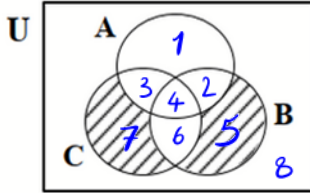


پاسخنامه سوالات ریاضی کنکور انسانی (تیر ۱۴۰۴)
محمد پاک نژاد مدرس کنکور شهرستان لاهیجان ۰۹۱۱۲۴۱۲۶۳۳

5, 7

۱- اگر A، B و C سه زیرمجموعه از مجموعه مرجع U باشند، کدام مورد، نمایش قسمت هاشور خورده شکل زیر است؟



$$(5, 6, 7) \cup (6) = 5, 6, 7 \quad \times$$

$$(5, 6, 7) \cup (5) = 5, 6, 7 \quad \times$$

$$(5) \cup (7) = 5, 7 \quad \checkmark$$

$$(3) \cup (2) = 3, 2 \quad \times$$

$$[(B \cup C) \cap A'] \cup [(B \cap C) - A] \quad (1)$$

$$[(B \cup C) \cap A'] \cup [(B - A) - C] \quad (2)$$

$$[(B - A) - C] \cup [(C - B) - A] \quad (3) \quad \checkmark$$

$$[B - (A \cap C)] \cup [C - (A \cap B)] \quad (4)$$

۲- معادله درجه دوم $ax^2 + (2-3a)x - 18 = 0$ را با استفاده از روش مربع کامل به شکل $(x-1,3)^2 = b$ درآورده ایم.

مقدار $\sqrt{b}$ کدام است؟

۲,۳ (۴) ✓

۲,۱ (۳)

۱,۹ (۲)

۱,۷ (۱)

$$\begin{aligned} (x-1,3)^2 = b &\rightarrow x^2 - 2,6x + 1,49 - b = 0 \rightarrow ax^2 - 2,6ax + 1,49a - ab = 0 \\ &\rightarrow ax^2 - 2,6ax + (1,49 - b)a = 0 \\ &\rightarrow \begin{cases} 2-3a = -2,6a \rightarrow a = 5 \\ (1,49 - b)a = -18 \rightarrow 5(1,49 - b) = -18 \end{cases} \\ &\rightarrow 1,49 - b = -3,6 \\ &\rightarrow b = 5,09 \\ &\rightarrow \sqrt{b} = \sqrt{5,09} = 2,25 \end{aligned}$$

۳- اگر $\frac{6-a}{3} = \frac{3}{a}$ باشد، معادله $\frac{a}{x} = \frac{x+1}{x+a}$ دارای چند جواب است؟

۴) صفر

۳) ۱

۲) ۲ ✓

۱) ۳

$$\frac{6-a}{3} = \frac{3}{a} \rightarrow 6a - a^2 - 9 = 0 \rightarrow a = 3$$

$$\frac{3}{x} = \frac{x+1}{x+3} \rightarrow 3x+9 = x^2+x \rightarrow x^2-2x-9=0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{40}}{2}$$

۴- اگر تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ در رأس خود دارای کمترین مقدار باشد، نمودار خط به معادله $y = ax + a + 1$ از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

(۴) اول

(۳) دوم

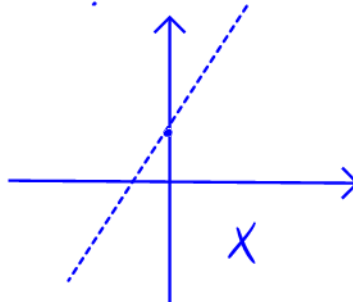
(۲) سوم

(۱) چهارم ✓

چون $\min$ دارد پس رو به بالا است یعنی $a > 0$ $\rightarrow y = ax^2 + bx + c$

نسبت عرض از مبدأ هر دو مثبت است $\rightarrow y = ax + a + 1$
 $\downarrow$ مثبت $\downarrow$ مثبت

از ناحیه چهارم نمی‌گذرد.



۵- اگر $f = \{(-1, 1), (2, 5), (\frac{1}{2}, -1), (0, 1)\}$ و $g = \{(-1, 2), (0, 5), (5, 2), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})\}$ باشد، دامنه تابع $\frac{2-f \times g}{f+2g}$

چند عضو دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳) ✓

۳ (۲)

۴ (۱)

$$D_f \cap D_g = \{-1, 0, \frac{1}{2}\} \rightarrow \frac{2-f \times g}{f+2g} = \left\{ (-1, \frac{2-(1 \times 2)}{1+2(2)}), (0, \frac{2-(1 \times 5)}{1+2(5)}), (\frac{1}{2}, \frac{2-(-1 \times \frac{1}{2})}{-1+2(\frac{1}{2})}) \right\}$$

$$= \left\{ (-1, 0), (0, -\frac{3}{11}), (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}) \right\} = \left\{ (-1, 0), (0, -\frac{3}{11}) \right\}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_X$

۶- اگر تابع همانی در نقطه‌ای به طول ۲- از سهمی $y = ax^2 + 3x - 2$ بگذرد، طول رأس این سهمی کدام است؟

۴) ✓ -۱

۳) $-\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{2}$

۱) ۱

$$\xrightarrow{(-2, -2)} -2 = a(-2)^2 + 3(-2) - 2 \rightarrow 2a = 2 \rightarrow a = \frac{2}{2}$$

$$\rightarrow y = \frac{2}{2}x^2 + 3x - 2 \rightarrow x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2(\frac{2}{2})}$$

$$\rightarrow x_s = -1$$

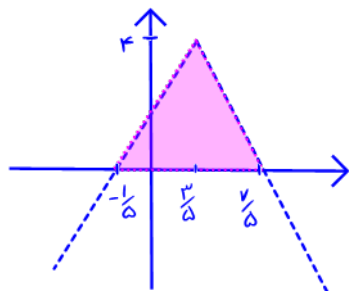
۷- مساحت بخشی از سطح زیر نمودار تابع $y = 4 - |5x - 3|$ که بالای محور x ها قرار دارد، کدام است؟

۱,۶ (۴)

۱,۸ (۳)

۳,۲ (۲) ✓

۳,۶ (۱)



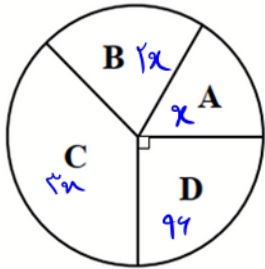
$$4 - |5x - 3| = 0 \rightarrow 5x - 3 = \pm 4$$

$$\rightarrow \begin{cases} 5x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{5} \\ 5x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 5x - 3 &= 0 \\ x &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$S = \frac{|\frac{7}{5} - (-\frac{1}{5})| \times 4}{2} = \frac{8}{5} \times 2 = \frac{16}{5} = 3,2$$

۸- نمودار دایره‌ای زیر، مربوط به نمرات A، B، C و D، ۹۶ دانش‌آموز در درس «ریاضی و آمار» است. اگر تعداد دانش‌آموزانی که نمره‌های B و C گرفته‌اند، به ترتیب ۲ و ۳ برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره A گرفته‌اند، چه تعداد دانش‌آموز نمره C گرفته است؟



$$\frac{96-4x}{96} \times 360 = 90 \rightarrow \frac{96-4x}{96} = \frac{1}{4} \rightarrow x=12$$

$$C = 3 \times 12 = 36$$

(۱) ۴۲

(۲) ۳۹

(۳) ۳۶ ✓

(۴) ۳۳

۹- قرار است داده‌های مربوط به پنج شاخص سلامت X_1, X_2, X_3, X_4 و X_5 برای سه کشور A، B و C در قالب یک نمودار راداری نمایش داده شود. زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری چند درجه است؟

۳۶ (۴)

۶۰ (۳)

۷۲ (۲) ✓

۱۲۰ (۱)

$$\frac{360}{5} = 72^\circ$$

۱۰- دانش‌آموزی با توجه به تساوی $\frac{a-d}{a} = \frac{d-c}{c}$ ، برای محاسبه d ، استدلال زیر را ارائه داده است. ایراد این استدلال

اول $\frac{a-d}{a} = \frac{d-c}{c}$

دوم $c(a-d) = a(d-c)$

سوم $ac + ac = ad + cd$

چهارم $2ac = (a+c)d$

پنجم $d = \frac{2ac}{a+c}$

(در صورت وجود) در کدام گام است؟

(۱) دوم

(۲) چهارم

(۳) پنجم ✓

(۴) استدلال فاقد ایراد است.

اگر a و c مثبت باشند مجموع آن‌ها صفر است
 پس در گام پنجم نمی‌توان بر $a+c$ تقسیم کرد.

۱۱- کدام یک از گزاره‌های زیر با $\sim p \Leftrightarrow q$ هم‌ارز منطقی نیست؟

$\sim q \Leftrightarrow \sim p$ (۱) ✓
 $p \Leftrightarrow \sim q$ (۲)
 $\sim q \Leftrightarrow p$ (۳)
 $q \Leftrightarrow \sim p$ (۴)

$\sim p \Leftrightarrow q \rightarrow F \Leftrightarrow F \equiv T$
 p درست و q نادرست باشد: فرض

گزینه ۱: $F \Leftrightarrow T \equiv F$
 گزینه ۲: $T \Leftrightarrow T \equiv T$

گزینه ۳: $T \Leftrightarrow T \equiv T$
 گزینه ۴: $F \Leftrightarrow F \equiv T$

۱۲- میانگین هفت داده آماری برابر ۶ است. اگر ابتدا از هر یک از داده‌ها ۲ واحد کم کنیم و سپس داده‌های حاصل را در ۴ ضرب کنیم، میانگین داده‌های جدید کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۶ (۳) ✓

۲۲ (۲)

۲۶ (۱)

از همه داده‌ها ۲ واحد کم شده و سپس ۴ برابر شده است پس میانگین هم همین تغییر را خواهد داشت

$$\bar{x}_{new} = (4-2) \times 4 = 2 \times 4 = 8$$

۱۳- رُمان انگلیسی‌زبانی با متوسط طول جمله‌های ۸ کلمه‌ای و ۱۸ درصد کلمهٔ دشوار، برای دانش‌آموزان چه پایه‌ای مناسب است؟

(۱) یازدهم

(۲) ☒ دهم

(۳) نهم

(۴) هشتم

$$\left[\frac{0.18}{0.10} (18 + 8) \right] = \left[\frac{10}{0.10} \right] = 10$$

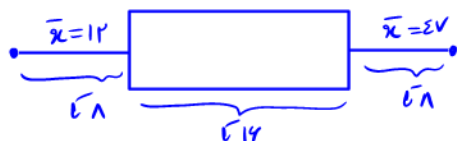
۱۴- در نمودار جعبه‌ای ۳۲ داده آماری متمایز، میانگین داده‌های سبیل سمت چپ با داده انتهایی ۸ و سبیل سمت راست با داده انتهایی ۵۶، به ترتیب ۱۲ و ۴۷ است. اگر میانگین داده‌های بین کمترین و بیشترین داده برابر ۲۸ باشد، میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۲۷ (۴ ✓)

۲۸ (۳)

۳۰ (۲)

۳۱ (۱)



$$\bar{x} = 28$$

$$\sum \text{مجموع داده‌ها} = 28 \times 30 = 840 + 8 + 56 = 904$$

$$\bar{x}_{\text{سبیل سمت چپ}} = 8 \times 12 = 96$$

$$\bar{x}_{\text{سبیل سمت راست}} = 8 \times 56 = 448$$

$$\bar{x}_{\text{داخل جعبه}} = \frac{904 - 96 - 448}{14} = \frac{360}{14} = 25.71$$

۱۵- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام کوچک تر از ۴۴۰ می توان نوشت؟

۳۰ (۴)

۳۱ (۳) ✓

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

فقط مضرب ۵ : مضرب ۵ و کمتر از ۴۴۰

$$1 \times 2 \times 3 = 6 \quad \text{فقط مضرب ۵} \quad \text{۳ ارقام}$$

$$1 \times 3 \times 2 = 6 \quad \text{فقط مضرب ۵} \quad \text{۳ ارقام}$$

$$2 \times 1 \times 3 = 6 \quad \text{فقط مضرب ۵} \quad \text{۳ ارقام}$$

$$2 \times 3 \times 1 = 6 \quad \text{فقط مضرب ۵} \quad \text{۳ ارقام}$$

$$3 \times 1 \times 2 = 6 \quad \text{فقط مضرب ۵} \quad \text{۳ ارقام}$$

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \quad \text{فقط مضرب ۵} \quad \text{۳ ارقام}$$

$$\Rightarrow 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 36$$

۱۶- نیمی از ۱۰ کبوتر گرفتار در دام صیاد، نوکشان سرخ است. موشی توانسته بند از پای ۷۰ درصد کبوترها را باز نموده و آنها را آزاد کند. احتمال اینکه حداکثر ۲ کبوتر نوک سرخ هنوز در بند گرفتار باشند، چقدر است؟

$$\frac{1}{12} \quad (4) \quad \frac{5}{12} \quad (3) \quad \frac{7}{12} \quad (2) \quad \frac{11}{12} \quad (1) \quad \checkmark$$

$n(S) = \binom{10}{7}$

نوک غیر سرخ، ۵ نوک سرخ

$$\frac{\binom{5}{3}\binom{5}{4} + \binom{5}{4}\binom{5}{3} + \binom{5}{5}\binom{5}{2}}{\binom{10}{7}} = \frac{10 \times 5 + 5 \times 10 + 1 \times 10}{120} = \frac{110}{120} = \frac{11}{12}$$

۱۷- اگر $a_1 = 15$ جمله اول دنباله بازگشتی a_n زوج $a_n = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & \text{زوج } a_n \\ 3a_n - 1 & \text{فرد } a_n \end{cases}$ باشد، مقدار a_8 کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲) ✓

۲ (۱)

$$a_2 = 3a_1 - 1 = 3(15) - 1 = 44$$

$$a_3 = \frac{1}{2}a_2 = \frac{1}{2}(44) = 22$$

$$a_4 = \frac{1}{2}a_3 = \frac{1}{2} \times 22 = 11$$

$$a_5 = 3a_4 - 1 = 3(11) - 1 = 32$$

$$a_6 = \frac{1}{2}a_5 = \frac{1}{2} \times 32 = 16$$

$$a_7 = \frac{1}{2}a_6 = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

$$a_8 = \frac{1}{2}a_7 = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

۱۸- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات دوم و دهم برابر ۳۴ است. اگر مجموع جملات چهارم تا دوازدهم این دنباله برابر ۱۱۷ باشد، جمله اول دنباله کدام است؟

۷ (۴)

۳۷ (۳)

۱۷ (۲)

۲۷ (۱) ✓

$$a_7 + a_{10} = 34 \longrightarrow 2a_1 + 10d = 34 \longrightarrow a_1 + 5d = 17$$

$$a_2 + a_5 + \dots + a_{12} = S_{12} - S_1 = 117 \longrightarrow \frac{12}{2} (2a_1 + 11d) - \frac{1}{2} (2a_1 + d) = 117$$

$$\longrightarrow 9a_1 + 43d = 117 \longrightarrow a_1 + 7d = 13$$

$$\longrightarrow \begin{cases} a_1 + 5d = 17 \\ a_1 + 7d = 13 \end{cases}$$

$$\hline a_1 = 27, d = -2$$

۱۹- اگر S مجموع شش جمله نخست دنباله $\frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{9}{5}, \dots$ باشد، مقدار $\frac{3}{5}S$ کدام است؟

$\frac{19}{9}$ (۴) ✓

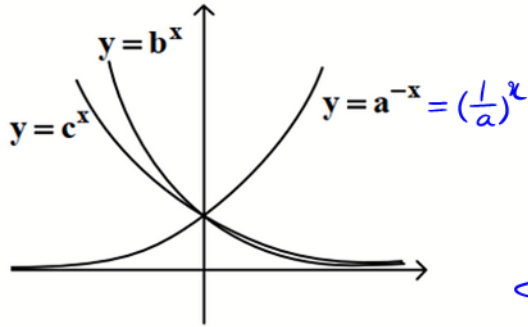
$\frac{17}{9}$ (۳)

$\frac{19}{7}$ (۲)

$\frac{17}{7}$ (۱)

$$S_6 = \frac{\frac{4}{5}(1-(\frac{3}{5})^6)}{1-\frac{3}{5}} = \frac{133}{25} \rightarrow \frac{3}{5}S_6 = \frac{3}{5} \times \frac{133}{25} = \frac{19}{9}$$

۲۰- با توجه به شکل زیر، کدام مورد در خصوص سه تایی مرتب (a, b, c) می تواند درست باشد؟



$b < c < \frac{1}{a}$
 از طرف $\frac{1}{a}$ از b و c بزرگتر است
 در نتیجه
 در ترتیب $\frac{1}{a}$ این ترتیب عادی شده است.

(۱) $(2, 2^{-\frac{1}{2}}, 2^{-\frac{1}{3}})$

(۲) $(2, 2^{-\frac{1}{2}}, 2^{-\frac{1}{3}})$

(۳) $(0.5, 0.5^{\frac{1}{2}}, 0.5^{\frac{1}{3}})$

(۴) $(0.5, 0.5^{\frac{1}{2}}, 0.5^{\frac{1}{3}})$ ✓