

پیام فدا

پایه تشریحی کشور

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی - نوبت دوم سال ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم انسانی

سراکات ریاضی

LiaPanof

لیا پانوف

آکا دی

@liaPanof

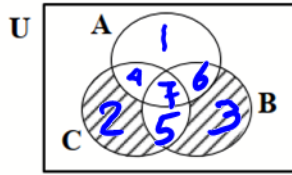
کال پیوتوب

@liaPanof

کال کپیرات

پایه های تشریحی به مرور با کافراست در هر دو حال تدارک خواهند یافت.

۱- اگر A, B و C سه زیرمجموعه از مجموعه مرجع U باشند، کدام مورد تفایش قسمت هاشور خورده شکل زیر است؟



$$(1) \quad [(B \cup C) \cap A'] \cup [(B \cap C) - A]$$

$$(2) \quad [(B \cup C) \cap A'] \cup [(B - A) - C]$$

$$(3) \quad [(B - A) - C] \cup [(C - B) - A] \quad \checkmark$$

$$(4) \quad [B - (A \cap C)] \cup [C - (A \cap B)]$$

نکته: با توجه به اینکه در هر گزینه از ترکیب اجتهاع استفاده شده پس بود هر بخش کمترین را حذف کند.

ابتدا تمام خواص را نگاه داریم و این سه هرگاه ترکیب را با توجه به نتیجه لا بد درستی داریم:

گزینه ۱: $[(B \cap C) - A]$ نه دهنده خاص ۵ را؛ نه ۴ هاشور نخورده $\times$

گزینه ۲: $[(B \cup C) \cap A']$ نه مل خاص ۵ را؛ نه $\times$

گزینه ۴: $[B - (A \cap C)]$ نه مل خاص ۵ را؛ نه $\times$

$$[(B - A) - C] \rightarrow \text{خاص ۳}$$

$$[(C - B) - A] \rightarrow \text{خاص ۲}$$

گزینه ۳: $\checkmark$

۲- معادله درجه دوم $ax^2 + (2-3a)x - 18 = 0$ را با استفاده از روش مربع کامل به شکل $(x-1/3)^2 = b$ در آورده ایم.

مقدار $\sqrt{b}$ کدام است؟

2

۲,۳ (۱)

۲,۱ (۳)

۱,۹ (۲)

۱,۷ (۱)

باز شد

معادله ۲: $x^2 - 2,7x + 1,79 = b \rightarrow x^2 - 2,7x + 1,79 - b = 0$

معادله ۱: $ax^2 + (2-3a)x - 18 = 0 \xrightarrow{\div a} x^2 + \frac{(2-3a)}{a}x - \frac{18}{a} = 0$

چون در معادله یک هستند (یکبار) پس ضرایب x هر دو باید هم برابر باشند؟

$\frac{2-3a}{a} = 2,7 \Rightarrow 2-3a = 2,7a \rightarrow 2 = 3a - 2,7a$

$a = \frac{2}{0,7} = 5$

پس ضرایب x هر دو معادله باید برابر باشند پس

$1,79 - b = -\frac{18}{a} \Rightarrow 1,79 + \frac{18}{5} = b$

$b = 1,79 + 3,6 = 5,39$

$\sqrt{b} = 2,3$

$$\frac{a}{x} = \frac{x+1}{x+a} \quad \text{باشد، معادله} \quad \frac{6-a}{3} = \frac{3}{a} \quad \text{اگر} \quad -3$$

(۴) صفر

(۳) ۱

$$\frac{2}{2} \checkmark$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{3}{1}$$

← ابتدا مقدار a را به دست می آوریم:

$$\frac{7-a}{3} = \frac{3}{a} \Rightarrow (7-a)a = 3 \times 3$$

$$\rightarrow 7a - a^2 = 9 \Rightarrow a^2 - 7a + 9 = 0 \rightarrow (a-3)^2 = 0 \rightarrow \boxed{a=3}$$

(البته نیاز به چک این مقدار نبود و می توانستیم از روش خود مقدار a به جواب ۳ برسیم)

← حالا نیاز داریم x را بیابیم:

$$\frac{a}{x} = \frac{x+1}{x+a} \xrightarrow{a=3} \frac{3}{x} = \frac{x+1}{x+3}$$

$$\times x(x+3) \quad 3(x+3) = x(x+1) \Rightarrow 3x+9 = x^2+x$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 3x - 9 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 9 = 0$$

$$\rightarrow (x-2)^2 - 9 - 4 = 0$$

$$\rightarrow (x-2)^2 = 13$$

$$\rightarrow x = 2 \pm \sqrt{13}$$

هر دو جواب قابل هستند. پس گزینه ۲ درست است.

۴- اگر تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ در رأس خود کمترین مقدار باشد، نمودار خط به معادله

$y = ax + a + 1$ از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

اول (۴)

دوم (۳)

سوم (۲)

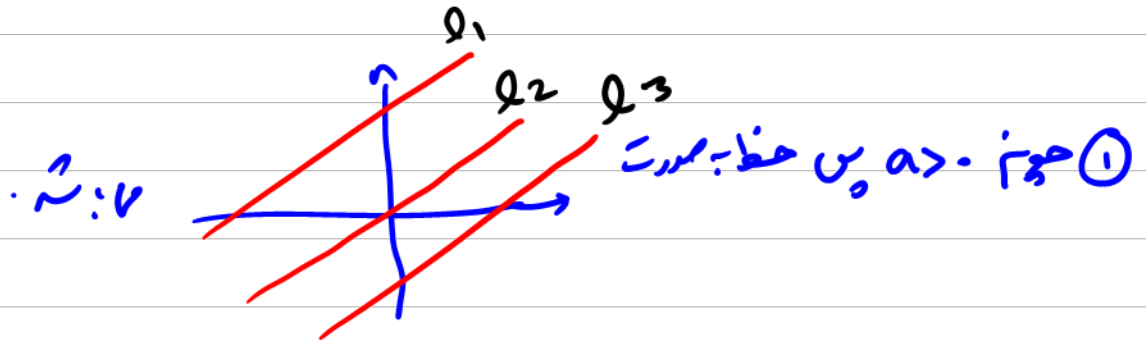
چهارم (۱) ✓



وقتی رأس دارای کمترین مقدار باشد یعنی نمودار $y = ax^2 + bx + c$ خواهد بود و این ضریب a مثبت است.

→ پس $a > 0$

خط $y = ax + a + 1$ دارای شیب a و عرض از مبدأ $a + 1$ است:



۵) عرض از مبدأ $(a + 1) > 0$ و شیب $a > 0$ پس $a + 1 > 0$ پس خط l_1 که

عرض از مبدأ متناظر با l_2 که عرض از مبدأ متناظر با l_3 است.

پس خط l_1 جواب خواهد بود که از ناحیه اول و دوم عبور نکند.

۵- اگر $f = \{(-1, 1), (2, 5), (\frac{1}{2}, -1), (0, 1)\}$ و $g = \{(-1, 2), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})\}$ باشد، دامنه تابع $h = \frac{2-f \times g}{f+2g}$ چند عضو دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳) ✓

۳ (۲)

۴ (۱)

دامنه تابع h شامل اشتراک توابع f و g است، پس دامنه $f+2g$ صفر ای نباشد:

$$D_f = \{-1, 2, \frac{1}{2}, 0\}$$

$$\Rightarrow D_{f+2g} = D_f \cap D_{2g} = \{-1, 0, \frac{1}{2}\}$$

$$D_{2g} = D_g = \{-1, 0, 5, \frac{1}{2}\}$$

$$D_{f \times g} = D_{f+2g} = \{-1, 0, \frac{1}{2}\}$$

حد اکثر ۳ عضو دارد:

بررسی می‌کنیم که $f+2g=0$ شود:

$$(f+2g)(-1) = 1 + 2(2) = 5 \quad \times$$

$$(f+2g)(0) = 1 + 2(0) = 1 \quad \times$$

$$(f+2g)(\frac{1}{2}) = -1 + 2(\frac{1}{2}) = 0 \quad \checkmark$$

پس $\frac{1}{2}$ از دامنه حذف می‌شود

$$D_h = \{-1, 0\}$$

۶- اگر تابع همانی در نقطه‌ای به طول ۲- از سهمی $y = ax^2 + 3x - 2$ بگذرد، طول رأس این سهمی کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -1 ✓

تابع همانی یعنی خط $y=x$ ← اگر طول ۲-؛ بد عرض هم ۲- است یعنی $P(-2, -2)$ روی خط سهمی است

$$y = ax^2 + 3x - 2$$

این در معادله سهمی صدق میکند:

$$-2 = a(-2)^2 + 3(-2) - 2 \Rightarrow -2 = 4a - 2 - 2 \Rightarrow \boxed{a = \frac{-2+4}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}}$$

$$\text{معادله: } y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$$

$$\text{طول رأس: } -\frac{b}{2a} = \frac{-3}{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{-3}{1} = -1 \rightarrow$$

۷- مساحت بخشی از سطح زیر نمودار تابع $y = 4 - |5x - 3|$ که بالای محور x قرار دارد، کدام است؟

۱,۶ (۴)

۱,۸ (۳)

۳,۲ (۲) ✓

۳,۶ (۱)

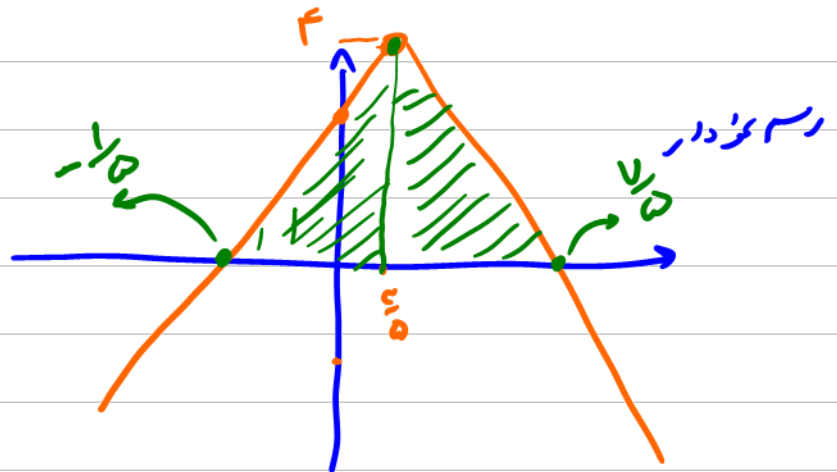
ابتدا قدرمطلق را حذف می‌کنیم

$$5x - 3 = 0 \rightarrow \boxed{x = \frac{3}{5}}$$

ابتدا قدرمطلق را حذف می‌کنیم

$$\Rightarrow y = \begin{cases} 4 - (-(5x - 3)) & x < \frac{3}{5} \\ 4 - (5x - 3) & x > \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} 5x + 1 & x < \frac{3}{5} \\ -5x + 7 & x > \frac{3}{5} \end{cases}$$



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times 4 \times \left[\frac{7}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right) \right] = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{8}{5} = \frac{16}{5} = 3,2$$

۸- نمودار دایره‌ای زیر، مربوط به نمرات A, B, C و D, ۹۶ دانش‌آموز در درس «ریاضی و آمار» است. اگر تعداد

دانش‌آموزانی که نمره‌های B و C گرفته‌اند، به ترتیب ۲ و ۳ برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره A گرفته‌اند، چه

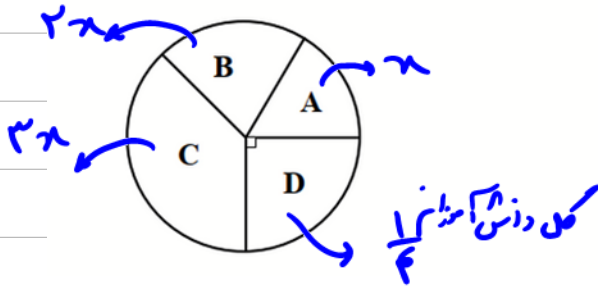
تعداد دانش‌آموز نمره C گرفته است؟

(۱) ۴۲

(۲) ۳۹

(۳) ۳۶ ✓

(۴) ۳۳



تعداد دانش‌آموزان نمره A را x در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} A = x \\ B = 2x \\ C = 3x \end{cases} \quad (۱)$$

ناحیه D به‌توجه به زاویه خاکنه $\frac{1}{4}$ کل دانش‌آموزان را شامل می‌شود پس
 $D = \frac{1}{4} \times 96 = 24$

$$و_0 : A + B + C = \frac{3}{4} \times 96 = 96 - 24 = 72 \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} 2 + 2x + 3x = 72 \Rightarrow x = \frac{70}{5} = 14$$

$$C \text{ نمره} = 3x = 3 \times 14 = 42$$

۹- قرار است داده‌های مربوط به پنج شاخص سلامت X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 برای سه کشور A، B و C در قالب یک

نمودار راداری نمایش داده شود. زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری چند درجه است؟

۳۶ (۴)

۶۰ (۳)

۷۲ (۲) ✓

۱۲۰ (۱)

$$\frac{360}{5} = 72$$

زاویه‌ها برابر باشد.

۱۰- دانش آموزی با توجه به تساوی $\frac{a-d}{a} = \frac{d-c}{c}$ ، برای محاسبه استدلال ویر را ارائه داده است. ایراد این استدلال

(در صورت وجود) در کدام گام است؟

اول) $\frac{a-d}{a} = \frac{d-c}{c}$

دوم) $c(a-d) = a(d-c)$

سوم) $ac + ac = ad + cd$

چهارم) $2ac = (a+c)d$

پنجم) $d = \frac{2ac}{a+c}$

(۱) دوم

(۲) چهارم

(۳) پنجم ✓

(۴) استدلال فاقد ایراد است.

مرصه اول ✓

مرصه دوم: طرفین معین انجام گرفته نه وجهی مشخص ندارد. ✓

مرصه سوم: انجام عملیات صحیح ✓

مرصه چهارم: سمت چپ را جمع کرده و در راسته فاکتورگیری ✓

مرصه پنجم: تقسیم بر $a+c$ ✗

حجت ممکن است $a+c=0$ باشد و تقسیم بر صفر تعریف نشده است.

$q \Leftrightarrow \sim p$ (۴) ✗

$\sim q \Leftrightarrow p$ (۳)

$p \Leftrightarrow \sim q$ (۲)

$\sim q \Leftrightarrow \sim p$ (۱) ✓

هم‌ارز منطقی داریم یا نه؟

از دو طرف نفی می‌کنیم.

نکته:

$a \Leftrightarrow b$ معنای درستی است که a و b یکسان باشند.

مثلاً $a \Leftrightarrow b$ ؛ $b \Leftrightarrow a$ فرق ندارد.

اگر p و q هم‌ارز باشند $\leftarrow p$ و q هم‌ارز نیستند
 در هر دو حالت فرقی با هم ندارند
 در هر دو حالت فرقی با هم ندارند

۱۲- میانگین هفت داده آماری برابر ۶ است. اگر ابتدا از هر یک داده‌ها www.konkur.in کم کنیم و سپس داده‌های حاصل را در

۴ ضرب کنیم، میانگین داده‌های جدید کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۶ (۵) ✓

۲۲ (۲)

۲۶ (۱)

$$\bar{x}_1 = 7$$

$$- 2 \text{ همه داده‌ها} \rightarrow \bar{x}_2 = \bar{x}_1 - 2 = 7 - 2 = 5$$

$$\times 4 \text{ همه داده‌ها} \rightarrow \bar{x}_3 = 4 \times \bar{x}_2 = 4 \times 5 = 20$$

$$5 \quad 0 \quad 2 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 8 \rightarrow \bar{x}_2 = 5$$

$$2 \quad 2 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 0 \quad 7 \rightarrow \bar{x}_3 = 20 \quad (\text{مثال عددی})$$

$$8 \quad 12 \quad 14 \quad 16 \quad 16 \quad 20 \quad 28 \rightarrow \bar{x}_3 = 20$$

۱۳- رُمان انگلیسی‌زبانی با متوسط طول جمله‌های ۸ کلمه‌ای و www.konkur.in دشوار، برای دانش‌آموزان چه پایه‌ای

مناسب است؟

(۱) یازدهم

دهم (۲) ✓

نهم (۳)

هشتم (۴)

$$8 + 18 = 26$$

$$26 \times 4 = 104$$

$$104 \rightarrow [1, 4]$$

۱۴- در نمودار جعبه‌ای ۳۲ داده آماری متمایز، میانگین داده‌ها با داده انتهایی ۸ و سبیل سمت راست با داده انتهایی ۵۶، به ترتیب ۱۲ و ۴۷ است. اگر میانگین داده‌های بین کمترین و بیشترین داده برابر ۲۸ باشد، میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

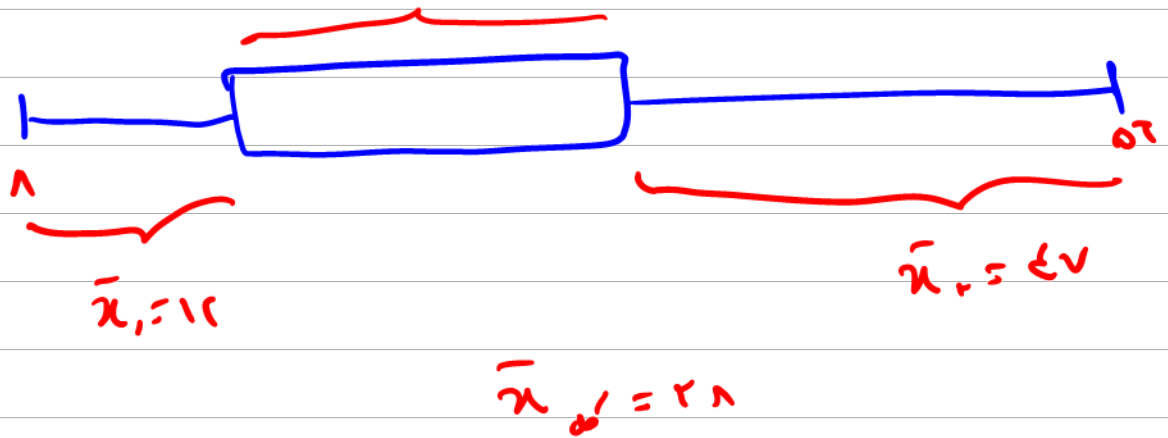
۲۷ (۴)

۲۸ (۳)

۳۰ (۲)

۳۱ (۱)

نمودار فرضی



میانگین کل ۲۸ است با توجه به دو میانگین ۱۲ و ۴۷ پس میانگین داخل جعبه ۲۸ خواهد شد.

و همچنین در هر سبیل سمت راست و چپ میانگین به بالا و در سمت چپ میانگین به پایین کمتر از میانگین کل خواهد شد.

پس میانگین هر سبیل کمتر از میانگین کل خواهد بود.

۱۵- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام کوچک تر از ۴۴۰ می توان نوشت؟

www.konkur.in

۳۰ (۴) رسم یکای صواب نیست

۳۱ (۴) ✓

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

رسم یکای صواب

$$\begin{array}{l}
 \text{رسم یکای صواب} \quad \frac{3}{2, 1, 0} \times \frac{4}{1, 2, 0} \times \frac{1}{0} = 4 \times 2 \times 1 = 12 \\
 \frac{1}{4} \times \frac{3}{2, 1, 0} \times \frac{1}{0} = 1 \times 2 \times 1 = 3 \\
 \frac{1}{4} \times \frac{4}{2, 1, 0} \times \frac{1}{0} = 1 \times 2 \times 1 = 2 \\
 \frac{3}{2, 1, 0} \times \frac{4}{1, 2, 0} \times \frac{1}{0} = 3 \times 2 \times 1 = 6
 \end{array}$$

$12 + 3 + 2 + 6 = 23$
 $23 + 15 = 38$

محدودیت اولی رسم یکای صواب و محدودیت دومی رسم یکای صواب. رسم یکای صواب $\left(\frac{3}{2, 1, 0} \right)$ غیر $\left(\frac{4}{2, 1, 0} \right)$

۱۶- نیمی از ۱۰ کبوتر گرفتار در دام صیاد، نوکشان سرخ است و نیمی از بقیه بند از پای ۷۰ درصد کبوترها را باز

www.konkur.in

نموده و آنها را آزاد کند. احتمال اینکه حداکثر ۲ کبوتر نوک سرخ هنوز در بند گرفتار باشند، چقدر است؟

۷ کبوتر

$$\frac{1}{12} \quad (4)$$

$$\frac{5}{12} \quad (3)$$

$$\frac{7}{12} \quad (2)$$

$$\frac{11}{12} \quad (1)$$

صفر نوک سرخ

یک نوک سرخ

دو نوک سرخ

۵ کبوتر نوک سرخ

$$P(A) = \frac{\binom{5}{0}\binom{5}{3} + \binom{5}{1}\binom{5}{2} + \binom{5}{2}\binom{5}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{1 \times 10 + 5 \times 10 + 10 \times 5}{120}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{110}{120} = \frac{11}{12}$$

$$\binom{5}{0} = 1$$

$$\binom{5}{3} = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$\binom{5}{1} = 5$$

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

۱۷- اگر $a_1 = 15$ جمله اول دنباله بازگشتی a_n زوج
 $a_{n+1} = \begin{cases} -a_n & \text{زوج } a_n \\ 3a_n - 1 & \text{فرد } a_n \end{cases}$ باشد، مقدار a_8 کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۱) ✓

۲ (۱)

$a_1 = 15$ (فرد) $\rightarrow a_2 = 3(15) - 1 = 44$ (زوج)

$a_3 = \frac{1}{2} \times 44 = 22$ $a_4 = \frac{1}{2} \times 22 = 11$

$a_5 = 3(11) - 1 = 32$ $a_6 = \frac{1}{2} \times 32 = 16$

$a_7 = \frac{1}{2} \times 16 = 8$

$a_8 = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

۱۸- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات دوم و دهم برابر ۲۲ است. اگر مجموع جملات چهارم تا دوازدهم این دنباله برابر ۱۱۷ باشد، جمله اول دنباله کدام است؟

۲۷ (۱) ✓
۱۷ (۲)
۳۷ (۳)
۷ (۴)

تجزیه n جمله اول
دنباله

$$S_n = \frac{n}{2} \{ 2a_1 + (n-1)d \}$$

① $a_7 + a_1 = 22 \rightarrow a_1 + d + a_1 + 6d = 22 \rightarrow$

$\rightarrow 2a_1 + 7d = 22 \rightarrow a_1 + 3.5d = 11$ (۳)

② $S_{12} - S_3 = \frac{12}{2} \{ 2a_1 + 11d \} - \frac{3}{2} \{ 2a_1 + 2d \} = 117$

تجزیه جمله ۱۲ تا ۳

$\Rightarrow 12a_1 + 77d - 3a_1 - 3d = 117$

$\rightarrow 9a_1 + 74d = 117$

$\div 9 \rightarrow a_1 + 8.22d = 13$ (۴)

③-④ $\begin{cases} a_1 + 8.22d = 13 \\ a_1 + 3.5d = 11 \end{cases}$

$\times (-1) \rightarrow a_1 + 8.22d = 13$
 $\rightarrow a_1 + 3.5d = 11$

$a_1 - a_1 + 8.22d - 3.5d = 13 - 11 \rightarrow 4.72d = 2 \rightarrow d = 0.42$

۱۹- اگر S مجموع شش جمله نخست دنباله $\frac{9}{5}, \frac{6}{5}, \frac{4}{5}, \dots$ باشد، مقدار $\frac{S}{7}$ کدام است؟

$$\frac{19}{9} \quad (4)$$

$$\frac{17}{9} \quad (3)$$

$$\frac{19}{7} \quad (2)$$

$$\frac{17}{7} \quad (1)$$

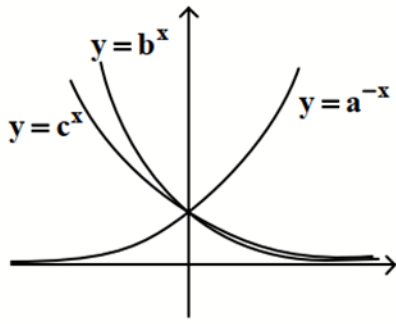
دنباله هندسی با نسبت $\frac{4}{5}$ ، قدر نسبت $\frac{7}{9} = \frac{1}{2}$ ، $r = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{9}} = \frac{4}{5} \times \frac{9}{7} = \frac{36}{35}$

کبر n جمله اول
دنباله هندسی: $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow$

$$S_2 = \frac{9}{5} \times \frac{1 - \left(\frac{36}{35}\right)^2}{1 - \frac{36}{35}} = \frac{9}{5} \times \frac{1 - \frac{1296}{1225}}{\frac{1}{35}}$$

$$= \frac{9 \times 9}{5} \times \frac{1 - \frac{1296}{1225}}{\frac{1}{35}} = \frac{81 \times 1225 - 1296 \times 9}{5 \times 35} = \frac{10005 - 11664}{175} = \frac{1341}{175}$$

جواب سؤال = $\frac{1341}{175} \times \frac{1}{9} = \frac{149}{19}$



(۱) $(2, 2^{-\frac{1}{3}}, 2^{-\frac{1}{2}})$ ✗

(۲) $(2, 2^{-\frac{1}{2}}, 2^{-\frac{1}{3}})$ ✗

(۳) $(0.5, 0.5^{\frac{1}{2}}, 0.5^{\frac{1}{3}})$ ✓

(۴) $(0.5, 0.5^{\frac{1}{3}}, 0.5^{\frac{1}{2}})$

در تواج های $y = a^x$ و $y = a^{-x}$ اگر $a > 1$ کاهنده ندارد
 اگر $0 < a < 1$...

تبدیل استا ندارد

① نمودار $y = a^{-x}$:
 $y = a^{-x} = a^{-1 \times x} = (a^{-1})^x = (\frac{1}{a})^x$

طبق نکته ۱ : $\frac{1}{a} > 1$ ← نزین - اد ۲ غلط است ✗

② در تعریف قارن مقدار ط کوکیر است چون محور ها تو کیر است .

معرین $\frac{1}{5} > \frac{1}{4} > \frac{1}{3}$ پس $\frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ $\frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ $\frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$

سوزین ۳ درست است .

لیا پارسل