

پاسخ تشریحی سوالات کنکور تجربی خارج کشور - تیر ۱۴۰۴

سوال ۱۱۱: گزینه ۱

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[4]{49} \sqrt[3]{7}}{\sqrt[4]{343} \sqrt[3]{7^{-1}}}$ چند برابر $\sqrt[3]{49}$ است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{7}$ (۲)

$\frac{1}{49}$ (۱)

$$\frac{\sqrt[4]{49} \sqrt[3]{7}}{\sqrt[4]{343} \sqrt[3]{7^{-1}}} = \frac{\sqrt[4]{7^2 \times 7^{\frac{1}{3}}}}{\sqrt[4]{7^3 \times 7^{-\frac{1}{3}}}} = \frac{\sqrt[4]{7^{\frac{7}{3}}}}{\sqrt[4]{7^{\frac{8}{3}}}} = \frac{7^{\frac{7}{12}}}{7^{\frac{2}{3}}} = 7^{-\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{7^{-\frac{1}{4}}}{7^{\frac{2}{3}}} = 7^{-\frac{11}{12}} = \frac{1}{49}$$

سوال ۱۱۲: گزینه ۲

۱۱۲- برای چند مقدار طبیعی m ، اشتراک دو بازه $A = (-\infty, \frac{4}{m}]$ و $B = [4-m, +\infty)$ یک مجموعه متناهی است؟

۳ (۴)

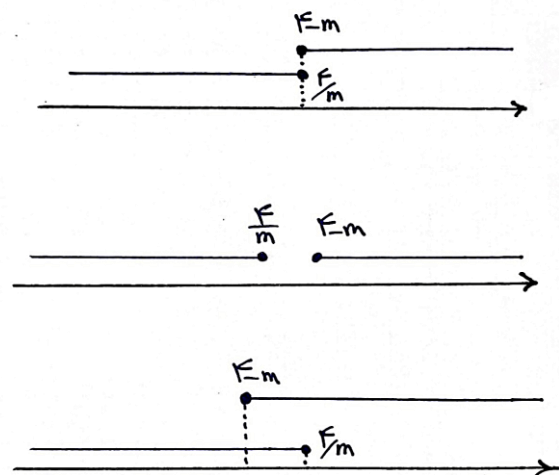
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

طبق شکل، برای اینکه اشتراک این دو بازه متناهی شود باید:

$$4 - m \geq \frac{4}{m} \Rightarrow -\frac{(m-2)^2}{m} \geq 0 \Rightarrow m = 2$$



سوال ۱۱۳: گزینه‌ی ۴

۱۱۳- اگر a, b, c سه جمله نخست و متمایز یک دنباله هندسی بوده و $c, 2a, 3b$ سه جمله نخست یک دنباله حسابی

باشند، نسبت جمله نهم به جمله ششم دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۲۷ (۳) -۲۷ (۴) -۶۴

هندسی: $b^2 = ac$

حسابی: $4a = c + 3b \Rightarrow \left(b = \frac{4a-c}{3}\right)^2 \Rightarrow b^2 = \frac{16a^2 - 8ac + c^2}{9} = ac$

$16a^2 - 14ac + c^2 = 0 \Rightarrow (16a - c)(a - c) = 0 \Rightarrow a = c, \boxed{a = \frac{c}{16}}$

$b = \frac{4\left(\frac{c}{16}\right) - c}{3} = \frac{\frac{-3c}{4}}{3} = \frac{-c}{4} \Rightarrow \boxed{b = \frac{-c}{4}} \Rightarrow$

$\frac{a_9}{a_6} = r^3 = \left(\frac{b}{a}\right)^3 = \left(\frac{\frac{-c}{4}}{\frac{c}{16}}\right)^3 = (-4)^3 = -64$

سوال ۱۱۴: گزینه‌ی ۱

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(m+4)x^2 < n - (m-n+4)x$ به صورت بازه $(-1, m+1)$ است. اگر m عدد صحیح

باشد، مقدار mn کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۶

برای اینکه جواب این نامعادله به فرم آن بازه باشد، باید $m+4 > 0$ باشد: $\boxed{m > -4}$.

یک ریشه $m+1$ و دیگری -1 است و طبق فرم بازه $m+1 < -1$ است: $\boxed{m < -2}$.

چون $m \in \mathbb{Z}$ ، پس $\boxed{m = -3}$. در معادله $x^2 + (1-n)x - n = 0$ ، ریشه‌ی $x = m+1 = -2$ را جایگذاری می‌کنیم:

$(-2)^2 + (1-n)(-2) - n = 0 \Rightarrow \boxed{n = -2}$

$\boxed{mn = 6}$

سوال ۱۱۵: گزینه‌ی ۴

۱۱۵- طول یک مستطیل ۳ سانتی‌متر بیشتر از ۴ برابر عرض آن است. اگر ۹ واحد هم به طول و هم به عرض این مستطیل اضافه شود، مساحت مستطیل جدید ۱۰ برابر مساحت مستطیل اولیه می‌شود. محیط مستطیل اولیه کدام است؟

۴۱ (۱) ۳۶ (۲) ۳۱ (۳) ۲۶ (۴)

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{(x+9)(4x+12)}{x(4x+4)} = 10 \Rightarrow \frac{4(x^2+12x+27)}{4x^2+4x} = 10 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$P_1 = 2(2+11) = 26$$

سوال ۱۱۶: گزینه‌ی ۳

۱۱۶- اگر f تابع ثابت و g تابع همانی بوده و $f(2x) - g(1-x) = 4 + x$ باشد، مقدار $g(-1)f(3)$ کدام است؟

۵ (۱) ۳ (۲) -۵ (۳) -۳ (۴)

$$f(x) = c, \quad g(x) = x$$

$$f(2x) - g(1-x) = 4 + x \Rightarrow c - (1-x) = 4 + x \Rightarrow \boxed{c=5}$$

$$g(-1)f(3) = -1 \times 5 = -5$$

سوال ۱۱۷: گزینه‌ی ۴

۱۱۷- اگر $f(x) = 2-x$ و $g(x) = \sqrt{3+ax}$ باشد، به ازای کدام مقدار a ، توابع g و $g \circ f$ روی محور x ها متقاطع‌اند؟ ($a \neq 0$)

-۰٫۵ (۱) -۱٫۵ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴)

$$g(x) = \sqrt{3+ax} = g(f(x)) = \sqrt{3+a(2-x)} = 0$$

$$\sqrt{3+ax} = \sqrt{3+a(2-x)} \Rightarrow$$

$$3+ax = 3+a(2-x) \Rightarrow$$

$$ax = 2a - ax \Rightarrow$$

$$2ax = 2a$$

$$\boxed{x=1}$$

$$g(1) = 0 \Rightarrow \sqrt{3+a} = 0 \Rightarrow \boxed{a=-3}$$

سوال ۱۱۸: گزینه ۲

۱۱۸- اختلاف جذر دو ریشه معادله $x^2 - 3mx + m = 0$ برابر ۱ است. حاصل ضرب ریشه‌های معادله $2x^2 + mx - m = 0$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{18}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

$$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = 1 \Rightarrow \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = 1 \Rightarrow S - 2\sqrt{P} = 1 \Rightarrow 3m - 2\sqrt{m} = 1 \Rightarrow$$

$$3m - 2\sqrt{m} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{m} = 1, \frac{-1}{3} \Rightarrow \boxed{m = 1} \Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow P = -\frac{1}{2}$$

سوال ۱۱۹: گزینه ۳

۱۱۹- تابع $y = \frac{|x|}{x} \sqrt{a + bx^2}$ و وارون آن از نقطه $(\frac{5}{6}, \frac{5}{8})$ عبور می‌کنند. مقدار ab کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) -1 (۴) -3

$$\begin{cases} f\left(\frac{3}{5}\right) = \sqrt{a + \frac{9}{25}b} = \frac{4}{5} \Rightarrow a + \frac{9}{25}b = \frac{16}{25} \\ f\left(\frac{4}{5}\right) = \sqrt{a + \frac{16}{25}b} = \frac{3}{5} \Rightarrow a + \frac{16}{25}b = \frac{9}{25} \end{cases} \Rightarrow \boxed{a = 1, b = -1} \Rightarrow ab = -1$$

سوال ۱۲۰: گزینه ۲

۱۲۰- به ازای چند مقدار طبیعی از m ، تابع $f = \{(-1, 3m-2), (2, 25), (1, 4m+13), (0, 10-m)\}$ صعودی است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

$$25 \geq 4m + 13 \geq 10 - m \geq 3m - 2$$

$$25 \geq 4m + 13 \Rightarrow \boxed{3 \geq m}$$

$$4m + 13 \geq 10 - m \Rightarrow \boxed{m \geq \frac{-3}{5}}$$

$$10 - m \geq 3m - 2 \Rightarrow \boxed{3 \geq m}$$

$$\Rightarrow m = 1, 2, 3$$

سوال ۱۲۱: گزینه ۴

۱۲۱- بازه $(3x+1, 7x-9)$ یک همسایگی ۵ است. اگر بازه (a, b) مجموعه مقادیر x باشد، ab کدام است؟

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

$$7x - 9 < 5 < 3x + 1 \Rightarrow \frac{4}{3} < x < 2 \Rightarrow (a, b) = \left(\frac{4}{3}, 2\right) \Rightarrow ab = \frac{8}{3}$$

سوال ۱۲۲: گزینه ۲

۱۲۲- در یک دوزنقه متساوی الساقین اندازه قاعده کوچک و هر ساق، به ترتیب، ۲ و ۵ است. اگر $\cos \theta = 0.6$ و θ زاویه

حاده بین ساق و یکی از قاعده‌ها باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟

$$40 \quad (4)$$

$$32 \quad (3)$$

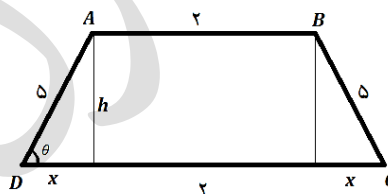
$$20 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

$$\cos \theta = \frac{6}{10} \Rightarrow \sin \theta = \frac{8}{10}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{5} = \frac{6}{10} \Rightarrow \boxed{x=3}, \sin \theta = \frac{h}{5} = \frac{8}{10} \Rightarrow \boxed{h=4}$$

$$S = \frac{(2+8) \times 4}{2} = 20$$



سوال ۱۲۳: گزینه ۱

۱۲۳- اگر $\alpha = 22.5^\circ$ درجه باشد، حاصل $A = 1 - \tan^3 \alpha$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \quad (4)$$

$$1 - \sqrt{2} \quad (3)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$-\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2 \tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)} \Rightarrow \tan(45^\circ) = \frac{2 \tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)} = 1 \Rightarrow \boxed{\tan(\alpha) = \sqrt{2} - 1}$$

$$\tan^3 \alpha = \tan(2\alpha + \alpha) = \frac{\tan(2\alpha) + \tan(\alpha)}{1 - \tan(2\alpha) \tan(\alpha)} = \frac{\tan(45^\circ) + \tan(\alpha)}{1 - \tan(45^\circ) \tan(\alpha)} = \frac{1 + \sqrt{2} - 1}{1 - \sqrt{2} + 1} =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{4 - 2} = \sqrt{2} + 1$$

$$A = 1 - \tan^3 \alpha = 1 - (\sqrt{2} + 1) = -\sqrt{2}$$

سوال ۱۲۴: گزینه‌ی ۲

۱۲۴- معادله مثلثاتی $\cos 2x + \cos 3x = 0$ چند جواب در بازه $[0, \pi]$ دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

$$\cos 2x = -\cos 3x \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\bullet \frac{\pi}{2} - 2x = 3k\pi + 3x - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{(3k+1)\pi}{5} \Rightarrow k = 0, 1, 2 \Rightarrow x = \frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \pi$$

$$\bullet \frac{\pi}{2} - 2x = (3k+1)\pi - \left(3x - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x = (3k+1)\pi \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \pi$$

سوال ۱۲۵: گزینه‌ی ۳

۱۲۵- اگر مقادیر تقریبی $\log_3 5 = 1,5$ و $\log_3 3 = 1,6$ باشد، حاصل $\log_{15} 6$ کدام است؟

- (۱) ۰,۸۵ (۲) ۰,۷۵ (۳) ۰,۶۵ (۴) ۰,۵۵

$$\log_{15} 6 = \frac{\log_3 6}{\log_3 15} = \frac{\log_3 2 + \log_3 3}{\log_3 5 + \log_3 3} = \frac{\frac{1}{1,6} + 1}{\frac{1}{1,5} + 1} = \frac{\frac{1}{1,6} + 1}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{1,6 + 1,6}{1,6}}{\frac{2}{3}} = \frac{1,3}{\frac{2}{3}} = \frac{1,3}{2} = 0,65$$

سوال ۱۲۶: گزینه‌ی ۴

۱۲۶- ضریب تغییرات داده‌های ۷۳، ۵۸۴، ۱۴۶، ۱۴۶، ۲۹۲، ۷۳، ۷۳ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (۴) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

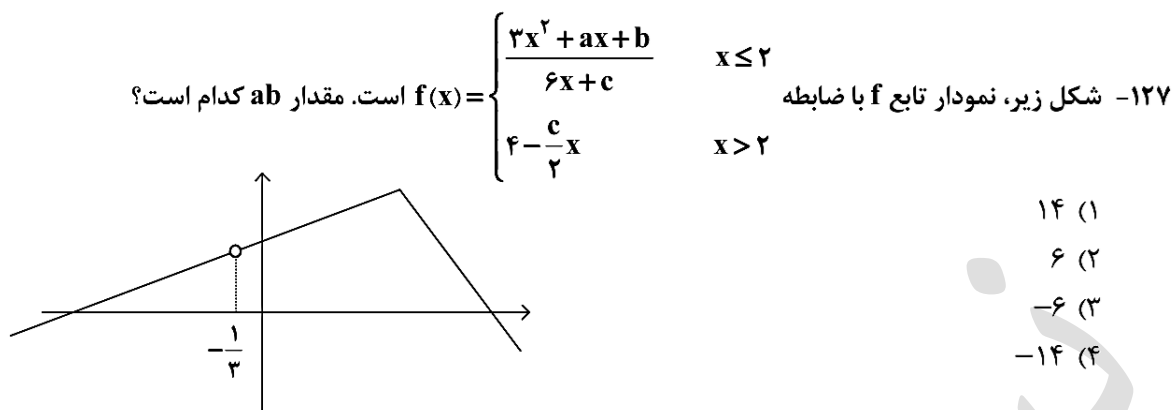
داده‌ها مضربی از ۷۳ هستند و با تقسیم بر ۷۳ داریم: ۱، ۱، ۲، ۲، ۴، ۸

$$\bar{x} = \frac{1 + 1 + 2 + 2 + 4 + 8}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(1-3)^2 + (1-3)^2 + (2-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2 + (8-3)^2}{6}} = \sqrt{6}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}{73 \times 3} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

سوال ۱۲۷: گزینه‌ی ۱



$x = -\frac{1}{3}$ ریشه‌ی صورت و مخرج است:

$$6\left(-\frac{1}{3}\right) + c = 0 \Rightarrow \boxed{c = 2}$$

$$3\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + a\left(-\frac{1}{3}\right) + b = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{a}{3} + b = 0 \Rightarrow a - 3b = 1$$

تابع در $x = 2$ پیوسته است:

$$\frac{3(2)^2 + a(2) + b}{6(2) + 2} = 4 - 2 \Rightarrow \frac{12 + 2a + b}{14} = 2 \Rightarrow 2a + b = 16$$

$$\boxed{a = 2}, \boxed{b = 2} \Rightarrow ab = 14$$

سوال ۱۲۸: گزینه‌ی ۳

۱۲۸- تابع با ضابطه $f(x) = \left\lfloor \frac{2-x}{2} \right\rfloor - a \left\lfloor \frac{x+4}{5} \right\rfloor$ در نقطه $x = -4$ حد دارد. مقدار $[a]$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

$$\lim_{x \rightarrow (-4)^+} \left(\left\lfloor 1 - \frac{x}{2} \right\rfloor - a \left\lfloor \frac{x+4}{5} \right\rfloor \right) = \left\lfloor 1 - \frac{(-4)^+}{2} \right\rfloor - a \left\lfloor \frac{(-4)^+ + 4}{5} \right\rfloor$$

$$= 1 + [-(-2)^+] - a[0^+] = 1 + [2^-] = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-4)^-} \left(\left\lfloor 1 - \frac{x}{2} \right\rfloor - a \left\lfloor \frac{x+4}{5} \right\rfloor \right) = \left\lfloor 1 - \frac{(-4)^-}{2} \right\rfloor - a \left\lfloor \frac{(-4)^- + 4}{5} \right\rfloor$$

$$= 1 + [2^+] - a[0^-] = 3 + a$$

$$3 + a = 2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow [a] = -1$$

سوال ۱۲۹: گزینه ۴

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{k[x] - 2}{x^2 - 4} = +\infty$ باشد، نقاط $(k\pi, \sin k\pi)$ در کدام ناحیه محوره‌ای مختصات قرار دارند؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{k[x] - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2k - 2}{x^2 - 4} = \frac{2k - 2}{0^+} \Rightarrow 2k - 2 > 0 \Rightarrow \boxed{k > 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{k[x] - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{k - 2}{x^2 - 4} = \frac{k - 2}{0^-} \Rightarrow k - 2 < 0 \Rightarrow \boxed{k < 2}$$

$$1 < k < 2 \Rightarrow \boxed{\pi < k\pi < 2\pi} \Rightarrow \boxed{-1 < \sin k\pi < 0}$$

مولفه‌ی اول مثبت و مولفه‌ی دوم منفی است، پس در ناحیه‌ی چهارم.

سوال ۱۳۰: گزینه ۱

۱۳۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{mx^2 + n}{a - x} & x \neq a \\ 1 & x = a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار $\frac{a}{n}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

$x = a$ ریشه‌ی صورت و مخرج است. تجزیه می‌کنیم تا عامل صفرشونده ساده شود:

$$\frac{m\left(x^2 + \frac{n}{m}\right)}{-(x - a)} = \frac{-m\left(x^2 - \left(-\frac{n}{m}\right)\right)}{(x - a)} = \frac{-m\left(x - \sqrt{-\frac{n}{m}}\right)\left(x + \sqrt{-\frac{n}{m}}\right)}{(x - a)} = -m(x + a)$$

$$\boxed{a = \sqrt{-\frac{n}{m}}} \Rightarrow \boxed{-ma^2 = n}$$

تابع را بازنویسی کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -m(x + a) & x \neq a \\ 1 & x = a \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -2ma = 1 \Rightarrow \boxed{ma = -\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{a}{n} = \frac{-\frac{1}{2m}}{-ma^2} = \frac{1}{2(ma)^2} = \frac{1}{2\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = 2$$

سوال ۱۳۱: گزینه ۲

۱۳۱- خط $y = -ax - 5$ در نقطه‌ای به طول ۳ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f'(3) - f(3) = 2$ باشد، $f(3)$ چند برابر $f'(3)$ است؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$

$$f(3) = y(3) = -3a - 5, \quad f'(3) = -a$$

$$f'(3) - f(3) = 2 \Rightarrow (-a) - (-3a - 5) = 2 \Rightarrow \boxed{a = \frac{-3}{2}}$$

$$\frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-3a - 5}{-a} = \frac{-3\left(\frac{-3}{2}\right) - 5}{-\left(\frac{-3}{2}\right)} = \frac{-1}{3}$$

سوال ۱۳۲: گزینه ۳

۱۳۲- خط d از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{-2x^2 + x + 1}$ در نقطه A مماس است. عرض نقطه A کدام است؟

(۱) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۴) $\sqrt{2}$

این نقطه را $A(\alpha, c\alpha)$ می‌نامیم.

$$d: y = cx$$

$$f(\alpha) = \frac{\sqrt{\alpha}}{-2\alpha^2 + \alpha + 1} = c\alpha \Rightarrow \frac{1}{-2\alpha^2 + \alpha + 1} = c\sqrt{\alpha} \Rightarrow c\sqrt{\alpha}(-2\alpha^2 + \alpha + 1) = 1$$

$$-2c\alpha^{\frac{5}{2}} + c\alpha^{\frac{3}{2}} + c\alpha^{\frac{1}{2}} = 1 \xrightarrow{\text{مشتق}} -5\alpha^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}\alpha^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\alpha^{-\frac{1}{2}} = 0 \Rightarrow -5\alpha\sqrt{\alpha} + \frac{3}{2}\sqrt{\alpha} + \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} = 0$$

$$-10\alpha^2 + 3\alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{5}, \quad \boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$$

$$f(\alpha) = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{-2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

سوال ۱۳۳: گزینه ۳

۱۳۳- روی خطی به موازات محور y ها، نقاط M و N ، به ترتیب، روی منحنی های $y = x^2 - 2x^2 + 1$ و $y = x^2 + 2x - 3$ بین نقاط تلاقی دو منحنی قرار دارند. بیشترین مقدار طول پاره خط MN کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{5}{5}$

$$|NM| = |(x^2 - 2x^2 + 1) - (x^2 + 2x - 3)| = |-2x^2 - 2x + 4| = |-2(x^2 + x - 2)|$$

بیشترین مقدار عبارت بالا $\frac{4}{5}$ است.

سوال ۱۳۴: گزینه ۲

۱۳۴- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت که از ۲۵۷ بزرگ تر باشد؟

- (۱) ۱۳۰ (۲) ۱۳۱ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۲۱

کل ارقام سه رقمی بدون تکرار: $6 \times 6 \times 5 = 180$

ارقام سه رقمی بدون تکرار با شروع ۱: $1 \times 6 \times 5 = 30$

ارقام سه رقمی بدون تکرار با شروع ۲: $1 \times 1 \times 5 = 5$

ارقام سه رقمی بدون تکرار با شروع ۳: $1 \times 1 \times 5 = 5$

ارقام سه رقمی بدون تکرار با شروع ۴: $1 \times 1 \times 5 = 5$

ارقام سه رقمی بدون تکرار با شروع ۵: $1 \times 1 \times 5 = 5$ جز ۲۵۸ که بزرگتر از ۲۵۷ است، پس ۴ تا.

$$180 - (30 + 5 + 5 + 5 + 4) = 180 - 49 = 131$$

سوال ۱۳۵: گزینه ۲

۱۳۵- در یک کیسه کارت هایی با شماره ۱ تا ۸ وجود دارد. ۲ کارت به تصادف از این کیسه خارج می کنیم، با کدام احتمال

اعداد روی کارت ها، یکی مضرب دیگری است؟

- (۱) $\frac{3}{10}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

کل حالت های بیرون آوردن دو کارت: $\binom{8}{2} = 28$

اگر یکی ۱ باشد، دیگری باید یکی از ۲ تا ۸ باشد. اگر یکی ۲ باشد، دیگری باید یکی از ۴، ۶ و ۸ باشد. اگر یکی ۳ باشد، دیگری باید ۶ باشد. اگر یکی ۴ باشد دیگری باید ۸ باشد. پس:

$$7 + 3 + 1 + 1 = 12$$

$$P = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

سوال ۱۳۶: گزینه ۳

۱۳۶- در کیسه‌ای تعدادی مهره سفید و سیاه وجود دارد که تعداد مهره‌ها از یک رنگ ۲ برابر دیگری است. دو مهره یکی پس از دیگری از کیسه به تصادف خارج می‌شود، احتمال اینکه مهره‌ها هم‌رنگ نباشند برابر $\frac{1}{4}$ است. در ابتدا مجموع

مهره‌های داخل کیسه کدام است؟

۶ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

اهمیتی ندارد کدام رنگ دو برابر کدام است. فرض که یک رنگ به تعداد x و دیگری به تعداد $2x$ باشد و در مجموع $3x$ مهره داریم:

$$\frac{\binom{x}{1}\binom{2x}{1}}{\binom{3x}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x^2}{\frac{3x(3x-1)}{2}} = \frac{4x^2}{9x^2-3x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 9x^2 - 3x = 8x^2 \Rightarrow x^2 - 3x = 0$$

$$\boxed{x=3} \Rightarrow 3x=9$$

سوال ۱۳۷: گزینه ۱

۱۳۷- مثلث ABC با اضلاع ۵، ۶ و a و مثلث DEF با اضلاع ۹، ۴ و b متشابه هستند. حاصل ضرب کمترین و بیشترین مقدار ممکن برای b کدام است؟

۱۶ (۴)

۲۱ (۳)

۳۶ (۲)

۸۱ (۱)

علاوه بر نسبت تشابه، نامساوی مثلثی هم باید بررسی شود:

$$\frac{5}{b} = \frac{6}{4} = \frac{a}{9} \Rightarrow \boxed{a = \frac{27}{2} = 13.5}, \boxed{b = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} \cong 3.33 \dots}$$

$$\frac{5}{b} = \frac{6}{9} = \frac{a}{4} \Rightarrow \boxed{a = \frac{8}{3} \cong 2.66 \dots}, \boxed{b = \frac{15}{2} = 7.5} \quad \checkmark$$

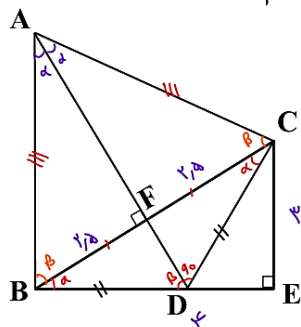
$$\frac{5}{4} = \frac{6}{b} = \frac{a}{9} \Rightarrow \boxed{a = \frac{45}{4} = 11.25}, \boxed{b = \frac{24}{5} = 4.8}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{6}{b} = \frac{a}{4} \Rightarrow \boxed{a = \frac{20}{9}}, \boxed{b = \frac{54}{5} = 10.8} \quad \checkmark$$

$$\frac{54}{5} \times \frac{15}{2} = 81$$

سوال ۱۳۸: گزینه‌ی ۴

۱۳۸- در شکل زیر، $BE = ۴$ ، $CE = ۳$ و زاویه ABE قائمه است. مساحت مثلث ACF کدام است؟



$$\frac{۲۵}{۴} \quad (۱)$$

$$\frac{۲۵}{۳} \quad (۲)$$

$$\frac{۳۵}{۸} \quad (۳)$$

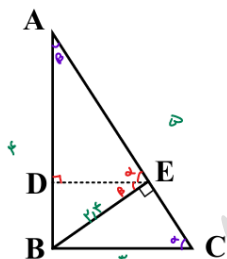
$$\frac{۲۵}{۶} \quad (۴)$$

$BC = ۵$ و مثلث BCD متساوی الساقین است و چون $FD \perp BC$ ، پس FD میانه است، بنابراین $FC = \frac{۵}{۲}$.

$$\triangle BCE \sim \triangle AFC \Rightarrow \frac{S_{AFC}}{S_{BCE}} = \left(\frac{FC}{CE}\right)^2 = \left(\frac{\frac{۵}{۲}}{۳}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{AFC}}{۶} = \frac{۲۵}{۳۶} \Rightarrow S_{AFC} = \frac{۲۵}{۶}$$

سوال ۱۳۹: گزینه‌ی ۱

۱۳۹- اگر $AB = ۴$ ، $BC = ۳$ و DE ارتفاع رسم شده در مثلث ABE باشد، طول AD کدام است؟ ($\hat{B} = ۹۰^\circ$)



$$۲٫۵۶ \quad (۱)$$

$$۲٫۶۴ \quad (۲)$$

$$۳٫۰۴ \quad (۳)$$

$$۳٫۰۶ \quad (۴)$$

$$\begin{cases} \triangle ABC: & ۳ & ۴ & ۵ \\ \triangle ABE: & BE = ۲/۴ & AE = ۳/۲ & ۴ \\ \triangle ADE: & DE & AD = ۲/۵۶ & ۲/۲ \end{cases}$$

سوال ۱۴۰: گزینه‌ی ۳

۱۴۰- نقاط $A(-۲, k)$ و $B(۴, m)$ روی خطی با شیب $-\frac{۱}{۲}$ قرار داشته و دو رأس مجاور مربع $ABCD$ هستند. مساحت

این مربع کدام است؟

$$۹۰ \quad (۴)$$

$$۴۵ \quad (۳)$$

$$۳\sqrt{۵} \quad (۲)$$

$$۳\sqrt{۱۰} \quad (۱)$$

$$\frac{m-k}{۴+۲} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow m-k = -۳ \Rightarrow S = AB^2 = (۴+۲)^2 + (m-k)^2 = ۳۶ + ۹ = ۴۵$$