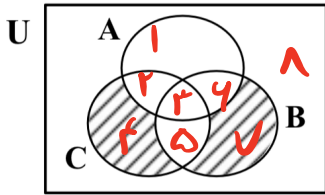


۱- اگر A، B و C سه زیرمجموعه از مجموعه مرجع U باشند، کدام مورد، نمایش قسمت هاشورخورده شکل زیر است؟



$\Rightarrow \{4, 7\}$

(۱) $[(B \cup C) \cap A'] \cup [(B \cap C) - A]$

(۲) $[(B \cup C) \cap A'] \cup [(B - A) - C]$

(۳) $[(B - A) - C] \cup [(C - B) - A]$ ✓

(۴) $[B - (A \cap C)] \cup [C - (A \cap B)]$

$\{4, 7\} = [(B - A) - C] \cup [(C - B) - A]$ (۳) ✓

(۱) $\{4, 5, 6, 7, 8\} \cup \{4, 5, 6, 7, 8\} = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

(۲) $\{4, 5, 6, 7\} = [(B \cup C) \cap A'] \cup [(B - A) - C]$

۲- معادله درجه دوم $ax^2 + (2 - 3a)x - 18 = 0$ را با استفاده از روش مربع کامل به شکل $(x - 1/3)^2 = b$ درآورده ایم.

مقدار $\sqrt{b}$ کدام است؟

۲, ۳ (۴) ✓

۲, ۱ (۳)

۱, ۹ (۲)

۱, ۷ (۱)

ریشه ها را می یابیم است $ax^2 + (2 - 3a)x - 18 = 0 \Rightarrow x^2 - 2,4x + 1,49 - b = 0$

$S = 2,4, P = 1,49 - b$

$S = \frac{3a - 2}{a}, P = \frac{-18}{a}$

$\Rightarrow \left\{ \frac{3a - 2}{a} = 2,4 \Rightarrow 3a - 2 = 2,4a \Rightarrow 0,6a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{0,6} = \frac{10}{3} \right\}$

$\left\{ \frac{-18}{a} = 1,49 - b \Rightarrow \frac{-18}{10/3} = 1,49 - b \Rightarrow -18 = 1,49 - b \Rightarrow -19,49 = -b \Rightarrow b = \frac{19,49}{1} = 19,49 \right\}$

$\sqrt{b} = \sqrt{19,49} = 4,41$

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲ ✓

(۱) ۳

$$\frac{4-a}{3} = \frac{3}{a} \Rightarrow 4a - a^2 = 9 \Rightarrow a^2 - 4a + 9 = 0 \Rightarrow (a-3)^2 = 0 \Rightarrow a-3=0 \Rightarrow a=3$$

$$\frac{3}{x} = \frac{x+1}{x+3} \Rightarrow 3x+9 = x^2+x \Rightarrow x^2-2x-9=0 \Rightarrow \Delta = 4 - 4 \times 1 \times -9 = 40 > 0$$

اجواب دارد

-۴ اگر تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ در رأس خود دارای کمترین مقدار باشد، نمودار خط به معادله $y = ax + a + 1$ از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

(۴) اول

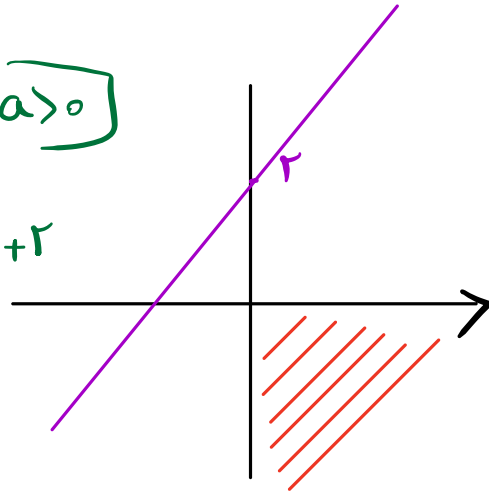
(۳) دوم

(۲) سوم

(۱) چهارم ✓

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow \text{دارد Min} \Rightarrow \text{Min} \Rightarrow a > 0$$

$$y = ax + a + 1 \Rightarrow a > 0 \Rightarrow a = 1 \text{ مثلاً} \Rightarrow y = x + 2$$

-۵ اگر $f = \{(-1, 1), (2, 5), (\frac{1}{2}, -1), (0, 1)\}$ و $g = \{(-1, 2), (0, 5), (5, 2), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})\}$ باشد، دامنه تابع $\frac{2-f \times g}{f+2g}$

چند عضو دارد؟

(۴) ۱

(۳) ۲ ✓

(۲) ۳

(۱) ۴

$$D_f = \{-1, 2, \frac{1}{2}, 0\}, D_g = \{-1, 0, 5, \frac{1}{2}\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{-1, 0, \frac{1}{2}\}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \xrightarrow{f} -1 \\ \frac{1}{2} \xrightarrow{g} \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow f+g=0 \Rightarrow \text{منفرد نباید منفرد شود} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ باید حذف شود} \Rightarrow \{-1, 0\}$$

۶- اگر تابع همانی در نقطه‌ای به طول ۲- از سهمی $y = ax^2 + 4x - 2$ بگذرد، طول رأس این سهمی کدام است؟

۱ (۴) ✓

۳ (۳) $-\frac{1}{2}$

۲ (۲) $\frac{1}{2}$

۱ (۱)

$$y=x \Rightarrow \text{این قطعه‌ی سهمی است} (-2, -2) \Rightarrow -2 = a(-2)^2 + 4(-2) - 2$$

$$\Rightarrow -2 = 4a - 4 - 2 \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow y = x^2 + 4x - 2$$

$$\Rightarrow x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{2 \times 1} = \frac{-4}{2} = -2$$

۷- مساحت بخشی از سطح زیر نمودار تابع $y = 4 - |5x - 3|$ که بالای محور xها قرار دارد، کدام است؟

۱/۶ (۴)

۱/۸ (۳)

۳/۲ (۲) ✓

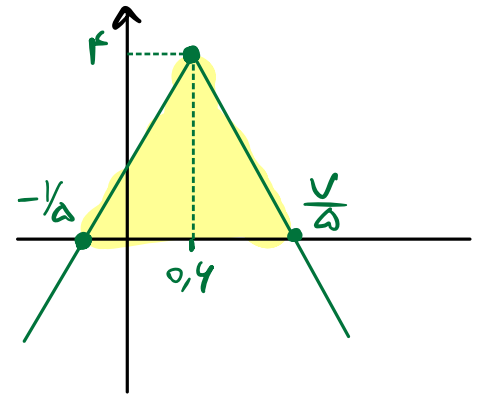
۳/۶ (۱)

$$y = 4 - |5x - 3| \Rightarrow 5x - 3 = 0 \Rightarrow 5x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$4 - |5x - 3| = 0 \Rightarrow 4 = |5x - 3| \Rightarrow 5x - 3 = \pm 4$$

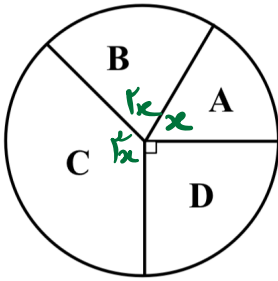
$$\begin{cases} 5x - 3 = 4 \Rightarrow 5x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{5} \\ 5x - 3 = -4 \Rightarrow 5x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 3 = 4 \Rightarrow 5x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{5} \\ 5x - 3 = -4 \Rightarrow 5x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5} \end{cases}$$



$$\text{ارتفاع مثلث} = 4 \Rightarrow \text{مساحت} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{8}{5} = \frac{16}{5} = \frac{32}{10} = \frac{16}{5}$$

۸- نمودار دایره‌ای زیر، مربوط به نمرات A، B، C و D دانش‌آموز در درس «ریاضی و آمار» است. اگر تعداد دانش‌آموزانی که نمره‌های B و C گرفته‌اند، به ترتیب ۲ و ۳ برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره A گرفته‌اند، چه تعداد دانش‌آموز نمره C گرفته است؟



$$x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x = 4x = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$$

$$\hat{A} = 45^\circ, B = \frac{1}{2}x = 22.5^\circ, C = \frac{1}{2}x = 22.5^\circ, D = 90^\circ$$

(۱) ۴۲

(۲) ۳۹

(۳) ۳۶ ✓

(۴) ۳۳

$$\frac{\hat{C}}{360^\circ} = \frac{n}{4} \Rightarrow \frac{135^\circ}{360^\circ} = \frac{n}{4} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{n}{4} \Rightarrow n = \frac{3 \times 4}{8} = 1.5$$

۹- قرار است داده‌های مربوط به پنج شاخص سلامت X_1, X_2, X_3, X_4 و X_5 برای سه کشور A، B و C در قالب یک نمودار راداری نمایش داده شود. زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری چند درجه است؟

(۴) ۳۶

(۳) ۶۰

(۲) ۷۲ ✓

(۱) ۱۲۰

$$\text{زاویه بین دو شعاع مجاور} = \frac{360^\circ}{5} = \frac{72^\circ}{1} = 72^\circ$$

۱۰- دانش‌آموزی با توجه به تساوی $\frac{a-d}{a} = \frac{d-c}{c}$ ، برای محاسبه d، استدلال زیر را ارائه داده است. ایراد این استدلال

اول) $\frac{a-d}{a} = \frac{d-c}{c}$

(در صورت وجود) در کدام گام است؟

(۱) دوم

دوم) $c(a-d) = a(d-c)$

(۲) چهارم

سوم) $ac + ac = ad + cd$

(۳) پنجم ✓

چهارم) $2ac = (a+c)d$

(۴) استدلال فاقد ایراد است.

پنجم) $d = \frac{2ac}{a+c} \Rightarrow$ در عملیات تقسیم نباید طرفین را به منفرتقسیم کنیم

$\Rightarrow$ ممکن است $a+c=0$ باشد

$q \Leftrightarrow \sim p$ (۴)

$\sim q \Leftrightarrow p$ (۳)

$p \Leftrightarrow \sim q$ (۲)

$\sim q \Leftrightarrow \sim p$ (۱) ✓

p	q	$\sim p \Leftrightarrow q$	$\sim q \Leftrightarrow \sim p$	$p \Leftrightarrow \sim q$	$\sim q \Leftrightarrow p$	$q \Leftrightarrow \sim p$
T	T	F	T	F	F	F
T	F	T	F	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T
F	F	F	T	F	F	F

۱۲- میانگین هفت داده آماری برابر ۶ است. اگر ابتدا از هر یک از داده‌ها ۲ واحد کم کنیم و سپس داده‌های حاصل را در ۴ ضرب کنیم، میانگین داده‌های جدید کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۶ (۳) ✓

۲۲ (۲)

۲۶ (۱)

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = f_x (\bar{x}_{\text{قدیم}} - 2) = 14$$

۱۳- رُمان انگلیسی‌زبانی با متوسط طول جمله‌های ۸ کلمه‌ای و ۱۸ درصد کلمه دشوار، برای دانش‌آموزان چه پایه‌ای مناسب است؟

هشتم (۴)

نهم (۳)

دهم (۲) ✓

یازدهم (۱)

$$[24 \times 0,4] = 10,4 \Rightarrow [10] = 10$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{18}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_8$

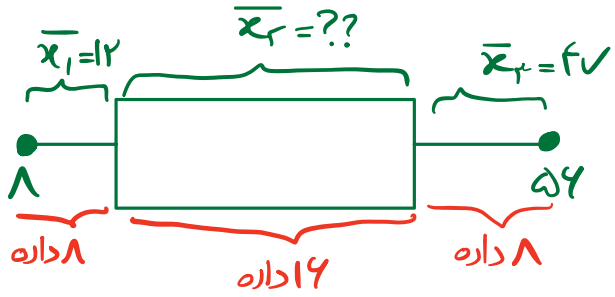
۱۴- در نمودار جعبه‌ای ۳۲ داده آماری متمایز، میانگین داده‌های سبیل سمت چپ با داده انتهایی ۸ و سبیل سمت راست با داده انتهایی ۵۶، به ترتیب ۱۲ و ۴۷ است. اگر میانگین داده‌های بین کمترین و بیشترین داده برابر ۲۸ باشد، میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۲۷ (۴) ✓

۲۸ (۳)

۳۰ (۲)

۳۱ (۱)



داده انتها →
داده ابتدا →
تعداد داده‌های بین اومی دافری

$$\bar{x} = \frac{8 \times 8 + 14 \times 28 + 8 \times 47 + 8 \times 56}{32} = \frac{904}{32} = 28.25$$

$$\bar{x} = 28.25 = \frac{8 \times \bar{x}_1 + 14 \times \bar{x}_2 + 8 \times \bar{x}_3}{32} \Rightarrow 904 = 96 + 14 \bar{x}_2 + 376$$

$$\Rightarrow 904 = 472 + 14 \bar{x}_2 \Rightarrow 432 = 14 \bar{x}_2 \Rightarrow \bar{x}_2 = 28.25$$

۱۵- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام کوچک‌تر از ۴۴۰ می‌توان نوشت؟

۳۰ (۴)

۳۱ (۳) ✓

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

یکان ۰ یا ۵ ⇒ مضرب ۵

$$\begin{array}{c} 3 \\ \downarrow \\ \overline{123} \end{array} \times \begin{array}{c} 4 \\ \downarrow \\ \overline{123} \end{array} \times \begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \overline{56} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \overline{123} \end{array} \times \begin{array}{c} 4 \\ \downarrow \\ \overline{123} \end{array} \times \begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \overline{56} \end{array}$$

$$\Rightarrow 12 + 4 + 12 + 3 = 31$$

$$\begin{array}{c} 3 \\ \downarrow \\ \overline{123} \end{array} \times \begin{array}{c} 4 \\ \downarrow \\ \overline{123} \end{array} \times \begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \overline{05} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \overline{123} \end{array} \times \begin{array}{c} 3 \\ \downarrow \\ \overline{123} \end{array} \times \begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \overline{05} \end{array}$$

۱۶- نیمی از ۱۰ کبوتر گرفتار در دام صیاد، نوکشان سرخ است. موشی توانسته بند از پای ۷۰ درصد کبوترها را باز نموده و آنها را آزاد کند. احتمال اینکه حداکثر ۲ کبوتر نوک سرخ هنوز در بند گرفتار باشند، چقدر است؟

$$\frac{1}{12} \quad (4)$$

$$\frac{5}{12} \quad (3)$$

$$\frac{7}{12} \quad (2)$$

$$\frac{11}{12} \quad (1) \checkmark$$

تعداد کبوترهای که نوک سرخ ندارند $\Rightarrow [5 = 10 - 5] = \frac{10}{2} = 5$ = تعداد کبوترهای نوک سرخ

$$[7 = \frac{70}{100} \times 10] = \text{تعداد کبوترهای آزاد شده توسط موش}$$

$$\frac{\binom{5}{0} \times \binom{5}{2} + \binom{5}{1} \binom{5}{1} + \binom{5}{2} \binom{5}{0}}{\binom{10}{2}} = \frac{1 \times 10 + 5 \times 10 + 10 \times 5}{\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1}} = \frac{110}{120} = \frac{11}{12}$$

۱۷- اگر $a_1 = 15$ جمله اول دنباله بازگشتی a_n زوج $\begin{cases} \frac{1}{2}a_n \\ 2 \end{cases}$ باشد، مقدار a_8 کدام است؟ a_n فرد $\begin{cases} 3a_n - 1 \end{cases}$

$$8 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (2) \checkmark$$

$$2 \quad (1)$$

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \times 15 - 1 = 29 \quad \text{زوج}$$

$$a_2 = \frac{1}{2}a_1 = \frac{1}{2} \times 29 = 14.5 \quad \text{زوج}$$

$$a_3 = \frac{1}{2}a_2 = \frac{1}{2} \times 29 = 14.5 \quad \text{فرد}$$

$$a_3 = 3a_2 - 1 = 3 \times 14.5 - 1 = 42.5 \quad \text{زوج}$$

$$a_4 = \frac{1}{2}a_3 = \frac{1}{2} \times 42.5 = 21.25 \quad \text{زوج}$$

$$a_4 = \frac{1}{2}a_3 = \frac{1}{2} \times 42.5 = 21.25 \quad \text{زوج}$$

$$a_8 = \frac{1}{2}a_7 = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

۱۸- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات دوم و دهم برابر است. اگر مجموع جملات چهارم تا دوازدهم این دنباله

برابر ۱۱۷ باشد، جمله اول دنباله کدام است؟

۷ (۴)

۳۷ (۳)

۱۷ (۲)

۲۷ (۱) ✓

$$a_7 + a_{10} = 24 \Rightarrow a_1 + d + a_1 + 9d = 24 \Rightarrow 2a_1 + 10d = 24 \Rightarrow \div 2 \Rightarrow a_1 + 5d = 12$$

$$S_{12} - S_3 = 117 \Rightarrow S_{12} - S_3 = \frac{12}{2}(2a_1 + 11d) - \frac{3}{2}(2a_1 + 2d) = 117$$

$$12a_1 + 66d - (3a_1 + 3d) = 117 \Rightarrow 9a_1 + 63d = 117 \Rightarrow \div 9 \Rightarrow a_1 + 7d = 13$$

$$\begin{cases} a_1 + 5d = 12 \\ a_1 + 7d = 13 \end{cases} \Rightarrow 2d = 1 \Rightarrow d = \frac{1}{2} \Rightarrow a_1 - \frac{5}{2} = 12 \Rightarrow a_1 = \frac{29}{2}$$

۱۹- اگر S مجموع شش جمله نخست دنباله $\frac{9}{5}, \frac{6}{5}, \frac{4}{5}, \dots$ باشد، مقدار $\frac{3}{5}S$ کدام است؟

$\frac{19}{9}$ (۴) ✓

$\frac{17}{9}$ (۳)

$\frac{19}{7}$ (۲)

$\frac{17}{7}$ (۱)

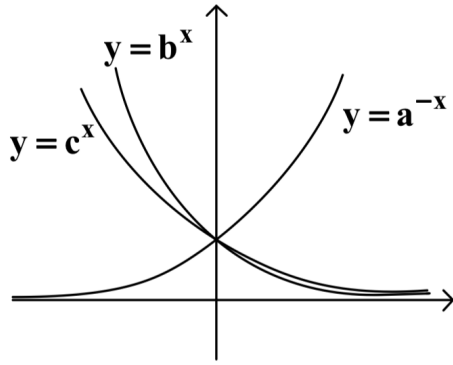
$$(دنباله منفرجه) \Rightarrow r = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{6}{5}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}, \frac{8}{15} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{45}, \frac{16}{45} \times \frac{2}{3} = \frac{32}{135} \Rightarrow \frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{4}{5}, \frac{8}{15}, \frac{16}{45}, \frac{32}{135}$$

$$S = \frac{4}{5} + \frac{6}{5} + \frac{4}{5} + \frac{8}{15} + \frac{16}{45} + \frac{32}{135} = \frac{513 + 360 + 240 + 160 + 120 + 64}{135} = \frac{1397}{135} = \frac{1397}{135}$$

$$\frac{3}{5}S = \frac{3}{5} \times \frac{1397}{135} = \frac{19}{9}$$

۲۰- با توجه به شکل زیر، کدام مورد در خصوص سه تایی مرتب (a, b, c) می تواند درست باشد؟



(۱) $(2, 2^{-\frac{1}{3}}, 2^{-\frac{1}{2}})$

(۲) $(2, 2^{-\frac{1}{2}}, 2^{-\frac{1}{3}})$

(۳) $(0,5, 0,5^{\frac{1}{3}}, 0,5^{\frac{1}{2}})$ ✓

(۴) $(0,5, 0,5^{\frac{1}{2}}, 0,5^{\frac{1}{3}})$

گزینۀ اولی شونده $\Rightarrow a = 0,5 \Rightarrow$ طبق نرینه ها $\Rightarrow \frac{1}{a} > 1 \Rightarrow (\frac{1}{a})^x \Rightarrow a^{-x}$

$\frac{1}{4} > (\frac{1}{5})^{\frac{1}{3}} \Rightarrow$ طبق نرینه ۲، ۳ $\Rightarrow c > b \Rightarrow$ طبق شکل $\Rightarrow 0 < b, c < 1 \Rightarrow$ تروبی $\Rightarrow b^x, c^x$

مصطفی جعفریان - مدرس ریاضی انسانی