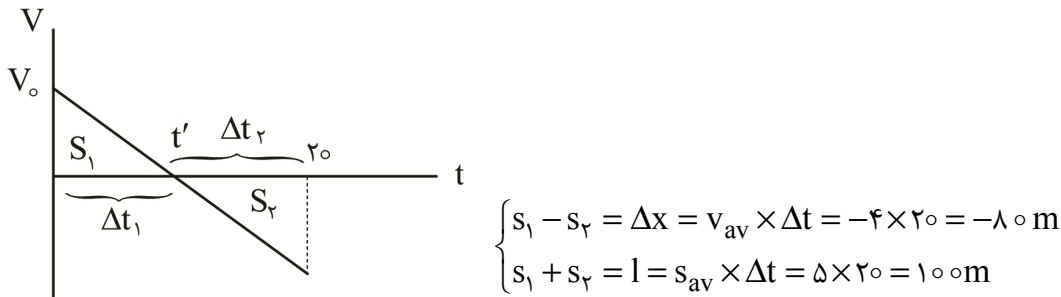
$$\begin{cases} \Delta t_2 = 3 \Delta t_1 \\ \Delta t_2 + \Delta t_1 = 20 \end{cases} \Rightarrow 4 \Delta t_1 = 20 \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_1 = 5s \\ \Delta t_2 = 15s \end{cases}$$

$$(1): -10 = \frac{1}{2} a (\Delta t_1)^2 \rightarrow a = \frac{20}{5^2} \left( \frac{m}{s^2} \right)$$

$$a = -\frac{4}{5} \left( \frac{m}{s^2} \right)$$

$$A, B: V_B = V_A + a \Delta t_1 \Rightarrow v_B = 0 - \frac{4}{5} \times 5 = -4 \frac{m}{s} \rightarrow v_o = -v_B = 4 \frac{m}{s}$$

روش دوم: در این تیپ تست‌ها استفاده از نمودار  $V-t$  می‌تواند بسیار راه‌گشا باشد:



$$\Rightarrow \begin{cases} S_1 = 100, \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_r}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_r}\right)^2 \rightarrow \Delta t_r = 3\Delta t_1, \Delta t_r + \Delta t_1 = 20 \\ S_2 = 90, \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_r}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta t_1 = 5s \\ \Delta t_r = 15s \end{cases} \Rightarrow S_1 = \frac{1}{2} v_0 \times \Delta t_1 \Rightarrow 100 = \frac{1}{2} v_0 \times 5 \rightarrow v_0 = 4 \frac{m}{s}, a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-4}{5} = -\frac{4}{5} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۲. گزینه ۲ درست است.

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \rightarrow 20\sqrt{5} = 20\Delta y \rightarrow \Delta y = -100(m) = h$$

$$\Delta y = -\Delta t^2 \rightarrow -100 = -\Delta t^2 \rightarrow t = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(s)$$

$$h' = -\Delta t'^2 = -5(9 \times 5) = -225(m) \quad t' = t + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}(s)$$

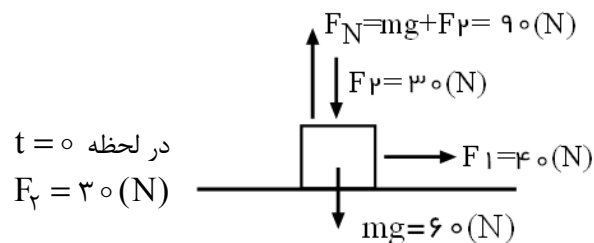
$$\frac{h'}{h} = 2/25 \quad \text{یا} \quad \frac{9}{4}$$

(فیزیک ۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط

۶۳. گزینه ۳ درست است.

$$(f_s)_{\max} = 90(0/6) = 54(N) > F_1$$

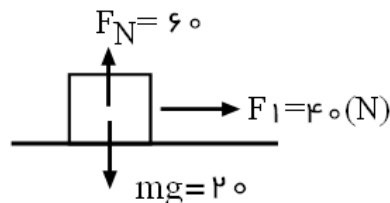
جسم حرکت نمی‌کند و نیروی اصطکاک ۴۰ نیوتن است.



$$R_1 = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{90^2 + 40^2} = 10\sqrt{97}(N)$$

نیروی سطح به جسم

$$t = 4 \text{ در } F_P = 30 - 7/5 \times 4 = 0$$



جسم حرکت می‌کند  $(f_s)_{\max} = 60 \times 0/6 = 36 < F_1$

$$f_k = \mu_k F_N = 0/5 \times 60 = 30$$

$$R_r = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{60^2 + 30^2} = 30\sqrt{5}$$

$$\frac{R_1}{R_r} = \frac{10\sqrt{97}}{30\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{97}}{3\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{97}{45}}$$

(فیزیک ۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار

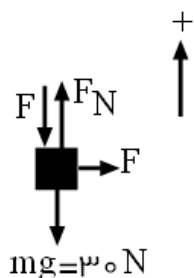
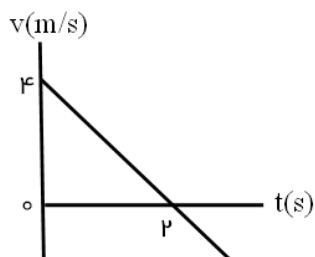
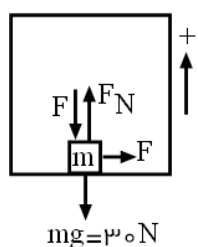
۶۴. گزینه ۱ درست است.

گام اول: از نمودار (v-t) کمک می گیریم.

I: از  $t = 0$  s تا  $t = 2$  s حرکت رو به بالا و کندشونده است.II: از  $t = 2$  s به بعد حرکت آسانسور رو به پایین

و حرکت تندشونده است.

گام دوم:



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2 \frac{m}{s^2}$$

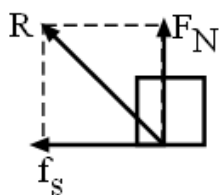
$$a = \text{ثابت} \quad (v = at + v_0 : a = \text{ثابت})$$

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow F_N - F - mg = ma$$

$$F_N - 20 - 30 = 2(-2) \rightarrow \boxed{F_N = 44 \text{ N}}$$

گام سوم:

وضعیت حرکت داشتن یا نداشتن جسم را بررسی می کنیم:



$$\begin{cases} F = 20 \text{ N} \\ f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = \frac{1}{2} \times 44 = 22 \text{ N} \end{cases} \rightarrow F < f_{s,\text{max}} \rightarrow (\text{جسم ساکن است})$$

$$\rightarrow (\text{بزرگی نیروی اصطکاک}) = f_s = F = 20 \text{ N} \Rightarrow R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2}$$

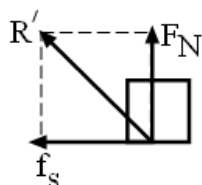
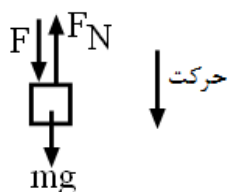
$$\Rightarrow R = \sqrt{44^2 + 20^2}$$

گام چهارم:

مشابه گام های دوم و سوم را در حالتی که آسانسور، رو به پایین و تندشونده با

شتاب  $\frac{2m}{s^2}$  حرکت می کند، می نویسیم: (برای سادگی در حل، می توان اکنون جهت رو به پایین

(جهت حرکت جسم) را مثبت فرض نمود.)



$$\Rightarrow mg + F - F_N = ma \Rightarrow 30 + 20 - F_N = 2 \times 2$$

$$\Rightarrow F_N = 44 \text{ N}$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = \frac{1}{2} \times 44 = 22 \text{ N} < F = 20 \text{ N} \Rightarrow \text{جسم ساکن است}$$

$$\Rightarrow f_s = \underline{F = 20 \text{ N}} \Rightarrow R' = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = R \Rightarrow \frac{R'}{R} = 1$$

ثابت

$$\vec{F}_N + \vec{F} + \vec{W} = m\vec{a} = \text{ثابت}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_N = \text{ثابت} \Rightarrow \vec{R} = \text{ثابت} \Rightarrow \vec{R}' = \vec{R}$$

راه سریع تر: چون پیوسته  $\vec{a}$  ثابت است (رو به پایین):

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۵. گزینه ۳ درست است.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 0 - f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

حال با توجه به رابطه مستقل از زمان داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 6^2 = 2(-4) \times 6 \rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$$

$$F_{\text{net}} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 4 \left( \frac{-2-4}{0.2} \right) = -120 \text{ N}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۶. گزینه ۱ درست است.

گام اول: زمان تناوب را می‌یابیم.

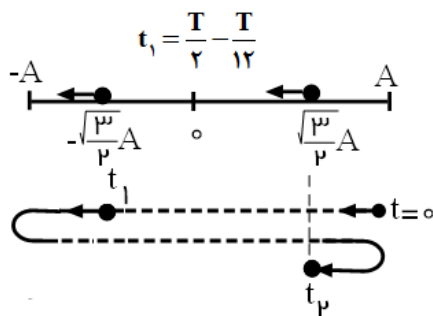
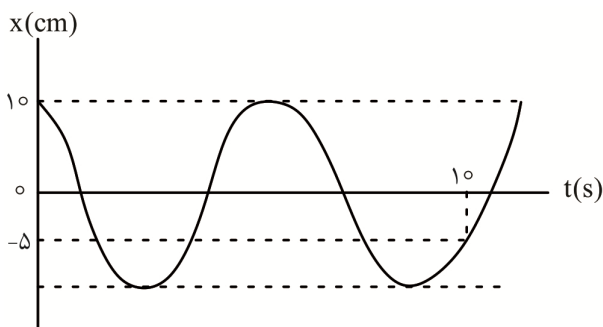
$$3 \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = 10 \text{ s} \rightarrow \frac{9T + T}{6} = 10 \text{ s} \rightarrow \boxed{T = 6 \text{ s}}$$

گام دوم:  $t_1$  و  $t_2$  را بر حسب  $T$  می‌یابیم:

$$\begin{cases} \frac{t_1}{T} = \frac{2/5}{6} = \frac{5}{12} \rightarrow t_1 = \frac{5T}{12} = \frac{T}{2} - \frac{T}{12} \\ \frac{t_2}{T} = \frac{6/5}{6} = \frac{13}{12} \rightarrow t_2 = \frac{13T}{12} = T + \frac{T}{12} \end{cases}$$

گام سوم: با دقت در موقعیت نوسانگر ساده در لحظات داده شود

می‌توان دریافت که:



$$\begin{cases} E_{t_1} = E_{t_2} \\ U_{t_1} = U_{t_2} \\ K_{t_1} = K_{t_2} \end{cases}$$

بنابراین برای یافتن انرژی پتانسیل در لحظه  $t_2$  کافی است، انرژی پتانسیل را در لحظه  $t_1$  بیابیم.

گام چهارم:

$$K = K_m = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$$

$$m = \frac{9}{10} \text{ kg}, A = \frac{1}{10} \text{ m}, \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3} \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$$\rightarrow E = \frac{1}{2} \left( \frac{9}{10} \right) \left( \frac{1}{10} \right)^2 \left( \frac{\pi^2}{9} \right) = \frac{1}{200} \text{ J} \rightarrow \boxed{E = \frac{1}{200} \text{ J} = 0.005 \text{ J}}$$

گام پنجم:

$$\begin{cases} E = U + K(1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E = 0.005 \text{ J}, K = 0.004 \text{ J}(2) \end{cases}$$

$$(1), (2) \rightarrow U = 0.005 - 0.004 = 0.001 \text{ J} \rightarrow U = 0.001 \text{ J}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۷. گزینه ۳ درست است.

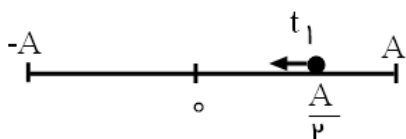
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \left( \frac{10^{-2} \times 64}{\pi^2} \right) \rightarrow T = 1/6(s)$$

$$L' = 64 + 17 = 81 \quad \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow \frac{T'}{1/6} = \sqrt{\frac{81}{64}} = \frac{9}{8} \Rightarrow T' = 1/8(s) \rightarrow N = \frac{t}{T'} = \frac{90}{1/8} = 50$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

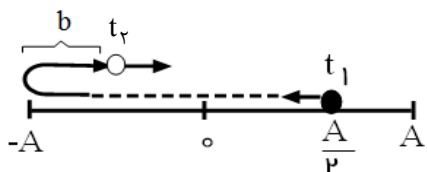
۶۸. گزینه ۲ درست است.

گام اول:  $t_p < T$  است و  $S_{av} > |V_{av}|$  پس مسافت طی شده از مقدار جابه جایی بیشتر بوده و این نیازمند این است که نوسانگر یک بار تغییر جهت داده باشد. (دقت شود  $t_p < T$ )



$$\frac{t_1}{T} = \frac{1}{6} \rightarrow t_1 = \frac{T}{6} \rightarrow x_1 = \frac{A}{2}$$

گام دوم: فرض کنید نوسانگر در مکان شکل زیر باشد:



$$\begin{cases} L = \frac{A}{2} + A + b = \frac{3}{2}A + b \\ |\Delta x| = \frac{A}{2} + (A - b) = \frac{3}{2}A - b \end{cases} \rightarrow L = \Delta |\Delta x| \rightarrow \frac{3}{2}A + b = \Delta \left( \frac{3}{2}A - b \right)$$

$$\rightarrow \frac{3}{2}A + b = \frac{15}{2}A - \Delta b \rightarrow 6b = 6A \rightarrow \boxed{b = A} \Rightarrow t_p = \frac{3}{4}T$$

گام سوم: می دانیم هر چه نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک شود انرژی جنبشی آن افزایش می یابد؛ بنابراین از  $t_1$  تا  $t_p$ :

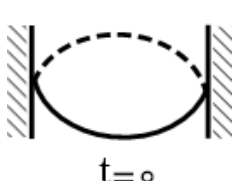
$$(t_1 = \frac{T}{6}, t_p = \frac{3}{4}T)$$

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} = \frac{4T}{12} = \frac{T}{3} = \frac{6}{3} = 2s$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۹. گزینه ۴ درست است.

گام اول: در موج ایستاده حاصل از شکل داده شده:



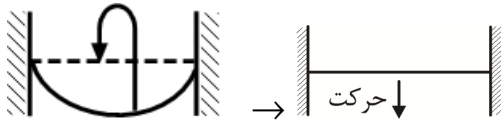
$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\lambda}{2} &= 60 \text{ cm} \rightarrow \lambda = 120 \text{ cm} = 1.2 \text{ m} \\ v &= \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{19.2 \times 0.6}{80 \times 10^{-3}}} = 12 \text{ m/s} \\ \lambda &= VT \rightarrow T = \frac{\lambda}{V} = \frac{1.2 \text{ m}}{12 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.1 \text{ s} \rightarrow \boxed{T = 0.1 \text{ s}} \end{aligned} \right.$$

گام دوم:

$$\begin{cases} t = 75 \text{ ms} \\ \frac{t}{T} = \frac{75 \times 10^{-3} \text{ s}}{0.1 \text{ s}} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \rightarrow t = \frac{3}{4} T = \frac{3}{4} \frac{T}{4} \end{cases}$$

گام سوم:

بنابراین گزینه (۴) درست است.



(فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۰. گزینه ۴ درست است.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow 10 = 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right) \rightarrow I = 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

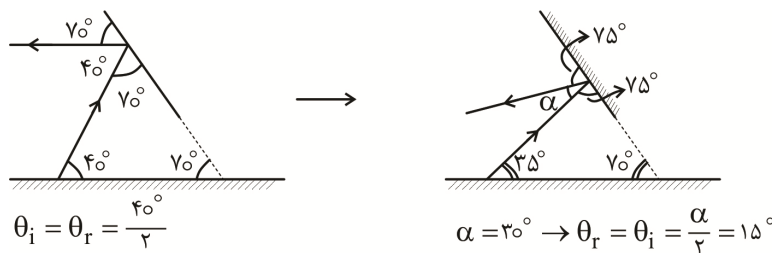
$$I = \frac{P}{A} \rightarrow P = 4\pi r^2 I = 4 \times 3 \times 900 \times 10^{-4} = 1080 \times 10^{-3} \text{ W} = 1080 \text{ mW}$$

$$\frac{100}{90} (1080) = 1200 \text{ mW} \text{ توان منبع}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۱. گزینه ۲ درست است.

گام اول: زاویه آینه با سطح افقی را می‌یابیم:



(فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۲. گزینه ۲ درست است.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{4F}{F}} = 2$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \begin{cases} f_5 = \frac{nv}{2L} = \frac{5v}{2L} \\ f_1 = \frac{1 \times v'}{2L} = \frac{2v}{2L} \end{cases} \rightarrow \frac{f_5}{f_1} = \frac{5v}{2v} = \frac{5}{2} \rightarrow \frac{600}{f_1} = \frac{5}{2} \rightarrow f_1 = 240 \text{ Hz}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۳. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{matrix} n' = 2 \\ n = 5 \end{matrix} \text{ و } \begin{matrix} n' = 2 \\ n = 4 \end{matrix} \text{ و } \begin{matrix} n' = 2 \\ n = 3 \end{matrix} \text{ خط اول} \quad \begin{matrix} n' = 2 \\ n = 3, 4, 5, 6, 7, \dots \end{matrix} \text{ گام اول: در سری بالمر}$$

$$\begin{matrix} n' = 2 \\ n = 6 \end{matrix} \text{ مربوط به طیف مرئی است و } \begin{matrix} n' = 2 \\ n = 7 \end{matrix} \text{ و } \begin{matrix} n' = 2 \\ n = 8 \end{matrix} \text{ ... مربوط به طیف فرابنفش سری بالمر است.}$$

گام دوم: گستره طول موج سری بالمر در ناحیه مرئی:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\lambda_1} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5R}{36} \rightarrow \lambda_1 = \frac{36}{5R} \\ \frac{1}{\lambda_2} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) = \frac{32R}{144} \rightarrow \lambda_2 = \frac{144}{32R} \end{cases}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{36}{5R} - \frac{144}{32R} = \frac{1152 - 1440}{160R} = \frac{432}{160R} \Rightarrow \boxed{\Delta\lambda = \frac{27}{R}}$$

گام سوم: گستره طول موج سری بالمر در ناحیه فرابنفش:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\lambda_3} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{7^2} \right) = \frac{45R}{196} \\ \frac{1}{\lambda_4} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = \frac{196}{45R} \\ \lambda_4 = \frac{4}{R} \end{cases} \rightarrow \Delta\lambda' = \frac{196}{45R} - \frac{4}{R} = \frac{16}{45R} \rightarrow \boxed{\Delta\lambda' = \frac{16}{45R}}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda'} = \frac{\frac{27}{R}}{\frac{16}{45R}} = \frac{121.5}{16} \approx 7.6$$

گام چهارم:

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۴. گزینه ۲ درست است.

$$w_o = hf_o = 6.6 \times 10^{-34} \times 0.8 \times 10^{15} = 5.28 \times 10^{-19} \text{ J} = \frac{5.28 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 3.3 \text{ eV}$$

$$hf = h \frac{c}{\lambda} = 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{150 \times 10^{-9}} = 1.32 \times 10^{-18} \rightarrow hf = \frac{1.32 \times 10^{-18}}{1.6 \times 10^{-19}} = 8.25 \text{ eV}$$

$$k_{\max} = hf - hf_o = 8.25 - 3.3 = 4.95 \text{ eV}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۵. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{N}{Z} = 1/5$$

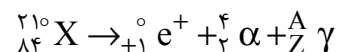
گام اول:

$$q = ne \rightarrow 1.344 \times 10^{-17} \text{ C} = n(1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) \rightarrow \boxed{n = 84}$$

گام دوم:

$$\begin{cases} Z = 84 \\ \frac{N}{Z} = 1/5 \end{cases} \rightarrow \boxed{N = 126} \rightarrow \boxed{A = 210} \rightarrow {}^A_Z X = {}^{210}_{84} X$$

گام سوم:



$$\rightarrow \begin{cases} A+4=210 \\ Z+2=84 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A=206 \\ Z=82 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1), (2) \rightarrow \boxed{N=125} \rightarrow {}_{81}^{206}\text{Y}_{125}$$

$$N-Z=125-81=44 \rightarrow \boxed{N-Z=44}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۶؛ سطح دشواری: متوسط)

## شیمی

۷۶. گزینه ۳ درست است.

قسمت اول:

$$\bar{M} = m_1 + \frac{F_2}{100}(m_2 - m_1) + \frac{F_3}{100}(m_3 - m_1) \rightarrow \bar{M} = 54 + \frac{92}{100}(2) + \frac{2}{100}(3) = 55/9$$

قسمت دوم:

$$n + p = 54, n - p = 2 \rightarrow p = 26$$

عنصر هم گروه با عدد اتمی ۲۶: ۲۶: ۱۸ + ۴ = ۴۴

(شیمی (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۷. گزینه ۴ درست است.

(ب) اتم A می تواند پتاسیم، کروم و یا مس باشد. در این صورت سه فرمول برای واکنش آن ها با کلر می توان در نظر گرفت:



(پ) C اتم سلنیم در گروه ۱۶ و دوره ۴، که با K و V هم دوره و با O و S هم گروه می باشد. عدد اتمی گوگرد (۱۶) برابر با شماره گروه می باشد.

بررسی سایر موارد:

(الف) گالیم با از دست دادن ۳ الکترون به آرایش گاز نجیب نمی رسد.

(ت) در این یون در لایه ۴ زیرلایه های ۴s، ۴p پر شده اند ولی لایه هنوز به صورت کامل پر نیست. زیرلایه های پر شده در این یون برابر با ۸ و لایه پر شده برابر با ۳ می باشد.

(شیمی (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۸. گزینه ۲ درست است.

(۲) انرژی لایه ها و تفاوت انرژی آن ها در اتم های مختلف متفاوت بوده و به عدد اتمی وابسته است.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) بارهای ۱- و ۱+ برای الکترون و پروتون، نسبی هستند.

(۳) انرژی زیرلایه ۶s کمتر بوده و زودتر از الکترون پر می شود چون ۱+n برای زیرلایه ۶s برابر ۶ ولی برای زیرلایه ۴f برابر ۷ می باشد.

(۴) یون تک اتمی تنها از یک اتم تشکیل می شود. ممکن است یونی از یک نوع اتم تشکیل شده باشد ولی چند اتمی باشد، مثل یون پراکسید.

(شیمی (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۹. گزینه ۱ درست است.

با افزایش ارتفاع از سطح زمین، کاهش فشار در ابتدا زیاد بوده و رفته رفته شیب نمودار کاهش می یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) مولکول‌های آب در لایهٔ تروپوسفر وجود دارند و در لایه‌های بالاتر دیده نمی‌شوند.

(۳) مقدار گاز اکسیژن در لایه‌های گوناگون یکسان نیست.

(۴) مولکول‌های اوزون مانع ورود بخش عمدهٔ تابش فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شوند، ولی اندکی از تابش‌ها از لایه‌های اوزون عبور کرده و به سطح زمین می‌رسند.

(شیمی (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۸۰. گزینه ۱ درست است.

$$\text{اتم } C_2H_6 = \frac{\text{مولکول}}{1 \text{ mol}} \times \frac{N_A}{\text{مولکول}} \times \frac{8 \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول}} = 4 N_A$$

$$\text{اتم } N_e = 12 \times 10^{23} \times 4 \times 10^{23}$$

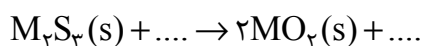
$$n_1 = \frac{28}{28} = 1 \text{ mol}, n_2 = \frac{112}{224} = 0.5, n_3 = \frac{12 \times 10^{23}}{6 \times 10^{23}} = 2 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 3.75 \text{ mol}$$

$$V = 3.75 \times 22.4 = 84 \text{ L}$$

(شیمی (۱) - فصل ۱ و ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۸۱. گزینه ۱ درست است.

خلاصهٔ معادلهٔ واکنشی که برای این فرآیند براساس موازنهٔ M می‌توان در نظر گرفت (موازنهٔ بقیهٔ مولکول‌های شرکت‌کننده در واکنش لازم نیست):



اختلاف جرم مادهٔ جامد دو طرف به‌ازای یک مول از ترکیب اولیه، برابر ۳۲ گرم است:

$$(2M + 3S) - (2M + 4O) = 3S - 4O = (3 \times 32) - (4 \times 16) = 32 \text{ g}$$

با توجه به کاهش جرمی که در این مسئله داده شده (۳۲ گرم)، می‌توان گفت مقدار مادهٔ اولیه، ۰/۱ مول است و می‌توان نتیجه گرفت جرم مولی ترکیب  $M_2S_3$  برابر ۴۶۲ گرم می‌باشد.

$$M_2S_3 = 462 \rightarrow 2M + (3 \times 32) = 462 \rightarrow M = 183 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۲. گزینه ۳ درست است.

غلظت مولی یون نیکل(II) در محلول A:

$$[Ni^{2+}] = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

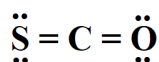
غلظت مولی یون کلرید در محلول نهایی:

$$[Cl^-] = \frac{(0.5 \times 0.2 \times 2) + (0.1 \times 0.1 \times 3)}{0.2} = 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

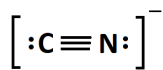
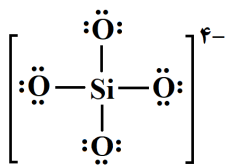
$$\frac{[Cl^-]}{[Ni^{2+}]} = \frac{0.25}{0.2} = 1.25$$

(شیمی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۳. گزینه ۴ درست است.



در مولکول کربونیل سولفید ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد:



در سیلیکات ۴ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

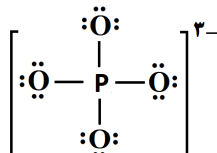
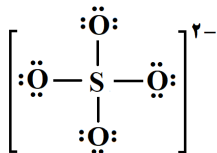
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نام درست کروم (III) سولفات می‌باشد.

(۲) در یون سیانید ۳ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

(۳) روی فقط یک نوع بار تشکیل می‌دهد و در نامگذاری آن از عدد رومی استفاده نمی‌شود.

ساختار لوویس یون‌های فسفات، سولفات در پایین نشان داده شده است.



(شیمی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

۸۴. گزینه ۱ درست است.

با در نظر گرفتن عوامل مؤثر بر انحلال پذیری، نمودار بالایی مربوط به NO، وسطی O<sub>۲</sub> و پایینی N<sub>۲</sub> است. انحلال پذیری گاز اکسیژن در فشار ۷ اتمسفر، تقریباً برابر ۰/۰۳۲ گرم می‌باشد. اگر ۱۰۰ گرم از آب برداریم، چگالی آن به تقریب برابر یک خواهد بود، چون جرم گاز حل شده در آن کمتر است و می‌توانیم غلظت مولار را به این صورت به دست آوریم.

$$M = \frac{n}{V} = \frac{0/032}{32 \times 0/1} = 0/01 \text{ mol.L}^{-1}$$

بررسی گزینه‌ها:

(۲) در فشار ۲ atm انحلال پذیری گاز نیتروژن برابر ۰/۰۰۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

$$\text{ppm} = 10^4 \text{ s} \rightarrow \text{ppm} = 10^4 \times 0/005 = 50$$

(۳) انحلال پذیری گاز اکسیژن در ۴/۵ اتمسفر برابر ۰/۰۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

$$w / w\% = s \rightarrow w / w\% = 0/02$$

(۴) انحلال پذیری کربن دی‌اکسید در شرایط برابر از نیتروژن مونوکسید بیشتر است. در فشار ۵ اتمسفر، انحلال پذیری NO از ۰/۰۳ بیشتر است؛ پس کربن دی‌اکسید نمی‌تواند ۰/۰۳ باشد. (در گازها انحلال پذیری به تقریب با درصد جرمی برابر است.)

(شیمی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۵. گزینه ۳ درست است.

اغلب محلول‌های موجود در بدن انسان آبی هستند، ولی محلول‌های غیرآبی نیز می‌توان در بدن انسان یافت مثل مواد حل شده در چربی‌ها و ...

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) شوری آب دریا به علت حل شدن نمک‌های گوناگون در آن است.

(۲) منیزیم در آب دریا به صورت Mg<sup>۲+</sup>(aq) است.

(۴) آب مصرفی افراد همگی از آب‌های سطحی و زیرزمینی تأمین می‌شوند.

(شیمی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

۸۶. گزینه ۲ درست است.

عنصر مورد نظر ۳۳As شبه‌فلزی از گروه ۱۵ و دوره ۴ است.

مورد دوم و پنجم درست است.

عنصر گازی هم‌گروه با آرسنیک در جدول، نیتروژن بوده و هم‌دوره آن، کریپتون می‌باشد که شعاع اتمی آرسنیک از هر دو آن‌ها بزرگ‌تر است. رفتار شیمیایی شبه‌فلزها مشابه نافلزها است. آرسنیک می‌تواند در واکنش‌ها الکترون گرفته و یا به اشتراک گذارد.

بررسی سایر موارد:

مورد اول: عدد اتمی آن از شبه فلز هم دوره خود بزرگ تر ولی از شبه فلز هم گروه خود کوچک تر است.  
مورد سوم: در دوره چهارم فلزات مس، روی و ۶ عنصر دسته p جمعاً ۸ عنصر وجود دارد که لایه سوم آن ها کاملاً پر می باشد.  
مورد چهارم: عنصر مورد نظر وانادیم می باشد و بین وانادیم و آرسنیک، ۸ عنصر فلزی وجود دارد.  
(شیمی (۱) و (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۷. گزینه ۴ درست است.

پسماند تولید شده در استخراج طلا بیشتر است به طوری که برای ساخت یک عدد حلقه عروسی چند گرمی، سه تن پسماند تولید می شود در صورتی که در تولید یک تن آهن، دو تن پسماند تولید می شود.  
بررسی سایر گزینه ها:

(۱) بازیافت فلزها رد پای کربن دی اکسید را کاهش می دهد.  
(۲) ارزیابی چرخه عمر میزان تأثیر یک فرآورده بر محیط زیست در ۴ مرحله استخراج، تولید، توزیع، مصرف و دفع را نشان می دهد.  
(۳) در پالایش هیدروکربن های با نقطه جوش نزدیک به هم به صورت مخلوط جدا می شوند.  
(شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۸۸. گزینه ۱ درست است.

معادله موازنه شده واکنش به این صورت است: تفاوت مجموع ضرایب واکنش دهنده ها و فرآورده ها برابر ۵ است.  
 $10 \text{Al(s)} + 6 \text{NH}_4\text{ClO}_4\text{(s)} \rightarrow 4 \text{Al}_2\text{O}_3\text{(s)} + 2 \text{AlCl}_3\text{(s)} + 12 \text{H}_2\text{O(g)} + 3 \text{N}_2\text{(g)}$   
در شرایط STP آب مایع بوده و برای محاسبه قسمت دوم فقط حجم گاز نیتروژن را لحاظ می کنیم:

$$\frac{97.5 \times E}{97.5} = \frac{60/48}{3 \times 22.4} \rightarrow E = 0.9 \xrightarrow{\times 100} \%90$$

(۹۷۵ برابر است با مجموع جرم ۱۰ مول آلومینیم و ۶ مول آمونیوم پرکلرات)

(شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۹. گزینه ۱ درست است.

موارد «الف» و «ت» نادرست هستند.  
الف) فشرده ترین نمایش آن به این صورت است:



ت) جرم مولی این ترکیب برابر است با  $\text{C}_{12}\text{H}_{26} = 170 \text{ g.mol}^{-1}$  و جرم مولی بنزالدهید برابر  $\text{C}_7\text{H}_8\text{O} = 108 \text{ g.mol}^{-1}$

$$\frac{170}{108} \approx 1.6$$

بررسی سایر موارد:

ب) در ساختار آن ۳ گروه  $\text{CH}_2$  و ۲ گروه  $\text{CH}$  وجود دارد.  
پ) نام آن براساس قاعده آیوپاک: ۵- اتیل، ۲، ۴، ۴- تری متیل هپتان بوده و مجموع اعداد برابر ۱۵ می باشد.  
(شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۹۰. گزینه ۴ درست است.

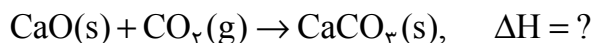
وقتی شیر با دمای بالاتر از دمای بدن، وارد بدن می شود در مرحله اول در فرآیند هم دما شدن، انرژی گرمایی آن کاهش یافته و در مرحله دوم در فرآیند گوارش و سوخت و ساز که فرآیندی گرماده است محتوای انرژی آن کاهش می یابد.  
بررسی سایر گزینه ها:

(۱) بخش عمده انرژی موجود در شیر در فرآیند گوارش و سوخت و ساز وارد بدن می شود.  
(۲) در فرآیند گوارش و سوخت و ساز، دما تقریباً ثابت بوده و انرژی گرمایی واکنش دهنده ها و فرآورده ها تقریباً برابر می باشد.  
انرژی آزاد شده مربوط به انجام واکنش و تغییر در انرژی پتانسیل و نحوه اتصال اتم ها به یکدیگر می باشد.  
(۳) فرآیند گوارش و سوخت و ساز، فرآیندی گرماده می باشد که نشان می دهد مجموع آنتالپی پیوند در فرآورده ها بزرگ تر از واکنش دهنده ها است.

(شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

## ۹۱. گزینه ۴ درست است.

واکنش جذب کربن دی اکسید به وسیله کلسیم اکسید را نوشته و با استفاده از قانون هس و آنتالپی واکنش های داده شده، آنتالپی آن را محاسبه می کنیم:



معادله واکنش اول بدون تغییر، معادله واکنش دوم تقسیم بر ۲ و معادله واکنش سوم معکوس می شود.

$$\Delta H = -1208 + \left(\frac{1270}{2}\right) + 393 = -180 \text{ kJ}$$

$$\frac{44/8}{22/4} = \frac{Q}{180} \rightarrow Q = 360 \text{ kJ}$$

(شیمی (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

## ۹۲. گزینه ۲ درست است.

واکنش موازنه شده:



کاهش جرم مخلوط جامد به علت خروج گاز اکسیژن است.

$$m_{\text{O}_2} = 50 - 47.3 = 2.7 \text{ g}$$

$$R_{\text{reaction}} = R_{\text{O}_2} = \frac{n}{t} = \frac{2.7}{50} = 0.054 \text{ mol.min}^{-1}$$

قسمت دوم: جرم پتاسیم نیترات مصرف شده را باید ابتدا محاسبه کنیم:

$$\frac{m_{\text{KNO}_3}}{2 \times 101} = \frac{2.7}{32} \rightarrow m_{\text{KNO}_3} = 17.1 \text{ g}$$

جرم پتاسیم نیترات باقی مانده: گرم  $50 - 17.1 = 32.9$

$$\frac{R_{\text{KNO}_3}}{2} = \frac{R_{\text{O}_2}}{1} \rightarrow R_{\text{KNO}_3} = 2 \times 0.054 = 0.108 \text{ mol.min}^{-1}$$

$$R_{\text{KNO}_3} = \frac{n}{t} \rightarrow 0.108 = \frac{101}{t} \rightarrow t = 0.935 \text{ min (} 56 \text{ s)}$$

(شیمی (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

## ۹۳. گزینه ۱ درست است.

فقط مورد سوم درست است. مجموع عدد اکسایش اتم های نیتروژن برابر ۶-، اتم های اکسیژن برابر ۴- و اتم های کربن برابر ۱۰- می باشد.

بررسی سایر موارد:

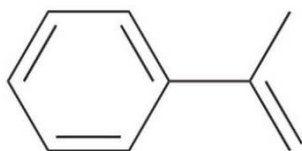
مورد اول: فرمول مولکولی این ترکیب  $\text{C}_{13}\text{H}_7\text{N}_2\text{O}_7$  بوده، تعداد کل پیوندهای آن برابر ۴۱ و تعداد پیوندهای  $\text{C}-\text{H}$  برابر ۱۸ و اختلاف آن ها برابر ۲۳ است. تعداد هیدروژن در ساختار آن برابر ۲۰ است.

مورد دوم: دو گروه آمینی دارد ولی به نیتروژن یکی از آمین ها هیدروژن متصل نیست و نمی تواند وارد واکنش با گروه کربوکسیل شود.

مورد چهارم: با توجه به داشتن ۴ اتم با خصلت نافلزی بالا و ایجاد قطبیت به وسیله آن ها، این ترکیب در آب محلول است.

(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۴. گزینه ۲ درست است.

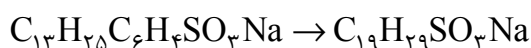


فرمول مولکولی مونومر سازنده این پلیمر،  $C_9H_{10}$  با ساختار روبه‌رو می‌باشد:  
 مونومر سازنده پلی استیرن، استیرن با فرمول  $C_8H_8$  است. اختلاف جرم مولی این دو ترکیب برابر ۱۴ گرم می‌باشد.  
 هر سه این پلیمرها هیدروکربنی بوده و نیروی بین مولکولی از نوع واندروالسی است.  
 بررسی سایر موارد:

(ب) تعداد پیوند در این مونومر برابر ۲۳ ولی در نفتالن برابر ۲۴ است.  
 (ت) مونومر تشکیل‌دهنده این پلیمر، یک آلکن می‌باشد و آلکن‌ها را در شرایط مناسب می‌توان به کربوکسیلیک‌ها و آمین‌ها تبدیل کرد.  
 (شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۵. گزینه ۱ درست است.

پاک‌کننده غیرصابونی دارای ۴ پیوند دوگانه کربن - کربن است که ۳ تای آن در حلقه بنزنی و یکی در زنجیره هیدروکربنی می‌باشد؛ پس فرمول آن:



پاک‌کننده صابونی دارای یک پیوند دوگانه است که آن هم در گروه کربوکسیلات می‌باشد، پس زنجیره هیدروکربنی آن سیر شده است و فرمول آن:



اختلاف جرم مولی این دو پاک‌کننده برابر ۴۰ گرم است.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۹۶. گزینه ۲ درست است.

روش اول: با توجه به درجه یونش پایین اسید ضعیف ( $\alpha = 0.02$ ) از مقدار اسید یونش یافته در روابط صرف‌نظر کرده و غلظت اولیه و تعادلی اسید را برابر در نظر می‌گیریم:

$$M_1 = \frac{12}{150} = 0.08 \text{ mol.L}^{-1}, 2 = \frac{[H^+]}{0.08} \times 100 \rightarrow [H^+] = 16 \times 10^{-4} \rightarrow pH_1 = -\log(16 \times 10^{-4}) = 2.8$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M_1 - [H^+]} = \frac{(16 \times 10^{-4})^2}{0.08 - (16 \times 10^{-4})} \approx 3.2 \times 10^{-5}$$

$$M_2 = \frac{0.08}{4} = 0.02 \rightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{M_2 - [H^+]} \rightarrow 3.2 \times 10^{-5} = \frac{[H^+]^2}{0.02} \rightarrow [H^+] = 8 \times 10^{-4}$$

$$pH_2 = -\log(8 \times 10^{-4}) = 3.1 \rightarrow pH_2 - pH_1 = 3.1 - 2.8 = 0.3$$

روش دوم: در اسیدهای خیلی ضعیف با درجه یونش خیلی کم، اختلاف pH دو محلول اسیدی با غلظت متفاوت بر اثر رقیق کردن را می‌توان از رابطه زیر به راحتی محاسبه کرد. توجه کنید این رابطه زمانی درست است که از مقدار اسید یونش یافته بتوان صرف‌نظر کرد.

$$\Delta pH = \frac{1}{2} \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \Rightarrow \Delta pH = \frac{1}{2} \log\left(\frac{4}{1}\right) = 0.3$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

## ۹۷. گزینه ۱ درست است.

فقط مورد چهارم درست است.

محلول (۱):

$$\text{pH} = 3.7 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-3.7} = 10^{-4} \times 10^{0.3} = 2 \times 10^{-4} \rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-11}$$

محلول (۲):

$$\text{pH} = 11.3 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-11.3} = 10^{-12} \times 10^{0.7} = 5 \times 10^{-12} \rightarrow [\text{OH}^-] = 2 \times 10^{-3}$$

$$\frac{[\text{OH}^-]_{(1)}}{[\text{H}^+]_{(2)}} = 10$$

بررسی سایر موارد:

مورد اول: اگر این محلول شامل اسید قوی باشد که غلظت یون هیدرونیوم با غلظت اسید برابر بوده باشد، این مطلب درست خواهد بود ولی اگر محلول شامل یک اسید ضعیف باشد، غلظت آن از غلظت یون هیدرونیوم بیشتر بوده و برای خنثی کردن کامل آن به مقدار بیشتری از باز نیاز خواهد بود.

مورد دوم: اگر هر دو محلول شامل اسید و باز قوی باشد، این مطلب درست خواهد بود ولی اگر یکی ضعیف باشد، برای خنثی کردن آن به مقدار بیشتری از دومی نیاز خواهد بود.

مورد سوم: رسانایی به غلظت یون‌های حل شده در محلول بستگی دارد. رسانایی محلول (۲) بیشتر از محلول (۱) است.

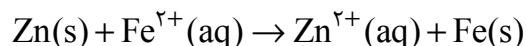
(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

## ۹۸. گزینه ۲ درست است.

با توجه به پتانسیل کاهش داده شده در هر دو ظرف واکنش بین تیغه فلزی و یون‌های فلزی محلول انجام گرفته، با اکسایش فلز از جرم تیغه کاسته و با کاهش یون‌های فلزی و رسوب آن‌ها روی تیغه، به جرم تیغه افزوده خواهد شد. مول الکترون مبادله شده در هر دو ظرف برابر ۴ است.

$$\frac{2/40.8 \times 10^{24}}{6.02 \times 10^{23}} = 4 \text{ mol}$$

ظرف (۱):



جرم روی اکسید شده (کاهش جرم تیغه):

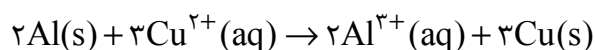
$$2 \times 65 = 130 \text{ g}$$

جرم آهن رسوب شده روی تیغه (افزایش جرم تیغه):

$$2 \times 56 \times 0.8 = 89.6 \text{ g}$$

تغییر جرم تیغه Zn: ۴۰/۴ گرم جرم تیغه در ظرف (۱) کاهش می‌یابد.

ظرف (۲):



جرم آلومینیم اکسید شده (کاهش جرم):

$$4 \text{ mol e} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{6 \text{ mol e}} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 36 \text{ g}$$

جرم مس رسوب شده روی تیغه (افزایش جرم):

$$4 \text{ mol e} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{2 \text{ mol e}} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} \times \frac{90 \text{ g}}{100 \text{ g}} = 115.2 \text{ g}$$

تغییر جرم تیغه Al: ۷۹/۲ گرم جرم تیغه در ظرف (۲) افزایش می‌یابد.

اختلاف جرم دو تیغه فلزی برابر است با:

$$79.2 + 40.4 = 119.6 \text{ g}$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

## ۹۹. گزینه ۳ درست است.

در برقکافت آب، اکسیژن در آند تولید می شود که قطب مثبت است. در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، اکسیژن در کاتد مصرف می شود که قطب مثبت است.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) در بعضی از سلول های گالوانی و در بعضی از سلول های الکترولیتی، الکترودها وارد واکنش الکتروشیمیایی نمی شوند.

(۲) اغلب نافلزها در ترکیب های خود اعداد اکسایش گوناگونی دارند.

(۴) پتانسیل کاهش استاندارد آلومینیم منفی تر از پتانسیل کاهش استاندارد آب می باشد، در نتیجه در رقابت کاتدی آب برنده شده و آبکاری با آلومینیم در محلول آبی امکان پذیر نخواهد بود.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

## ۱۰۰. گزینه ۱ درست است.

(ب) در تهیه آلومینیم به ازای مبادله ۱۲ مول الکترون، ۳ مول کربن دی اکسید تولید می شود.

در تهیه سدیم، به ازای مبادله ۲ مول الکترون، یک مول گاز کلر تولید می شود. اگر معادله تولید سدیم را به عدد ۶ ضرب کنیم تعداد الکترون مبادله شده در دو واکنش برابر شده و ضریب گاز کلر ۶ خواهد بود؛ یعنی به ازای مبادله ۱۲ مول الکترون، ۶ مول گاز کلر تولید می شود.

(ت) چون پتانسیل کاهش استاندارد نقره مثبت تر از آهن است، نقره نمی تواند نقش حفاظتی از آهن داشته باشد در نتیجه تماس آن با آهن، سرعت خوردگی آهن را کاهش نمی دهد.

بررسی سایر موارد:

(الف) در تهیه منیزیم از آب دریا، فرآیند تبخیر انجام نمی گیرد.

(پ) قیراندود کردن آهن نمی تواند به طور کامل از خوردگی آن جلوگیری کند.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

## ۱۰۱. گزینه ۳ درست است.

در سیلیس، گرافیت و یخ، چیدمان اتم ها تا حدودی ساختارهایی شبیه به شش ضلعی دارند، ولی در الماس این چیدمان وجود ندارد.

(شیمی (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

## ۱۰۲. گزینه ۲ درست است.

در این ترکیب یونی کاتیون از فلزات گروه اول و آنیون، هالوژنی از گروه ۱۷ است. اگر فلز A را کوچک ترین فلز قلیایی، یعنی لیتیم در نظر بگیریم باز هم شعاع آن از فلور، کلر و برم بزرگ تر است.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) اگر مجموع زیروندها برابر ۵ باشد، قدرمطلق بار یون ها ۲ و ۳ خواهد بود. در ترکیب AX قدرمطلق بار یون ها می تواند هر دو ۳ باشد، در این صورت آنتالپی فروپاشی، بیشتر از ترکیبی خواهد بود که بار یون ها ۲ و ۳ است.

(۳) ترکیبات یونی که شامل این رابطه می شوند:

(الف) کاتیون از گروه ۲ آنیون از گروه ۱۷ مثل  $MgCl_2, CaF_2$

(ب) کاتیون از گروه ۱۳ آنیون از گروه ۱۶ مثل  $Al_2O_3, Ga_2S_3$

(۴) در ترکیباتی که بار آنیون ۳- و بار کاتیون ۱+ باشد مثل  $K_3N$ ، این گفته صدق نمی کند.

(شیمی (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

## ۱۰۳. گزینه ۳ درست است.

این واکنش در مبدل های کاتالیستی خودروهای بنزینی انجام می گیرد. در خودروهای دیزلی، اکسیدهای نیتروژن دار به همراه آمونیاک، به فرآورده تبدیل می شوند.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) هر دو واکنش گرماده بوده و با انجام، دمای مبدل کاتالیستی را افزایش می دهند.

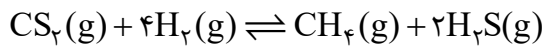
(۲) واکنشی که انرژی فعال سازی کمتری دارد (سمت راست) سریع تر انجام می گیرد. اندازه آنتالپی این واکنش بزرگ تر بوده و سطح انرژی فرآورده آن پایین تر و پایدارتر می باشد.

(۴) فرآورده واکنش سمت راست، کربن دی اکسید بوده که ناقطبی و توزیع بار در آن متقارن می باشد. این ترکیب یک اکسید نافلزی و اسید آرنیوس محسوب می شود و با انحلال در آب، غلظت یون هیدرونیوم را افزایش داده و رسانایی الکتریکی را افزایش می دهد.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۰۴. گزینه ۴ درست است.

مول های تعادلی:



$$1-x \quad n-4x \quad x \quad x$$

$$\text{molH}_2 = \text{molCH}_4 = 3/2 \text{ g.L}^{-1} \times 4 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol}}{16 \text{ g}} = 0/8 \text{ mol} \Rightarrow \text{molCS}_2 = 0/2 \Rightarrow \text{molH}_2\text{S} = 1/6 \text{ mol}$$

$$K = \frac{[\text{CH}_4][\text{H}_2\text{S}]^2}{[\text{CS}_2][\text{H}_2]^4} = \frac{(0/2)(0/4)^2}{(0/05)(0/2)^4} = 400$$

مول گاز هیدروژن در مخلوط اولیه:

$$n - (4 \times 0/8) = 0/8 \rightarrow n = 4 \text{ mol}$$

نکته: در گازها، درصد حجمی با درصد مولی برابر است.

$$\%V/V \text{ CS}_2 = \frac{1}{5} \times 100 = 20$$

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۰۵. گزینه ۳ درست است.

مونومرهای سازنده پلی اتیلن ترفتالات (ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول) در نفت خام وجود ندارند و نمی توان به طور مستقیم از نفت خام تهیه کرد، ولی به طور غیرمستقیم می توان از موادی که در نفت خام هستند تهیه کرد.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) خام فروشی برای منابع معدنی نیز مقرون به صرفه نیست.

(۲) اغلب ترکیبات آلی (ترکیبات کربن دار) دارای گروه های عاملی متفاوت هستند.

(۴) پلیمرهای زیست تخریبناپذیر در طبیعت تجزیه نمی شوند و یا به کندی تجزیه می شوند ولی با مواد مناسب و با روش های شیمیایی می توان آن ها را به مونومرهای سازنده خود تبدیل کرد.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: آسان)



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کائنات  
سازمان پیش آموزش کشور

درمدار  
**درستون**

درمدار  
**آزمونیتون**

درمدار  
**کنکوریتون**

درمدار  
**امتحانیتون**



**سانجشاین**

مجموعه فیلم های آموزشی  
ویژه پایه های دهم، یازدهم  
دوازدهم و داوطلبان کنکور

ریاضی - تجربی

به امید رایتون  
**sanjeshine.com**



# سنجش نهایی دروس عمومی پایه دوازدهم

کتابی جامع برای آمادگی در امتحانات نهایی دوازدهم از مجموعه اصل کاری منتشر شد

## شامل:

مجموعه سؤالات آزمون‌های آزمایشی شبه نهایی (تشریحی)  
ویژه داوطلبان گروه‌های آزمایشی ریاضی، تجربی، هنر و زبان

## ویژگی‌های کتاب:

- ۵ آزمون مستقل به همراه پاسخ کاملاً تشریحی برای هر درس (ادبیات، عربی، دین و زندگی و زبان)
- دارای پاسخ برگ جهت شبیه‌سازی کامل شرایط آزمون
- نکات آموزشی کلیدی و مهم هر درس
- راهنمای تصحیح کاربردی به همراه جدول هدف و محتوا و بارم‌بندی دفتر تألیف



کاری از شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان  
سنجش آموزش کشور، با همکاری انتشارات اندیشه جم



## مجموعه کتاب‌های اتود

- سوالات آزمون‌های آزمایشی سنجش گروه هنر از سال ۱۳۹۷ تا ۱۴۰۲
- طبقه بندی دقیق سوالات به همراه پاسخ تشریحی آنها

ketabejam

@andishejam

۰۲۱۶۶۹۷۹۰۰۰

خرید با ۱۰٪ تخفیف + ارسال رایگان از سایت کتاب جم

www.ketabejam.com